Vasbetonszerkezetek III.

– Előadásjegyzet –

Dr. Kovács Imre

Vasbetonszerkezetek III.

– Előadásjegyzet –

Dr. Kovács Imre

Vasbetonszerkezetek III.

– Előadásjegyzet –

Dr. Kovács Imre

Tartalomjegyzék

1. Előadás – A gerinc és az övek közötti nyírás problémája,
az eltérő időpontban betonozott felületek közötti nyírás vizsgálata

2. Előadás – Vasbeton rúdszerkezetek csavarása

3. Előadás – Központosan és külpontosan húzott, ill. nyomott vasbeton keresztmetszet

4. Előadás – Oszlopok kihajlási hossza, külpontosságok, oszlopvizsgálat

5. Előadás – Vasbeton keretszerkezetek - Igénybevételek közelítő és pontos meghatározása I.

6. Előadás – Vasbeton keretszerkezetek - Igénybevételek közelítő és pontos meghatározása II.

7. Előadás – Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok I.

8. Előadás – Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok II.

9. Előadás – Vasbeton tárcsák

10. Előadás – Vasbeton faltartók

11. Előadás – Rácsmodellek

12. Előadás – Vasbeton falak

1. Előadás

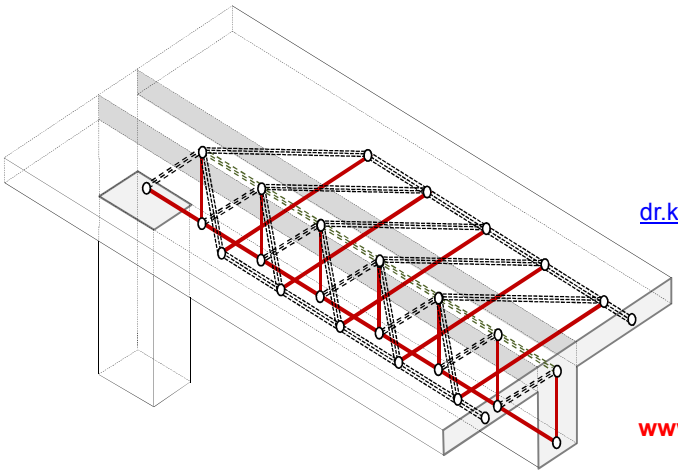
A gerinc és az övek közötti nyírás problémája, a különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás vizsgálata

I.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- A gerinc és az övek közötti nyírás problémája, a különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás vizsgálata -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

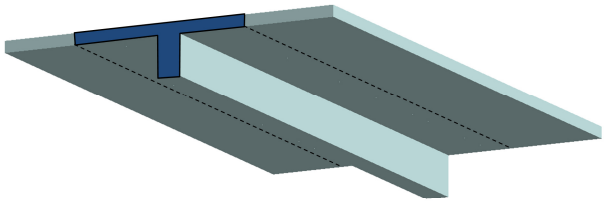
Iroda:
06-52-415-155 / 77764

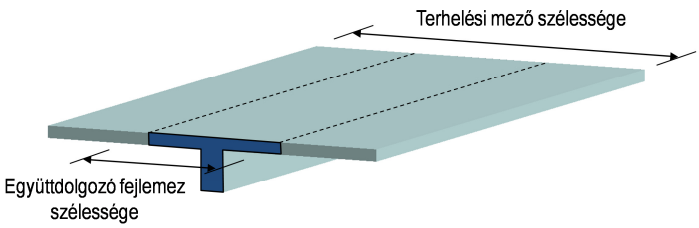
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás



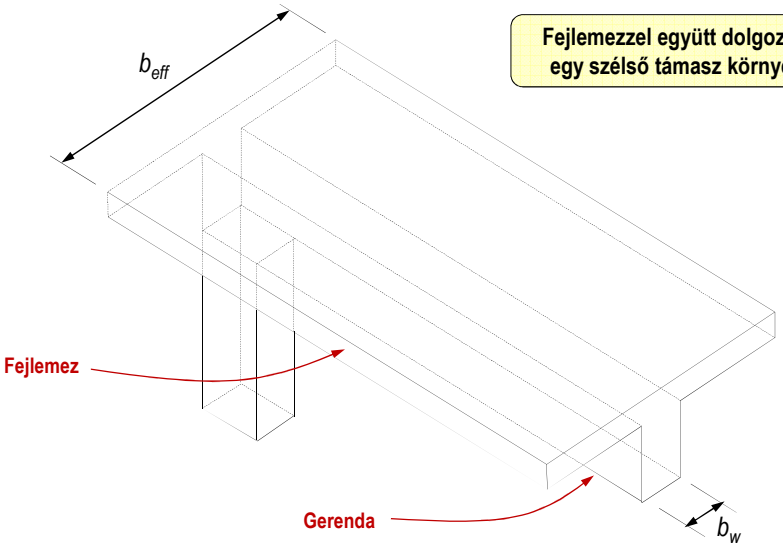


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás

Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda egy szélső támasz környezetében:



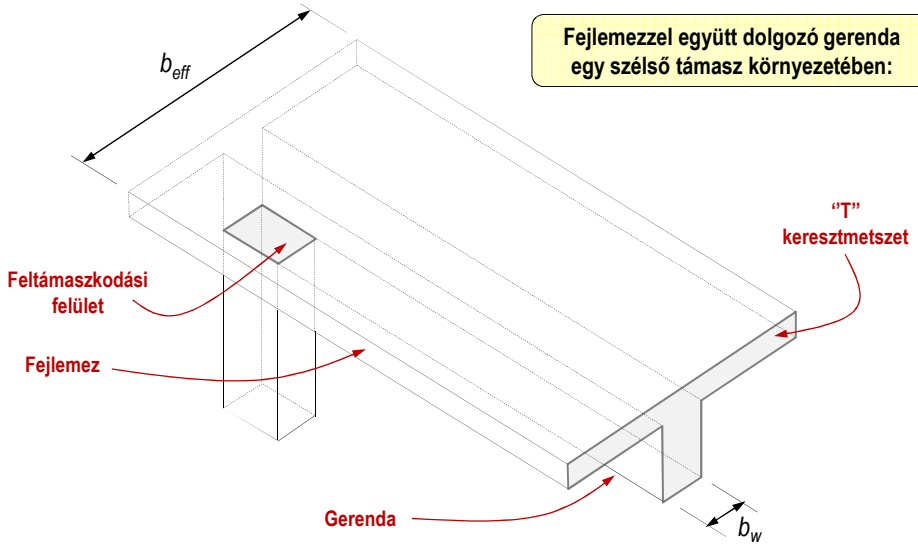
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás

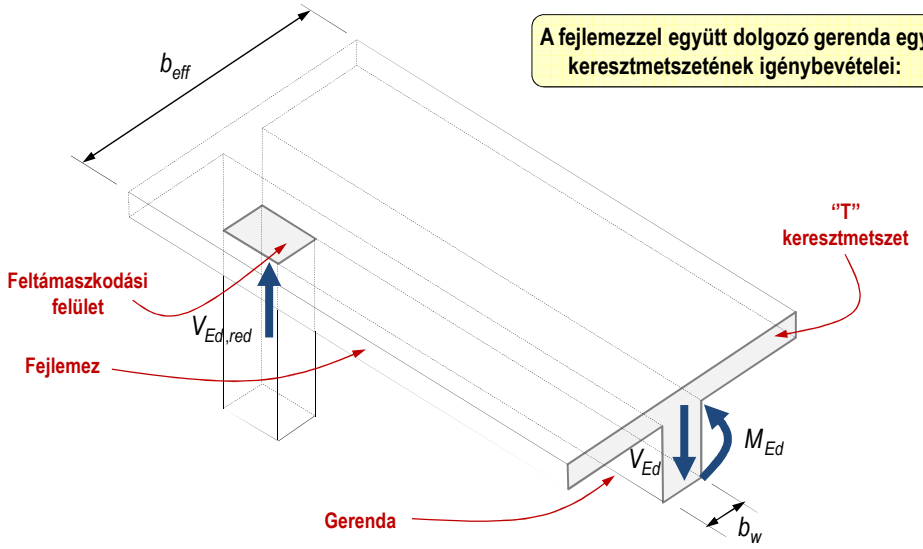
Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda egy szélső támasz környezetében:



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

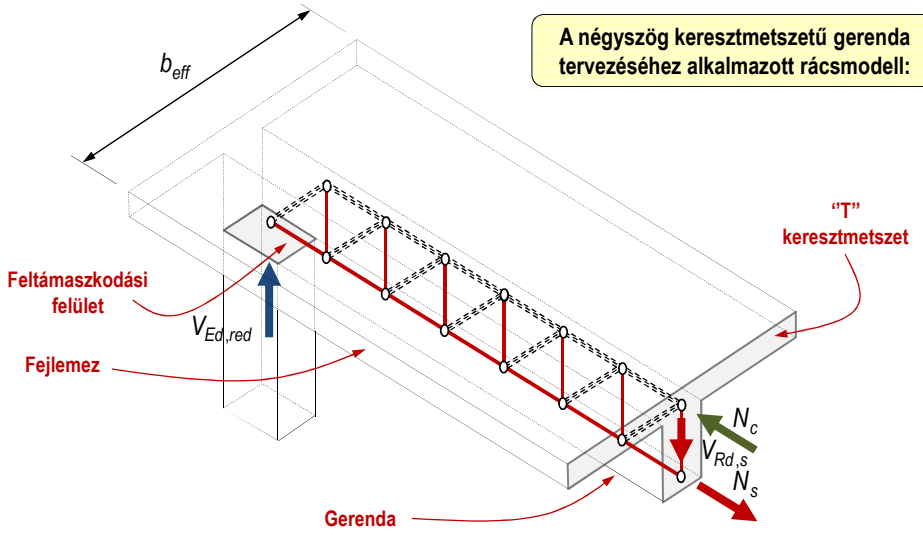
Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás



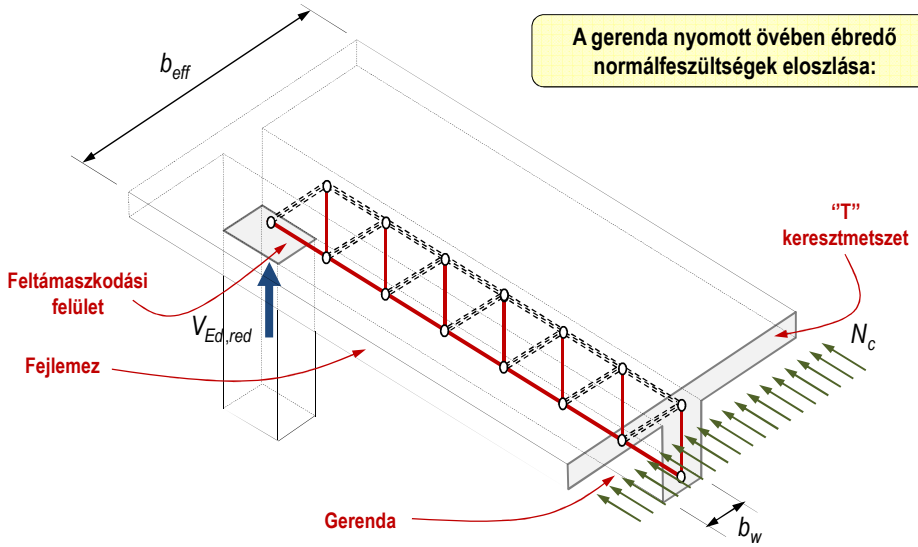
Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás



Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

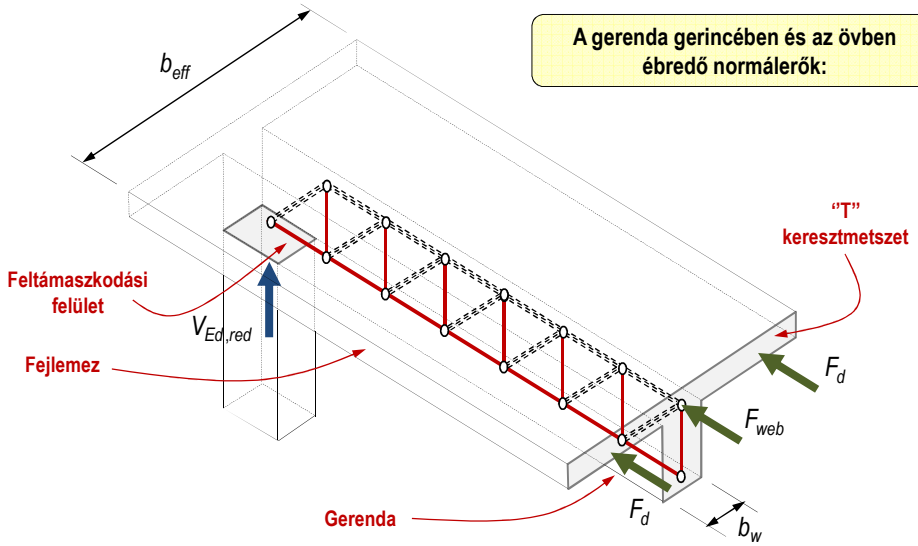
A gerinc és az övek közötti nyírás



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás

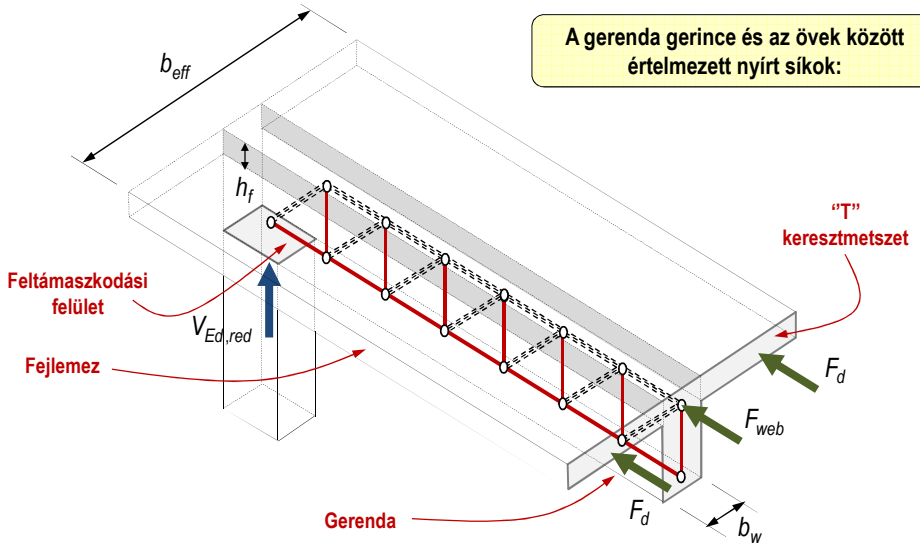


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás

A gerenda gerince és az övek között értelmezett nyírt síkok:



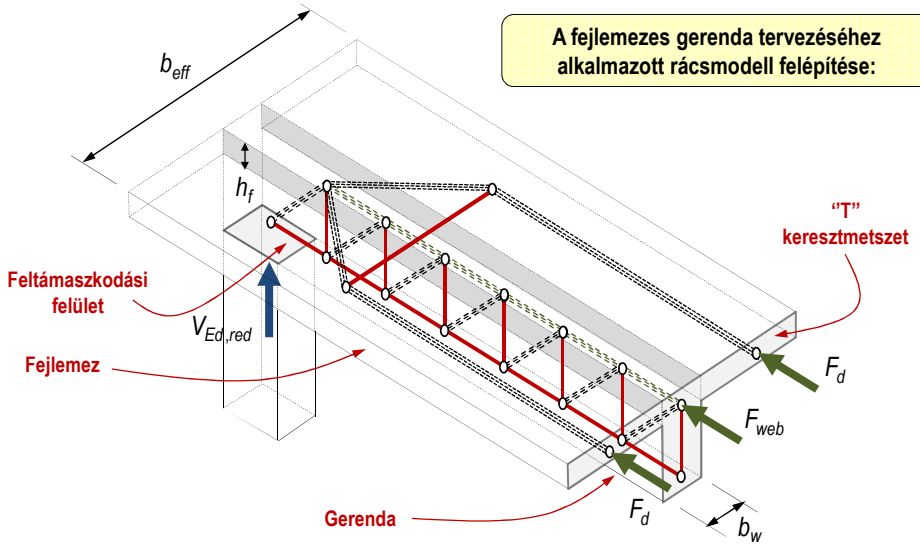
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás

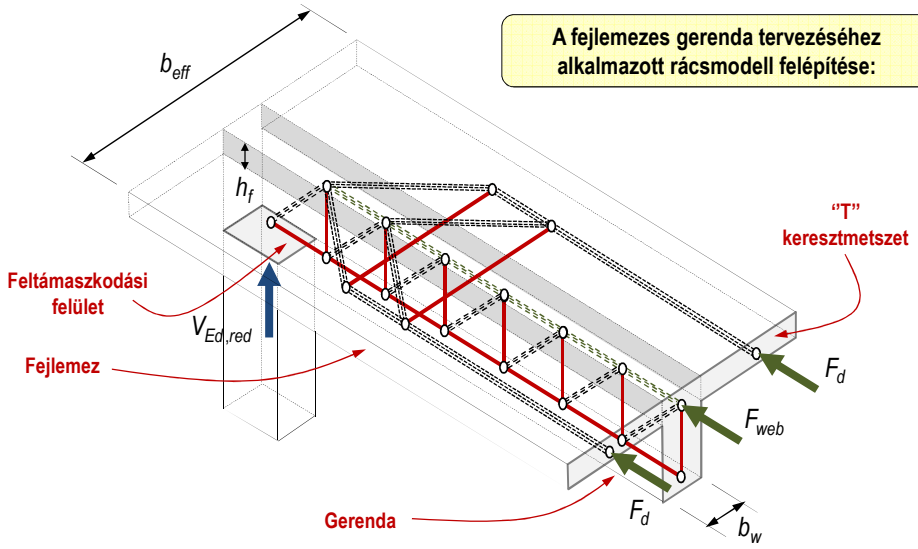
A fejlemezes gerenda tervezéséhez alkalmazott rácsmodell felépítése:



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

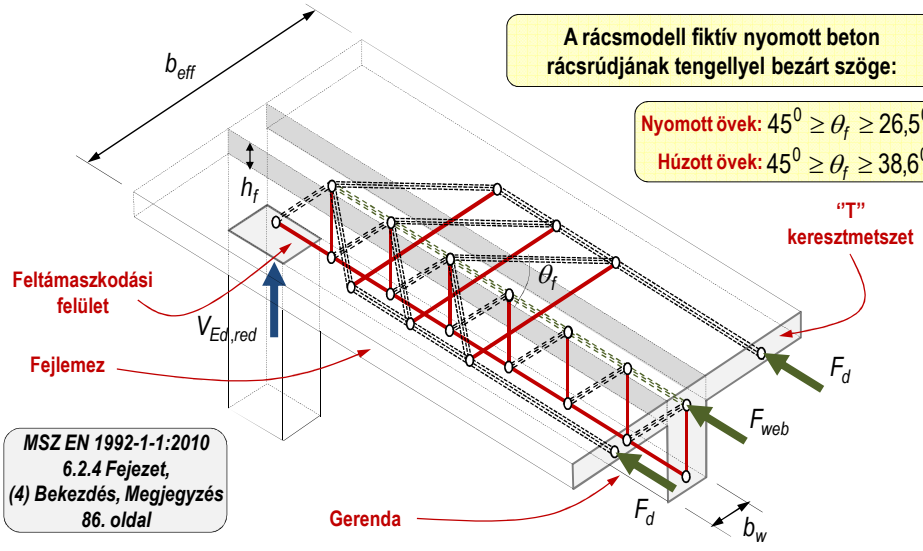
A gerinc és az övek közötti nyírás



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

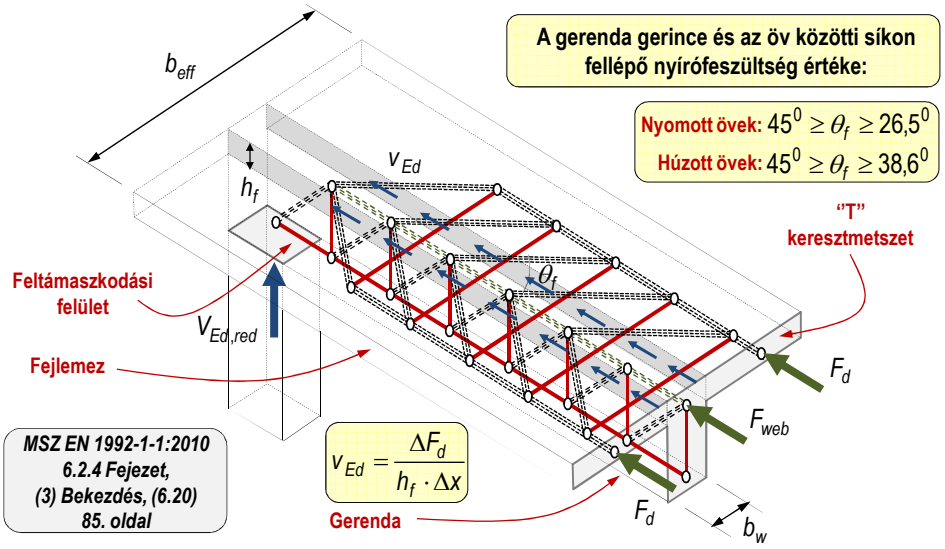
A gerinc és az övek közötti nyírás



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás



A gerenda gerince és az öv közötti síkon fellépő nyírófeszültség értéke:

Nyomott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 26{,}5^0$
Húzott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 38{,}6^0$

"T" keresztmetszet

Feltámaszkodási felület

Fejlemez

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x}$$

Gerenda

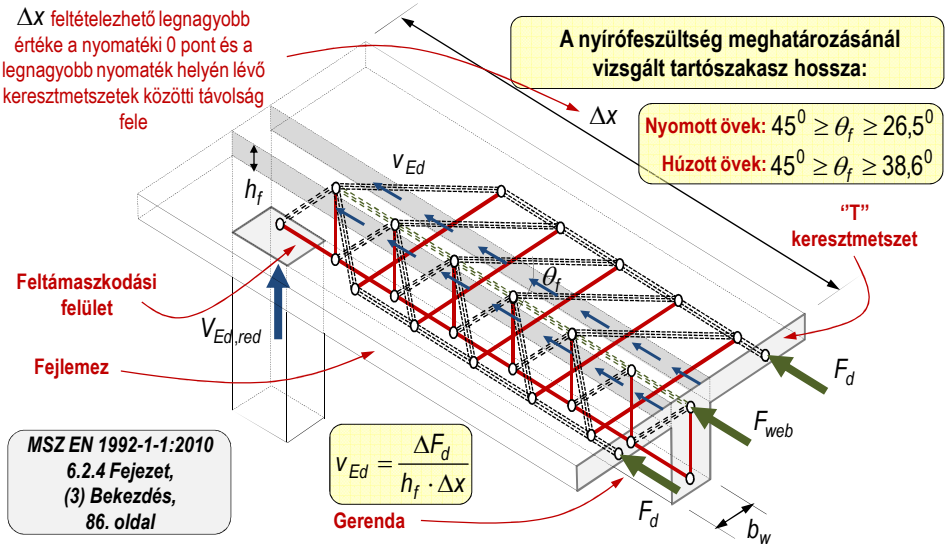
MSZ EN 1992-1-1:2010 6.2.4 Fejezet, (3) Bekezdés, (6.20) 85. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás

Δx feltételezhető legnagyobb értéke a nyomatéki 0 pont és a legnagyobb nyomaték helyén lévő keresztmetszetek közötti távolság fele



A nyírófeszültség meghatározásánál vizsgált tartószakasz hossza:

Nyomott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 26{,}5^0$
Húzott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 38{,}6^0$

"T" keresztmetszet

Feltámaszkodási felület

Fejlemez

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x}$$

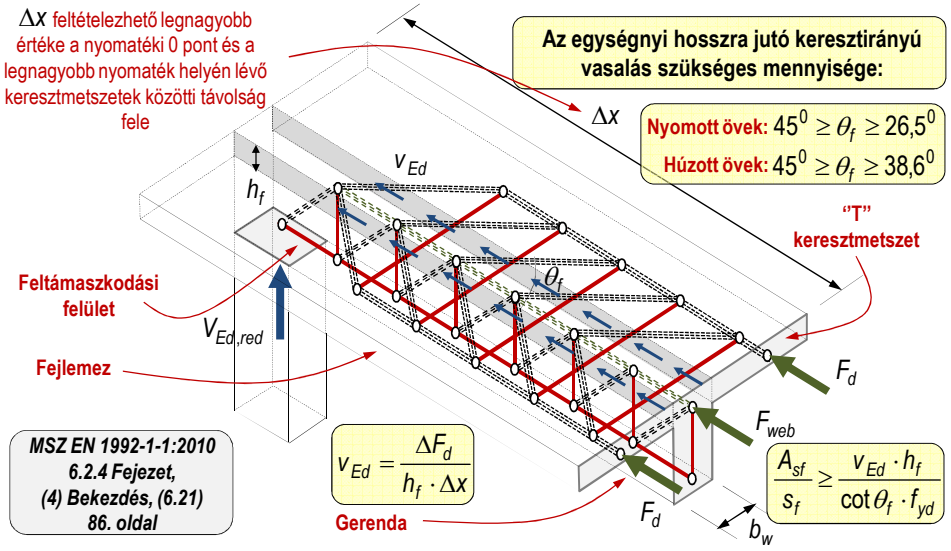
Gerenda

MSZ EN 1992-1-1:2010 6.2.4 Fejezet, (3) Bekezdés, 86. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

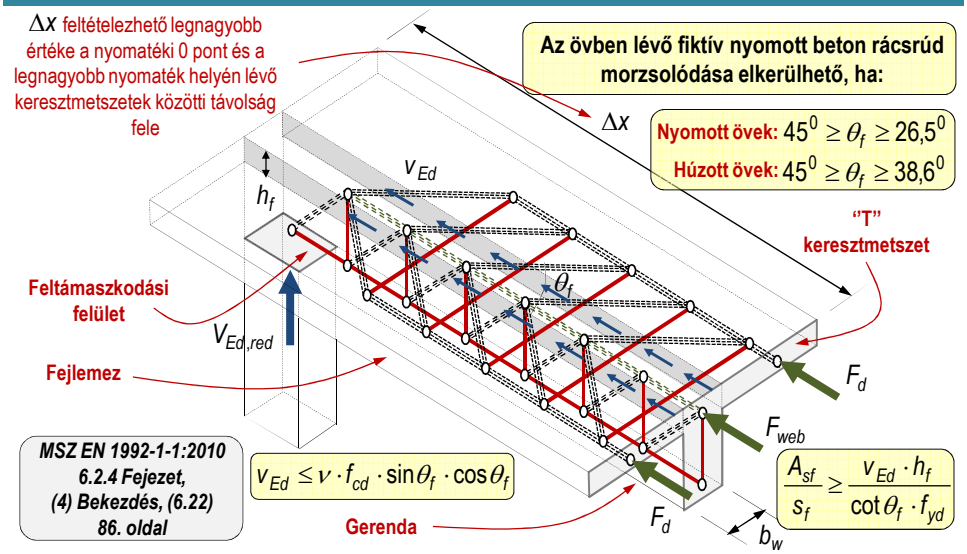
Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás



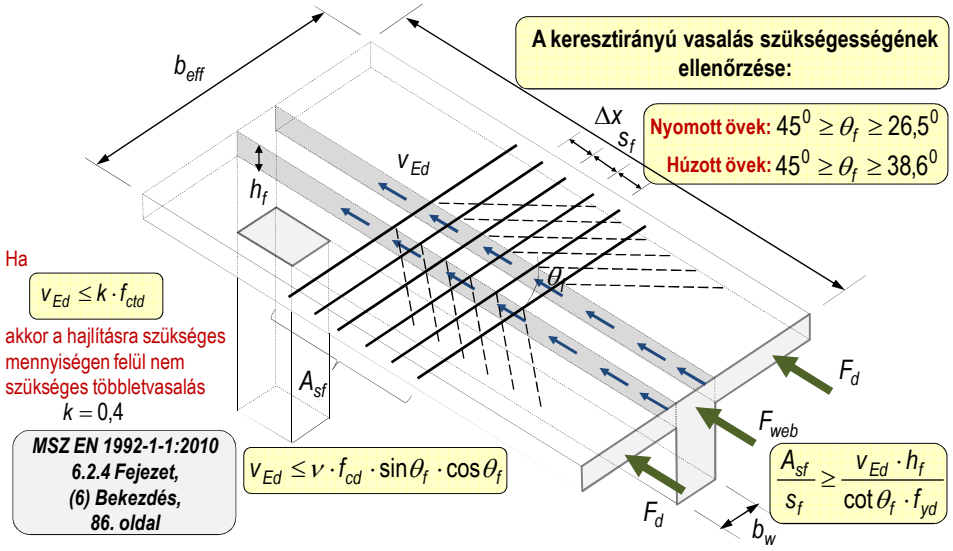
Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás



Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás



A keresztirányú vasalás szükségességének ellenőrzése:

Nyomott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 26{,}5^0$

Húzott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 38{,}6^0$

Ha

$$v_{Ed} \leq k \cdot f_{ctd}$$

akkor a hajlításra szükséges mennyiségen felül nem szükséges többletvasalás

$k = 0{,}4$

MSZ EN 1992-1-1:2010
6.2.4 Fejezet,
(6) Bekezdés,
86. oldal

$$v_{Ed} \leq \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin\theta_f \cdot \cos\theta_f$$

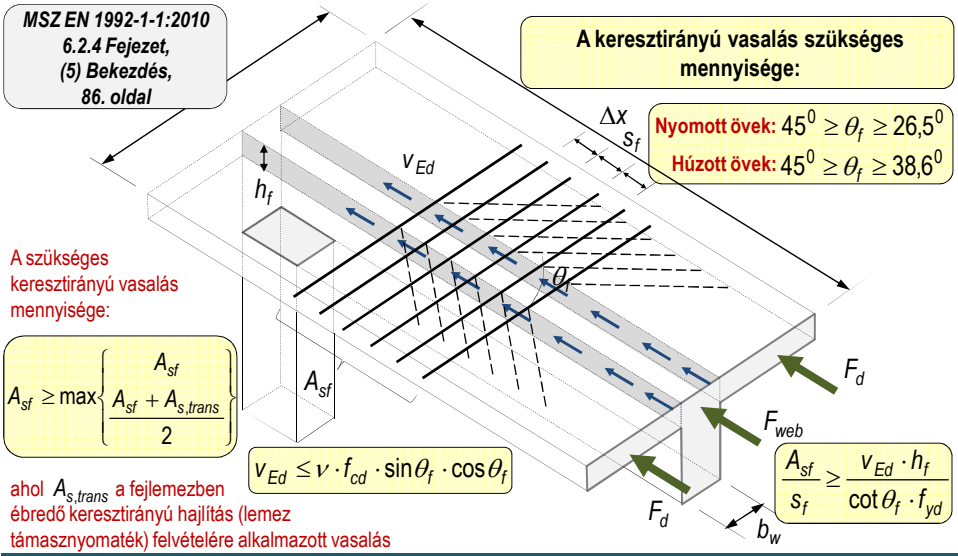
$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{\cot\theta_f \cdot f_{yd}}$$

Shear between web and flanges of RC "T" cross-section

A gerinc és az övek közötti nyírás

MSZ EN 1992-1-1:2010
6.2.4 Fejezet,
(5) Bekezdés,
86. oldal

A keresztirányú vasalás szükséges mennyisége:



Nyomott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 26{,}5^0$

Húzott övek: $45^0 \geq \theta_f \geq 38{,}6^0$

A szükséges keresztirányú vasalás mennyisége:

$$A_{sf} \geq \max\left\{ \begin{array}{c} A_{sf} \\ \dfrac{A_{sf} + A_{s,trans}}{2} \end{array} \right.$$

ahol $A_{s,trans}$ a fejlemezben ébredő keresztirányú hajlítás (lemez támasznyomaték) felvételére alkalmazott vasalás

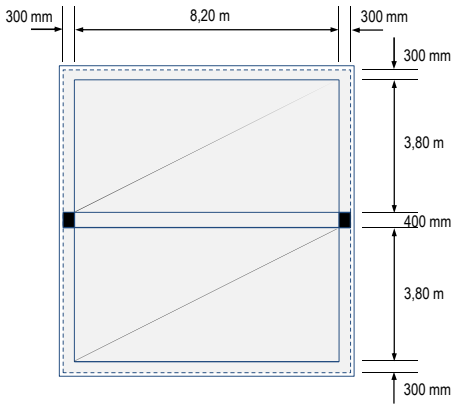
$$v_{Ed} \leq \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin\theta_f \cdot \cos\theta_f$$

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{\cot\theta_f \cdot f_{yd}}$$

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Feladat-meghatározás:



Tervezzük meg a vázolt egy irányban teherviselő, szimmetrikus két nyílású, ***v* = 150 mm vtg.** monolit vasbeton lemez közbenső támaszát képező ***h* = 700 mm** teljes magasságú, b_w **= 400 mm** bordaszélességű fejlemezzel együtt dolgozó kéttámaszú monolit vasbeton gerendát! Az alkalmazható acélbetét bordás, **B500B** minőségű. A szerkezet betonszilárdsági osztályát az **X0v(H)** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály helyett a szerkezetileg indokolt **C30/37**-re vesszük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_{max} **= 24 mm**, az alkalmazott cement **CEM I 42,5 N** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S4**! A beton szabványos megnevezése:

C30/37 - X0v(H) - 24 - F3 - CEM I 42,5 N - MSZ 4798-1: 2004

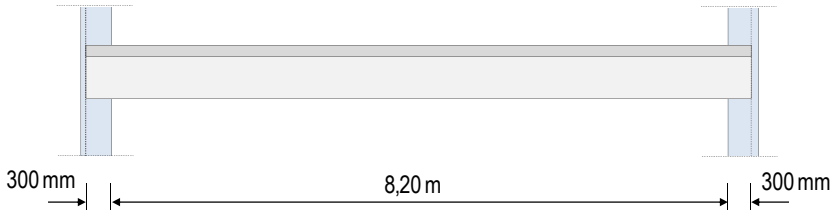
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

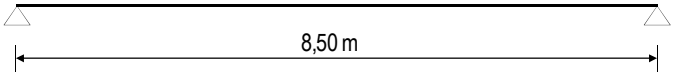
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Statikai váz felvétele:





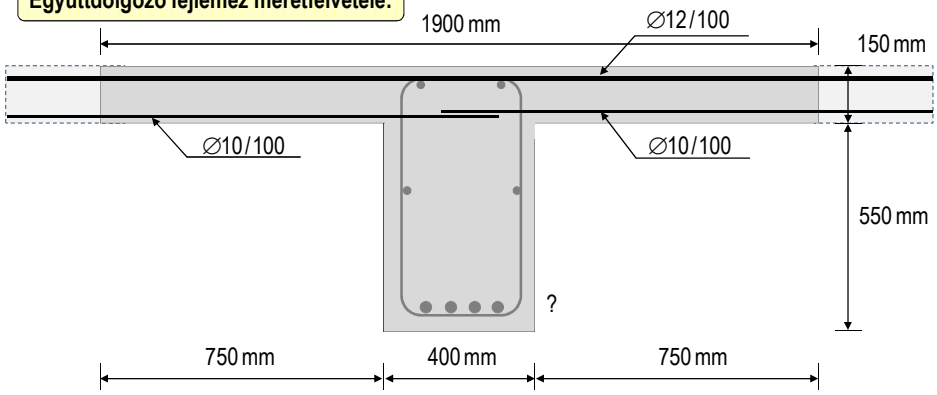
$$L = a_1 + f + a_2 = 8200 + 2 \cdot \min\left\{\begin{matrix}\frac{300}{2} = 150\,\text{mm} \\ \frac{700}{2} = 350\,\text{mm}\end{matrix}\right\} = 8500\,\text{mm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Együttdolgozó fejlemez méretfelvétele:



$$b_{eff,i} = 0{,}20 \cdot b_i + 0{,}10 \cdot L_0 = 0{,}20 \cdot \frac{3{,}80}{2} + 0{,}10 \cdot 8{,}50 = 1{,}23\,\text{m} \le 0{,}20 \cdot L_0 = 0{,}20 \cdot 8{,}50 = 1{,}70\,\text{m} \rightarrow b_{eff,i} = 1{,}20\,\text{m}$$

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w = 2 \cdot 1{,}20 + 0{,}40 = 2{,}80\,\text{m} > b_i = \frac{3{,}80}{2} = 1{,}90\,\text{m} \rightarrow b_{eff} = 1{,}90\,\text{m}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Anyagjellemzők:

A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke: $f_{ck} = 30\,\text{N/mm}^2$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke: $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{30}{1{,}5} = 20\,\text{N/mm}^2$

A beton húzószilárdságának tervezési értéke: $f_{ctd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{2{,}00}{1{,}5} = 1{,}33\,\text{N/mm}^2$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke: $f_{yk} = 500\,\text{N/mm}^2$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke: $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,\text{N/mm}^2$

A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása: $\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175‰ \quad \varepsilon_{su} = 50‰$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Geometria:

A keresztmetszet teljes magassága: $h = 700\ \text{mm}$

A keresztmetszet bordaszélessége: $b_w = 400\ \text{mm}$

A keresztmetszet fejlemez szélessége: $b_{eff} = 1900\ \text{mm}$

A fejlemez vastagsága: $v = 150\ \text{mm}$

Alkalmazott legnagyobb fővas átmérő: $\varnothing = ?$

Alkalmazott kengyelek átmérője: $\varnothing_s = 8\ \text{mm}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Geometria:

Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához: $C_{\min,b} = \varnothing = ?\ \ (\text{max. } 25\ \text{mm})$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt: $C_{\min,dur} = 10\ \text{mm}$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás: $\Delta C_{dev} = 10\ \text{mm}$

A betonfedés minimális értéke (Ø25 feltételezésével):

$$C_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} C_{\min,b} = 25\ \text{mm} \\ C_{\min,dur} = 10\ \text{mm} \\ 10\ \text{mm} \end{matrix}\right\} = 25\ \text{mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke: $C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 25 + 10 = 35\ \text{mm}$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Terhek és hatások:

A **födém** állandó terhének karakterisztikus értéke: $g_k = 7{,}00\ \text{kN/m}^2$

A **födém** hasznos terhének karakterisztikus értéke: $q_k = 3{,}00\ \text{kN/m}^2$

A **gerenda** állandó terhének karakterisztikus értéke:

$$g_k = 1{,}25 \cdot t \cdot g_k + \gamma_c \cdot b_w \cdot h_w = 1{,}25 \cdot 4{,}15 \cdot 7{,}00 + 25 \cdot 0{,}40 \cdot 0{,}55 = 41{,}80\ \text{kN/m}$$

A **gerenda** hasznos terhének karakterisztikus értéke:

$$q_k = 1{,}25 \cdot t \cdot q_k = 1{,}25 \cdot 4{,}15 \cdot 3{,}00 = 15{,}60\ \text{kN/m}$$

A **gerenda** terhének tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes tervezési helyzet**):

$$p_{Ed} = \gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k = 1{,}35 \cdot 41{,}80 + 1{,}50 \cdot 15{,}60 = 79{,}80\ \text{kN/m}$$

A **gerenda** terhének tervezési értéke (**SLS, kvázi állandó hatáskombináció, index:perm**):

$$p_{d,perm} = g_k + \psi_2 \cdot q_k = 41{,}80 + 0{,}30 \cdot 15{,}60 = 46{,}50\ \text{kN/m}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Igénybevételek tervezési értékei:

A **gerenda** pozitív hajlító nyomatékának tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$+M_{Ed} = \frac{p_{Ed} \cdot L^2}{8} = \frac{79{,}80 \cdot 8{,}50^2}{8} = +721\ \text{kNm}$$

A **gerenda** negatív hajlító nyomatékának tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$-M_{Ed} = 0{,}15 \cdot +M_{Ed} = 0{,}15 \cdot 721 = -108\ \text{kNm}$$

A **gerenda** nyíróerejének tervezési értéke támasznál (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$V_{Ed} = \frac{p_{Ed} \cdot L}{2} = \frac{79{,}80 \cdot 8{,}50}{2} = 339\ \text{kN}$$

A **gerenda** nyíróerejének tervezési értéke mezőközépen (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$V_{Ed} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot p_{Ed} - \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot g_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(79{,}80 - 41{,}80) \cdot 8{,}50}{2} = 41\ \text{kN}$$

A **gerenda** pozitív hajlítónyomatékának tervezési értéke (**SLS, kvázi állandó hatáskombináció**):

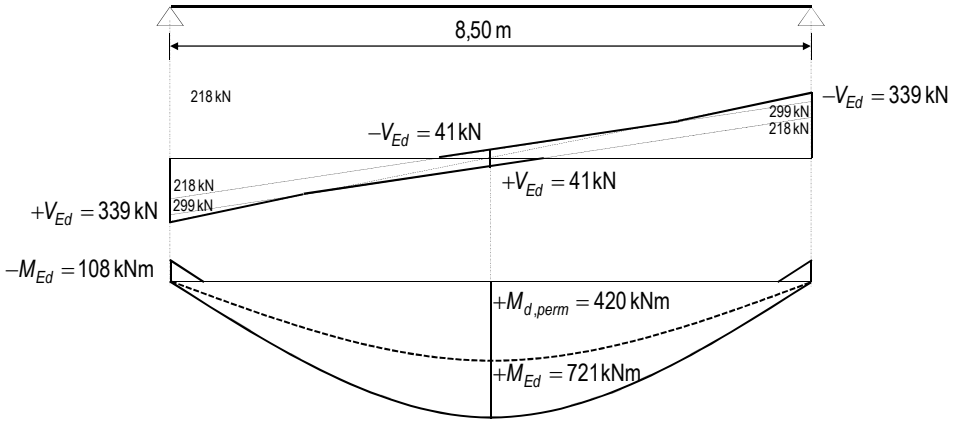
$$+M_{d,perm} = \frac{46{,}50 \cdot 8{,}50^2}{8} = +420\ \text{kNm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Igénybevételek tervezési értékei:



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Tervezés hajlításra:

Fejlemezes gerenda tervezése hajlításra														
Hely	M_{Ed} [kNm]	h [mm]	b_{eff}/b_w [mm]	d [mm]	x [mm]	x_0 [mm]	$A_{s,requ}$ [mm²]	$A_{s,prov}$ [mm²]	$A_{s,min}$ [mm²]	d_{eff} [mm]	x_u [mm]	ξ	M_{Rd} [kNm]	M_{Ed}/M_{Rd} [%]
AB mező	**721**	700	1900 / 400	630	30,8	292	2691	**6Ø25** 2946	388	644	33,7	0,05	**803**	**90%**
A , B támasz	**-108**				21,8	-	401	**4Ø12** 452	393	647	24,6	0,04	**125**	**87%**

$$d \approx 0{,}8 \cdot h \sim 0{,}9 \cdot h \qquad x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{Ed}}{b_w \cdot f_{cd}}} \qquad x_0 = \xi_0 \cdot d \qquad A_{s,requ} = \frac{b_{eff} \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad A_{s,prov} \geq A_{s,requ} \qquad x_u = \frac{A_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b_{eff} \cdot f_{cd}}$$

$$A_{s,\min} = \max\left\{\begin{matrix} 0{,}26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d_{eff} \\ 0{,}0013 \cdot b_t \cdot d_{eff} \end{matrix}\right\} \qquad M_{Rd} = b_{eff} \cdot x_u \cdot f_{cd} \cdot \left(d_{eff} - \frac{x_u}{2}\right) \qquad \xi = \frac{x_u}{d_{eff}} \qquad \varepsilon_s = \varepsilon_{cu3} \cdot \frac{d - 1{,}25 \cdot x}{1{,}25 \cdot x}$$

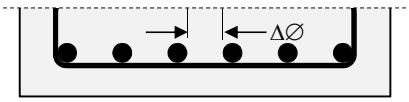
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Tervezés hajlításra:

Az acélbetétek elhelyezésének ellenőrzése:



$$\Delta\varnothing = \frac{b_w - (2\cdot C_{nom} + 2\cdot \varnothing_s + n\cdot\varnothing)}{n-1} = \frac{400-(2\cdot 35+2\cdot 8+6\cdot 25)}{6-1} = 32{,}80\ \text{mm}$$

$$\Delta\varnothing_{min} = \max\begin{Bmatrix} k_1\cdot\varnothing = 1\cdot 25 = 25\ \text{mm} \\ d_g + k_2 = 24+5 = 29\ \text{mm} \\ 20\ \text{mm}\end{Bmatrix} = 29\ \text{mm} < 32{,}80\ \text{mm}$$

Tehát a 6Ø25 elfér egy sorban!

A fenti összefüggésben szereplő paraméterek értékei ajánlás szerint egységesen $k_1 = 1$, $k_2 = 5\,\text{mm}$, továbbá: $d_g = d_{max}$ azaz az alkalmazott adalékanyag legnagyobb névleges szemnagysága.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

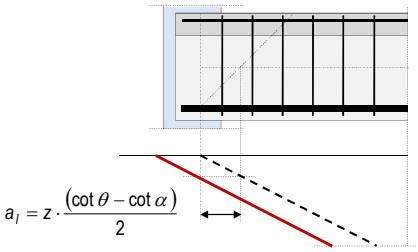
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasvezetés kialakítása:

A nyírási vasalás síkja a tartó tengelyére merőleges $\alpha = 90^0$, a nyomott beton rácsrúd hajlásszöge $\theta = 45^0$, így a nyomatéki ábra eltolásának mértéke:



$$a_l = z\cdot\frac{(\cot\theta-\cot\alpha)}{2} = 0{,}9\cdot d\cdot\frac{(\cot\theta-\cot\alpha)}{2} = 0{,}9\cdot d\cdot\frac{(\cot 45^0-\cot 90^0)}{2} = 0{,}45\cdot d \approx 290\ \text{mm}$$

A gerenda tervezése során alkalmazott acélbetétek tapadó szilárdságának tervezési értékei

kedvező tapadási viszonyok esetén: $f_{bd} = 2{,}25\cdot\eta_1\cdot\eta_2\cdot f_{ctd} = 2{,}25\cdot 1\cdot 1\cdot 1{,}33 = 3{,}00\ \text{N/mm}^2$

kedvezőtlen tapadási viszonyok esetén: $f_{bd} = 2{,}25\cdot\eta_1\cdot\eta_2\cdot f_{ctd} = 2{,}25\cdot 0{,}7\cdot 1\cdot 1{,}33 = 2{,}10\ \text{N/mm}^2$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasvezetés kialakítása:

A húzott acélbetétek szükséges lehorgonyzási hosszai (100%-os kihasználtság esetén):

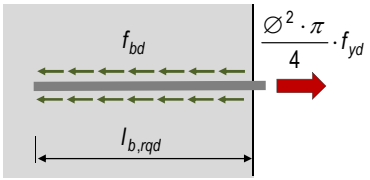
$$l_{b,rqd,\varnothing 25} = \frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{25}{4}\cdot\frac{435}{3{,}00} \approx 910\ \text{mm}$$

(kedvező tapadási viszonyok)

$$l_{b,rqd,\varnothing 12} = \frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{12}{4}\cdot\frac{435}{2{,}10} \approx 630\ \text{mm}$$

(kedvezőtlen tapadási viszonyok)

A húzott acélbetétek elhagyási keresztmetszeteiben szükséges túlnyújtási hosszak a már nem kihasznált betétek ($\sigma_{sd}/f_{yd} = 0$) esetén a minimális lehorgonyzási hosszakkal azonosak:



$$l_{b,\min,\varnothing 12} = \max\begin{Bmatrix}0{,}3\cdot l_{b,rqd}\\ 10\cdot\varnothing\\ 100\ \text{mm}\end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix}0\\ 120\ \text{mm}\\ 100\ \text{mm}\end{Bmatrix} = 120\ \text{mm}$$

$$l_{b,\min,\varnothing 25} = \max\begin{Bmatrix}0{,}3\cdot l_{b,rqd}\\ 10\cdot\varnothing\\ 100\ \text{mm}\end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix}0\\ 250\ \text{mm}\\ 100\ \text{mm}\end{Bmatrix} = 250\ \text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

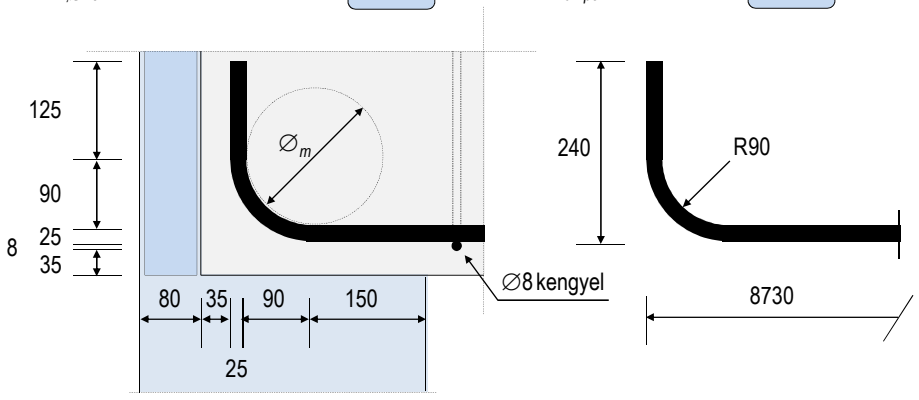
1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasvezetés kialakítása:

Alsó acélbetétek minimális merőleges kampó méretei (merőleges kampó alkalmazása esetén):

$$\varnothing_{m,\varnothing 25} \geq 7\cdot\varnothing \geq 7\cdot 25 \geq 175\ \text{mm} \rightarrow 180\ \text{mm}$$

$$l_{kampó} \geq 5\cdot\varnothing \geq 5\cdot 25 \geq 125\ \text{mm}$$



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

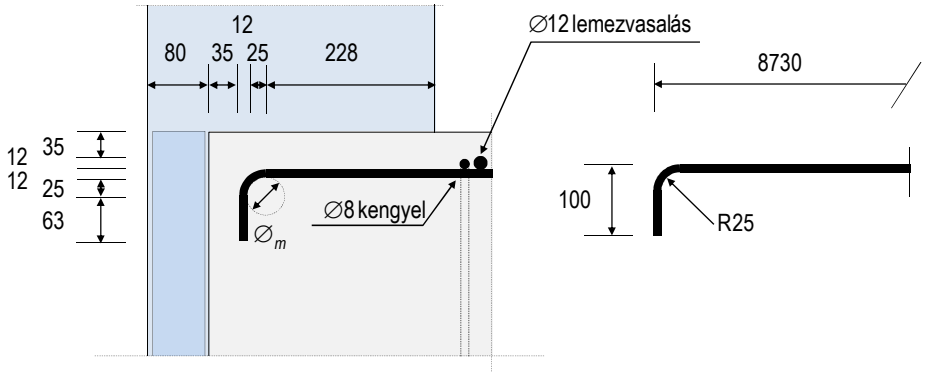
Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasvezetés kialakítása:

Felső acélbetétek minimális merőleges kampó méretei (merőleges kampó alkalmazása esetén):

$\varnothing_{m,\varnothing 12} \geq 4 \cdot \varnothing \geq 4 \cdot 12 \geq 48\,\text{mm} \rightarrow 50\,\text{mm}$ $\quad l_{kampó} \geq 5 \cdot \varnothing \geq 5 \cdot 12 \geq 60 \rightarrow 63\,\text{mm}$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasvezetés kialakítása:

Felső acélbetétek méretei (hurkos kialakítás esetén):

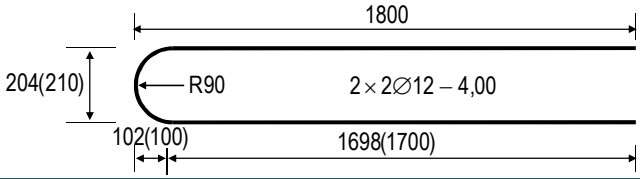
hurok belső hajlítási átmérője az acélbetétek lokális folyásának elkerülése érdekében:

$$\varnothing_{m,\varnothing 12} \geq 4 \cdot \varnothing \geq 4 \cdot 12 \geq 48\,\text{mm} \rightarrow 50\,\text{mm}$$

hurok belső hajlítási átmérője a beton morzsolódásának elkerülése érdekében:

$$\varnothing_{m,\varnothing 12} \geq \frac{F_{bt}}{f_{cd}} \cdot \left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2 \cdot \varnothing} \right) \geq \frac{A_s \cdot f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left(\frac{1}{C_{nom} + \varnothing_s + \varnothing/2} + \frac{1}{2 \cdot \varnothing} \right)$$

$$\varnothing_{m,\varnothing 12} \geq \frac{113 \cdot 435}{20} \cdot \left(\frac{1}{35 + 8 + 12/2} + \frac{1}{2 \cdot 12} \right) \geq 152 \rightarrow 180\,\text{mm}$$



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasvezetés kialakítása:

Alsó acélbetétek lehorgonyzását biztosító hurok méretei (támaszvonalig 2Ø25 elvezetve):

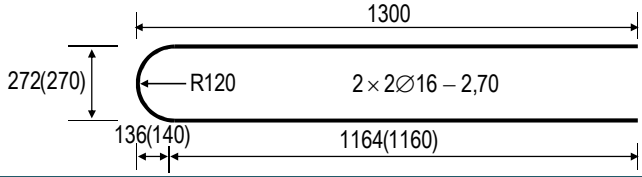
hurok belső hajlítási átmérője az acélbetétek lokális folyásának elkerülése érdekében:

$$\varnothing_{m,\varnothing 16} \geq 4 \cdot \varnothing \geq 4 \cdot 16 \geq 64\,\text{mm} \rightarrow 80\,\text{mm}$$

hurok belső hajlítási átmérője a beton morzsolódásának elkerülése érdekében:

$$\varnothing_{m,\varnothing 16} \geq \frac{F_{bt}}{f_{cd}} \cdot \left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2 \cdot \varnothing} \right) \geq \frac{A_s \cdot f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left(\frac{1}{C_{nom} + \varnothing_s + \varnothing/2} + \frac{1}{2 \cdot \varnothing} \right)$$

$$\varnothing_{m,\varnothing 16} \geq \frac{201 \cdot 435}{20} \cdot \left(\frac{1}{35 + 8 + 16/2} + \frac{1}{2 \cdot 16} \right) \geq 223 \rightarrow 240\,\text{mm}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasvezetés kialakítása:

Alsó acélbetétek lehorgonyzásának ellenőrzése (közelítő vizsgálat):

az acélbetétekben ébredő kihúzóerő nagysága:

$$F_E = V_{Ed} \cdot \frac{a_l}{z} \approx V_{Ed} \cdot \frac{0{,}45 \cdot d}{0{,}9 \cdot d} \approx 0{,}5 \cdot V_{Ed} \approx 0{,}5 \cdot 339 \approx 170\,\text{kN}$$

az acélbetétekben ébredő feszültség:

$$\sigma_s \approx \frac{F_E}{A_{s,6\varnothing 25}} = \frac{170 \cdot 10^3}{6 \cdot 491} = 58\,\text{N/mm}^2$$

4Ø25 esetén: $\sigma_{s,4\varnothing 25} \approx 87\,\text{N/mm}^2$

2Ø25 esetén: $\sigma_{s,2\varnothing 25} \approx 174\,\text{N/mm}^2$

a húzóerő betonra történő átadódásához szükséges lehorgonyzási hossz:

$$l_{b,\varnothing 25} = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{\sigma_s}{f_{bd}} = \frac{25}{4} \cdot \frac{58}{3{,}00} = 121\,\text{mm}$$

4Ø25 esetén: $l_{b,\varnothing 25} \approx 182\,\text{mm}$

2Ø25 esetén: $l_{b,\varnothing 25} \approx 363\,\text{mm}$

az acélbetét feltámaszkodásra eső hosszával való összehasonlítás:

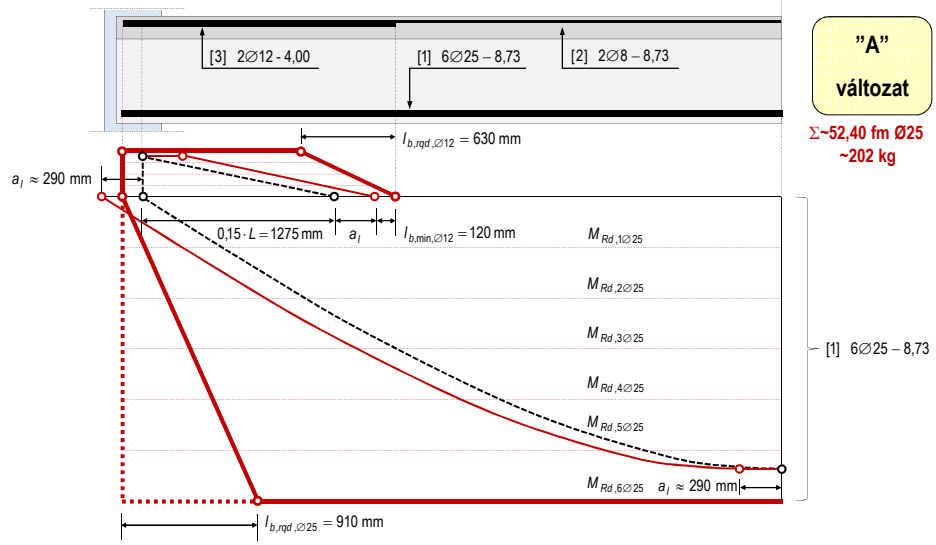
$$l_{b,\varnothing 25} = 121\,\text{mm} < 265\,\text{mm}$$

A 6Ø25 lehorgonyzása megfelelő!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

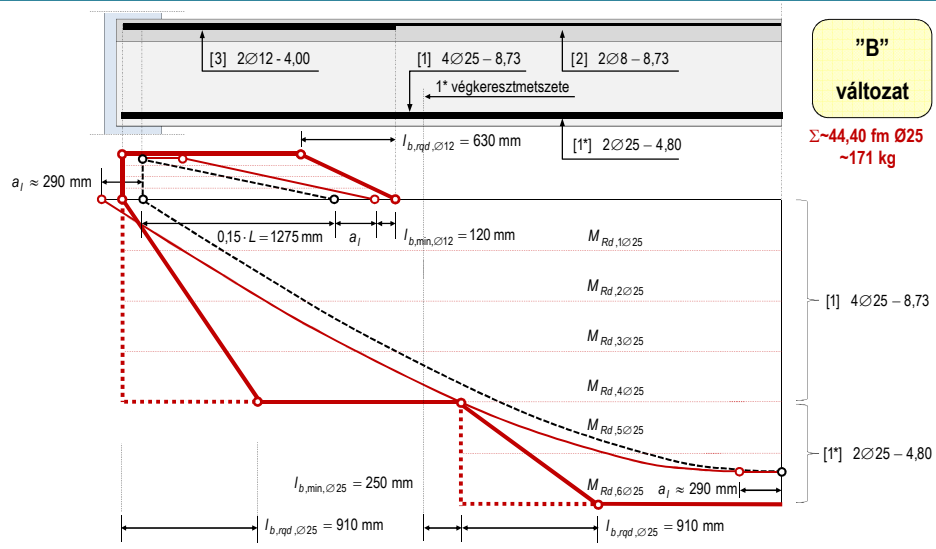


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

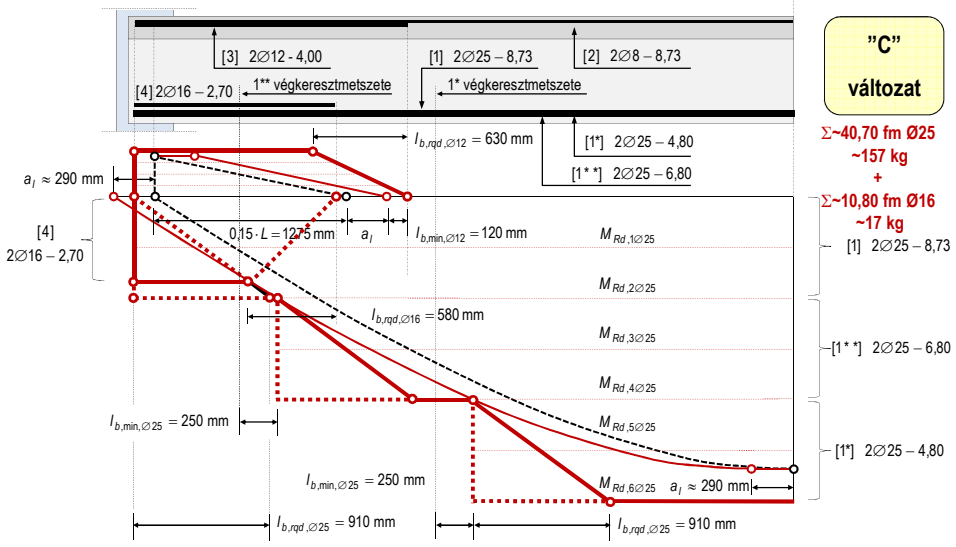
1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



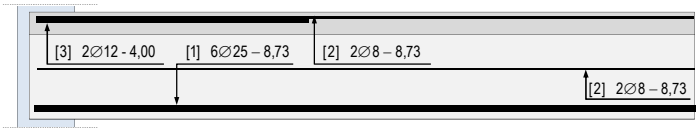
"C" változat

Σ~40,70 fm Ø25
~157 kg
+
Σ~10,80 fm Ø16
~17 kg

[1] 2∅25 – 8,73
[1**] 2∅25 – 6,80
[1*] 2∅25 – 4,80

Example 1: Design of RC "T" cross-section

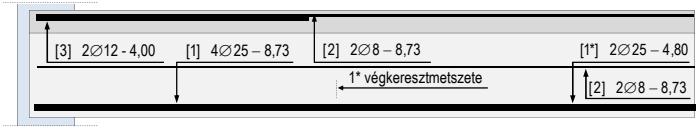
1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



"A" változat

Σ ~231 kg

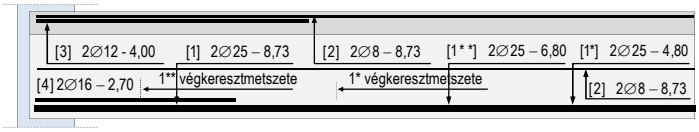
[1] 6Ø25 – 8,73 m – Σ 52,40 fm ≈ 202 kg
[3] 4Ø12 – 4,00 m – Σ 16,00 fm ≈ 15 kg
[2] 4Ø8 – 8,73 m – Σ 35,00 fm ≈ 14 kg



"B" változat

Σ ~201 kg

[1] 4Ø25 – 8,73 m – Σ 35,00 fm ≈ 135 kg
[3] 4Ø12 – 4,00 m – Σ 16,00 fm ≈ 15 kg
[2] 4Ø8 – 8,73 m – Σ 35,00 fm ≈ 14 kg
[1*] 2Ø25 – 4,80 m – Σ 9,60 fm ≈ 37 kg



"C" változat

Σ ~197 kg

[1] 2Ø25 – 8,73 m – Σ 17,50 fm ≈ 68 kg
[3] 4Ø12 – 4,00 m – Σ 16,00 fm ≈ 15 kg
[1**] 2Ø25 – 6,80 m – Σ 13,60 fm ≈ 53 kg
[2] 4Ø8 – 8,73 m – Σ 35,00 fm ≈ 7 kg
[4] 4Ø16 – 2,70 m – Σ 10,80 fm ≈ 17 kg
[1*] 2Ø25 – 4,80 m – Σ 9,60 fm ≈ 37 kg

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Tervezés nyírásra: "a" változat – nyíróerő felvétele csak kengyelekkel

Fejlemezes gerenda tervezése nyírásra

Hely	V_{Ed} [kN]	$V_{Ed,red}$ [kN]	b_w [mm]	d [mm]	k	ρ_l [‰]	v_{min}	$V_{Rd,c}$ [kN]	ν_1	$V_{Rd,max}$ [kN]	s [mm]	$V_{Rd,s}$ [kN]	Kengyel
A , B támasz	**339**	**276**	400	644	1,56	11,43 7,62 3,81	0,374	**157** **136** **108**	0,528	**1101**	150 200 250	**336** **252** **100**	**2×Ø8/150** **2×Ø8/200** **Ø8/250**

$$V_{Rd,c} = \max\left\{\begin{array}{c}\left[\, C_{Rd,c}\cdot k\cdot(100\cdot\rho_l\cdot f_{ck})^{1/3} + k_1\cdot\sigma_{cp}\,\right]\cdot b_w\cdot d \\ \left(v_{min} + k_1\cdot\sigma_{cp}\right)\cdot b_w\cdot d\end{array}\right\} \qquad C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_C} \qquad k = \min\left\{\begin{array}{c}1+\sqrt{\frac{200}{d}} \\ 2{,}0\end{array}\right\} \qquad \rho_l = \min\left\{\begin{array}{c}\frac{A_{sl}}{b_w\cdot d} \\ 20\,‰\end{array}\right\}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \le 0{,}2\cdot f_{cd} \qquad v_{min} = 0{,}035\cdot k^{3/2}\cdot f_{ck}^{1/2} \qquad V_{Rd,max} = \alpha_{cw}\cdot b_w\cdot z\cdot\nu_1\cdot f_{cd}\cdot\frac{\cot\theta+\cot\alpha}{1+\cot^2\theta} \qquad \alpha_{cw} = 1 \qquad \nu_1 = 0{,}6\cdot\left[1-\frac{f_{ck}}{250}\right]$$

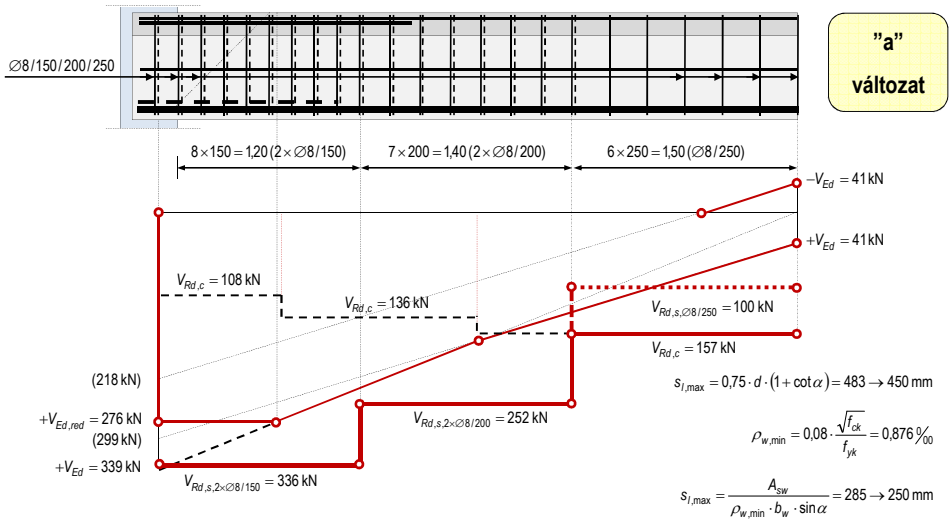
$$1{,}0 < \cot\theta \le 2{,}5 \qquad V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s}\cdot z\cdot f_{ywd}\cdot\frac{\cot\theta+\cot\alpha}{\sin\alpha} \qquad z = 0{,}9\cdot d \qquad \rho_{w,min} = 0{,}08\cdot\frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \qquad \rho_w = \frac{A_{sw}}{s\cdot b_w\cdot\sin\alpha} \ge \rho_{w,min}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

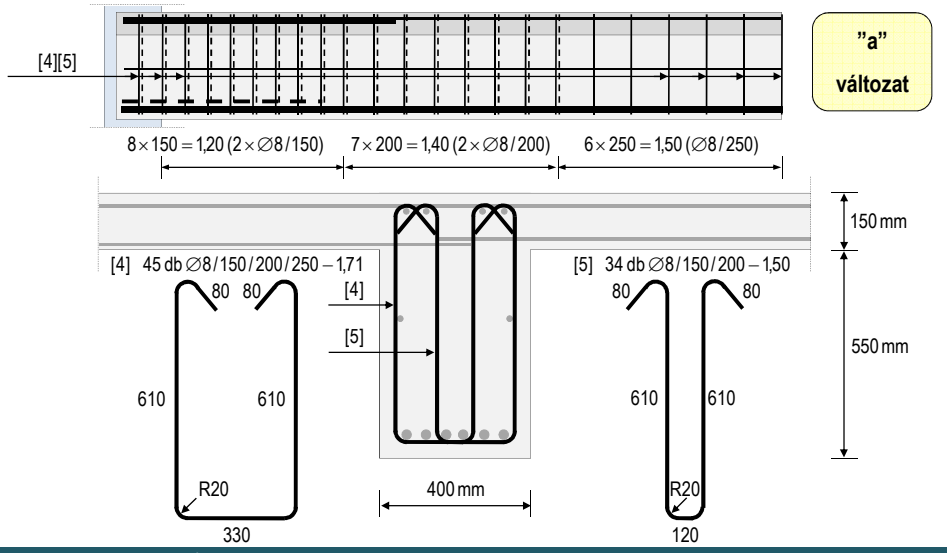
1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Tervezés nyírásra: "b" változat – nyíróerő felvétele kengyelekkel és felhajlított acélbetétekkel

Fejlemezes gerenda tervezése nyírásra													
Hely	V_{Ed} [kN]	$V_{Ed,red}$ [kN]	b_w [mm]	d [mm]	k	ρ_l [‰]	v_{min}	$V_{Rd,c}$ [kN]	v_1	$V_{Rd,max}$ [kN]	s [mm]	$V_{Rd,s}$ [kN]	Felhajlított acélbetét vagy Kengyel
A , B támasz	**339**	**276**	400	644	1,56	11,43 7,62 3,81	0,374	**157** **136** **108**	0,528	**1101**	794 644 100 250	**50** **62** **252** **100**	**Ø12** **Ø12** **Ø8/100** **Ø8/250**

$1{,}0 < \cot\theta \le 2{,}5$ $\quad V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{\sin\alpha}$ $\quad z = 0{,}9 \cdot d$ $\quad \rho_{w,\min} = 0{,}08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$ $\quad \rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin\alpha} \ge \rho_{w,\min}$

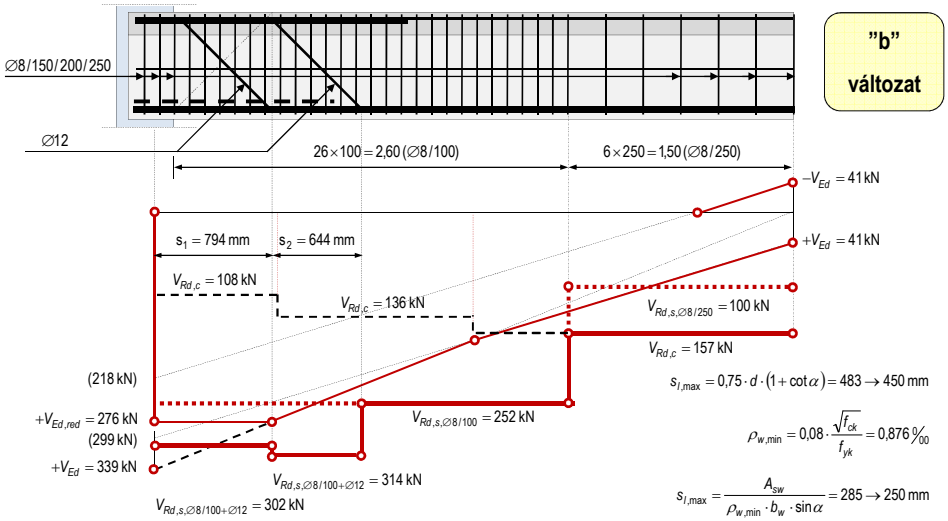
$$V_{Rd,si} = 0{,}9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s_i} \cdot \sqrt{2} \qquad s_1 = a + d = \frac{300}{2} + 644 = 794\,\text{mm}$$

$$s_{2\ldots i} = d = 644\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

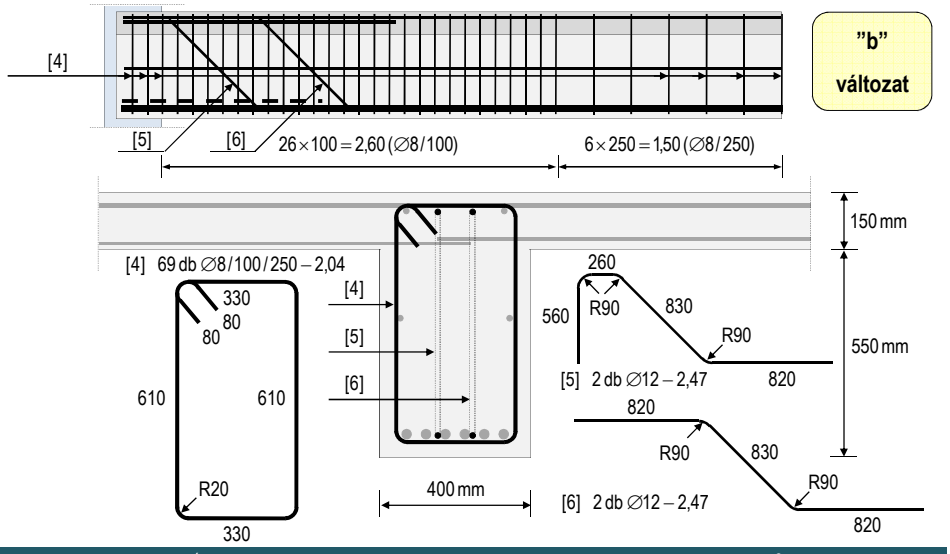


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az öv és a gerinc közötti nyírás vizsgálata:

Az övekben és a gerincben keletkező normálerő:

$$F_d = x_u \cdot \frac{b_{eff} - b_w}{2} \cdot f_{cd} = 33{,}70 \cdot \frac{1900 - 400}{2} \cdot 20 = 505{,}50\ \text{kN}$$

$$F_{web} = x_u \cdot b_w \cdot f_{cd} = 33{,}70 \cdot 400 \cdot 20 = 269{,}60\ \text{kN}$$

Az öv és a gerinc között fellépő nyíróerő:

$$\Delta F_d = F_d - F_{web} = 505{,}50 - 269{,}50 = 236\ \text{kN}$$

Az öv és a gerinc között számítható nyírófeszültség:

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x} = \frac{236 \cdot 10^3}{150 \cdot 0{,}25 \cdot 8500} = 0{,}74\ \text{N/mm}^2$$

A rácsmodell fiktív nyomott beton rácsrúdjának tengellyel bezárt szöge ($45^0 \geq \theta_f \geq 26{,}5^0$):

$$\theta_f = 45^0 \rightarrow \cot\theta_f = 1 \qquad \theta_f = 26{,}5^0 \rightarrow \cot\theta_f = 2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az öv és a gerinc közötti nyírás vizsgálata:

A keresztirányú vasalás szükségességének ellenőrzése:

$$v_{Ed} \leq k \cdot f_{ctd} \qquad v_{Ed} = 0{,}74\ \text{N/mm}^2 > k \cdot f_{ctd} = 0{,}4 \cdot 1{,}33 = 0{,}53\ \text{N/mm}^2$$

Tehát az övek és a borda közötti nyírás felvételéhez többlet keresztirányú vasalás szükséges!

Az egységnyi hosszra jutó keresztirányú vasalás szükséges mennyisége:

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{\cot\theta_f \cdot f_{yd}}$$

$$\cot\theta_f = 1 \rightarrow \frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{0{,}74 \cdot 150}{1 \cdot 435} = 0{,}256\ \text{mm}^2/\text{mm} \rightarrow 256\ \text{mm}^2/\text{m}$$

$$\cot\theta_f = 2 \rightarrow \frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{0{,}74 \cdot 150}{2 \cdot 435} = 0{,}128\ \text{mm}^2/\text{mm} \rightarrow 128\ \text{mm}^2/\text{m}$$

A ferde nyomott beton rácsrúd teherbírásának ellenőrzése:

$$v_{Ed} \leq \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin\theta_f \cdot \cos\theta_f$$

$$\cot\theta_f = 1 \rightarrow 0{,}74\ \text{N/mm}^2 \leq 0{,}528 \cdot 20 \cdot 0{,}707 \cdot 0{,}707 = 5{,}28\ \text{N/mm}^2$$

$$\cot\theta_f = 2 \rightarrow 0{,}74\ \text{N/mm}^2 \leq 0{,}528 \cdot 20 \cdot 0{,}446 \cdot 0{,}895 = 4{,}22\ \text{N/mm}^2$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az öv és a gerinc közötti nyírás vizsgálata:

A szükséges keresztirányú vasalás mennyisége, kialakítása, ellenőrzése:

$\cot\theta_f = 1 \rightarrow$

$$A_{sf} \geq \max\left\{\begin{array}{l} \dfrac{A_{sf}}{s_f} \geq 256\,\text{mm}^2/\text{m} \\ \dfrac{A_{sf}+A_{s,trans}}{2} \geq \dfrac{256+1130}{2} = 694\,\text{mm}^2/\text{m} \end{array}\right\} = 694\,\text{mm}^2/\text{m} \rightarrow \varnothing 10/110\,(714\,\text{mm}^2/\text{m})$$

$\cot\theta_f = 2 \rightarrow$

$$A_{sf} \geq \max\left\{\begin{array}{l} \dfrac{A_{sf}}{s_f} \geq 128\,\text{mm}^2/\text{m} \\ \dfrac{A_{sf}+A_{s,trans}}{2} \geq \dfrac{128+1130}{2} = 629\,\text{mm}^2/\text{m} \end{array}\right\} = 629\,\text{mm}^2/\text{m} \rightarrow \varnothing 10/120\,(654\,\text{mm}^2/\text{m})$$

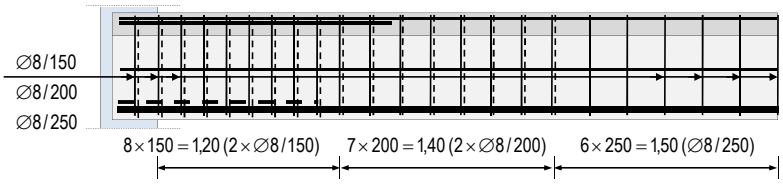
Tehát a fejlemez keresztirányú hajlítása alapján meghatározott vasaláson (Ø12/100, 1130 mm²/m) felül az övek és a borda közötti nyírás felvételére legalább Ø10/120, 654 mm²/m) erősségű keresztirányú vasalás alkalmazása szükséges, vagy a keresztirányú hajlítás felvételére szolgáló vasalást legalább e két vasmennyiség összege alapján kell kialakítani, pl.: Ø16/100 (2010 mm²/m)!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

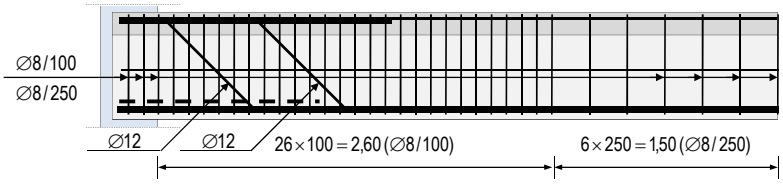
1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



"a" változat

Σ ~51 kg

[4] 45 db Ø8/150/200/250 – 1,71 m – Σ 77,00 fm ≈ 31 kg
[5] 34 db Ø8/150/200 – 1,50 m – Σ 51,00 fm ≈ 20 kg



"b" változat

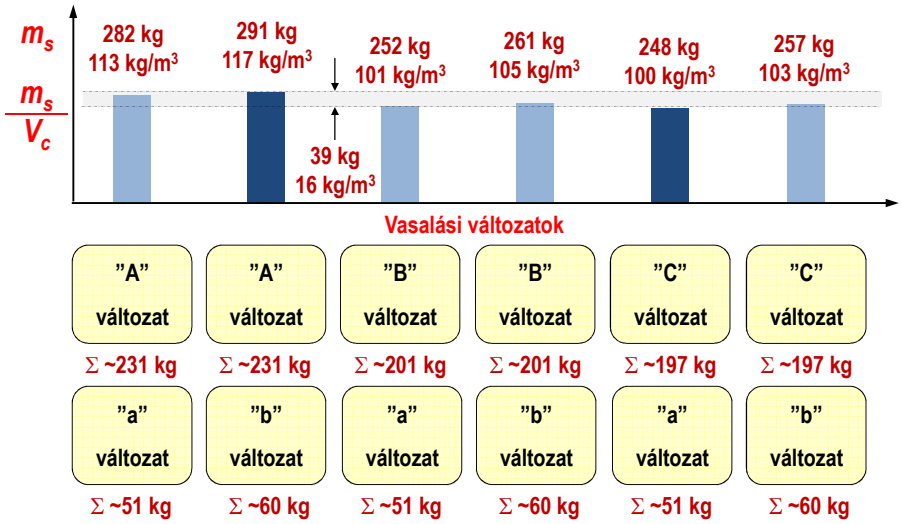
Σ ~60 kg

[4] 69 db Ø8/100/250 – 2,04 m – Σ 140,80 fm ≈ 56 kg
[5] 2 db Ø12 – 2,44 m – Σ 4,90 fm ≈ 2 kg
[6] 2 db Ø12 – 2,44 m – Σ 4,90 fm ≈ 2 kg

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



www.ebawe.de

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



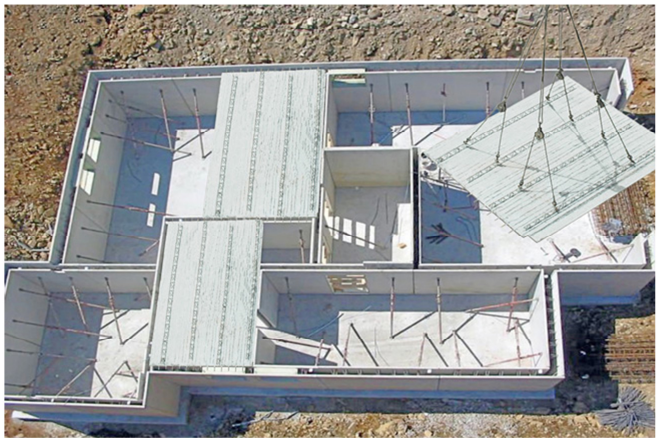
www.ebawe.de

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



www.emfil.com

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



www.emfil.com

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

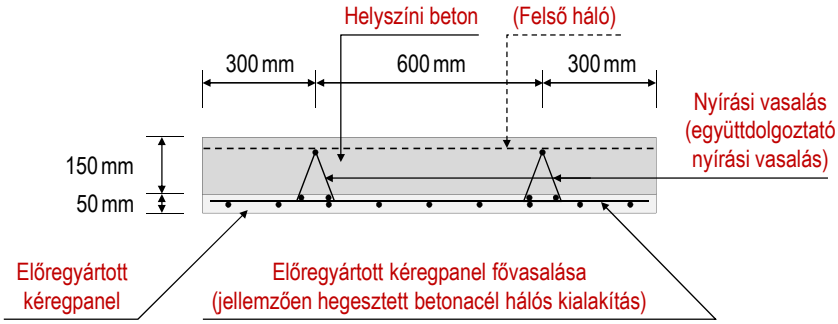


www.emfil.com

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



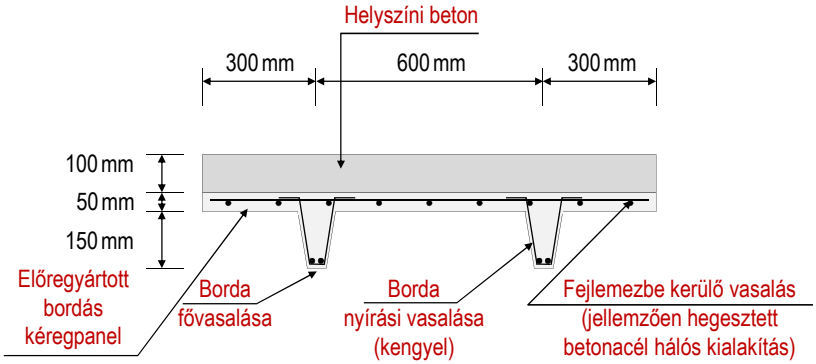
Az eltérő korú betonfelületek közötti hajlításból származó nyírófeszültségek felvételét a betonfelületek közötti tapadás és a nyírási vasalás együttesen biztosítja!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



Az eltérő korú betonfelületek közötti hajlításból származó nyírófeszültségek felvételét a betonfelületek közötti tapadás biztosítja!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



www.prestasi-concrete.com

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



www.prestasi-concrete.com

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



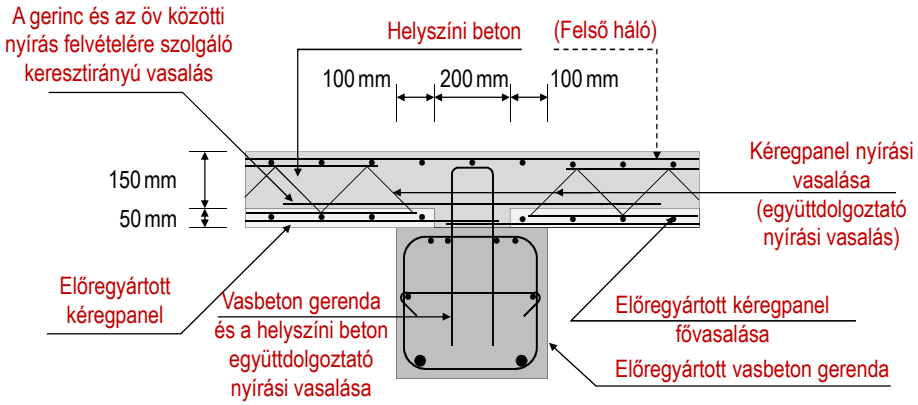
www.prestasi-concrete.com

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

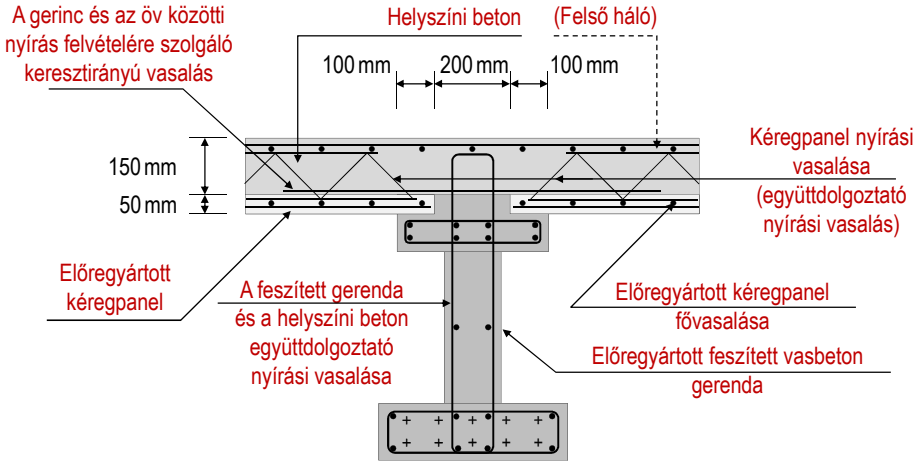


Az eltérő korú betonfelületek közötti hajlításból származó nyírófeszültségek felvételét a betonfelületek közötti tapadás és a nyírási vasalás együttesen biztosítja!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



Az eltérő korú betonfelületek közötti hajlításból származó nyírófeszültségek felvételét a betonfelületek közötti tapadás és a nyírási vasalás együttesen biztosítja!

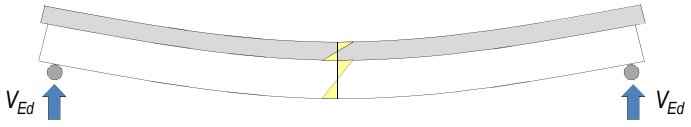
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

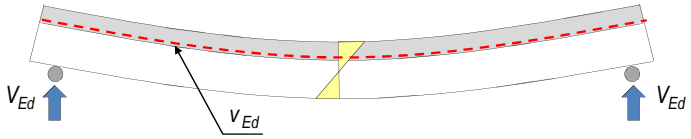
Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

Különböző időpontban betonozott **nem együttdolgozó** felületek közötti relatív eltolódás



Különböző időpontban betonozott **együttdolgozó** felületek közötti nyírás (csúsztató feszültségek)



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

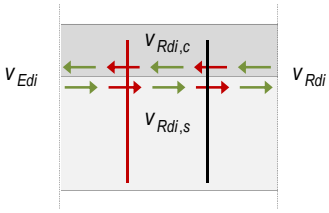
$$v_{Edi} \le v_{Rdi}$$

$$v_{Edi} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{z \cdot b_i} \le v_{Rdi} = v_{Rdi,c} + v_{Rdi,s} \le v_{Rdi,max}$$

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírószilárdság

$$v_{Rdi,c} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n$$

A különböző időpontban betonozott, nyírási vasalást nem tartalmazó felületek közötti nyírószilárdság



$$v_{Rdi,s} = \frac{A_s}{A_i} \cdot f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin\alpha + \cos\alpha)$$

A különböző korban betonozott felületek közötti nyírási vasalás teherbírása

$$v_{Rdi,max} = 0{,}5 \cdot \nu \cdot f_{cd}$$

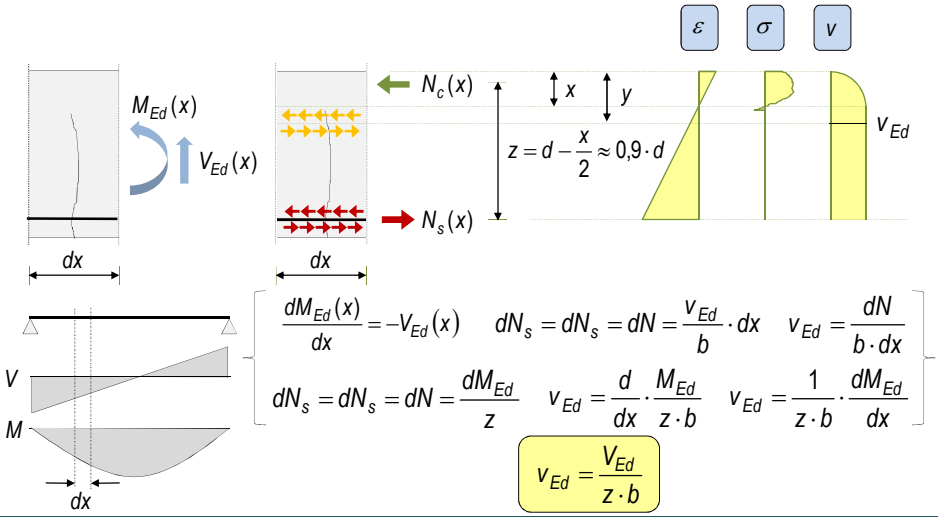
A különböző korban betonozott felületek közötti nyírószilárdság maximális értéke

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



$$\frac{dM_{Ed}(x)}{dx} = -V_{Ed}(x) \qquad dN_s = dN_s = dN = \frac{v_{Ed}}{b} \cdot dx \qquad v_{Ed} = \frac{dN}{b \cdot dx}$$

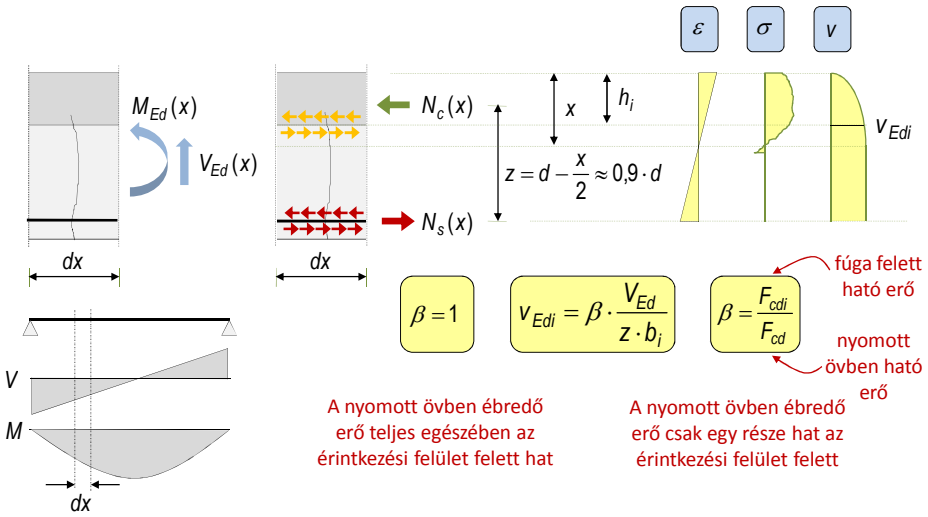
$$dN_s = dN_s = dN = \frac{dM_{Ed}}{z} \qquad v_{Ed} = \frac{d}{dx} \cdot \frac{M_{Ed}}{z \cdot b} \qquad v_{Ed} = \frac{1}{z \cdot b} \cdot \frac{dM_{Ed}}{dx}$$

$$v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot b}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

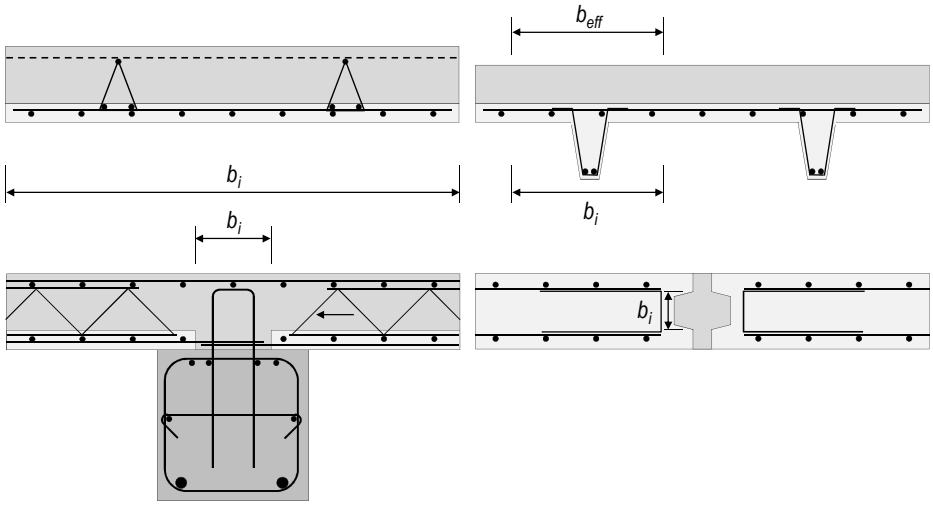


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

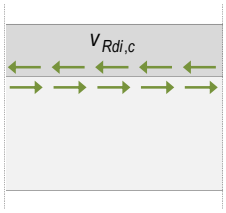
Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

$$v_{Edi} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{z \cdot b_i} \qquad v_{Edi} \le v_{Rdi}$$

$$v_{Rdi} = v_{Rdi,c} + v_{Rdi,s} \le v_{Rdi,max}$$

$$v_{Rdi,c} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n$$

A különböző időpontban betonozott, nyírási vasalást nem tartalmazó felületek közötti nyírószilárdság



c és μ a csatlakozási felület érdességétől függő tényezők

f_{ctd} a beton húzószilárdságának tervezési értéke

σ_n a csatlakozási felületre merőlegesen működő, a nyíróerővel egyidejű legkisebb külső normálerő által okozott, egységnyi felületre jutó feszültség, amely nyomás esetén pozitív és $\sigma_n < 0{,}6 \cdot f_{cd}$, húzás esetén pedig negatív. Ha a σ_n húzófeszültség, akkor a $c \cdot f_{ctd}$ értékét zérusra kell felvenni.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

$v_{Edi} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{z \cdot b_i}$ $v_{Edi} \le v_{Rdi}$ $v_{Rdi} = v_{Rdi,c} + v_{Rdi,s} \le v_{Rdi,max}$ $v_{Rdi,c} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n$

A különböző időpontban betonozott, nyírási vasalást nem tartalmazó felületek közötti nyírószilárdság

Felületi osztályok	c	μ
Nagyon sima acél-, műanyag- vagy különlegesen előkészített fasablon	0,025…0,10	0,50
Sima csúszózsaluval vagy sajtolóberendezéssel készített felület, továbbá a vibrálás után szabadon hagyott, további felületkezelés nélküli felület	0,20	0,60
Érdes Egymástól hozzávetőlegesen 40 mm távolságban lévő, legalább 3 mm mélységű bordákkal érdesített felület, mely gereblyézéssel, mosott felületként vagy ezzel egyenértékű felületi viselkedést biztosító egyéb módszerrel elkészített felület	0,40	0,70
Fogazott	0,50	0,90

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

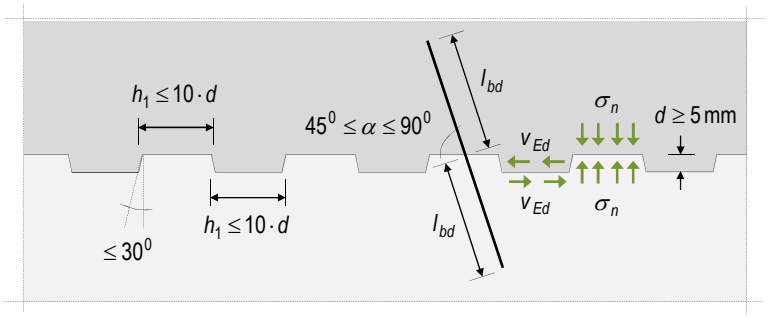
Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

$$v_{Edi} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{z \cdot b_i} \qquad v_{Edi} \le v_{Rdi}$$

$$v_{Rdi} = v_{Rdi,c} + v_{Rdi,s} \le v_{Rdi,\max}$$

$$v_{Rdi,c} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n$$

A különböző időpontban betonozott, nyírási vasalást nem tartalmazó felületek közötti nyírószilárdság



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

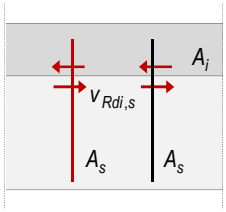
Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

$$v_{Edi} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{z \cdot b_i} \qquad v_{Edi} \le v_{Rdi}$$

$$v_{Rdi} = v_{Rdi,c} + v_{Rdi,s} \le v_{Rdi,\max}$$

$$v_{Rdi,s} = \frac{A_s}{A_i} \cdot f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin\alpha + \cos\alpha)$$

A különböző korban betonozott felületek közötti nyírási vasalás teherbírása



A_s a csatlakozási felületet keresztező, mindkét oldalon megfelelően lehorgonyzott vasalás, beleértve (ha van ilyen) a szokásos nyírási vasalást is

A_i a csatlakozási felület területe

α a csatlakozási felületet keresztező vasalás felülettel bezárt szöge, de $45^0 \le \alpha \le 90^0$

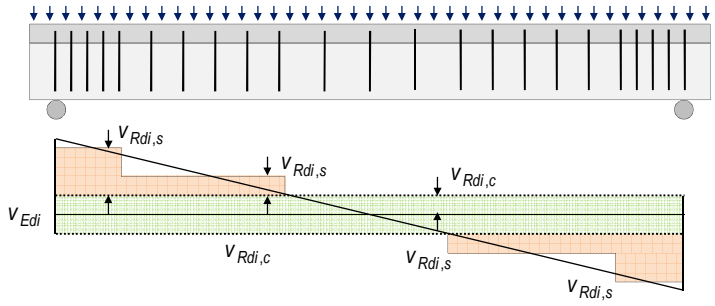
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Shear at the interface between concrete cast at different time

Különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás

$$v_{Edi} = \frac{\beta \cdot V_{Ed}}{z \cdot b_i} \qquad v_{Edi} \le v_{Rdi} \qquad v_{Rdi} = v_{Rdi,c} + v_{Rdi,s} \le v_{Rdi,max}$$

$$v_{Rdi,c} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n \qquad v_{Rdi,s} = \frac{A_s}{A_i} \cdot f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin\alpha + \cos\alpha)$$

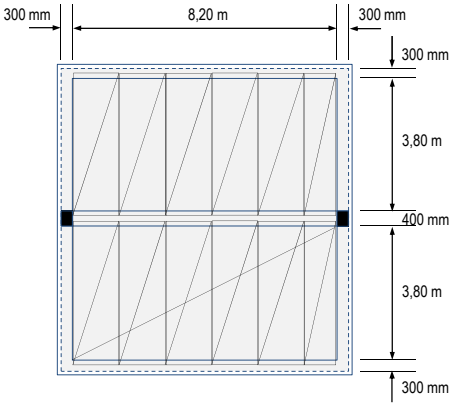


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Feladat-meghatározás:



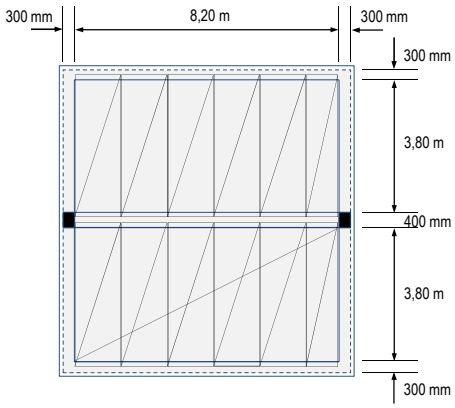
Tervezzük meg az **1. Feladatban** vázolt egy irányban teherviselő, szimmetrikus két nyílású, ***v* = 150 mm vtg.** födémlemezt **50 mm vtg** előre gyártott kéregpanel, ill. **100 mm vtg**. helyszíni felbeton alkalmazásával! A közbenső támaszt képező ***h* = 550 mm** teljes magasságú, b_w **= 400 mm** bordaszélességű előre gyártott vasbeton gerenda a kéregpanelokkal kialakított födémmel együtt dolgozik! Az alkalmazható acélbetét bordás, **B500A** minőségű. A szerkezet betonszilárdsági osztálya az **X0v(H)** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály helyett az előregyártott szerkezetek esetén **C30/37**, a helyszíni beton szerkezetek esetén **C20/25**!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Feladat-meghatározás:



A beton szabványos megnevezése:

előre gyártott szerkezet esetén:

C30/37 - X0v(H) - 24 - F3 - CEM I 42,5 N - MSZ 4798-1: 2004

helyszíni beton szerkezet esetén:

C20/25 - X0v(H) - 24 – F4 - CEM I 32,5 N - MSZ 4798-1: 2004

A betonacél szabványos jelölése:

B500A – MSZ EN 1992-1-1:2010

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Anyagjellemzők:

Az **előre gyártott** beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 30\ \text{N/mm}^2$$

Az **előre gyártott** beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_{C,red1}} = 1{,}0 \cdot \frac{30}{1{,}40} = 21{,}43\ \text{N/mm}^2$$

(az MSZ EN 1992-1-1:2010, A Melléklet, A2.1. Fejezet, 2. Bekezdés alapján, minőség-ellenőrzésen (előregyártás) és csökkentett tűréseken alapuló eljárás esetén a beton parciális biztonsági tényezőjének értéke csökkenthető)

Az **előre gyártott** beton húzószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{ctd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_{C,red1}} = 1{,}0 \cdot \frac{2{,}00}{1{,}40} = 1{,}43\ \text{N/mm}^2$$

(az MSZ EN 1992-1-1:2010, A Melléklet, A2.1. Fejezet, 2. Bekezdés alapján, minőség-ellenőrzésen (előregyártás) és csökkentett tűréseken alapuló eljárás esetén a beton parciális biztonsági tényezőjének értéke csökkenthető)

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Anyagjellemzők:

Az **előre gyártott** szerkezetekben alkalmazott betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\ \text{N/mm}^2$$

Az **előre gyártott** szerkezetekben alkalmazott betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_{S,red1}} = \frac{500}{1{,}10} = 454\ \text{N/mm}^2$$

(az MSZ EN 1992-1-1:2010, A Melléklet, A2.1. Fejezet, 1. Bekezdés alapján, minőség-ellenőrzésen (előregyártás) és csökkentett tűréseken alapuló eljárás esetén a betonacél parciális biztonsági tényezőjének értéke csökkenthető)

Az **előre gyártott** szerkezetekben alkalmazott betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{454}{200000} = 2{,}270\,‰ \qquad \varepsilon_{su} = 25\,‰$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Anyagjellemzők:

A **helyszíni beton** nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20\ \text{N/mm}^2$$

A **helyszíni beton** nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{20}{1{,}50} = 13{,}33\ \text{N/mm}^2$$

A **helyszíni beton** húzószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{ctd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{1{,}50}{1{,}50} = 1{,}00\ \text{N/mm}^2$$

A **helyszíni beton** szerkezetekben alkalmazott betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\ \text{N/mm}^2$$

A **helyszíni beton** szerkezetekben alkalmazott betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \text{N/mm}^2$$

Az **helyszíni beton** szerkezetekben alkalmazott betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

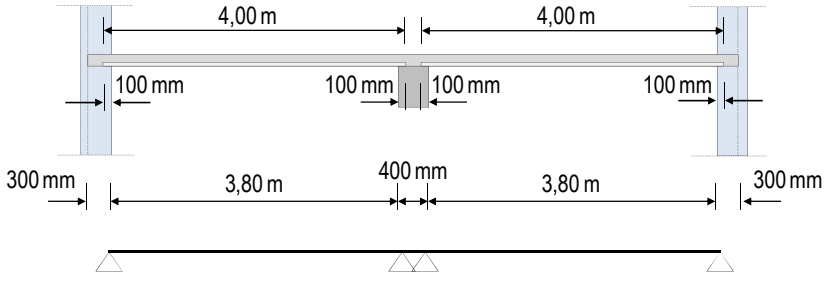
$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175\,‰ \qquad \boldsymbol{\varepsilon_{su} = 25\,‰}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanelos födém statikai váza:



$$L = a_1 + f + a_2 = 3800 + 2 \cdot \min\left\{\begin{matrix}\frac{150}{2} = 75\,\text{mm} \\ \frac{100}{2} = 50\,\text{mm}\end{matrix}\right\} = 3900\,\text{mm}$$

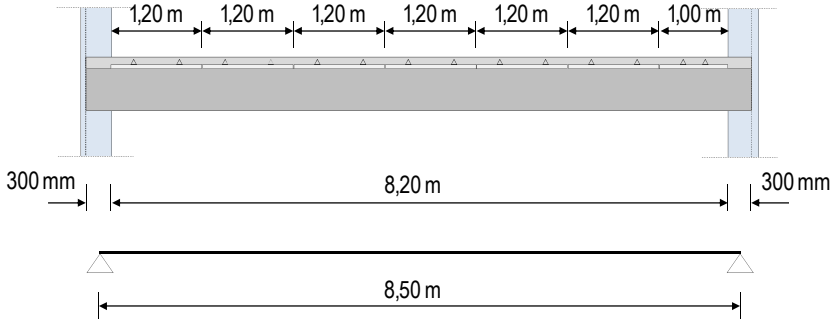
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előre gyártott gerenda statikai váza:



$$L = a_1 + f + a_2 = 8200 + 2 \cdot \min\left\{\begin{matrix}\frac{300}{2} = 150\,\text{mm} \\ \frac{700}{2} = 350\,\text{mm}\end{matrix}\right\} = 8500\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanelos födém geometriája:

A keresztmetszet teljes magassága: $h = 50 + 100 = 150\ \text{mm}$

A keresztmetszet szélessége (1db panelt méretezve): $b_w = 1200\ \text{mm}$

Alkalmazott legnagyobb fővas átmérő: $\varnothing = 12\ \text{mm}$
(mivel a fővasalás a kéregpanelbe kerül javasolt átmérők Ø10, Ø12, Ø14, max Ø16)

Minimális betonfedés kéregpanelon a kellő tapadás biztosításához: $C_{\min,b} = 12\ \text{mm}$

Minimális betonfedés kéregpanelon a környezeti hatások miatt: $C_{\min,dur} = 10\ \text{mm}$

A kötelező ráhagyás értéke kéregpanelon: $\Delta C_{dev} = 5\ \text{mm}$
(az MSZ EN 1992-1-1:2010 4.4.1.3 Fejezet, 3. Bekezdés alapján, mivel a szerkezet előre gyártott $10\ \text{mm} \geq \Delta C_{dev} \geq 5\ \text{mm}$)

A betonfedés előírt névleges értéke kéregpanelon: $C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 12 + 5 = 17 \rightarrow 20\ \text{mm}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előre gyártott gerenda geometriája:

A keresztmetszet teljes magassága: $h = 550 + 150 = 700\ \text{mm}$
(az előre gyártott vb. gerenda erőjátékában figyelembe vesszük a kéregpanel és a monolit felbeton hatását, mint fejlemezt alkotó szerkezeteket)

A keresztmetszet bordaszélessége: $b_w = 400\ \text{mm}$

A keresztmetszet fejlemez szélessége: $b_{eff} = 1900\ \text{mm}$
(az együttdolgozó fejlemez szélességét meghatároztuk az 1. Feladatban)

A fejlemez vastagsága: $v = 100\ \text{mm}$
(a fejlemez vastagsága egyenlő a monolit helyszíni beton vastagságával)

Alkalmazott legnagyobb fővas átmérő: $\varnothing 25$

Alkalmazott kengyelek átmérője: $\varnothing_s = 8\ \text{mm}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előre gyártott gerenda geometriája:

Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához: $C_{\min,b} = 25\,\text{mm}$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt: $C_{\min,dur} = 10\,\text{mm}$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás: $\Delta C_{dev} = 5\,\text{mm}$
(az MSZ EN 1992-1-1:2010 4.4.1.3 Fejezet, 3. Bekezdés alapján, mivel a szerkezet előre gyártott $10\,\text{mm} \geq \Delta C_{dev} \geq 5\,\text{mm}$)

A betonfedés minimális értéke
(Ø25 feltételezésével)

$$C_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} C_{\min,b} = 25\,\text{mm} \\ C_{\min,dur} = 10\,\text{mm} \\ 10\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 25\,\text{mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke: $C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 25 + 5 = 30\,\text{mm}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Terhek és hatások:

A **kéregpanelos födém** állandó terhének karakterisztikus értéke: $g_k = 7{,}00\,\text{kN/m}^2$

A **kéregpanelos födém** hasznos terhének karakterisztikus értéke: $q_k = 3{,}00\,\text{kN/m}^2$

A **kéregpanelos födém** terhének tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes tervezési helyzet**):

$$p_{Ed} = \gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k = 1{,}35 \cdot 7{,}00 + 1{,}50 \cdot 3{,}00 = 14{,}00\,\text{kN/m}^2$$

A **kéregpanelos födém** terhének tervezési értéke (**SLS, kvázi állandó hatáskombináció, index:perm**):

$$p_{d,perm} = g_k + \psi_2 \cdot q_k = 7{,}00 + 0{,}30 \cdot 3{,}00 = 7{,}90\,\text{kN/m}^2$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanelos födém igénybevételeinek tervezési értékei:

A **kéregpanelos födém** pozitív hajlító nyomatékának tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$-m = \frac{1}{16}\cdot\left(p_{Ed}\cdot L^2 + g_k\cdot L^2\right) = \frac{1}{16}\cdot\left(14{,}00\cdot 3{,}90^2 + 7{,}00\cdot 3{,}90^2\right) = -19{,}96\ \text{kNm/m}$$

$$v = \frac{p_{Ed}\cdot L}{2} + \frac{-m}{L} = \frac{14{,}00\cdot 3{,}90}{2} - \frac{19{,}96}{3{,}90} = 22{,}18\ \text{kN/m} \qquad t = \frac{v}{p_{Ed}} = \frac{22{,}18}{14{,}00} = 1{,}58\ \text{m}$$

$$+m_{Ed} = \frac{v\cdot t}{2} = \frac{22{,}18\cdot 1{,}58}{2} = +17{,}52\ \text{kNm/m}$$

A **kéregpanelos födém** negatív hajlító nyomatékainak tervezési értékei (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$-m_{Ed} = \frac{1}{8}\cdot p_{Ed}\cdot L^2 = \frac{14{,}00\cdot 3{,}90^2}{8} = -26{,}62\ \text{kNm/m}$$

$$-m = 0{,}15\cdot m_{Ed} = 0{,}15\cdot 17{,}52 = -1{,}75\ \text{kNm/m}$$

A **kéregpanelos födém** nyíróerejének tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$v_{Ed} = \frac{p_{Ed}\cdot L}{2} - \frac{-m_{Ed}}{L} = \frac{14{,}00\cdot 3{,}90}{2} + \frac{26{,}62}{3{,}90} = 34{,}12\ \text{kN/m}$$

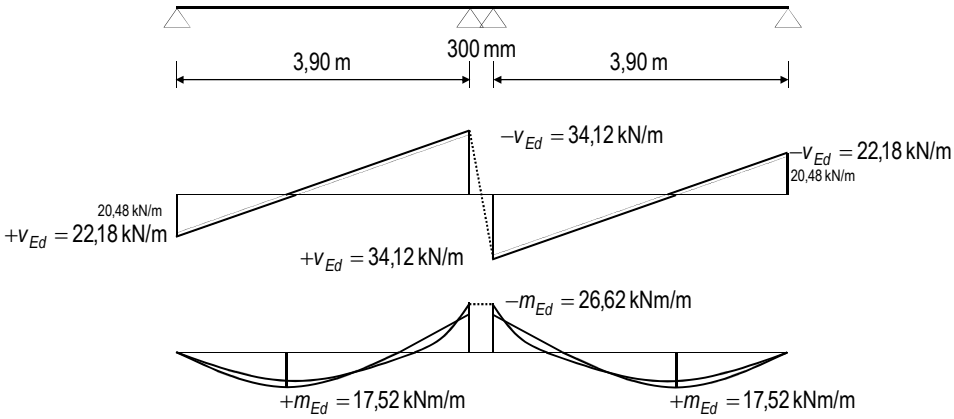
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanelos födém igénybevételeinek tervezési értékei:



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanelos födém tervezése hajlításra:

A kéregpanelos födém tervezése hajlításra

Hely	m_{Ed} [kNm/m]	h [mm]	b_w [mm]	d [mm]	x [mm]	x_0 [mm]	$a_{s,requ}$ [mm²/m]	$a_{s,prov}$ [mm²/m]	$a_{s,min}$ [mm²/m]	d_{eff} [mm]	x_u [mm]	ξ	m_{Rd} [kNm/m]	m_{Ed}/m_{Rd} [%]
ab, bc mező	**17,52**	150	1000	120	11,5	58,8	338	**Ø8/140** 359	164	126	12,2	0,096	**19,50**	**90%**
b támasz	**-26,62**				18,0		529	**Ø10/140** 560	163	125	19,1	0,153	**29,40**	**90%**
a , c támasz	**-1,75**				1,10		33	**Ø8/280** 180	164	126	6,13	0,049	**10,05**	**18%**

$$d \approx 0{,}8 \cdot h \sim 0{,}9 \cdot h \qquad x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot m_{Ed}}{b_w \cdot f_{cd}}} \qquad x_0 = \xi_0 \cdot d \qquad a_{s,requ} = \frac{b_w \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad a_{s,prov} \geq a_{s,requ} \qquad x_u = \frac{a_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b_w \cdot f_{cd}}$$

$$a_{s,\min} = \max\left\{\begin{matrix} 0{,}26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_w \cdot d_{eff} \\ 0{,}0013 \cdot b_w \cdot d_{eff} \end{matrix}\right\} \qquad m_{Rd} = b_w \cdot x_u \cdot f_{cd} \cdot \left(d_{eff} - \frac{x_u}{2}\right) \qquad \xi = \frac{x_u}{d_{eff}} \qquad \varepsilon_s = \varepsilon_{cu3} \cdot \frac{d - 1{,}25 \cdot x}{1{,}25 \cdot x}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanelos födém tervezése nyírásra:

A kéregpanelos födém tervezése nyírásra

Hely	v_{Ed} [kN/m]	$v_{Ed,red}$ [kN/m]	b_w [mm]	d [mm]	k	ρ_l [‰]	v_{min}	$V_{Rd,c}$ [kN/m]	v_1	$V_{Rd,max}$ [kN/m]	s [mm]	$V_{Rd,s}$ [kN/m]	Felhajlított acélbetét vagy kengyel
b támasz	**34,12**	**32,36**	1000	125	2,00	2,87	0,443	**53,70**	0,552	**828**	**A kéregpanelos födémben nyírási vasalás alkalmazása nem szükséges!**		

$$V_{Rd,c} = \max\left\{\begin{matrix} \left[\, C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \,\right] \cdot b_w \cdot d \\ (v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \end{matrix}\right\} \qquad C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_C} \qquad k = \min\left\{\begin{matrix} 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \\ 2{,}0 \end{matrix}\right\} \qquad \rho_l = \min\left\{\begin{matrix} \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \\ 20\,‰ \end{matrix}\right\}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0{,}2 \cdot f_{cd} \qquad v_{\min} = 0{,}035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \qquad V_{Rd,\max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \qquad \alpha_{cw} = 1 \qquad \nu_1 = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right]$$

$$1{,}0 < \cot\theta \leq 2{,}5 \qquad V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{\sin\alpha} \qquad z = 0{,}9 \cdot d \qquad \rho_{w,\min} = 0{,}08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \qquad \rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin\alpha} \geq \rho_{w,\min}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanel és a helyszíni beton együttdolgozásának vizsgálata:

A különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírófeszültség tervezési értékei:

A méretezett keresztmetszetekben a nyomott öv minden esetben a csatlakozási felület felett (mezőben), ill. alatt (támasz) helyezkedik el, így:

$$\beta = 1$$

$$v_{Edi,a,c} = \beta \cdot \frac{V_{Ed,a,c}}{z \cdot b_i} = 1{,}00 \cdot \frac{22{,}18 \cdot 10^3}{0{,}9 \cdot 126 \cdot 1000} = 0{,}196\ \text{N/mm}^2$$

$$v_{Edi,b} = \beta \cdot \frac{V_{Ed,b}}{z \cdot b_i} = 1{,}00 \cdot \frac{34{,}12 \cdot 10^3}{0{,}9 \cdot 125 \cdot 1000} = 0{,}303\ \text{N/mm}^2$$

A csatlakozási felületek érdességétől függő tényezők (érdes felületi osztály esetén):

$$c = 0{,}40 \qquad \mu = 0{,}70$$

A csatlakozási felületre merőlegesen működő, a nyíróerővel egyidejű legkisebb külső normálerő által okozott, egységnyi felületre jutó feszültség (a helyszíni felbeton önsúlyából számítva)

$$\sigma_n = 0{,}10 \cdot 24 = 0{,}0024\ \text{N/mm}^2$$

A különböző időpontban betonozott, nyírási vasalást nem tartalmazó felületek közötti nyírószilárdság

$$v_{Rdi,c} = c \cdot f_{ctd} + \mu \cdot \sigma_n = 0{,}40 \cdot 1{,}00 + 0{,}70 \cdot 0{,}0024 = 0{,}402\ \text{N/mm}^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

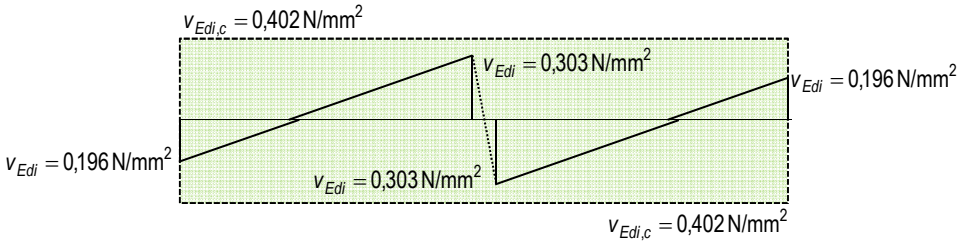
1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

A kéregpanel és a helyszíni beton együttdolgozásának vizsgálata:

Nyírófeszültségek ellenőrzése:

$$v_{Edi} = \max \begin{Bmatrix} v_{Edi,a,c} = 0{,}196\ \text{N/mm}^2 \\ v_{Edi,b} = 0{,}303\ \text{N/mm}^2 \end{Bmatrix} < v_{Rdi,c} = 0{,}402\ \text{N/mm}^2$$

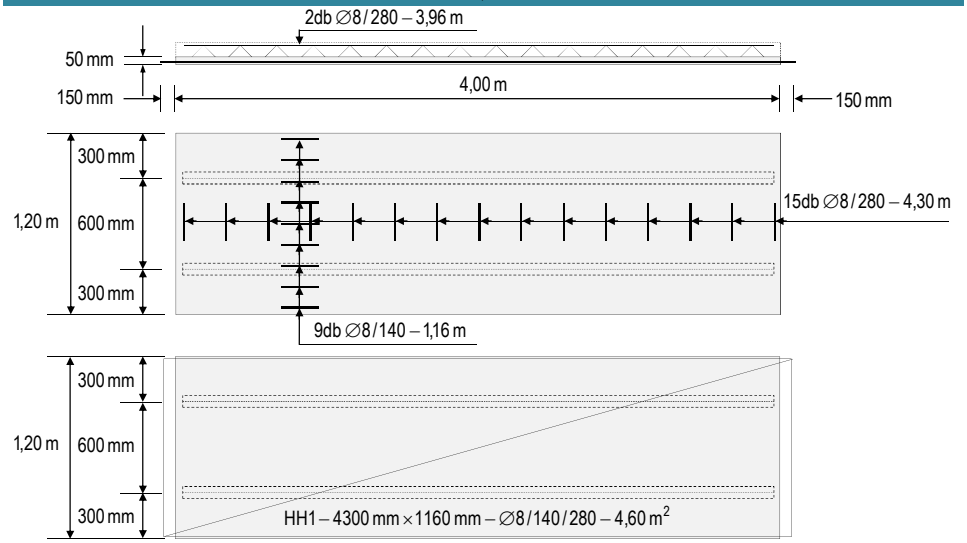
A csatlakozási felületen felületet keresztező nyírási vasalás alkalmazása nem szükséges!



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előre gyártott gerenda igénybevételeinek tervezési értékei:

A **gerenda** pozitív hajlító nyomatékának tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$+M_{Ed} = \frac{p_{Ed} \cdot L^2}{8} = \frac{79{,}80 \cdot 8{,}50^2}{8} = +721\,\text{kNm}$$

A **gerenda** negatív hajlító nyomatékának tervezési értéke (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$-M_{Ed} = 0{,}15 \cdot +M_{Ed} = 0{,}15 \cdot 721 = -108\,\text{kNm}$$

A **gerenda** nyíróerejének tervezési értéke támasznál (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$V_{Ed} = \frac{p_{Ed} \cdot L}{2} = \frac{79{,}80 \cdot 8{,}50}{2} = 339\,\text{kN}$$

A **gerenda** nyíróerejének tervezési értéke mezőközépen (**ULS, tartós és ideiglenes**):

$$V_{Ed} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot p_{Ed} - \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \cdot g_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(79{,}80 - 41{,}80) \cdot 8{,}50}{2} = 41\,\text{kN}$$

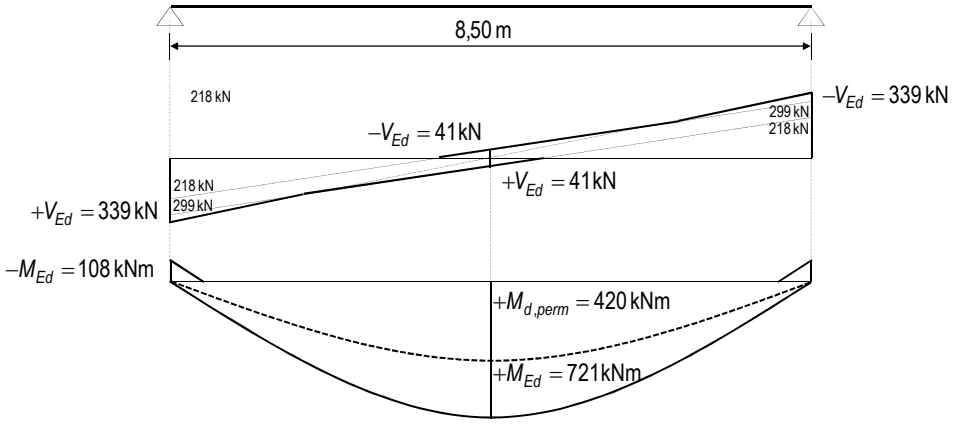
A **gerenda** pozitív hajlítónyomatékának tervezési értéke (**SLS, kvázi állandó hatáskombináció**):

$$+M_{d,perm} = \frac{46{,}50 \cdot 8{,}50^2}{8} = +420\,\text{kNm}$$

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előre gyártott gerenda igénybevételeinek tervezési értékei:



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előre gyártott gerenda tervezése hajlításra (együttdolgozó fejlemez figyelembe vételével) :

Az előre gyártott gerenda tervezése hajlításra (együttdolgozó fejlemez figyelembe vételével!!!)														
Hely	M_{Ed} [kNm]	h [mm]	b_{eff}/b_w [mm]	d [mm]	x [mm]	x_0 [mm]	$A_{s,requ}$ [mm²]	$A_{s,prov}$ [mm²]	$A_{s,min}$ [mm²]	d_{eff} [mm]	x_u [mm]	ξ	M_{Rd} [kNm]	M_{Ed}/M_{Rd} [%]
AB mező	**721**	700	1900 / 400	630	46,9	308	2617	**6Ø25** 2946	388	650	52,8	0,08	**833**	**87%**
A , B támasz	**-108**				21,8		401	**8Ø8*** 400	393	658	20,3	0,03	**112**	**96%**

Az előre gyártott gerenda vasalása megegyezik az 1. Feladatban szereplő gerenda vasalásával!

$$d \approx 0{,}8 \cdot h \sim 0{,}9 \cdot h \qquad x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{Ed}}{b_w \cdot f_{cd}}} \qquad x_0 = \xi_0 \cdot d \qquad A_{s,requ} = \frac{b_{eff} \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} \qquad A_{s,prov} \geq A_{s,requ} \qquad x_u = \frac{A_{s,prov} \cdot f_{yd}}{b_{eff} \cdot f_{cd}}$$

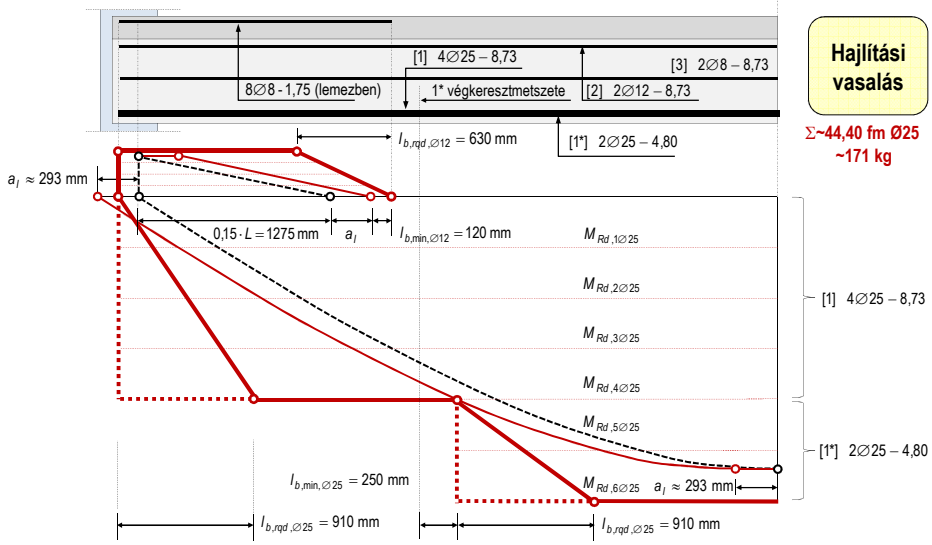
$$A_{s,min} = \max \left\{ \begin{matrix} 0{,}26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d_{eff} \\ 0{,}0013 \cdot b_t \cdot d_{eff} \end{matrix} \right\} \qquad M_{Rd} = b_{eff} \cdot x_u \cdot f_{cd} \cdot \left(d_{eff} - \frac{x_u}{2} \right) \qquad \xi = \frac{x_u}{d_{eff}} \qquad \varepsilon_s = \varepsilon_{cu3} \cdot \frac{d - 1{,}25 \cdot x}{1{,}25 \cdot x}$$

*A gerenda támaszok feletti vasalása a kéregpanelos födémlemez hegesztett betonacél hálós peremvasalásával együtt kerül kialakításra!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



Hajlítási vasalás

Σ~44,40 fm Ø25
~171 kg

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előre gyártott gerenda tervezése nyírásra (együttdolgoztató vasalás figyelembe vételével):

Az előre gyártott gerenda tervezése nyírásra (csak a gerenda keresztmetszetének figyelembe vételével!!!)

Hely	V_{Ed} [kN]	$V_{Ed,red}$ [kN]	b_w [mm]	d [mm]	k	ρ_l [‰]	v_{min}	$V_{Rd,c}$ [kN]	v_1	$V_{Rd,max}$ [kN]	s [mm]	$V_{Rd,s}$ [kN]	Nyírási vasalás
A , B támasz	**339**	**287**	400	500	1,63	14,73 9,82	0,399	**148** **129**	0,528	**2036**	650	**50**	**Ø12**
											500	**65**	**Ø12**
											150	**272**	**2×Ø8/150**
											200	**204**	**2×Ø8/200**

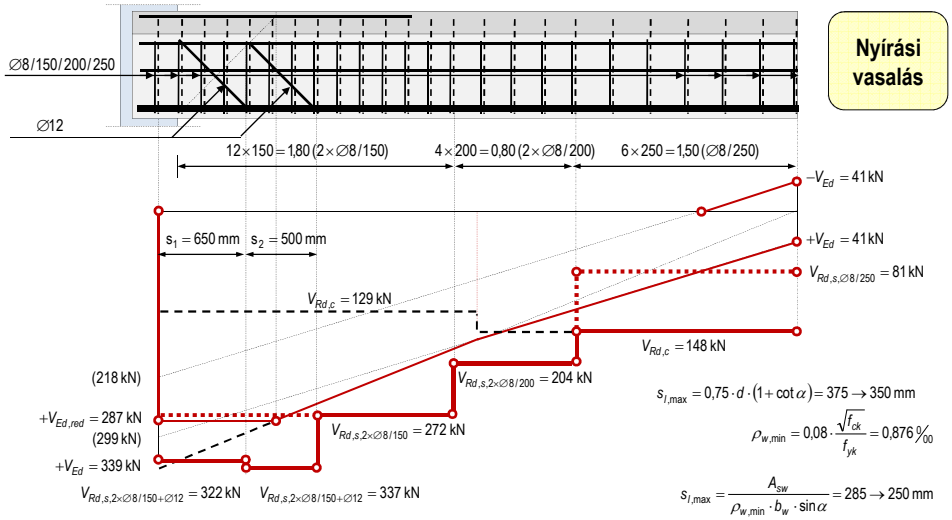
$$V_{Rd,c} = \max\left\{\begin{matrix}\left[\, C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \,\right] \cdot b_w \cdot d \\ (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d\end{matrix}\right\} \qquad C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_C} \qquad k = \min\left\{\begin{matrix}1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \\ 2{,}0\end{matrix}\right\} \qquad \rho_l = \min\left\{\begin{matrix}\frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \\ 20\,‰\end{matrix}\right\}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \le 0{,}2 \cdot f_{cd} \qquad v_{min} = 0{,}035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} \qquad V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \qquad \alpha_{cw} = 1 \qquad v_1 = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right]$$

$$1{,}0 < \cot\theta \le 2{,}5 \qquad V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{\sin\alpha} \qquad z = 0{,}9 \cdot d \qquad \rho_{w,min} = 0{,}08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \qquad \rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin\alpha} \ge \rho_{w,min}$$

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése



Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előregyártott gerenda és a helyszíni felbeton együttdolgozásának vizsgálata:

A különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírófeszültség tervezési értékei:

A méretezett keresztmetszetekben a nyomott öv minden esetben a csatlakozási felület felett helyezkedik el, így:

$$\beta = 1$$

$$v_{Edi} = \beta\cdot\frac{V_{Ed,red}}{z\cdot b_i} = 1,00\cdot\frac{287\cdot 10^3}{0,9\cdot 500\cdot 200} = 3,19\,\text{N/mm}^2$$

A csatlakozási felületek érdességétől függő tényezők (sima felületi osztály esetén):

$$c = 0,20 \qquad \mu = 0,60$$

A csatlakozási felületre merőlegesen működő, a nyíróerővel egyidejű legkisebb külső normálerő által okozott, egységnyi felületre jutó feszültség (a helyszíni felbeton önsúlyából számítva)

$$\sigma_n = 0,10\cdot 24 = 0,0024\,\text{N/mm}^2$$

A különböző időpontban betonozott, nyírási vasalást nem tartalmazó felületek közötti nyírószilárdság

$$v_{Rdi,c} = c\cdot f_{ctd} + \mu\cdot\sigma_n = 0,20\cdot 1,00 + 0,60\cdot 0,0024 = 0,201\,\text{N/mm}^2$$

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előregyártott gerenda és a helyszíni felbeton együttdolgozásának vizsgálata:

Nyírófeszültségek ellenőrzése:

$$v_{Edi} = 3{,}19\,\text{N/mm}^2 > v_{Rdi,c} = 0{,}201\,\text{N/mm}^2$$

A csatlakozási felületen felületet keresztező nyírási vasalás alkalmazása szükséges!

$$v_{Rdi,s} = \frac{A_{si,req}}{A_i} \cdot f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin\alpha + \cos\alpha) \geq v_{Ed} - v_{Rdi,c} \rightarrow \frac{A_{si,req}}{A_i} \geq \frac{v_{Ed} - v_{Rdi,c}}{f_{yd} \cdot (\mu \cdot \sin\alpha + \cos\alpha)}$$

Az együttdolgozást biztosító fajlagos vasalás szükséges mennyisége:

$$\frac{A_{si,req}}{A_i} \geq \frac{3{,}19 - 0{,}201}{454 \cdot (0{,}60 \cdot \sin 90^0 + \cos 90^0)} = 0{,}0109\,\text{mm}^2/\text{mm} = 10{,}9\,\text{mm}^2/\text{m}$$

A nyírási teherbírást biztosító fajlagos vasalás szükséges mennyisége:

$$\frac{A_{sw,req}}{s} \geq \frac{V_{Ed,red}}{z \cdot f_{ywd}} \cdot \frac{\sin\alpha}{\cot\theta + \cot\alpha} = \frac{287 \cdot 10^3}{0{,}9 \cdot 500 \cdot 454} = 1{,}405\,\text{mm}^2/\text{mm} = 1405\,\text{mm}^2/\text{m}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az előregyártott gerenda és a helyszíni felbeton együttdolgozásának vizsgálata:

A nyírásra legjobban igénybe vett keresztmetszetekben kialakított nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\frac{A_{sw,prov}}{s} = \frac{A_{sw,2\times\varnothing 8/150}}{s} + \frac{A_{sw,\varnothing 12}}{s_1} = \frac{2 \cdot 100}{150} + \frac{113}{650} = 1{,}33 + 0{,}174 = 1{,}504\,\text{mm}^2/\text{mm} = 1504\,\text{mm}^2/\text{m}$$

A csatlakozási felületet keresztező nyírási vasalás fajlagos mennyisége:

$$\frac{A_{si,prov}}{A_i} = \frac{100}{150} = 0{,}666\,\text{mm}^2/\text{mm} = 666\,\text{mm}^2/\text{m}$$

A csatlakozási felületet keresztező nyírási vasalás kihasználtsága nyírásra:

$$\frac{A_{sw,req}}{s} / \frac{A_{sw,prov}}{s} = 1405/1504 = 93\%$$

A csatlakozási felületet keresztező nyírási vasalás kihasználtsága együttdolgozásra:

$$\frac{A_{si,req}}{A_i} / \frac{A_{si,prov}}{A_i} = 10{,}9/666 = \sim 2\%$$

A csatlakozási felületet keresztező nyírási vasalás teljes kihasználtsága 95%!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az öv és a gerinc közötti nyírás vizsgálata:

Az övekben és a gerincben keletkező normálerő:

$$F_d = x_u \cdot \frac{b_{eff} - b_w}{2} \cdot f_{cd} = 52{,}8 \cdot \frac{1900 - 400}{2} \cdot 13{,}33 = \boxed{527{,}90\ \text{kN}}$$

$$F_{web} = x_u \cdot b_w \cdot f_{cd} = 52{,}8 \cdot 400 \cdot 13{,}33 = \boxed{281{,}50\ \text{kN}}$$

Az öv és a gerinc között fellépő nyíróerő:

$$\Delta F_d = F_d - F_{web} = 527{,}90 - 281{,}50 = \boxed{246{,}40\ \text{kN}}$$

Az öv és a gerinc között számítható nyírófeszültség:

$$v_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f \cdot \Delta x} = \frac{246{,}40 \cdot 10^3}{100 \cdot 0{,}25 \cdot 8500} = \boxed{1{,}16\ \text{N/mm}^2}$$

A rácsmodell fiktív nyomott beton rácsrúdjának tengellyel bezárt szöge ($45^0 \geq \theta_f \geq 26{,}5^0$):

$$\theta_f = 45^0 \rightarrow \cot\theta_f = \boxed{1} \qquad \theta_f = 26{,}5^0 \rightarrow \cot\theta_f = \boxed{2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az öv és a gerinc közötti nyírás vizsgálata:

A keresztirányú vasalás szükségességének ellenőrzése:

$$v_{Ed} \leq k \cdot f_{ctd} \qquad v_{Ed} = \boxed{1{,}16\ \text{N/mm}^2} > k \cdot f_{ctd} = 0{,}4 \cdot 1{,}00 = \boxed{0{,}40\ \text{N/mm}^2}$$

Tehát az övek és a borda közötti nyíróerő felvételéhez keresztirányú vasalás szükséges!

Az egységnyi hosszra jutó keresztirányú vasalás szükséges mennyisége:

$$\frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{v_{Ed} \cdot h_f}{\cot\theta_f \cdot f_{yd}}$$

$$\cot\theta_f = 1 \rightarrow \frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{1{,}16 \cdot 100}{1 \cdot 435} = 0{,}267\ \text{mm}^2/\text{mm} \rightarrow \boxed{267\ \text{mm}^2/\text{m}}$$

$$\cot\theta_f = 2 \rightarrow \frac{A_{sf}}{s_f} \geq \frac{0{,}16 \cdot 100}{2 \cdot 435} = 0{,}134\ \text{mm}^2/\text{mm} \rightarrow \boxed{134\ \text{mm}^2/\text{m}}$$

A ferde nyomott beton rácsrúd teherbírásának ellenőrzése:

$$v_{Ed} \leq \nu \cdot f_{cd} \cdot \sin\theta_f \cdot \cos\theta_f$$

$$\cot\theta_f = 1 \rightarrow 1{,}16\ \text{N/mm}^2 \leq 0{,}552 \cdot 13{,}33 \cdot 0{,}707 \cdot 0{,}707 = \boxed{3{,}68\ \text{N/mm}^2}$$

$$\cot\theta_f = 2 \rightarrow 1{,}16\ \text{N/mm}^2 \leq 0{,}552 \cdot 13{,}33 \cdot 0{,}446 \cdot 0{,}895 = \boxed{2{,}94\ \text{N/mm}^2}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Az öv és a gerinc közötti nyírás vizsgálata:

A szükséges keresztirányú vasalás mennyisége, kialakítása, ellenőrzése:

$\cot\theta_f = 1 \rightarrow$

$$A_{sf} \geq \max\left\{\begin{array}{l} \dfrac{A_{sf}}{s_f} \geq 267\,\text{mm}^2/\text{m} \\ \dfrac{A_{sf}+A_{s,trans}}{2} \geq \dfrac{267+560}{2} = 414\,\text{mm}^2/\text{m} \end{array}\right\} = 414\,\text{mm}^2/\text{m} \rightarrow \varnothing 8/120 (418\,\text{mm}^2/\text{m})$$

$\cot\theta_f = 2 \rightarrow$

$$A_{sf} \geq \max\left\{\begin{array}{l} \dfrac{A_{sf}}{s_f} \geq 134\,\text{mm}^2/\text{m} \\ \dfrac{A_{sf}+A_{s,trans}}{2} \geq \dfrac{134+560}{2} = 347\,\text{mm}^2/\text{m} \end{array}\right\} = 347\,\text{mm}^2/\text{m} \rightarrow \varnothing 8/140 (359\,\text{mm}^2/\text{m})$$

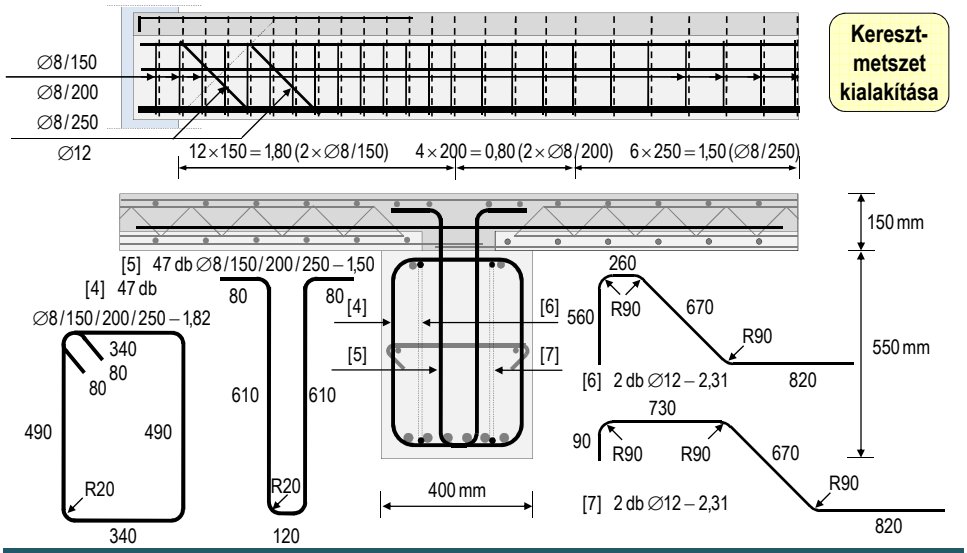
Tehát a fejlemez keresztirányú hajlítása alapján meghatározott vasaláson (Ø10/140, 561 mm²/m) felül az övek és a borda közötti nyírás felvételére legalább Ø8/140, 359 mm²/m) erősségű keresztirányú vasalás alkalmazása szükséges, vagy a keresztirányú hajlítás felvételére szolgáló vasalást legalább e két vasmennyiség összege alapján kell kialakítani, pl.: Ø12/120 (942 mm²/m)!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

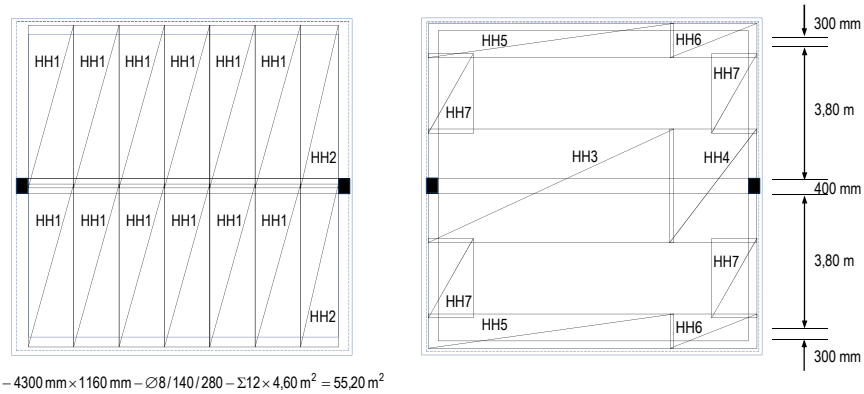


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasalási vázlat:



12 db HH1 – 4300 mm × 1160 mm – ∅8/140/280 – Σ12 × 4,60 m^2 = 55,20 m^2

2 db HH2 – 4300 mm × 960 mm – ∅8/140/280 – Σ2 × 4,20 m^2 = 8,80 m^2

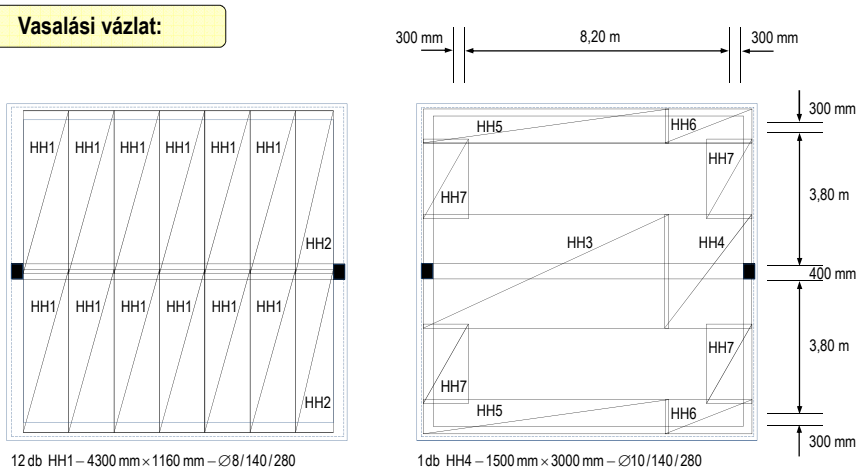
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture I. / I. Előadás

Example 1: Design of RC "T" cross-section

1. Példa: Fejlemezzel együtt dolgozó gerenda tervezése

Vasalási vázlat:



12 db HH1 – 4300 mm × 1160 mm – ∅8/140/280

2 db HH2 – 4300 mm × 960 mm – ∅8/140/280

1 db HH3 – 7500 mm × 3000 mm – ∅10/140/280

1 db HH4 – 1500 mm × 3000 mm – ∅10/140/280

2 db HH5 – 7500 mm × 900 mm – ∅8/280/280

2 db HH6 – 1500 mm × 900 mm – ∅8/280/280

4 db HH7 – 1500 mm × 2200 mm – ∅8/280/280

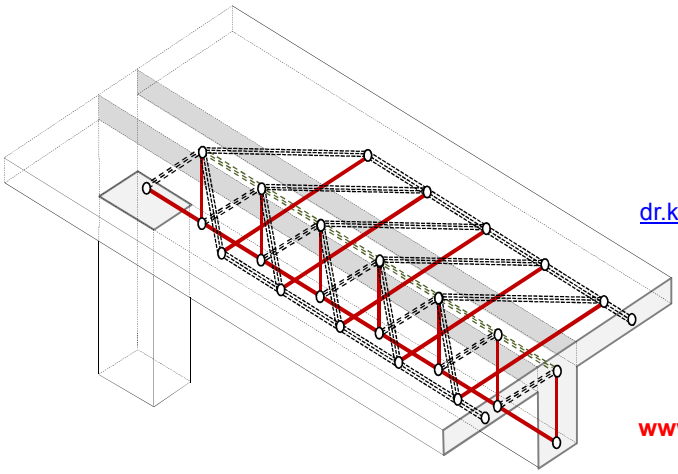
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III.

I.

Vasbetonszerkezetek III.

- A gerinc és az övek közötti nyírás problémája, a különböző időpontban betonozott felületek közötti nyírás vizsgálata -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Előadás

Vasbeton rúdszerkezetek csavarása

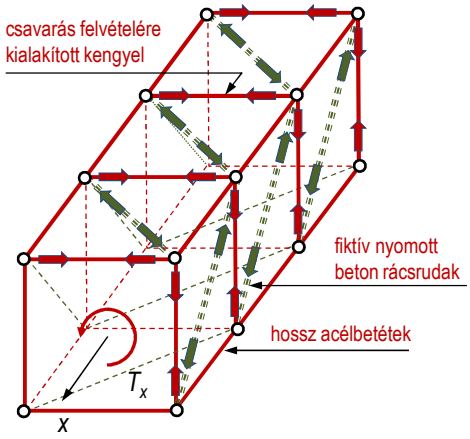
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

II.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton rúdszerkezetek csavarása -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

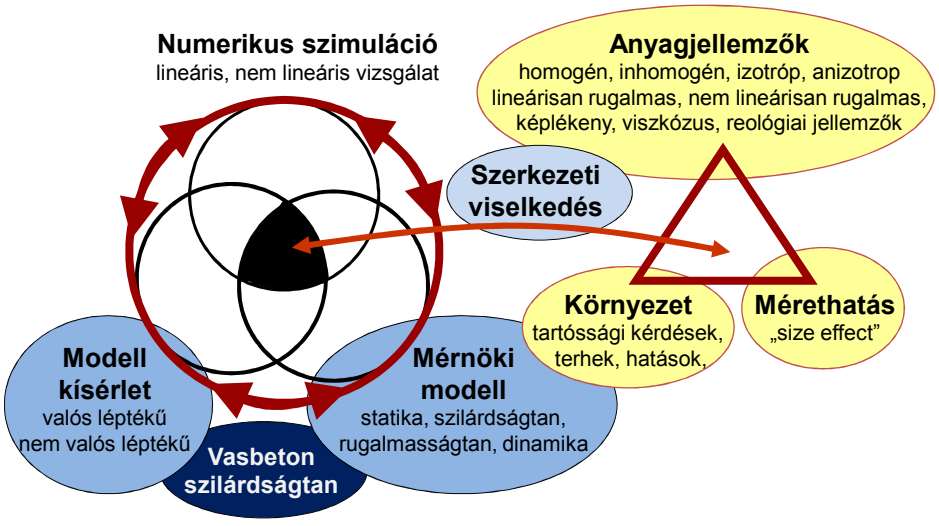
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Modelling of reinforced concrete (RC) structures

Vasbeton szerkezetek modellezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Loading of RC cross-section
Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

Egyszerű igénybevételek

Axiális igénybevételek *Axial forces*	**Tangenciális igénybevételek** *Tangential forces*
Normál feszültségek, **σ [N/mm², MPa]** *Normal stresses*	**Nyíró feszültségek,** **τ [N/mm², MPa]** *Tangential forces*
Központos húzás/nyomás, *N* [kN] *Tension / Compression force* **Hajlítónyomaték, *M* [kNm]** *Bending moment*	**Nyíróerő, *V* [kN]** *Shear force* **Csavarónyomaték, *T* [kNm]** *Torsional moment*

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Loading of RC cross-section
Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

Összetett igénybevételek

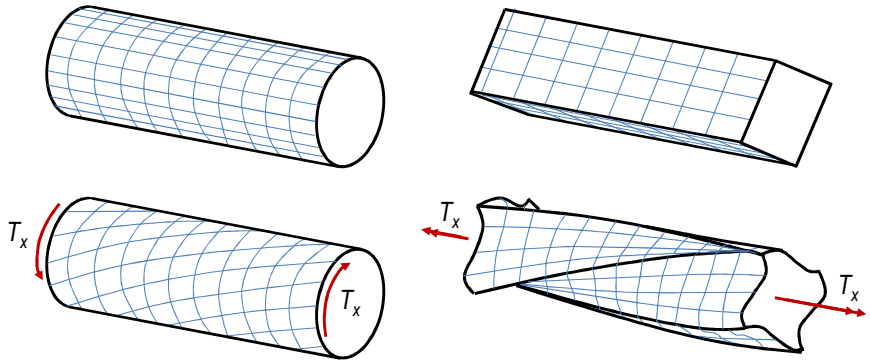
Axiális igénybevételek *Axial forces*	**Tangenciális igénybevételek** *Tangential forces*
Külpontos húzás ***N*(+) [kN] – *M* [kNm]** *Combined tension and bending* **Külpontos nyomás** ***N*(-) [kN] – *M* [kNm]** *Combined compression and bending*	**Csavarással egyidejű nyírás** ***T* [kNm] – *V* [kN]** *Combined shear and torsion*

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion of elastic cross-section

Rugalmas keresztmetszet csavarása

Nem öblösödő keresztmetszet	Öblösödő keresztmetszet



Az elcsavarodás előtti és elcsavarodás utáni keresztmetszetek síkok maradnak, érvényes **a sík keresztmetszetek elve**

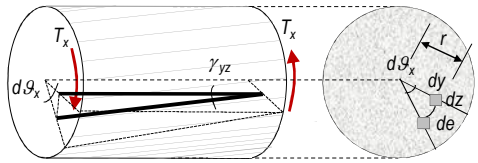
A csavarás hatására az egyes keresztmetszetek nem maradnak síkok, **a sík keresztmetszetek elve nem érvényes, a rúd "öblösödik"**

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion of circular and ring-shape cross-sections

Kör és körgyűrű keresztmetszet csavarása

Geometriai egyenletek



relatív elcsavarodás az ***x*** tengely körül

szögtorzulás az ***yz*** síkban

Kis szög egyenlő a szög tangensével

relatív eltolódás

$$d\vartheta_x = \frac{de}{r}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{de}{dx}$$

$$\rightarrow \gamma_{yz} = \frac{d\vartheta_x}{dx} \cdot r = \kappa_x \cdot r$$

fajlagos elcsavarodás az ***x*** tengely körül

A geometriai egyenletek alapján a csavarásra igénybe vett kör keresztmetszetű rúdelem elemi szálai hosszváltozást nem szenvednek, szögtorzulásuk a sugárra merőleges ***yz*** síkban jön létre

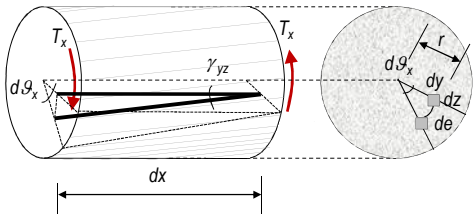
$$\gamma_{yz} = \kappa_x \cdot r \quad , \quad \kappa_x = \frac{d\vartheta_x}{dx} \quad , \quad \varepsilon_x = 0$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion of circular and ring-shape cross-sections

Kör és körgyűrű keresztmetszet csavarása

Fizikai (anyag) egyenletek



Tekintettel arra, hogy a keresztmetszetre csak csavarónyomaték működik, a keresztmetszet síkbeli feszültségi állapotban van, azaz:

$$\sigma_x = \tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$

Ekkor az általános Hook-törvény alakja:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E & -\nu/E & 0 \\ -\nu/E & 1/E & 0 \\ 0 & 0 & 1/G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \end{bmatrix}$$

csavarásból származó nyírófeszültség — nyírási modulus — a geometriai egyenlet alkalmazásával — a Poisson-féle harántkontrakciós tényező

$$\tau_{yz}(r) = G \cdot \gamma_{yz} = G \cdot \kappa_x \cdot r \qquad G = \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)}$$

melynek 3. sora alapján a szögtorzulás:

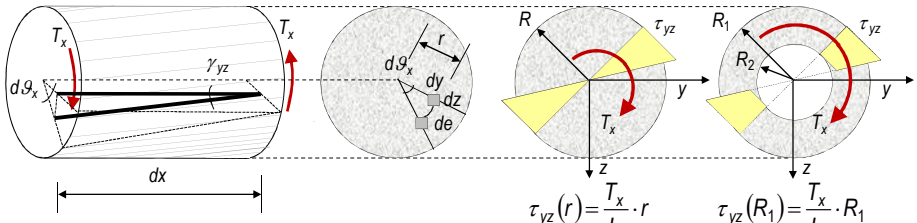
$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion of circular and ring-shape cross-sections

Kör és körgyűrű keresztmetszet csavarása

Egyensúlyi egyenletek



$$\tau_{yz}(r) = \frac{T_x}{I_0} \cdot r \qquad \tau_{yz}(R_1) = \frac{T_x}{I_0} \cdot R_1$$

$$\tau_{yz,\max} = \frac{T_x}{I_0} \cdot R \qquad \tau_{yz}(R_2) = \frac{T_x}{I_0} \cdot R_2$$

A T_x csavarónyomaték hatására a keresztmetszetben az ***yz*** síkban működő, a sugárra merőleges irányú τ_{yz} nyírófeszültségek ébrednek. Az ***x*** tengelyre felírható nyomatéki egyenlet alapján:

$$T_x = \int_{(A)} r \cdot \tau_{yz}(r) \cdot dA = \int_{(A)} r \cdot G \cdot \kappa_x \cdot r \cdot dA = G \cdot \kappa_x \cdot \int_{(A)} r^2 \cdot dA = G \cdot \kappa_x \cdot I_0$$

poláris inercianyomaték

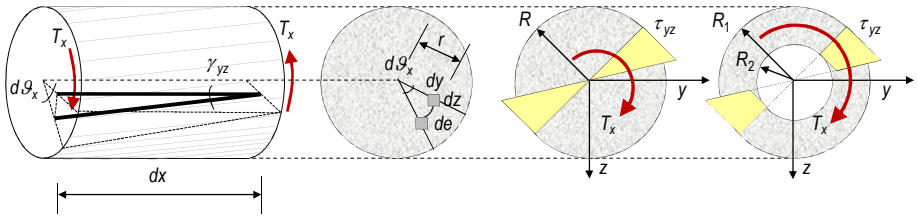
$$I_0 = \frac{\pi \cdot R^4}{2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion of circular and ring-shape cross-sections

Kör és körgyűrű keresztmetszet csavarása

Rugalmas csavarási ellenállás



$$T_{Ed,x} \le T_{Rd,x} = \frac{I_0}{R}\cdot\tau_d = \frac{R^3\cdot\pi}{2}\cdot\tau_d = \frac{1}{2}\cdot R\cdot A\cdot\tau_d$$

rugalmas kör keresztmetszet

$$T_{Ed,x} \le T_{Rd,x} = \frac{I_0}{R}\cdot\tau_d = \frac{(R_1-R_2)^4\cdot\pi}{2\cdot R_1}\cdot\tau_d$$

rugalmas körgyűrű keresztmetszet

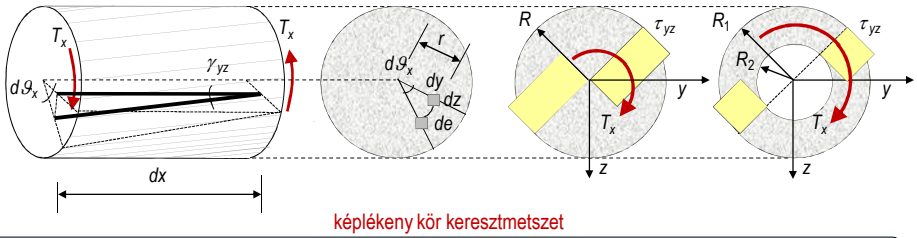
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion of circular and ring-shape cross-sections

Kör és körgyűrű keresztmetszet csavarása

Képlékeny csavarási ellenállás



képlékeny kör keresztmetszet

$$T_{Ed,x} \le T_{Rd,x} = \int_{(A)}\tau_d\cdot r\cdot dA = \tau_d\cdot\int_{(A)} r\cdot dA = \tau_d\cdot\int_{r=0}^{R}\int_{\varphi=0}^{2\pi} r^2\cdot d\varphi\cdot dr = \tau_d\cdot 2\cdot\pi\int_0^R r^2\cdot dr = 2\cdot\pi\cdot\frac{R^3}{3}\cdot\tau_d = \frac{2}{3}\cdot R\cdot A\cdot\tau_d$$

Képlékeny körgyűrű keresztmetszet

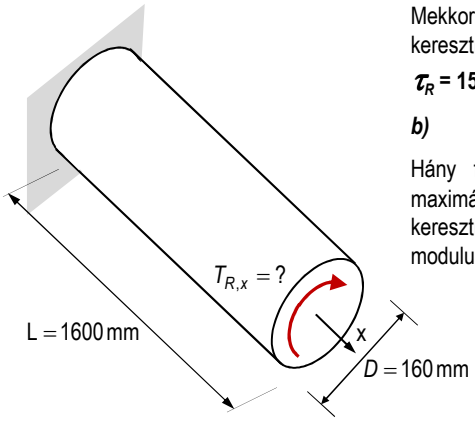
$$T_{Ed,x} \le T_{Rd,x} = 2\cdot\left(\frac{R_1+R_2}{2}\right)\cdot\pi\cdot(R_1-R_2)\cdot\tau_d$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Torsion of circular cross-sections

1. Példa: Kör keresztmetszet csavarása

Feladat-meghatározás:



a)

Mekkora csavarónyomaték működhet a kör keresztmetszetű konzol végén, ha a nyírószilárdság $\tau_R = 150$ N/mm²?

b)

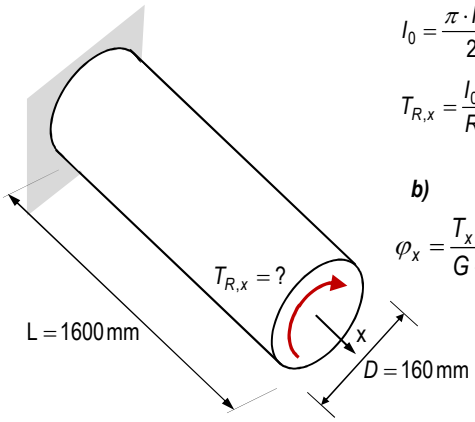
Hány fokos szöggel fordul el a csavarónyomaték maximális értékének hatására a konzolvég keresztmetszete az ***x*** tengely körül, ha a nyírási modulus $G = 80000$ N/mm² ?

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 1: Torsion of circular cross-sections

1. Példa: Kör keresztmetszet csavarása

Megoldás:



a)

$$I_0 = \frac{\pi \cdot R^4}{2} = \frac{\pi \cdot 80^4}{2} = 64{,}33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$T_{R,x} = \frac{I_0}{R} \cdot \tau_R = \frac{64{,}33 \cdot 10^6}{80} \cdot 150 = 120{,}62 \text{ kNm}$$

b)

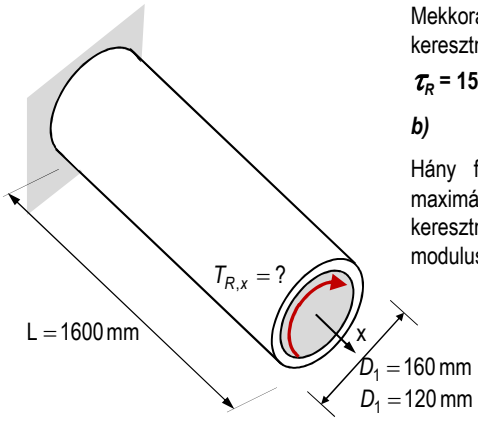
$$\varphi_x = \frac{T_x \cdot L}{G \cdot I_0} = \frac{120{,}62 \cdot 10^6 \cdot 1600}{80000 \cdot 64{,}33 \cdot 10^6} = 0{,}037 \text{ radián} \approx 2{,}12^0$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2: Torsion of ring-shape cross-sections

2. Példa: Körgyűrű keresztmetszet csavarása

Feladat-meghatározás:



a)

Mekkora csavarónyomaték működhet a körgyűrű keresztmetszetű konzol végén, ha a nyírószilárdság τ_R = 150 N/mm²?

b)

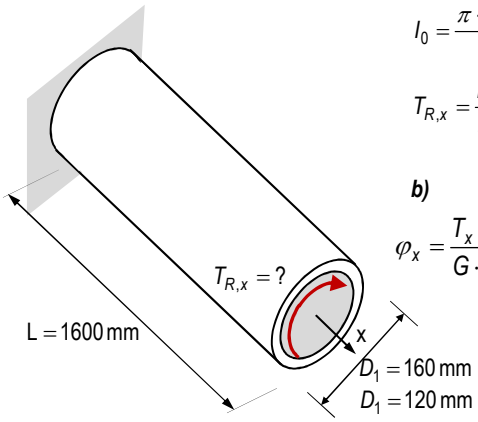
Hány fokos szöggel fordul el a csavarónyomaték maximális értékének hatására a konzolvég keresztmetszete az ***x*** tengely körül, ha a nyírási modulus ***G*** = 80000 N/mm² ?

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 2: Torsion of ring-shape cross-sections

2. Példa: Körgyűrű keresztmetszet csavarása

Megoldás:



a)

$$I_0 = \frac{\pi \cdot \left(R_1^4 - R_2^4\right)}{2} = \frac{\pi \cdot \left(80^4 - 60^4\right)}{2} = 43{,}9810^6 \text{ mm}^4$$

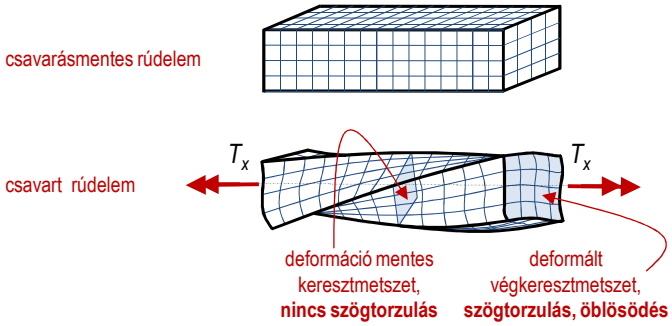
$$T_{R,x} = \frac{I_0}{R} \cdot \tau_R = \frac{43{,}98 \cdot 10^6}{80} \cdot 150 = 82{,}46 \text{ kNm}$$

b)

$$\varphi_x = \frac{T_x \cdot L}{G \cdot I_0} = \frac{82{,}46 \cdot 10^6 \cdot 1600}{80000 \cdot 43{,}98 \cdot 10^6} = 0{,}037 \text{ radián} \approx 2{,}12^0$$

Torsion of rectangular cross-section

Négyszög keresztmetszet csavarása

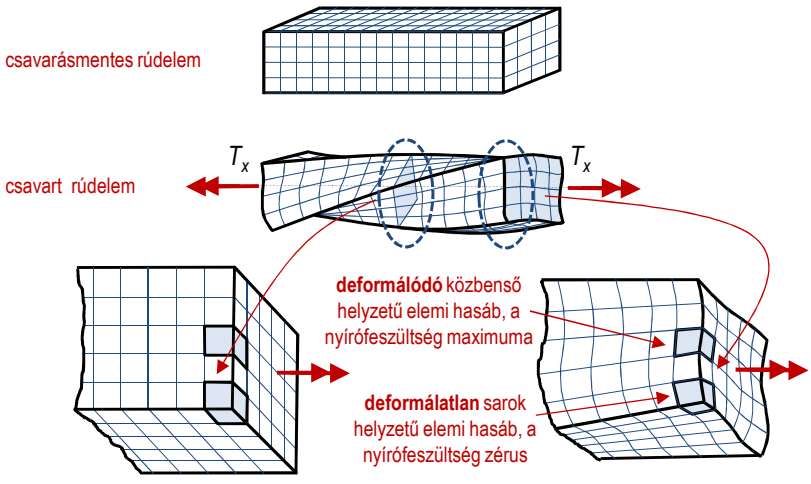


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion of rectangular cross-section

Négyszög keresztmetszet csavarása

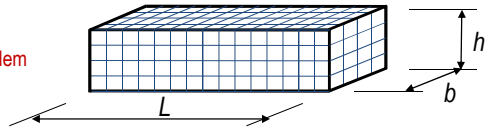


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion of rectangular cross-section

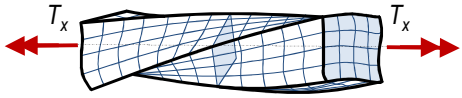
Négyszög keresztmetszet csavarása

csavarásmentes rúdelem



$b \geq h$

csavart rúdelem



jó arányokkal rendelkező gerenda keresztmetszet



csavarásból származó maximális nyírófeszültség

$$\tau_{yz,max} = \frac{T_x}{\alpha \cdot b \cdot h^2}$$

az ***L*** hosszúságú csavart rúd teljes elcsavarodása

$$\varphi_x = \frac{T_x \cdot L}{\beta \cdot b \cdot h^3 \cdot G}$$

$$\tau_{yz,max} \approx \frac{4 \cdot T_x}{b \cdot h^2}$$

b / h	α	β
1,0	0,208	0,1406
1,2	0,219	0,1661
1,5	0,231	0,1958
2,0	0,245	0,2290
2,5	0,258	0,2490
3,0	0,267	0,2630
4,0	0,282	0,2810
5,0	0,291	0,2910
10,0	0,312	0,3120
∞	0,333	0,3333

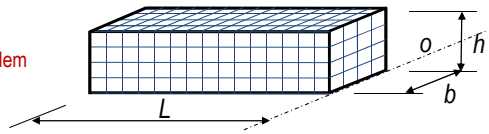
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion of rectangular cross-section

Négyszög keresztmetszet csavarása

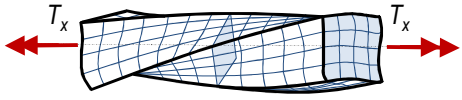
csavarásmentes rúdelem



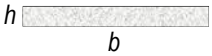
$b \geq h$

$$I_0 = \frac{b \cdot h^3}{3}$$

csavart rúdelem



lemez keresztmetszet



csavarásból származó maximális nyírófeszültség

$$\tau_{yz,max} = \frac{T_x}{\alpha \cdot b \cdot h^2}$$

az ***L*** hosszúságú csavart rúd teljes elcsavarodása

$$\varphi_x = \frac{T_x \cdot L}{\beta \cdot b \cdot h^3 \cdot G}$$

$$\tau_{yz,max} \approx \frac{3 \cdot T_x}{b \cdot h^2}$$

$$\tau_{yz,max} \approx \frac{T_x}{I_0} \cdot h$$

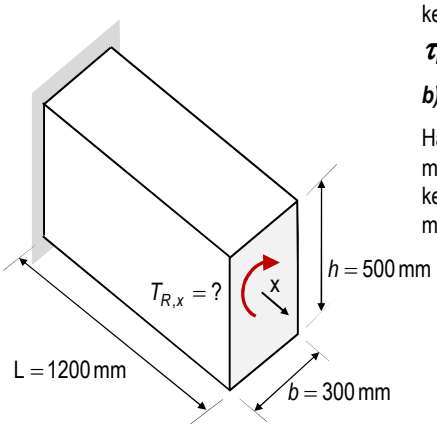
b / h	α	β
1,0	0,208	0,1406
1,2	0,219	0,1661
1,5	0,231	0,1958
2,0	0,245	0,2290
2,5	0,258	0,2490
3,0	0,267	0,2630
4,0	0,282	0,2810
5,0	0,291	0,2910
10,0	0,312	0,3120
∞	0,333	0,3333

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3: Torsion of rectangular cross-sections

3. Példa: Négyszög keresztmetszet csavarása

Feladat-meghatározás:



a)

Mekkora csavarónyomaték működhet a négyszög keresztmetszetű konzol végén, ha a nyírószilárdság $\tau_R = 4\ \text{N/mm}^2$?

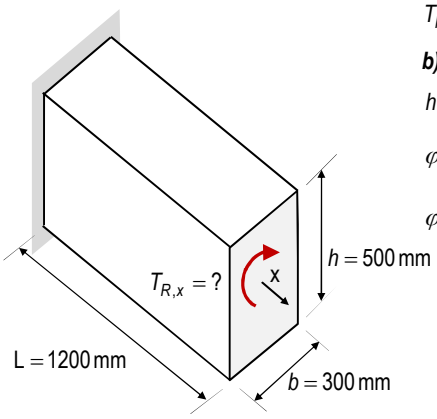
b)

Hány fokos szöggel fordul el a csavarónyomaték maximális értékének hatására a konzolvég keresztmetszete az ***x*** tengely körül, ha a nyírási modulus $G = 12000\ \text{N/mm}^2$?

Example 3: Torsion of rectangular cross-sections

3. Példa: Négyszög keresztmetszet csavarása

Megoldás:



a)

$$h/b = 500/300 = 1{,}66 \rightarrow \alpha = 0{,}236$$

$$T_{R,x} = \alpha \cdot b \cdot h^2 \cdot \tau_R = 0{,}236 \cdot 500 \cdot 300^2 \cdot 4 = \boxed{42{,}48\,\text{kNm}}$$

b)

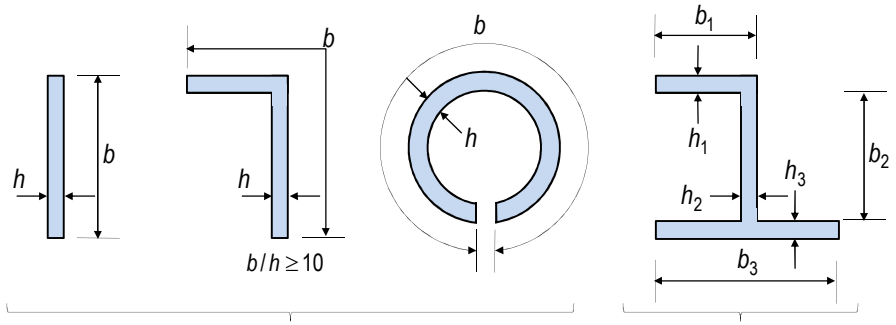
$$h/b = 500/300 = 1{,}66 \rightarrow \beta = 0{,}2064$$

$$\varphi_x = \frac{T_{R,x} \cdot L}{\beta \cdot b \cdot h^3 \cdot G} = \frac{42{,}48 \cdot 10^6 \cdot 1200}{0{,}2064 \cdot 500 \cdot 300^3 \cdot 12000} =$$

$$\varphi_x = \boxed{0{,}0015\,\text{radián} \approx 0{,}087^0}$$

Torsion of open thin wall cross-section

Vékonyfalú nyitott keresztmetszet csavarása



csavarásból származó maximális nyírófeszültség

$$\tau_{yz,max} = \frac{T_x}{I_0} \cdot h$$

$$\tau_{yz,max} = \frac{T_x}{I_0} \cdot h_{max}$$

$$I_0 = \frac{b \cdot h^3}{3}$$

az ***L*** hosszúságú csavart rúd teljes elcsavarodása

$$\varphi_x = \frac{T_x \cdot L}{G \cdot I_0}$$

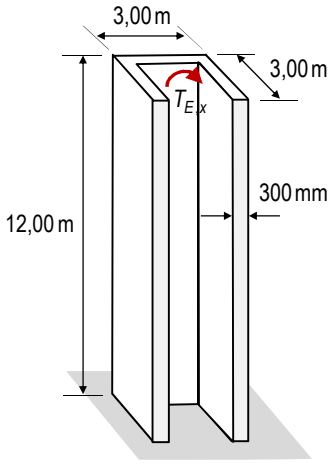
$$I_0 = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} b_i \cdot h_i^3$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4: Torsion of open cross-sections

4. Példa: Nyitott keresztmetszet csavarása

Feladat-meghatározás:



a)

Ellenőrizzük a vázolt szerkezetet csavarásra, ha a keresztmetszetre működő csavarónyomaték $T_{E,x}$ = **800 kNm**, a keresztmetszet anyagának nyírószilárdsága τ_R = **4 N/mm²**!

b)

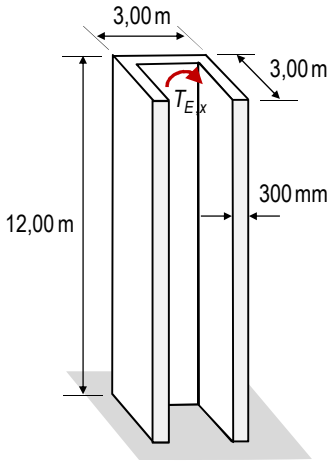
Hány fokos szöggel fordul el a $T_{E,x}$ = **800 kNm** csavarónyomaték hatására a szerkezet felső síkja az ***x*** tengely körül, ha a nyírási modulus ***G*** = **12000 N/mm²** ?

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4: Torsion of open cross-sections

4. Példa: Nyitott keresztmetszet csavarása

Megoldás:



a)

$$I_0 = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3} b_i \cdot h_i^3 = \frac{1}{3}\cdot\left(2\cdot 2{,}70\cdot 0{,}30^3 + 3{,}00\cdot 0{,}30^3\right) = 0{,}0756\,\text{m}^4$$

$$T_{R,x} = \frac{I_0}{h_{\max}}\cdot\tau_R = \frac{0{,}0756\cdot 10^{12}}{300}\cdot 4 = 1008\,\text{kNm}$$

$$T_{E,x} = 800\,\text{kNm} < T_{R,x} = 1008\,\text{kNm}$$

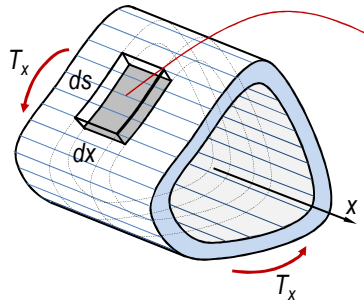
Megfelel!
Kihasználtság:79%

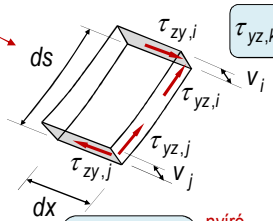
b)

$$\varphi_x = \frac{T_{E,x}\cdot L}{G\cdot I_0} = \frac{800\cdot 10^6\cdot 12000}{12000\cdot 0{,}0756\cdot 10^{12}} = 0{,}0011\,\text{radián} \approx 0{,}063^0$$

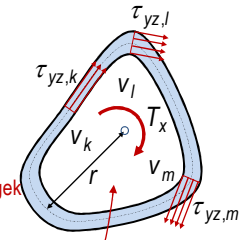
Torsion of closed thin wall cross-section

Vékonyfalú zárt keresztmetszet csavarása





$$\tau_{yz,k}\cdot v_k = \tau_{yz,l}\cdot v_l = \tau_{yz,m}\cdot v_m$$



$$\tau_{yz,i} = \tau_{zy,i}$$
$$\tau_{yz,j} = \tau_{zy,j}$$

nyíró-feszültségek dualitása

$$\sum F_z = \tau_{zy,i}\cdot v_i\cdot dx - \tau_{zy,j}\cdot v_j\cdot dx \rightarrow \tau_{yz,i}\cdot v_i = \tau_{yz,j}\cdot v_j$$

a nyírófolyam a keresztmetszetben állandó

$$T_x = \oint \tau_{yz}\cdot v\cdot r\cdot ds$$

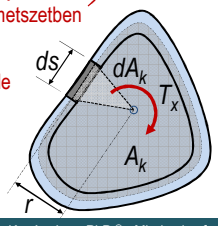
$$\tau_{yz}\cdot v = const. \qquad r\cdot ds/2 = dA_k$$

$$T_x = 2\cdot\tau_{yz}\cdot v\cdot\int dA_k = 2\cdot\tau_{yz}\cdot v\cdot A_k$$

$$\tau_{yz} = \frac{T_x}{2\cdot A_k\cdot v}$$

Bredt-féle képlet

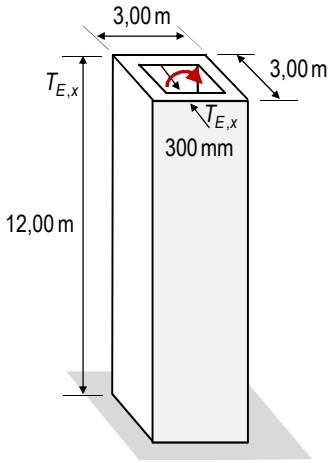
$$\tau_{yz,\max} = \frac{T_x}{2\cdot A_k\cdot v_{\min}}$$



Example 5: Torsion of closed thin wall cross-sections

5. Példa: Vékonyfalú zárt keresztmetszet csavarása

Feladat-meghatározás:



a)

Ellenőrizzük a vázolt szerkezetet csavarásra, ha a keresztmetszetre működő csavarónyomaték $T_{E,x}$ = **800 kNm**, a keresztmetszet anyagának nyírószilárdsága τ_R = **4 N/mm²**!

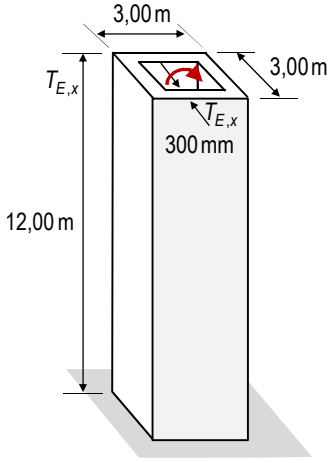
b)

Hány fokos szöggel fordul el a $T_{E,x}$ = **800 kNm** csavarónyomaték hatására a szerkezet felső síkja az ***x*** tengely körül, ha a nyírási modulus ***G*** = **12000 N/mm²** ?

Example 5: Torsion of closed thin wall cross-sections

5. Példa: Vékonyfalú zárt keresztmetszet csavarása

Megoldás:



a)

$$A_k = 2{,}70 \cdot 2{,}70 = 7{,}29\,\text{m}^2$$

$$T_{R,x} = 2 \cdot A_k \cdot v_{\min} \cdot \tau_R = 2 \cdot 7{,}29 \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 4 = 17496\,\text{kNm}$$

$$T_{E,x} = 800\,\text{kNm} < T_{R,x} = 17496\,\text{kNm}$$

Megfelel!
Kihasználtság: 5%

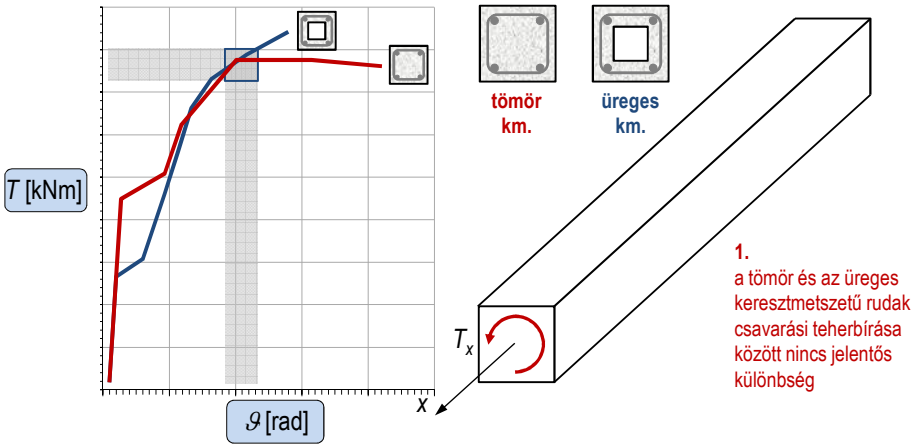
b)

$$\varphi_x = \frac{T_{E,x} \cdot L}{G \cdot I_0} = \frac{800 \cdot 10^6 \cdot 12000}{12000 \cdot 0{,}0756 \cdot 10^{12}} = 0{,}0011\,\text{radián} \approx 0{,}063^0$$

Torsion RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet csavarása

Kísérleti tapasztalatok



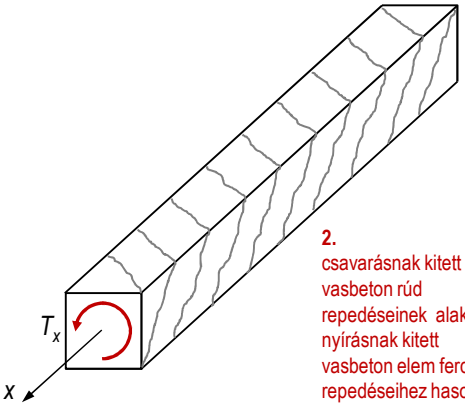
1.
a tömör és az üreges keresztmetszetű rudak csavarási teherbírása között nincs jelentős különbség

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet csavarása

Kísérleti tapasztalatok



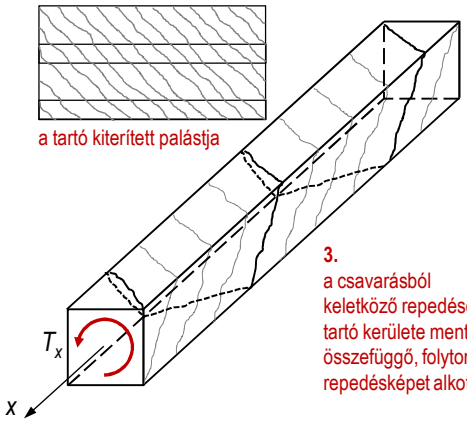
2.
csavarásnak kitett vasbeton rúd repedéseinek alakja a nyírásnak kitett vasbeton elem ferde repedéseihez hasonló

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet csavarása

Kísérleti tapasztalatok



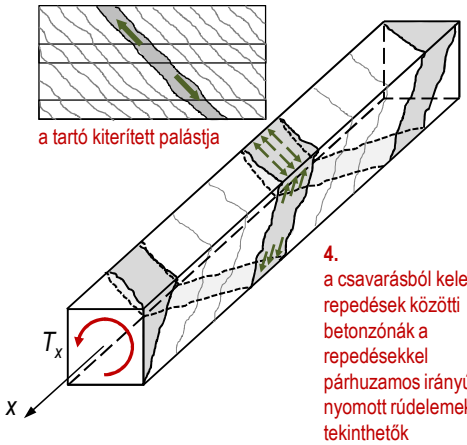
3.
a csavarásból keletköző repedések a tartó kerülete mentén összefüggő, folytonos repedésképet alkotnak

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet csavarása

Törésképen alapuló modellalkotás - Rácsmodell alkalmazása



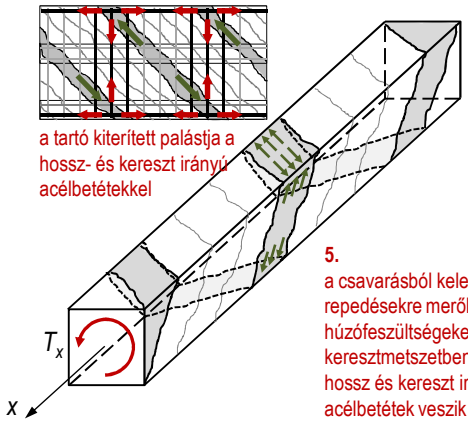
4.
a csavarásból keletkező repedések közötti betonzónák a repedésekkel párhuzamos irányú nyomott rúdelemeknek tekinthetők

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet csavarása

Törésképen alapuló modellalkotás - Rácsmodell alkalmazása



5.
a csavarásból keletkező repedésekre merőleges húzófeszültségeket a keresztmetszetben lévő hossz és kereszt irányú acélbetétek veszik fel

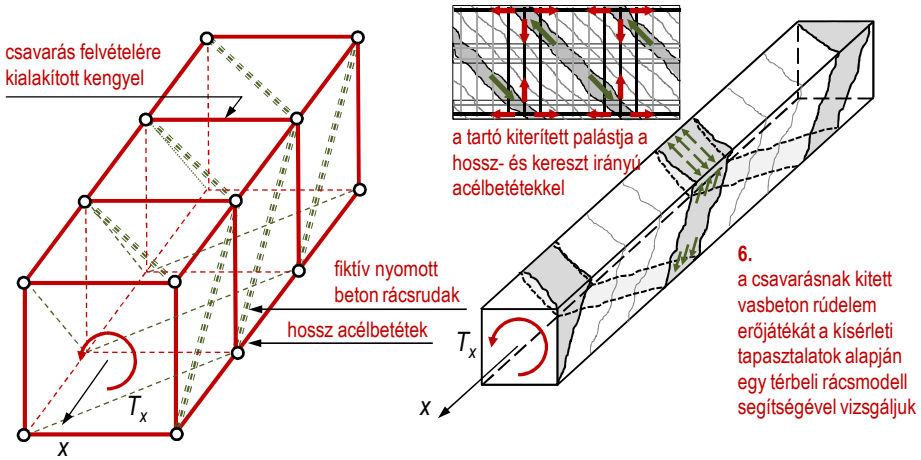
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet csavarása

Törésképen alapuló modellalkotás - Rácsmodell alkalmazása



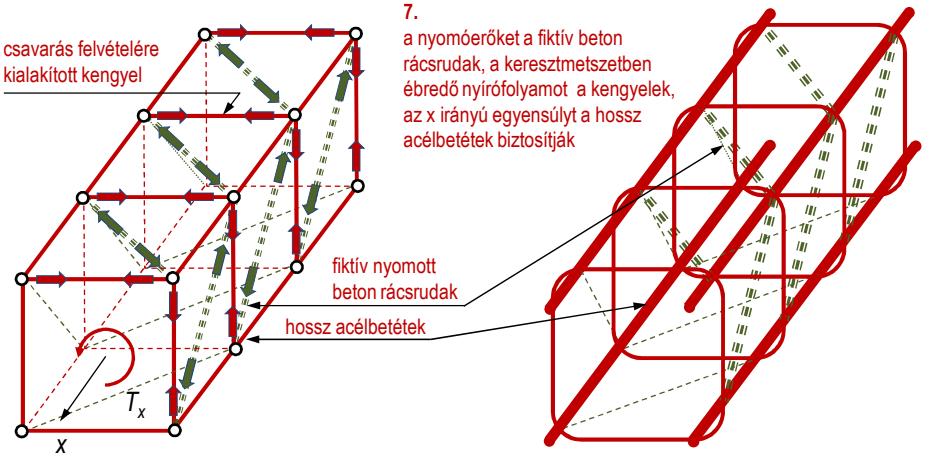
6.
a csavarásnak kitett vasbeton rúdelem erőjátékát a kísérleti tapasztalatok alapján egy térbeli rácsmodell segítségével vizsgáljuk

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet csavarása

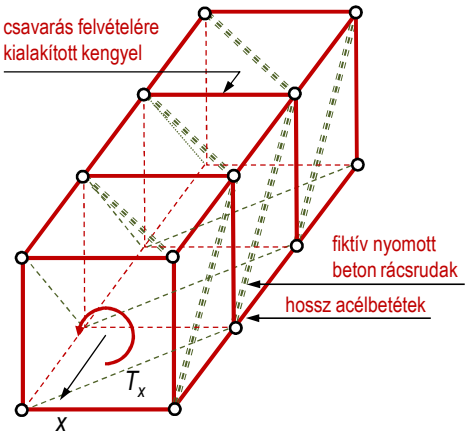
Törésképen alapuló modellalkotás - Rácsmodell alkalmazása



Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

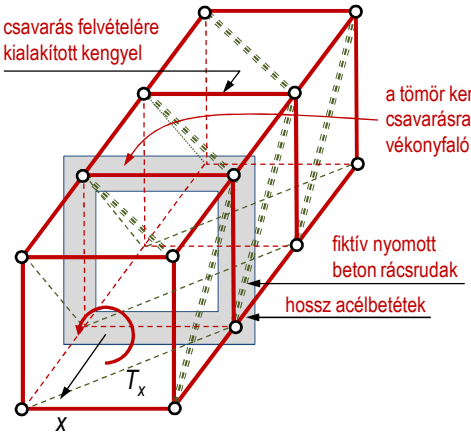
A tömör keresztmetszet modellezése egyenértékű vékony falú keresztmetszettel



Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A tömör keresztmetszet modellezése egyenértékű vékony falú keresztmetszettel



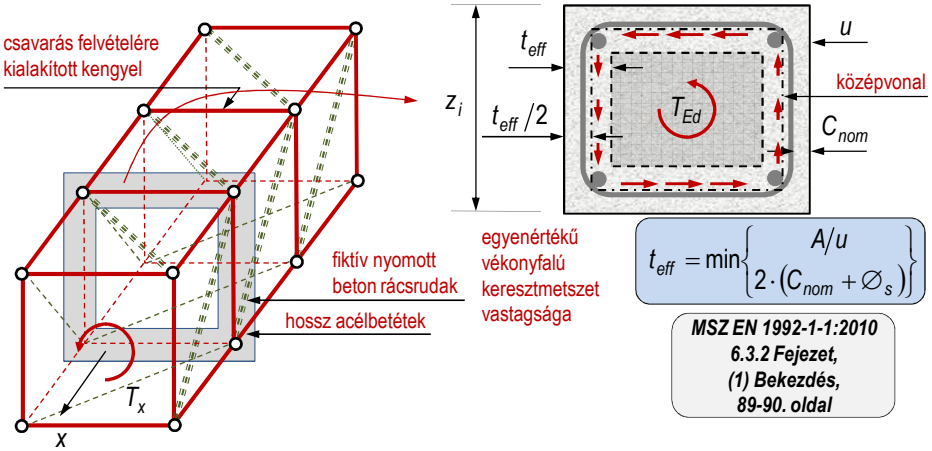
MSZ EN 1992-1-1:2010
6.3.1 Fejezet,
(3) Bekezdés,
89. oldal

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A tömör keresztmetszet modellezése egyenértékű vékony falú keresztmetszettel



$$t_{eff} = \min\left\{\begin{matrix} A/u \\ 2\cdot(C_{nom} + \varnothing_s)\end{matrix}\right\}$$

MSZ EN 1992-1-1:2010
6.3.2 Fejezet,
(1) Bekezdés,
89-90. oldal

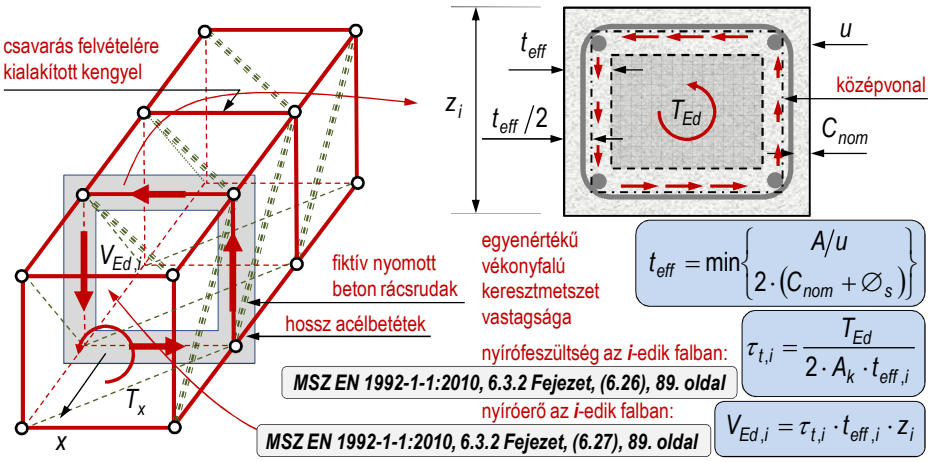
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A tömör keresztmetszet modellezése egyenértékű vékony falú keresztmetszettel



egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet vastagsága

$$t_{eff} = \min\left\{\begin{matrix} A/u \\ 2\cdot(C_{nom} + \varnothing_s)\end{matrix}\right\}$$

nyírófeszültség az *i*-edik falban:

$$\tau_{t,i} = \frac{T_{Ed}}{2\cdot A_k \cdot t_{eff,i}}$$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 6.3.2 Fejezet, (6.26), 89. oldal

nyíróerő az *i*-edik falban:

$$V_{Ed,i} = \tau_{t,i} \cdot t_{eff,i} \cdot z_i$$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 6.3.2 Fejezet, (6.27), 89. oldal

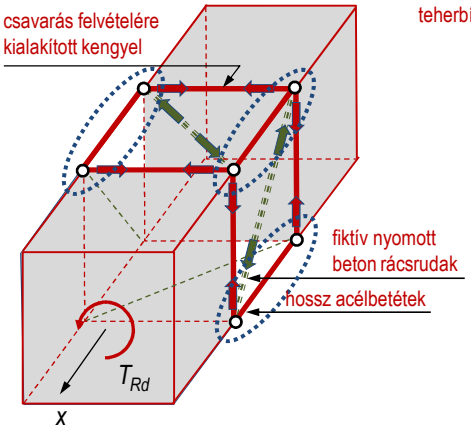
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele, azaz a csavarási teherbírás kimerülése:



Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő hossz acélbetétek teherbírásának kimerülésével:

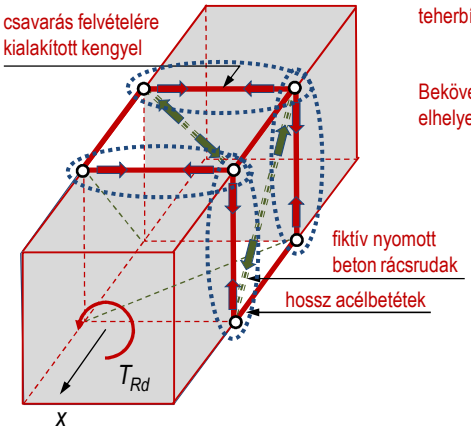
$$T_{Rd} = T_{Rd,sl}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele, azaz a csavarási teherbírás kimerülése:



Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő hossz acélbetétek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd} = T_{Rd,sl}$$

Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő, a csavarás felvételére elhelyezett kengyelek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd} = T_{Rd,sw}$$

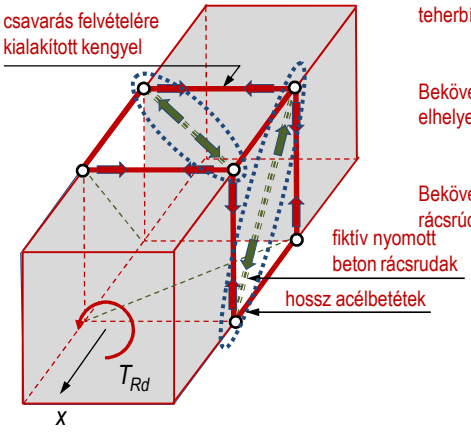
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele, azaz a csavarási teherbírás kimerülése:



Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő hossz acélbetétek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd} = T_{Rd,sl}$$

Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő, a csavarás felvételére elhelyezett kengyelek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd} = T_{Rd,sw}$$

Bekövetkezhet a térbeli rácsmodell fiktív nyomott beton rácsrúdjának teherbírás-kimerülésével:

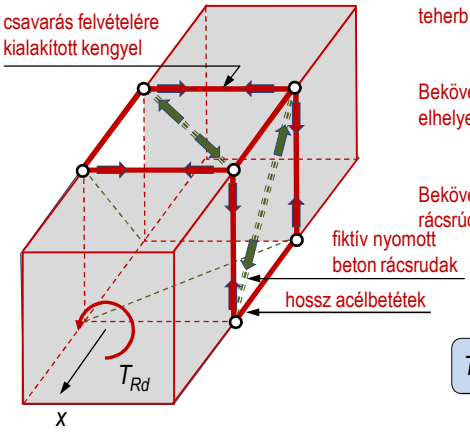
$$T_{Rd} = T_{Rd,max}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele, azaz a csavarási teherbírás kimerülése:



Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő hossz acélbetétek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd} = T_{Rd,sl}$$

Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő, a csavarás felvételére elhelyezett kengyelek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd} = T_{Rd,sw}$$

Bekövetkezhet a térbeli rácsmodell fiktív nyomott beton rácsrúdjának teherbírás-kimerülésével:

$$T_{Rd} = T_{Rd,max}$$

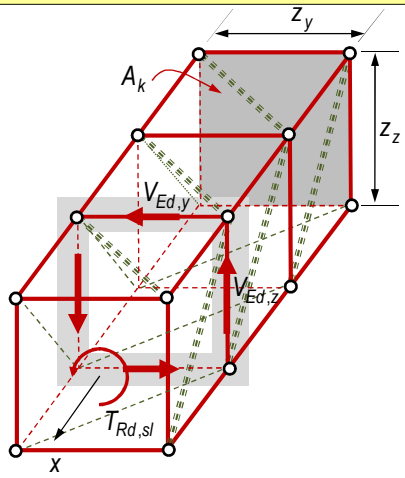
$$T_{Rd} = \min\left\{T_{Rd,sl} \; , \; T_{Rd,sw} \; , \; T_{Rd,max}\right\}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **hossz acélbetétek** teherbírásának kimerülésével:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

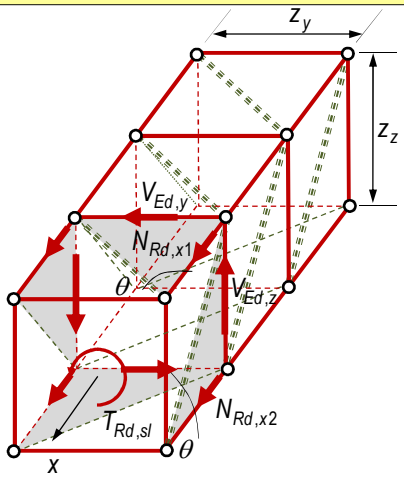
$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **hossz acélbetétek** teherbírásának kimerülésével:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

A jelölt vektorháromszögek alapján:

$$N_{Rd,x1} = V_{Ed,y} \cdot ctg\theta \qquad N_{Rd,x2} = V_{Ed,z} \cdot ctg\theta$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

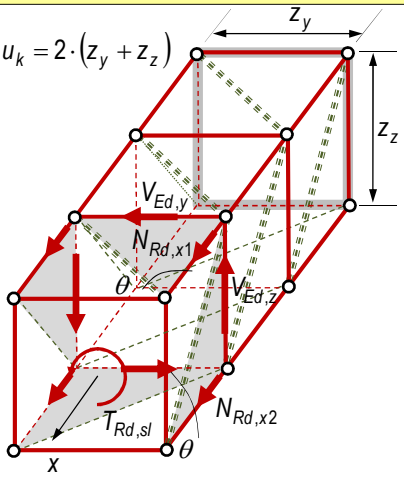
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **hossz acélbetétek** teherbírásának kimerülésével:

$$u_k = 2 \cdot (z_y + z_z)$$



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

A jelölt vektorháromszögek alapján:

$$N_{Rd,x1} = V_{Ed,y} \cdot ctg\theta \qquad N_{Rd,x2} = V_{Ed,z} \cdot ctg\theta$$

A hossz acélbetétek tönkremeneteléhez tartozó ***x*** irányú erő és a csavarónyomaték:

$$N_{Rd} = 2 \cdot (N_{Rd,x1} + N_{Rd,x2}) = 2 \cdot (V_{Ed,y} + V_{Ed,z}) \cdot ctg\theta$$

$$N_{Rd} = 2 \cdot \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot (z_y + z_z) \cdot ctg\theta$$

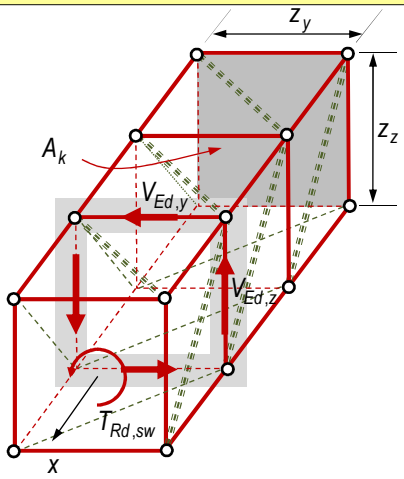
$$N_{Rd} = \frac{T_{Rd,sl}}{2 \cdot A_k} \cdot u_k \cdot ctg\theta \rightarrow \boxed{T_{Rd,sl} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{\sum A_{sl} \cdot f_{yd}}{u_k \cdot ctg\theta}}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **kengyelek** teherbírásának kimerülésével:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,sw}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,sw}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

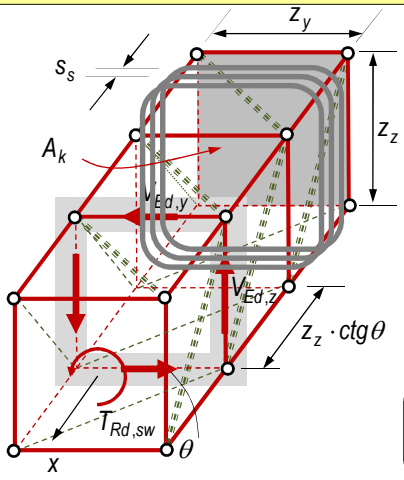
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **kengyelek** teherbírásának kimerülésével:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,sw}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,sw}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

Az ***y*** és ***z*** irányú nyíróerőket az egymástól s_s távolságra lévő kengyelekben ébredő normálerők egyensúlyozzák:

$$\frac{T_{Rd,sw}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y = n_s \cdot A_{sw} \cdot f_{yd} = \frac{z_y \cdot ctg\theta}{s_s} \cdot A_{sw} \cdot f_{yd}$$

$$\frac{T_{Rd,sw}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z = n_s \cdot A_{sw} \cdot f_{yd} = \frac{z_z \cdot ctg\theta}{s_s} \cdot A_{sw} \cdot f_{yd}$$

A kengyelek tönkremeneteléhez tartozó csavarónyomaték:

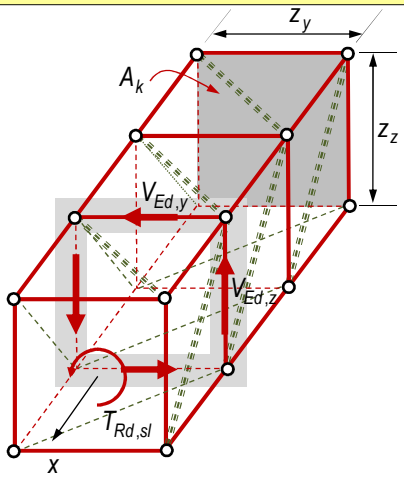
$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_s} \cdot ctg\theta$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **fiktív nyomott beton rácsrúd** morzsolódásával:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

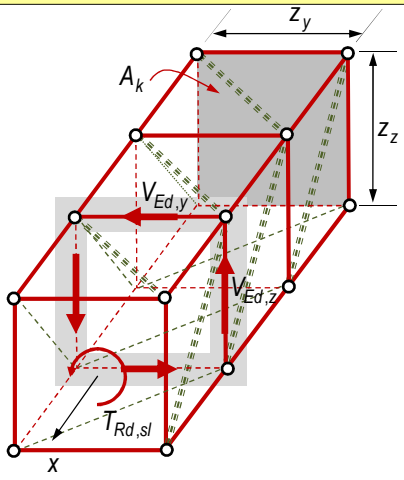
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **fiktív nyomott beton rácsrúd** morzsolódásával:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

A fiktív nyomott beton rácsrúd teherbírásának kimerüléséhez tartozó nyíróerő:

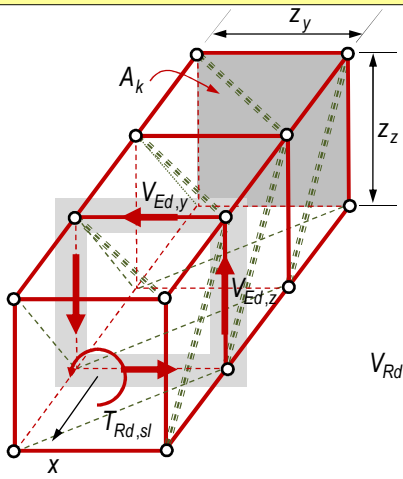
$$V_{Rd,\max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{ctg\theta + ctg\alpha}{1 + ctg^2\theta}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **fiktív nyomott beton rácsrúd** morzsolódásával:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

A fiktív nyomott beton rácsrúd teherbírásának kimerüléséhez tartozó nyíróerő:

$$V_{Rd,\max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{ctg\theta + ctg\alpha}{1 + ctg^2\theta}$$

alkalmazva az alábbi helyettesítéseket:

$$z = \max\{z_y, z_z\} \qquad b_w = t_{eff} \qquad \alpha = 90^0 \rightarrow ctg\alpha = 0$$

kapjuk:

$$V_{Rd,\max} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z = \alpha_{cw} \cdot t_{eff} \cdot z_z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{ctg\theta}{1 + ctg^2\theta}$$

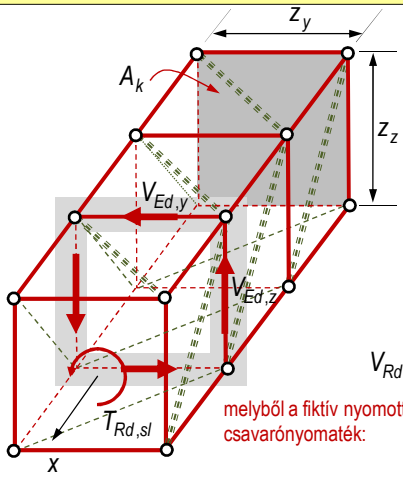
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele a **fiktív nyomott beton rácsrúd** morzsolódásával:



Nyíróerő az ***y*** és ***z*** irányú falakban:

$$V_{Ed,y} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_y \qquad V_{Ed,z} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z$$

A fiktív nyomott beton rácsrúd teherbírásának kimerüléséhez tartozó nyíróerő:

$$V_{Rd,\max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{ctg\theta + ctg\alpha}{1 + ctg^2\theta}$$

alkalmazva az alábbi helyettesítéseket:

$$z = \max\{z_y, z_z\} \qquad b_w = t_{eff} \qquad \alpha = 90^0 \rightarrow ctg\alpha = 0$$

kapjuk:

$$V_{Rd,\max} = \frac{T_{Rd,\max}}{2 \cdot A_k} \cdot z_z = \alpha_{cw} \cdot t_{eff} \cdot z_z \cdot \nu \cdot f_{cd} \cdot \frac{ctg\theta}{1 + ctg^2\theta}$$

melyből a fiktív nyomott beton rácsrúd teherbírásának kimerüléséhez tartozó csavarónyomaték:

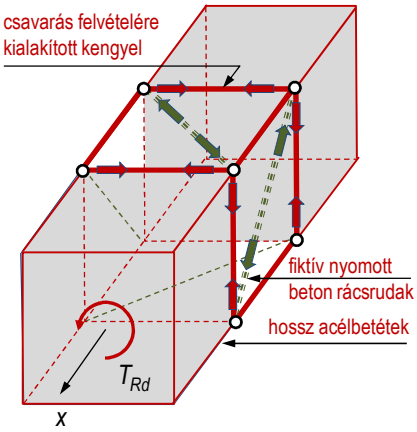
$$T_{Rd,\max} = 2 \cdot \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot \sin\theta \cdot ctg\theta$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás vizsgálata az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell tönkremenetele, azaz a csavarási teherbírás kimerülése:



Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő hossz acélbetétek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd,sl} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{\sum A_{sl} \cdot f_{yd}}{u_k \cdot ctg\theta}$$

Bekövetkezhet a keresztmetszetben lévő csavarás felvételére elhelyezett kengyelek teherbírásának kimerülésével:

$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_s} \cdot ctg\theta$$

Bekövetkezhet a térbeli rácsmodell fiktív nyomott beton rácsrúdjának teherbírás-kimerülésével:

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot \sin\theta \cdot ctg\theta$$

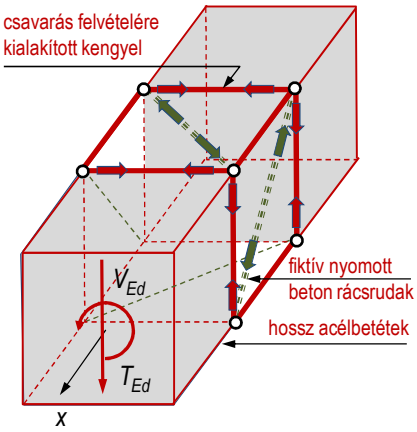
$$T_{Rd} = \min\left\{ T_{Rd,sl} \; , \; T_{Rd,sw} \; , \; T_{Rd,max} \right\}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion and shear according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás és nyírás az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell teherbírásának ellenőrzése nyírás és csavarás működésekor:



A csavarással és nyírással egyidejűleg terhelt szerkezeti elemek legnagyobb ellenállását felülről korlátozza a ferde nyomott betonzónák teherbírása. Annak érdekében, hogy ez a teherbírás biztosított legyen, a következő összefüggésnek kell teljesülnie:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}} \le 1$$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 6.3.2 Fejezet, (6.29), 90. oldal

ahol:

$$T_{Rd,max} = 2 \cdot \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot \sin\theta \cdot ctg\theta$$

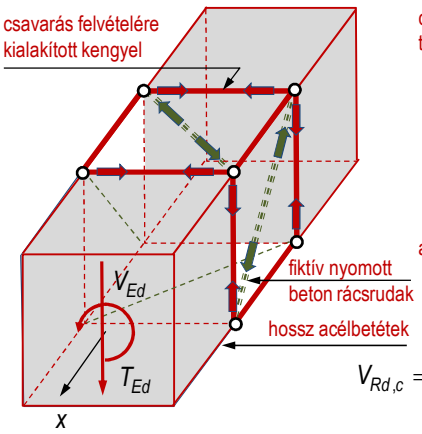
$$V_{Rd,max} = \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot f_{cd} \cdot \frac{ctg\theta + ctg\alpha}{1 + ctg^2\alpha}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsion and shear according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarás és nyírás az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

A térbeli rácsmodell teherbírásának ellenőrzése nyírás és csavarás működésekor:



Megközelítőleg téglalap alakú, tömör keresztmetszetek esetén csak a minimális hosszacél-mennyiségre van szükség, ha teljesül a következő összegzés:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \le 1$$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 6.3.2 Fejezet, (6.31), 91. oldal

ahol:

$$T_{Rd,c} = 2 \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot f_{ctd}$$

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{array}{c} \left[C_{Rd,c} \cdot k \cdot \left(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck}\right)^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \\ \left(v_{\min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}\right) \cdot b_w \cdot d \end{array} \right\}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Stirrups for torsion according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Csavarási kengyelek az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010, 9.2.2 Fejezet, 9.5 Ábra, 146. oldal és 9.2.3 Fejezet, 9.6 Ábra, 147. oldal

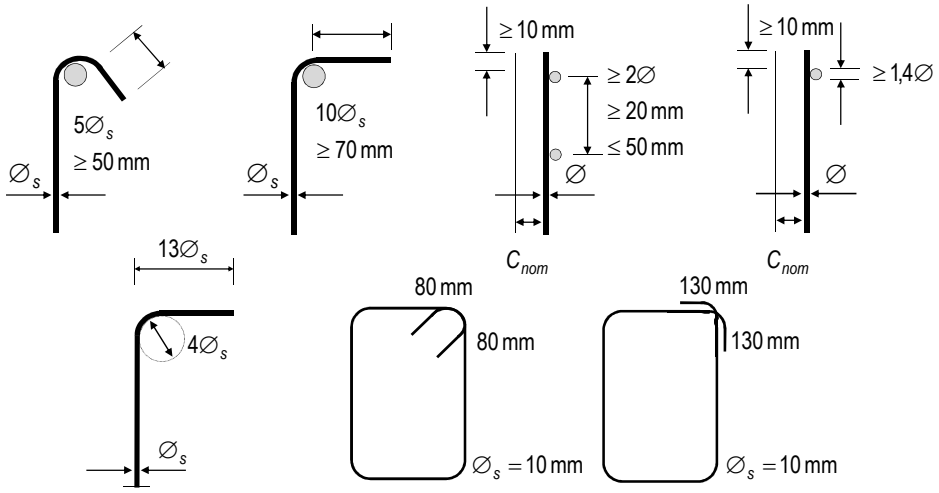


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Stirrups anchors according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Kengyelek lehorgonyzása az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

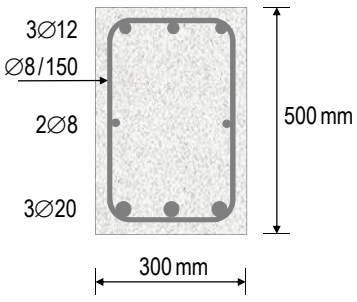
MSZ EN 1992-1-1:2010, 8.5 Fejezet, 8.5 Ábra, 129. oldal



Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg a vázolt ***h* = 500 mm** teljes magasságú és ***b* = 300 mm** szélességű vasbeton négyszög keresztmetszet nyomatéki ellenállását csavarásra! A keresztmetszet fővasalását **3Ø20** és **3Ø12**, továbbá **2Ø8** oldalszerelő alkotja, a kengyelezés **Ø8/150**-es. Az acélbetétek bordás, **B500A** minőségűek. A szerkezet betonszilárdsági osztályát az **XC1** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály alapján vesszük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_{max} **= 16 mm**, az alkalmazott cement **CEM I 42,5 N** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S4**!

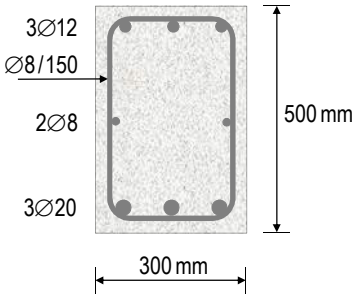
A beton szabványos megnevezése:

C20/25 – XC1 – 16 – F3 – CEM I 42,5 N – MSZ 4798-1: 2004

Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

Anyagjellemzők:



A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20\ \text{N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\ \text{N/mm}^2$$

A beton húzószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{ctd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ctk,0{,}05}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{1{,}50}{1{,}5} = 1{,}00\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

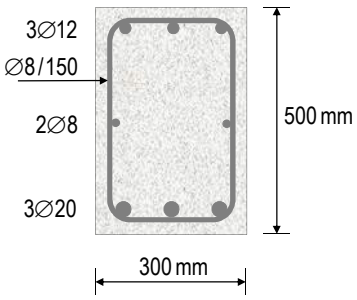
$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175\,‰ \quad \varepsilon_{su} = 25\,‰$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

Geometria:



A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 500\ \text{mm}$$

A keresztmetszet szélessége:

$$b = 300\ \text{mm}$$

Alkalmazott legnagyobb fővas átmérő:

$$\varnothing = 20\ \text{mm}$$

Alkalmazott kengyelek átmérője:

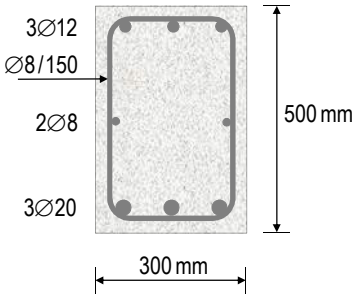
$$\varnothing_s = 8\ \text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

Geometria:



Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 20\ \text{mm}$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 15\ \text{mm}$$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10\ \text{mm}$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} C_{\min,b} = 20\ \text{mm} \\ C_{\min,\text{dur}} = 15\ \text{mm} \\ 10\ \text{mm} \end{matrix}\right\} = 20\ \text{mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 20 + 10 = 30\ \text{mm}$$

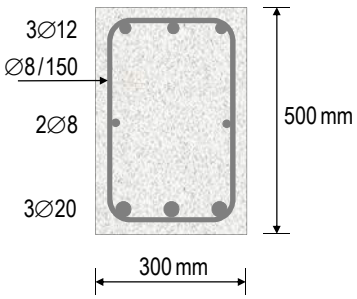
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

Geometria:



Egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet falvastagsága:

$$t_{eff} = \min\left\{\begin{matrix} \dfrac{A}{u} = \dfrac{500 \cdot 300}{2 \cdot (500 + 300)} = 94\ \text{mm} \\ 2 \cdot (C_{nom} + \varnothing_s) = 2 \cdot (30 + 8) = 76\ \text{mm} \end{matrix}\right\} = \boxed{76\ \text{mm}}$$

Az egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet középvonalának kerülete:

$$u_k = 2 \cdot [(b - t_{eff}) + (h - t_{eff})]$$
$$u_k = 2 \cdot [(300 - 76) + (500 - 76)] = \boxed{1296\ \text{mm}}$$

Az egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet középvonala által határolt terület:

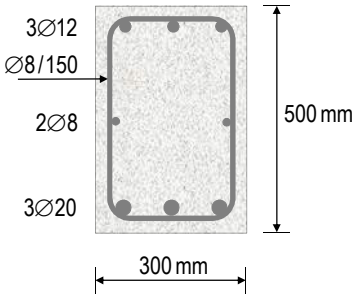
$$A_k = (h - t_{eff}) \cdot (b - t_{eff}) = (500 - 76) \cdot (300 - 76) = \boxed{94976\ \text{mm}^2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

A beton keresztmetszet csavarási teherbírása:



A térbeli rácsmodell nyomott beton rácsrúdjának tönkremeneteléhez tartozó csavarónyomaték ha függőleges síkú kengyeleket alkalmazunk (α = **90⁰**), a nyomott beton rácsrúd hajlásszögét θ**= 45⁰**-ra vesszük fel:

$$T_{Rd,\max} = \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot 2 \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot \sin\theta \cdot ctg\theta$$

$$T_{Rd,\max} = 0{,}552 \cdot 1 \cdot 13{,}33 \cdot 2 \cdot 94976 \cdot 76 \cdot \sin 45^0 \cdot ctg\,45^0$$

$$T_{Rd,\max} = 75{,}11\,\text{kNm}$$

ahol:

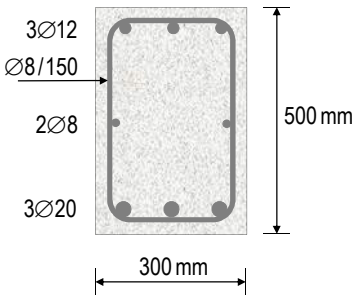
$$\nu = 0{,}6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6 \cdot \left(1 - \frac{20}{250}\right) = 0{,}552$$

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

A vasalás csavarási teherbírása:



A **hossz vasalás** csavarási teherbírása, ha a nyomott beton rácsrúd hajlásszöge θ**= 45⁰** *:*

$$T_{Rd,sl} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{\sum A_{sl} \cdot f_{yd}}{u_k \cdot ctg\theta}$$

$$T_{Rd,sl} = 2 \cdot 94976 \cdot \frac{1647 \cdot 435}{1296 \cdot ctg\,45^0} = 105{,}00\,\text{kNm}$$

A **függőleges síkú** (α = **90⁰**) **kengyelek** csavarási teherbírása, ha a nyomott beton rácsrúd hajlásszöge θ**= 45⁰**:

$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_s} \cdot ctg\theta$$

$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot 94976 \cdot \frac{50 \cdot 435}{150} \cdot ctg\,45^0 = 27{,}54\,\text{kNm}$$

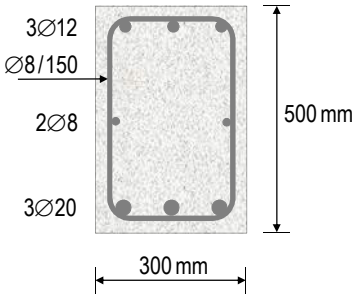
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Torsional capacity of RC cross-section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet csavarási teherbírása

A keresztmetszet csavarási teherbírása:

$$T_{Rd} = \min\left\{ T_{Rd,sl} \ , \ T_{Rd,sw} \ , \ T_{Rd,\max} \right\}$$



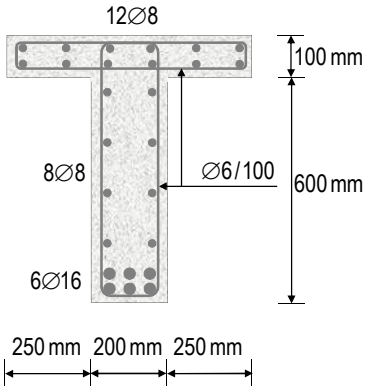
$$T_{Rd} = \min\left\{ \begin{array}{l} T_{Rd,sl} = 105{,}00\,\text{kNm} \\ T_{Rd,sw} = 27{,}54\,\text{kNm} \\ T_{Rd,\max} = 75{,}11\,\text{kNm} \end{array} \right\} = 27{,}54\,\text{kNm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg a vázolt ***h* = 700 mm** teljes magasságú, és ***b*$_w$ = 200 mm** bordaszélességű, ***b*$_{eff}$ = 700 mm** fejlemez szélességű és ***v* = 100 mm** fejlemez vastagságú vasbeton T keresztmetszet nyomatéki ellenállását csavarásra! A keresztmetszet fővasalását **6Ø16**, továbbá a keresztmetszetben egyenletesen elhelyezett mindösszesen **20Ø8** oldalszerelő alkotja, a kengyelezés a bordában és a fejlemezben egyaránt **Ø6/100**-as. Az acélbetétek bordás, **B500A** minőségűek. A szerkezet betonszilárdsági osztályát az **X0v(H)** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály helyett a szerkezetileg indokolt **C30/37**-re vesszük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága ***d*$_{max}$ = 8 mm**, az alkalmazott cement **CEM I 42,5 N** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S4**!

A beton szabványos megnevezése:

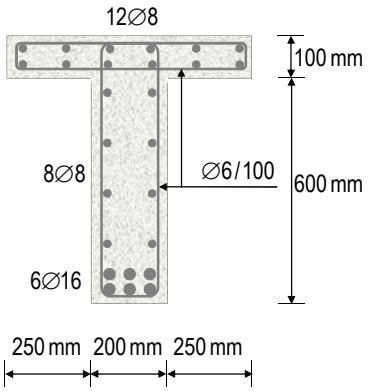
C30/37 - X0v(H) - 8 - F3 - CEM I 42,5 N - MSZ 4798-1: 2004

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

Anyagjellemzők:



A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 30\ \text{N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{30}{1{,}5} = 20\ \text{N/mm}^2$$

A beton húzószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{ctd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ctk,0{,}05}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{2{,}00}{1{,}5} = 1{,}33\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175‰ \quad \varepsilon_{su} = 25‰$$

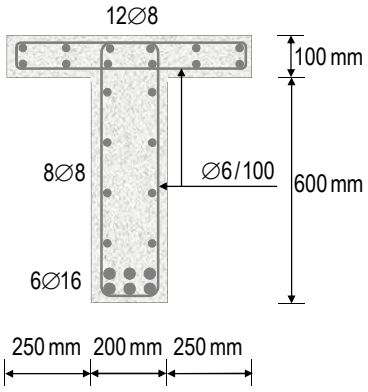
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

Geometria:



A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 700\ \text{mm}$$

A keresztmetszet bordaszélessége:

$$b_w = 200\ \text{mm}$$

A keresztmetszet fejlemez szélessége:

$$b_{eff} = 700\ \text{mm}$$

A fejlemez vastagsága:

$$v = 100\ \text{mm}$$

Alkalmazott legnagyobb fővas átmérő:

$$\varnothing = 16\ \text{mm}$$

Alkalmazott kengyelek átmérője:

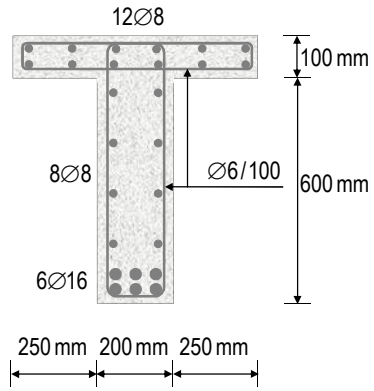
$$\varnothing_s = 6\ \text{mm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

Geometria:



Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 16\ \text{mm}$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 10\ \text{mm}$$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10\ \text{mm} - 5\ \text{mm} = 5\ \text{mm}$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} C_{\min,b} = 16\ \text{mm} \\ C_{\min,\text{dur}} = 10\ \text{mm} \\ 10\ \text{mm} \end{matrix}\right\} = 16\ \text{mm}$$

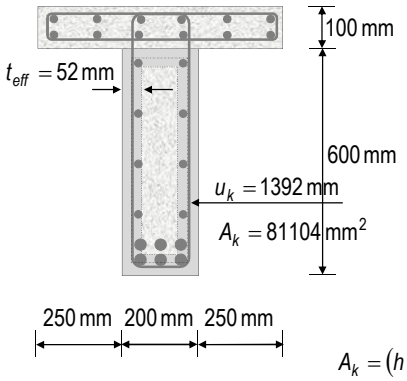
A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 16 + 5 \approx 20\ \text{mm}$$

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

Geometria:



A borda egyenértékű vékonyfalú keresztmetszetének falvastagsága:

$$t_{eff} = \min\left\{\begin{matrix} \dfrac{A}{u} = \dfrac{200 \cdot 600}{2 \cdot (200 + 600)} = 75\ \text{mm} \\ 2 \cdot (C_{nom} + \varnothing_s) = 2 \cdot (20 + 6) = 52\ \text{mm} \end{matrix}\right\} = \boxed{52\ \text{mm}}$$

A borda egyenértékű vékonyfalú keresztmetszetéhez tartozó középvonal kerülete:

$$u_k = 2 \cdot [(b_w - t_{eff}) + (h - v - t_{eff})]$$
$$u_k = 2 \cdot [(200 - 52) + (600 - 52)] = \boxed{1392\ \text{mm}}$$

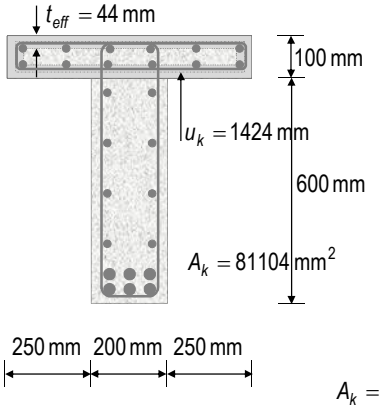
A borda egyenértékű vékonyfalú keresztmetszetének középvonala által határolt terület:

$$A_k = (h - v - t_{eff}) \cdot (b_w - t_{eff}) = (600 - 52) \cdot (200 - 52) = \boxed{81104\ \text{mm}^2}$$

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

Geometria:



A fejlemez egyenértékű vékonyfalú keresztmetszetének falvastagsága:

$$t_{eff} = \min\begin{Bmatrix} \frac{A}{u} = \frac{100 \cdot 700}{2 \cdot (100 + 700)} = 44 \text{ mm} \\ 2 \cdot (C_{nom} + \varnothing_s) = 2 \cdot (20 + 6) = 52 \text{ mm} \end{Bmatrix} = \boxed{44 \text{ mm}}$$

A fejlemez egyenértékű vékonyfalú keresztmetszetéhez tartozó középvonal kerülete:

$$u_k = 2 \cdot [(b_{eff} - t_{eff}) + (v - t_{eff})]$$
$$u_k = 2 \cdot [(700 - 44) + (100 - 44)] = \boxed{1424 \text{ mm}}$$

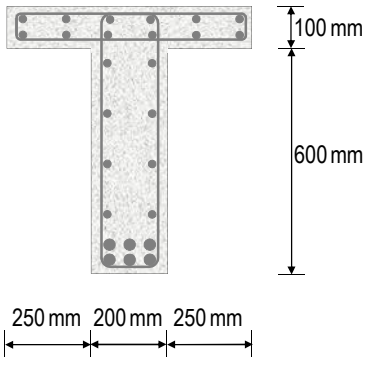
A fejlemez egyenértékű vékonyfalú keresztmetszetének középvonala által határolt terület:

$$A_k = (v - t_{eff}) \cdot (b_{eff} - t_{eff}) = (100 - 44) \cdot (700 - 44) = \boxed{36736 \text{ mm}^2}$$

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

A beton keresztmetszet csavarási teherbírása:



A térbeli rácsmodell nyomott beton rácsrúdjának tönkremeneteléhez tartozó csavarónyomaték, ha függőleges síkú kengyeleket alkalmazunk (α = 90^0), a nyomott beton rácsrúd hajlásszögét θ = 45^0-ra vesszük fel:

$$T_{Rd,\max} = \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot 2 \cdot \sum_{i=1}^{2} A_{k,i} \cdot t_{eff,i} \cdot \sin\theta \cdot ctg\theta$$

borda esetén:

$$T_{Rd,\max} = 0{,}528 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 81104 \cdot 52 \cdot \sin 45^0 \cdot ctg\,45^0$$
$$T_{Rd,\max} = \boxed{62{,}98 \text{ kNm}}$$

fejlemez esetén:

$$T_{Rd,\max} = 0{,}528 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 36736 \cdot 44 \cdot \sin 45^0 \cdot ctg\,45^0$$
$$T_{Rd,\max} = \boxed{24{,}14 \text{ kNm}}$$

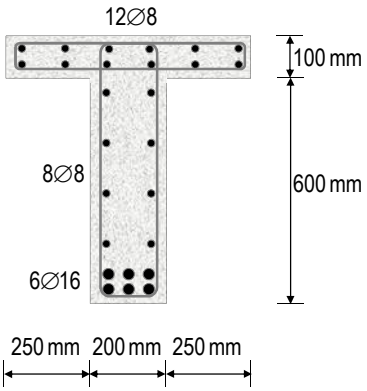
ahol:

$$\nu = 0{,}6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6 \cdot \left(1 - \frac{30}{250}\right) = 0{,}528$$

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

A hossz vasalás csavarási teherbírása:



A **hossz vasalás** csavarási teherbírása, ha a nyomott beton rácsrúd hajlásszöge $\theta = 45^0$:

$$T_{Rd,sl} = 2 \cdot \sum_{i=1}^{2} A_{k,i} \cdot \frac{\sum A_{sl,i}}{u_{k,i}} \cdot \frac{f_{yd}}{ctg\theta}$$

borda esetén:

$$T_{Rd,sl} = 2 \cdot 81104 \cdot \frac{1606 \cdot 435}{1392 \cdot ctg45^0} = 81{,}41\,\text{kNm}$$

fejlemez esetén:

$$T_{Rd,sl} = 2 \cdot 36736 \cdot \frac{600 \cdot 435}{1424 \cdot ctg45^0} = 13{,}47\,\text{kNm}$$

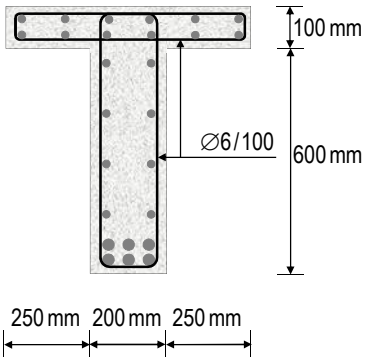
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

A kengyelek csavarási teherbírása:



A **függőleges síkú** (α = 90^0) **kengyelek** csavarási teherbírása, ha a nyomott beton rácsrúd hajlásszöge $\theta = 45^0$:

$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot \sum_{i=1}^{2} A_{k,i} \cdot \frac{A_{sw,i}}{s_{s,i}} \cdot f_{yd} \cdot ctg\theta$$

borda esetén:

$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot 81104 \cdot \frac{28 \cdot 435}{100} \cdot ctg45^0 = 19{,}76\,\text{kNm}$$

fejlemez esetén:

$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot 36736 \cdot \frac{28 \cdot 435}{100} \cdot ctg45^0 = 8{,}95\,\text{kNm}$$

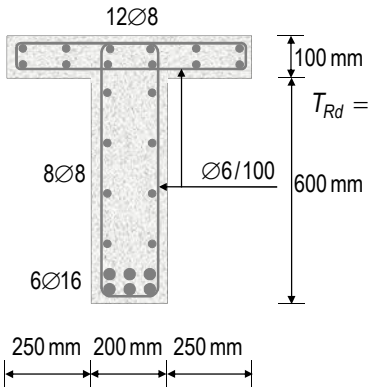
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Torsional capacity of RC "T" cross-section

7. Példa: Vasbeton "T" keresztmetszet csavarási teherbírása

A keresztmetszet csavarási teherbírása:

$$T_{Rd} = \min\left\{T_{Rd,sl}\ ,\ T_{Rd,sw}\ ,\ T_{Rd,\max}\right\}$$



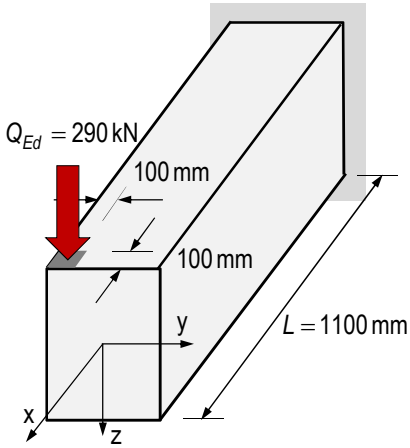
$$T_{Rd} = \min\left\{\begin{array}{l} T_{Rd,sl} = 81{,}41 + 13{,}47 = 94{,}88\,\text{kNm} \\ T_{Rd,sw} = 19{,}76 + 8{,}96 = 28{,}72\,\text{kNm} \\ T_{Rd,\max} = 62{,}98 + 24{,}14 = 87{,}12\,\text{kNm} \end{array}\right\} = 28{,}72\,\text{kNm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Feladat-meghatározás:



Tervezzük meg a vázolt ***h* = 600 mm** teljes magasságú és ***b* = 400 mm** szélességű négyszög keresztmetszetű vasbeton konzol vasalását az Q_{Ed} **= 290 kN** nagyságú teherre! A keresztmetszet fővasalását **Ø20** a kengyeleket **Ø8** bordás, **B500A** minőségű acélbetétekből kívánjuk kialakítani, a szerkezet betonszilárdsági osztályát az **XC3** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály alapján vesszük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_{max} **= 16 mm**, az alkalmazott cement **CEM I 42,5 N** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S3 (30 év)**!

A beton szabványos megnevezése:

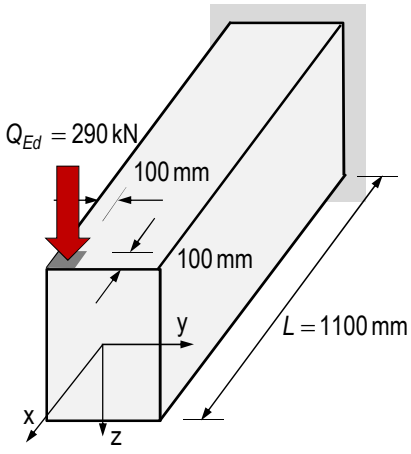
C30/37 – XC3 – 16 – F3 – CEM I 42,5 N – 30 év – MSZ 4798-1: 2004

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Anyagjellemzők:



A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 30\,\text{N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{30}{1{,}5} = 20\,\text{N/mm}^2$$

A beton húzószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{ctd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ctk,0{,}05}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{2{,}00}{1{,}5} = 1{,}33\,\text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\,\text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,\text{N/mm}^2$$

A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175‰ \quad \varepsilon_{su} = 25‰$$

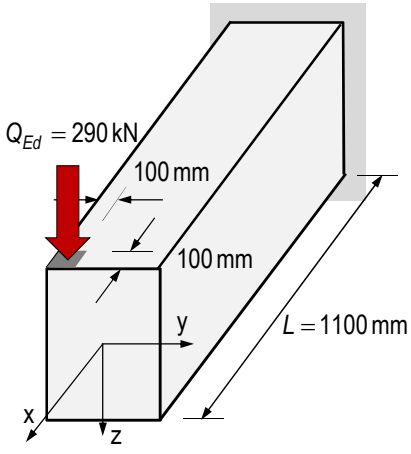
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Geometria:



A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 600\,\text{mm}$$

A keresztmetszet szélessége:

$$b = 400\,\text{mm}$$

Alkalmazott fővasak átmérője:

$$\varnothing = 20\,\text{mm}$$

Alkalmazott kengyelek átmérője:

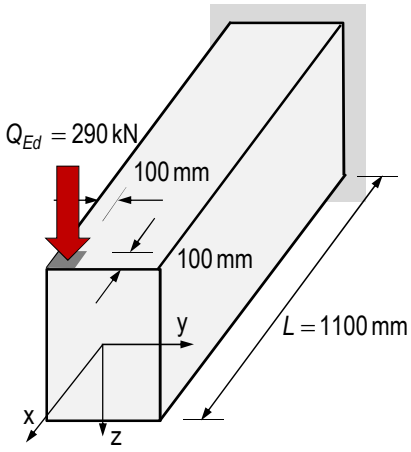
$$\varnothing_s = 8\,\text{mm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Geometria:



Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 20\,\text{mm}$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 25\,\text{mm}$$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 15\,\text{mm}$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} C_{\min,b} = 20\,\text{mm} \\ C_{\min,\text{dur}} = 20\,\text{mm} \\ 10\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 20\,\text{mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

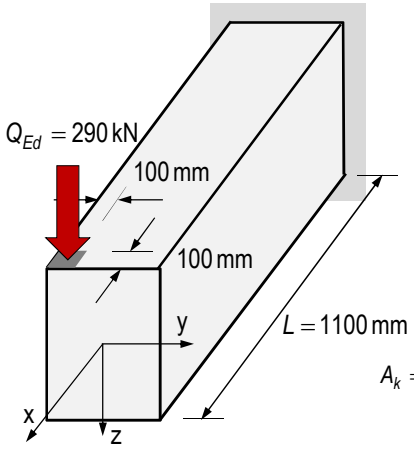
$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 20 + 15 = 35\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Geometria:



Egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet falvastagsága:

$$t_{eff} = \min\left\{\begin{matrix} \dfrac{A}{u} = \dfrac{600 \cdot 400}{2 \cdot (600 + 400)} = 120\,\text{mm} \\ 2 \cdot (C_{nom} + \varnothing_s) = 2 \cdot (35 + 8) = 86\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = \boxed{86\,\text{mm}}$$

Az egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet középvonalának kerülete:

$$u_k = 2 \cdot [(b - t_{eff}) + (h - t_{eff})]$$
$$u_k = 2 \cdot [(400 - 86) + (600 - 86)] = \boxed{1656\,\text{mm}}$$

Az egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet középvonala által határolt terület:

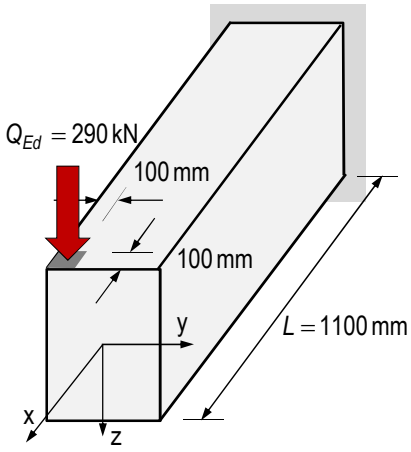
$$A_k = (h - t_{eff}) \cdot (b - t_{eff}) = (600 - 86) \cdot (400 - 86) = \boxed{161396\,\text{mm}^2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Tervezési igénybevételek:



A nyíróerő tervezési értéke:

$$V_{Ed} = -290 \text{ kN}$$

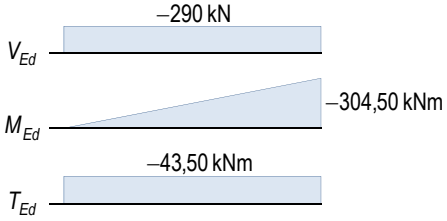
A hajlító nyomaték tervezési értéke:

$$M_{Ed} = Q_d \cdot L = 290 \cdot (1{,}10 - 0{,}05) = -304{,}50 \text{ kNm}$$

A csavaró nyomaték tervezési értéke:

$$T_{Ed} = Q_d \cdot e = 290 \cdot -0{,}15 = -43{,}50 \text{ kNm}$$

Igénybevételi ábrák:

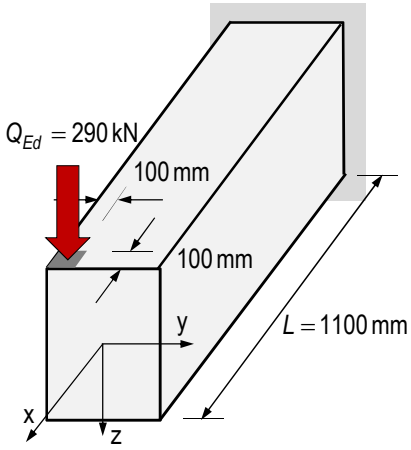


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Tervezés hajlításra:



Húzott acélbetétek dolgozó magassága:

$$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} \right)$$

$$d = 600 - \left(35 + 8 + \frac{20}{2} \right) = 547 \text{ mm}$$

A nyomott öv magassága:

$$x = d - \sqrt{d^2 - \frac{2 \cdot M_{Ed}}{b \cdot f_{cd}}}$$

$$x = 547 - \sqrt{547^2 - \frac{2 \cdot 304{,}50 \cdot 10^6}{400 \cdot 20}} = 74{,}68 \text{ mm}$$

$$x = 74{,}68 \text{ mm} < x_{lim} = \xi_0 \cdot d = 0{,}49 \cdot 547 = 268 \text{ mm}$$

A szükséges hajlítási vasalás:

$$A_{s,requ} = \frac{b \cdot x \cdot f_{cd}}{f_{yd}} = \frac{400 \cdot 74{,}68 \cdot 20}{435} = 1374 \text{ mm}^2$$

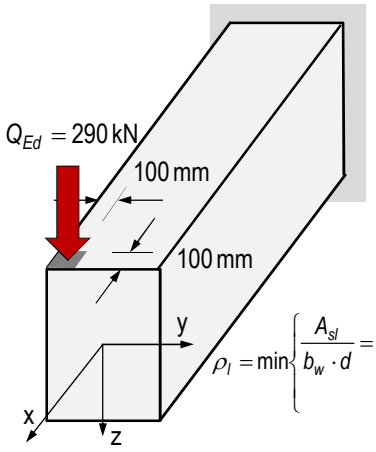
Alkalmazott hajlítási vasalás : 5Ø20 (1570 mm²)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

A beton keresztmetszet nyírási teherbírása:



A nyírási vasalást nem tartalmazó vasbeton keresztmetszet nyírási teherbírása:

$$V_{Rd,c} = \max\left\{\begin{matrix}\left[C_{Rd,c}\cdot k\cdot(100\cdot\rho_l\cdot f_{ck})^{1/3}+k_1\cdot\sigma_{cp}\right]\cdot b_w\cdot d \\ (v_{\min}+k_1\cdot\sigma_{cp})\cdot b_w\cdot d\end{matrix}\right\} =$$

$$\max\left\{\begin{matrix}\left[\frac{0{,}18}{1{,}5}\cdot 1{,}60\cdot(100\cdot 0{,}007\cdot 30)^{1/3}\right]\cdot 400\cdot 547 = 115{,}90 \\ 0{,}388\cdot 400\cdot 547 = 84{,}89\end{matrix}\right\} =$$

$$V_{Rd,c} = 115{,}90\ \text{kN}$$

ahol:

$$\rho_l = \min\left\{\begin{matrix}\frac{A_{sl}}{b_w\cdot d} = \frac{1570}{400\cdot 547} = 0{,}007 \\ 0{,}02\end{matrix}\right\} = 0{,}007$$

$$k = \min\left\{\begin{matrix}1+\sqrt{\frac{200}{d}} = 1+\sqrt{\frac{200}{547}} = 1{,}60 \\ 2{,}0\end{matrix}\right\} = 1{,}60$$

$$v_{\min} = 0{,}035\cdot k^{3/2}\cdot f_{ck}^{1/2} = 0{,}035\cdot 1{,}60^{3/2}\cdot 30^{1/2} = 0{,}388$$

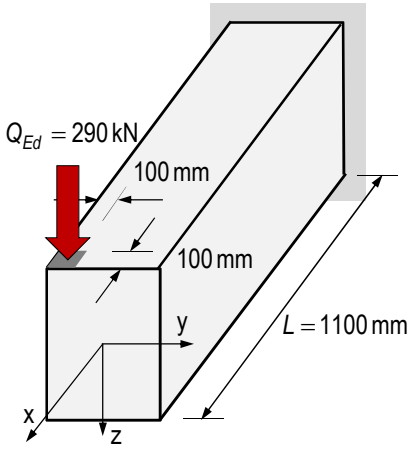
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

A beton keresztmetszet nyírási teherbírása:



A **fiktív nyomott beton rácsrúd teherbírásának kimerüléséhez tartozó nyíróerő** értéke, ha függőleges síkú kengyeleket alkalmazunk ($\alpha = 90^0$), a nyomott beton rácsrúd hajlásszögét $\theta = 45^0$-ra vesszük fel, a belső erők karja $z = 0{,}9\cdot d$:

$$V_{Rd,\max} = \nu\cdot\alpha_{cw}\cdot b_w\cdot z\cdot f_{cd}\cdot\frac{ctg\theta + ctg\alpha}{1+ctg^2\alpha}$$

$$V_{Rd,\max} = 0{,}528\cdot 1\cdot 400\cdot 0{,}9\cdot 547\cdot 20 = 2079\ \text{kN}$$

ahol:

$$\nu = 0{,}6\cdot\left(1-\frac{f_{ck}}{250}\right) = 0{,}6\cdot\left(1-\frac{30}{250}\right) = 0{,}528$$

$$V_{Ed} = 290\ \text{kN} < V_{Rd,\max} = 2079\ \text{kN}$$

A keresztmetszet nyírásra bevasalható!

$$V_{Ed} = 290\ \text{kN} > V_{Rd,c} = 115{,}90\ \text{kN}$$

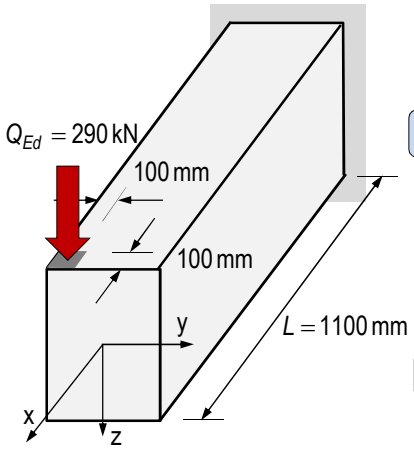
Nyírási vasalás alkalmazása szükséges!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

A beton keresztmetszet csavarási teherbírása:



A térbeli rácsmodell nyomott beton rácsrúdjának tönkremeneteléhez tartozó csavarónyomaték:

$$T_{Rd,\max} = \nu \cdot \alpha_{cw} \cdot f_{cd} \cdot 2 \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot \sin\theta \cdot ctg\,\theta$$

$$T_{Rd,\max} = 0{,}528 \cdot 1 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 161396 \cdot 86 \cdot \sin 45^0 \cdot ctg\,45^0$$

$$T_{Rd,\max} = 207{,}28\,\text{kNm}$$

$$T_{Ed} = 43{,}50\,\text{kNm} < T_{Rd,\max} = 207{,}28\,\text{kNm}$$

A keresztmetszet csavarásra bevasalható!

Az egyenértékű vékonyfalú keresztmetszet repesztő csavaró nyomatéka:

$$T_{Rd,c} = 2 \cdot A_k \cdot t_{eff} \cdot f_{ctd}$$

$$T_{Rd,c} = 2 \cdot 161396 \cdot 86 \cdot 1{,}33 = 36{,}92\,\text{kNm}$$

$$T_{Ed} = 43{,}50\,\text{kNm} > T_{Rd,c} = 36{,}92\,\text{kNm}$$

Csavarási vasalás alkalmazása szükséges!

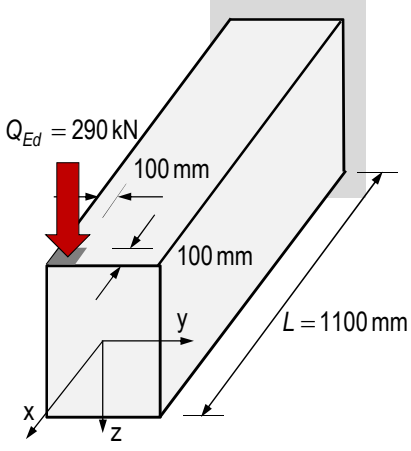
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture II. / II. Előadás

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Csavarással egyidejű nyírás vizsgálata:



A ferde nyomott beton rácsrudak teherbírásának ellenőrzése összetett (csavarás + nyírás) igénybevételre:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,\max}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,\max}} \le 1 \qquad \frac{43{,}50}{207{,}28} + \frac{290}{2079} = 0{,}35 < 1$$

A keresztmetszet összetett igénybevételre (csavarás+nyírás) bevasalható!

Csavarásra csak a minimális hosszacél-mennyiségre van szükség, ha teljesül a következő feltétel:

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd,c}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} \le 1 \qquad \frac{43{,}50}{36{,}92} + \frac{290}{115{,}90} = 3{,}68 >> 1$$

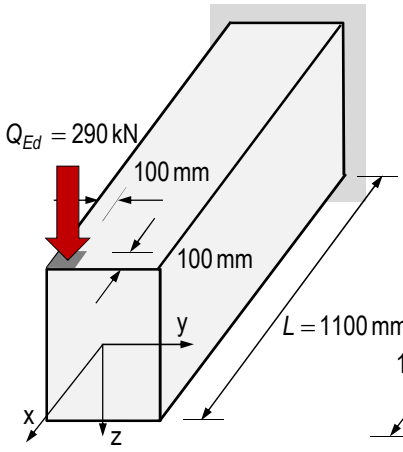
Csavarásra méretezett hosszvasalás alkalmazása szükséges!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Nyírási vasalás tervezése:



A **függőleges síkú** (α = 90⁰) **nyírási kengyelek** szükséges keresztmetszeti területe, ha a nyomott beton rácsrúd hajlásszöge θ= 45⁰, a belső erők karja $z = 0{,}9 \cdot d$:

$$V_{Rd,s} = 0{,}9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{s_s} \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha)$$

a nyírási vasalás teherbírása

$$\frac{A_{sw}}{s_s} \geq \frac{V_{Ed}}{0{,}9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin\alpha + \cos\alpha)}$$

a nyíróerő felvételéhez szükséges fajlagos nyírási vasalás

$$\frac{A_{sw}}{s_s} \geq \frac{290 \cdot 10^3}{0{,}9 \cdot 547 \cdot 435 \cdot 1} = 1{,}354\,\text{mm}^2/\text{mm} = 1354\,\text{mm}^2/\text{m}$$

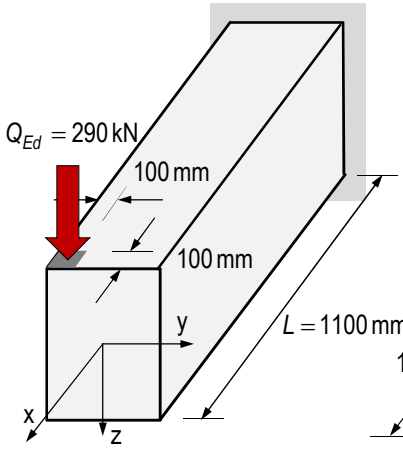
Két kengyelszárra vonatkozó keresztmetszeti terület

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Csavarási vasalás tervezése:



A **függőleges síkú** (α = 90⁰) **csavarási kengyelek** szükséges keresztmetszeti területe, ha a nyomott beton rácsrúd hajlásszöge θ= 45⁰, a belső erők karja $z = 0{,}9 \cdot d$:

$$T_{Rd,sw} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{yd}}{s_s} \cdot ctg\,\theta$$

a csavarási kengyelek teherbírása

$$\frac{A_{sw}}{s_s} \geq \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd} \cdot ctg\,\theta}$$

a csavaró nyomaték felvételéhez szükséges fajlagos kengyelezés

$$\frac{A_{sw}}{s_s} \geq \frac{43{,}50 \cdot 10^6}{2 \cdot 161396 \cdot 435 \cdot 1} = 0{,}310\,\text{mm}^2/\text{mm} = 310\,\text{mm}^2/\text{m}$$

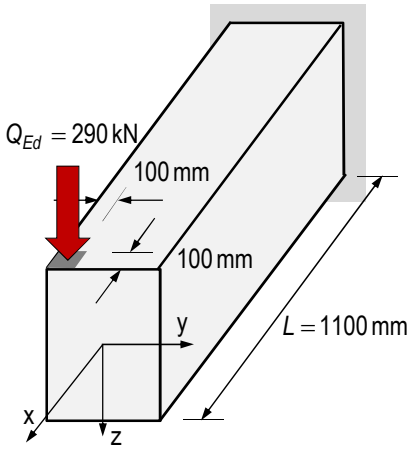
Egy kengyelszárra vonatkozó keresztmetszeti terület

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Kengyelezés kialakítása:



A **függőleges síkú** (α = 90⁰) **csavarási és nyírási kengyelek** szükséges keresztmetszeti területe:

$$\frac{A_{sw}}{s_s} \geq 1354\,\text{mm}^2/\text{m} + 2 \cdot 310\,\text{mm}^2/\text{m} = 1974\,\text{mm}^2/\text{m}$$

Ø8-as kengyelek esetén a szükséges kengyeltávolság:

$$s_{s,\max} \leq \frac{2 \cdot 50}{1{,}974} = 51\,\text{mm}$$

Ø8-as dupla kengyelek esetén a szükséges kengyeltávolság:

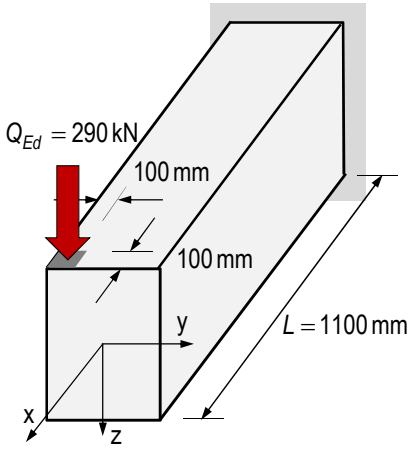
$$s_{s,\max} \leq \frac{4 \cdot 50}{1{,}974} = 102\,\text{mm}$$

Alkalmazott dupla kengyelezés: 2×Ø8/100!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Hosszvasalás csavarásra:



A **csavarási hossz vasalás** szükséges keresztmetszeti területe:

$$T_{Rd,sl} = 2 \cdot A_k \cdot \frac{\sum A_{sl} \cdot f_{yd}}{u_k \cdot ctg\theta} \rightarrow \frac{\sum A_{sl}}{u_k} \geq \frac{T_{Ed}}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot ctg\theta$$

$$\sum A_{sl} \geq \frac{T_{Ed} \cdot u_k}{2 \cdot A_k \cdot f_{yd}} \cdot ctg\theta$$

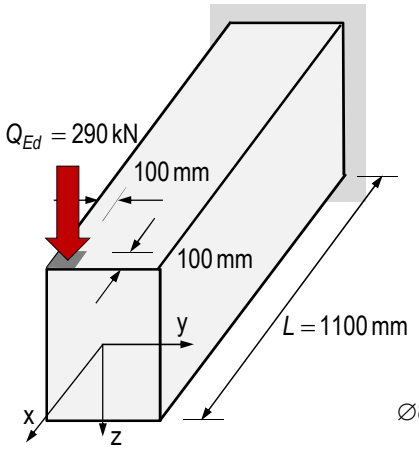
$$\sum A_{sl} \geq \frac{43{,}50 \cdot 10^6 \cdot 1656}{2 \cdot 161396 \cdot 435} = 514\,\text{mm}^2/\text{mm}$$

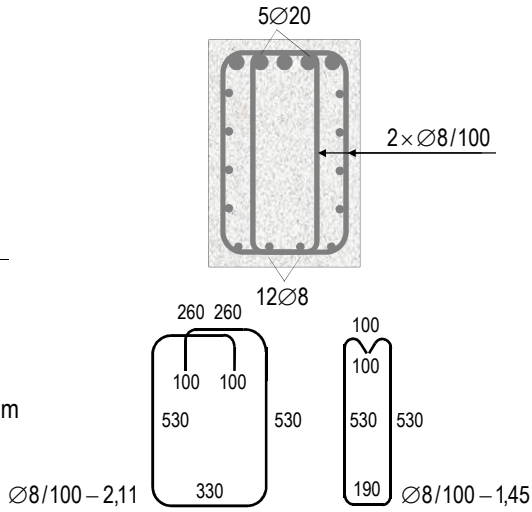
Alkalmazott, a kerület mentén egyenletesen kiosztott csavarási hosszvasalás: 12Ø8 (600 mm²)!

Example 8: Design of RC beam under combined loading

8. Példa: Vasbeton gerenda tervezése összetett igénybevételekre

Eredményvázlat:





 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

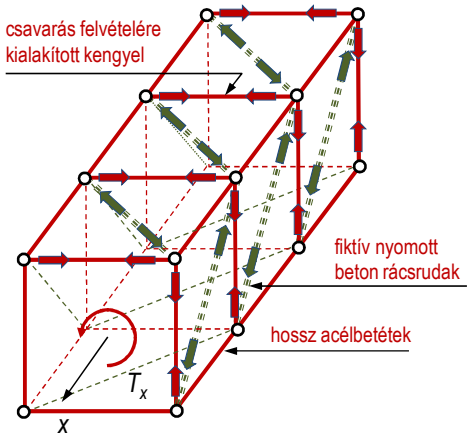
II.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton rúdszerkezetek csavarása -

Köszönöm a figyelmet!



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

3. Előadás

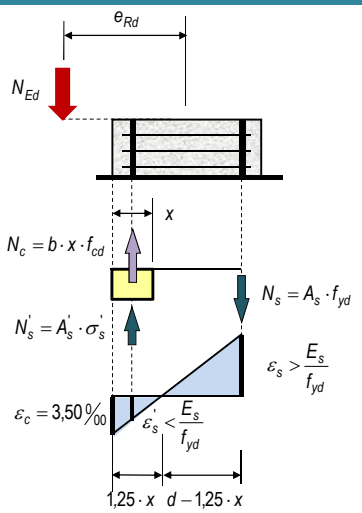
Központosan és külpontosan húzott, ill. nyomott vasbeton keresztmetszet

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Reinforced Concrete Structures III.

III. Vasbetonszerkezetek III.

- Központosan és külpontosan húzott, ill. nyomott vasbeton keresztmetszet -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

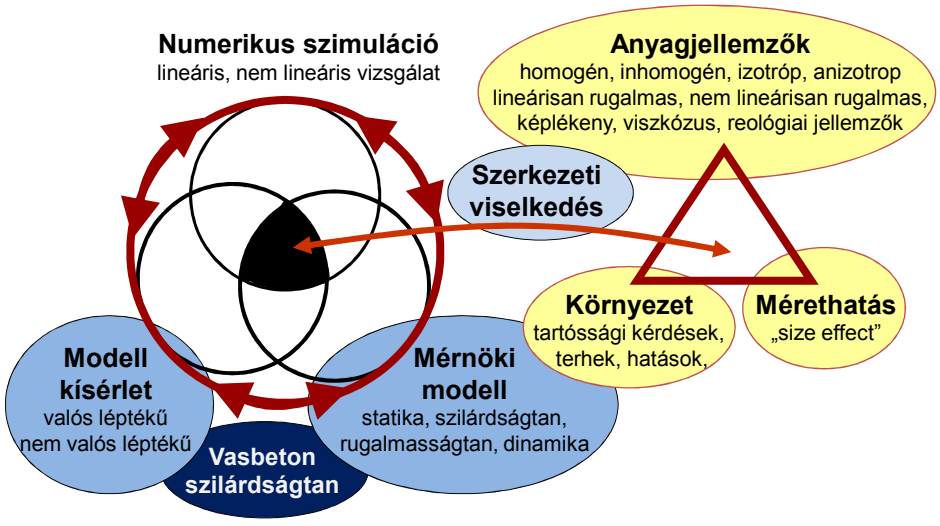
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Modelling of reinforced concrete (RC) structures

Vasbeton szerkezetek modellezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Loading of a RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

Egyszerű igénybevételek

Axiális igénybevételek *Axial forces*	**Tangenciális igénybevételek** *Tangential forces*
Normál feszültségek, **σ [N/mm^2, MPa]** *Normal stresses*	**Nyíró feszültségek,** **τ [N/mm^2, MPa]** *Tangential forces*
Központos húzás/nyomás, *N* [kN] *Tension / Compression force* **Hajlítónyomaték, *M* [kNm]** *Bending moment*	**Nyíróerő, *V* [kN]** *Shear force* **Csavarónyomaték, *T* [kNm]** *Torsional moment*

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Loading of a RC cross-section

Vasbeton keresztmetszet igénybevételei

Összetett igénybevételek

Axiális igénybevételek *Axial forces*	**Tangenciális igénybevételek** *Tangential forces*
Külpontos húzás ***N(+)* [kN] – *M* [kNm]** *Combined tension and bending* **Külpontos nyomás** ***N(-)* [kN] – *M* [kNm]** *Combined compression and bending*	**Csavarással egyidejű nyírás** ***T* [kNm] – *V* [kN]** *Combined shear and torsion*

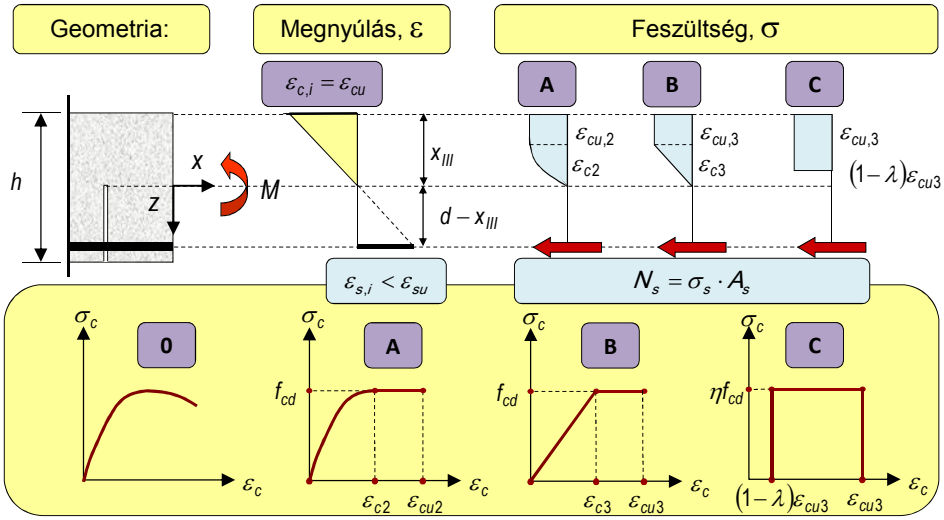
Axiális és tangenciális igénybevételek
Combined axial and tangential forces

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Design modells of concrete for RC cross section

A beton tervezési modelljei vasbeton keresztmetszetben

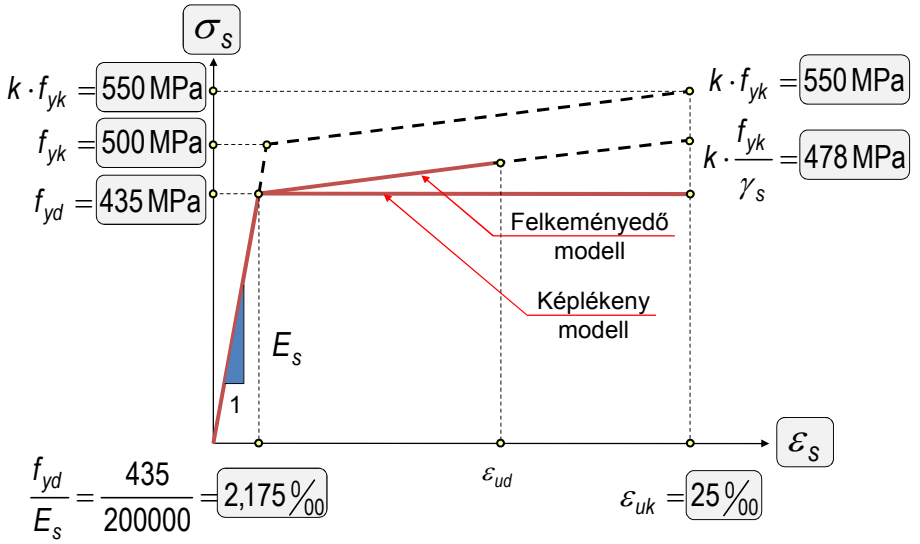


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Design curve for reinforcing bar class B500A

B500A osztályú betonacél σ – ε méretezési diagramja

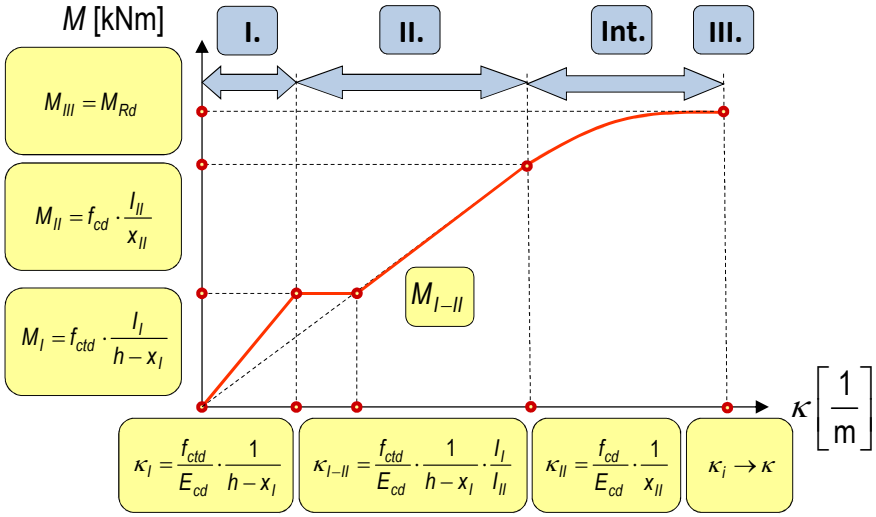


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

$M-\kappa$ curve for RC cross-section

$M-\kappa$ görbe vasbeton keresztmetszethez

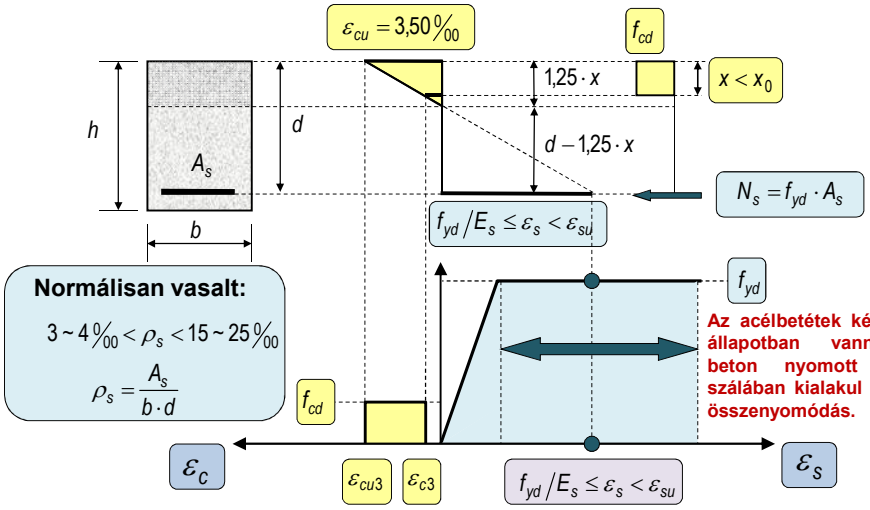


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Failure of normally reinforced RC cross-section

Normálisan vasalt vasbeton keresztmetszet törési állapotban



Normálisan vasalt:

$3 \sim 4‰ < \rho_s < 15 \sim 25‰$

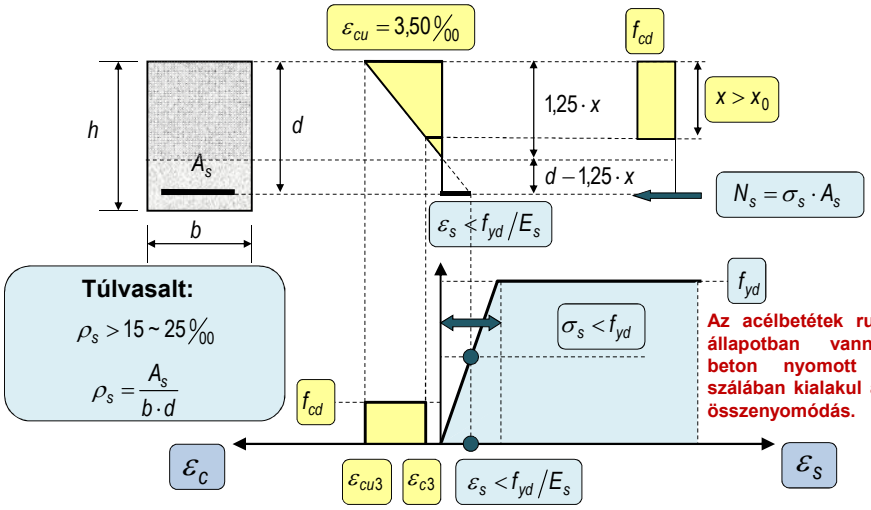
$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d}$

Az acélbetétek képlékeny állapotban vannak, a beton nyomott szélső szálában kialakul a törési összenyomódás.

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Failure of over reinforced RC cross-section

Túlvasalt vasbeton keresztmetszet törési állapotban

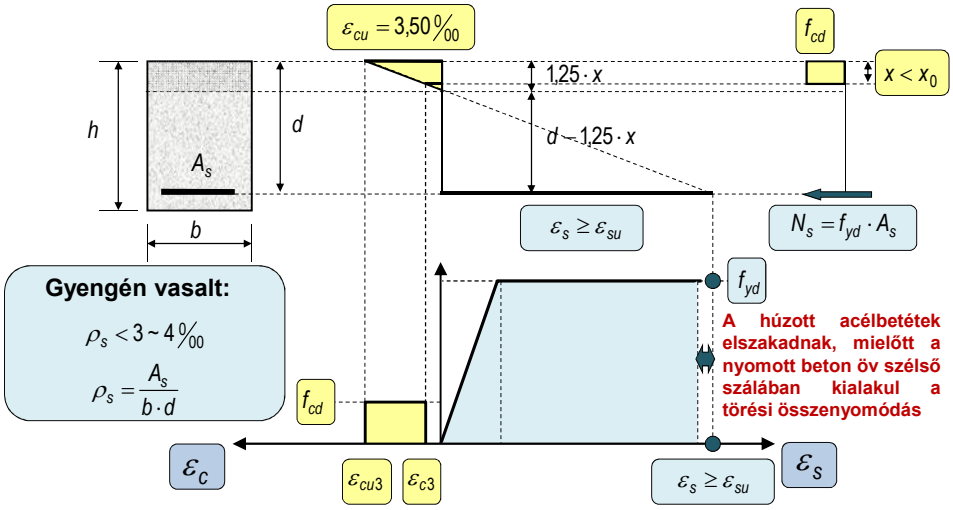


Az acélbetétek rugalmas állapotban vannak, a beton nyomott szélső szálában kialakul a törési összenyomódás.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Failure of under reinforced RC cross-section

Gyengén vasalt vasbeton keresztmetszet törési állapotban

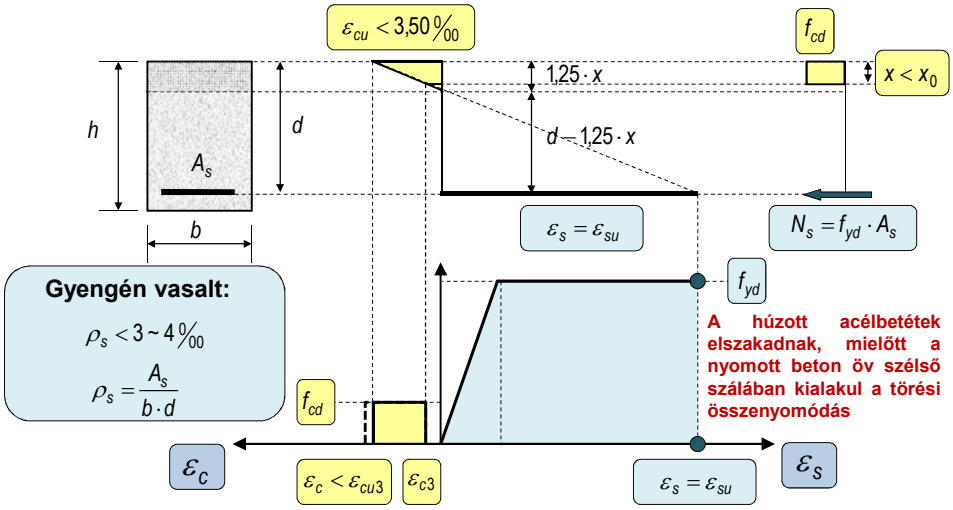


A húzott acélbetétek elszakadnak, mielőtt a nyomott beton öv szélső szálában kialakul a törési összenyomódás

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Failure of under reinforced RC cross-section

Gyengén vasalt vasbeton keresztmetszet törési állapotban



Gyengén vasalt:

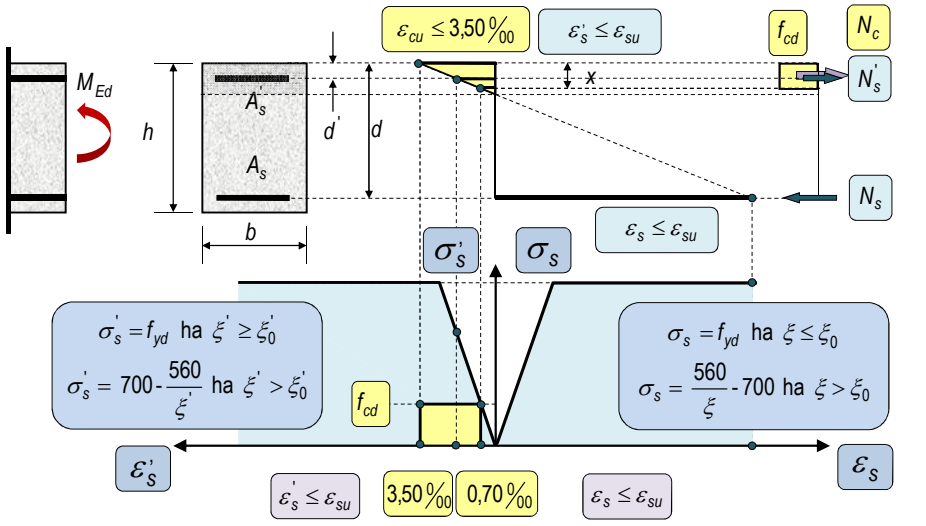
$$\rho_s < 3 \sim 4\,‰$$

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

A húzott acélbetétek elszakadnak, mielőtt a nyomott beton öv szélső szálában kialakul a törési összenyomódás

Behaviour of RC cross section in bending

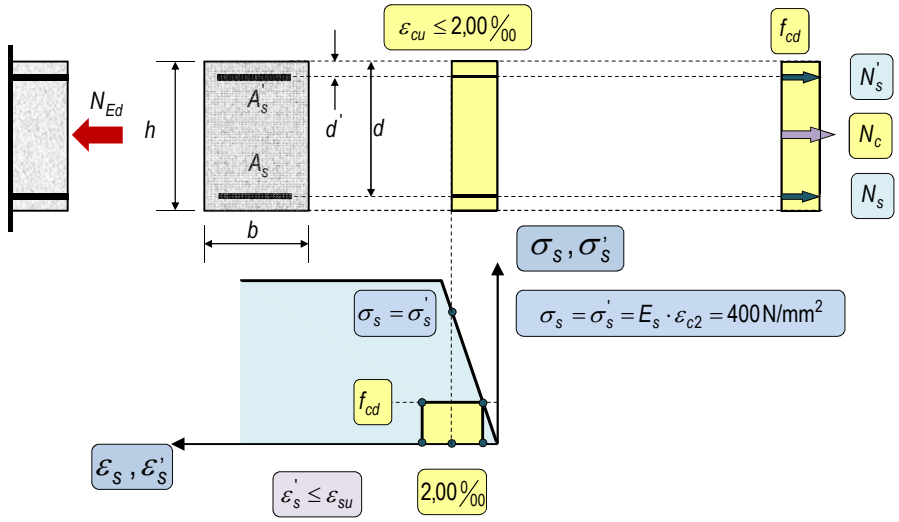
Hajlított vasbeton keresztmetszet viselkedése



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Behaviour of RC cross section in compression

Központosan nyomott vasbeton keresztmetszet viselkedése

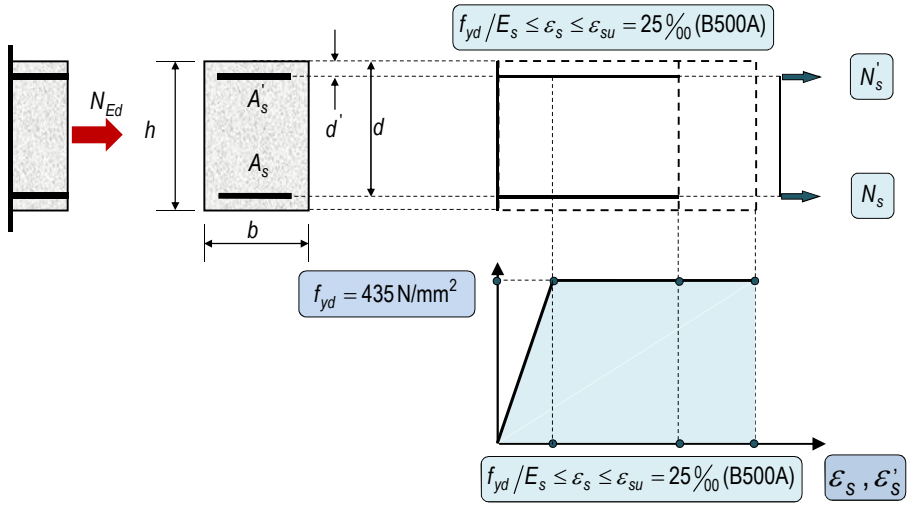


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Behaviour of RC cross section in tension

Központosan húzott vasbeton keresztmetszet viselkedése

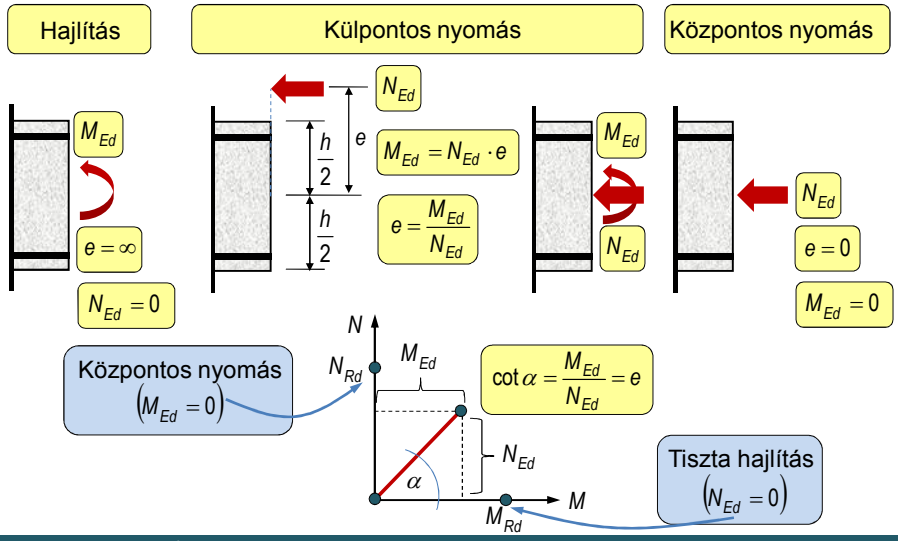


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Bending – Compression and Bending - Compression

Tiszta hajlítás – külpontos nyomás – központos nyomás

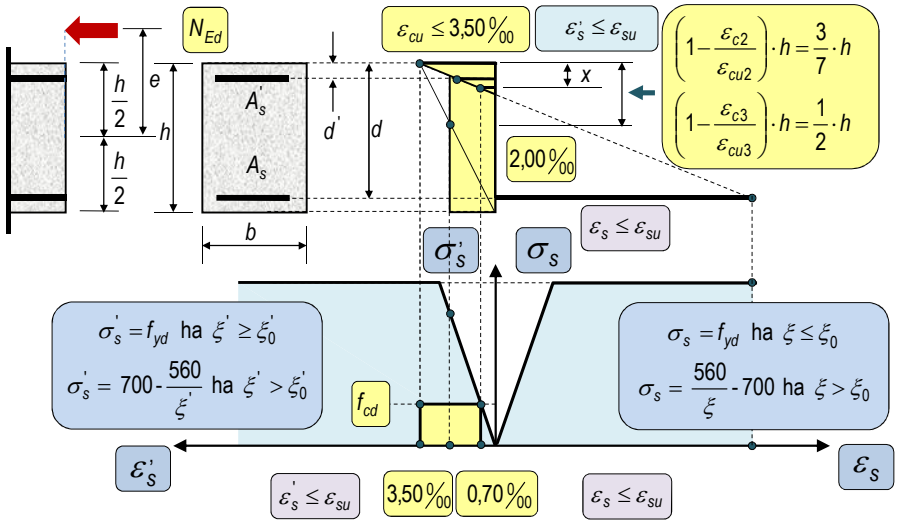


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Behaviour of RC cross section in compression and bending

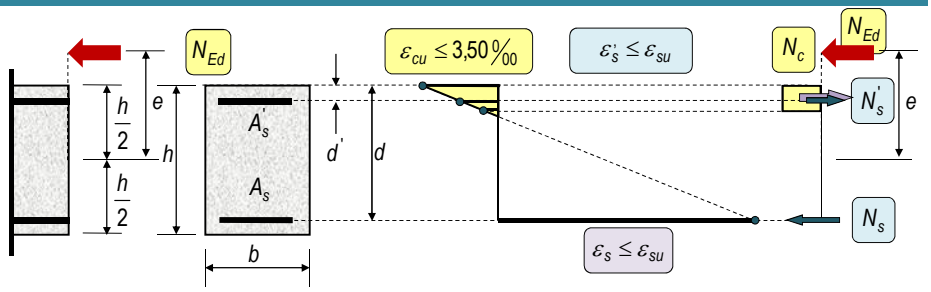
Külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet viselkedése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Behaviour of RC cross section in compression and bending
Külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet viselkedése



Vetületi egyenlet:

$$\Sigma N_x = 0 \;\rightarrow\; N_b + N_s' - N_s - N_{Ed} = 0 \;\rightarrow\; b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s - N_{Ed} = 0$$

Nyomatéki egyenlet a nyomott beton öv szélső szálára:

$$\Sigma M_y = 0 \;\rightarrow\; b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e - \frac{h}{2} \right) = 0$$

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Behaviour of RC cross section in compression and bending
Külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet viselkedése

Vetületi egyenlet:

$$\Sigma N_x = 0 \;\rightarrow\; N_b + N_s' - N_s - N_{Ed} = 0 \;\rightarrow\; N_{Ed} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s$$

Nyomatéki egyenlet a nyomott beton öv szélső szálára:

$$\Sigma M_y = 0 \;\rightarrow\; b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e - \frac{h}{2} \right) = 0$$

Acélbetétek állapotára vonatkozó feltételek:

$$\sigma_s' = f_{yd} \text{ ha } \xi' \ge \xi_0' \;,\; \sigma_s' = 700 - \frac{560}{\xi'} \text{ ha } \xi' > \xi_0' \qquad \sigma_s = f_{yd} \text{ ha } \xi \le \xi_0 \;,\; \sigma_s = \frac{560}{\xi} - 700 \text{ ha } \xi > \xi_0$$

2 egyenlet (vetületi és nyomatéki) **3 ismeretlen**t tartalmaz: ***x, N_{Ed}, e***

***N_{Ed}* ismeretében *x* és *e_{Rd}* számítható → Határkülpontosság (e_{Rd}) meghatározása**

***e_{Ed}* ismeretében *x* és *N_{Rd}* számítható → Határerő (N_{Rd}) meghatározása**

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Behaviour of RC cross section in compression and bending

Külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet viselkedése

Vetületi egyenlet:

$$\Sigma N_x = 0 \rightarrow N_b + N_s' - N_s - N_{Ed} = 0 \rightarrow N_{Ed} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s$$

Nyomatéki egyenlet a nyomott beton öv szélső szálára:

$$\Sigma M_y = 0 \rightarrow b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e - \frac{h}{2} \right) = 0$$

Acélbetétek állapotára vonatkozó feltételek:

$$\sigma_s' = f_{yd} \text{ ha } \xi' \geq \xi_0' \quad , \quad \sigma_s' = 700 - \frac{560}{\xi'} \text{ ha } \xi' > \xi_0' \qquad \sigma_s = f_{yd} \text{ ha } \xi \leq \xi_0 \quad , \quad \sigma_s = \frac{560}{\xi} - 700 \text{ ha } \xi > \xi_0$$

2 egyenlet (vetületi és nyomatéki) **3 ismeretlen**t tartalmaz: ***x, N_{Ed}, e***

***N_{Ed}* ismeretében *x* és e_{Rd} számítható → Határkülpontosság (e_{Rd}) meghatározása**

e_{Ed} ismeretében *x* és N_{Rd} számítható → Határerő (N_{Rd}) meghatározása

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Ultimate excentricity

Határkülpontosság meghatározása

***N_{Ed}* ismeretében, vetületi egyenlet alapján *x* meghatározása:**

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s - N_{Ed} = 0$$

Kiindulásként feltételezzük, hogy a húzott és a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak, ekkor a vetületi egyenlet alapján:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} - N_{Ed} = 0 \rightarrow x = \frac{N_{Ed} + \left(A_s - A_s' \right) \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}$$

1. Eset: Ha $\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_0 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$ és $\xi' = \frac{x}{d'} \geq \xi_0' \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$ — **A feltevés helyes!**

2. Eset: Ha $\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_0 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$ és $\xi' = \frac{x}{d'} < \xi_0' \rightarrow \sigma_s' = 700 - \frac{560 \cdot d'}{x}$ — **Új vetületi egyenlet!**

3. Eset: Ha $\xi = \frac{x}{d} > \xi_0 \rightarrow \sigma_s = \frac{560 \cdot d}{x} - 700$ és $\xi' = \frac{x}{d'} \geq \xi_0' \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$ — **Új vetületi egyenlet!**

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Ultimate excentricity

Határkülpontosság meghatározása

1. Eset: Az acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$\sigma_s^{'} = f_{yd}$ mivel $\xi^{'} = \frac{x}{d^{'}} \geq \xi_0^{'} = \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\sigma_s = f_{yd}$ mivel $\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_0 = \frac{560}{700 + f_{yd}}$

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s^{'} \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} - N_{Ed} = 0 \rightarrow x = \frac{N_{Ed} + \left(A_s - A_s^{'}\right) \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}$$

Nyomatéki egyenlet alapján az $\boldsymbol{N_{Ed}}$ erőhöz tartozó $\boldsymbol{e_{Rd}}$ meghatározása:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s^{'} \cdot f_{yd} \cdot d^{'} - A_s \cdot f_{yd} \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e_{Rd} - \frac{h}{2}\right) = 0 \rightarrow$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} + \left(A_s \cdot d - A_s^{'} \cdot d^{'}\right) \cdot f_{yd}}{-N_{Ed}} + \frac{h}{2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Ultimate excentricity

Határkülpontosság meghatározása

2. Eset: A húzott acélbetétek képlékeny, a nyomott acélbetétek rugalmas állapotban vannak, új vetületi egyenlet alapján:

$\sigma_s^{'} = 700 - \frac{560 \cdot d^{'}}{x}$ mivel $\xi^{'} = \frac{x}{d^{'}} < \xi_0^{'} = \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\sigma_s = f_{yd}$ mivel $\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_0 = \frac{560}{700 + f_{yd}}$

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s^{'} \cdot \left[700 - \frac{560 \cdot d^{'}}{x}\right] - A_s \cdot f_{yd} - N_{Ed} = 0$$

$$\left[b \cdot f_{cd}\right] \cdot x^2 - \left[A_s \cdot f_{yd} - A_s^{'} \cdot 700 + N_{Ed}\right] \cdot x - A_s^{'} \cdot 560 \cdot d^{''} = 0 \rightarrow x$$

Nyomatéki egyenlet alapján az $\boldsymbol{N_{Ed}}$ erőhöz tartozó $\boldsymbol{e_{Rd}}$ meghatározása:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s^{'} \cdot \sigma_s^{'} \cdot d^{'} - A_s \cdot f_{yd} \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e_{Rd} - \frac{h}{2}\right) = 0 \rightarrow$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} + A_s \cdot d \cdot f_{yd} - A_s^{'} \cdot d^{'} \cdot \sigma_s^{'}}{-N_{Ed}} + \frac{h}{2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Ultimate excentricity

Határkülpontosság meghatározása

3. Eset: A húzott acélbetétek rugalmas, a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak, új vetületi egyenlet alapján:

$\sigma_s^{'} = f_{yd}$ mivel $\xi^{'} = \frac{x}{d^{'}} \geq \xi_0^{'} = \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\quad \sigma_s = \frac{560 \cdot d}{x} - 700$ mivel $\xi = \frac{x}{d} > \xi_0 = \frac{560}{700 - f_{yd}}$

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s^{'} \cdot f_{yd} - A_s \cdot \left[\frac{560 \cdot d}{x} - 700 \right] - N_{Ed} = 0$$

$$\left[b \cdot f_{cd} \right] \cdot x^2 + \left[A_s \cdot 700 + A_s^{'} \cdot f_{yd} - N_{Ed} \right] \cdot x - A_s \cdot 560 \cdot d = 0 \rightarrow x$$

Nyomatéki egyenlet alapján az N_{Ed} erőhöz tartozó e_{Rd} meghatározása:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s^{'} \cdot f_{yd} \cdot d^{'} - A_s \cdot \sigma_s \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e_{Rd} - \frac{h}{2} \right) = 0 \rightarrow$$

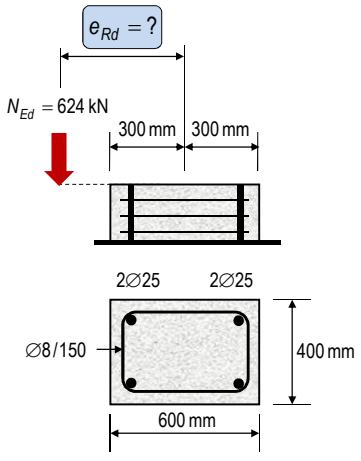
$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} + A_s \cdot d \cdot \sigma_s - A_s^{'} \cdot d^{'} \cdot f_{yd}}{-N_{Ed}} + \frac{h}{2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section

1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg a ***h* = 600 mm** teljes magasságú és ***b* = 400 mm** szélességű vasbeton négyszög keresztmetszetet terhelő N_{Ed} **= 624 kN** nagyságú erő e_{Rd} határkülpontosságát a keresztmetszet geometriai középpontjára, ha a keresztmetszet fővasalását a sarkokban elhelyezett **4Ø25** bordás, **B500A** minőségű acélbetét alkotja, a főacélbetéteket **Ø8 mm** átmérőjű kengyelek fogják közre, továbbá a szerkezet betonszilárdsági osztályát az ***XC1*** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály alapján vesszük fel, mely betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_{max} **= 16 mm**, az alkalmazott cement **CEM 42,5** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S4**!

A beton szabványos megnevezése:

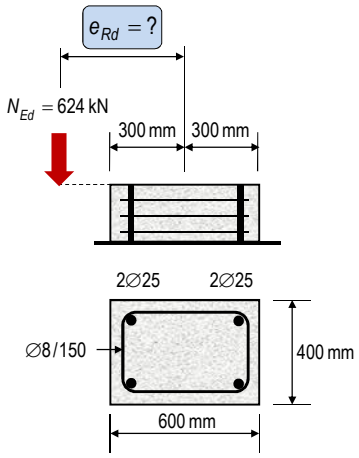
C20/25 - XC1 - 16 - F3 - CEM 42,5 - MSZ 4798-1: 2004

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section

1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Anyagjellemzők:



A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20\ \text{N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\ \text{N/mm}^2$$

A négyszög alakú feszültség diagram jellemzői:

$$(1-\lambda) \cdot \varepsilon_{cu3} = (1-0{,}8) \cdot 3{,}50 = 0{,}70\,‰ \quad \varepsilon_{cu3} = 3{,}5\,‰$$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175\,‰ \quad \varepsilon_{su} = 25\,‰$$

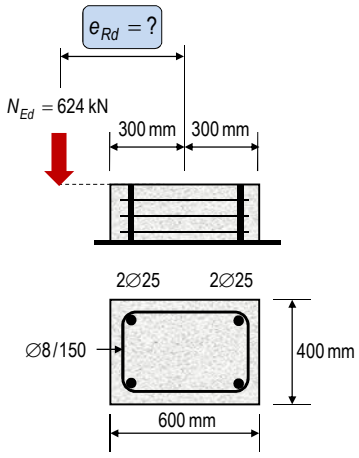
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section

1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Geometria:



A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 600\ \text{mm}$$

A keresztmetszet szélessége:

$$b = 400\ \text{mm}$$

Alkalmazott fővasak átmérője:

$$\varnothing = 25\ \text{mm}$$

Alkalmazott kengyelek átmérője:

$$\varnothing_s = 8\ \text{mm}$$

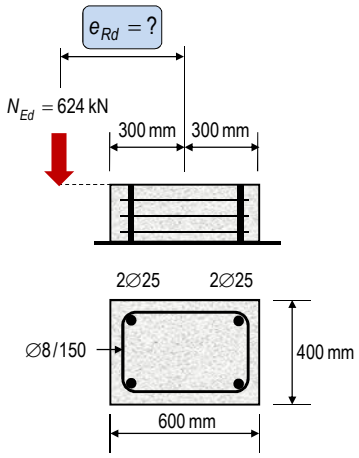
A keresztmetszetben alkalmazott fővasalás:

$$A_s = A_s^{'} = 2 \cdot \frac{25^2 \cdot \pi}{4} = 981\ \text{mm}^2$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section
1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Geometria:



Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 25 \text{ mm}$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 15 \text{ mm}$$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10 \text{ mm}$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} C_{\min,b} = 25 \text{ mm} \\ C_{\min,dur} = 15 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} \end{matrix}\right\} = 25 \text{ mm}$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

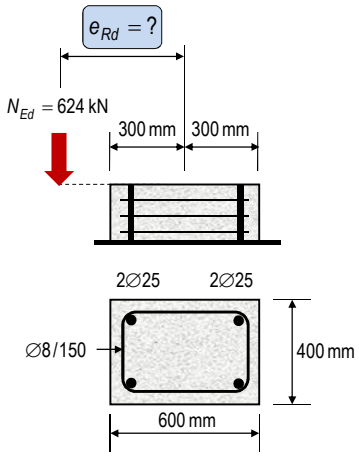
$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 25 + 10 = 35 \text{ mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section
1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Geometria:



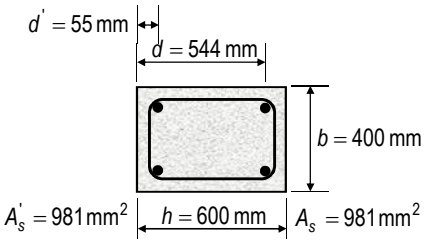
Húzott acélbetétek dolgozó magassága:

$$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2}\right)$$

$$d = 600 - \left(35 + 8 + \frac{25}{2}\right) = 544 \text{ mm}$$

Nyomott acélbetétek dolgozó magassága:

$$d' = C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} = 35 + 8 + \frac{25}{2} = 55 \text{ mm}$$

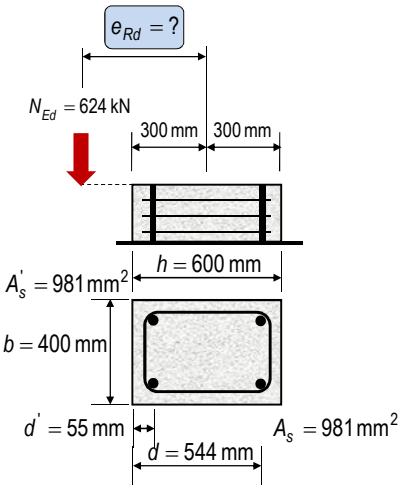


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section

1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Nyomott beton öv:



Vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott és a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} - N_{Ed} = 0 \rightarrow x$$

$$x = \frac{N_{Ed} + \left(A_s - A_s'\right) \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}$$

$$x = \frac{624 \cdot 10^3 + (981 - 981) \cdot 435}{400 \cdot 13{,}33} = 117\,mm$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{117}{544} = 0{,}215 \le \xi_0 = 0{,}490 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{117}{55} = 2{,}13 \ge \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

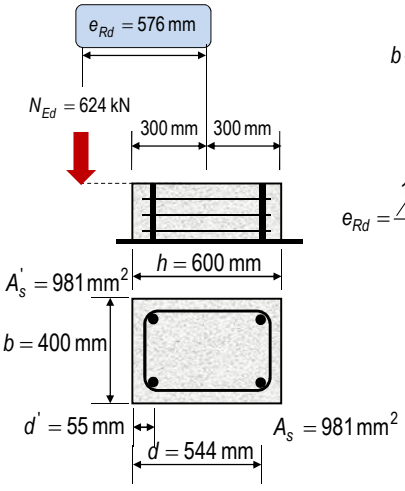
Tehát a vetületi egyenlet feltevései helyesek!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section

1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Határkülpontosság:



Nyomatéki egyenlet alapján, a nyomott öv nagyságának ismeretében a határkülpontosság:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot f_{yd} \cdot d' - A_s \cdot f_{yd} \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e_{Rd} - \frac{h}{2}\right) = 0 \rightarrow e_{Rd}$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} - \left(A_s \cdot d - A_s' \cdot d'\right) \cdot f_{yd}}{-N_{Ed}} + \frac{h}{2}$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 117^2 \cdot 13{,}33 - (981 \cdot 544 - 981 \cdot 55) \cdot 435}{-624 \cdot 10^3} + \frac{600}{2} = 576\,mm$$

A keresztmetszetet terhelő N_{Ed} **= 624 kN** nagyságú erő e_{Rd} **=576 mm** határkülpontosságához tartozó nyomaték:

$$M_{Rd} = N_{Ed} \cdot e_{Rd} = 624 \cdot 0{,}576 = 359\,kNm$$

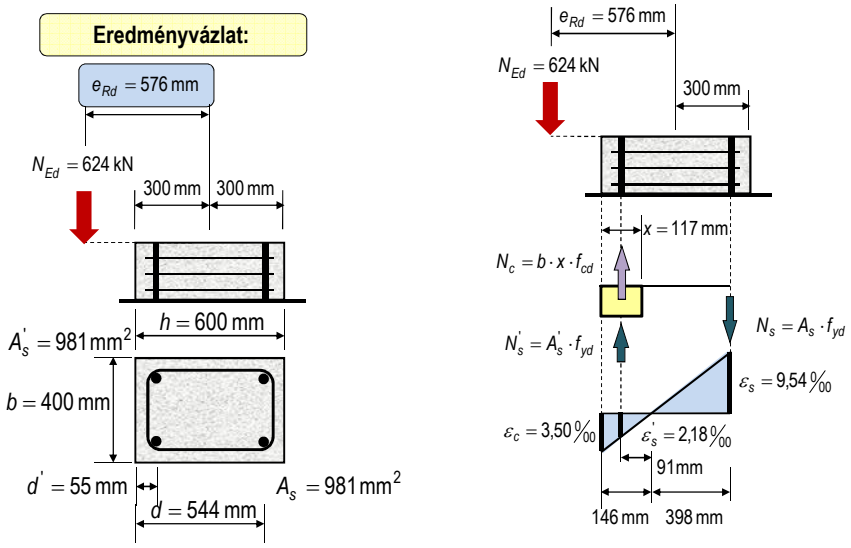
$N_{Ed} = 624$ kN

$e_{Rd} = 576$ mm

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section

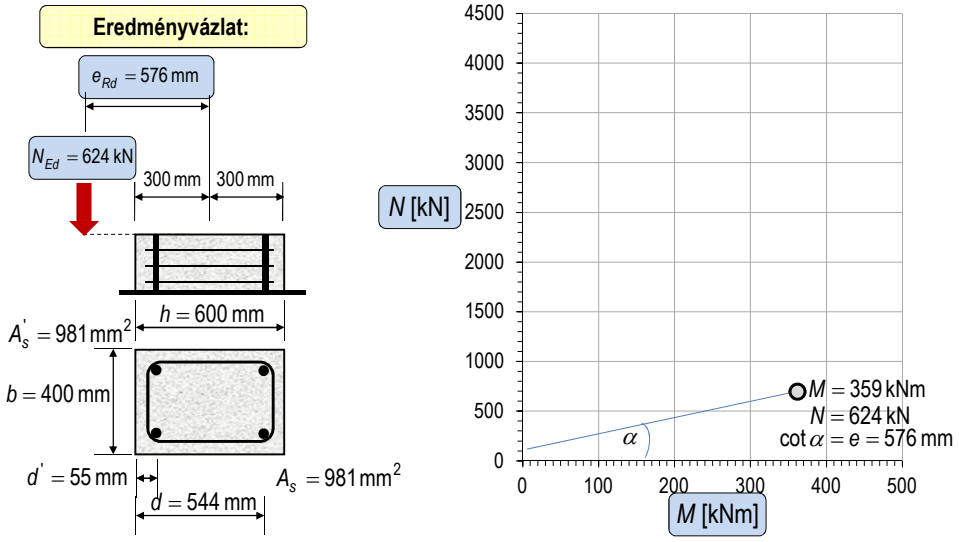
1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Ultimate excentricity of a RC cross section

1. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

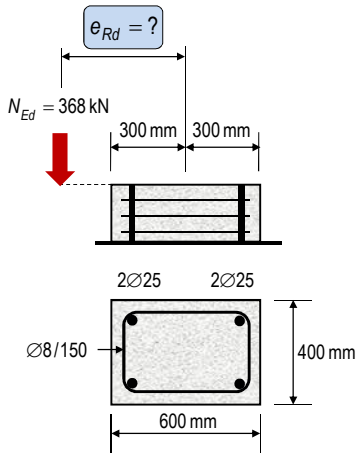


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Ultimate excentricity of a RC cross section

2. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett vasbeton négyszög keresztmetszet e_{Rd} **határkülpontosságát**, ha a keresztmetszetre működő erő N_{Ed} **= 368 kN** nagyságú!

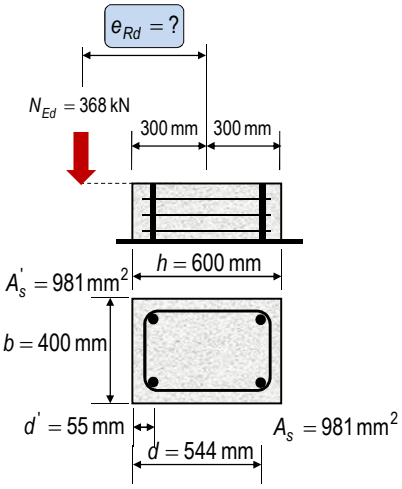
A további geometriai és anyagjellemzők változatlanok!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Ultimate excentricity of a RC cross section

2. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Nyomott beton öv:



Vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott és nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = N_{Ed} \rightarrow x$$

$$x = \frac{N_{Ed} + \left(A_s - A_s'\right) \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}$$

$$x = \frac{368 \cdot 10^3 + (981 - 981) \cdot 435}{400 \cdot 13{,}33} = 69\,\text{mm}$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{69}{544} = 0{,}127 \le \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{69}{55} = 1{,}25 < \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' < f_{yd}$$

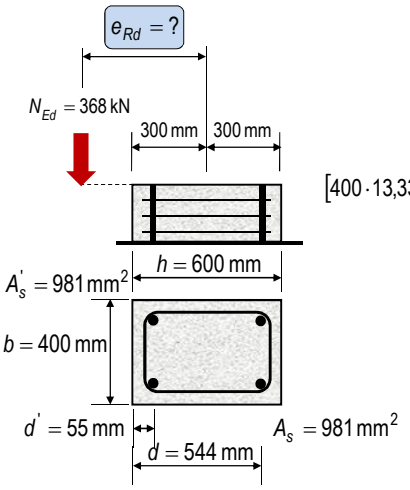
Tehát a vetületi egyenlet feltevései helytelenek, a nyomott acélbetétek rugalmas állapotban vannak!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Ultimate excentricity of a RC cross section

2. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Új vetületi egyenlet alapján:



Új vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott acélbetétek képlékeny , a nyomott acélbetétek rugalmas állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \left(700 - \frac{560 \cdot d'}{x}\right) - A_s \cdot f_{yd} = N_{Ed} \rightarrow \boxed{x}$$

$$\left[b \cdot f_{cd}\right] \cdot x^2 - \left[A_s \cdot f_{yd} + N_{Ed} - A_s' \cdot 700\right] \cdot x - A_s' \cdot 560 \cdot d' = 0$$

$$\left[400 \cdot 13{,}33\right] \cdot x^2 - \left[981 \cdot 435 + 368 \cdot 10^3 - 981 \cdot 700\right] \cdot x - 981 \cdot 560 \cdot 55 = 0$$

$$x^2 - 20{,}26 \cdot x - 5666{,}69 = 0 \rightarrow \boxed{x = 86\,mm}$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{86}{544} = 0{,}158 \le \xi_0 = 0{,}490 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{86}{55} = 1{,}56 < \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' < f_{yd}$$

Tehát az új vetületi egyenlet feltevései helyesek, a nyomott acélbetétek valóban rugalmas állapotban vannak!

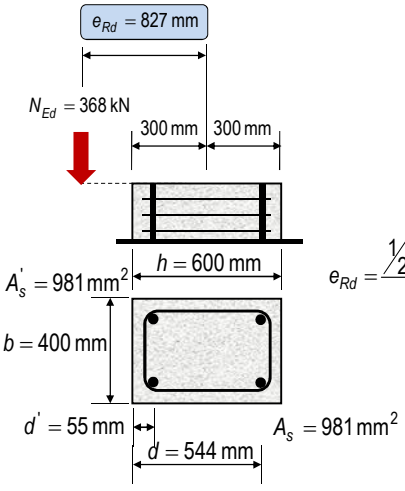
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 2.: Ultimate excentricity of a RC cross section

2. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Határkülpontosság:



Nyomatéki egyenlet alapján, a nyomott öv nagyságának ismeretében a határkülpontosság:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot f_{yd} \cdot d = -N_{Ed} \cdot \left(e_{Rd} - \frac{h}{2}\right) \rightarrow \boxed{e_{Rd}}$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot f_{yd} \cdot d}{-N_{Ed}} + \frac{h}{2}$$

$$\sigma_s' = 700 - \frac{560 \cdot d'}{x} = 700 - \frac{560 \cdot 55}{86} = \boxed{342\,N/mm^2}$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 86^2 \cdot 13{,}33 + 981 \cdot 342 \cdot 55 - 981 \cdot 435 \cdot 544}{-368 \cdot 10^3} + \frac{600}{2} = \boxed{827\,mm}$$

A keresztmetszetet terhelő $\boldsymbol{N_{Ed}}$ **= 368 kN** nagyságú erő $\boldsymbol{e_{Rd}}$ **=827 mm** határkülpontosságához tartozó nyomaték:

$$\boxed{M_{Rd}} = N_{Ed} \cdot e_{Rd} = 368 \cdot 0{,}827 = \boxed{304\,kNm}$$

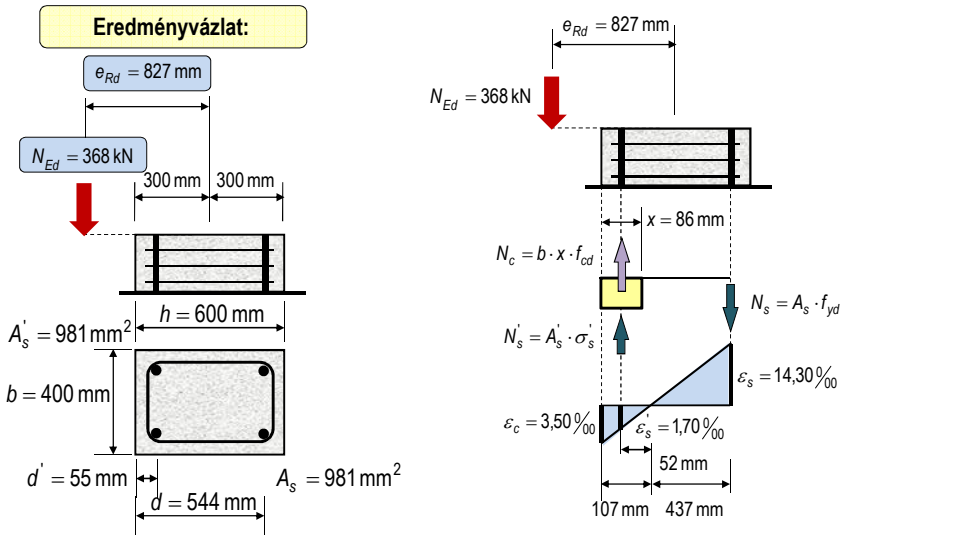
$\boxed{N_{Ed} = 368\,kN}$

$\boxed{e_{Rd} = 827\,mm}$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Ultimate excentricity of a RC cross section

2. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

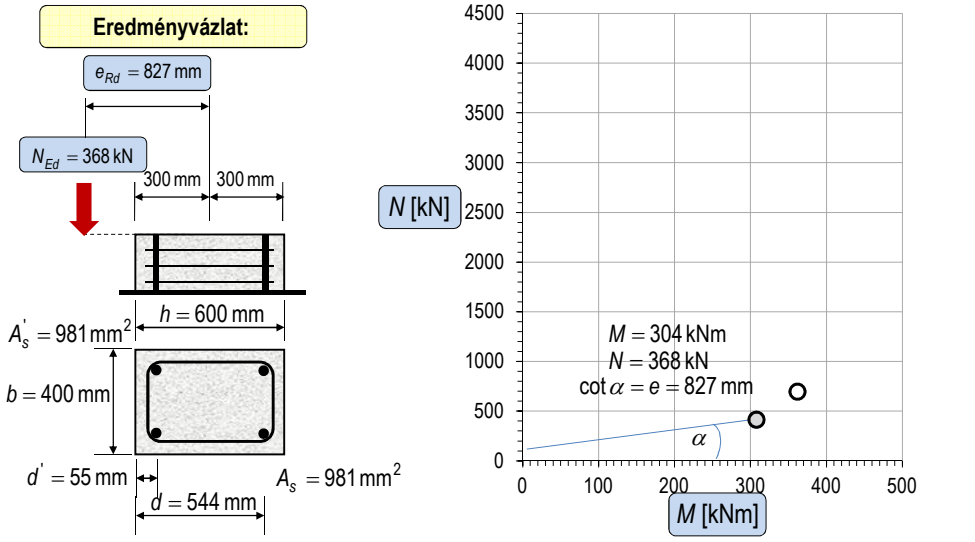


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 2.: Ultimate excentricity of a RC cross section

2. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

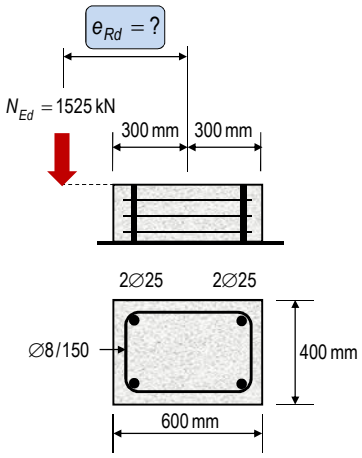


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Ultimate excentricity of a RC cross section

3. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett vasbeton négyszög keresztmetszet $\boldsymbol{e_{Rd}}$ **határkülpontosságát**, ha a keresztmetszetre működő erő $\boldsymbol{N_{Ed}}$ **= 1525 kN** nagyságú!

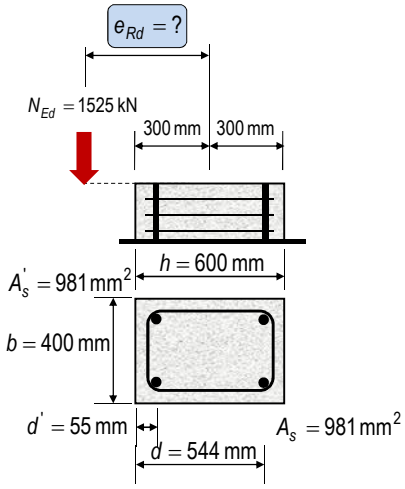
A további geometriai és anyagjellemzők változatlanok!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Ultimate excentricity of a RC cross section

3. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Nyomott beton öv:



Vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott és nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = N_{Ed} \rightarrow x$$

$$x = \frac{N_{Ed} + \left(A_s - A_s'\right) \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}$$

$$x = \frac{1525 \cdot 10^3 + (981 - 981) \cdot 435}{400 \cdot 13{,}33} = 286\,\text{mm}$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{286}{544} = 0{,}526 > \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{286}{55} = 5{,}20 > \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

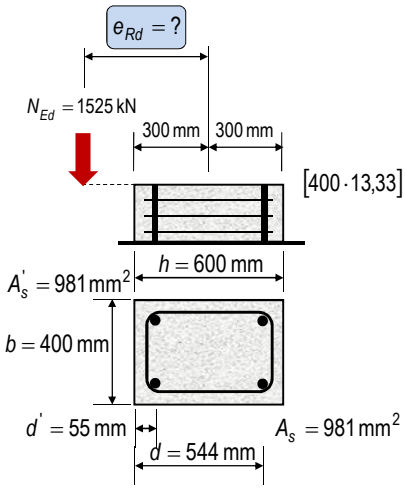
Tehát a vetületi egyenlet feltevései helytelenek, a húzott acélbetétek rugalmas állapotban vannak!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Ultimate excentricity of a RC cross section

3. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Új vetületi egyenlet alapján:



Új vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott acélbetétek rugalmas , a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot \left(\frac{560 \cdot d}{x} - 700 \right) = N_{Ed} \rightarrow x$$

$$[b \cdot f_{cd}] \cdot x^2 + \left[A_s \cdot 700 - N_{Ed} + A_s' \cdot f_{yd} \right] \cdot x - A_s \cdot 560 \cdot d = 0$$

$$[400 \cdot 13{,}33] \cdot x^2 + \left[981 \cdot 700 - 1525 \cdot 10^3 + 981 \cdot 435 \right] \cdot x - 981 \cdot 560 \cdot 544 = 0$$

$$x^2 - 77{,}19 \cdot x - 56048{,}73 = 0 \rightarrow x = 278\,mm$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{278}{544} = 0{,}511 > \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{278}{55} = 5{,}05 > \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

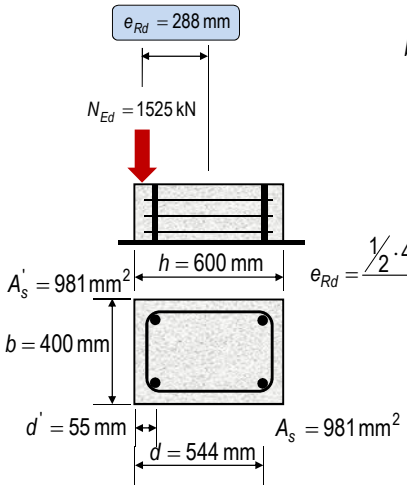
Tehát az új vetületi egyenlet feltevései helyesek, a húzott acélbetétek rugalmas állapotban vannak

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Ultimate excentricity of a RC cross section

3. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Határkülpontosság:



Nyomatéki egyenlet alapján, a nyomott öv nagyságának ismeretében a határkülpontosság:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot f_{yd} \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d = -N_{Ed} \cdot \left(e_{Rd} - \frac{h}{2} \right) \rightarrow e_{Rd}$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d}{-N_{Ed}} + \frac{h}{2}$$

$$\sigma_s = \frac{560 \cdot d}{x} - 700 = \frac{560 \cdot 544}{278} - 700 = 396\,N/mm^2$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 278^2 \cdot 13{,}33 + 981 \cdot 435 \cdot 55 - 981 \cdot 396 \cdot 544}{-1525 \cdot 10^3} + \frac{600}{2} = 288\,mm$$

A keresztmetszetet terhelő N_{Ed} **= 1525 kN** nagyságú erő e_{Rd} **=288 mm** határkülpontosságához tartozó nyomaték:

$$M_{Rd} = N_{Ed} \cdot e_{Rd} = 1525 \cdot 0{,}288 = 439\,kNm$$

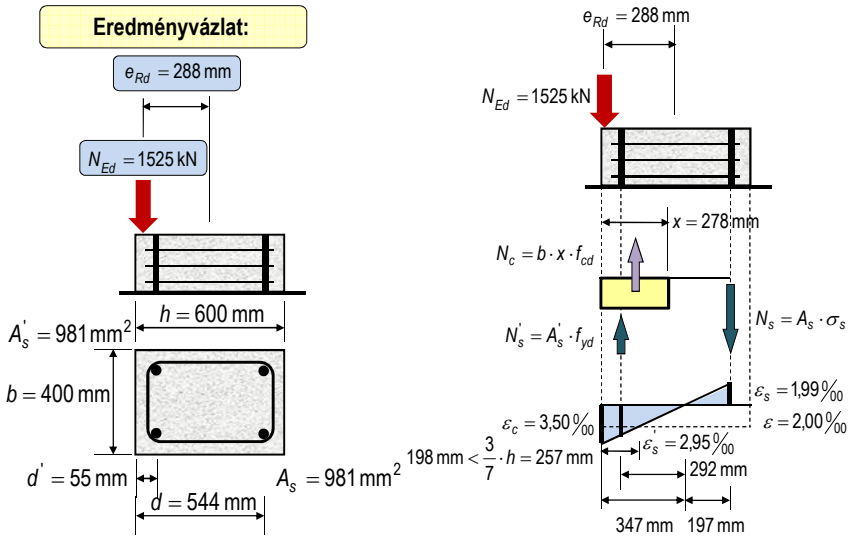
$N_{Ed} = 1525$ kN

$e_{Rd} = 288$ mm

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Ultimate excentricity of a RC cross section

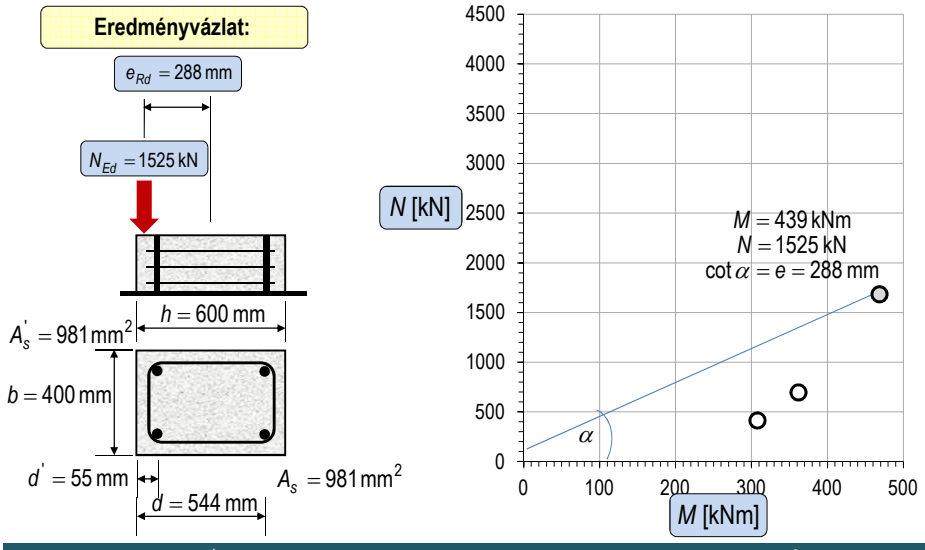
3. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Ultimate excentricity of a RC cross section

3. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

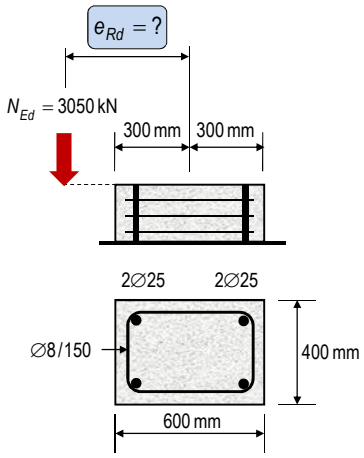


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4.: Ultimate excentricity of a RC cross section

4. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett vasbeton négyszög keresztmetszet e_{Rd} **határkülpontosságát**, ha a keresztmetszetre működő erő N_{Ed} **= 3050 kN** nagyságú!

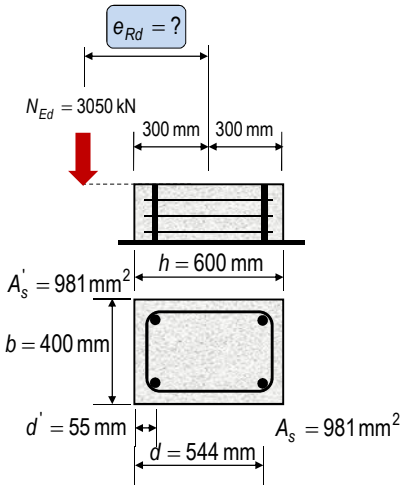
A további geometriai és anyagjellemzők változatlanok!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4.: Ultimate excentricity of a RC cross section

4. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Nyomott beton öv:



Vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott és nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} - N_{Ed} = 0 \rightarrow x$$

$$x = \frac{N_{Ed} + \left(A_s - A_s'\right) \cdot f_{yd}}{b \cdot f_{cd}}$$

$$x = \frac{3050 \cdot 10^3 + (981 - 981) \cdot 435}{400 \cdot 13{,}33} = 572\,mm$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{572}{544} = 1{,}05 > \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{572}{55} = 10{,}4 > \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

Tehát a vetületi egyenlet feltevései helytelenek, a húzott acélbetétek rugalmas állapotban vannak!

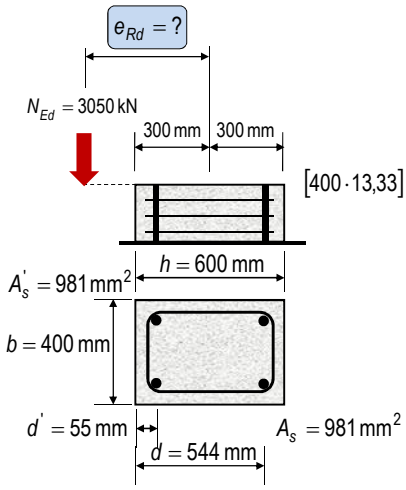
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 4.: Ultimate excentricity of a RC cross section

4. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Új vetületi egyenlet alapján:



Új vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott acélbetétek rugalmas , a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot \left(\frac{560 \cdot d}{x} - 700 \right) = N_{Ed} \rightarrow x$$

$$\left[b \cdot f_{cd} \right] \cdot x^2 + \left[A_s \cdot 700 - N_{Ed} + A_s' \cdot f_{yd} \right] \cdot x - A_s \cdot 560 \cdot d = 0$$

$$\left[400 \cdot 13{,}33 \right] \cdot x^2 + \left[981 \cdot 700 - 3050 \cdot 10^3 + 981 \cdot 435 \right] \cdot x - 981 \cdot 560 \cdot 544 = 0$$

$$x^2 - 363{,}20 \cdot x - 56048{,}73 = 0 \rightarrow x = 480\,mm$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{480}{544} = 0{,}88 > \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{480}{55} = 8{,}73 > \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

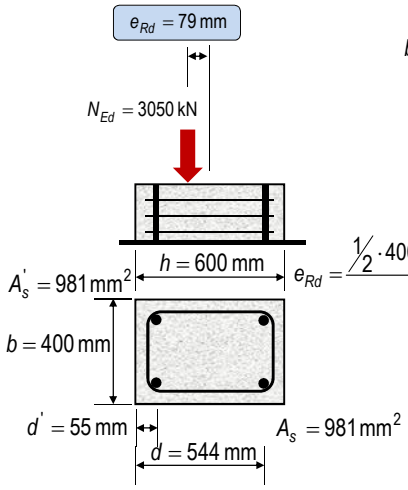
Tehát az új vetületi egyenlet feltevései helyesek, a húzott acélbetétek rugalmas állapotban vannak

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 4.: Ultimate excentricity of a RC cross section

4. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Határkülpontosság:



Nyomatéki egyenlet alapján, a nyomott öv nagyságának ismeretében a határkülpontosság:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot f_{yd} \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d = -N_{Ed} \cdot \left(e_{Rd} - \frac{h}{2} \right) \rightarrow e_{Rd}$$

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot b \cdot x^2 \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d}{-N_{Ed}} + \frac{h}{2}$$

$$\sigma_s = \frac{560 \cdot d}{x} - 700 = \frac{560 \cdot 544}{480} - 700 = -65{,}33\,N/mm^2$$

Nyomott!

$$e_{Rd} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 480^2 \cdot 13{,}33 + 981 \cdot 435 \cdot 55 - 981 \cdot -65{,}33 \cdot 544}{-3050 \cdot 10^3} + \frac{600}{2} = 79\,mm$$

A keresztmetszetet terhelő N_{Ed} **= 3050 kN** nagyságú erő e_{Rd} **=79 mm** határkülpontosságához tartozó nyomaték:

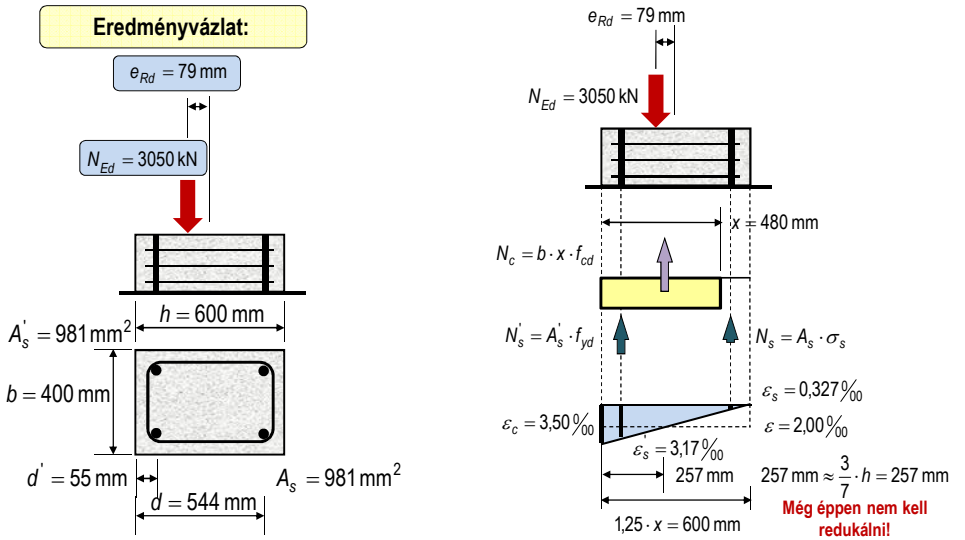
$$M_{Rd} = N_{Ed} \cdot e_{Rd} = 3050 \cdot 0{,}079 = 241\,kNm$$

$N_{Ed} = 3050\,kN$

$e_{Rd} = 480\,mm$

Example 4.: Ultimate excentricity of a RC cross section

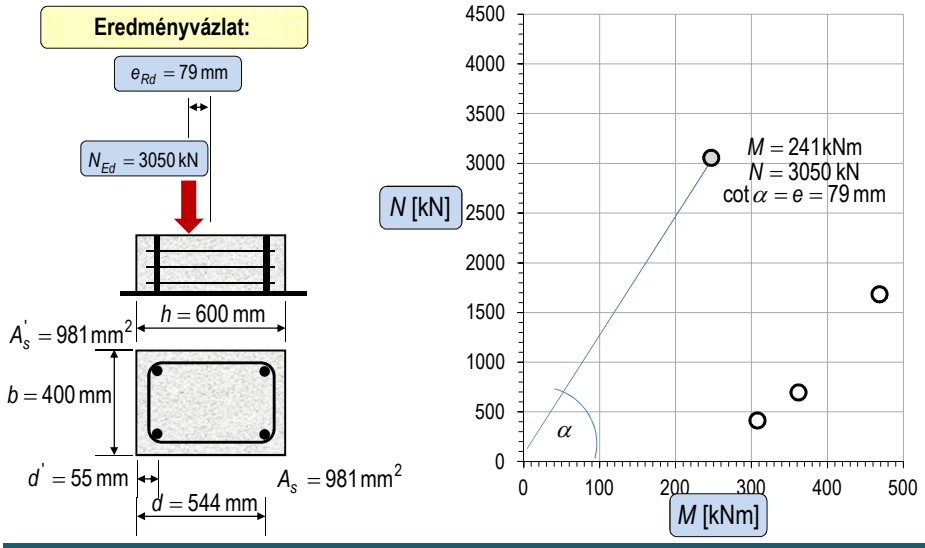
4. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4.: Ultimate excentricity of a RC cross section

4. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

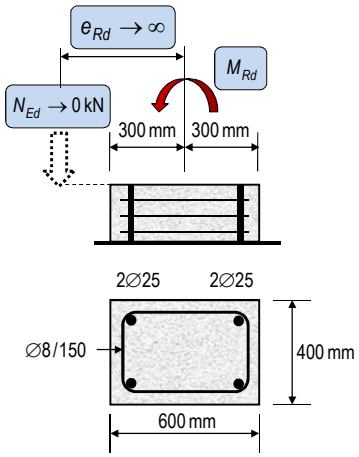


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5.: Ultimate excentricity of a RC cross section

5. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Feladat-meghatározás:



Amennyiben az **1. Példában** ismertetett vasbeton négyszög keresztmetszetre működő $\boldsymbol{N_{Ed}}$ erő értéke infinitezimálisan kicsiny – azaz a nullához tart:

$$N_{Ed} \to 0\,\text{kN}$$

a keresztmetszet tönkremeneteléhez tartozó $\boldsymbol{e_{Rd}}$ határkülpontosság a végtelenben található:

$$e_{Rd} \to \infty$$

A végtelenben található, infinitezimálisan kicsiny erő a vetületi egyenletet nem befolyásolja, így a külpontos nyomás tiszta hajlításba megy át:

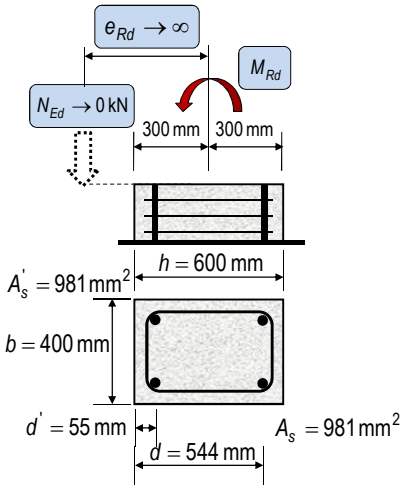
$$\left.\begin{matrix} N_{Ed} \neq 0\,\text{kN} \\ M_{Rd} \neq 0\,\text{kNm} \end{matrix}\right\} \to \begin{cases} N_{Ed} = 0\,\text{kN} \\ M_{Rd} \neq 0\,\text{kNm} \end{cases}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5.: Ultimate excentricity of a RC cross section

5. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Nyomott beton öv:



Vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott acélbetétek képlékeny a nyomott acélbetétek rugalmas állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \left(700 - \frac{560 \cdot d'}{x}\right) - A_s \cdot f_{yd} = 0 \to \boxed{x}$$

$$b \cdot f_{cd} \cdot x^2 + \left(A_s' \cdot 700 - A_s \cdot f_{yd}\right) \cdot x - A_s' \cdot 560 \cdot d' = 0$$

$$400 \cdot 13{,}33 \cdot x^2 + \left(981 \cdot 700 - 981 \cdot 435\right) \cdot x - 981 \cdot 560 \cdot 55 = 0$$

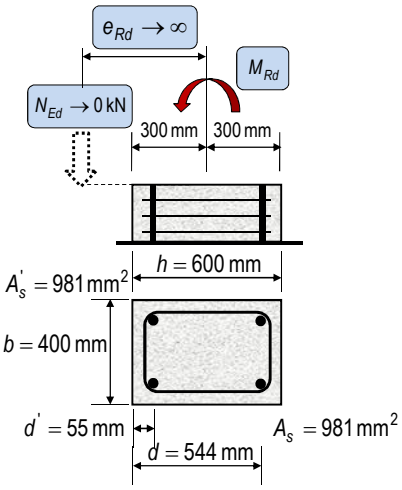
$$x^2 + 48{,}76 \cdot x - 5666 = 0 \to \boxed{x = 55\,\text{mm}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5.: Ultimate excentricity of a RC cross section

5. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Acélbetétek állapota:



Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{55}{544} = 0{,}10 < \xi_0 = 0{,}49 \to \sigma_s = f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{55}{55} = 1{,}00 < \xi_0' = 2{,}11 \to \sigma_s' < f_{yd}$$

Tehát a vetületi egyenlet feltevései helyesek, a húzott acélbetétek képlékeny, a nyomott acélbetétek rugalmas állapotban vannak!

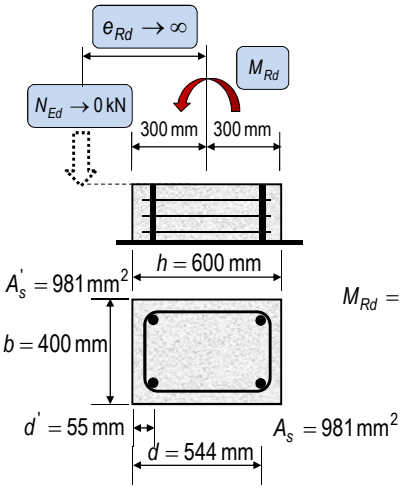
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 5.: Ultimate excentricity of a RC cross section

5. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága

Nyomatéki ellenállás:



Nyomatéki egyenlet a húzott acélbetétek súlyponti tengelyére:

$$M_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right) + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot \left[d - d'\right]$$

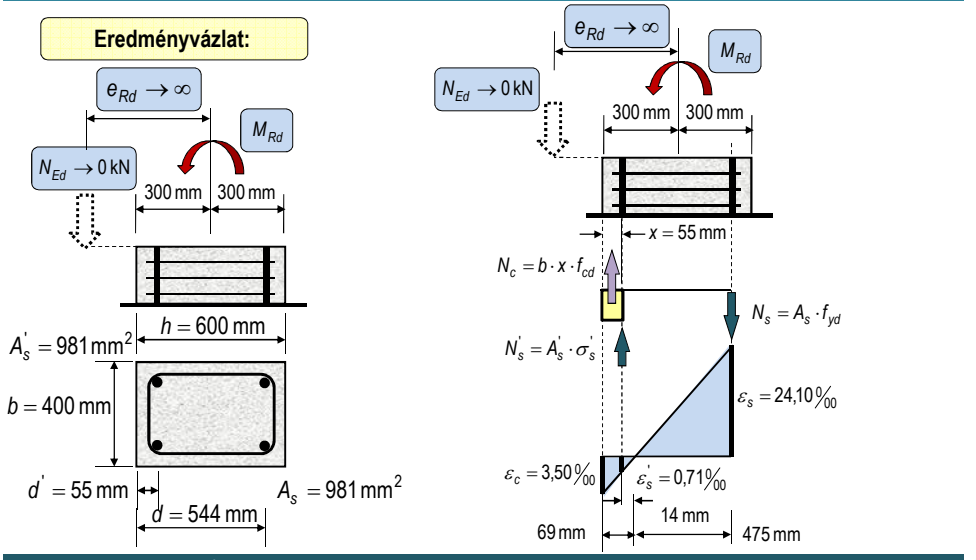
$$\sigma_s' = 700 - \frac{560 \cdot d'}{x} = 700 - \frac{560 \cdot 55}{55} = 140\,\text{N/mm}^2$$

$$M_{Rd} = 400 \cdot 55 \cdot 13{,}33 \cdot \left(544 - \frac{55}{2}\right) + 981 \cdot 140 \cdot (544 - 55) = 218\,\text{kNm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5.: Ultimate excentricity of a RC cross section

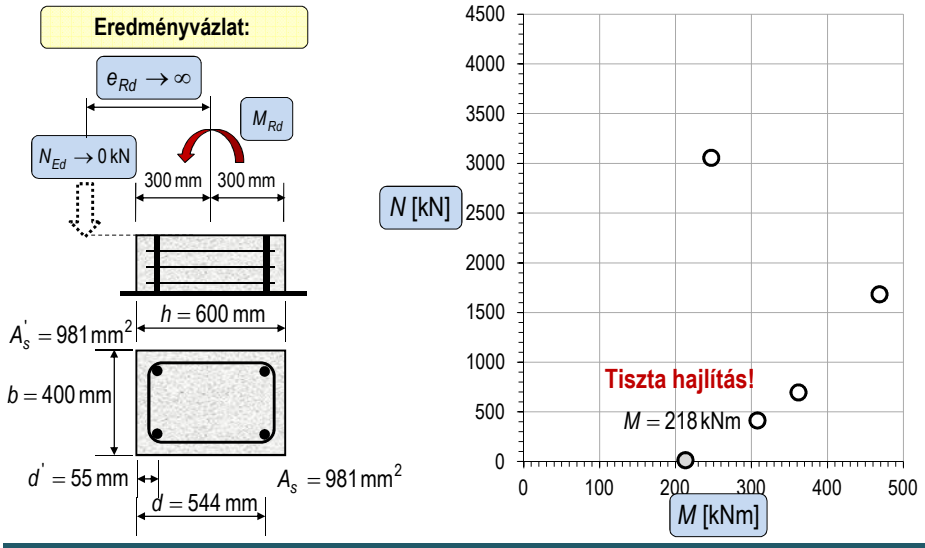
5. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5.: Ultimate excentricity of a RC cross section

5. Példa: Vasbeton keresztmetszet határkülpontossága



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Behaviour of RC cross section in compression and bending

Külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszet viselkedése

Vetületi egyenlet:

$$\Sigma N_x = 0 \;\rightarrow\; N_b + N_s' - N_s - N_{Ed} = 0 \;\rightarrow\; N_{Ed} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s$$

Nyomatéki egyenlet a nyomott beton öv szélső szálára:

$$\Sigma M_y = 0 \;\rightarrow\; b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d + N_{Ed} \cdot \left(e - \frac{h}{2} \right) = 0$$

Acélbetétek állapotára vonatkozó feltételek:

$$\sigma_s' = f_{yd} \text{ ha } \xi' \geq \xi_0' \;,\; \sigma_s' = 700 - \frac{560}{\xi'} \text{ ha } \xi' > \xi_0' \qquad \sigma_s = f_{yd} \text{ ha } \xi \leq \xi_0 \;,\; \sigma_s = \frac{560}{\xi} - 700 \text{ ha } \xi > \xi_0$$

2 egyenlet (vetületi és nyomatéki) **3 ismeretlen**t tartalmaz: ***x, N_{Ed}, e***

***N_{Ed}* ismeretében *x* és e_{Rd} számítható → Határkülpontosság (e_{Rd}) meghatározása**

***e_{Ed}* ismeretében *x* és N_{Rd} számíható → Határerő (N_{Rd}) meghatározása**

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Ultimate force

Határerő meghatározása

Vetületi egyenlet:

$$\Sigma N_x = 0 \;\rightarrow\; N_b + N_s' - N_s - N_{Rd} = 0 \;\rightarrow\; N_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s$$

Nyomatéki egyenlet a nyomott beton öv szélső szálára:

$$\Sigma M_y = 0 \;\rightarrow\; b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d + N_{Rd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) = 0$$

A vetületi egyenletben kifejezett N_{Rd} behelyettesítése a nyomatéki egyenletbe:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \frac{x}{2} + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot d' - A_s \cdot \sigma_s \cdot d + \left(b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \sigma_s \right) \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) = 0$$

Rendezve, ***x***-re nézve egy olyan egyenletet kapunk, amely az acélbetétek állapotától függően másod- ill. harmadfokú:

$$\frac{b \cdot f_{cd}}{2} \cdot x^2 + b \cdot f_{cd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) \cdot x + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot \left(d' + e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) - A_s \cdot \sigma_s \cdot \left(d + e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) = 0$$

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Ultimate force

Határerő meghatározása

A vetületi egyenlet alapján kifejezett N_{Rd} határerőt behelyettesítve a nyomatéki egyenletbe, kiindulásként feltételezve, hogy a húzott és a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak, a nyomott beton öv nagysága, x számítható:

$$\frac{b\cdot f_{cd}}{2}\cdot x^2 + b\cdot f_{cd}\cdot\left(e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)\cdot x + A_s'\cdot f_{yd}\cdot\left(d'+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right) - A_s\cdot f_{yd}\cdot\left(d+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)=0 \rightarrow x$$

1. Eset: Ha $\xi=\frac{x}{d}\le\xi_0 \rightarrow \sigma_s=f_{yd}$ és $\xi'=\frac{x}{d'}\ge\xi_0' \rightarrow \sigma_s'=f_{yd}$ — **A feltevés helyes!**

2. Eset: Ha $\xi=\frac{x}{d}\le\xi_0 \rightarrow \sigma_s=f_{yd}$ és $\xi'=\frac{x}{d'}<\xi_0' \rightarrow \sigma_s'=700-\frac{560\cdot d'}{x}$ — **Új vetületi egyenlet!**

3. Eset: Ha $\xi=\frac{x}{d}>\xi_0 \rightarrow \sigma_s=\frac{560\cdot d}{x}-700$ és $\xi'=\frac{x}{d'}\ge\xi_0' \rightarrow \sigma_s'=f_{yd}$ — **Új vetületi egyenlet!**

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Ultimate force

Határerő meghatározása

1. Eset: Az acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$\frac{b\cdot f_{cd}}{2}\cdot x^2 + b\cdot f_{cd}\cdot\left(e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)\cdot x + A_s'\cdot f_{yd}\cdot\left(d'+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right) - A_s\cdot f_{yd}\cdot\left(d+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)=0 \rightarrow x$$

$\sigma_s'=f_{yd}$ mivel $\xi'=\frac{x}{d'}\ge\xi_0'=\frac{560}{700-f_{yd}}$ $\qquad$ $\sigma_s=f_{yd}$ mivel $\xi=\frac{x}{d}\le\xi_0=\frac{560}{700-f_{yd}}$

Vetületi egyenlet alapján az e_{Ed} **külpontossághoz** tartozó N_{Rd} **határerő** meghatározása:

$$N_{Rd}=b\cdot x\cdot f_{cd}+A_s'\cdot f_{yd}-A_s\cdot f_{yd}$$

Nyomatéki egyenlet alapján az e_{Ed} **külpontosság** és N_{Rd} **határerő** felhasználásával a keresztmetszet M_{Rd} **nyomatéki ellenállása**:

$$M_{Rd}=N_{Rd}\cdot e_{Ed}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Ultimate force

Határerő meghatározása

2. Eset: A húzott acélbetétek képlékeny, a nyomott acélbetétek rugalmas állapotban vannak:

$\sigma_s' = 700 - \frac{560 \cdot d'}{x}$ mivel $\xi' = \frac{x}{d'} < \xi_0' = \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\sigma_s = f_{yd}$ mivel $\xi = \frac{x}{d} \le \xi_0 = \frac{560}{700 - f_{yd}}$

$$\frac{b \cdot f_{cd}}{2} \cdot x^2 + b \cdot f_{cd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2}\right) \cdot x + A_s' \cdot \left(700 - \frac{560 \cdot d'}{x}\right) \cdot \left(d' + e_{Ed} - \frac{h}{2}\right) - A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d + e_{Ed} - \frac{h}{2}\right) = 0 \rightarrow x$$

Vetületi egyenlet alapján az e_{Ed} **külpontossághoz** tartozó N_{Rd} **határerő** meghatározása:

$$N_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot f_{yd}$$

Nyomatéki egyenlet alapján az e_{Ed} **külpontosság** és az N_{Rd} **határerő** felhasználásával a keresztmetszet M_{Rd} **nyomatéki ellenállása**:

$$M_{Rd} = N_{Rd} \cdot e_{Ed}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Ultimate force

Határerő meghatározása

3. Eset: A húzott acélbetétek rugalmas, a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$\sigma_s' = f_{yd}$ mivel $\xi' = \frac{x}{d'} \ge \xi_0' = \frac{560}{700 - f_{yd}}$ $\sigma_s = \frac{560 \cdot d}{x} - 700$ mivel $\xi = \frac{x}{d} > \xi_0 = \frac{560}{700 - f_{yd}}$

$$\frac{b \cdot f_{cd}}{2} \cdot x^2 + b \cdot f_{cd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2}\right) \cdot x + A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(d' + e_{Ed} - \frac{h}{2}\right) - A_s \cdot \left(\frac{560 \cdot d}{x} - 700\right) \cdot \left(d + e_{Ed} - \frac{h}{2}\right) = 0 \rightarrow x$$

Vetületi egyenlet alapján az e_{Ed} **külpontossághoz** tartozó N_{Rd} **határerő** meghatározása:

$$N_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot \sigma_s$$

Nyomatéki egyenlet alapján az e_{Ed} **külpontosság** és az N_{Rd} **határerő** felhasználásával a keresztmetszet M_{Rd} **nyomatéki ellenállása**:

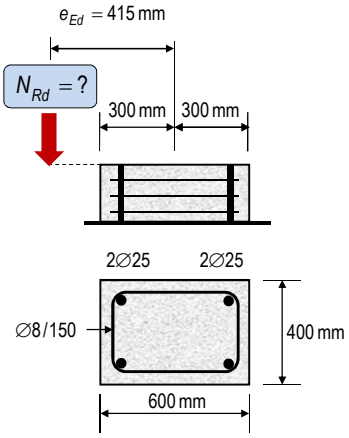
$$M_{Rd} = N_{Rd} \cdot e_{Ed}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6.: Ultimate force of a RC cross section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett vasbeton négyszög keresztmetszet N_{Rd} **határerejét**, ha a keresztmetszetre működő erő külpontossága e_{Ed} **= 415 mm** !

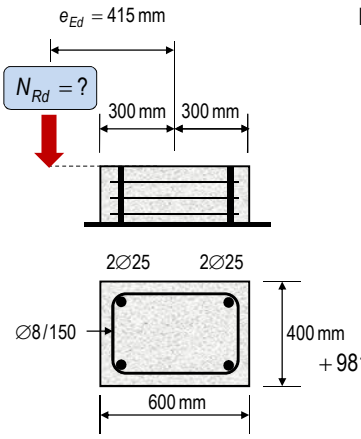
A további geometriai és anyagjellemzők változatlanok!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6.: Ultimate force of a RC cross section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Nyomott beton öv:



A vetületi egyenlet alapján kifejezett határerőt behelyettesítve a nyomatéki egyenletbe, feltételezve, hogy a húzott és nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$\frac{b \cdot f_{cd}}{2} \cdot x^2 + b \cdot f_{cd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) \cdot x + $$

$$+ A_s^{'} \cdot f_{yd} \cdot \left(d^{'} + e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) - A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d + e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) = 0 \rightarrow x$$

$$\frac{400 \cdot 13{,}33}{2} \cdot x^2 + 400 \cdot 13{,}33 \cdot \left(415 - \frac{600}{2} \right) \cdot x +$$

$$+ 981 \cdot 435 \cdot \left(55 + 415 - \frac{600}{2} \right) - 981 \cdot 435 \cdot \left(544 + 415 - \frac{600}{2} \right) = 0$$

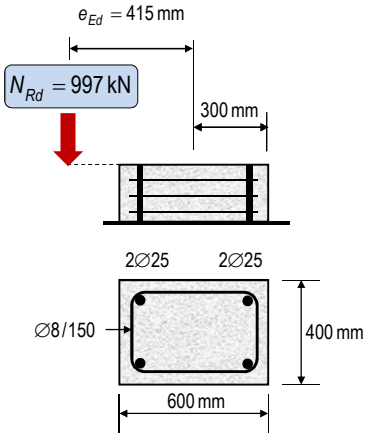
$$x^2 + 230 \cdot x - 78272 = 0 \rightarrow x = 187 \text{ mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6.: Ultimate force of a RC cross section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Határerő:



Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{187}{544} = 0{,}34 \le \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{187}{55} = 3{,}40 \ge \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

Tehát a vetületi egyenlet feltevései helyesek!

Az $\boldsymbol{e_{Ed}}$ **= 415 mm** külpontossághoz tartozó $\boldsymbol{N_{Rd}}$ **határerő** értéke:

$$N_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd}$$

$$N_{Rd} = 400 \cdot 187 \cdot 13{,}33 + 981 \cdot 435 - 981 \cdot 435 = \boxed{997 \text{ kN}}$$

Az $\boldsymbol{e_{Ed}}$ **külpontosság** és az $\boldsymbol{N_{Rd}}$ **határerő** alapján a keresztmetszet $\boldsymbol{M_{Rd}}$ **nyomatéki ellenállás**:

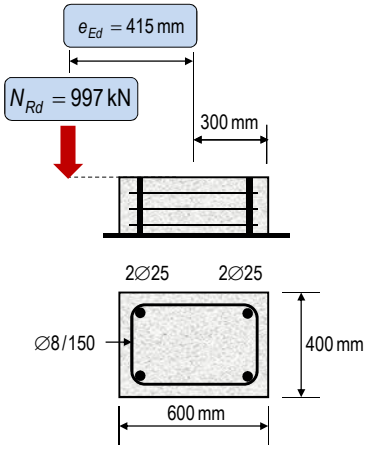
$$M_{Rd} = N_{Rd} \cdot e_{Ed} = 997 \cdot 0{,}415 = \boxed{414 \text{ kNm}}$$

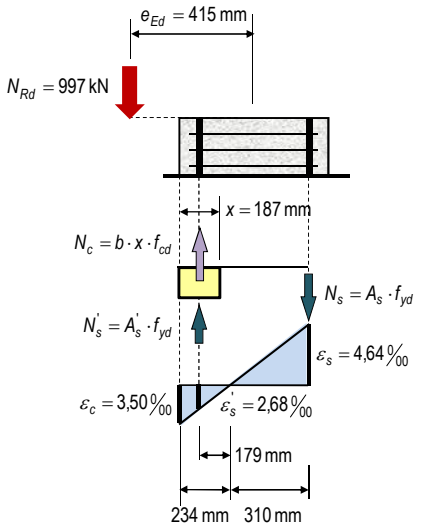
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6.: Ultimate force of a RC cross section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Eredményvázlat:



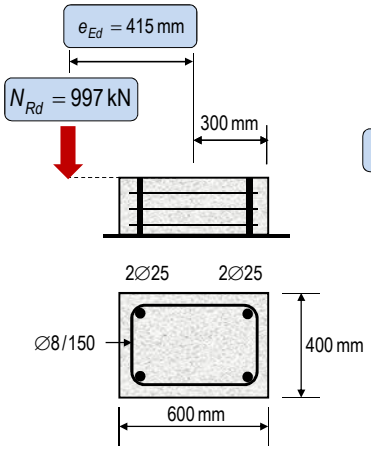


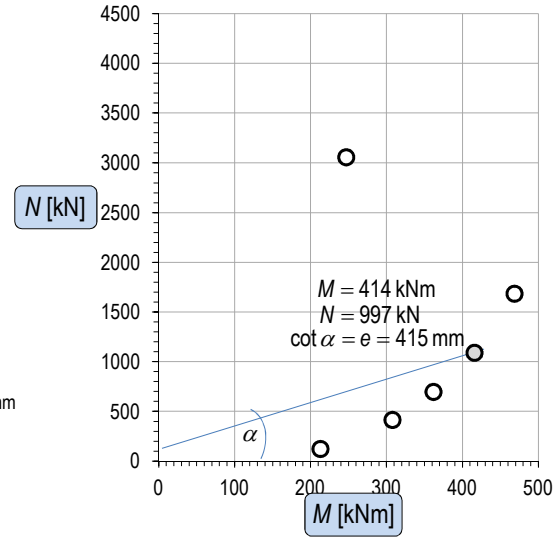
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6.: Ultimate force of a RC cross section

6. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Eredményvázlat:

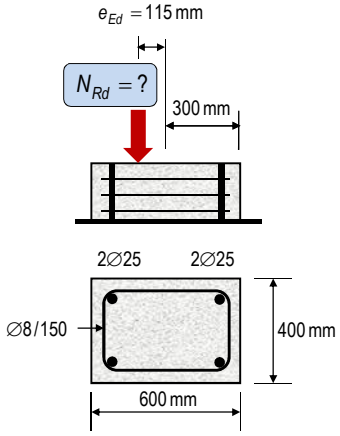




Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Feladat-meghatározás:



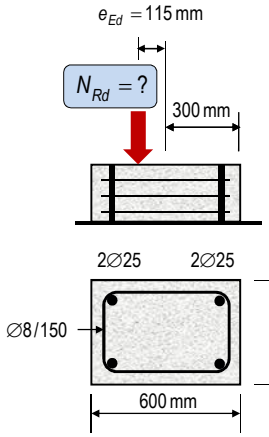
Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett vasbeton négyszög keresztmetszet N_{Rd} **határerejét**, ha a keresztmetszetre működő erő külpontossága e_{Ed} **= 115 mm** !

A további geometriai és anyagjellemzők változatlanok!

Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Nyomott beton öv:



A vetületi egyenlet alapján kifejezett határerőt behelyettesítve a nyomatéki egyenletbe, feltételezve, hogy a húzott és nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$\frac{b \cdot f_{cd}}{2} \cdot x^2 + b \cdot f_{cd} \cdot \left(e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) \cdot x +$$

$$+ A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(d' + e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) - A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d + e_{Ed} - \frac{h}{2} \right) = 0 \rightarrow x$$

$$\frac{400 \cdot 13{,}33}{2} \cdot x^2 + 400 \cdot 13{,}33 \cdot \left(115 - \frac{600}{2} \right) \cdot x +$$

$$+ 981 \cdot 435 \cdot \left(55 + 115 - \frac{600}{2} \right) - 981 \cdot 435 \cdot \left(544 + 115 - \frac{600}{2} \right) = 0$$

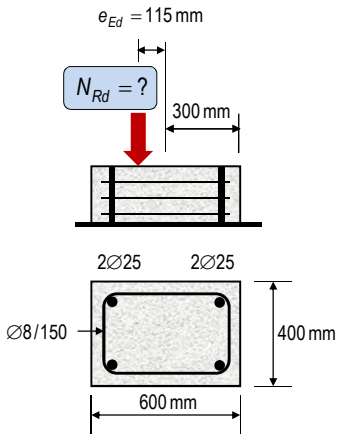
$$x^2 - 370 \cdot x - 78272 = 0 \rightarrow x = 520 \text{ mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Acélbetétek állapota:



Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{520}{544} = 0{,}96 > \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{520}{55} = 9{,}45 \geq \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

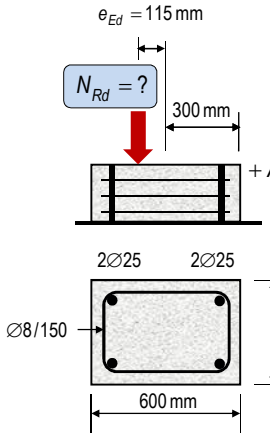
Tehát a vetületi egyenlet feltevései helytelenek, a húzott acélbetétek rugalmas, a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak, új vetületi egyenlet felírása szükséges!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Új vetületi egyenlet felírásával:



Az új vetületi egyenlet alapján kifejezett határerőt behelyettesítve a nyomatéki egyenletbe, feltételezve, hogy a húzott acélbetétek rugalmas, a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$\frac{b\cdot f_{cd}}{2}\cdot x^2 + b\cdot f_{cd}\cdot\left(e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)\cdot x + A_s'\cdot f_{yd}\cdot\left(d'+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right) - A_s\cdot\left(\frac{560\cdot d}{x}-700\right)\cdot\left(d+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)=0 \rightarrow \boxed{x}$$

$$\frac{b\cdot f_{cd}}{2}\cdot x^3 + b\cdot f_{cd}\cdot\left(e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)\cdot x^2 + \left[A_s'\cdot f_{yd}\cdot\left(d'+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right) + A_s\cdot 700\cdot\left(d+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)\right]\cdot x - A_s\cdot 560\cdot d\cdot\left(d+e_{Ed}-\frac{h}{2}\right)=0 \rightarrow \boxed{x}$$

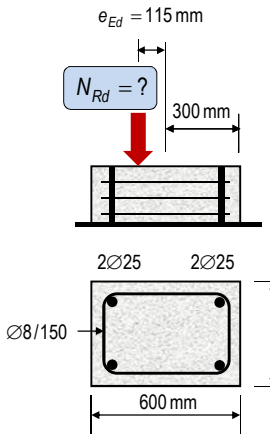
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Nyomott beton öv:



Az új vetületi egyenlet alapján kifejezett határerőt behelyettesítve a nyomatéki egyenletbe, feltételezve, hogy a húzott acélbetétek rugalmas, a nyomott acélbetétek képlékeny állapotban vannak:

$$\frac{400\cdot 13{,}33}{2}\cdot x^3 + 400\cdot 13{,}33\cdot\left(115-\frac{600}{2}\right)\cdot x^2 + \left[981\cdot 435\cdot\left(55+115-\frac{600}{2}\right)+981\cdot 700\cdot\left(544+115-\frac{600}{2}\right)\right]\cdot x - 981\cdot 560\cdot 544\cdot\left(544+115-\frac{600}{2}\right)=0 \rightarrow x$$

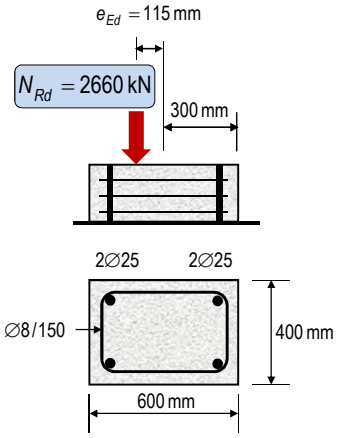
$$x^3 - 370\cdot x^2 + 71662\cdot x - 40242990 = 0 \rightarrow \boxed{x = 425\,\text{mm}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Határerő:



Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{425}{544} = 0{,}78 > \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{425}{55} = 7{,}72 \geq \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

Tehát az új vetületi egyenlet feltevései helyesek!

Az $\boldsymbol{e_{Ed}}$ **= 115 mm** külpontossághoz tartozó $\boldsymbol{N_{Rd}}$ **határerő** értéke:

$$N_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot \sigma_s$$

$$N_{Rd} = 400 \cdot 425 \cdot 13{,}33 + 981 \cdot 435 - 981 \cdot 17 = \boxed{2660\,\text{kN}}$$

Az $\boldsymbol{e_{Ed}}$ **külpontosság** és az $\boldsymbol{N_{Rd}}$ **határerő** alapján a keresztmetszet $\boldsymbol{M_{Rd}}$ **nyomatéki ellenállása**:

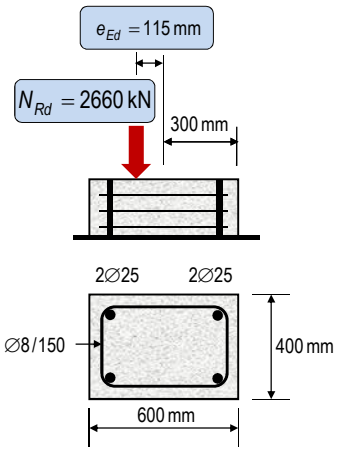
$$M_{Rd} = N_{Rd} \cdot e_{Ed} = 2660 \cdot 0{,}115 = \boxed{306\,\text{kNm}}$$

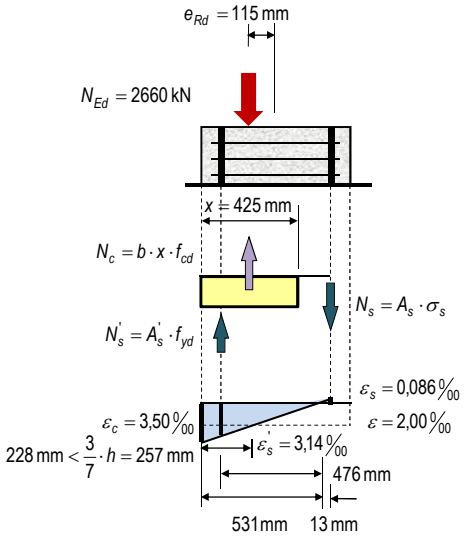
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Eredményvázlat:



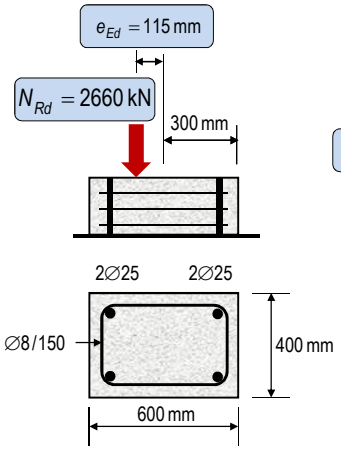


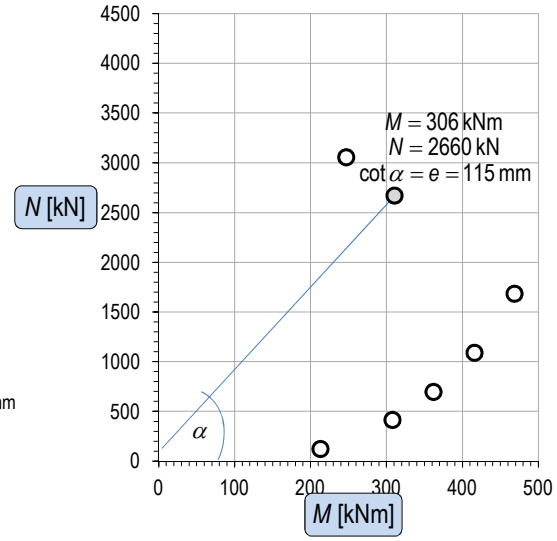
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7.: Ultimate force of a RC cross section

7. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Eredményvázlat:



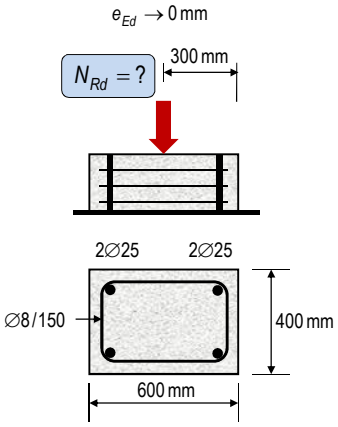


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8.: Ultimate force of a RC cross section

8. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Feladat-meghatározás:



Amennyiben az **1. Példában** ismertetett vasbeton négyszög keresztmetszet e_{Ed} külpontossága zérushoz tart:

$$e_{Ed} \rightarrow 0\,\text{mm}$$

a külpontos nyomás központos nyomásba megy át!

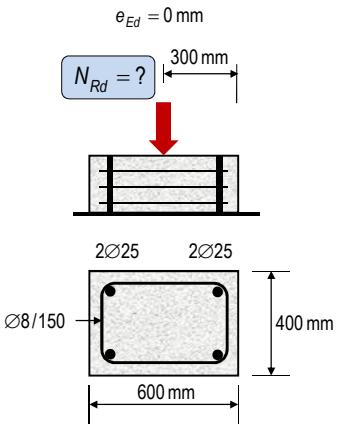
$$\left.\begin{matrix} N_{Rd} \neq 0\,\text{kN} \\ M_{Rd} \neq 0\,\text{kNm} \end{matrix}\right\} \rightarrow \left\{\begin{matrix} N_{Rd} \neq 0\,\text{kN} \\ M_{Rd} = 0\,\text{kNm} \end{matrix}\right.$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8.: Ultimate force of a RC cross section

8. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Határerő:



A vetületi egyenlet alapján az e_{Ed} = **0 mm** külpontossághoz tartozó N_{Rd} **határerő** értéke, figyelembe véve, hogy központos nyomás esetén a fajlagos összenyomódás **2,00 ‰**:

$$N_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' + A_s \cdot \sigma_s$$

$$\sigma_s' = \sigma_s = E_s \cdot \varepsilon = 200000 \cdot 0{,}002 = 400\,\text{N/mm}^2$$

$$N_{Rd} = b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' + A_s \cdot \sigma_s$$

$$N_{Rd} = 400 \cdot 600 \cdot 13{,}33 + 2 \cdot 981 \cdot 400 = \boxed{3984\,\text{kN}}$$

Az e_{Ed} **= 0 külpontosság** és az N_{Rd} **határerő** működése esetén a keresztmetszet M_{Rd} **törőnyomatéka**:

$$M_{Rd} = N_{Rd} \cdot e_{Ed} = 3984 \cdot 0 = \boxed{0\,\text{kNm}}$$

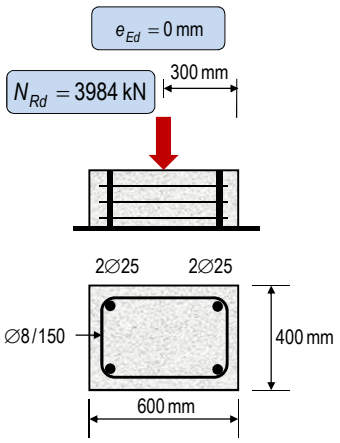
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

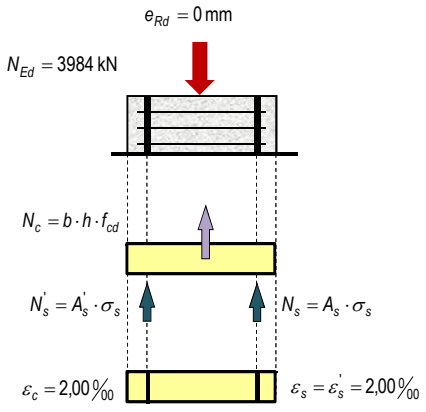
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 8.: Ultimate force of a RC cross section

8. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

Eredményvázlat:

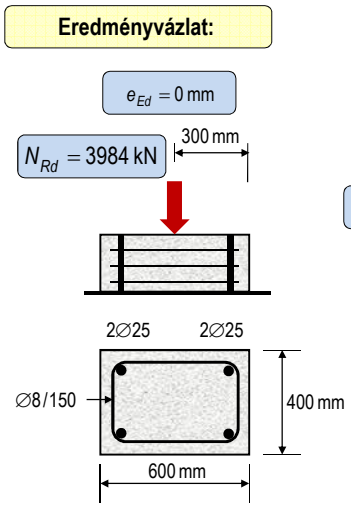


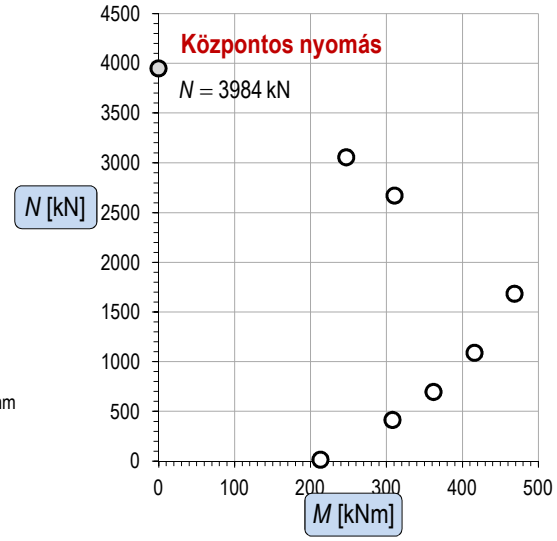


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8.: Ultimate force of a RC cross section

8. Példa: Vasbeton keresztmetszet határereje

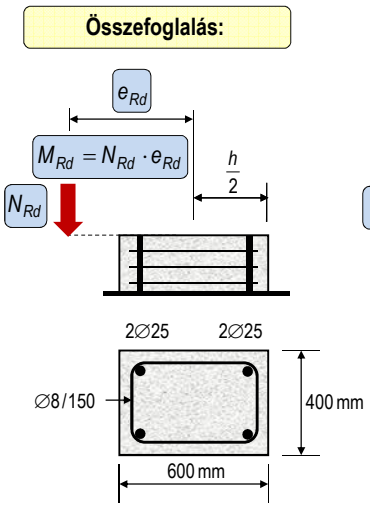


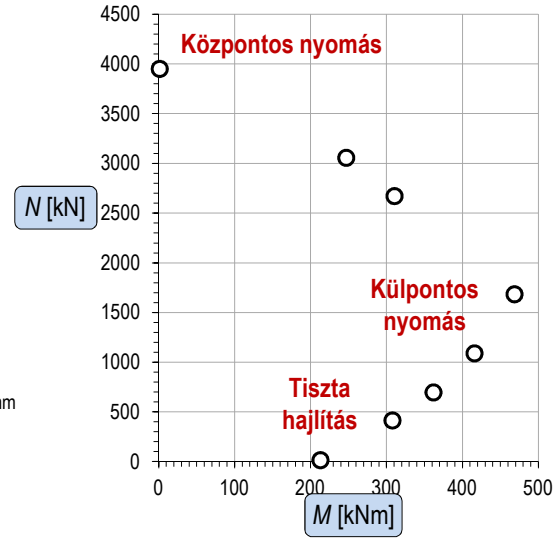


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (M-N) curve for RC cross section

Vasbeton keresztmetszet teherbírási vonala

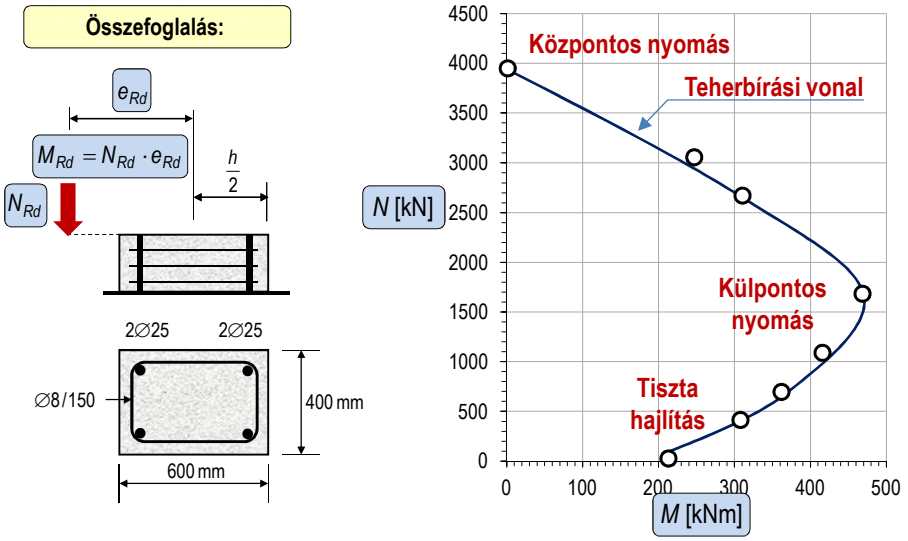




 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve for RC cross section

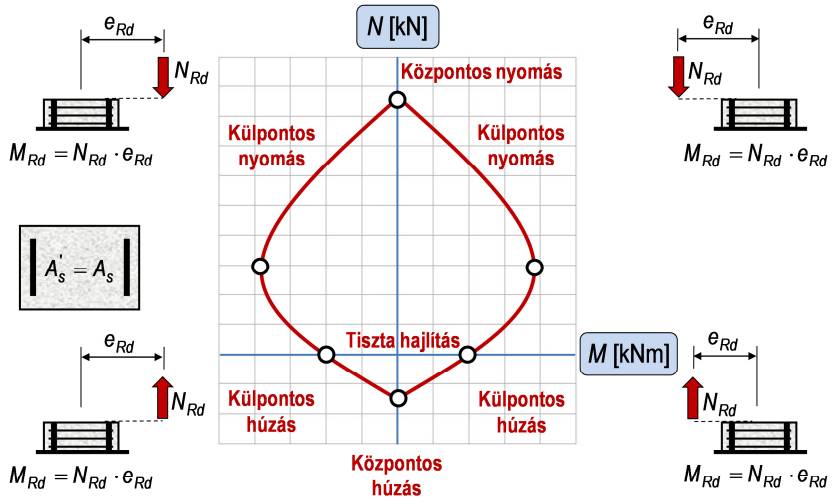
Vasbeton keresztmetszet teherbírási vonala



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve for symmetric RC cross section

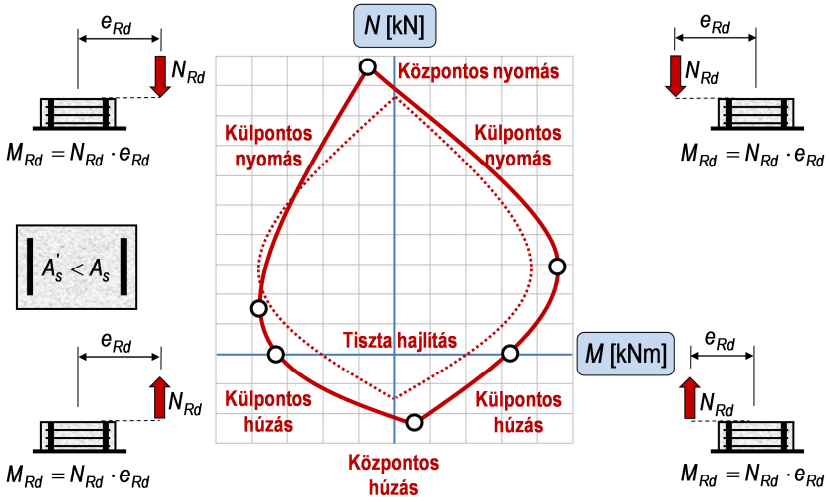
Szimmetrikus vasbeton keresztmetszet teherbírási vonala



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve for asymmetric RC cross section

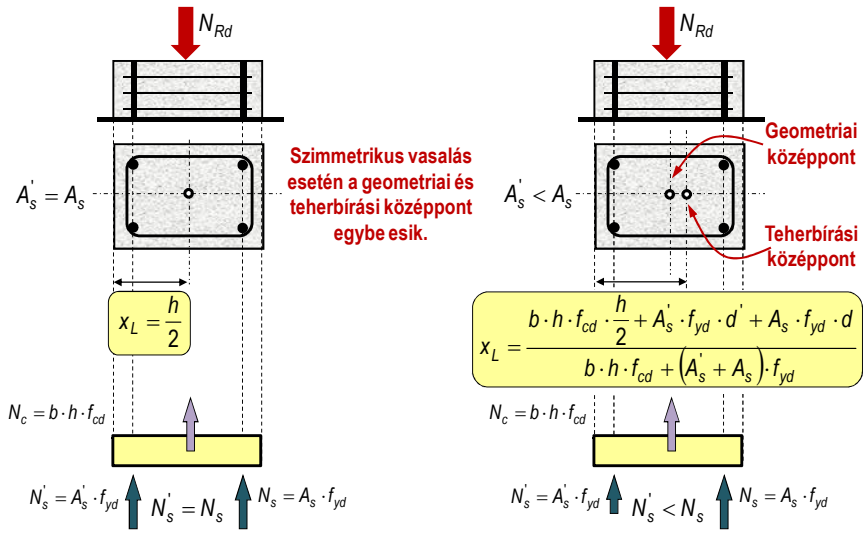
Aszimmetrikus vasbeton keresztmetszet teherbírási vonala



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Geometrical and load bearing center points

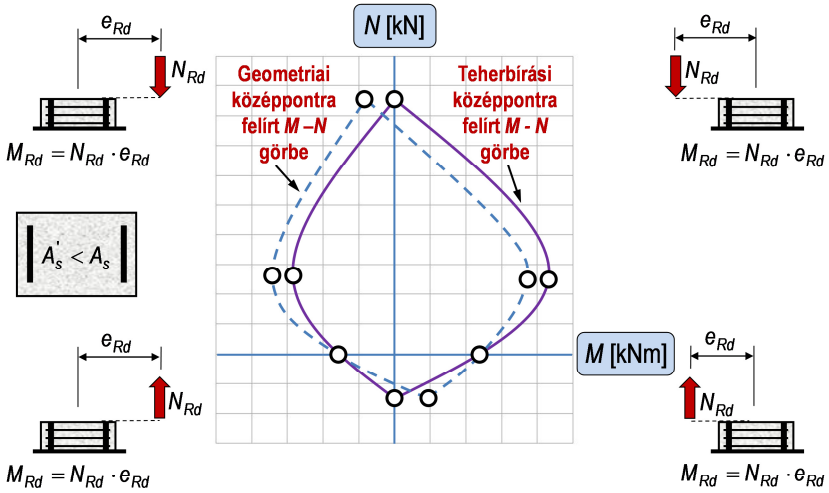
Geometriai és teherbírási középpont



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Geometrical and load bearing center points

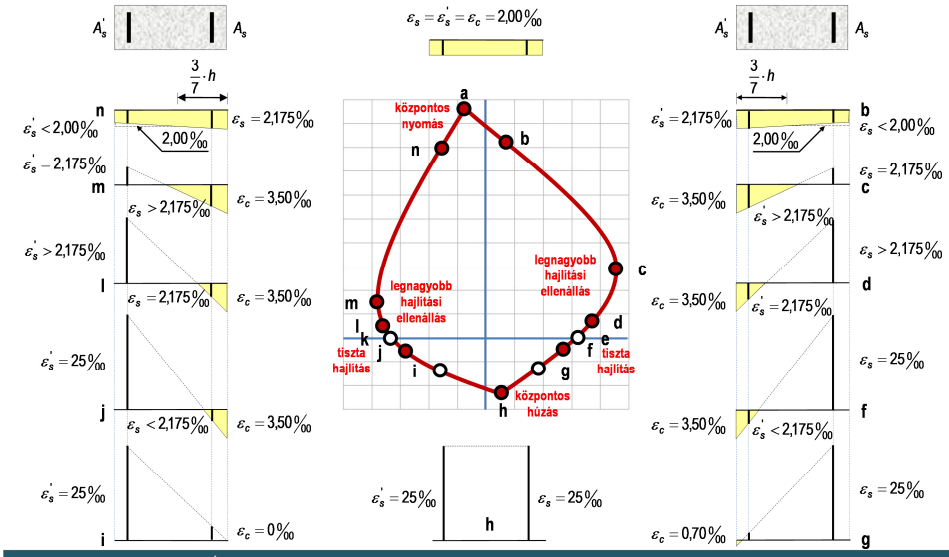
Geometriai és teherbírási középpont



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve for asymmetric RC cross section

Teherbírási vonal töréspontjai

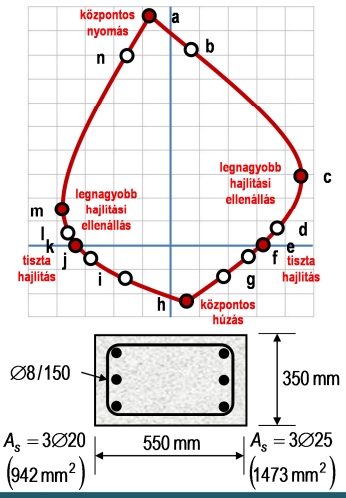


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg a ***h* = 550 mm** teljes magasságú és ***b* = 350 mm** szélességű vasbeton négyszög keresztmetszetet vázolt pontokkal jellemzett teherbírási vonalát, ha a keresztmetszet fővasalását az egyes oldalakon elhelyezett **3Ø25** , ill. **3Ø20** bordás, **B500A** minőségű acélbetétek alkotják, a főacélbetéteket **Ø8 mm** átmérőjű kengyelek fogják közre, a környezeti (kitéti) osztály **X0v(H)**, az alkalmazott beton szilárdsági osztálya **C20/25**, az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_{max} **= 16 mm**, az alkalmazott cement **CEM 42,5** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S4**!

A beton szabványos megnevezése:

C20/25 – X0v(H) - 16 – F3 - CEM 42,5 - MSZ 4798-1: 2004

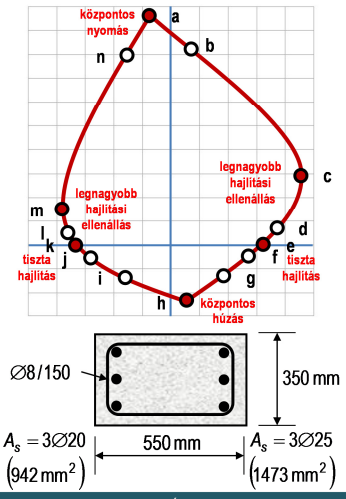
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Anyagjellemzők:



A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20\,\text{N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\,\text{N/mm}^2$$

A négyszög alakú feszültség diagram jellemzői:

$$(1-\lambda)\cdot\varepsilon_{cu3} = (1-0{,}8)\cdot 3{,}50 = 0{,}70\,‰ \quad \varepsilon_{cu3} = 3{,}5\,‰$$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\,\text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\,\text{N/mm}^2$$

A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175\,‰ \quad \varepsilon_{su} = 25\,‰$$

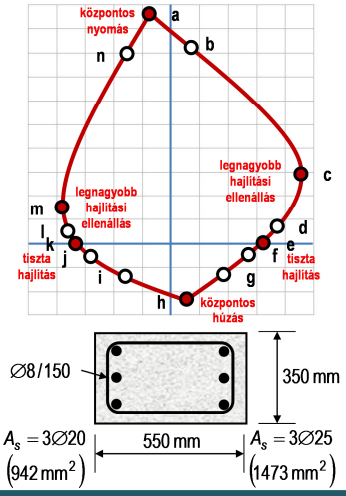
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Geometria:



A keresztmetszet teljes magassága:

$$h = 550\,mm$$

A keresztmetszet szélessége:

$$b = 350\,mm$$

Alkalmazott fővasak átmérője:

$$\varnothing = 25\,mm \quad \varnothing = 20\,mm$$

Alkalmazott kengyelek átmérője:

$$\varnothing_s = 8\,mm$$

A keresztmetszetben alkalmazott fővasalás:

$$A_s = 3 \cdot \frac{25^2 \cdot \pi}{4} = 1473\,mm^2$$

$$A_s' = 3 \cdot \frac{20^2 \cdot \pi}{4} = 942\,mm^2$$

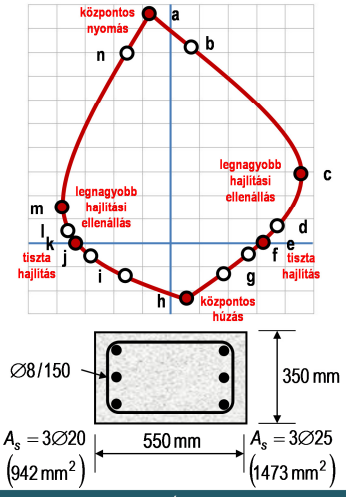
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Geometria:



Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{min,b} = \max \varnothing = 25\,mm$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{min,dur} = 0\,mm$$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10\,mm$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{min} = \max \begin{Bmatrix} C_{min,b} = 25\,mm \\ C_{min,dur} = 0\,mm \\ 10\,mm \end{Bmatrix} = 25\,mm$$

A betonfedés előírt névleges értéke:

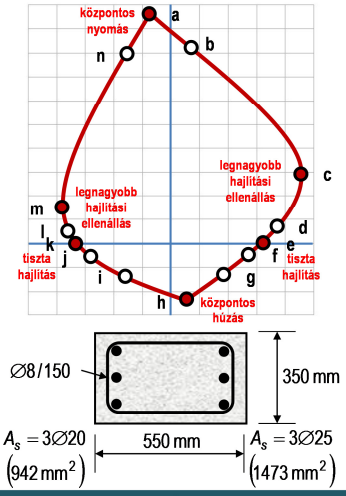
$$C_{nom} = C_{min} + \Delta C_{dev} = 25 + 10 = 35\,mm$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Geometria:



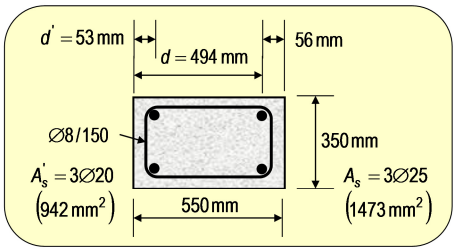
Húzott acélbetétek dolgozó magassága:

$$d = h - \left(C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} \right)$$

$$d = 550 - \left(35 + 8 + \frac{25}{2} \right) = 494\ mm$$

Nyomott acélbetétek dolgozó magassága:

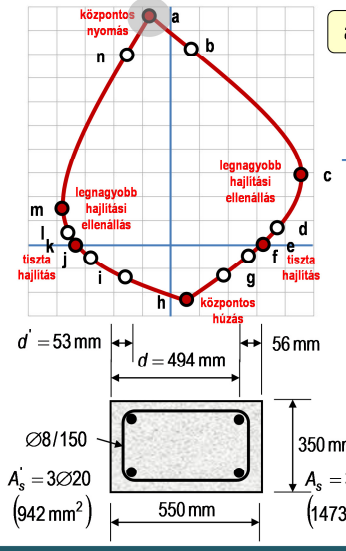
$$d' = C_{nom} + \varnothing_s + \frac{\varnothing}{2} = 35 + 8 + \frac{20}{2} = 53\ mm$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



a

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s' = \varepsilon_c = 2{,}00\,‰$$

Központos nyomás, figyelembe véve, hogy a fajlagos összenyomódás 2,00 ‰-ben van korlátozva.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s' = \varepsilon_c = 2{,}00\,‰ \qquad \varepsilon_s = \varepsilon_s' = 400\,N/mm^2$$

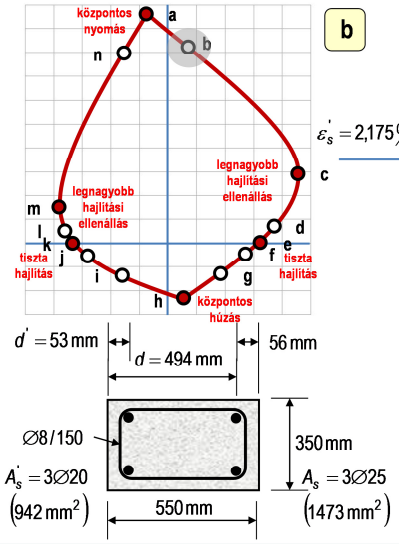
$$N_{Rd,a} = b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' + A_s \cdot \sigma_s$$
$$= 350 \cdot 550 \cdot 13{,}33 + (942 + 1473) \cdot 400 = 3532\,kN$$

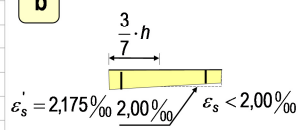
$$M_{Rd,a} = A_s' \cdot \left(\frac{h}{2} - d' \right) \cdot \sigma_s' - A_s \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right) \cdot \sigma_s =$$
$$= 942 \cdot \left(\frac{550}{2} - 53 \right) \cdot 400 - 1473 \cdot \left(494 - \frac{550}{2} \right) \cdot 400 = -45{,}40\,kNm$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala





Kis külpontosságú nyomás, figyelembe véve, hogy a beton fajlagos összenyomódása 3/7 *h* magasságban 2,00 ‰, továbbá a nyomott oldali acélbetétek éppen megfolynak.

$$\frac{3}{7}\cdot h=\frac{3}{7}\cdot 550=236\,\text{mm} \qquad \varepsilon_s'=2{,}175‰\rightarrow\sigma_s'=435\,\text{N/mm}^2$$

$$\sigma_s=\varepsilon_s\cdot E_s=\left(2{,}00-\frac{258}{183}\cdot(2{,}175-2{,}00)\right)\cdot 200000$$

$$\sigma_s=1{,}753‰\cdot 200000\,\text{N/mm}^2=351\,\text{N/mm}^2$$

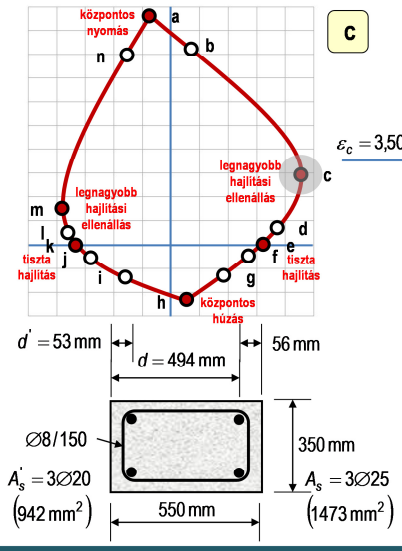
Hasonló háromszögek alapján

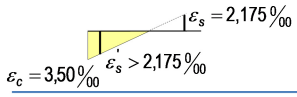
$$N_{Rd,b}=b\cdot h\cdot f_{cd}+A_s'\cdot f_{yd}+A_s\cdot\sigma_s$$
$$=350\cdot 550\cdot 13{,}33+942\cdot 435+1473\cdot 351=\boxed{3493\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd,b}=A_s'\cdot\left(\frac{h}{2}-d'\right)\cdot f_{yd}-A_s\cdot\left(d-\frac{h}{2}\right)\cdot\sigma_s=$$
$$=942\cdot\left(\frac{550}{2}-53\right)\cdot 435-1473\cdot\left(494-\frac{550}{2}\right)\cdot 351=\boxed{-22{,}30\,\text{kNm}}$$

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala





Kis és nagy külpontosságú nyomás határa, a beton fajlagos összenyomódása 3,50 ‰, a húzott oldali acélbetétek éppen megfolynak, a nyomott oldali acélbetétek képlékeny állapotban vannak.

$$x_0=\xi_0\cdot d=0{,}49\cdot 494=242\,\text{mm}\rightarrow\sigma_s=435\,\text{N/mm}^2$$

$$\xi'=\frac{x_0}{d'}=\frac{242}{53}=4{,}57>\xi_0'=2{,}11\rightarrow\sigma_s'=435\,\text{N/mm}^2$$

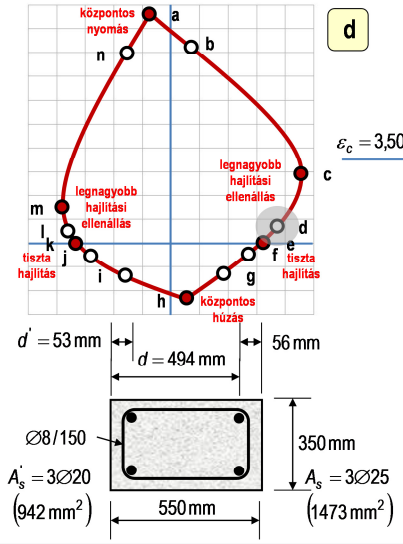
$$N_{Rd,c}=b\cdot x_0\cdot f_{cd}+A_s'\cdot f_{yd}-A_s\cdot f_{yd}$$
$$=350\cdot 242\cdot 13{,}33+(942-1473)\cdot 435=\boxed{898\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd,c}=b\cdot x_0\cdot f_{cd}\cdot\left(\frac{h}{2}-\frac{x_0}{2}\right)+\left(A_s'\cdot\left(\frac{h}{2}-d'\right)+A_s\cdot\left(d-\frac{h}{2}\right)\right)\cdot f_{yd}=$$
$$=350\cdot 242\cdot 13{,}33\cdot\left(\frac{550}{2}-\frac{242}{2}\right)+942\cdot\left(\frac{550}{2}-53\right)\cdot 435+$$
$$+1473\cdot\left(494-\frac{550}{2}\right)\cdot 435=M_{Rd,c}=\boxed{405\,\text{kNm}}$$

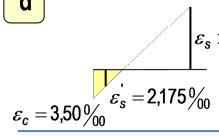
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



d



Nagy külpontosságú nyomás, a beton fajlagos összenyomódása 3,50 ‰, a nyomott oldali acélbetétek éppen megfolynak, a húzott oldali acélbetétek képlékeny állapotban vannak.

$$\varepsilon_s > 2{,}175‰ \rightarrow \sigma_s = 435\,\text{N/mm}^2$$

$$\varepsilon_s' = 2{,}175‰ \rightarrow \sigma_s' = 435\,\text{N/mm}^2$$

$$x_0 = \xi_0' \cdot d' = 2{,}11 \cdot 53 = 112\,\text{mm}$$

$$N_{Rd,d} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} =$$

$$= 350 \cdot 112 \cdot 13{,}33 + (942 - 1473) \cdot 435 = \boxed{292\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd,d} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2}\right) + \left(A_s' \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)\right) \cdot f_{yd} =$$

$$= 350 \cdot 112 \cdot 13{,}33 \cdot \left(\frac{550}{2} - \frac{112}{2}\right) + 942 \cdot \left(\frac{550}{2} - 53\right) \cdot 435 +$$

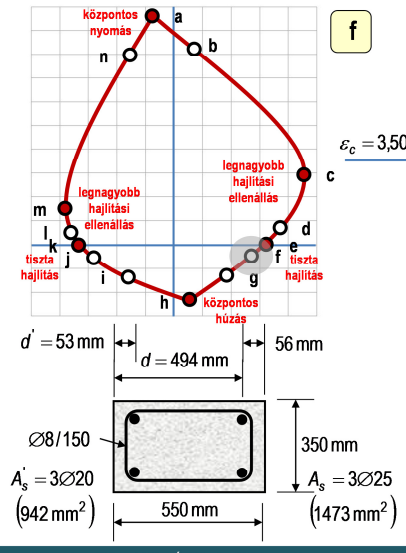
$$+ 1473 \cdot \left(494 - \frac{550}{2}\right) \cdot 435 = M_{Rd,c} = \boxed{346\,\text{kNm}}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

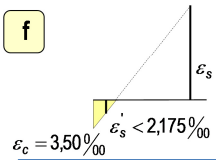
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



f



Nagy külpontosságú húzás, a beton fajlagos összenyomódása 3,50 ‰, a húzott oldali acélbetétek éppen elszakadnak, a nyomott oldali acélbetétek rugalmas állapotban vannak.

$$\varepsilon_s = 25‰ \rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 435\,\text{N/mm}^2 \quad \varepsilon_s' < 2{,}175‰ \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

$$x = \frac{d}{1{,}25} \cdot \frac{3{,}50‰}{25‰ + 3{,}50‰} = \frac{494}{1{,}25} \cdot \frac{7}{57} = 49\,\text{mm}$$

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{49}{53} = 0{,}924 < \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = 700 - \frac{560}{0{,}924} = 94\,\text{N/mm}^2$$

$$N_{Rd,f} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot f_{yd} =$$

$$= 350 \cdot 49 \cdot 13{,}33 + 942 \cdot 94 - 1473 \cdot 435 = \boxed{-324\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd,f} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2}\right) + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot \left[\frac{h}{2} - d'\right] + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left[d - \frac{h}{2}\right] =$$

$$= 350 \cdot 49 \cdot 13{,}33 \cdot \left(\frac{550}{2} - \frac{49}{2}\right) + 942 \cdot 94 \cdot \left(\frac{550}{2} - 53\right) +$$

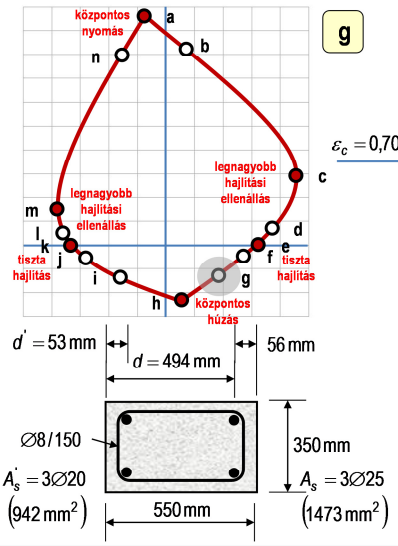
$$+ 1473 \cdot 435 \cdot \left(494 - \frac{550}{2}\right) = \boxed{217{,}00\,\text{kNm}}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

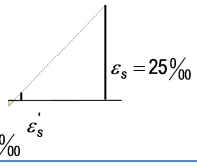
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



g



Kis külpontosságú húzás, a beton fajlagos összenyomódása 0,70 ‰, a húzott oldali acélbetétek éppen elszakadnak, a nyomott oldali acélbetéteket meg kell vizsgálni

$$\varepsilon_s = 25‰ \rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 435\,\text{N/mm}^2 \;,\; \varepsilon_c = 0{,}70‰$$

$$x = \frac{0{,}70‰}{25‰ + 0{,}70‰} \cdot d = \frac{7}{257} \cdot 494 = 13{,}50\,\text{mm}$$

$$\varepsilon_s' = 25‰ \cdot \frac{d' - x}{d - x} = 25 \cdot \frac{53 - 13{,}50}{494 - 13{,}50} = 2{,}055‰ \rightarrow \sigma_s' = 411\,\text{N/mm}^2$$

$$N_{Rd,g} = +A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot f_{yd} = -942 \cdot 411 - 1473 \cdot 435 = \boxed{-1028\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd,g} = -A_s' \cdot \sigma_s' \cdot \left[\frac{h}{2} - d'\right] + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left[d - \frac{h}{2}\right] =$$

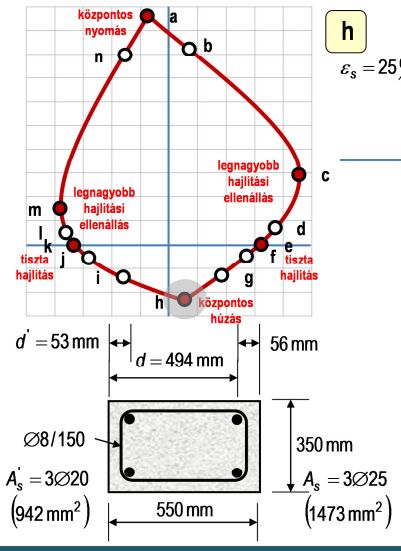
$$= -942 \cdot 411 \cdot \left(\frac{550}{2} - 53\right) + 1473 \cdot 435 \cdot \left(494 - \frac{550}{2}\right) = \boxed{54{,}40\,\text{kNm}}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

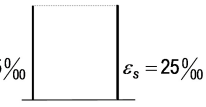
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



h



Központos húzás, a húzott és a nyomott oldali acélbetétek éppen elszakadnak.

$$\varepsilon_s = \varepsilon_s' = 25‰ \rightarrow \sigma_s = \sigma_s' = f_{yd} = 435\,\text{N/mm}^2$$

$$N_{Rd,h} = -A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = -(942 + 1473) \cdot 435 = \boxed{-1050\,\text{kN}}$$

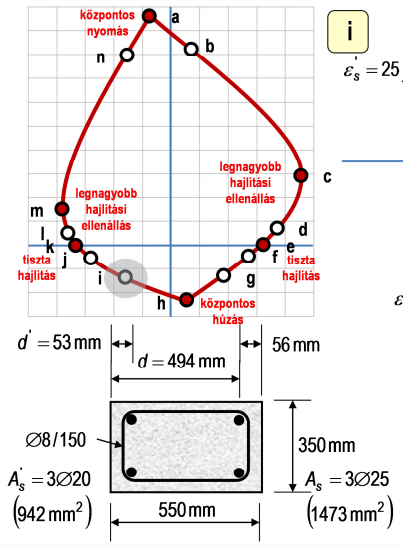
$$M_{Rd,h} = -A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left[\frac{h}{2} - d'\right] + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left[d - \frac{h}{2}\right] =$$

$$= -942 \cdot 435 \cdot \left(\frac{550}{2} - 53\right) + 1473 \cdot 435 \cdot \left(494 - \frac{550}{2}\right) = \boxed{49{,}40\,\text{kNm}}$$

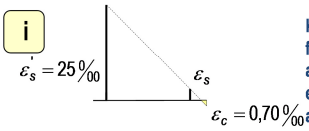
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



i



Kis külpontosságú húzás, a beton fajlagos összenyomódása 0,70 ‰, a húzott oldali acélbetétek éppen elszakadnak, a nyomott oldali acélbetéteket meg kell vizsgálni

$$\varepsilon_s' = 25‰ \rightarrow \sigma_s' = f_{yd} = 435\,\text{N/mm}^2 \;,\; \varepsilon_c = 0{,}70‰$$

$$x = \frac{0{,}70‰}{25‰ + 0{,}70‰} \cdot (h - d') = \frac{7}{257} \cdot 497 = 13{,}50\,\text{mm}$$

$$\varepsilon_s' = 25‰ \cdot \frac{(h-d)-x}{(h-d')-x} = 25 \cdot \frac{56 - 13{,}50}{497 - 13{,}50} = 2{,}197‰ \rightarrow \sigma_s' = 435\,\text{N/m}$$

$$\boxed{N_{Rd,g}} = +A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot f_{yd} = -942 \cdot 435 - 1473 \cdot 435 = \boxed{-1050\,\text{kN}}$$

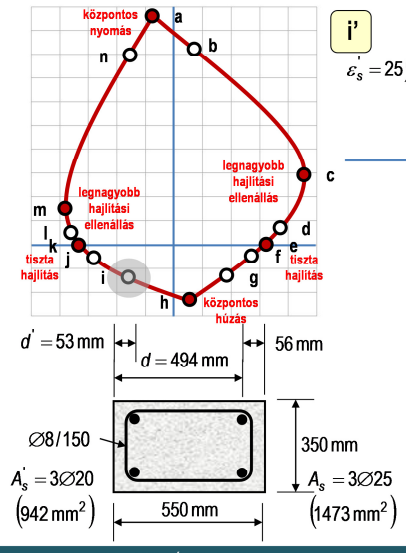
$$\boxed{M_{Rd,g}} = +A_s' \cdot \sigma_s' \cdot \left[\frac{h}{2} - d'\right] - A_s \cdot f_{yd} \cdot \left[d - \frac{h}{2}\right] =$$

$$= -942 \cdot 435 \cdot \left(\frac{550}{2} - 53\right) + 1473 \cdot 435 \cdot \left(494 - \frac{550}{2}\right) = \boxed{49{,}40\,\text{kNm}}$$

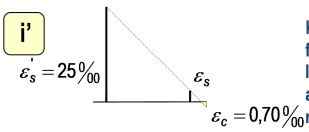
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



i'



Kis külpontosságú húzás, a beton fajlagos összenyomódása most legyen 1,00 ‰, a húzott oldali acélbetétek éppen elszakadnak, a nyomott oldali acélbetéteket meg kell vizsgálni

$$\varepsilon_s' = 25‰ \rightarrow \sigma_s' = f_{yd} = 435\,\text{N/mm}^2 \;,\; \varepsilon_c = 1{,}00‰$$

$$x = \frac{d}{1{,}25} \cdot \frac{3{,}50‰}{25‰ + 3{,}50‰} = \frac{494}{1{,}25} \cdot \frac{7}{57} = 49\,\text{mm}$$

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{49}{53} = 0{,}924 < \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = 700 - \frac{560}{0{,}924} = 94\,\text{N/mm}^2$$

$$\boxed{N_{Rd,f}} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \sigma_s' - A_s \cdot f_{yd} =$$

$$= 350 \cdot 49 \cdot 13{,}33 + 942 \cdot 94 - 1473 \cdot 435 = \boxed{-324\,\text{kN}}$$

$$\boxed{M_{Rd,f}} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2}\right) + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot \left[\frac{h}{2} - d'\right] + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left[d - \frac{h}{2}\right] =$$

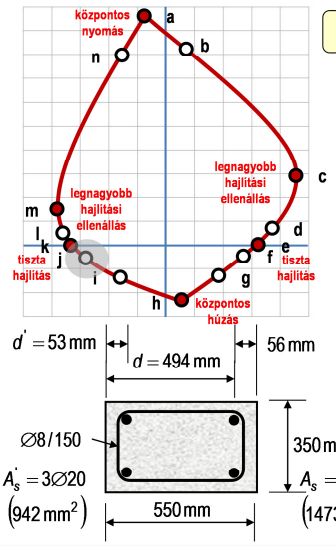
$$= 350 \cdot 49 \cdot 13{,}33 \cdot \left(\frac{550}{2} - \frac{49}{2}\right) + 942 \cdot 94 \cdot \left(\frac{550}{2} - 53\right) +$$

$$+ 1473 \cdot 435 \cdot \left(494 - \frac{550}{2}\right) = \boxed{217{,}00\,\text{kNm}}$$

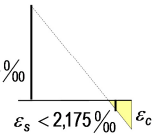
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



j



Nagy külpontosságú húzás, a beton fajlagos összenyomódása 3,50 ‰, a húzott oldali acélbetétek éppen elszakadnak, a nyomott oldali acélbetétek rugalmas állapotban vannak.

$$\varepsilon_s' = 25‰ \rightarrow \sigma_s' = f_{yd} = 435\,\text{N/mm}^2 \quad \varepsilon_s' < 2{,}175‰ \rightarrow \sigma_s < f_{yd}$$

$$x = \frac{d}{1{,}25}\cdot\frac{3{,}50‰}{25‰ + 3{,}50‰} = \frac{494}{1{,}25}\cdot\frac{7}{57} = 49\,\text{mm}$$

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{49}{53} = 0{,}924 < \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = 700 - \frac{560}{0{,}924} = 94\,\text{N/mm}^2$$

$$N_{Rd,f} = b\cdot x\cdot f_{cd} + A_s'\cdot\sigma_s' - A_s\cdot f_{yd} =$$

$$= 350\cdot 49\cdot 13{,}33 + 942\cdot 94 - 1473\cdot 435 = \boxed{-324\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd,f} = b\cdot x\cdot f_{cd}\cdot\left(\frac{h}{2}-\frac{x}{2}\right) + A_s'\cdot\sigma_s'\cdot\left[\frac{h}{2}-d'\right] + A_s\cdot f_{yd}\cdot\left[d-\frac{h}{2}\right] =$$

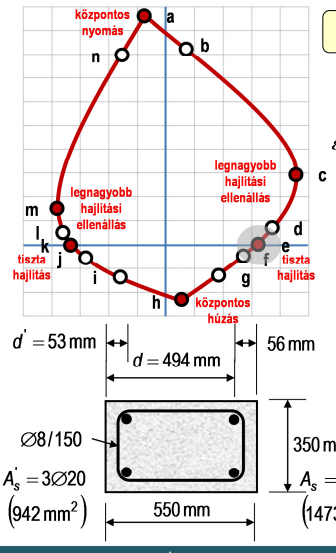
$$= 350\cdot 49\cdot 13{,}33\cdot\left(\frac{550}{2}-\frac{49}{2}\right) + 942\cdot 94\cdot\left(\frac{550}{2}-53\right) +$$

$$+ 1473\cdot 435\cdot\left(494-\frac{550}{2}\right) = \boxed{217{,}00\,\text{kNm}}$$

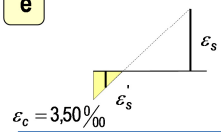
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



e



Tiszta hajlítás, a beton fajlagos összenyomódása 3,50 ‰, a vetületi egyenlet feltevései alapján a húzott és a nyomott oldali acélbetétek fajlagos alakváltozását ellenőrizni kell .

Vetületi egyenlet alapján: $x^2 + 4{,}00\cdot x - 5993 = 0 \rightarrow x = 75\,\text{mm}$

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{75}{494} = 0{,}152 < \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s = f_{yd} = 435\,\text{N/mm}^2$$

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{75}{53} = 1{,}415 < \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = 700 - \frac{560}{1{,}415} = 304\,\text{N/mm}^2$$

$$N_{Rd,e} = 350\cdot 75\cdot 13{,}33 + 942\cdot 304 - 1473\cdot 435 \approx \boxed{0\,\text{kN}}$$

$$M_{Rd,e} = b\cdot x\cdot f_{cd}\cdot\left(\frac{h}{2}-\frac{x}{2}\right) + A_s'\cdot\sigma_s'\cdot\left[\frac{h}{2}-d'\right] + A_s\cdot f_{yd}\cdot\left[d-\frac{h}{2}\right] =$$

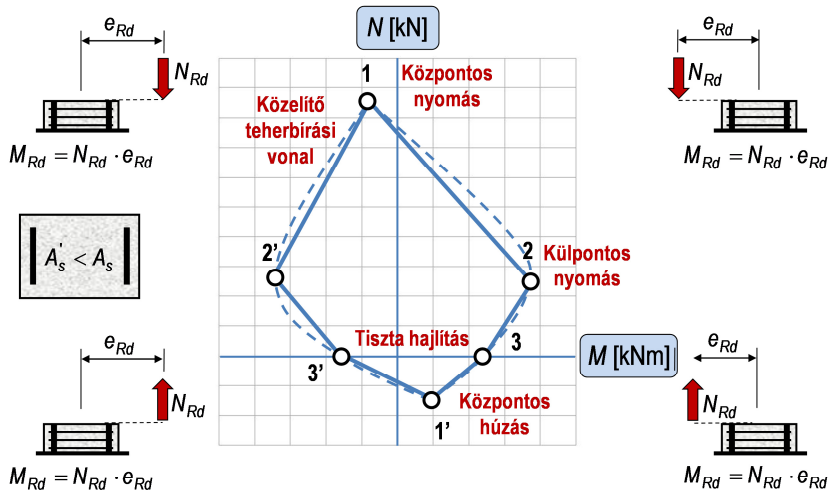
$$= 350\cdot 75\cdot 13{,}33\cdot\left(\frac{550}{2}-\frac{75}{2}\right) + 942\cdot 304\cdot\left(\frac{550}{2}-53\right) +$$

$$+ 1473\cdot 435\cdot\left(494-\frac{550}{2}\right) = \boxed{287{,}00\,\text{kNm}}$$

Megjegyzés:
az **e** pont tulajdonságait tekintve a **d** és az **f** pontok közötti tartomány egy kitüntetett pontja, de nem töréspont.

Simplified interaction (*M-N*) curve for RC cross section

Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

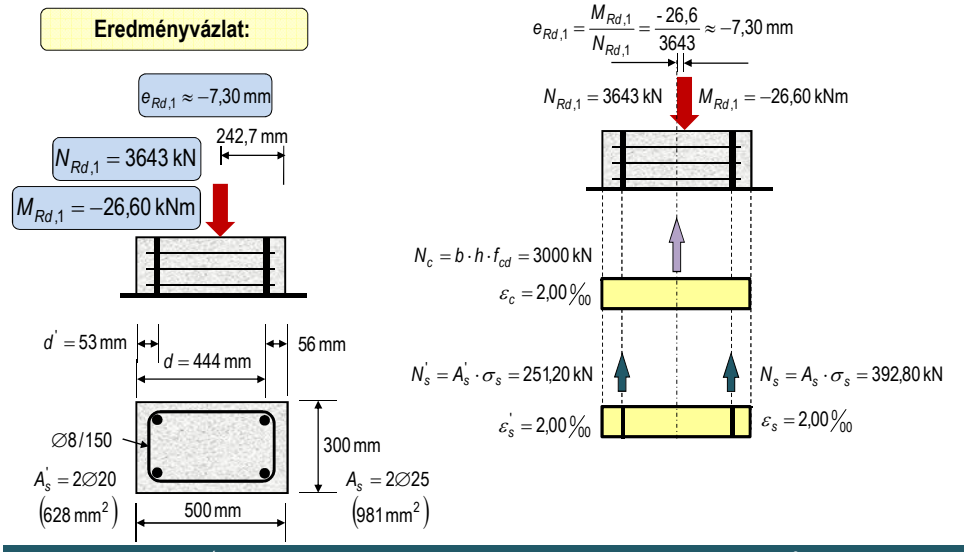


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Eredményvázlat:

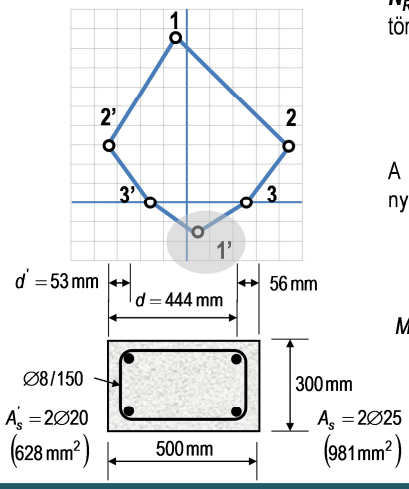


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

1' pont meghatározása:



A vetületi egyenlet alapján **központos húzás** esetén az $N_{Rd,1'}$ **erő** értéke, figyelembe véve, hogy ekkor a tönkremenetelt az acélbetétek elszakadásával jön létre:

$$N_{Rd,1'} = -A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd}$$

$$N_{Rd,1'} = -(628 + 981) \cdot 400 = \boxed{-643{,}60\ \text{kN}}$$

A keresztmetszet geometriai középpontjára felírható nyomatéki egyenlet alapján $M_{Rd,1'}$ **nyomaték**:

$$M_{Rd,1'} = -A_s' \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \cdot f_{yd} + A_s \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \cdot f_{yd}$$

$$M_{Rd,1'} = -628 \cdot \left(\frac{500}{2} - 53\right) \cdot 400 + 981 \cdot \left(444 - \frac{500}{2}\right) \cdot 400 =$$

$$M_{Rd,1'} = \boxed{26{,}60\ \text{kNm}}$$

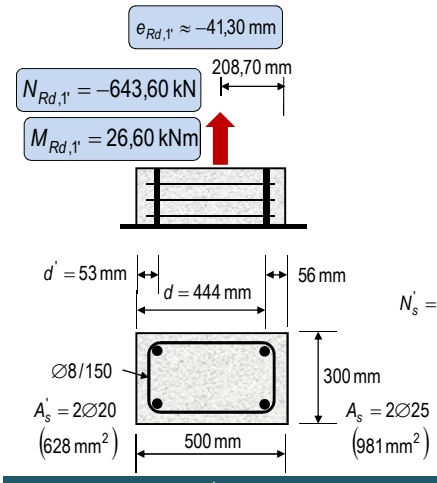
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

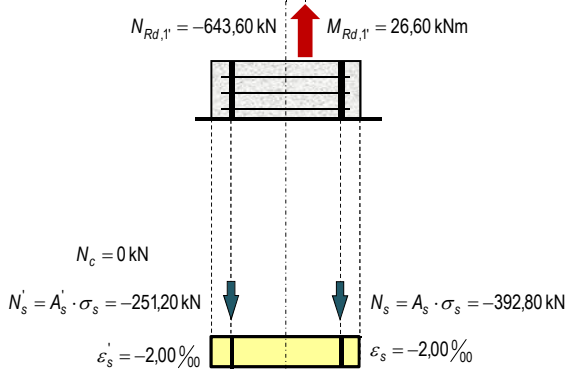
Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Eredményvázlat:



$$e_{Rd,1} = \frac{M_{Rd,1}}{N_{Rd,1}} = \frac{26{,}60}{-643{,}60} \approx -41{,}30\ \text{mm}$$



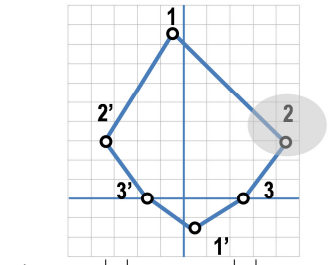
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

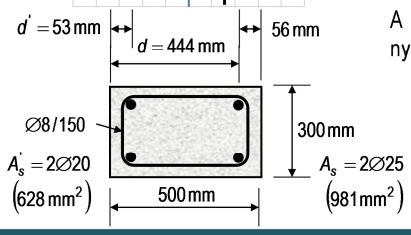
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

2-es pont meghatározása:





Külpontos nyomás esetén a keresztmetszet legnagyobb nyomatéki teherbírásához tartozó nyomott öv:

$$x = x_0 = \xi_0 \cdot d = 0{,}49 \cdot 444 = 217\,\text{mm}$$

Ekkor a húzott acélbetétek képlékeny állapotban vannak, a nyomott acélbetétek állapotát ellenőrizni kell:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{217}{53} = 4{,}10 \geq \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

Vetületi egyenlet alapján $N_{Rd,2}$ **erő** értéke:

$$N_{Rd,2} = b \cdot x_0 \cdot f_{cd} + A_s' \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd}$$

$$N_{Rd,2} = 300 \cdot 217 \cdot 20 + (628 - 981) \cdot 435 = 1148\,\text{kN}$$

A keresztmetszet geometriai középpontjára felírható nyomatéki egyenlet alapján az $M_{Rd,2}$ **nyomaték**:

$$M_{Rd,2} = b \cdot x_0 \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_0}{2}\right) + A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

$$M_{Rd,2} = 300 \cdot 217 \cdot 20 \cdot \left(\frac{500}{2} - \frac{217}{2}\right) + 628 \cdot \left(\frac{500}{2} - 53\right) \cdot 435 +$$

$$+ 981 \cdot \left(444 - \frac{500}{2}\right) \cdot 435 \rightarrow M_{Rd,2} = 321\,\text{kNm}$$

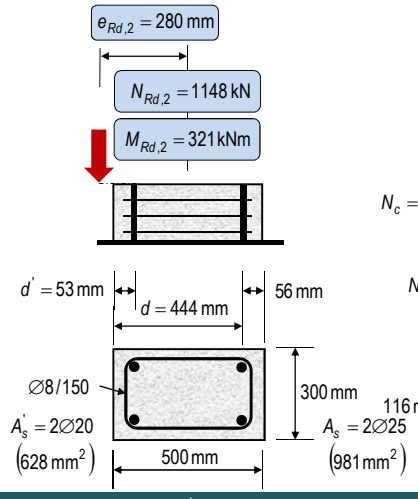
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture III. / III. Előadás

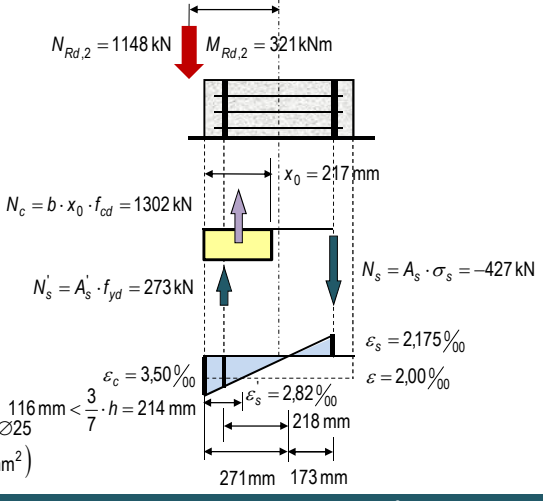
Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Eredményvázlat:



$$e_{Rd,2} = \frac{M_{Rd,2}}{N_{Rd,2}} = \frac{321}{1148} \approx 280\,\text{mm}$$

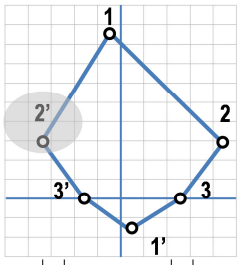


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

2' pont meghatározása:



$$x = x_0 = \xi_0 \cdot d = 0{,}49 \cdot 447 = 219\,\text{mm}$$

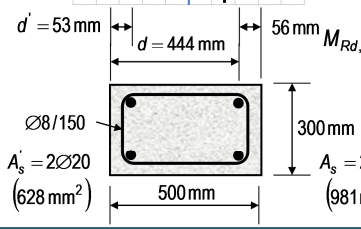
$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{219}{56} = 3{,}91 \geq \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' = f_{yd}$$

Vetületi egyenlet alapján $N_{Rd,2'}$ **erő** értéke:

$$N_{Rd,2'} = b \cdot x_0 \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} - A_s' \cdot f_{yd}$$

$$N_{Rd,2'} = 300 \cdot 219 \cdot 20 + (981 - 628) \cdot 435 = \boxed{1467\,\text{kN}}$$

A keresztmetszet geometriai középpontjára felírható nyomatéki egyenlet alapján az $M_{Rd,2'}$ **nyomaték**:



$$M_{Rd,2} = -b \cdot x_0 \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x_0}{2}\right) - A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) - A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

$$M_{Rd,2} = -300 \cdot 219 \cdot 20 \cdot \left(\frac{500}{2} - \frac{219}{2}\right) - 628 \cdot \left(\frac{500}{2} - 53\right) \cdot 435 -$$

$$- 981 \cdot \left(444 - \frac{500}{2}\right) \cdot 435 = \boxed{-321\,\text{kNm}}$$

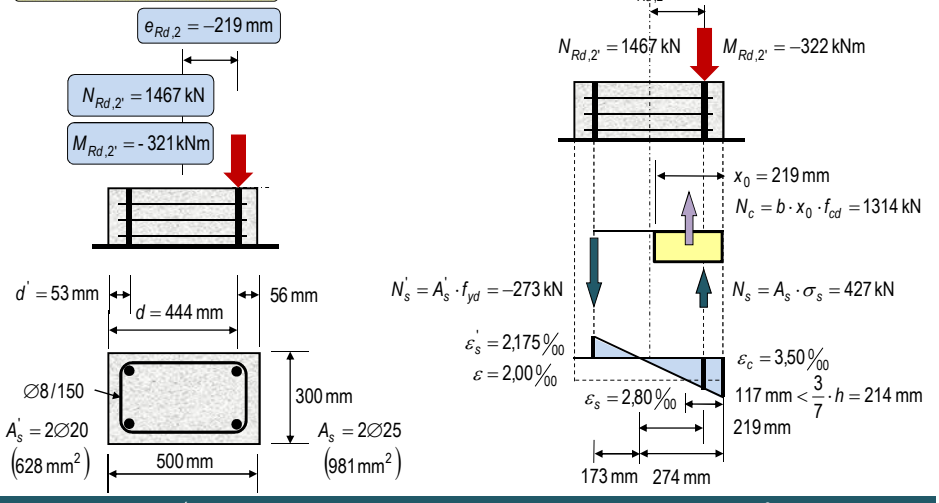
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Eredményvázlat:



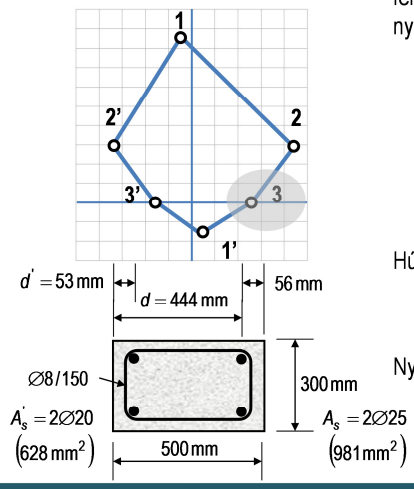
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

3-as pont meghatározása:



Tiszta hajlítás esetén a vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott oldali acélbetétek képlékeny, a nyomott oldali acélbetétek rugalmas állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s' \cdot \left(700 - \frac{560 \cdot d'}{x}\right) - A_s \cdot f_{yd} = 0 \rightarrow x$$

$$b \cdot f_{cd} \cdot x^2 + \left(A_s' \cdot 700 - A_s \cdot f_{yd}\right) \cdot x - A_s' \cdot 560 \cdot d' = 0$$

$$300 \cdot 20 \cdot x^2 + (628 \cdot 700 - 981 \cdot 435) \cdot x - 628 \cdot 560 \cdot 53 = 0$$

$$x^2 + 2{,}14 \cdot x - 3106 = 0 \rightarrow x = 55\,\text{mm}$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{55}{444} = 0{,}12 < \xi_0 = 0{,}49 \rightarrow \sigma_s = f_{yd}$$

Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{55}{53} = 1{,}04 < \xi_0' = 2{,}11 \rightarrow \sigma_s' < f_{yd}$$

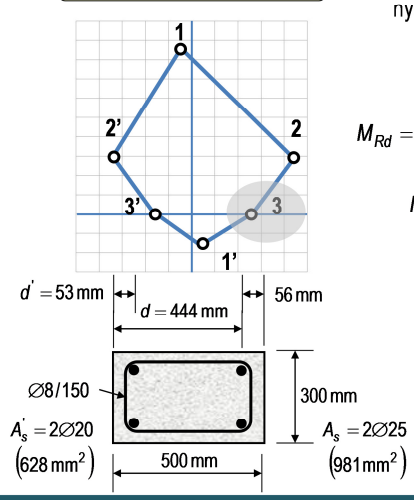
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

3-as pont meghatározása:



A keresztmetszet geometriai középpontjára felírt nyomatéki egyenlet alapján $M_{Rd,3}$ nyomaték:

$$\sigma_s' = 700 - \frac{560 \cdot d'}{x} = 700 - \frac{560 \cdot 53}{55} = 160\,\text{N/mm}^2$$

$$M_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2}\right) + A_s' \cdot \sigma_s' \cdot \left[\frac{h}{2} - d'\right] + A_s \cdot f_{yd} \cdot \left[d - \frac{h}{2}\right]$$

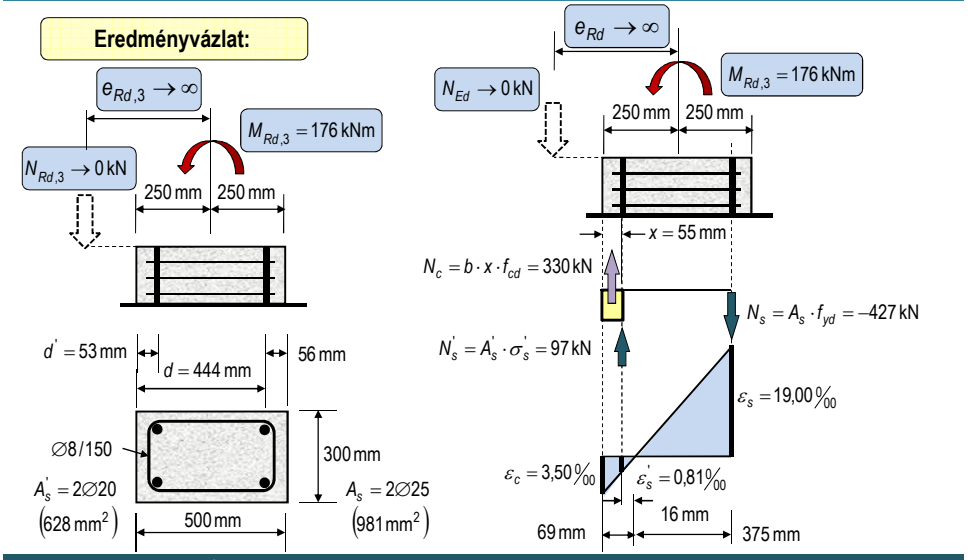
$$M_{Rd} = 300 \cdot 55 \cdot 20 \cdot \left(\frac{500}{2} - \frac{55}{2}\right) + 628 \cdot 160 \cdot \left(\frac{500}{2} - 53\right) +$$

$$+ 981 \cdot 435 \cdot \left(444 - \frac{500}{2}\right) = 176\,\text{kNm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

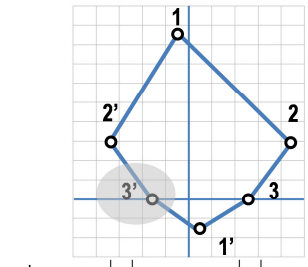
9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

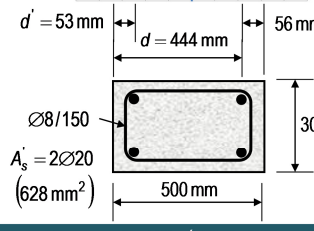


Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

3' pont meghatározása:





Tiszta hajlítás esetén a vetületi egyenlet alapján, feltételezve, hogy a húzott oldali acélbetétek képlékeny, a nyomott oldali acélbetétek rugalmas állapotban vannak:

$$b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s \cdot \left(700 - \frac{560 \cdot d'}{x}\right) - A_s' \cdot f_{yd} = 0 \to x$$

$$b \cdot f_{cd} \cdot x^2 + \left(A_s \cdot 700 - A_s' \cdot f_{yd}\right) \cdot x - A_s \cdot 560 \cdot d' = 0$$

$$300 \cdot 20 \cdot x^2 + \left(981 \cdot 700 - 628 \cdot 435\right) \cdot x - 981 \cdot 560 \cdot 56 = 0$$

$$x^2 + 68{,}9 \cdot x - 5127 = 0 \to x = 45\ \text{mm}$$

Húzott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

$$\xi = \frac{x}{d} = \frac{45}{447} = 0{,}10 < \xi_0 = 0{,}49 \to \sigma_s = f_{yd}$$

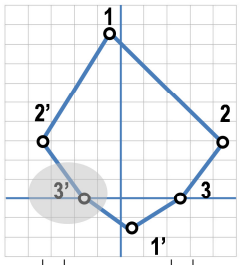
Nyomott acélbetétek állapotának ellenőrzése:

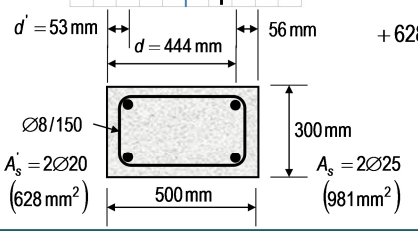
$$\xi' = \frac{x}{d'} = \frac{45}{56} = 0{,}80 < \xi_0' = 2{,}11 \to \sigma_s' < f_{yd}$$

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

3' pont meghatározása:





A keresztmetszet geometriai középpontjára felírt nyomatéki egyenlet alapján $M_{Rd,3'}$ nyomaték:

$$\sigma_s = 700 - \frac{560 \cdot d'}{x} = 700 - \frac{560 \cdot 56}{45} = 3\,\text{N/mm}^2$$

$$M_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{x}{2}\right) + A_s \cdot \sigma_s \cdot \left[\frac{h}{2} - d'\right] + A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left[d - \frac{h}{2}\right]$$

$$M_{Rd} = 300 \cdot 45 \cdot 20 \cdot \left(\frac{500}{2} - \frac{45}{2}\right) + 981 \cdot 3 \cdot \left(\frac{500}{2} - 56\right) +$$

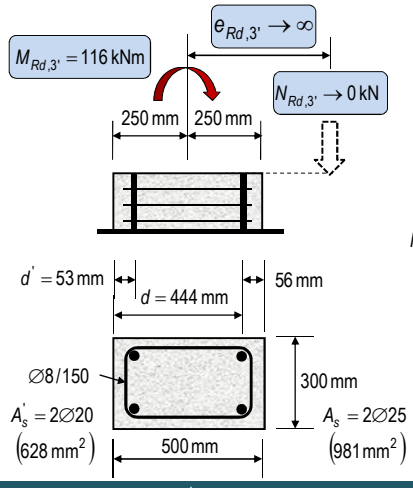
$$+ 628 \cdot 435 \cdot \left(447 - \frac{500}{2}\right) = 116\,\text{kNm}$$

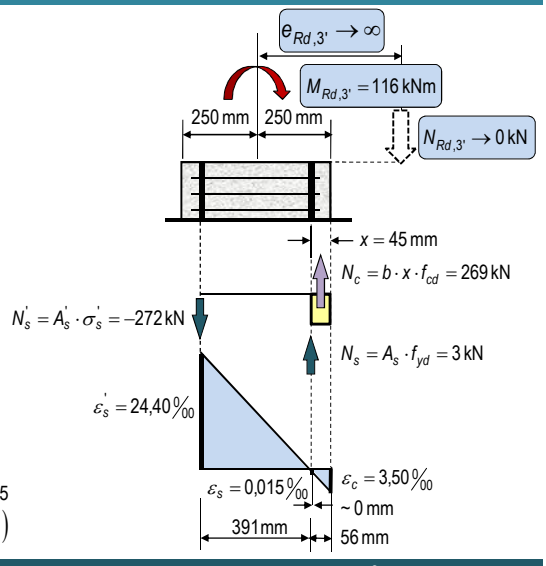
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala

Eredményvázlat:

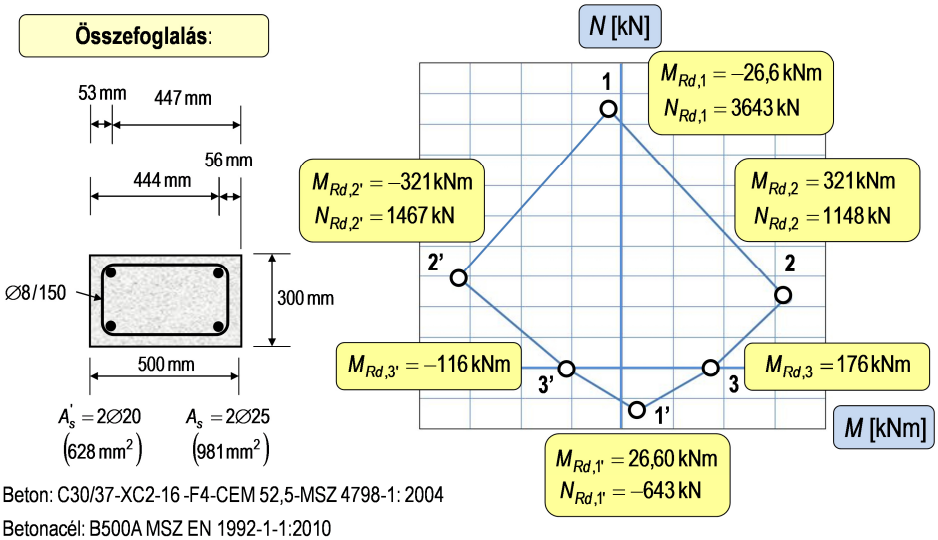




 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9.: Simplified interaction curve for RC cross section

9. Példa: Vasbeton keresztmetszet közelítő teherbírási vonala



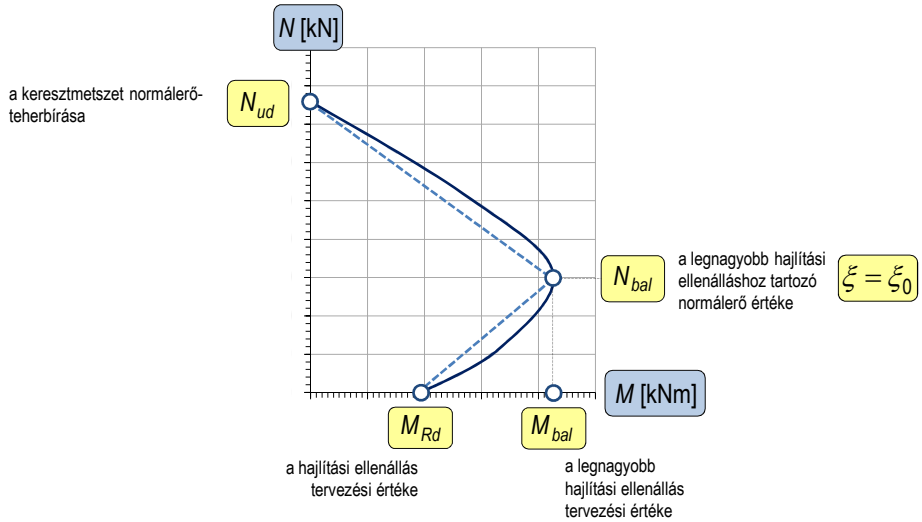
Beton: C30/37-XC2-16 -F4-CEM 52,5-MSZ 4798-1: 2004

Betonacél: B500A MSZ EN 1992-1-1:2010

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve according to MSZ EN 1992-1-1:2010

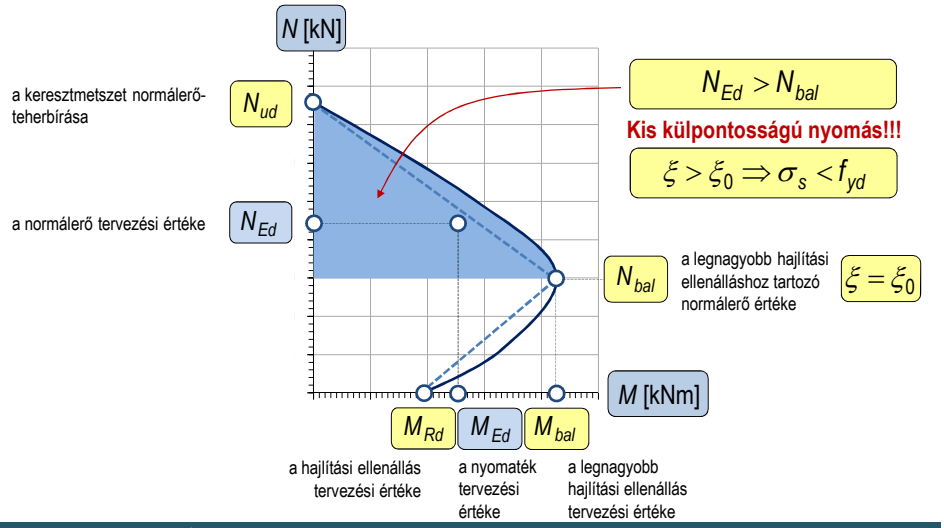
Teherbírási vonal az MSZ EN 1992-1-1:2010 szerint



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Teherbírási vonal az MSZ EN 1992-1-1:2010 szerint

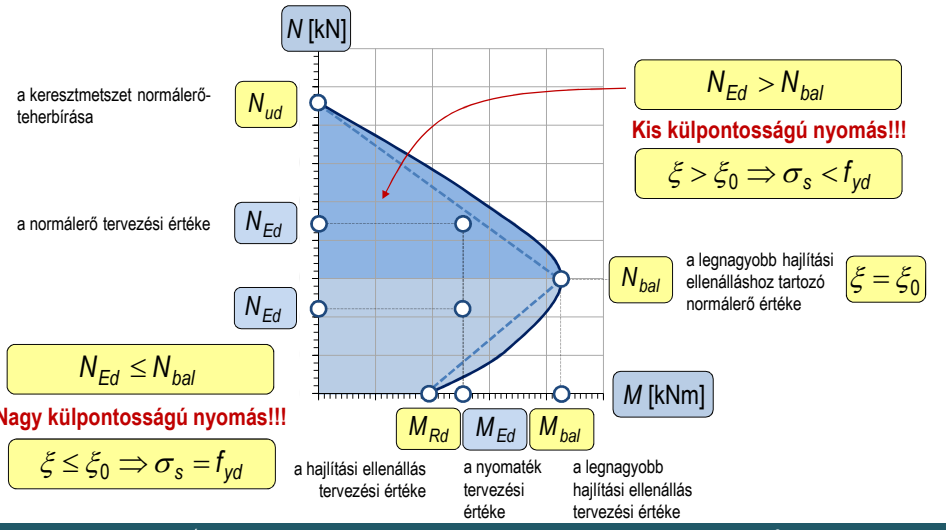


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction (*M-N*) curve according to MSZ EN 1992-1-1:2010

Teherbírási vonal az MSZ EN 1992-1-1:2010 szerint



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

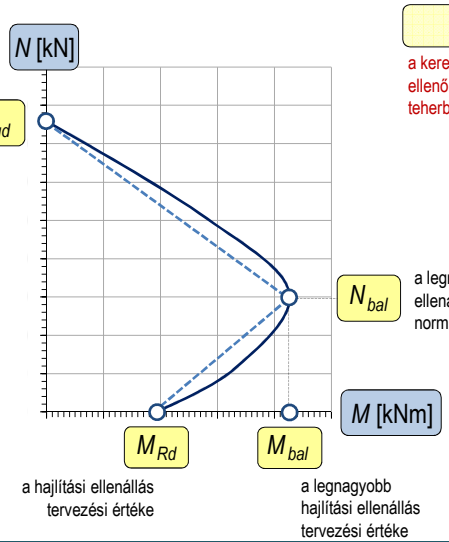
Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet teherbírásának ellenőrzése

Kiindulási adatok:

geometriai adatok, anyagjellemzők
igénybevételek tervezési értékei

a keresztmetszet normálerő-teherbírása



a legnagyobb hajlítási ellenálláshoz tartozó normálerő értéke $\xi = \xi_0$

a hajlítási ellenállás tervezési értéke

a legnagyobb hajlítási ellenállás tervezési értéke

Cél:

a keresztmetszet teherbírásának ellenőrzése a pontos/közelítő teherbírási vonal segítségével

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet teherbírásának ellenőrzése

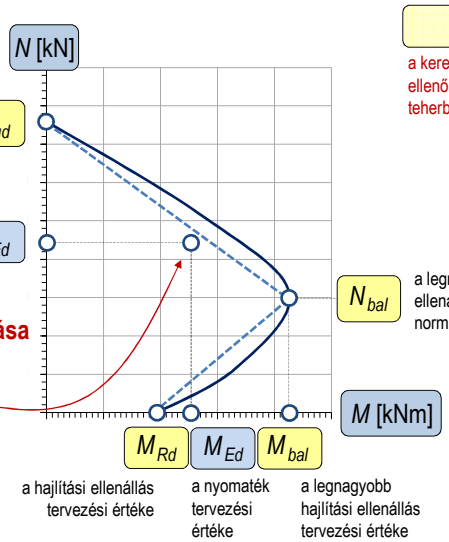
Kiindulási adatok:

geometriai adatok, anyagjellemzők
igénybevételek tervezési értékei

a keresztmetszet normálerő-teherbírása

a normálerő tervezési értéke

A keresztmetszet teherbírása MEGFELEL!



a legnagyobb hajlítási ellenálláshoz tartozó normálerő értéke $\xi = \xi_0$

a hajlítási ellenállás tervezési értéke

a nyomaték tervezési értéke

a legnagyobb hajlítási ellenállás tervezési értéke

Cél:

a keresztmetszet teherbírásának ellenőrzése a pontos/közelítő teherbírási vonal segítségével

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet teherbírásának ellenőrzése

Kiindulási adatok:

geometriai adatok, anyagjellemzők
igénybevételek tervezési értékei

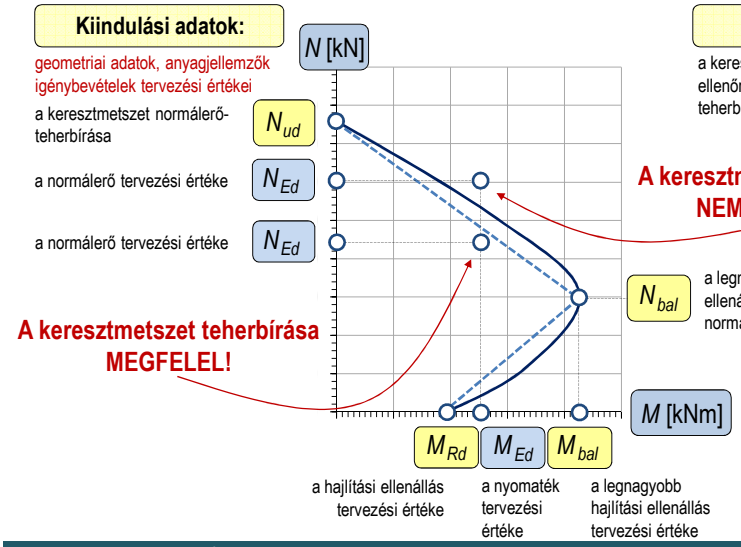
a keresztmetszet normálerő-teherbírása N_{ud}

a normálerő tervezési értéke N_{Ed}

a normálerő tervezési értéke N_{Ed}

Cél:

a keresztmetszet teherbírásának ellenőrzése a pontos/közelítő teherbírási vonal segítségével



Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet tervezése

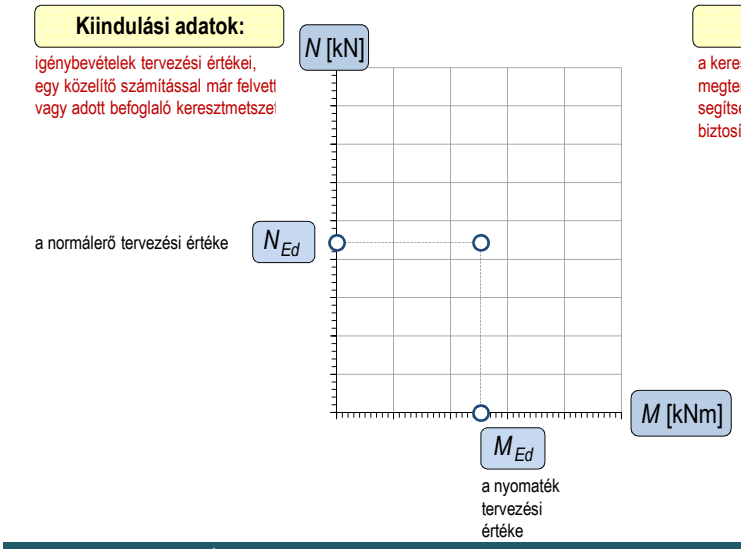
Kiindulási adatok:

igénybevételek tervezési értékei,
egy közelítő számítással már felvett
vagy adott befoglaló keresztmetszet

a normálerő tervezési értéke N_{Ed}

Cél:

a keresztmetszet vasalásának megtervezése teherbírási vonal segítségével, azaz a teherbírás biztosítása



Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet tervezése

Kiindulási adatok:

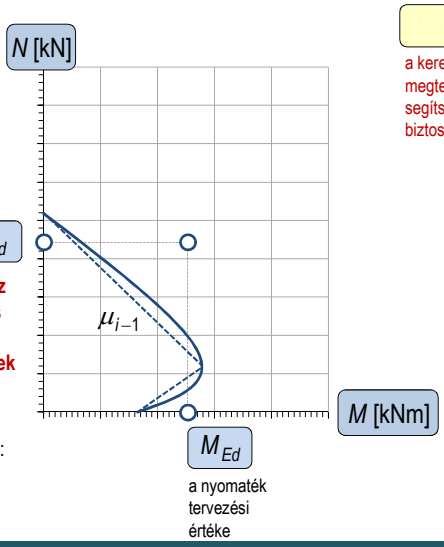
igénybevételek tervezési értékei,
egy közelítő számítással már felvett
vagy adott befoglaló keresztmetszet

a normálerő tervezési értéke N_{Ed}

A keresztmetszet teherbírása az adott geometriai méretekkel és vasalással NEM FELEL MEG, javasolt a vasalás mennyiségének növelése!

Oszlopok esetén célszerű szimmetrikus vasalást alkalmazni:

$$\mu = \mu' = \frac{A_s}{b \cdot h} = \frac{A_s'}{b \cdot h}$$



Cél:

a keresztmetszet vasalásának megtervezése teherbírási vonal segítségével, azaz a teherbírás biztosítása

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet tervezése

Kiindulási adatok:

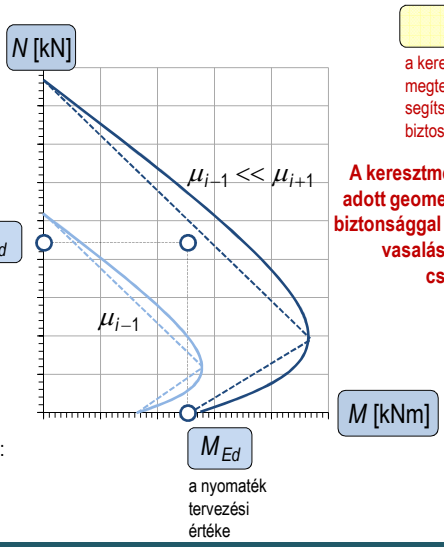
igénybevételek tervezési értékei,
egy közelítő számítással már felvett
vagy adott befoglaló keresztmetszet

a normálerő tervezési értéke N_{Ed}

A keresztmetszet teherbírása az adott geometriai méretekkel nagy biztonsággal MEGFELEL, javasolt a vasalás mennyiségének csökkentése!

Oszlopok esetén célszerű szimmetrikus vasalást alkalmazni:

$$\mu = \mu' = \frac{A_s}{b \cdot h} = \frac{A_s'}{b \cdot h}$$



Cél:

a keresztmetszet vasalásának megtervezése teherbírási vonal segítségével, azaz a teherbírás biztosítása

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

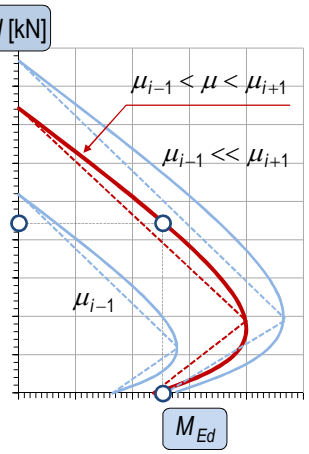
Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet tervezése

Kiindulási adatok:

igénybevételek tervezési értékei,
egy közelítő számítással már felvett
vagy adott befoglaló keresztmetszet

a normálerő tervezési értéke N_{Ed}



a nyomaték tervezési értéke

Cél:

a keresztmetszet vasalásának megtervezése teherbírási vonal segítségével, azaz a teherbírás biztosítása

A keresztmetszet teherbírása az optimalizált gazdaságos vasalással MEGFELEL!

Oszlopok esetén célszerű szimmetrikus vasalást alkalmazni:

$$\mu = \mu' = \frac{A_s}{b \cdot h} = \frac{A_s'}{b \cdot h}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

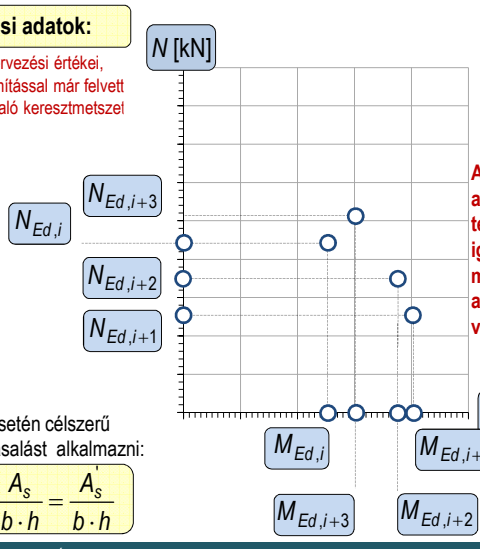
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

Keresztmetszet tervezése

Kiindulási adatok:

igénybevételek tervezési értékei,
egy közelítő számítással már felvett
vagy adott befoglaló keresztmetszet



Cél:

a keresztmetszet vasalásának megtervezése teherbírási vonal segítségével, azaz a teherbírás biztosítása

A különböző tervezési helyzetekben alkalmazott egymástól eltérő teherkombinációk több tervezési igénybevételpárt eredményeznek, melyek közül a legkedvezőtlenebb alapján kell kialakítani a keresztmetszet vasalását!

Oszlopok esetén célszerű szimmetrikus vasalást alkalmazni:

$$\mu = \mu' = \frac{A_s}{b \cdot h} = \frac{A_s'}{b \cdot h}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction (*M-N*) curve for design of RC cross section

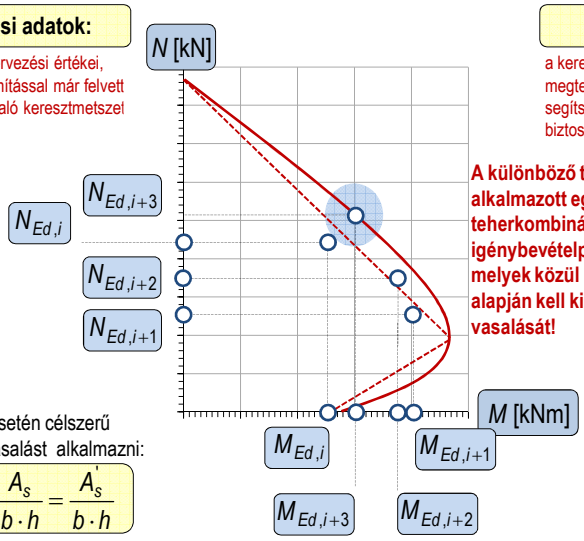
Keresztmetszet tervezése

Kiindulási adatok:

igénybevételek tervezési értékei, egy közelítő számítással már felvett vagy adott befoglaló keresztmetszet

Cél:

a keresztmetszet vasalásának megtervezése teherbírási vonal segítségével, azaz a teherbírás biztosítása



A különböző tervezési helyzetekben alkalmazott egymástól eltérő teherkombinációk több tervezési igénybevételpárt eredményeznek, melyek közül a legkedvezőtlenebb alapján kell kialakítani a keresztmetszet vasalását!

Oszlopok esetén célszerű szimmetrikus vasalást alkalmazni:

$$\mu = \mu' = \frac{A_s}{b \cdot h} = \frac{A_s'}{b \cdot h}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

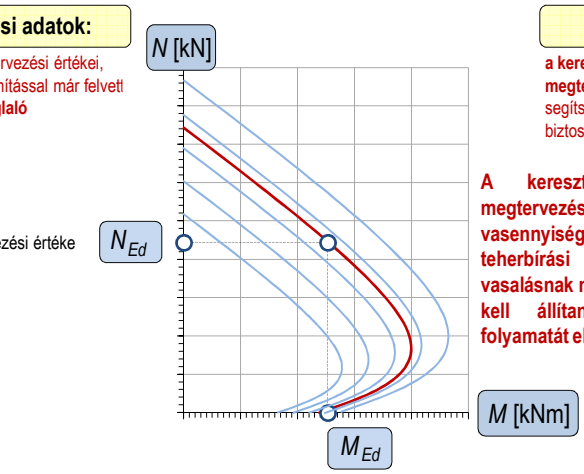
Kiindulási adatok:

igénybevételek tervezési értékei, egy közelítő számítással már felvett vagy **adott befoglaló keresztmetszet**

a normálerő tervezési értéke N_{Ed}

Cél:

a keresztmetszet vasalásának megtervezése teherbírási vonal segítségével, azaz a teherbírás biztosítása



a nyomaték tervezési értéke

A keresztmetszet vasalásának megtervezése során az optimális vasennyiség meghatározásáig a teherbírási vonalat az alkalmazott vasalásnak megfelelően többször elő kell állítani, ami a tervezés folyamatát ellehetetleníti!

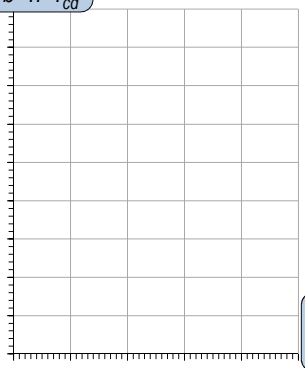
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$ dimenziótlanított normálerő

MEGOLDÁST JELENT A TEHERBÍRÁSI VONAL PARAMÉTERES ALAKJÁNAK HASZNÁLATA!



$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$ dimenziótlanított nyomaték

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

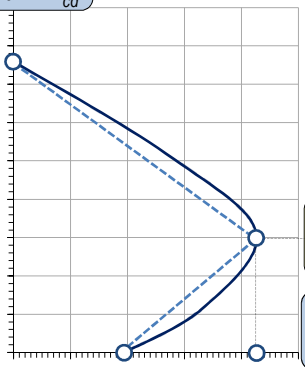
Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$ dimenziótlanított normálerő

a keresztmetszet FAJLAGOS normálerő-teherbírása $n_{ud} = \frac{N_{ud}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$

MEGOLDÁST JELENT A TEHERBÍRÁSI VONAL PARAMÉTERES ALAKJÁNAK HASZNÁLATA!



$$n_{bal} = \frac{N_{bal}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$ a legnagyobb hajlítási ellenálláshoz tartozó normálerő FAJLAGOS értéke

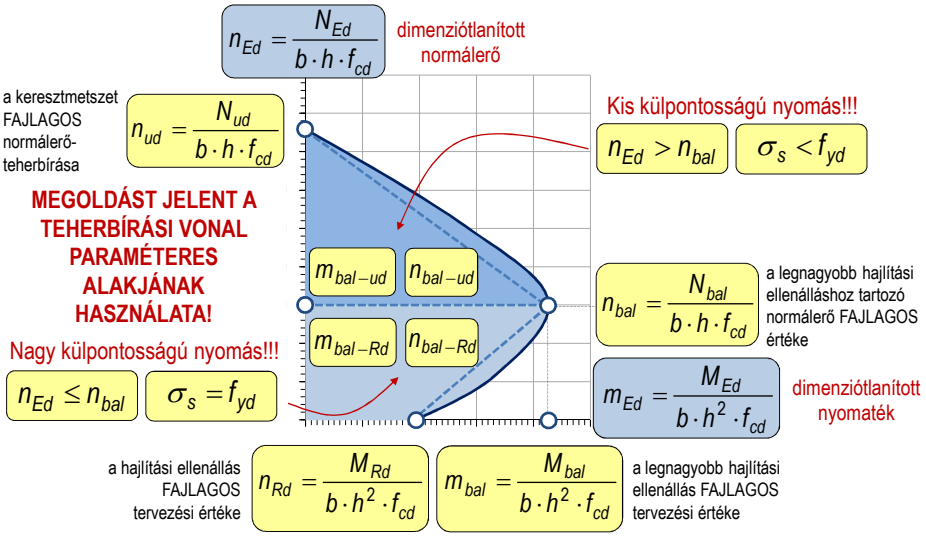
$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$$ dimenziótlanított nyomaték

a hajlítási ellenállás FAJLAGOS tervezési értéke $n_{Rd} = \frac{M_{Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$ $m_{bal} = \frac{M_{bal}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}$ a legnagyobb hajlítási ellenállás FAJLAGOS tervezési értéke

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

Elvi központos nyomás esete

$$N_{ud} = b \cdot h \cdot f_{cd} + A_s \cdot \sigma_s + A_s' \cdot f_{yd} = b \cdot h \cdot f_{cd} + \mu \cdot b \cdot d \cdot \sigma_s + \mu' \cdot b \cdot d \cdot \sigma_s' \qquad M_{ud} = 0$$

Ha $\mu = \mu'$ (szimmetrikus vasalás), fenti egyenleteket osztva $b \cdot h \cdot f_{cd}$ -vel, ill. $b \cdot h^2 \cdot f_{cd}$ -vel

$$\left(n_{ud} = \frac{b \cdot h \cdot f_{cd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} + \frac{\mu \cdot b \cdot h \cdot \sigma_s}{b \cdot h \cdot f_{cd}} + \frac{\mu' \cdot b \cdot h \cdot \sigma_s'}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \right)$$

$$n_{ud} = \frac{N_{ud}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = 1 + 2 \cdot \mu \cdot \frac{\sigma_s}{f_{cd}} \qquad m_{ud} = 0$$

Az MSZ EN 1992-1-1:2010 szerint az elvi központos nyomás környezetében a fajlagos alakváltozás 2,00 $^0/_{00}$-ben van korlátozva, így az acélbetétekben ébredő feszültség maximum 400 N/mm^2

$$\mu = \frac{A_s}{b \cdot h} = \mu' = \frac{A_s'}{b \cdot h} \le \mu_{max} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$\frac{d}{h} = 0{,}85 \ldots 0{,}90 \ldots 0{,}95$$

Kísérleti megfigyelések alapján a keresztmetszetben lévő acélbetétek mennyiségét célszerű úgy korlátozni, hogy azok ne vegyenek fel nagyobb normálerőt, mint a keresztmetszet beton része.

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

Kis és nagy külpontosság határa

$$N_{bal} = b \cdot x_0 \cdot f_{cd} \qquad M_{bal} = b \cdot x_0 \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_0}{2}\right) + A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d'\right) - N_{bal} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)$$

Ha $\mu = \mu'$ **(szimmetrikus vasalás), fenti egyenleteket osztva** $b \cdot h \cdot f_{cd}$ **-vel, ill.** $b \cdot h^2 \cdot f_{cd}$ **-vel**

$$\left(n_{bal} = \frac{b \cdot \xi_0 \cdot d \cdot f_{cd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \xi_0 \cdot \frac{d}{h}\right) \qquad \left(m_{bal} = \frac{b \cdot \xi_0 \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x_0}{2}\right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} + \frac{A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d'\right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} - \frac{N_{bal} \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}}\right)$$

$$n_{bal} = \xi_0 \cdot \frac{d}{h} \qquad m_{bal} = \xi_0 \cdot \left(\frac{h}{d} - \frac{\xi_0}{2}\right) \cdot \left(\frac{d}{h}\right)^2 + \mu \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \cdot \frac{d}{h}$$

A megadott ***d/h*** arányok mellett a nyomott acélbetétek is képlékeny állapotban vannak, így szimmetrikus vasalású keresztmetszetek esetén a húzott és a nyomott acélbetétekben ébredő erők a vetületi egyenletből kiesnek.

$$\mu = \frac{A_s}{b \cdot h} = \mu' = \frac{A_s'}{b \cdot h} \le \mu_{\max} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$\frac{d}{h} = 0{,}85 \ldots 0{,}90 \ldots 0{,}95 \qquad \frac{d'}{d} = \frac{3}{17} \ldots \frac{1}{9} \ldots \frac{1}{19}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

Tiszta hajlítás esete

$$N_{Rd} = 0 \qquad M_{Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2}\right) + A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d'\right)$$

Ha $\mu = \mu'$ **(szimmetrikus vasalás), fenti egyenleteket osztva** $b \cdot h \cdot f_{cd}$ **-vel, ill.** $b \cdot h^2 \cdot f_{cd}$ **-vel**

$$\left(m_{Rd} = \frac{b \cdot \xi \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{\xi \cdot d}{2}\right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} + \frac{A_s' \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d'\right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2}\right) \cdot \left(\frac{d}{h}\right)^2 + \mu \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \cdot \frac{d}{h}\right)$$

$$n_{Rd} = 0 \qquad m_{Rd} = \mu \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left(1 - \frac{d'}{d}\right) \cdot \frac{d}{h}$$

$$\mu = \frac{A_s}{b \cdot h} = \mu' = \frac{A_s'}{b \cdot h} \le \mu_{\max} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$\frac{d}{h} = 0{,}85 \ldots 0{,}90 \ldots 0{,}95 \qquad \frac{d'}{d} = \frac{3}{17} \ldots \frac{1}{9} \ldots \frac{1}{19}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

Kis külpontosságú nyomás tartománya

$$N_{bal-ud} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s^{'} \cdot f_{yd} - A_s \cdot \left(\frac{560}{x} \cdot d - 700 \right)$$

$$M_{bal-ud} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right) + A_s^{'} \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d^{'} \right) - N_{Rd,1-2} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$\frac{N_{bal-ud}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{b \cdot \xi \cdot d \cdot f_{cd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} + \frac{\mu^{'} \cdot b \cdot h \cdot f_{yd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} - \frac{\mu \cdot b \cdot h}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \cdot \left(\frac{560}{\xi} - 700 \right) \rightarrow$$

$$n_{bal-ud} = \xi \cdot \frac{d}{h} + \mu^{'} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} - \mu \cdot \frac{1}{f_{cd}} \cdot \left(\frac{560}{\xi} - 700 \right)$$

$$\frac{M_{bal-ud}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{b \cdot \xi \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{\xi \cdot d}{2} \right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} + \frac{\mu^{'} \cdot b \cdot h \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d^{'} \right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} - \frac{N_{bal-ud} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow$$

$$m_{bal-ud} = \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) \cdot \left(\frac{d}{h} \right)^2 + \mu \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left(1 - \frac{d^{'}}{d} \right) \cdot \frac{d}{h} - n_{bal-ud} \cdot \left(\frac{d}{h} - \frac{1}{2} \right)$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Parametric formula for the interaction (*N-M*) curve

A teherbírási vonal paraméteres (fajlagos) alakja

Nagy külpontosságú nyomás tartománya

$$N_{bal-Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} + A_s^{'} \cdot f_{yd} - A_s \cdot f_{yd} = b \cdot x \cdot f_{cd}$$

$$M_{bal-Rd} = b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{x}{2} \right) + A_s^{'} \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d^{'} \right) - N_{bal-Rd} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

$$n_{bal-Rd} = \frac{N_{bal-Rd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{b \cdot \xi \cdot d \cdot f_{cd}}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \xi \cdot \frac{d}{h}$$

$$\frac{M_{bal-Rd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{b \cdot \xi \cdot d \cdot f_{cd} \cdot \left(d - \frac{\xi \cdot d}{2} \right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} + \frac{\mu^{'} \cdot b \cdot h \cdot f_{yd} \cdot \left(d - d^{'} \right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} - \frac{N_{bal-Rd} \cdot \left(d - \frac{h}{2} \right)}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \rightarrow$$

$$m_{bal-Rd} = \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) \cdot \left(\frac{d}{h} \right)^2 + \mu \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \left(1 - \frac{d^{'}}{d} \right) \cdot \frac{d}{h} - n_{bal-Rd} \cdot \left(\frac{d}{h} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\frac{d}{h} = 0{,}85 \ldots 0{,}90 \ldots 0{,}95 \qquad \frac{d^{'}}{d} = \frac{3}{17} \ldots \frac{1}{9} \ldots \frac{1}{19}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

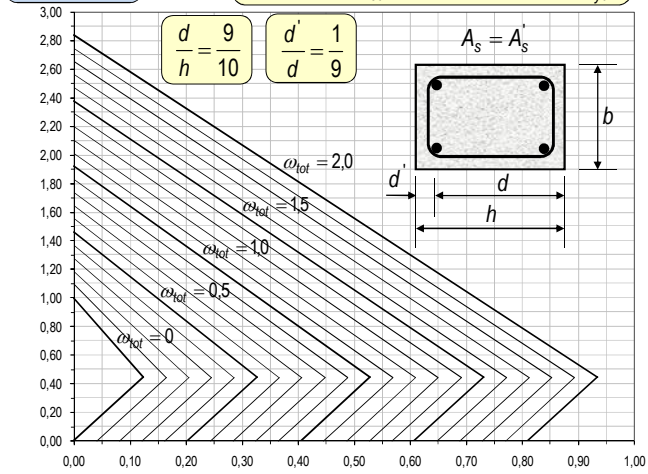
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction (*M-N*) curve as a function of the reinforcement

Vasaláserősség hatása a teherbírási vonalra

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

$$\varpi_{tot} = \frac{A_{s,tot}}{b \cdot h} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \rightarrow A_{s,tot} = \omega_{tot} \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$



$$\frac{d}{h} = \frac{9}{10} \qquad \frac{d'}{d} = \frac{1}{9}$$

$$A_{s,tot} = A_s + A_s'$$

$$\mu = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{b \cdot h}$$

$$\varpi = \frac{A_s}{A_c} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} = \mu \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

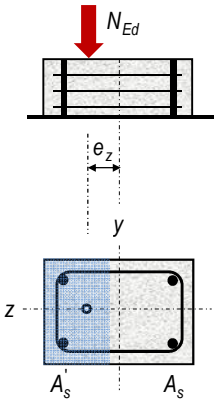
$$m_{Ed} = \frac{M_{Ed}}{b \cdot h \cdot f_{cd}}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

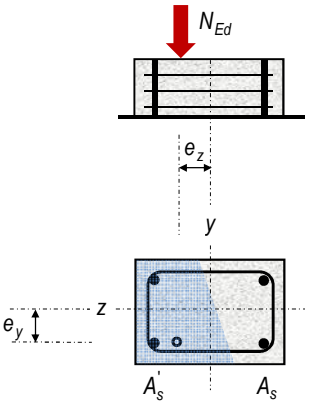
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction of *N* and *M* in 2 directions

Külpontos és ferde külpontos nyomás



Külpontos nyomás

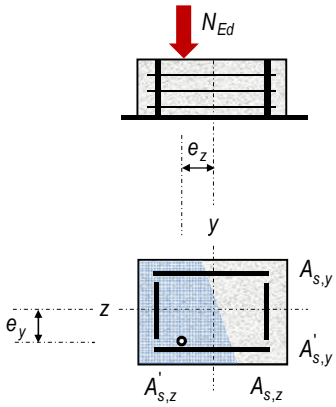


Ferde külpontos nyomás

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction of *N* and *M* in 2 directions

Ferde külpontos nyomás

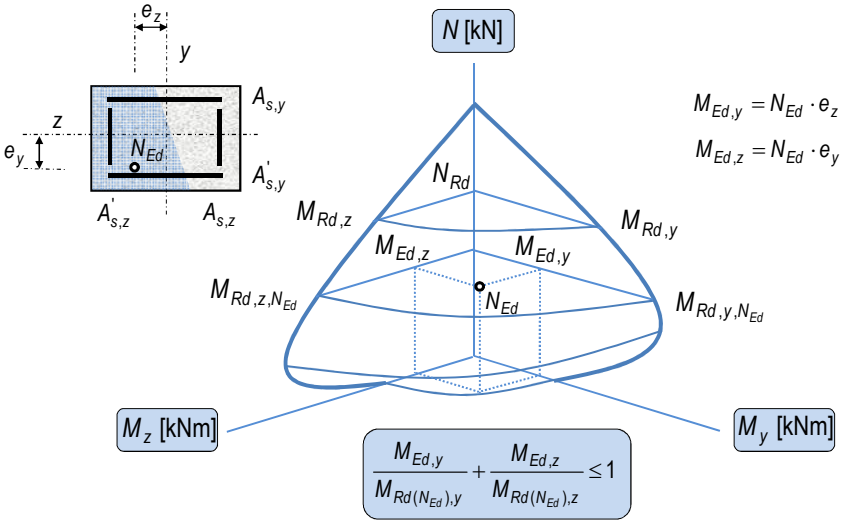


$$M_{Ed,y} = N_{Ed} \cdot e_z$$
$$M_{Ed,z} = N_{Ed} \cdot e_y$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction surface

Teherbírási felület



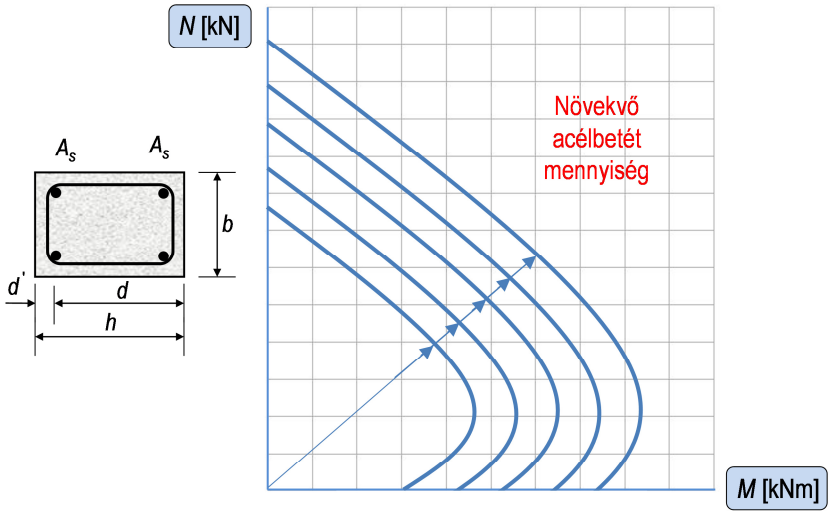
$$M_{Ed,y} = N_{Ed} \cdot e_z$$
$$M_{Ed,z} = N_{Ed} \cdot e_y$$

$$\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}} + \frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}} \le 1$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Interaction (*M-N*) curve as a function of the reinforcement

Vasaláserősség hatása a teherbírási vonalra

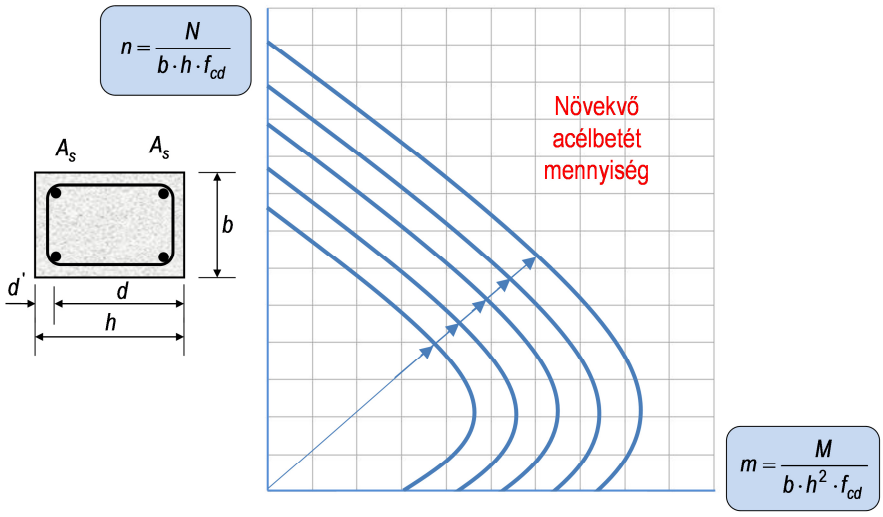


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture III. / III. Előadás

Interaction (*M-N*) curve as a function of the reinforcement

Vasaláserősség hatása a teherbírási vonalra



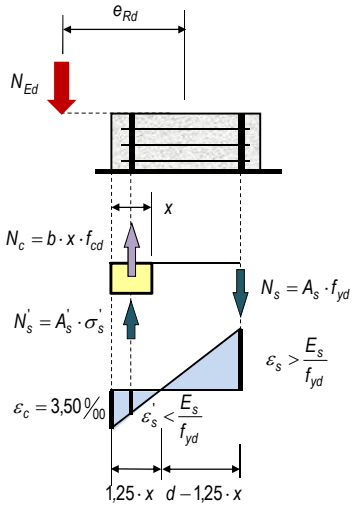
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

III.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Központosan és külpontosan húzott, ill. nyomott vasbeton keresztmetszet -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

4. Előadás

Oszlopok kihajlási hossza, külpontosságok, oszlopvizsgálat

IV.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Oszlopok kihajlási hossza, külpontosságok, oszlopvizsgálat -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

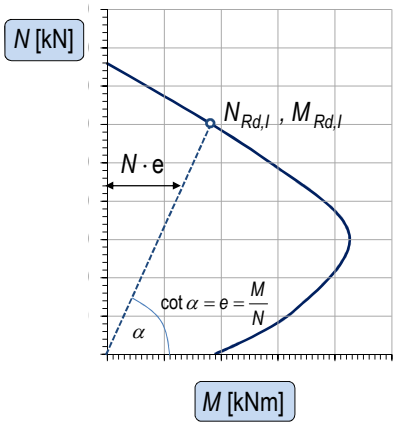
Iroda:
06-52-415-155 / 77764

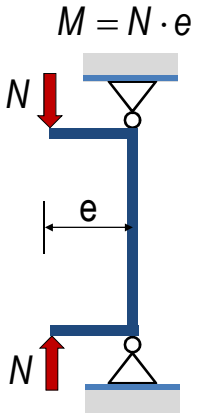
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

First order moment of RC column

Vasbeton oszlop elsőrendű nyomatéka

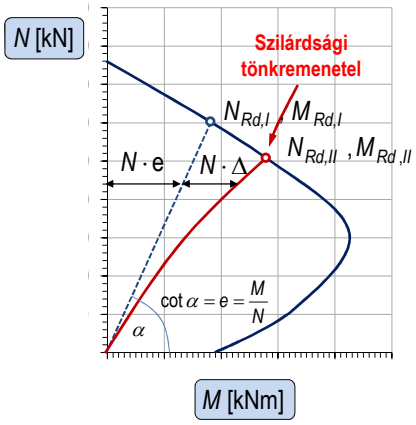




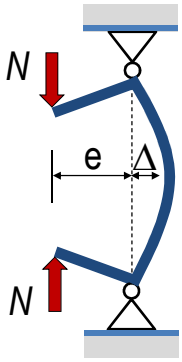
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Second order moment of RC columns

Vasbeton oszlop másodrendű nyomatéka



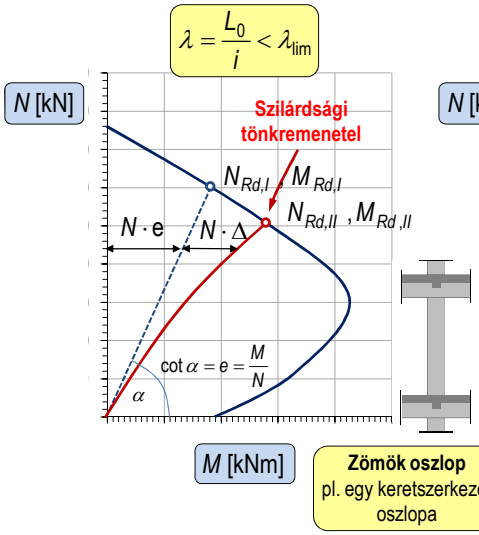
$$M = N \cdot (e + \Delta)$$



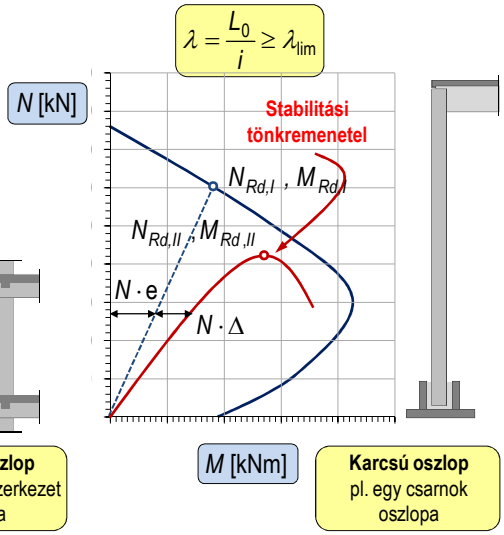
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Failure mode of dumpy and slender columns

Zömök és karcsú oszlopok tönkremenetele



Zömök oszlop
pl. egy keretszerkezet oszlopa

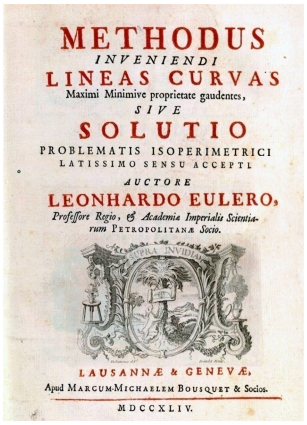


Karcsú oszlop
pl. egy csarnok oszlopa

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



METHODUS
INVENIENDI
LINEAS CURVAS
Maximi Minimive proprietate gaudentes,
SIVE
SOLUTIO
PROBLEMATIS ISOPERIMETRICI
LATISSIMO SENSU ACCEPTI
AUCTORE
LEONHARDO EULERO,
Professore Regio, & Academiæ Imperialis Scientiarum PETROPOLITANÆ Socio.
LAUSANNÆ & GENEVÆ,
Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios.
MDCCXLIV.

Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes
1744



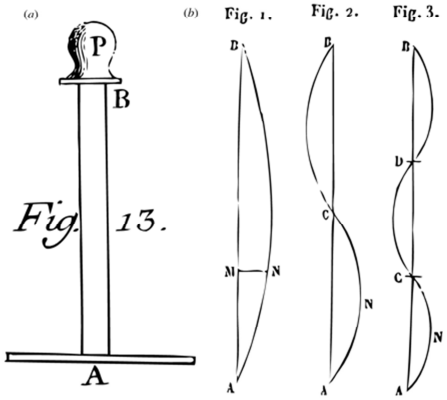
Leonhardt Euler
1707-1783
Emanuel Handmann (1718—1781) festménye, 1753

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler

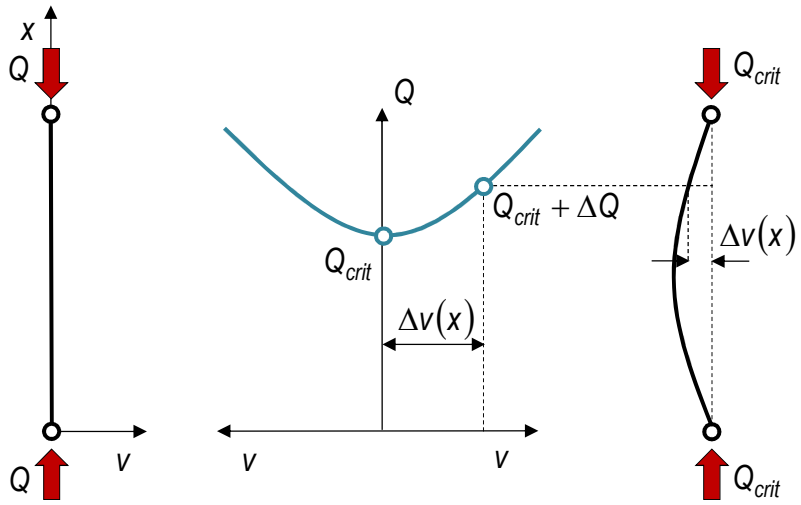


Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes
1744

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

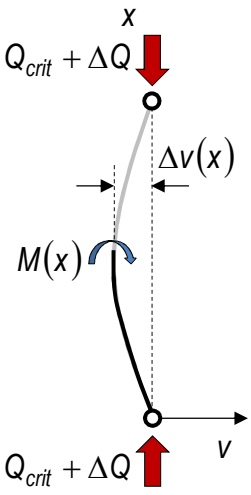
Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler

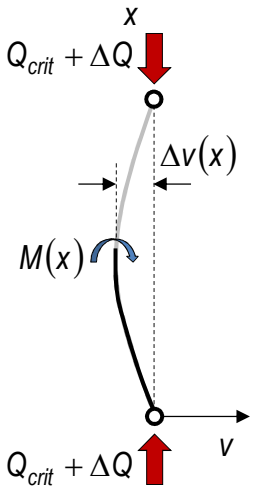


$$M(x) = (Q_{crit} + \Delta Q) \cdot \Delta v(x) \quad (1)$$

A ***Δv(x)*** eltolódást szenvedett keresztmetszetre, a rúdra működő $Q_{crit} + \Delta Q$ erőből felírható nyomaték

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$M(x)=(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x) \quad [1]$$

$$\frac{M(x)}{E\cdot I}=\kappa(x)\rightarrow M(x)=\kappa(x)\cdot E\cdot I \quad [2]$$

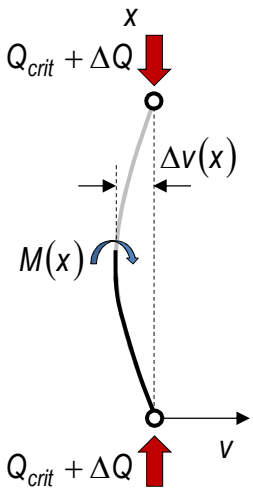
Alkalmazzuk a rugalmas vonal differenciálegyenlete alapján a **hajlítónyomaték** és a **görbület** között fennálló, jól ismert alapösszefüggést

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$M(x)=(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x) \quad [1]$$

$$\frac{M(x)}{E\cdot I}=\kappa(x)\rightarrow M(x)=\kappa(x)\cdot E\cdot I \quad [2]$$

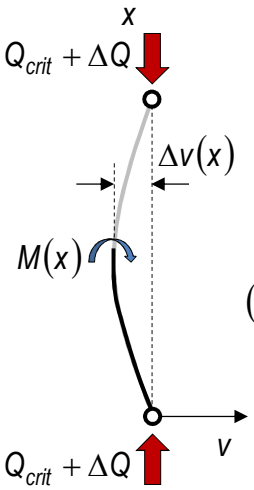
$$(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x)=\kappa(x)\cdot E\cdot I \quad [3]$$

Az **[1]** és **[2]** egyenletek egyenlősége alapján

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$M(x)=(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x) \quad (1)$$

$$\frac{M(x)}{E\cdot I}=\kappa(x)\rightarrow M(x)=\kappa(x)\cdot E\cdot I \quad (2)$$

$$(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x)=\kappa(x)\cdot E\cdot I \quad (3)$$

$$(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x)=-\frac{d^2}{dx^2}\cdot\Delta v(x)\cdot E\cdot I \quad (4)$$

$q(x)$

$V(x)=\int q(x)\cdot dx$

$M(x)=\int V(x)\cdot dx$

$\varphi(x)=\int M(x)\cdot dx$

$v(x)=\int\varphi(x)\cdot dx$

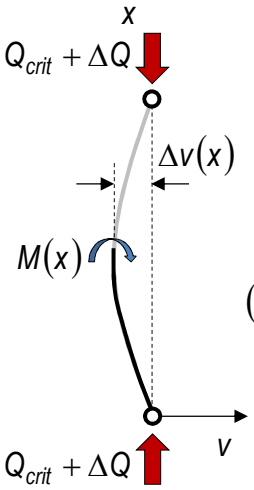
$\kappa(x)=-\frac{d^2}{dx^2}\cdot v(x)$

Alkalmazzuk a rugalmas vonal differenciálegyenlete alapján az **eltolódás** és a **görbület** között fennálló differenciális összefüggést

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$M(x)=(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x) \quad (1)$$

$$\frac{M(x)}{E\cdot I}=\kappa(x)\rightarrow M(x)=\kappa(x)\cdot E\cdot I \quad (2)$$

$$(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x)=\kappa(x)\cdot E\cdot I \quad (3)$$

$$(Q_{crit}+\Delta Q)\cdot\Delta v(x)=-\frac{d^2}{dx^2}\cdot\Delta v(x)\cdot E\cdot I \quad (4)$$

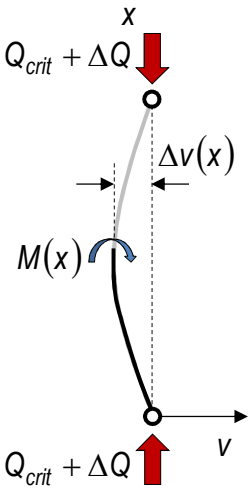
$$\frac{d^2}{dx^2}\cdot\Delta v(x)+\frac{(Q_{crit}+\Delta Q)}{E\cdot I}\cdot\Delta v(x)=0 \quad (5)$$

Átrendezve, megkapjuk a karcsú rudak rugalmas kihajlását leíró **másodrendű homogén lineáris differenciálegyenletet**

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$\frac{d^2}{dx^2} \cdot \Delta v(x) + \frac{(Q_{crit} + \Delta Q)}{E \cdot I} \cdot \Delta v(x) = 0 \quad (5)$$

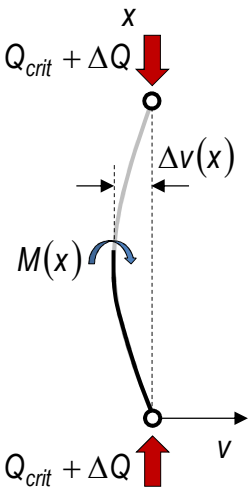
$$v'' + \frac{(Q_{crit} + \Delta Q)}{E \cdot I} \cdot v = 0 \quad (6)$$

A jelöléseket egyszerűsítve – a vessző ***x*** szerinti deriválást jelent – **a másodrendű homogén lineáris differenciálegyenlet** alakja

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$\frac{d^2}{dx^2} \cdot \Delta v(x) + \frac{(Q_{crit} + \Delta Q)}{E \cdot I} \cdot \Delta v(x) = 0 \quad (5)$$

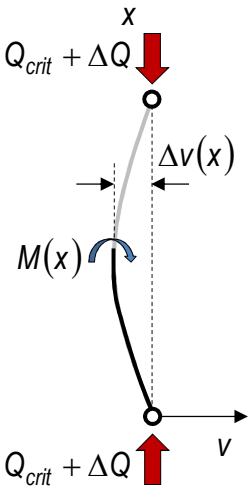
$$v'' + \frac{(Q_{crit} + \Delta Q)}{E \cdot I} \cdot v = 0 \quad (6)$$

$$v'' + \frac{Q_{crit}}{E \cdot I} \cdot v = 0 \quad (7)$$

A tényleges kritikus erő, Q_{crit} értéke $\Delta Q_{crit} = 0$ mellett nyerhető, így az egyenlet tovább egyszerűsödik

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$\frac{d^2}{dx^2}\cdot\Delta v(x)+\frac{(Q_{crit}+\Delta Q)}{E\cdot I}\cdot\Delta v(x)=0 \quad (5)$$

$$v''+\frac{(Q_{crit}+\Delta Q)}{E\cdot I}\cdot v=0 \quad (6)$$

$$v''+\frac{Q_{crit}}{E\cdot I}\cdot v=0 \quad (7)$$

$$k^2=\frac{Q_{crit}}{E\cdot I}\rightarrow \boxed{v''+k^2\cdot v=0} \quad (8)$$

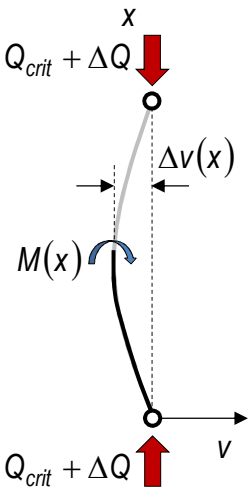
v együtthatójának helyettesítésével a közvetlenül megoldható alakot nyerjük

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v''+k^2\cdot v=0 \quad (8)$$

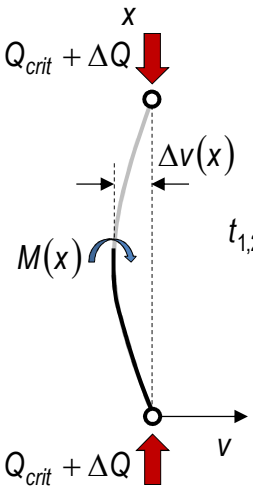
$$t^2+k^2=0 \quad (9)$$

a másodrendű homogén lineáris differenciálegyenletet karakterisztikus egyenlete

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v'' + k^2 \cdot v = 0 \quad (8)$$

$$t^2 + k^2 = 0 \quad (9)$$

$$t_{1,2} = \sqrt{-1} \cdot k \qquad t_1 = 0 + k \cdot i \qquad t_2 = 0 - k \cdot i \quad (10)$$

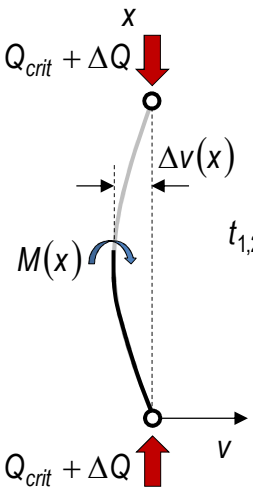
A **karakterisztikus** egyenlet gyökei

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v'' + k^2 \cdot v = 0 \quad (8)$$

$$t^2 + k^2 = 0 \quad (9)$$

$$t_{1,2} = \sqrt{-1} \cdot k \qquad t_1 = 0 + k \cdot i \qquad t_2 = 0 - k \cdot i \quad (10)$$

$$v_1 = e^{0 \cdot x} \cdot \cos(k \cdot x) = \cos(k \cdot x) \quad (11)$$

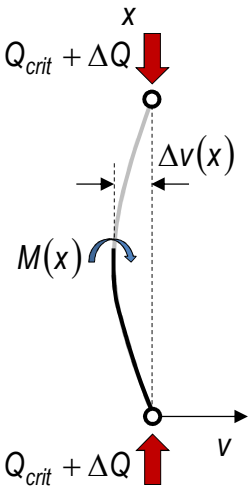
$$v_2 = e^{0 \cdot x} \cdot \sin(k \cdot x) = \sin(k \cdot x)$$

A gyökök alapján a differenciálegyenlet **alaprendszerét** alkotó függvények

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v_1 = e^{0 \cdot x} \cdot \cos(k \cdot x) = \cos(k \cdot x) \quad (11)$$

$$v_2 = e^{0 \cdot x} \cdot \sin(k \cdot x) = \sin(k \cdot x)$$

$$v = K_1 \cdot \cos(k \cdot x) + K_2 \cdot \sin(k \cdot x) \quad (12)$$

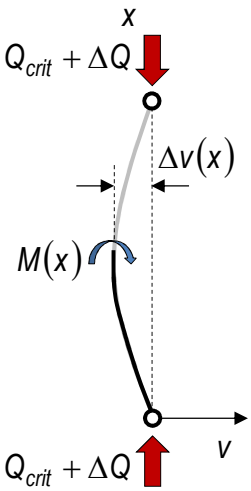
A differenciálegyenlet **általános megoldása** (10)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v_1 = e^{0 \cdot x} \cdot \cos(k \cdot x) = \cos(k \cdot x) \quad (11)$$

$$v_2 = e^{0 \cdot x} \cdot \sin(k \cdot x) = \sin(k \cdot x)$$

$$v = K_1 \cdot \cos(k \cdot x) + K_2 \cdot \sin(k \cdot x) \quad (12)$$

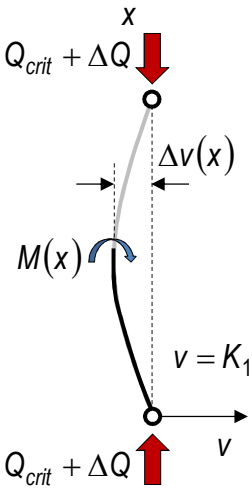
$$x = 0 \;,\; v = 0 \quad \text{és} \quad x = L \;,\; v = 0 \quad (13)$$

A feladat **peremfeltételei**

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v_1 = e^{0 \cdot x} \cdot \cos(k \cdot x) = \cos(k \cdot x) \quad (11)$$

$$v_2 = e^{0 \cdot x} \cdot \sin(k \cdot x) = \sin(k \cdot x)$$

$$v = K_1 \cdot \cos(k \cdot x) + K_2 \cdot \sin(k \cdot x) \quad (12)$$

$$x = 0 \;,\; v = 0 \quad \text{és} \quad x = L \;,\; v = 0 \quad (13)$$

$$v = K_1 \cdot \cos(k \cdot 0) + K_2 \cdot \sin(k \cdot 0) = 0 \rightarrow K_1 = 0 \quad (14)$$

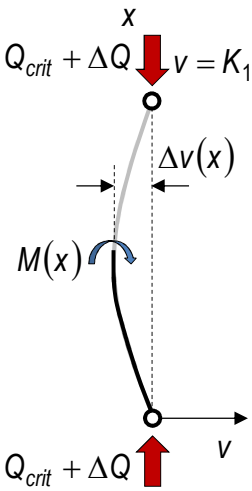
$$v = K_2 \cdot \sin(k \cdot x)$$

Az első peremfeltétel behelyettesítésével

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v = K_1 \cdot \cos(k \cdot 0) + K_2 \cdot \sin(k \cdot 0) = 0 \rightarrow K_1 = 0 \quad (14)$$

$$v = K_2 \cdot \sin(k \cdot x)$$

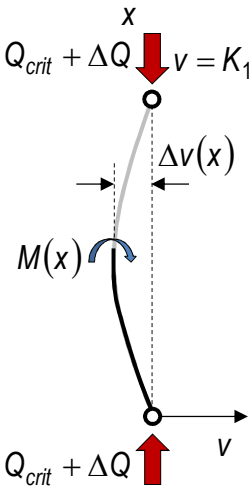
$$v = K_2 \cdot \sin(k \cdot L) = 0 \quad (15)$$

A második peremfeltétel behelyettesítésével

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v = K_1 \cdot \cos(k \cdot 0) + K_2 \cdot \sin(k \cdot 0) = 0 \rightarrow K_1 = 0 \quad (14)$$

$$v = K_2 \cdot \sin(k \cdot x)$$

$$v = K_2 \cdot \sin(k \cdot L) = 0 \quad (15)$$

$K_2 = 0$ (triviális megoldás)

$$\sin(k \cdot L) = 0 \quad (16)$$

$$k \cdot L = n \cdot \pi$$

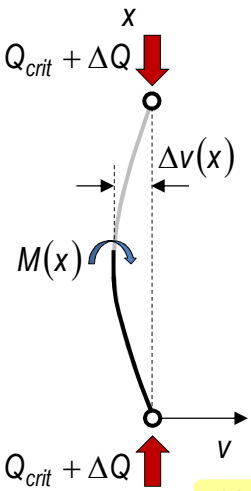
$$n = 1...m$$

A peremfeltételeket kielégítő megoldások

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Buckling of elastic slender struts – Leonhardt Euler

Karcsú rudak rugalmas kihajlása – Leonhardt Euler



$$v = K_2 \cdot \sin(k \cdot L) = 0 \quad (15)$$

$K_2 = 0$ (triviális megoldás)

$$\sin(k \cdot L) = 0 \quad (16)$$

$$k \cdot L = n \cdot \pi$$

$$n = 1...m$$

$$k^2 = \frac{Q_{crit}}{E \cdot I} \rightarrow \sqrt{\frac{Q_{crit}}{E \cdot I}} \cdot L = n \cdot \pi \rightarrow$$

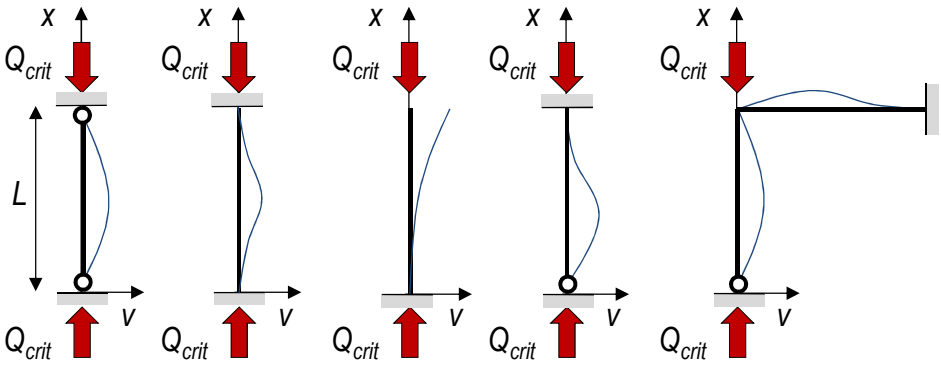
$$Q_{crit} = \frac{n^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \rightarrow (n = 1) \rightarrow \boxed{Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}} \quad (17)$$

A kritikus erő visszahelyettesítéssel nyerhető

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Different buckling modes of isolated members

Különböző peremfeltételű karcsú rudak rugalmas kihajlása



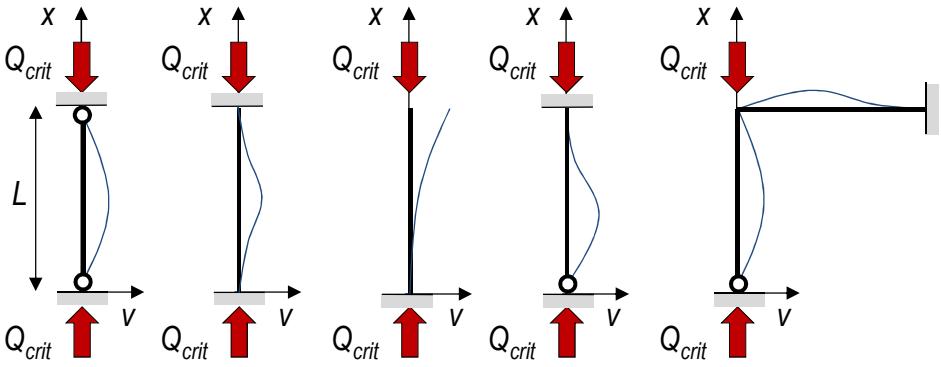
$$Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(2 \cdot L)^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(0{,}7 \cdot L)^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(0{,}82 \cdot L)^2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Different buckling modes of isolated members

Különböző peremfeltételű karcsú rudak rugalmas kihajlása



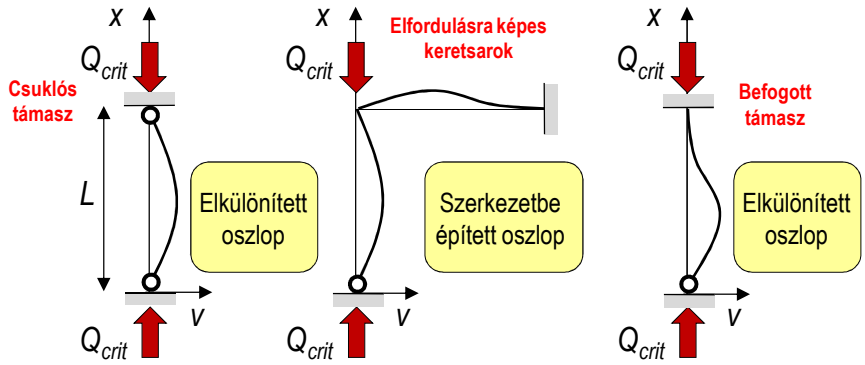
$$Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\beta^2 \cdot L^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\beta^2 \cdot L^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\beta^2 \cdot L^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\beta^2 \cdot L^2} \quad Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{\beta^2 \cdot L^2}$$

$\beta = 1$	$\beta = 0{,}5$	$\beta = 2$	$\beta = 0{,}7$	$\beta = 0{,}82$	Elméleti
$\beta = 1$	$\beta = 0{,}59$	$\beta = 2{,}20$	$\beta = 0{,}76$		Tapasztalati

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Effect of rotational restraints at ends

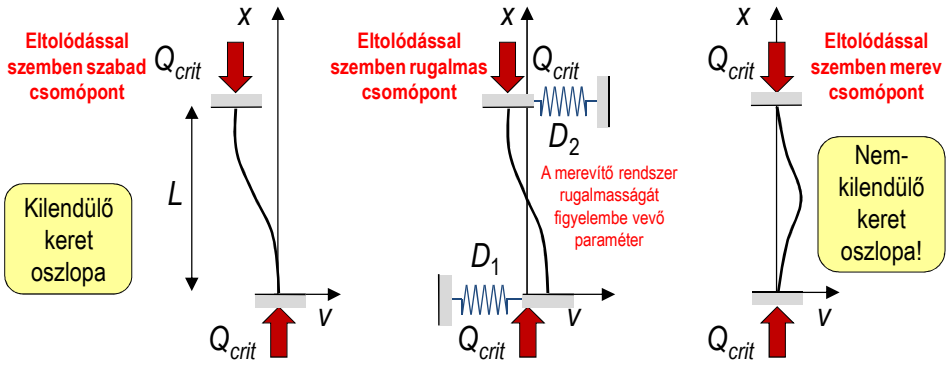
A megtámasztás elfordulási merevségének hatása



$$Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} < Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(0{,}82 \cdot L)^2} < Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(0{,}7 \cdot L)^2}$$

Effect of bracing system

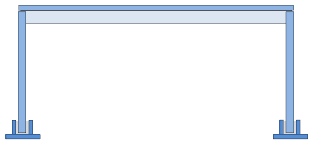
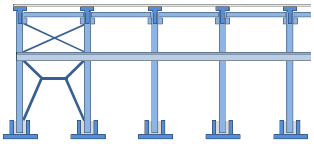
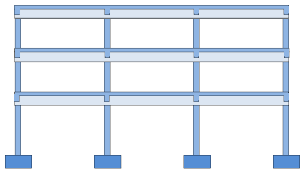
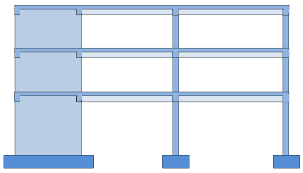
A megtámasztás eltolódással szembeni merevségének hatása



$$Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \approx Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(\beta(D_i) \cdot L)^2} < Q_{crit} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(0{,}50 \cdot L)^2}$$

Classification of columns

Oszlopok osztályozása

	Kilendülő - merevítetlen oszlop	Nemkilendülő – merevített oszlop
Elkülönített oszlop	**pl.:** csarnokszerkezet oszlopának viselkedése keretsíkban 	**pl.:** csarnokszerkezet oszlopának viselkedése keretsíkra merőlegesen 
Szerkezetbe épített oszlop	**pl.:** merevítetlen keretszerkezet oszlopának viselkedése keretsíkban 	**pl.:** merevített keretszerkezet oszlopának viselkedése keretsíkban 

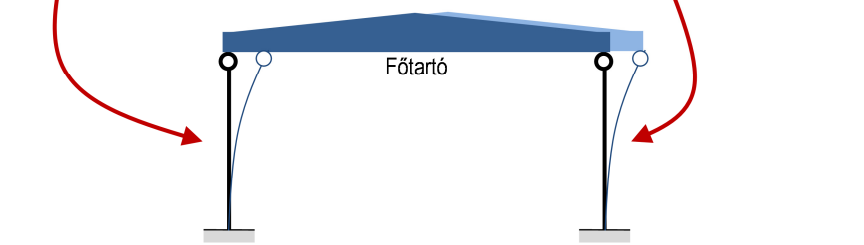
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Isolated, non-braced column

Elkülönített, merevítetlen oszlop



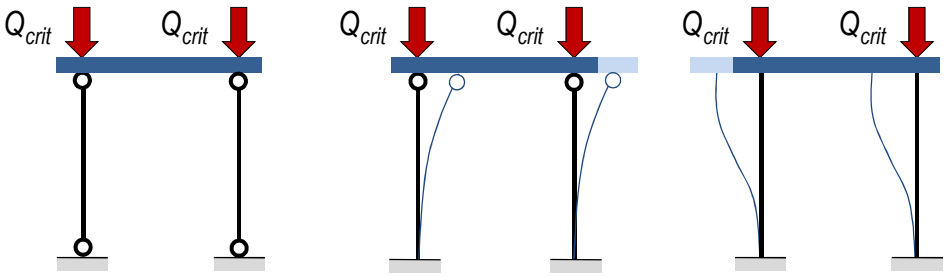




 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Effective length of an isolated non-braced columns

Elkülönített, merevítetlen oszlopok kihajlási hossza



$\beta = \infty$
(mechanizmus)

$\beta = 2$
$L_0 = 2 \cdot L$
$(\beta = 2{,}20)$

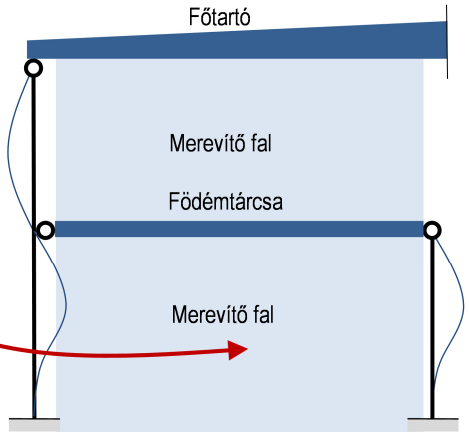
$\beta = 1$
$L_0 = L$
$(\beta = 1{,}20)$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Isolated, braced column

Elkülönített, merevített oszlop

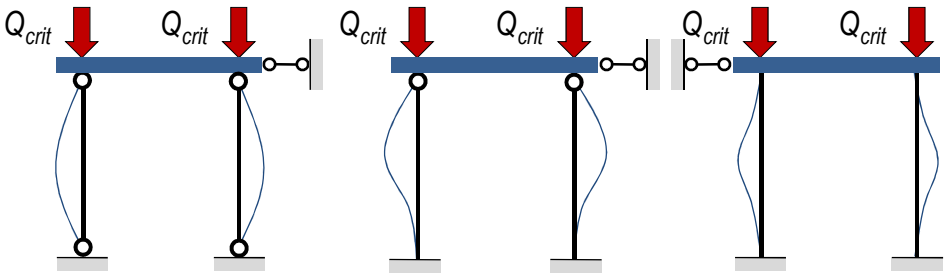




 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Effective length of isolated braced columns

Elkülönített, merevített oszlopok kihajlási hossza



$\beta = 1$
$L_0 = L$
$(\beta = 1)$

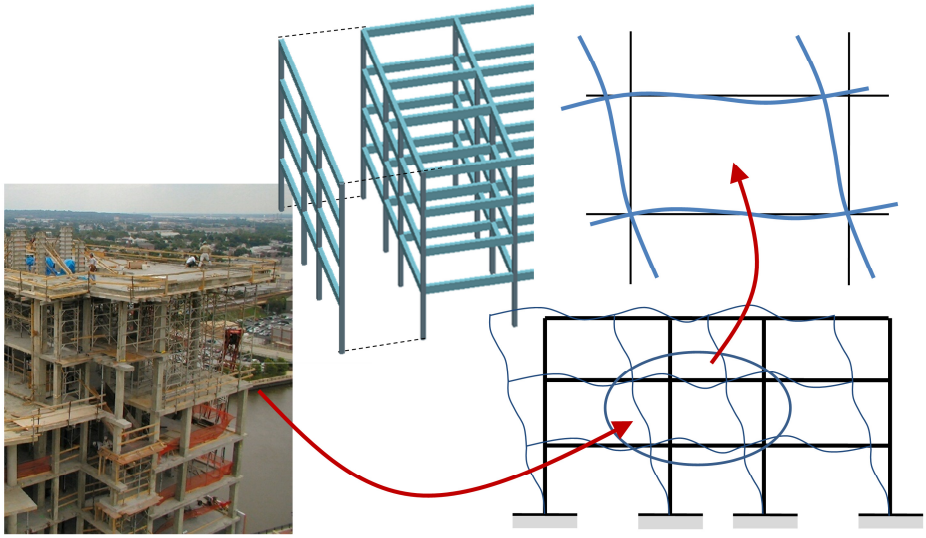
$\beta = 0{,}7$
$L_0 = 0{,}7 \cdot L$
$(\beta = 0{,}76)$

$\beta = 0{,}5$
$L_0 = 0{,}5 \cdot L$
$(\beta = 0{,}59)$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Column in non-braced regular frame

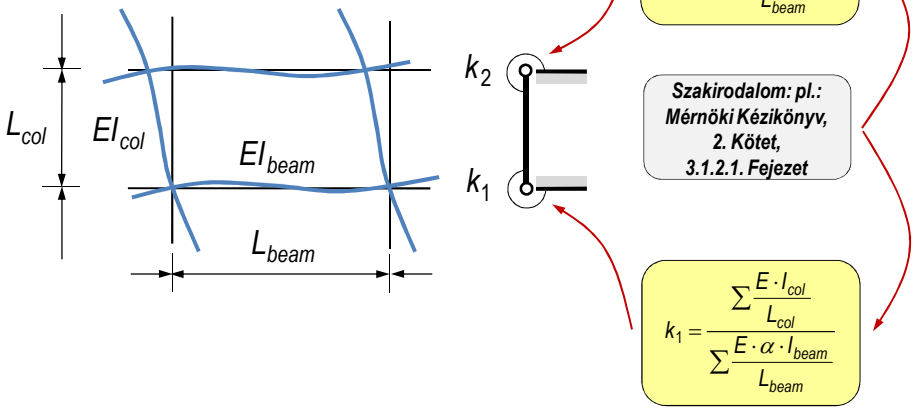
Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Effective length for column in non-braced regular frame

Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

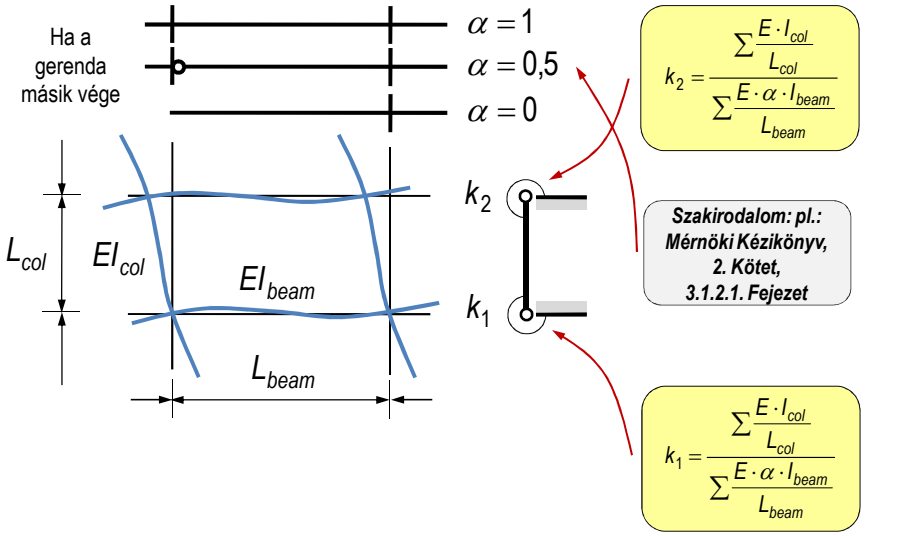


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Effective length for column in non-braced regular frame

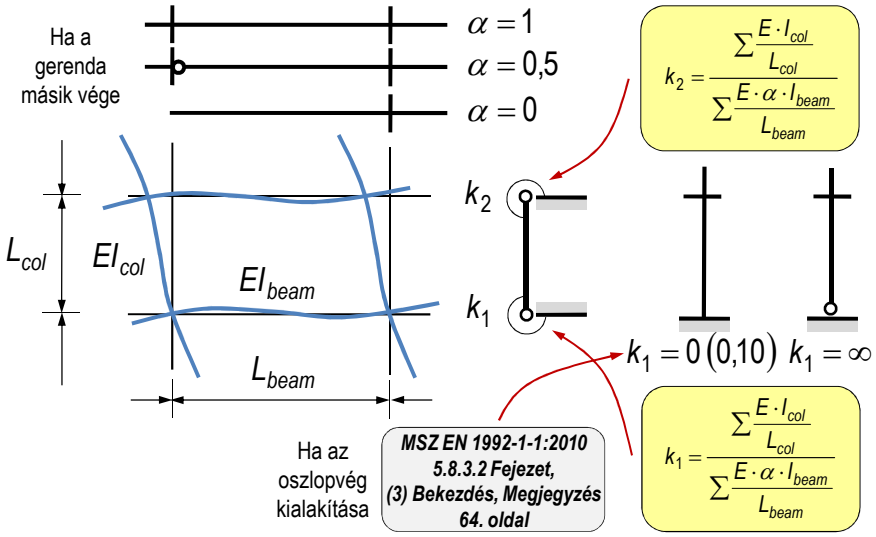
Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Effective length for column in non-braced regular frame

Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza



Ha az oszlopvég kialakítása

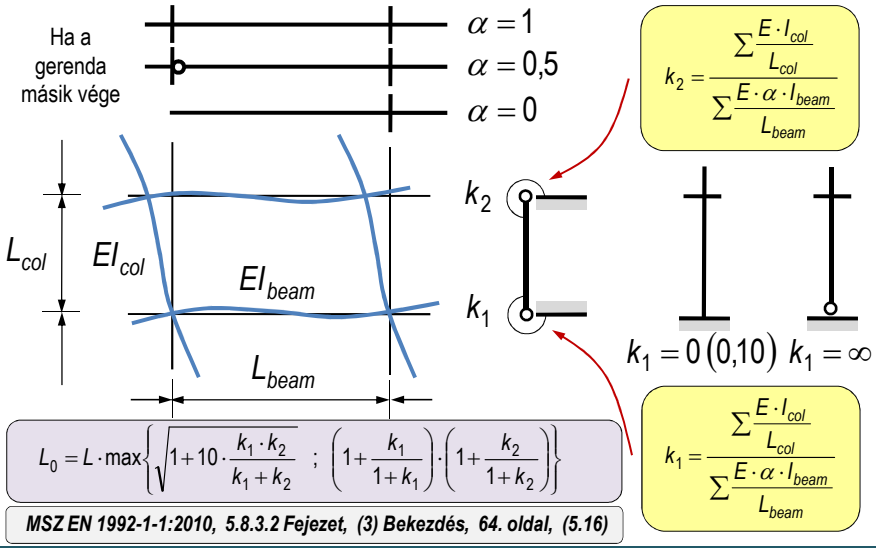
MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.3.2 Fejezet, (3) Bekezdés, Megjegyzés 64. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Effective length for column in non-braced regular frame

Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza



$$L_0 = L \cdot \max\left\{\sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}\;;\; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right)\right\}$$

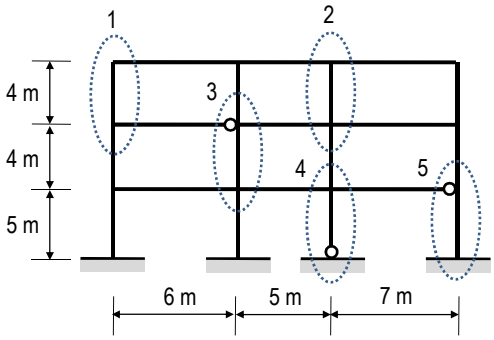
MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.3.2 Fejezet, (3) Bekezdés, 64. oldal, (5.16)

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg a vázolt merevítetlen keretszerkezet jelölt oszlopainak kihajlási hosszait!

A keret szélső oszlopai **400/400 mm**, a közbenső oszlopok **400/600 mm**, a keret gerendái **400/800 mm** keresztmetszetűek!

A beton szabványos megnevezése:

C20/25 - XC1 - 16 - F3 - CEM 42,5 - MSZ 4798-1: 2004

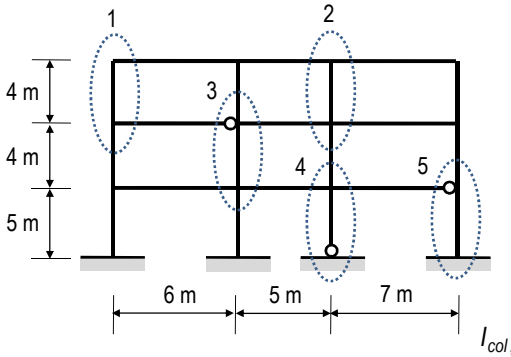
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

Keresztmetszeti jellemzők:



$$L_{col,1} = L_{col,2} = L_{col,3} = 4\,\text{m}$$

$$L_{col,4} = L_{col,5} = 5\,\text{m}$$

$$I_{beam} = \frac{0{,}8^3 \cdot 0{,}4}{12} = 17{,}07\,\text{m}^4$$

$$I_{col,1} = I_{col,5} = \frac{0{,}4^4}{12} = 2{,}13 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4$$

$$I_{col,2} = I_{col,3} = I_{col,4} = \frac{0{,}6^3 \cdot 0{,}4}{12} = 7{,}20 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^4$$

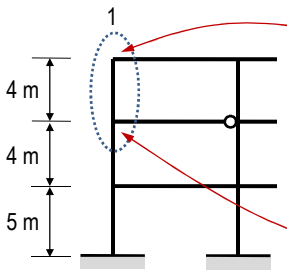
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

1 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:

Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:

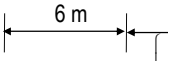


$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{E_{cm} \cdot 2{,}13 \cdot 10^{-3}}{4}}{\frac{E_{cm} \cdot 1 \cdot 17{,}07 \cdot 10^{-3}}{6}} = \frac{0{,}533}{2{,}845} = \boxed{0{,}187}$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{4}}{\frac{0{,}5 \cdot 17{,}07}{6}} = \frac{1{,}065}{1{,}423} = \boxed{0{,}748}$$

Kihajlási hossz:



$$L_0 = L \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} = \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{0{,}748 \cdot 0{,}187}{0{,}748 + 0{,}187}} = 1{,}580 \\ \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) = \left(1 + \frac{0{,}748}{1 + 0{,}748}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}187}{1 + 0{,}187}\right) = 1{,}495 \end{array} \right\} = 1{,}580 \cdot 4 = \boxed{6{,}32\,\text{m}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

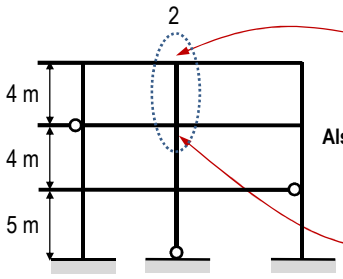
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

2 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:

Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:



$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4}}{\frac{1 \cdot 17{,}07}{5} + \frac{1 \cdot 17{,}07}{7}} = \frac{0{,}533}{6{,}828} = \boxed{0{,}078}$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{4}}{\frac{17{,}07}{5} + \frac{17{,}07}{7}} = \frac{1{,}065}{6{,}828} = \boxed{0{,}156}$$

Kihajlási hossz:



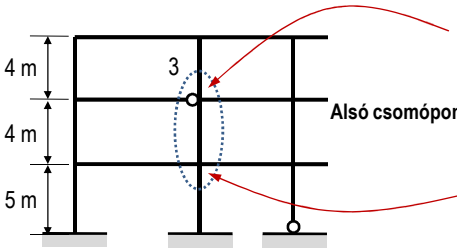
$$L_0 = L \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} = \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{0{,}156 \cdot 0{,}078}{0{,}156 + 0{,}078}} = 1{,}233 \\ \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) = \left(1 + \frac{0{,}156}{1 + 0{,}156}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}078}{1 + 0{,}078}\right) = 1{,}145 \end{array} \right\} = 1{,}233 \cdot 4 = \boxed{4{,}93\,\text{m}}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

3 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:



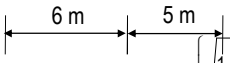
Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{4}}{0 + \frac{1 \cdot 17{,}07}{5}} = \frac{1{,}065}{3{,}414} = 0{,}312$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{5}}{\frac{17{,}07}{6} + \frac{17{,}07}{5}} = \frac{0{,}959}{6{,}259} = 0{,}153$$

Kihajlási hossz:

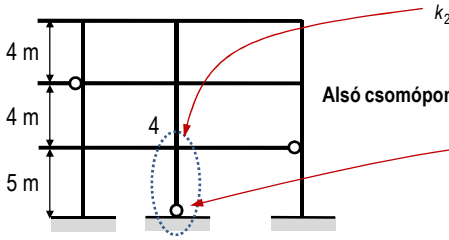


$$L_0 = L \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} = \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{0{,}153 \cdot 0{,}312}{0{,}153 + 0{,}312}} = 1{,}424 \\ \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) = \left(1 + \frac{0{,}153}{1 + 0{,}153}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}312}{1 + 0{,}312}\right) = 1{,}164 \end{array} \right\} = 1{,}424 \cdot 4 = 5{,}696\ \text{m}$$

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

4 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:



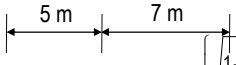
Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{5}}{\frac{1 \cdot 17{,}07}{5} + \frac{0{,}5 \cdot 17{,}07}{7}} = \frac{0{,}959}{4{,}633} = 0{,}207$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \infty$$

Kihajlási hossz:



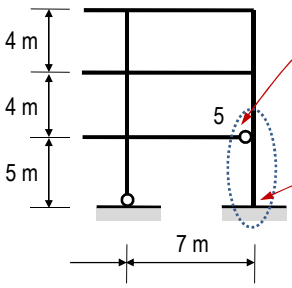
$$L_0 = L \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} = \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{\infty \cdot 0{,}207}{\infty + 0{,}207}} = 1{,}752 \\ \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) = \left(1 + \frac{\infty}{1 + \infty}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}161}{1 + 0{,}161}\right) = 2{,}277 \end{array} \right\} = 2{,}277 \cdot 5 = 11{,}39\ \text{m}$$

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

5 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:

Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:



$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{5}}{0} = \infty$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = 0$$

Kihajlási hossz:

$$L_0 = L \cdot \max \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}} = \sqrt{1 + 10 \cdot \frac{0 \cdot \infty}{0 + \infty}} = 1 \\ \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) = \left(1 + \frac{0}{1 + 0}\right) \cdot \left(1 + \frac{\infty}{1 + \infty}\right) = 2 \end{array} \right\} = 2 \cdot 5 = 10{,}00\ \text{m}$$

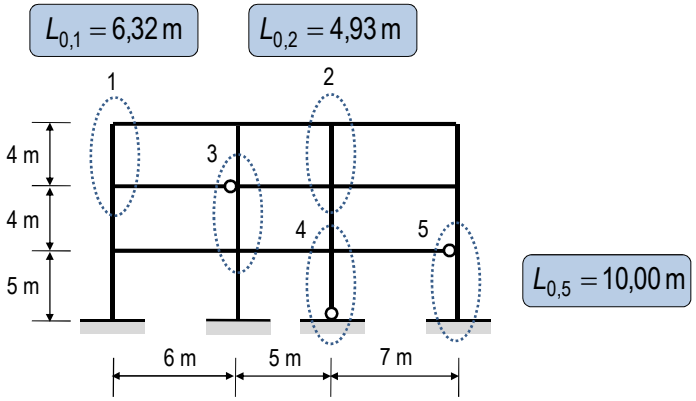
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Example 1.: Effective length of columns

1. Példa: Merevítetlen szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

Eredményvázlat:

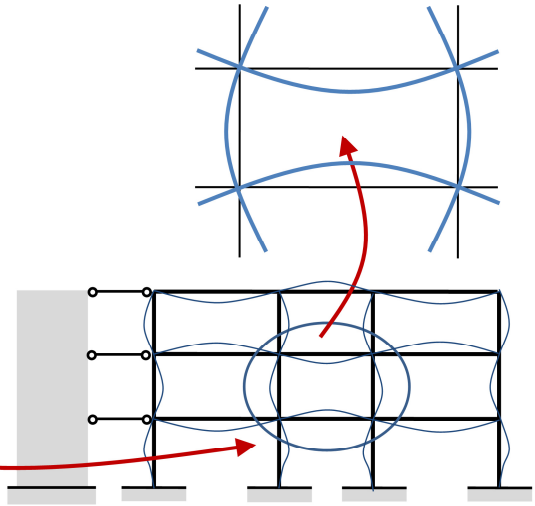


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Column in braced regular frame

Merevített szerkezetbe épített oszlop





 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Effective length for column in braced regular frame

Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

Ha a gerenda másik vége

$\alpha = 1$

$\alpha = 0{,}5$

$\alpha = 0$

L_{col} EI_{col} EI_{beam} L_{beam}

k_2

k_1

$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}}$$

Ha az oszlopvég kialakítása

$k_1 = 0\,(0{,}10)\;\; k_1 = \infty$

$$L_0 = 0{,}5 \cdot L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0{,}45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0{,}45 + k_2}\right)}$$

$$k_1 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}}$$

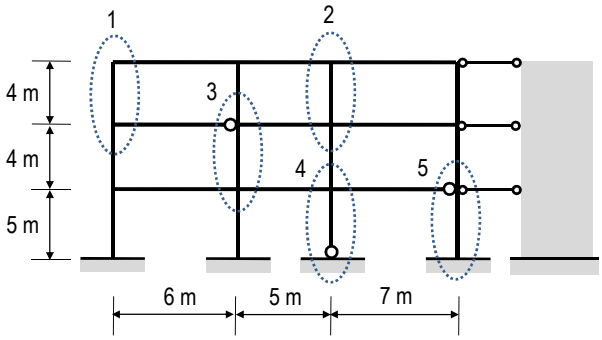
MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.3.2 Fejezet, (3) Bekezdés, 64. oldal, (5.15)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Effective length of column in braced frame

2. Példa: Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

Feladat-meghatározás:

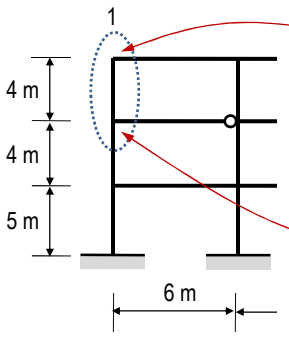


Határozzuk meg az 1. Példában vázolt merevítetlen keretszerkezet jelölt oszlopainak kihajlási hosszait, ha a keret vízszintes eltolódásokkal szemben **merevítő fallal merevített**!

Example 2.: Effective length of column in braced frame

2. Példa: Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

1 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:



Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{E_{cm} \cdot 2{,}13 \cdot 10^{-3}}{4}}{\frac{E_{cm} \cdot 1 \cdot 17{,}07 \cdot 10^{-3}}{6}} = \frac{0{,}533}{2{,}845} = 0{,}187$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{4}}{\frac{0{,}5 \cdot 17{,}07}{6}} = \frac{1{,}065}{1{,}423} = 0{,}748$$

Kihajlási hossz:

$$\beta = 0{,}672$$

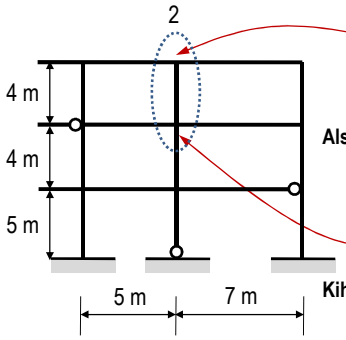
$$L_0 = 0{,}5 \cdot L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0{,}45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0{,}45 + k_2}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{0{,}748}{0{,}45 + 0{,}748}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}187}{0{,}45 + 0{,}187}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot 1{,}344 = 2{,}69\,\text{m}$$

Kilendülő esetben: $L_0 = 6{,}32\,\text{m}$!!!

Example 2.: Effective length of column in braced frame

2. Példa: Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

2 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:



Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4}}{\frac{1 \cdot 17{,}07}{5} + \frac{1 \cdot 17{,}07}{7}} = \frac{0{,}533}{6{,}828} = 0{,}078$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{4}}{\frac{17{,}07}{5} + \frac{17{,}07}{7}} = \frac{1{,}065}{6{,}828} = 0{,}156$$

Kihajlási hossz:

$\beta = 0{,}569$

$$L_0 = 0{,}5 \cdot L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0{,}45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0{,}45 + k_2}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{0{,}156}{0{,}45 + 0{,}156}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}078}{0{,}45 + 0{,}078}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot 1{,}138 = 2{,}28\ \text{m}$$

Kilendülő esetben: $L_0 = 4{,}93$ m!!!

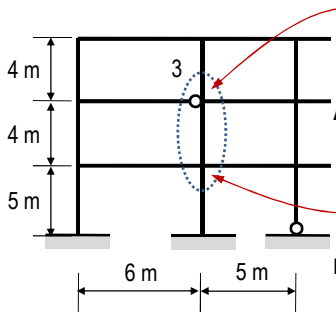
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Example 2.: Effective length of column in braced frame

2. Példa: Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

3 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:



Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{4}}{0 + \frac{1 \cdot 17{,}07}{5}} = \frac{1{,}065}{3{,}414} = 0{,}312$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{5}}{\frac{17{,}07}{6} + \frac{17{,}07}{5}} = \frac{0{,}959}{6{,}259} = 0{,}153$$

Kihajlási hossz:

$\beta = 0{,}672$

$$L_0 = 0{,}5 \cdot L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0{,}45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0{,}45 + k_2}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{0{,}153}{0{,}45 + 0{,}153}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}312}{0{,}45 + 0{,}312}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot 1{,}165 = 2{,}33\ \text{m}$$

Kilendülő esetben: $L_0 = 5{,}696$ m!!!

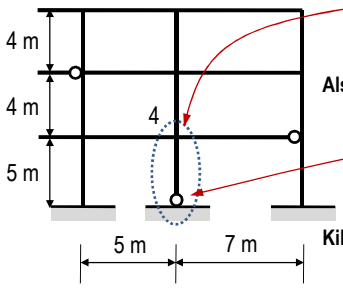
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Effective length of column in braced frame

2. Példa: Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

4 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:

Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:



$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{5}}{\frac{1 \cdot 17{,}07}{5} + \frac{0{,}5 \cdot 17{,}07}{7}} = \frac{0{,}959}{4{,}633} = \boxed{0{,}207}$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = \infty$$

Kihajlási hossz:

$$\beta = 0{,}811$$

$$L_0 = 0{,}5 \cdot L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0{,}45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0{,}45 + k_2}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{\infty}{0{,}45 + \infty}\right) \cdot \left(1 + \frac{0{,}207}{0{,}45 + 0{,}207}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot 1{,}621 = \boxed{3{,}24\ \text{m}}$$

Kilendülő esetben: $L_0 = 11{,}39$ m!!!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

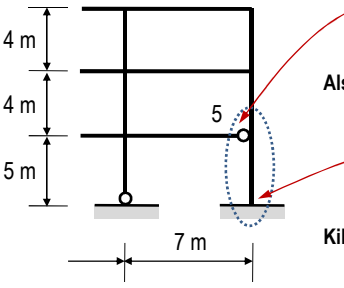
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Example 2.: Effective length of column in braced frame

2. Példa: Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

5 jelű oszlopszakasz kihajlási hossza:

Felső csomópont relatív elfordulási merevsége:



$$k_2 = \frac{\sum \frac{E \cdot I_{col}}{L_{col}}}{\sum \frac{E \cdot \alpha \cdot I_{beam}}{L_{beam}}} = \frac{\frac{2{,}13}{4} + \frac{2{,}13}{5}}{0} = \boxed{\infty}$$

Alsó csomópont relatív elfordulási merevsége:

$$k_1 = 0$$

Kihajlási hossz:

$$\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0{,}707$$

$$L_0 = 0{,}5 \cdot L \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0{,}45 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{0{,}45 + k_2}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{0}{0{,}45 + 0}\right) \cdot \left(1 + \frac{\infty}{0{,}45 + \infty}\right)} = 0{,}5 \cdot 4 \cdot \sqrt{2} = \boxed{2{,}83\ \text{m}}$$

Kilendülő esetben: $L_0 = 10{,}00$ m!!!

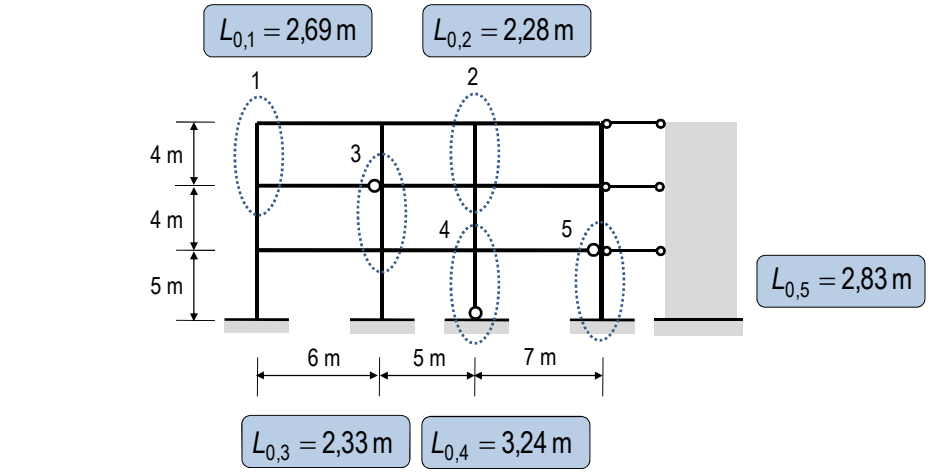
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Example 2.: Effective length of column in braced frame

2. Példa: Merevített szerkezetbe épített oszlop kihajlási hossza

Eredményvázlat:

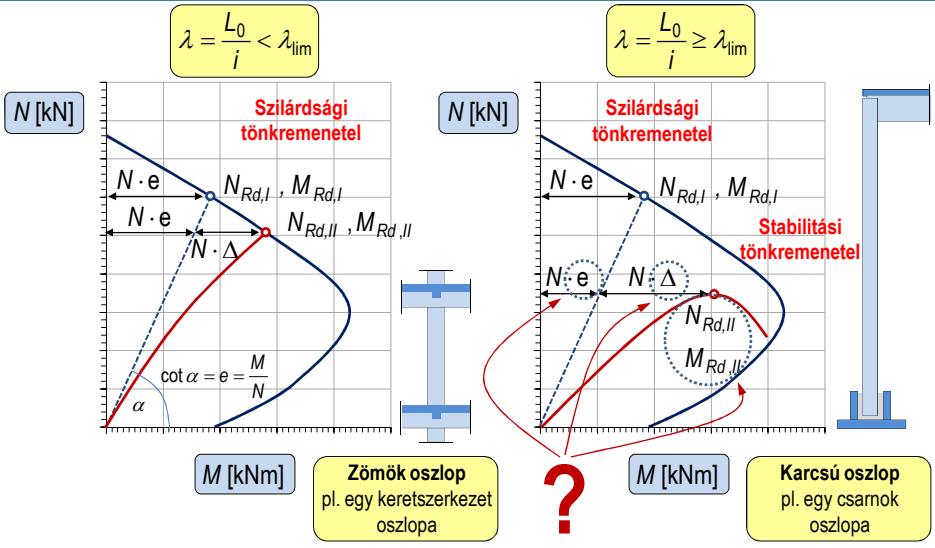


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Effect of eccentricity on the bending moment of RC column

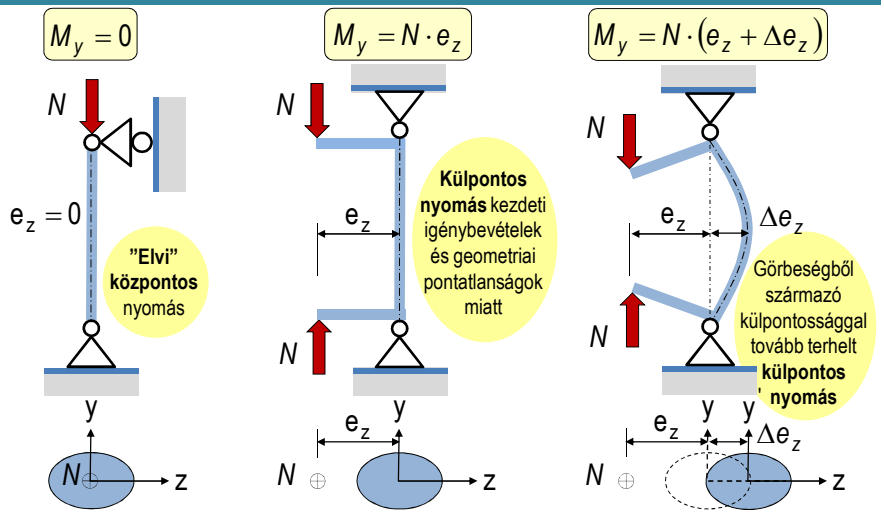
A külpontosság hatása vasbeton oszlop hajlítónyomatékára



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Effect of eccentricity on the bending moment of RC column

A külpontosság hatása vasbeton oszlop hajlítónyomatékára

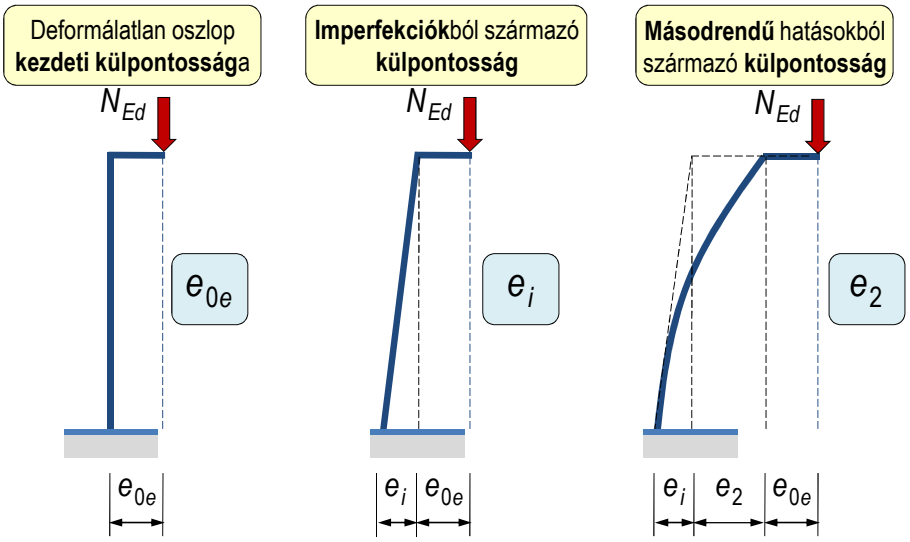


MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.9 Fejezet, (3) Bekezdés, 71. oldal, 5.8 Ábra alapján, kiegészítve

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Eccentricities of RC column

Vasbeton oszlop külpontosságai



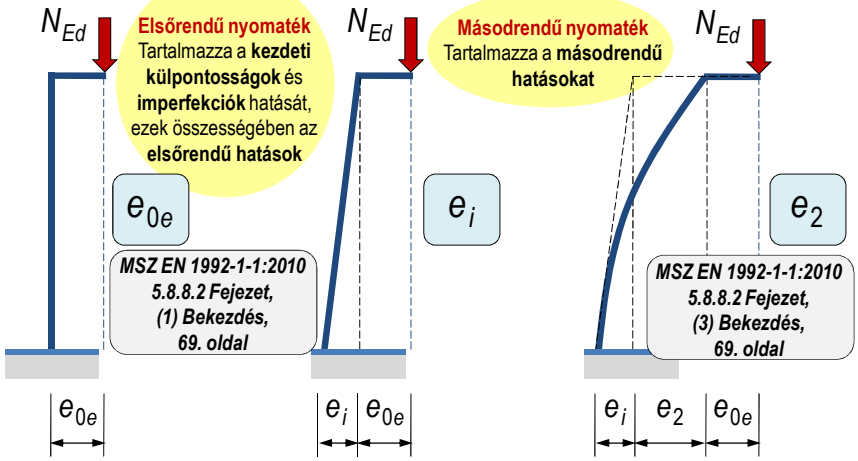
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

First order (M_{0Ed}) and second order (M_2) bending moment

Elsőrendű (M_{0Ed}) és másodrendű (M_2) hajlítónyomaték

$$M_{0Ed} = N_{Ed} \cdot (e_{0e} + e_i)$$

$$M_2 = N_{Ed} \cdot e_2$$

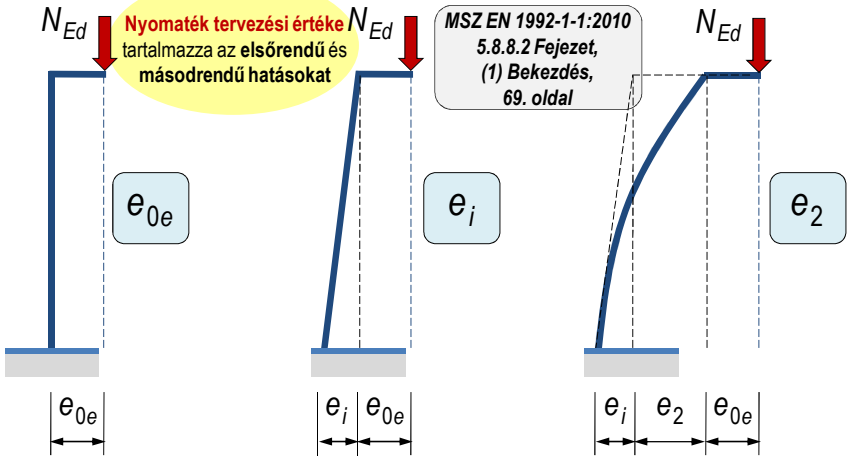


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design value of bending moment (M_{Ed})

A hajlítónyomaték tervezési értéke (M_{Ed})

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2 = N_{Ed} \cdot (e_{0e} + e_i) + N_{Ed} \cdot e_2 = N_{Ed} \cdot (e_{0e} + e_i + e_2)$$

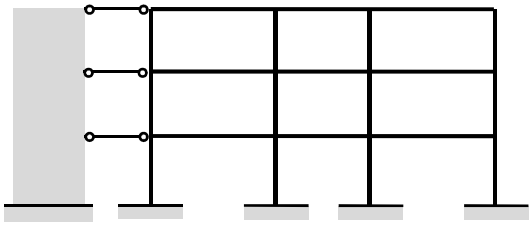


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

First order end moments of undeformed RC column, M_{0e} M_{01} M_{02}

Deformálatlan vasbeton oszlop elsőrendű végnyomatékai, M_{0e} M_{01} M_{02}

Egy nem kilendülő keret **terv szerinti (deformálatlan)** statikai váza, mely ***nem tartalmazza a geometriai eltéréseket***



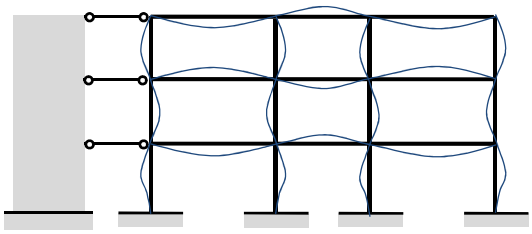
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

First order end moments of undeformed RC column, M_{0e} M_{01} M_{02}

Deformálatlan vasbeton oszlop elsőrendű végnyomatékai, M_{0e} M_{01} M_{02}

A nem kilendülő keret **terv szerinti (deformálatlan)** statikai vázán meghatározott egy lehetséges alakváltozási ábra



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

First order end moments of undeformed RC column, M_{0e} M_{01} M_{02}

Deformálatlan vasbeton oszlop elsőrendű végnyomatékai, M_{0e} M_{01} M_{02}

Azonos előjelű, de változó értékű elsőrendű nyomaték-eloszlás

A nem kilendülő keret **terv szerinti (deformálatlan)** statikai vázán meghatározott **elsőrendű** igénybevétel egy lehetséges eloszlása egy választott oszlopon

Azonos előjelű, állandó értékű elsőrendű nyomaték-eloszlás

$|M_{02}| \geq |M_{01}|$

M_{01}

M_{02}

$M_{0e} = \text{const.}$

Változó előjelű és változó értékű elsőrendű nyomaték-eloszlás

M_{01}

M_{02}

$|M_{02}| \geq |M_{01}|$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.8.2 Fejezet, (2) Bekezdés, 69. oldal, (5.32)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

First order eccentricity of undeformed RC column, e_{0e}

Deformálatlan vasbeton oszlop elsőrendű külpontossága, e_{0e}

$$e_{0e} = e_{01} = e_{02}$$

$$e_{0e} = \max\left\{\begin{matrix} 0{,}6 \cdot e_{02} + 0{,}4 \cdot e_{01} \\ 0{,}4 \cdot e_{02} \end{matrix}\right\}$$

N_{Ed}

$e_{0e} = \frac{M_{0e}}{N_{Rd}}$

M_{0e}

N_{Ed}

$e_{02} = \frac{M_{02}}{N_{Ed}}$

$e_{01} = \frac{M_{01}}{N_{Ed}}$

M_{02}

M_{01}

N_{Ed}

$|M_{02}| \geq |M_{01}|$

N_{Ed}

$e_{02} = \frac{M_{02}}{N_{Ed}}$

$e_{01} = \frac{M_{01}}{N_{Ed}}$

M_{02}

M_{01}

N_{Ed}

$|M_{02}| \geq |M_{01}|$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.8.2 Fejezet, (2) Bekezdés, 69. oldal, (5.32) alapján M_{0e}, M_{01} és M_{02} értékeiből kifejezve

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Eccentricity of RC column due to imperfections, e_i

Vasbeton oszlop imperfekciókból származó külpontossága, e_i

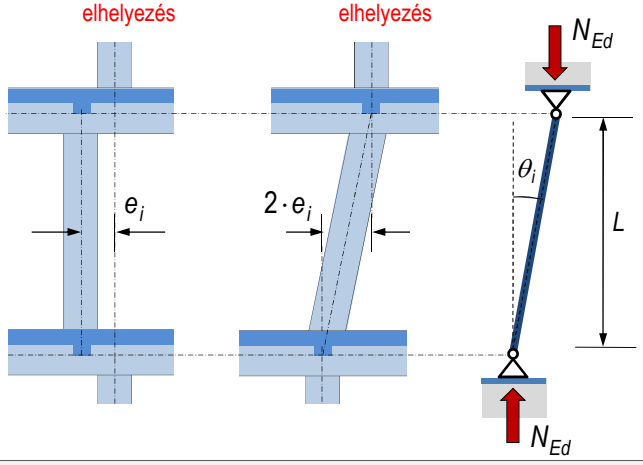
$$e_i = \frac{L_0}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}}$$

A tartószerkezet geometriájának és a terhek helyzetének esetleges eltéréseiből származó kedvezőtlen hatásokat a tartószerkezetek és a tartószerkezeti elemek vizsgálatakor figyelembe kell venni.

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.2 Fejezet, (1) Bekezdés, 53. oldal

pl.: külpontos elhelyezés

pl.: ferde elhelyezés



MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.2 Fejezet, (5), (6) és (7) Bekezdés, 53. oldal, (5.1) és (5.2) alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

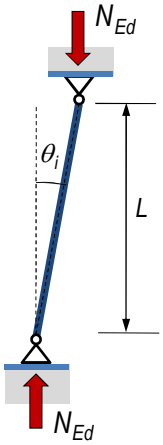
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Eccentricity of RC column due to imperfections, e_i

Vasbeton oszlop imperfekciókból származó külpontossága, e_i

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{L_0}{2} = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \frac{L_0}{2} = \frac{1}{200} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}} \cdot \frac{L_0}{2} = \frac{L_0}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}}$$

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{L_0}{2}$$ imperfekciókból származó külpontosság



MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.2 Fejezet, (5), (6) és (7) Bekezdés, 53. oldal, (5.1) és (5.2) alapján

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

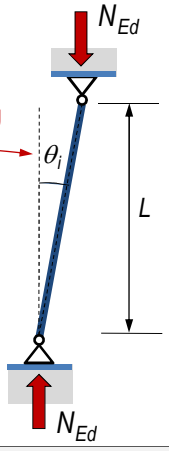
Eccentricity of RC column due to imperfections, e_i

Vasbeton oszlop imperfekciókból származó külpontossága, e_i

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{L_0}{2} = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \frac{L_0}{2} = \frac{1}{200} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}} \cdot \frac{L_0}{2} = \frac{L_0}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}}$$

$e_i = \theta_i \cdot \frac{L_0}{2}$ imperfekciókból származó külpontosság

$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h$ ferdeség



MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.2 Fejezet, (5), (6) és (7) Bekezdés, 53. oldal, (5.1) és (5.2) alapján

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Eccentricity of RC column due to imperfections, e_i

Vasbeton oszlop imperfekciókból származó külpontossága, e_i

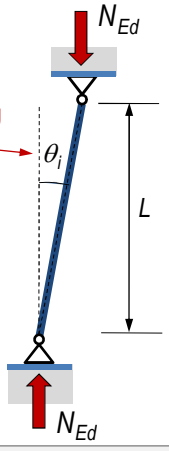
$$e_i = \theta_i \cdot \frac{L_0}{2} = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \frac{L_0}{2} = \frac{1}{200} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}} \cdot \frac{L_0}{2} = \frac{L_0}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}}$$

$e_i = \theta_i \cdot \frac{L_0}{2}$ imperfekciókból származó külpontosság

$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h$ ferdeség

$\theta_0 = \frac{1}{200}$ a ferdeség alapértéke

$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{L}}$ de $\frac{2}{3} \le \alpha_h \le 1$ a hosszúságot vagy magasságot figyelembe vevő tényező



MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.2 Fejezet, (5), (6) és (7) Bekezdés, 53. oldal, (5.1) és (5.2) alapján

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Eccentricity of RC column due to second order effects, e_2

Vasbeton oszlop másodrendű hatásokból származó külpontossága, e_2

$$e_2 = \frac{1}{r}\frac{L_0^2}{10}$$

$$\frac{\beta^2 \cdot L^2}{\pi^2} \approx \frac{L_0^2}{10}$$

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \frac{1}{r_0}$$

az oszlop görbülete másodrendű hatásokból

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0{,}45 \cdot E_s} = \frac{f_{yd}}{0{,}45 \cdot E_s \cdot d_s}$$

az oszlop görbületének kezdeti értéke

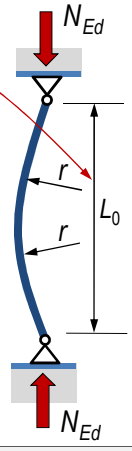
Hasznos magasság

$$\frac{1}{r_0} = \frac{f_{yd}}{0{,}45 \cdot E_s \cdot d_s} = \frac{435}{0{,}45 \cdot 200000 \cdot d_s} \approx \frac{5{,}00 \cdot 10^{-3}}{d_s}$$

Tartós és ideiglenes tervezési helyzet

$$\frac{1}{r_0} = \frac{f_{yd}}{0{,}45 \cdot E_s \cdot d_s} = \frac{500}{0{,}45 \cdot 200000 \cdot d_s} \approx \frac{5{,}50 \cdot 10^{-3}}{d_s}$$

Rendkívüli és szeizmikus tervezési helyzet

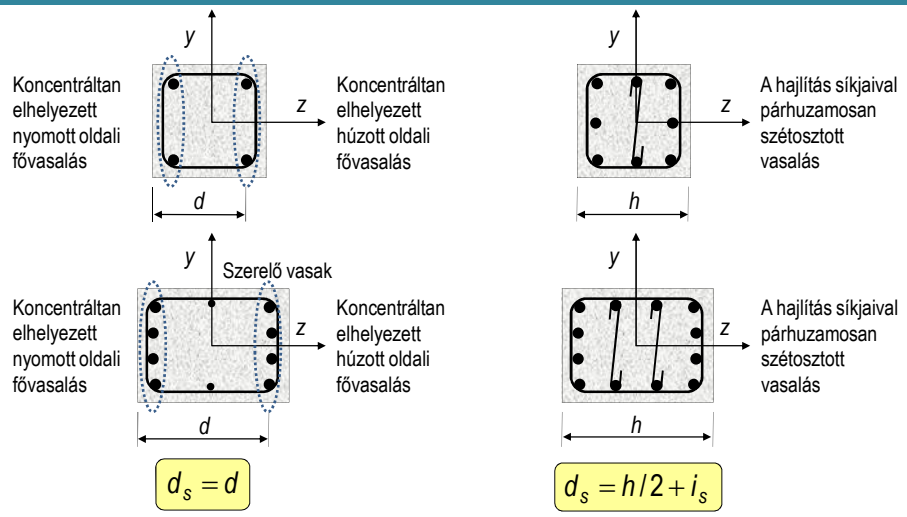


MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.8.3 Fejezet, (1) és (2) Bekezdés, (5.34) alapján, 69.-70. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Note for d_s

Megjegyzés a hasznos magasság d_s értékére



$d_s = d$

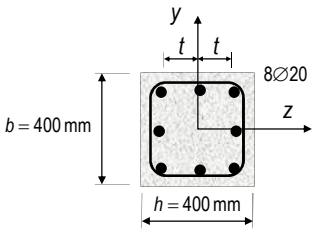
$d_s = h/2 + i_s$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.8.3 Fejezet, (2) Bekezdés, (5.35) alapján, 70. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3: Determination of d_s

3. Példa: Hasznos magasság (d_s) értékének meghatározása



$$\sum A_s = 8 \cdot A_{\varnothing} = 8 \cdot \frac{\varnothing^2 \cdot \pi}{4} = 2 \cdot \varnothing^2 \cdot \pi$$

$$I_{s,y} = 6 \cdot A_{\varnothing} \cdot t^2 = 6 \cdot \frac{\varnothing^2 \cdot \pi}{4} \cdot t^2$$

$$i_s = \sqrt{\frac{I_{s,y}}{\sum A_s}} = \sqrt{\frac{6 \cdot \frac{\varnothing^2 \cdot \pi}{4} \cdot t^2}{2 \cdot \varnothing^2 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot t^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t$$

$$d_s = h/2 + i_s = \frac{h}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t$$

Megoldás:

$h = b = 400\,\text{mm}$, $C_{nom} = 25\,\text{mm}$, $\sum A_s = 8\varnothing 20 \left(2513\,\text{mm}^2\right)$, $\varnothing_k = 8\,\text{mm}$, $t = \frac{400}{2} - 25 - 8 - \frac{20}{2} = 157\,\text{mm}$

$i_{s,y} = i_{s,z} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 157 = 136\,\text{mm}$,

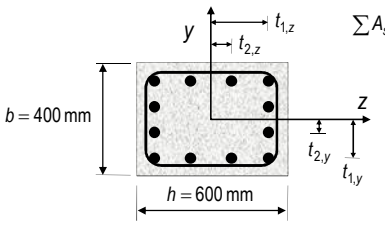
$$d_s = \frac{h}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot t = \frac{400}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 157 = 200 + 136 = 336\,\text{mm}$$

$\left(h - \left(Cnom + \varnothing_k + \frac{\varnothing}{2}\right) = 400 - \left(25 + 8 + \frac{20}{2}\right) = 357\,\text{mm}\right)$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4: Determination of d_s

4. Példa: Hasznos magasság (d_s) értékének meghatározása



$$\sum A_s = 12 \cdot A_{\varnothing} = 12 \cdot \frac{\varnothing^2 \cdot \pi}{4} = 3 \cdot \varnothing^2 \cdot \pi$$

$$I_{s,y} = = \varnothing^2 \cdot \pi \cdot \left(2 \cdot {t_{1,z}}^2 + {t_{2,z}}^2\right)$$

$$I_{s,z} = = \varnothing^2 \cdot \pi \cdot \left(2 \cdot {t_{1,y}}^2 + {t_{2,y}}^2\right)$$

$$i_{s,y} = \sqrt{\frac{I_{s,y}}{\sum A_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot {t_{1,z}}^2 + {t_{2,z}}^2}{3}}$$

$$i_{s,z} = \sqrt{\frac{I_{s,z}}{\sum A_s}} = \sqrt{\frac{2 \cdot {t_{1,y}}^2 + {t_{2,y}}^2}{3}}$$

$$d_{s,z} = \frac{h}{2} + i_{s,y} = \frac{h}{2} + \sqrt{\frac{2 \cdot {t_{1,z}}^2 + {t_{2,z}}^2}{3}}$$

$$d_{s,y} = \frac{b}{2} + i_{s,z} = \frac{b}{2} + \sqrt{\frac{2 \cdot {t_{1,y}}^2 + {t_{2,y}}^2}{3}}$$

Megoldás:

$h = 600\,\text{mm}$, $b = 400\,\text{mm}$, $C_{nom} = 25\,\text{mm}$, $\sum A_s = 12\varnothing 20 \left(3770\,\text{mm}^2\right)$, $\varnothing_k = 8\,\text{mm}$

$t_{1,z} = \frac{600}{2} - 25 - 8 - \frac{20}{2} = 257\,\text{mm}$, $t_{1,y} = \frac{400}{2} - 25 - 8 - \frac{20}{2} = 157\,\text{mm}$, $t_{2,z} = 90\,\text{mm}$, $t_{2,y} = 45\,\text{mm}$

$i_{s,y} = \sqrt{\frac{2 \cdot 257^2 + 90^2}{3}} = 216\,\text{mm}$, $i_{s,z} = \sqrt{\frac{2 \cdot 157^2 + 45^2}{3}} = 131\,\text{mm}$

$$d_{s,z} = \frac{h}{2} + i_{s,y} = 300 + 216 = 516\,\text{mm} \quad , \quad d_{s,y} = \frac{b}{2} + i_{s,z} = 200 + 157 = 357\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Eccentricity of RC column due to second order effects, e_2

Vasbeton oszlop másodrendű hatásokból származó külpontossága, e_2

$$e_2 = \frac{1}{r}\frac{L_0^{\,2}}{10}$$

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{r_0}$$

az oszlop görbülete másodrendű hatásokból

$$K_\varphi = \max\left\{\begin{matrix} 1+\beta\cdot\varphi_{eff} \\ 1 \end{matrix}\right\}$$

a kúszás hatását figyelembe vevő módosító tényező

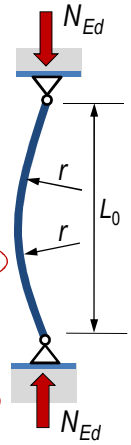
$$\beta = 0{,}35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}$$

$$\lambda = \frac{L_0}{i}$$

$$\varphi_{eff} = \varphi(\infty,t_0)\cdot\frac{M_{0Eqp(SLS)}}{M_{0Ed(ULS)}}$$

Kezdeti nyomaték teherbírási határállapotban

Kezdeti nyomaték használhatósági határállapotban kváziállandó kombináció alapján



MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.8.3 Fejezet, (4) Bekezdés, (5.37) alapján, 70. oldal

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Note for ϕ_{eff}

Megjegyzés a hatékony kúszási tényező ϕ_{eff} értékére

Kúszási tényező végértéke

Kezdeti nyomaték teherbírási határállapotban

$$\varphi_{eff} = \varphi(\infty,t_0)\cdot\frac{M_{0Eqp(SLS)}}{M_{0Ed(ULS)}} = 0$$

Hatékony kúszási tényező

Kezdeti nyomaték használhatósági határállapotban kváziállandó kombináció alapján

A kúszás hatása figyelmen kívül hagyható, azaz $\phi_{eff} = 0$, ha az alábbi három feltétel mindegyike teljesül:

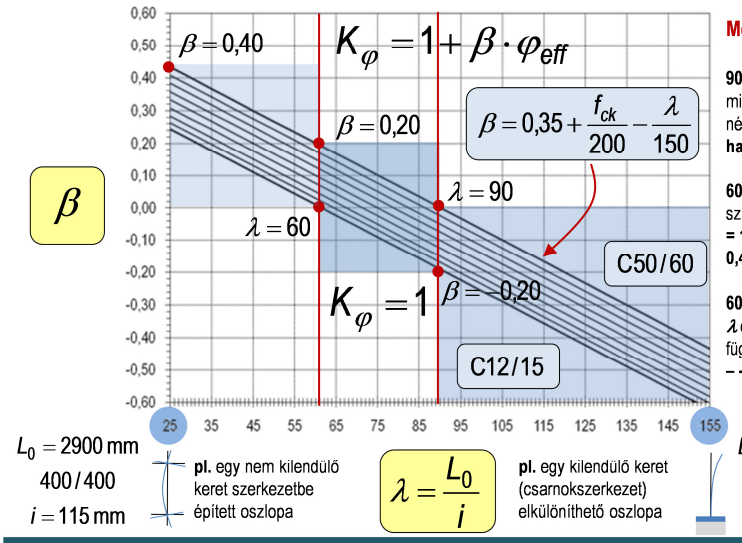
$$\varphi(\infty,t_0) \le 2$$
$$\lambda \le 75$$
$$M_{0Ed} / N_{Ed} \ge h$$

MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.4. Fejezet, (2) Bekezdés, (5.19), (4) Bekezdés, 65. oldal

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Note for the K_ϕ parameter

Megjegyzés a kúszás hatását figyelembe vevő K_ϕ módosító tényezőre



Megállapítások:

90-nél nagyobb λ esetén minden szilárdsági osztályra nézve: K_ϕ **= 1, tehát a kúszás hatása elhanyagolható**

60-nál kisebb λ esetén minden szilárdsági osztályra nézve: $K_\phi = 1+\beta.\phi_{eff}$, β maximális értéke **0,4**

60-nál nagyobb és **90**-nél kisebb λ esetén a szilárdságtól függően β értéke **0,20 (C50/60) – -0,20 (C12/15)** között változik.

$L_0 = 2900$ mm
400 / 400
$i = 115$ mm

pl. egy nem kilendülő keret szerkezetbe épített oszlopa

$$\lambda = \frac{L_0}{i}$$

pl. egy kilendülő keret (csarnokszerkezet) elkülöníthető oszlopa

$L_0 = 17800$ mm
400 / 400
$i = 115$ mm

Eccentricity of RC column due to second order effects, e_2

Vasbeton oszlop másodrendű hatásokból származó külpontossága, e_2

$$e_2 = \frac{1}{r}\cdot\frac{L_0^2}{10}$$

$$\frac{1}{r} = K_r \cdot K_\varphi \cdot \frac{1}{r_0}$$

az oszlop görbülete másodrendű hatásokból

a normálerőtől függő módosító tényező

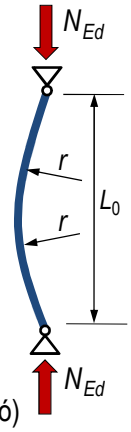
$$K_r = \frac{n_u - n_{Ed}}{n_u - n_{bal}} \le 1$$

$$n_u = 1 + \omega$$

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}},$$ fajlagos normálerő

n_{bal} az n értéke a legnagyobb nyomatéki teherbírásnál (a 0,4 érték alkalmazható)



MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.8.8.3 Fejezet, (3) Bekezdés, (5.36), 70. oldal

Note for the K_r parameter

Megjegyzés a normálerőtől függő K_r módosító tényezőre

$$K_r = \frac{n_u - n_{Ed}}{n_u - n_{bal}}$$

$n_u = 1 + \omega$ $\qquad n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}}$

$$\rightarrow \frac{(1+\omega) - \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}}}{(1+\omega) - \frac{f_{cd} \cdot b \cdot x_0}{A_c \cdot f_{cd}}} \rightarrow \frac{\left(1 + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}\right) - \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}}}{\left(1 + \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}\right) - \frac{f_{cd} \cdot b \cdot x_0}{A_c \cdot f_{cd}}} \rightarrow \frac{\frac{A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} - \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}}}{\frac{A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} - \frac{f_{cd} \cdot b \cdot x_0}{A_c \cdot f_{cd}}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} - N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd} + A_s \cdot f_{yd} - A_c \cdot f_{cd} \cdot \xi_0} \rightarrow$$

$n_u = 1 + \omega$ $\qquad n_{bal} \approx \frac{b \cdot x_0 \cdot f_{cd}}{A_c \cdot f_{cd}}$ $\qquad \omega = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}}$

$$K_r = \frac{N_{ud} - N_{Ed}}{N_{ud} - N_{bal}}$$

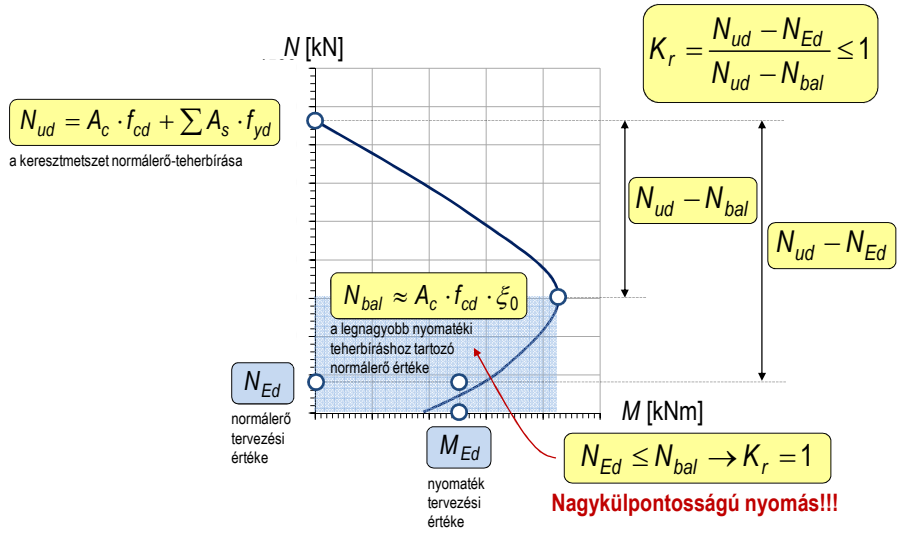
$x_0 = \xi_0 \cdot d$

$A_c = b \cdot h \approx b \cdot d$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Note for the K_r parameter

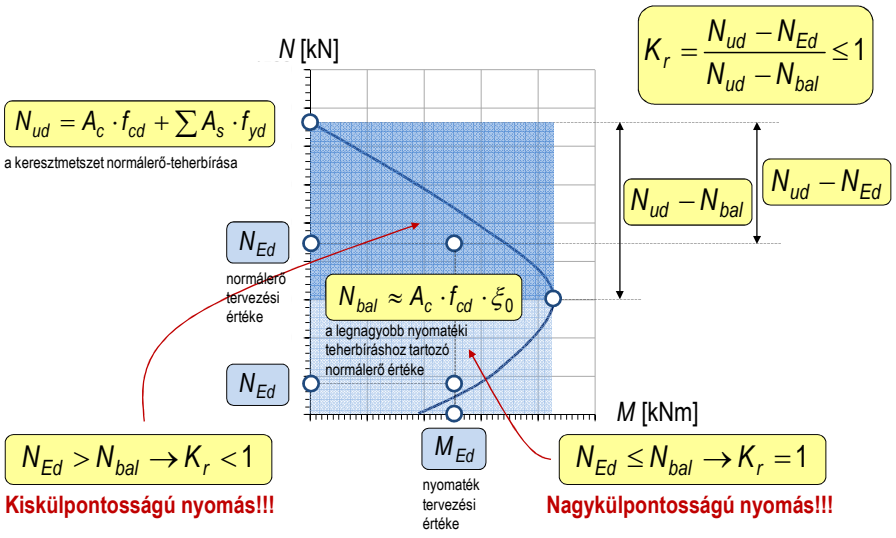
Megjegyzés a normálerőtől függő K_r módosító tényezőre



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Note for the K_r parameter

Megjegyzés a normálerőtől függő K_r módosító tényezőre

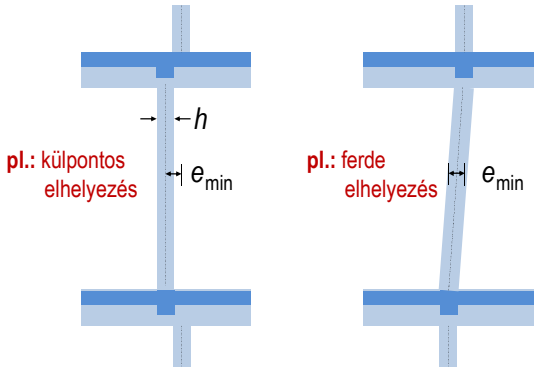


Minimal eccentricity of RC column, e_{min}

Vasbeton oszlop minimális külpontossága, e_{min}

$$e_{min} = \max\left\{\begin{array}{c} 20\,\text{mm} \\ \frac{h}{30} \end{array}\right\}$$

Szimmetrikus vasalású, nyomóerővel terhelt keresztmetszetek esetén feltételezi kell egy minimális értékű külpontosságot, ahol *h* a keresztmetszet magassága.



MSZ EN 1992-1-1:2010
6. Fejezet,
(4) Bekezdés,
78. oldal

Eccentricity of RC column, e

Vasbeton oszlop teljes külpontossága, e

Deformálatlan vasbeton oszlop végein működő kezdeti nyomatékokból számítható egyenértékű külpontosság

Vasbeton oszlop imperfekciókból származó külpontossága

Vasbeton oszlop másodrendű hatásokból számítható külpontossága

Deformálatlan vasbeton oszlop végein működő nagyobbik kezdeti nyomatékból számítható külpontosság

$$e = \max \left\{ \begin{array}{l} e_{0e} + e_i + e_2 \\ \dfrac{M_{02}}{N_{Ed}} \\ e_{\min} \end{array} \right.$$

Szimmetrikus vasalású vasbeton oszlop minimális külpontossága

(*minden keresztmetszetben*)

A nyomaték tervezési értéke

$$M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Note for e_i

Megjegyzés az imperfekciók hatásának figyelembe vételére

$$e_i = \frac{L_0}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}}$$

A tartószerkezet geometriájának és a terhek helyzetének esetleges eltéréseiből származó kedvezőtlen hatásokat a tartószerkezetek és a tartószerkezeti elemek vizsgálatakor figyelembe kell venni.

A méreteltéréseket teherbírási határállapotokban, tartós és rendkívüli tervezési állapotokban kell figyelembe venni. A méreteltéréseket használhatósági határállapotokban nem kell figyelembe venni.

Merevített rendszerek falai és elkülönített oszlopai esetén egy egyszerűsített alternatív eljárásként a méreteltérések figyelembevételére

$$e_i = \frac{L_0}{400}$$

alkalmazható szokásos kivitelezési pontatlanságok esetén.

Kétirányú vizsgálat (ferde külpontos nyomás) esetén a méreteltéréseket csak abban az irányban kell figyelembe venni, amelyben azok hatása a legkedvezőtlenebb.

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.2 Fejezet, (1)P Bekezdés, 53. oldal

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.2 Fejezet, (2)P , (3) Bekezdés, 53. oldal

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.2 Fejezet, (9) Bekezdés, 55. oldal

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Note for e_2

Megjegyzés a másodrendű hatások figyelembe vételére

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{L_0^2}{10}$$

Az erőjátékot abban az irányban kell vizsgálni, melyben az alakváltozások lejátszódnak, és ha szükséges, ferde hajlítást kell figyelembe venni.

A másodrendű hatások elhanyagolhatók, ha mértékük kisebb, mint a megfelelő elsőrendű hatás 10%-a.

A másodrendű hatások figyelmen kívül hagyhatóak, ha a λ karcsúság kisebb, mint egy bizonyos λ_{lim} érték:

$$\lambda < \lambda_{\text{lim}} \quad \downarrow \quad e_2 = 0$$

Ferde külpontos nyomás esetén a karcsúsági követelményeket a két irányban egymástól függetlenül ellenőrizhetők. Ezen ellenőrzés eredményétől függően a másodrendű hatások mindkét irányban figyelmen kívül hagyhatók, egyik irányban figyelembe veendők, vagy mindkét irányban figyelembe veendők.

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.2 Fejezet, (4)P Bekezdés, 62. oldal

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.2 Fejezet, (5)P Bekezdés, 62. oldal

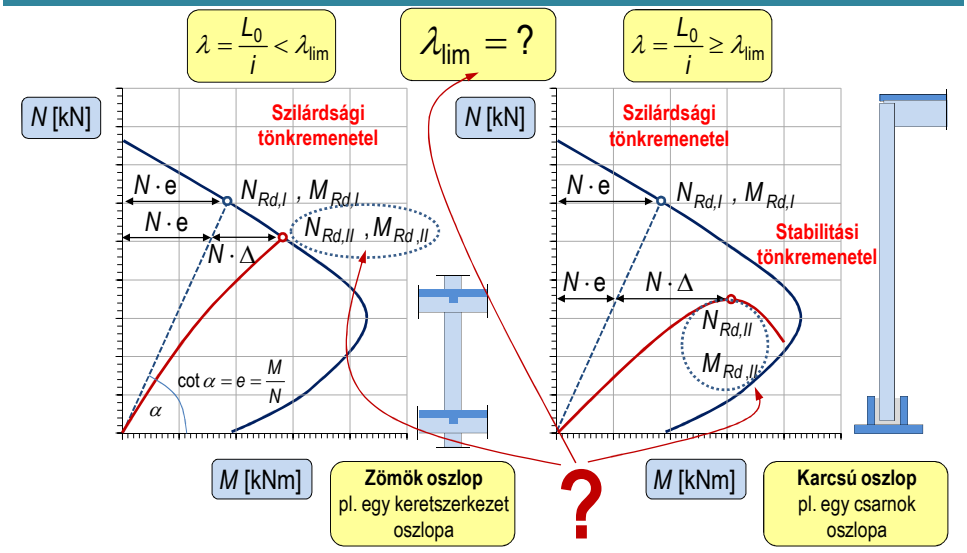
MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.3.1 Fejezet, (1) Bekezdés, 62. oldal

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.3.1 Fejezet, (2) Bekezdés, 63. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

First order effects or second order effects as well?

Elsőrendű hatások vagy másodrendű hatások is?



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

First order effects or second order effects as well?

Elsőrendű hatások vagy másodrendű hatások is?

Másodrendű hatások figyelembe vétele NEM SZÜKSÉGES!

$$\lambda < \lambda_{\lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n_{Ed}}} \le \lambda$$

Másodrendű hatások figyelembe vétele SZÜKSÉGES!

$A = \dfrac{1}{1+0{,}2 \cdot \varphi_{eff}}$ ha ϕ_{eff} nem ismert **A = 0,7** alkalmazható, ahol $\varphi_{eff} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \dfrac{M_{0Eqp(SLS)}}{M_{0Ed(ULS)}}$

$B = \sqrt{1+2 \cdot \omega}$ ha ω nem ismert **B = 1,1** alkalmazható, ahol $\omega = \dfrac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot b \cdot h}$

$C = 1{,}7 - r_m$ ha r_m nem ismert **C = 0,7** alkalmazható, ahol $r_m = \dfrac{M_{01}}{M_{02}}$ $n_{Ed} = \dfrac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot b \cdot h}$

- ha az M_{01} és M_{02} végnyomaték ugyanazon oldalon okoz húzást, akkor r_m-et pozitívra (azaz $C \le 1{,}7$), ellenkező esetben negatívra ($C > 1{,}7$) kell felvenni.
- merevített szerkezeti elemek esetén, ahol az elsőrendű nyomatékok kizárólag vagy túlnyomó mértékben méreteltérésekből vagy keresztirányú terhelésből származnak, r_m **= 1,0**, tehát C **= 0,7**
- merevítetlen szerkezeti elemek esetén általában , r_m **= 1,0**, tehát C **= 0,7**

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.3.1 Fejezet, (1) Bekezdés, 62. oldal

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Approximation for $\lambda_{\lim}$

Becslés $\lambda_{\lim}$ értékére

$$A = \frac{1}{1+0{,}2 \cdot \varphi_{eff}} \qquad \varphi_{eff} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{M_{0Eqp(SLS)}}{M_{0Ed(ULS)}} = \sim 4{,}00 \cdot \frac{\sim 0{,}5 \cdot M_{0Ed(ULS)}}{M_{0Ed(ULS)}} \approx 2 \rightarrow A \approx \frac{1}{1+0{,}2 \cdot 2} \approx 0{,}70$$

$$B = \sqrt{1+2 \cdot \omega} \begin{cases} \omega = \dfrac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \approx \dfrac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \dfrac{\sim 0{,}01 \cdot A_c}{A_c} \approx 15 \cdot 0{,}01 \approx 0{,}15 \rightarrow B \approx \sqrt{1+2 \cdot 0{,}15} \approx 1{,}10 \\ \omega = \dfrac{f_{yd} \cdot A_s}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \approx \dfrac{f_{yd}}{f_{cd}} \cdot \dfrac{\sim 0{,}03 \cdot A_c}{A_c} \approx 15 \cdot 0{,}03 \approx 0{,}45 \rightarrow B \approx \sqrt{1+2 \cdot 0{,}45} \approx 1{,}40 \end{cases}$$

pl. egy csarnokszerkezet **merevítetlen** oszlopa

$$\begin{cases} r_m = \dfrac{M_{01}}{M_{02}} \approx 0{,}30 \rightarrow C = 1{,}40 \\ n_{Ed} = \dfrac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \approx 0{,}15 \end{cases} \quad C = 1{,}7 - r_m$$

$$\lambda_{\lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n_{Ed}}} = \frac{20 \cdot 0{,}70 \cdot 1{,}10 \cdot 1{,}40}{\sqrt{0{,}15}} \approx 55$$

pl. egy **merevített** keret oszlopa

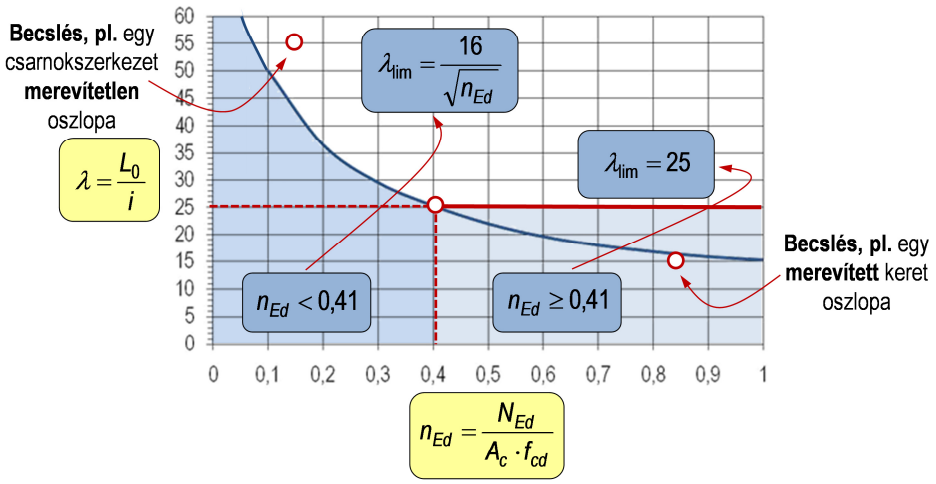
$$\begin{cases} r_m = \dfrac{M_{01}}{M_{02}} \approx 1{,}00 \rightarrow C = 0{,}70 \\ n_{Ed} = \dfrac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot b \cdot h} \approx 0{,}85 \end{cases}$$

$$\lambda_{\lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n_{Ed}}} = \frac{20 \cdot 0{,}70 \cdot 1{,}40 \cdot 0{,}70}{\sqrt{0{,}85}} \approx 15$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

λ_{lim} according to DIN 1045-1:2008

λ_{lim} értéke a DIN 1045-1:2008 alapján



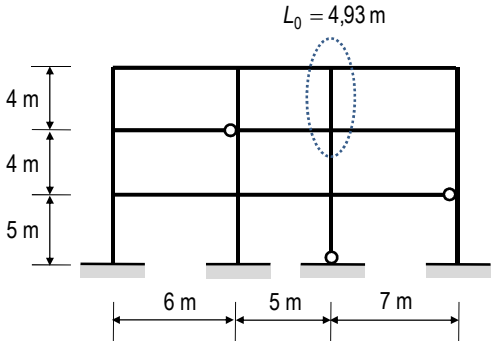
Bautabellen für Ingenieure, 19. Kiadás, 2010, 3.3.2. Fejezet, 5.39 oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Eccentricities of RC column

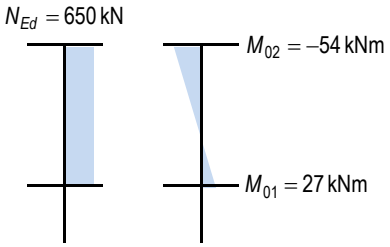
3. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg az 1. Példában ismertetett keretszerkezet jelölt oszlopának a keret síkjában értelmezhető külpontosságait!

(A keret az 1. Példának megfelelően merevítetlen, az oszlop 400 mm × 600 mm keresztmetszetű, vasalása nem ismert!)



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Eccentricities of RC column

3. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Karcsúságok meghatározása:

$$\lambda = \frac{L_0}{i} = \frac{L_0}{\sqrt{\frac{I_{col}}{A_{col}}}} = \frac{4{,}93}{\sqrt{\frac{7{,}20 \cdot 10^{-3}}{0{,}40 \cdot 0{,}60}}} = 29$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n_{Ed}}} = \frac{20 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}1 \cdot 2{,}20}{\sqrt{0{,}203}} = \frac{33{,}88}{0{,}45} = 75$$

$A = 0{,}7$ ϕ_{eff} értéke nem ismert

$B = 1{,}1$ ω értéke nem ismert

$C = 1{,}7 - r_m = 1{,}7 - \frac{27}{-54} = 2{,}20$

$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot b \cdot h} = \frac{650 \cdot 10^3}{13{,}33 \cdot 400 \cdot 600} = 0{,}203$

$\lambda = 29 < \lambda_{lim} = 75$

Az ***MSZ EN 1992-1-1:2010*** alapján a másodrendű hatások figyelmen kívül hagyhatók!

$\lambda = 29 < \lambda_{lim} = \frac{16}{\sqrt{n_{Ed}}} = \frac{16}{\sqrt{0{,}203}} = 36$

A ***DIN 1045-1:2008*** alapján a másodrendű hatások figyelmen kívül hagyhatók!

Example 3.: Eccentricities of RC column

3. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Kezdeti külpontosság:

$$e_{01} = \frac{M_{01}}{N_{Ed}} = \frac{27}{-650} = -42\,\text{mm}$$

$$e_{02} = \frac{M_{02}}{N_{Ed}} = \frac{-54}{-650} = 84\,\text{mm}$$

$$e_{0e} = \max\begin{Bmatrix} 0{,}6 \cdot e_{02} + 0{,}4 \cdot e_{01} \\ 0{,}4 \cdot e_{02} \end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix} 0{,}6 \cdot 84 + 0{,}4 \cdot -42 = 34\,\text{mm} \\ 0{,}4 \cdot e_{02} = 0{,}4 \cdot 84 = 34\,\text{mm} \end{Bmatrix} = 34\,\text{mm}$$

Külpontosság imperfekciókból:

$$e_i = \frac{L_0}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}} = \frac{4{,}93}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{4{,}00}} = 12\,\text{mm} \qquad 2/3 \le \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{L}} = 1 \le 1$$

Külpontosság másodrendű hatásokból:

$\lambda = 29 < \lambda_{lim} = 75$ tehát a másodrendű hatások figyelmen kívül hagyhatók, így: $e_2 = 0\,\text{mm}$

Example 3.: Eccentricities of RC column

3. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Minimális külpontosság:

$$e_{min} = \max\left\{\begin{matrix} 20\,\text{mm} \\ \frac{h}{30} \end{matrix}\right\} = \max\left\{\begin{matrix} 20\,\text{mm} \\ \frac{600}{30} = 20\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 20\,\text{mm}$$

Teljes külpontosság:

$$e = \max\left\{\begin{matrix} e_{0e} + e_i + e_2 \\ \frac{M_{02}}{N_{Ed}} \\ e_{min} \end{matrix}\right\} = \max\left\{\begin{matrix} 34 + 12 + 0 = 46\,\text{mm} \\ \frac{54}{650} = 84\,\text{mm} \\ 20\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 84\,\text{mm}$$

Az oszlop igénybevételeinek tervezési értékei (a normálerő és a keretsíkú nyomaték tervezési értéke):

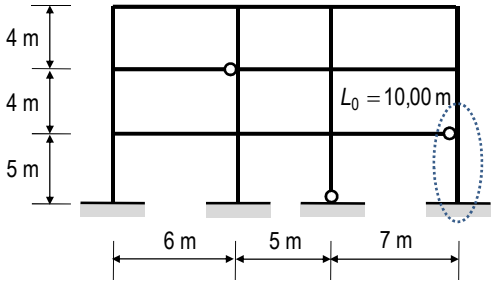
$N_{Ed} = 650\,\text{kN}$ $\qquad M_{Ed} = N_{Ed} \cdot e = 650 \cdot 0{,}084 = 54\,\text{kNm}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4.: Eccentricities of RC column

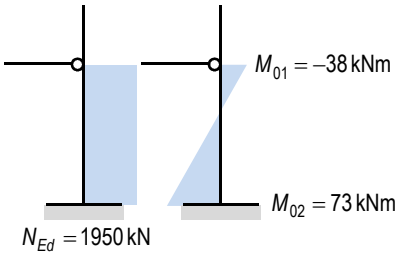
4. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Feladat-meghatározás:



Határozzuk meg az 1. Példában ismertetett keretszerkezet jelölt oszlopának a keret síkjában értelmezhető külpontosságát!

(A keret az 1. Példának megfelelően merevítetlen, az oszlop 400 mm × 400 mm keresztmetszetű, vasalása nem ismert!)



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4.: Eccentricities of RC column

4. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Karcsúságok meghatározása:

$$\lambda = \frac{L_0}{i} = \frac{L_0}{\sqrt{\frac{I_{col}}{A_{col}}}} = \frac{10{,}00}{\sqrt{\frac{2{,}13 \cdot 10^{-3}}{0{,}40 \cdot 0{,}40}}} = \frac{10{,}00}{0{,}115} = 87$$

$$\lambda_{\lim} = \frac{20 \cdot A \cdot B \cdot C}{\sqrt{n_{Ed}}} = \frac{20 \cdot 0{,}7 \cdot 1{,}1 \cdot 2{,}22}{\sqrt{0{,}914}} = \frac{35{,}76}{0{,}956} = 38$$

$A = 0{,}7$ $\quad \phi_{eff}$ értéke nem ismert

$B = 1{,}1$ $\quad \omega$ értéke nem ismert

$$C = 1{,}7 - r_m = 1{,}7 - \frac{-38}{73} = 2{,}22$$

$$n_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{f_{cd} \cdot b \cdot h} = \frac{1950 \cdot 10^3}{13{,}33 \cdot 400 \cdot 400} = 0{,}914$$

$\lambda = 87 > \lambda_{\lim} = 38$

Az ***MSZ EN 1992-1-1:2010*** alapján a másodrendű hatásokat figyelembe kell venni!

$$\lambda = 87 > \lambda_{\lim} = \frac{16}{\sqrt{n_{Ed}}} = \frac{16}{\sqrt{0{,}914}} = 17$$

A ***DIN 1045-1:2008*** alapján a másodrendű hatásokat figyelembe kell venni!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4.: Eccentricities of RC column

4. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Kezdeti külpontosság:

$$e_{01} = \frac{M_{01}}{N_{Ed}} = \frac{-38}{1950} = -20\,\text{mm}$$

$$e_{02} = \frac{M_{02}}{N_{Ed}} = \frac{73}{1950} = 38\,\text{mm}$$

$$e_{0e} = \max\begin{Bmatrix} 0{,}6 \cdot e_{02} + 0{,}4 \cdot e_{01} \\ 0{,}4 \cdot e_{02} \end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix} 0{,}6 \cdot 38 + 0{,}4 \cdot -20 = 15\,\text{mm} \\ 0{,}4 \cdot 38 = 16\,\text{mm} \end{Bmatrix} = 16\,\text{mm}$$

Külpontosság imperfekciókból:

$$e_i = \frac{L_0}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{L}} = \frac{10{,}00}{400} \cdot \frac{2}{\sqrt{5{,}00}} = 22\,\text{mm} \qquad 2/3 \le \alpha_h = \frac{2}{\sqrt{L}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = 0{,}894 \le 1$$

Külpontosság másodrendű hatásokból:

$\lambda = 87 > \lambda_{\lim} = 38$ tehát a másodrendű hatásokat figyelembe kell venni!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4.: Eccentricities of RC column

4. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Külpontosság másodrendű hatásokból:

$$\frac{1}{r_0}=\frac{\varepsilon_{yd}}{0{,}45\cdot E_s}=\frac{f_{yd}}{0{,}45\cdot E_s\cdot d_s}=\frac{435}{0{,}45\cdot 200000\cdot 0{,}90\cdot 0{,}40}=13{,}4\cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{m}}$$

$$K_\varphi=\max\left\{1+\beta\cdot\varphi_{eff}\ ;\ 1\right\}$$

$$\beta=0{,}35+\frac{f_{ck}}{200}-\frac{\lambda}{150}=0{,}35+\frac{20}{200}-\frac{87}{150}=-0{,}13$$

$$\varphi_{eff}=\varphi(\infty,t_0)\cdot\frac{M_{0Eqp(SLS)}}{M_{0Ed(ULS)}}\approx 2$$

$$\rightarrow K_\varphi=1$$

Tehát a kúszás hatása elhanyagolható!

$$K_r=\frac{N_{ud}-N_{Ed}}{N_{ud}-N_{bal}}\le 1\rightarrow\frac{4916-1950}{4916-1045}=0{,}766\le 1$$

$$\rightarrow K_r=1$$

Tehát a normálerő hatását a biztonság javára a módosító tényező maximális értékével vesszük figyelembe!

$$N_{ud}=f_{cd}\cdot b\cdot h+f_{yd}\cdot\sum A_s\rightarrow f_{cd}\cdot b\cdot h+\max.f_{yd}\cdot 0{,}04\cdot b\cdot h=(13{,}33+17{,}40)\cdot 400\cdot 400=4916\,\text{kN}$$

$$N_{bal}\approx f_{cd}\cdot b\cdot x_0=13{,}33\cdot 400\cdot 0{,}49\cdot 400=1045\,\text{kN}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Example 4.: Eccentricities of RC column

4. Példa: Vasbeton oszlop külpontosságai

Külpontosság másodrendű hatásokból:

$$\frac{1}{r}=K_r\cdot K_\varphi\cdot\frac{1}{r_0}=1\cdot 1\cdot 13{,}4\cdot 10^{-3}=13{,}4\cdot 10^{-3}\,\frac{1}{\text{m}}$$

$$e_2=\frac{1}{r}\cdot\frac{L_0^{\,2}}{10}=13{,}4\cdot 10^{-3}\cdot\frac{10{,}00^2}{10}=134\,\text{mm}$$

Minimális külpontosság:

$$e_{\min}=\max\left\{\begin{matrix}20\,\text{mm}\\ \frac{h}{30}=\frac{400}{30}=13{,}33\,\text{mm}\end{matrix}\right\}=20\,\text{mm}$$

Az oszlop igénybevételeinek tervezési értékei (a normálerő és a keretsíkú nyomaték tervezési értékei):

$$N_{Ed}=1950\,\text{kN}$$

$$M_{Ed}=N_{Ed}\cdot e=1950\cdot 0{,}172=336\,\text{kNm}$$

Teljes külpontosság:

$$e=\max\left\{\begin{matrix}e_{0e}+e_i+e_2=16+22+134=172\,\text{mm}\\ \frac{M_{02}}{N_{Ed}}=\frac{73}{1950}=38\,\text{mm}\\ e_{\min}=20\,\text{mm}\end{matrix}\right\}=172\,\text{mm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

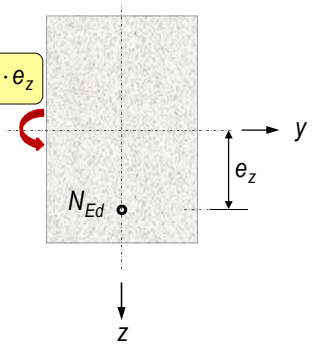
Inplane and out-of-plan buckling

Külpontos és ferde külpontos nyomás

Külpontos nyomás

$M_{Ed,z} = 0$

$M_{Ed,y} = N_{Ed} \cdot e_z$



Igénybevételek tervezési értékei

$$e_z = \max \begin{Bmatrix} e_{0e,z} + e_{i,z} + e_{2,z} \\ \dfrac{M_{02,y}}{N_{Ed}} \\ e_{\min,z} \end{Bmatrix}$$

$M_{Ed,y} = N_{Ed} \cdot e_z \le M_{Rd(N_{Ed}),y}$

Normálerő tervezési értéke

A normálerőhöz tartozó nyomatéki ellenállás tervezési értéke, **pl. határkülpontosság vagy teherbírási vonal alapján meghatározva**

MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Inplane and out-of-plan buckling

Külpontos és ferde külpontos nyomás

Külpontos nyomás

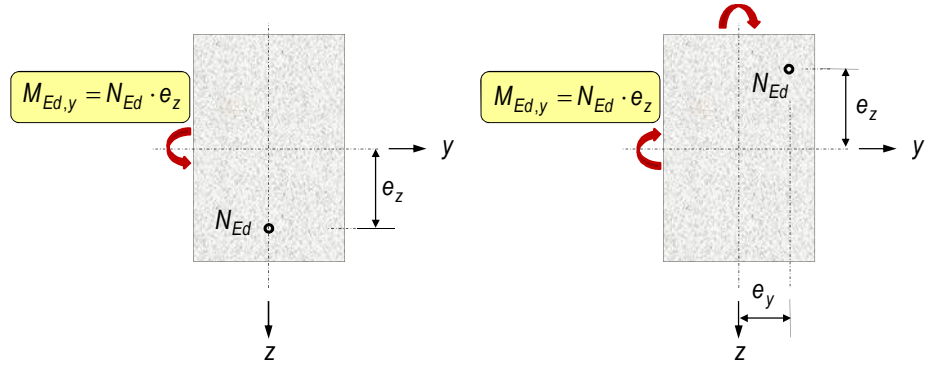
$M_{Ed,z} = 0$

$M_{Ed,y} = N_{Ed} \cdot e_z$

Ferde külpontos nyomás

$M_{Ed,z} = N_{Ed} \cdot e_y$

$M_{Ed,y} = N_{Ed} \cdot e_z$



MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1st level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának első szintje

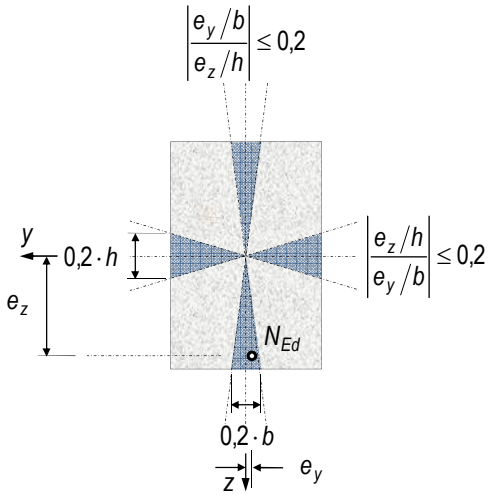
Ha a karcsúsági arányok kielégítik a következő két feltételt:

$$\frac{\lambda_y}{\lambda_z} \le 2 \qquad \frac{\lambda_z}{\lambda_y} \le 2$$

Továbbá (az ábra szerinti téglalap alakú keresztmetszetek esetén) az alábbi relatív külpontosságokra vonatkozó két feltétel egyike teljesül:

$$\frac{e_y}{e_z}\cdot\frac{b_{eq}}{h_{eq}} = \left|\frac{e_y/b}{e_z/h}\right| \le 0{,}2$$

$$\frac{e_z}{e_y}\cdot\frac{h_{eq}}{b_{eq}} = \left|\frac{e_z/h}{e_y/b}\right| \le 0{,}2$$



MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1st level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának első szintje

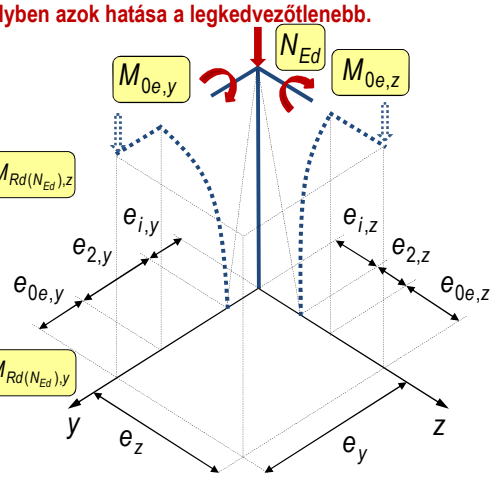
Akkor mindkét főirányban egymástól független vizsgálat végezhető. A méreteltéréseket csak abban az irányban kell figyelembe venni, amelyben azok hatása a legkedvezőtlenebb.

y irány vizsgálata:

$$e_y = \max\left\{\begin{array}{c} e_{0e,y} + e_{i,y} + e_{2,y} \\ \dfrac{M_{02,z}}{N_{Ed}} \\ e_{\min,y} \end{array}\right. \rightarrow M_{Ed,z} = N_{Ed}\cdot e_y \le M_{Rd(N_{Ed}),z}$$

z irány vizsgálata:

$$e_z = \max\left\{\begin{array}{c} e_{0e,z} + e_{i,z} + e_{2,z} \\ \dfrac{M_{02,y}}{N_{Ed}} \\ e_{\min,z} \end{array}\right. \rightarrow M_{Ed,y} = N_{Ed}\cdot e_z \le M_{Rd(N_{Ed}),y}$$



MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

Ha a karcsúsági arányok nem elégítik ki az előzőekben ismertetett két feltételt, azaz valamelyik, vagy egyik karcsúsági feltétel sem teljesül, továbbá a relatív külpontosságokra vonatkozó feltételek egyike sem teljesül, akkor a keresztmetszet ferde külpontos nyomásra történő pontosabb vizsgálatának hiányában a következő egyszerűsített követelmény alkalmazható:

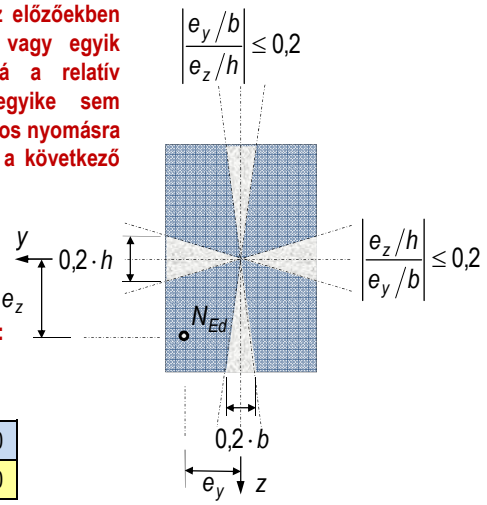
$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$

Ahol kör és ellipszis keresztmetszetek esetén:

$$a = 2$$

Téglalap keresztmetszetek esetén:

N_{ud}/N_{Ed}	0,10	0,40	0,70	0,85	1,00
a	1,00	125	1,50	1,75	2,00



MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

Ahol a

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$

összefüggésben szereplő mennyiségek:

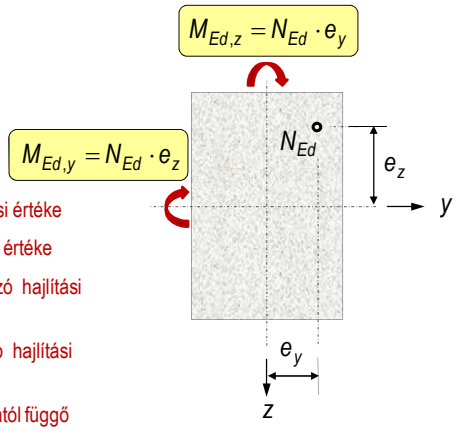
$M_{Ed,y}$ az ***y*** tengely körüli hajlítónyomaték tervezési értéke

$M_{Ed,z}$ a ***z*** tengely körüli hajlítónyomaték tervezési értéke

$M_{Rd(N_{Ed}),y}$ az ***y*** tengely körüli, N_{Ed} normálerőhöz tartozó hajlítási ellenállás tervezési értéke

$M_{Rd(N_{Ed}),z}$ a ***z*** tengely körüli, N_{Ed} normálerőhöz tartozó hajlítási ellenállás tervezési értéke

a a keresztmetszet normálerő kihasználtságától függő tényező



Ha N_{Ed} = 0, a ferde külpontos nyomás ferde hajlításba megy át!

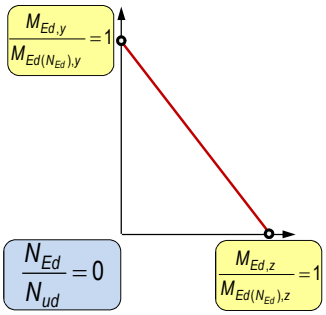
MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

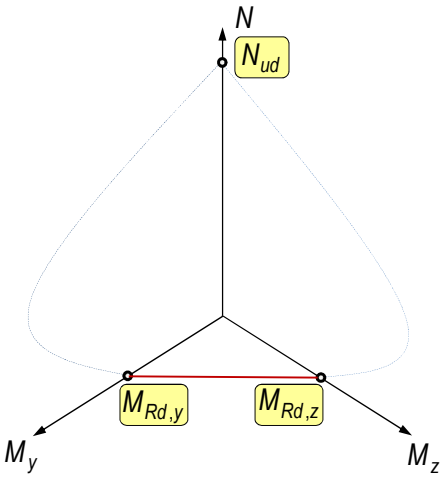
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$



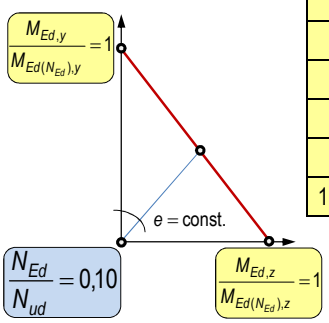


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

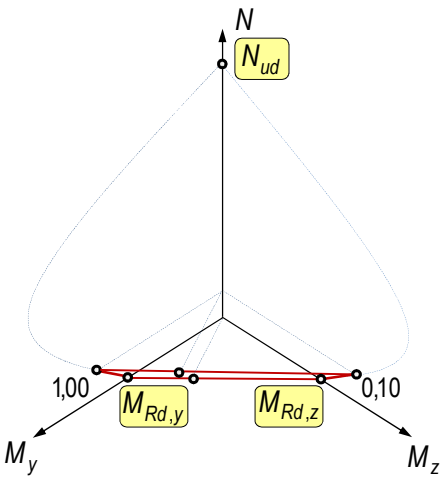
2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$



a	N_{Ed} / N_{ud}
1,00	0,10



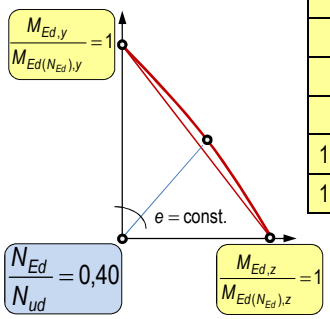
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

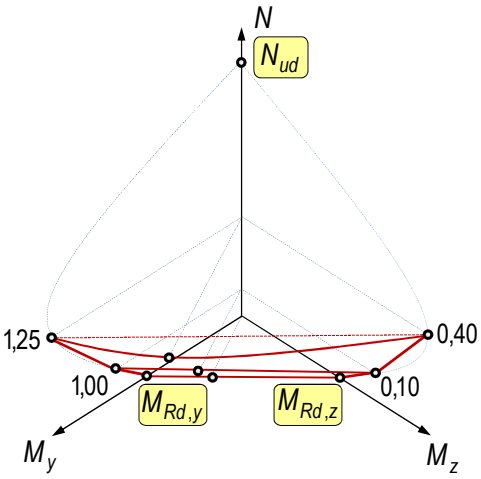
2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$

a	N_{Ed}/N_{ud}
1,25	0,40
1,00	0,10





 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

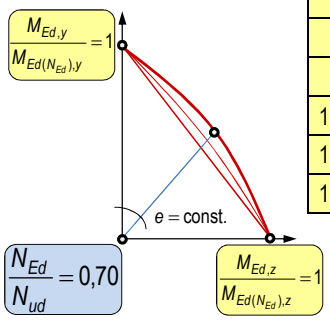
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

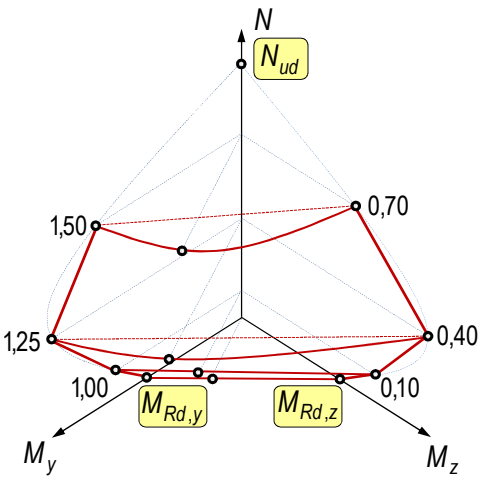
2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$

a	N_{Ed}/N_{ud}
1,50	0,70
1,25	0,40
1,00	0,10





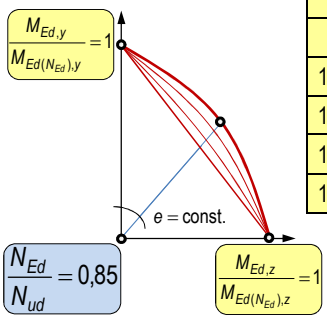
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

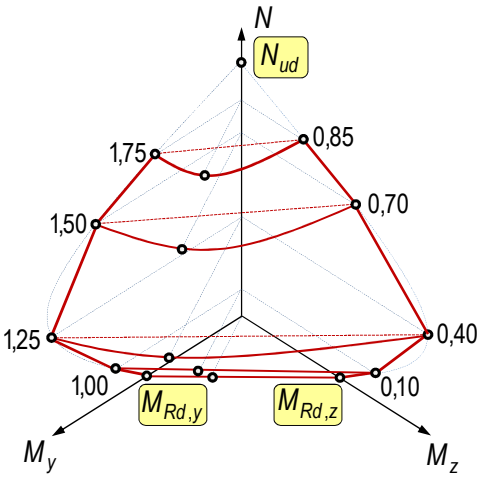
2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$



a	N_{Ed} / N_{ud}
1,75	0,85
1,50	0,70
1,25	0,40
1,00	0,10



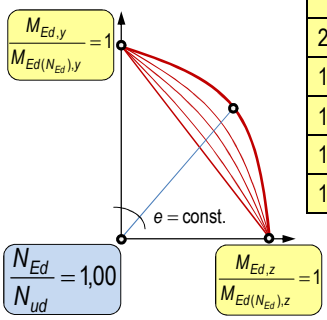
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

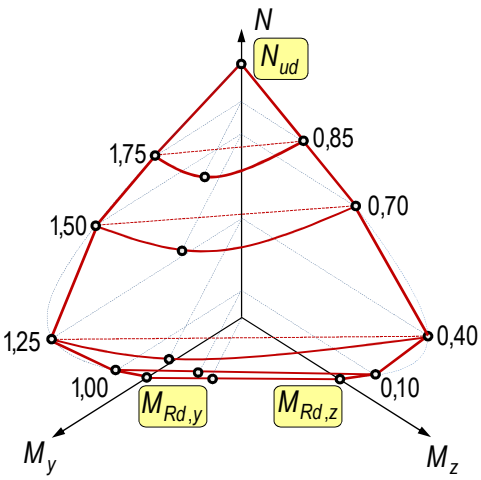
2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$



a	N_{Ed} / N_{ud}
2,00	1,00
1,75	0,85
1,50	0,70
1,25	0,40
1,00	0,10



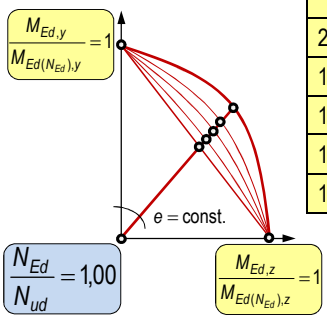
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

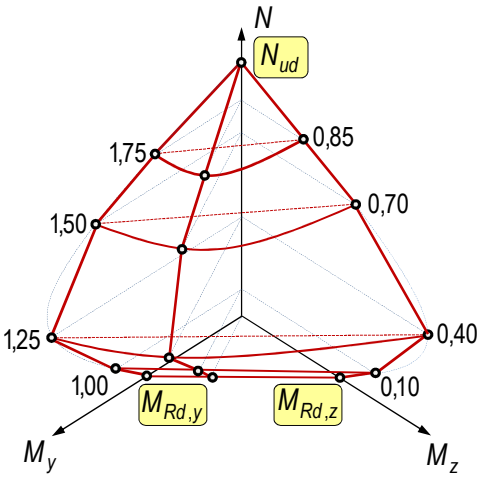
2nd level of approximation for out-of-plan buckling

Ferde külpontos nyomás vizsgálatának második szintje

$$\left(\frac{M_{Ed,y}}{M_{Rd(N_{Ed}),y}}\right)^a + \left(\frac{M_{Ed,z}}{M_{Rd(N_{Ed}),z}}\right)^a \le 1{,}00$$



a	N_{Ed} / N_{ud}
2,00	1,00
1,75	0,85
1,50	0,70
1,25	0,40
1,00	0,10



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IV./ IV. Előadás

Summary

Összefoglalás

Rugalmas rúd **kritikus ereje** – Rugalmas rúd **kihajlási hossza**

Vasbeton oszlopok osztályozása, kihajlási hosszak:
a) elkülöníthető oszlop, **b) szerkezetbe épített oszlop**
c) merevített szerkezet **oszlopa**, **d) merevítetlen** szerkezet **oszlopa**

Vasbeton oszlop **elsőrendű** és **másodrendű** hajlítónyomatékai

Vasbeton **oszlop külpontosságai** és azok figyelembe vétele:
elsőrendű külpontosság e_1
egyenértékű rúdvégi külpontosság e_{0e} + imperfekciókból származó külpontosság e_i
másodrendű külpontosság e_2
az oszlop görbeségéből származó külpontosság e_2

Vasbeton **oszlop igénybevételeinek tervezési értékei**:
Külpontos nyomás: N_{Ed}, M_{Ed}
Ferde külpontos nyomás: N_{Ed}, $M_{Ed,y}$, $M_{Ed,z}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

IV.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Oszlopok kihajlási hossza, külpontosságok, oszlopvizsgálat -

Köszönöm a figyelmet!



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

5. Előadás

Vasbeton keretszerkezetek
Igénybevételek közelítő és pontos meghatározása I.

V.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton keretszerkezetek – igénybevételek közelítő és pontos meghatározása I. -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

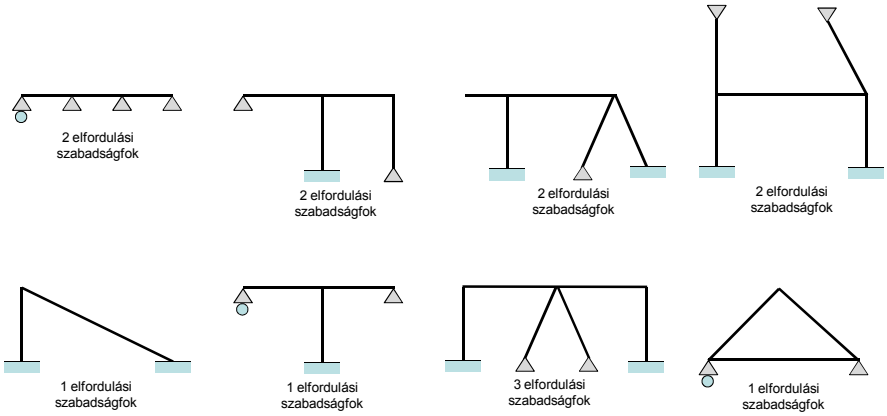
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frames

Vasbeton keretszerkezetek

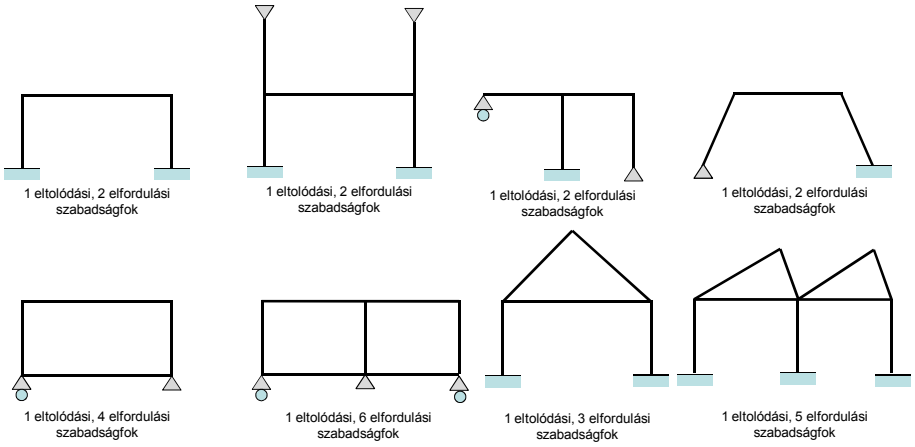
Nem kilendülő – fix – síkbeli keretek



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

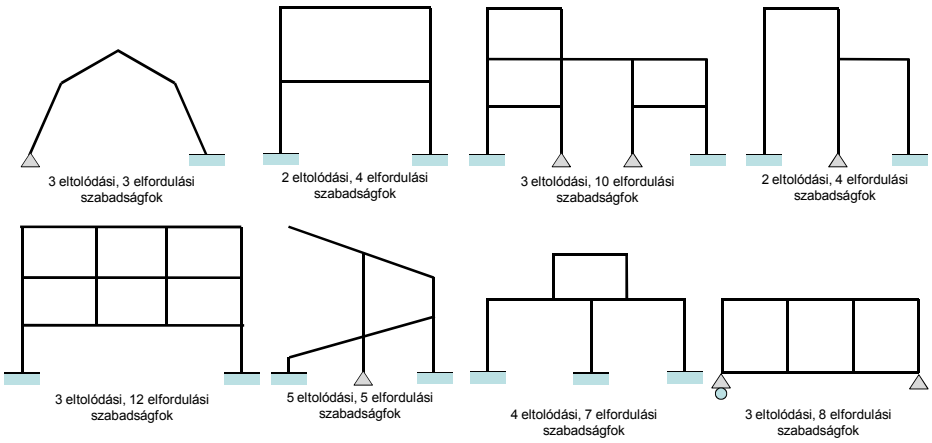
Egyszeresen kilendülő síkbeli keretek



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Többszörösen kilendülő síkbeli keretek

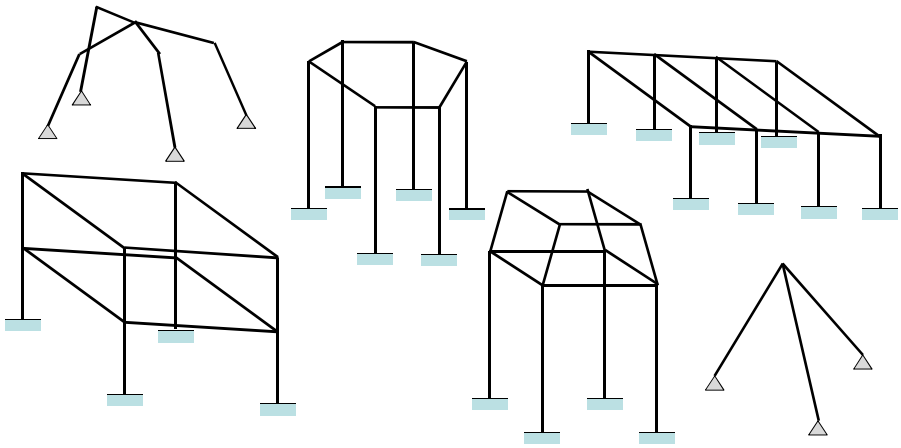


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Térbeli keretek

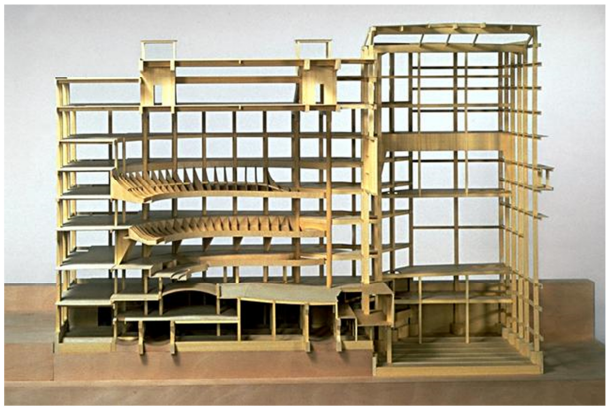


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Théâtre des Champs-Élysées, Párizs



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

The Frame Hotel / Villamoda Galleries, Dubai, Egyesült Arab Emirátus



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Előregyártott vasbeton keretszerkezetű lelátó





Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Előregyártott vasbeton keretszerkezetű csarnok építése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Előregyártott vasbeton keretszerkezetű csarnok építése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Előregyártott vasbeton keretszerkezetű csarnok építése



Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Monolit vasbeton keretszerkezetű épület építése



Reinforced concrete frames
Vasbeton keretszerkezetek

Monolit vasbeton keretszerkezetű épület építése

Keretváz üresen

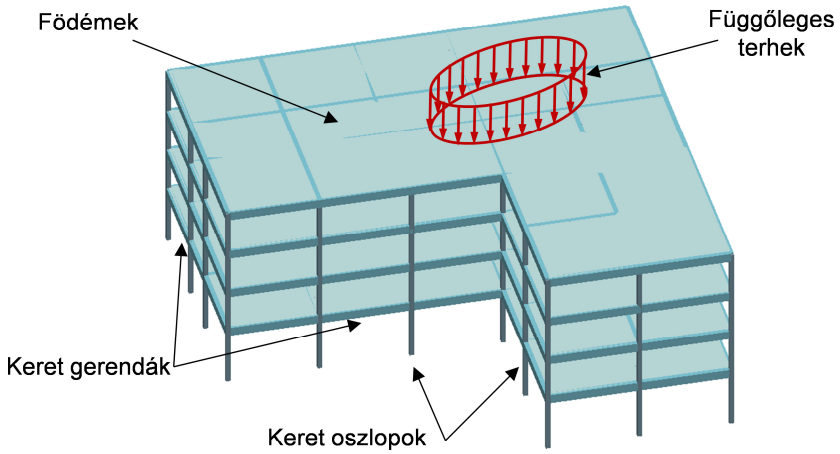


Keretváz kitöltő falazattal



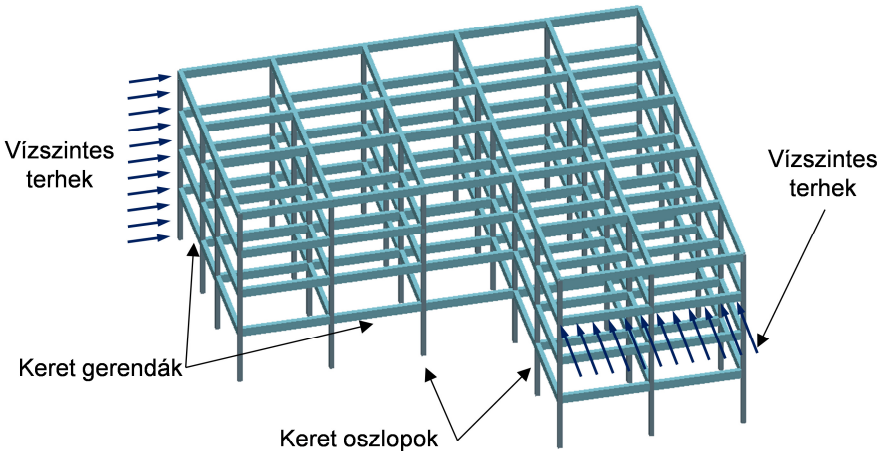
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frame building
Vasbeton keretszerkezetű épület



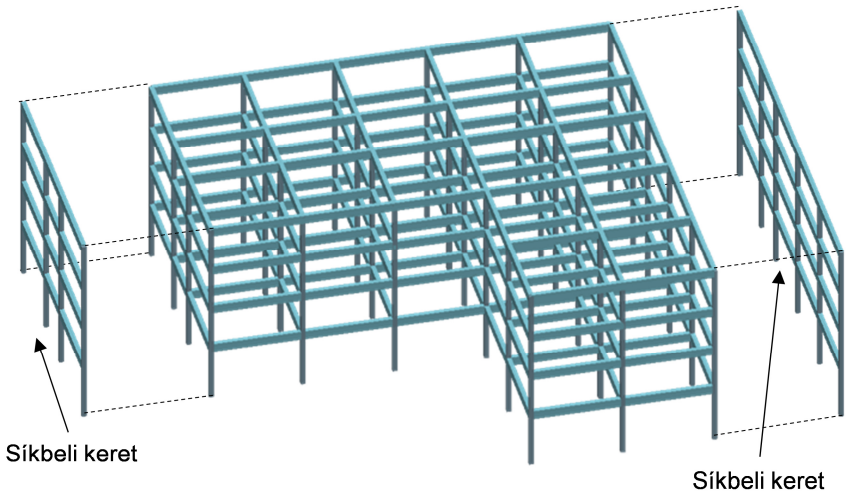
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frame building
Vasbeton keretszerkezetű épület



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced concrete frame building
Vasbeton keretszerkezetű épület

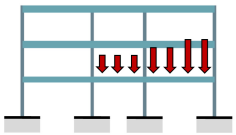


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Load of reinforced concrete frame
Vasbeton keretszerkezet terhei

Függőleges terhek



Állandó terhek:
szerkezetek, válaszfalak, rétegrend, gépészet, villamosság, álmennyezet, technológia, stb.

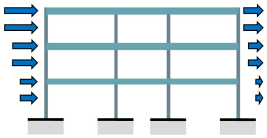
Födémek hasznos terhei:
funkciótól függő hasznos teher, zárófödémek hasznos terhei (járható, nem járható esetek), szerelési teher, stb.

Födémek meteorológiai terhei:
zárófödémek hóterhe

Szeizmikus terhek:
függőleges gyorsulásból származó földrengésteher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések függőleges terhei

Vízszintes terhek



Állandó terhek:
geometriai imperfekciókból (ferdeségből) származó vízszintes terhek

Meteorológiai terhek:
szélnyomás szélszívás, szélsurlódás

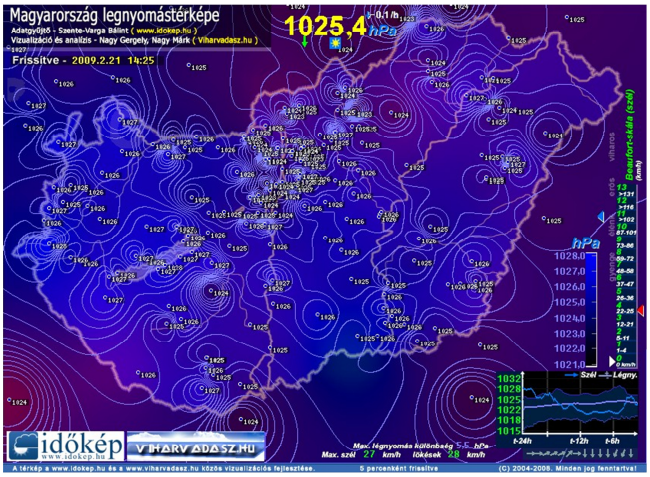
Szeizmikus terhek:
vízszintes gyorsulásból származó szeizmikus (földrengés) teher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések vízszintes terhei

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Atmospheric pressure map of Hungary (14:25 21.02.2009.)
Magyarország légnyomás térképe (2009.02.21. 14:25)

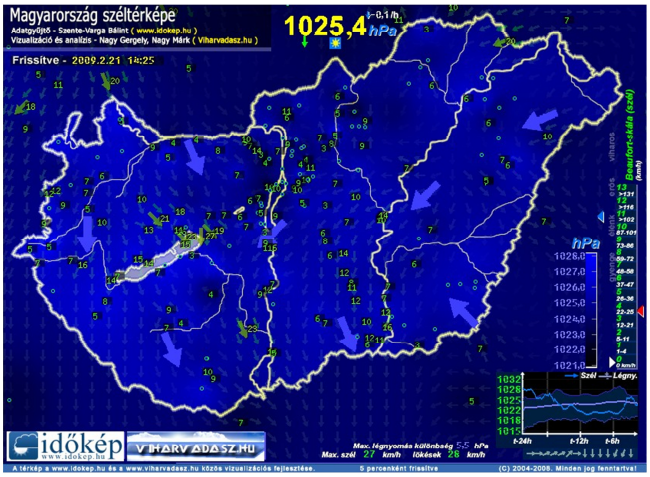


www.idokep.hu

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Wind map of Hungary (14:25 21.02.2009)

Magyarország széltérképe (2009.02.21. 14:25)



www.idokep.hu

Wind load – Mean wind speed

Szélteher – Átlagos szélsebesség

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b0}$$

v_b Az átlagos szélsebesség alapértéke terepszint felett **10 m** magasságban.

v_{b0} Az átlagos szélsebesség kiindulási értéke Magyarországon, mely a sík terepszint feletti 10 m-es magasságban, 10 perces időintervallumban mért értékek átlaga: $v_{b0} = 23{,}6$ m/s

c_{dir} Irányténye ző javasolt értéke **1**.

c_{season} Évszaktól függő tényező, javasolt értéke **1**.

Wind load – Mean wind speed as a function of *z*
Szélteher – Átlagos szélsebesség a magasság függvényében

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_b$$

$v_m(z)$ Az átlagos szélsebesség értéke a terepszint felett **z** magasságban.

$c_r(z)$ Érdességi tényező: $c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)$

Terepkategória		**I.**	**II.**	**III.**	**IV.**
Terepkitevő	$k_r = 0{,}19 \cdot \left(\frac{z_0}{z_{0,II}}\right)^{0{,}07}$	0,170	0,190	0,215	0,234
Felületi érdesség	z_0 [m]	0,01	0,05	0,30	1,00
Minimális magasság	z_{min} [m]	1	2	5	10

$c_0(z)$ Domborzati tényező (I-III kategóriák esetén).

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Wind load – Wind pressure
Szélteher – Torlónyomás

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_b^{\,2}$$

q_b A torlónyomás alapértéke.

v_b Az átlagos szélsebesség alapértéke terepszint felett **10 m** magasságban

ρ A levegő sűrűsége, $\rho = 1{,}25\ \text{kg/m}^3$

$$q_p(z) = [1 + 7 \cdot I_v(z)] \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_m^{\,2}(z)$$

$q_p(z)$ A torlónyomás csúcsértéke *z* magasságban.

$I_v(z)$ A szélsebesség ingadozásának variációs tényezője.

$v_m(z)$ Az átlagos szélsebesség értéke.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

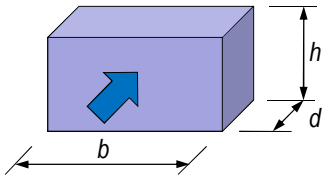
Wind load – External wind pressure on fertical surface
Szélteher – Külső felületi szélnyomás függőleges felületen

$$w_e = q_p(z) \cdot c_{pe}$$

$q_p(z)$ A torlónyomás csúcsértéke *z* magasságban.

c_{pe} A külső felületi nyomás alaki tényezője.

$\frac{h}{d}$	Széltámadta oldal		Szélárnyékos oldal	
	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$	$c_{pe,10}$	$c_{pe,1}$
≥ 5	+0,8	+1,0	-0,7	
1	+0,8	+1,0	-0,5	
≤ 0,25	+0,7	+1,0	-0,3	



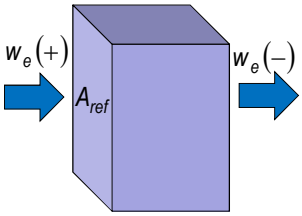
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Wind load – Wind load on external surface
Szélteher – Szélerő függőleges felületen

$$F_{we} = \sum w_e \cdot A_{ref}$$

w_e A külső felületi szélnyomás értéke függőleges felületen.

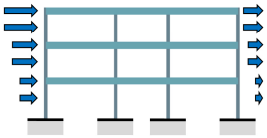
A_{ref} A referencia felület.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: Wind load – Ultimate limit state (ULS)

Vízszintes terhek : Szélteher figyelembe vétele – Teherbírási határállapot

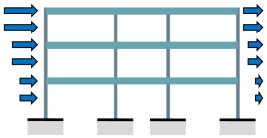


Tervezési helyzet	Állandó hatások		Független esetleges hatások		Rendkívüli vagy szeizmikus hatások
	Kedvezőtlen	Kedvező	Domináns	Többi	
Tartós, ideiglenes	$\gamma_{G,sup} \cdot G_k$	$\gamma_{G,inf} \cdot G_k$	$\gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}$	$\gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{ki}$	-
Rendkívüli	G_k		$\psi_{11} \cdot Q_{k1}$	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	A_d
Szeizmikus	G_k		-	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	A_{Ed}

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: Wind load – Serviceability limit state (SLS)

Vízszintes terhek : Szélteher figyelembe vétele – Használhatósági határállapot



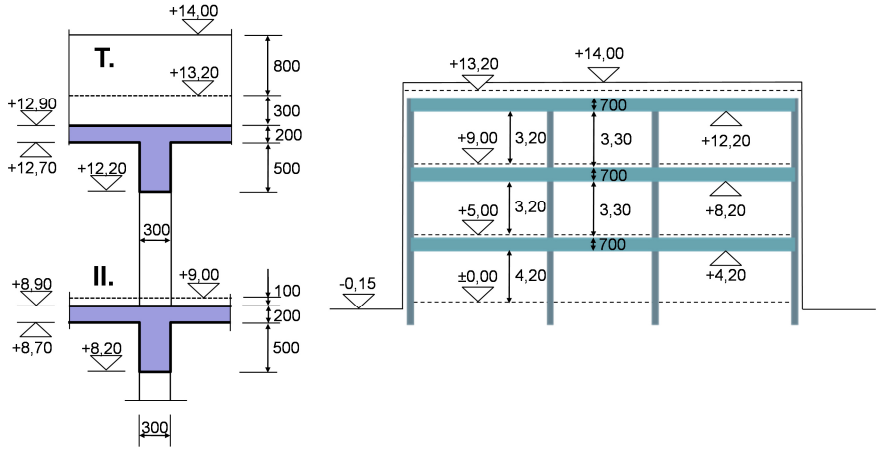
Hatáskombináció	Állandó hatások	Független esetleges hatások	
		Domináns	Többi
Kvázi-állandó	G_{kj}	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	
Gyakori		$\psi_{11} \cdot Q_{k1}$	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$
Karakterisztikus		Q_{k1}	$\psi_{0i} \cdot Q_{ki}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load – geometry of beams

1. Példa: Szélteher meghatározása – gerendák méretfelvétele

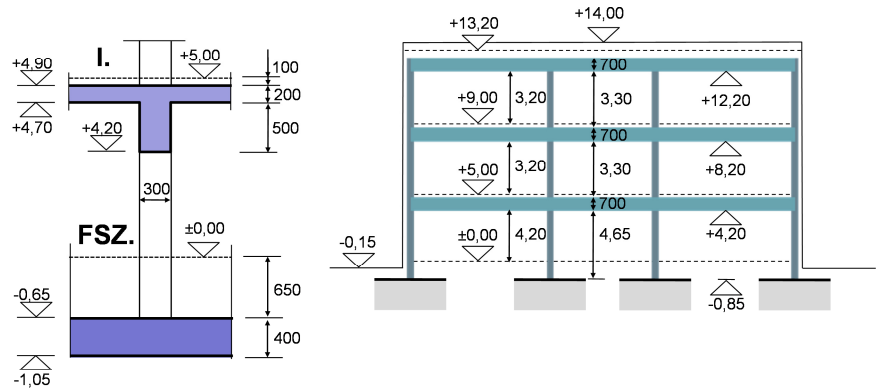


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load – geometry of foundation

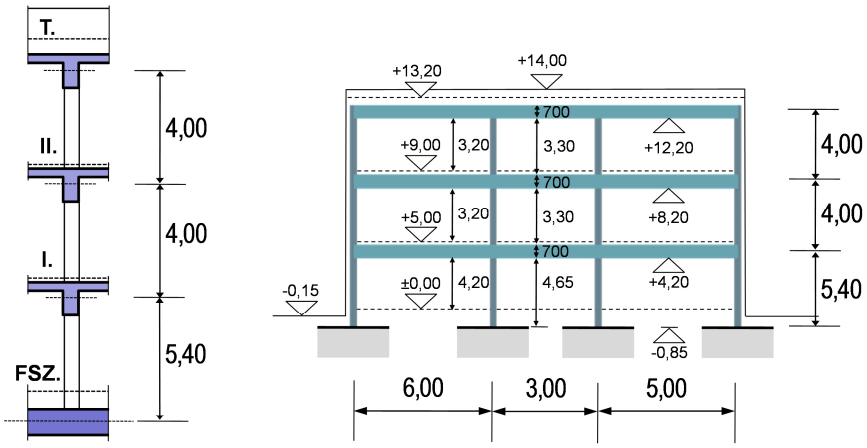
1. Példa: Szélteher meghatározása – alapozás méretfelvétele



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load – geometry of frame

1. Példa: Szélteher meghatározása – keret statikai váza

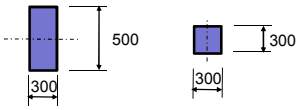


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load – geometry of frame

1. Példa: Szélteher meghatározása – keret statikai váza

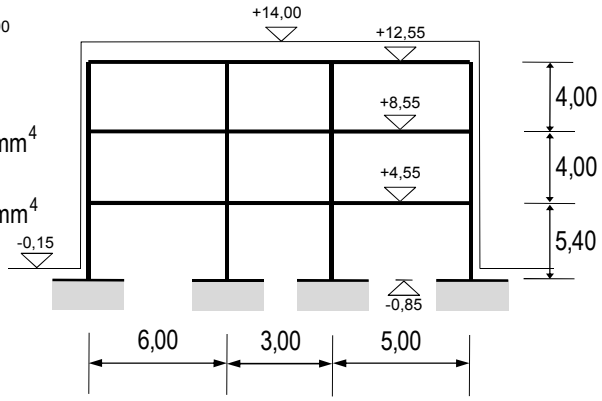
Gerenda Oszlop



$$I_{beam} \approx \frac{700^3 \cdot 300}{12} = 8{,}575 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$I_{column} \approx \frac{300^3 \cdot 300}{12} = 0{,}675 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$\frac{I_{beam}}{I_{column}} \approx \frac{8{,}575 \cdot 10^9}{0{,}675 \cdot 10^9} \approx 12{,}70$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Terepkategória, torlónyomás, külső nyomási tényező -

Terepkategória: 0 (Nyílt terep)

Terepszint feletti magasság: +14,15 m

Torlónyomás:

Terepszint feletti magasság	Terep beépítési kategória
	I.
$z\,[\mathrm{m}]$	$q_p(z)\,[\mathrm{kN/m^2}]$
14	1,035
14,15	**1,035**
15	1,050

Külső nyomási tényezők:

$$\frac{h}{d} \approx \frac{14{,}15}{14{,}50} \approx 1{,}00$$

Széltámadta oldalon: $c_{pe,10} = +0{,}80$

Szélárnyékos oldalon: $c_{pe,10} = -0{,}50$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

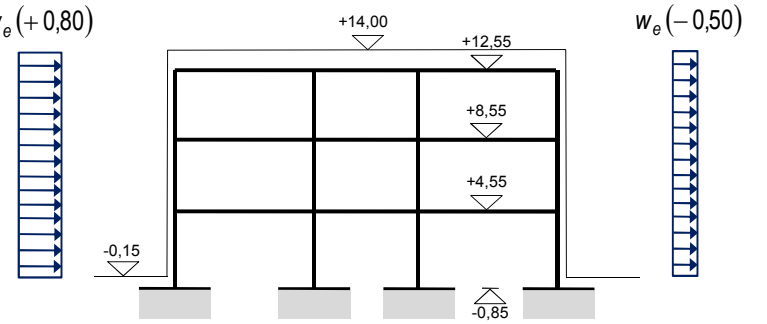
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Külső felületi szélnyomás és szélszívás -

Külső felületi szélnyomás: $w_e(+0{,}80)$

Külső felületi szélszívás: $w_e(-0{,}50)$



$$w_e(+0{,}80) = \begin{pmatrix} q_p(z)\cdot c_{pe,10} \\ 1{,}035\cdot 0{,}80 \end{pmatrix} = 0{,}828\ \mathrm{kN/m^2}$$

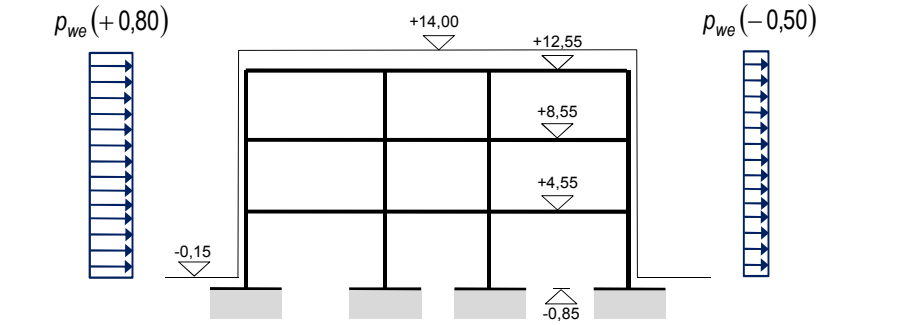
$$w_e(-0{,}50) = \begin{pmatrix} q_p(z)\cdot c_{pe,10} \\ 1{,}035\cdot 0{,}50 \end{pmatrix} = 0{,}518\ \mathrm{kN/m^2}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Közbenső keretre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe -

Keretre redukált külső felületi szélnyomás: Keretre redukált külső felületi szélszívás:

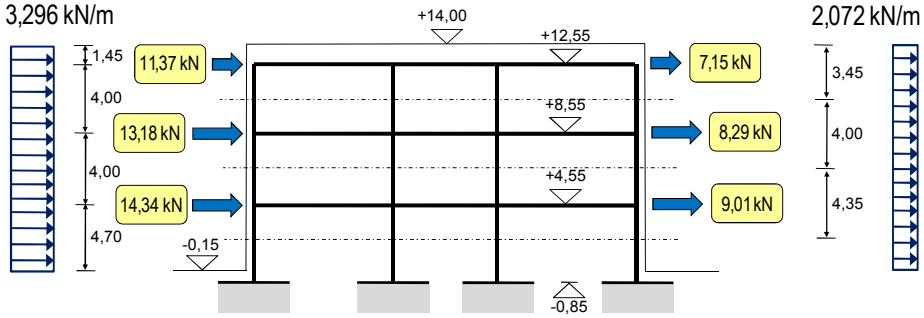


$$p_{we} = \begin{pmatrix} w_e(+0,80) \cdot d_{frame} \\ 0,828 \cdot 4,00 \end{pmatrix} = 3,296 \text{ kN/m} \qquad p_{we} = \begin{pmatrix} w_e(-0,50) \cdot d_{frame} \\ 0,518 \cdot 4,00 \end{pmatrix} = 2,072 \text{ kN/m}$$

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe -

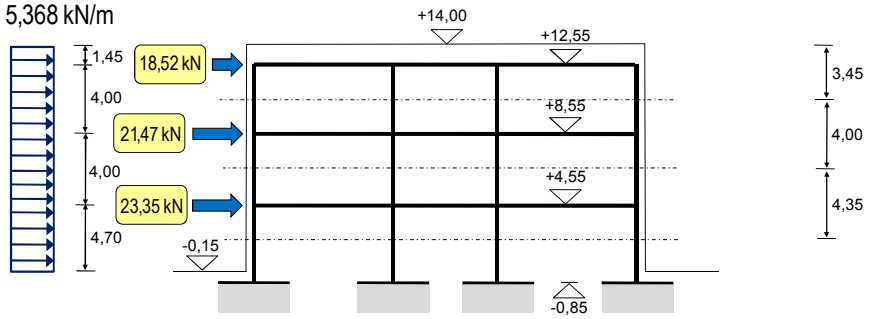
Külső felületi szélnyomás terhe szintenként: Külső felületi szélszívás terhe szintenként:



Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Karakterisztikus érték $P_{we,i}$ [kN]

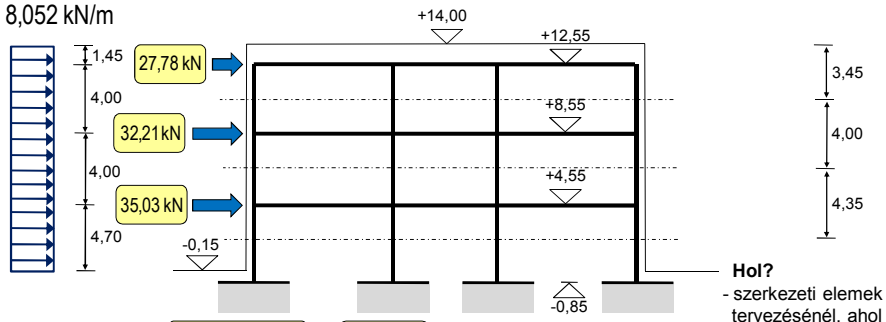


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Teherbírási határállapot – Tartós és ideiglenes tervezési helyzet – Szélteher domináns



$\gamma_Q \cdot P_{we,i}$ [kN] $\gamma_Q = 1{,}5$

Függőleges teherhordó szerkezetek hajlítónyomatékaira lehet mértékadó!

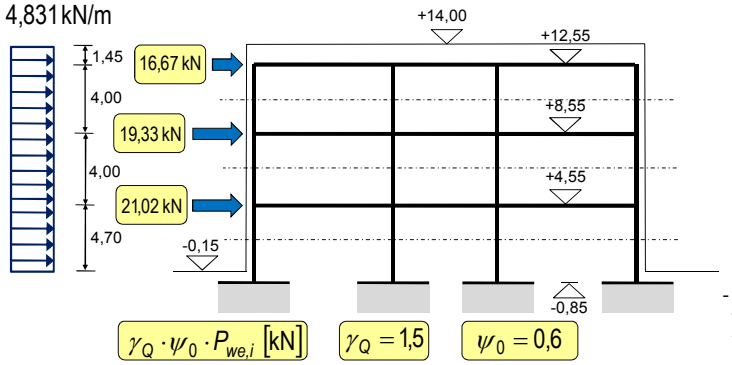
Hol?
- szerkezeti elemek tervezésénél, ahol a vizsgált elemet érő hatások közül a szélteher a domináns

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Teherbírási határállapot – Tartós és ideiglenes tervezési helyzet – Szélteher nem domináns



$\gamma_Q \cdot \psi_0 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\gamma_Q = 1{,}5$ $\psi_0 = 0{,}6$

Jellemzően a vízszintes teherhordó szerkezetek hasznos terhei a meghatározók!

Hol?
- szerkezeti elemek tervezésénél, ahol a vizsgált elemet érő hatások közül nem a szélteher a domináns teher

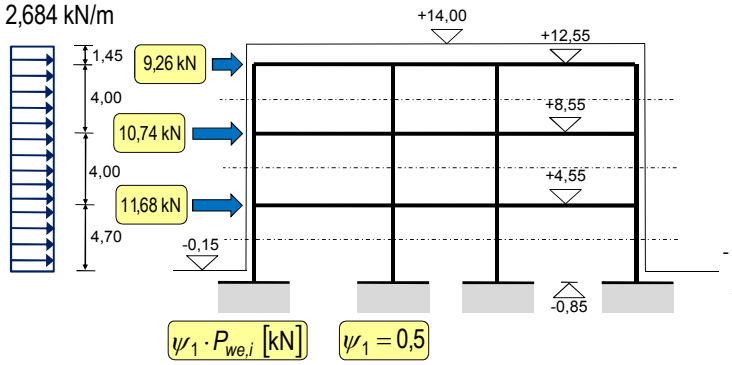
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Teherbírási határállapot – Rendkívüli tervezési helyzet – Szélteher fő esetleges teher



$\psi_1 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\psi_1 = 0{,}5$

Függőleges teherhordó szerkezetek hajlítónyomatékaira lehet mértékadó!

Hol?
- szerkezeti elemek rendkívüli hatásokra való méretezésénél, ahol a vizsgált elemet érő hatások közül a szélteher a fő esetleges teher

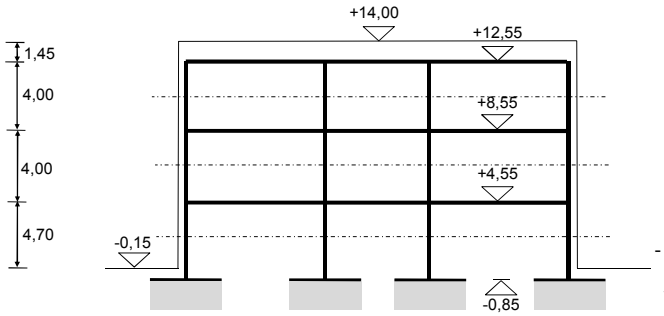
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Teherbírási határállapot – Rendkívüli tervezési helyzet – Szélteher nem fő esetleges teher



$\psi_2 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\psi_2 = 0$

Tehát a szél hatását ebben a kombinációban nem kell figyelembe venni!

Hol?
- szerkezeti elemek rendkívüli hatásokra való méretezésénél, ahol a vizsgált elemet érő hatások közül nem a szélteher a fő esetleges teher

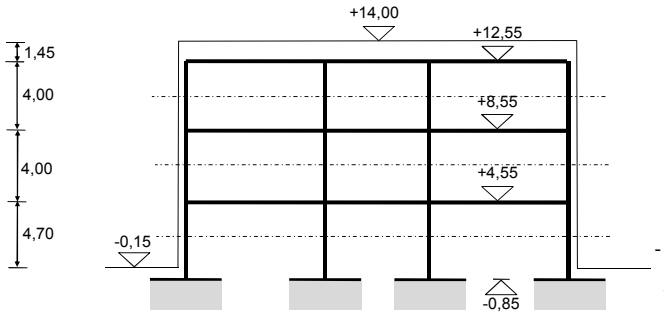
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Teherbírási határállapot – Szeizmikus tervezési helyzet – Szélteher esetleges teher



$\psi_2 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\psi_2 = 0$

Tehát a szél hatását ebben a tervezési helyzetben nem kell figyelembe venni!

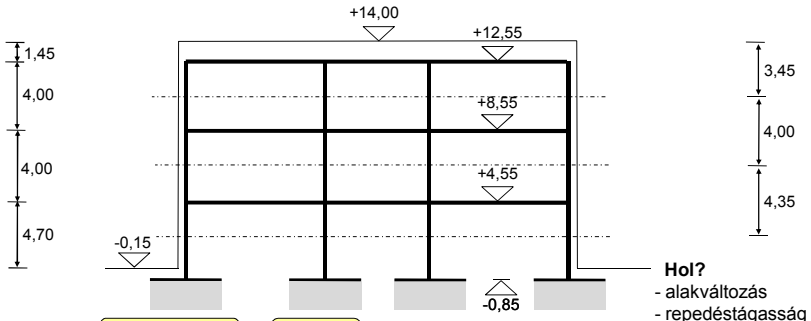
Hol?
- szerkezeti elemek szeizmikus hatásokra való méretezésénél, ahol a vizsgált elemet érő hatások közül a szélteher az egyik esetleges teher

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Használhatósági határállapot – Kvázi-állandó kombináció



Hol?
- alakváltozás
- repedéstágasság

$\psi_2 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\psi_2 = 0$

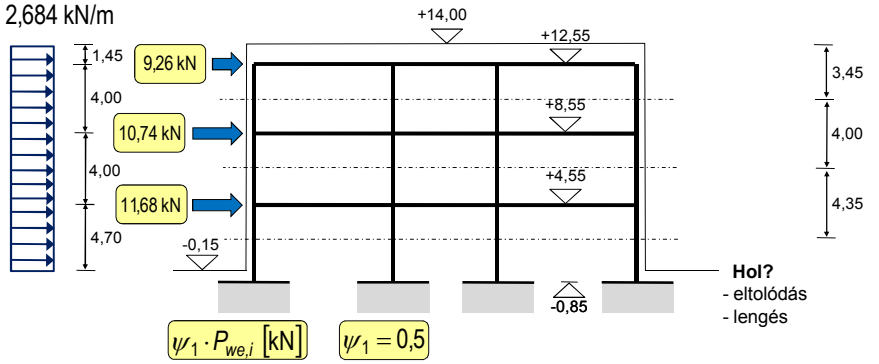
Tehát a szél hatását ebben a kombinációban nem kell figyelembe venni!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Használhatósági határállapot – Gyakori kombináció – Szélteher domináns



Hol?
- eltolódás
- lengés

$\psi_1 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\psi_1 = 0{,}5$

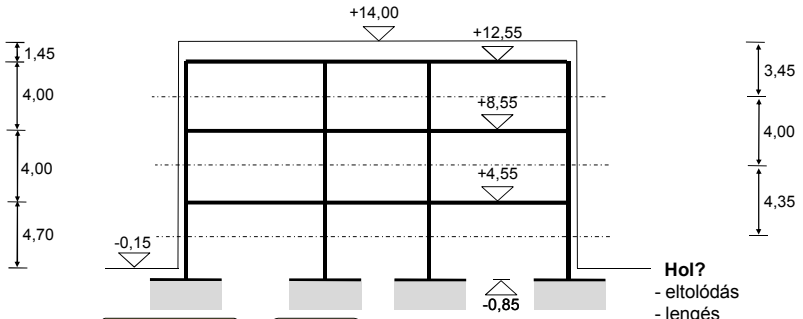
Tehát a szél hatása ebben a kombinációban meghatározó, hiszen további vízszintes terhek nem lépnek fel!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Használhatósági határállapot – Gyakori kombináció – Szélteher nem domináns



Hol?
- eltolódás
- lengés

$\psi_2 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\psi_2 = 0$

Tehát a szél hatását ebben a kombinációban nem kell figyelembe venni!

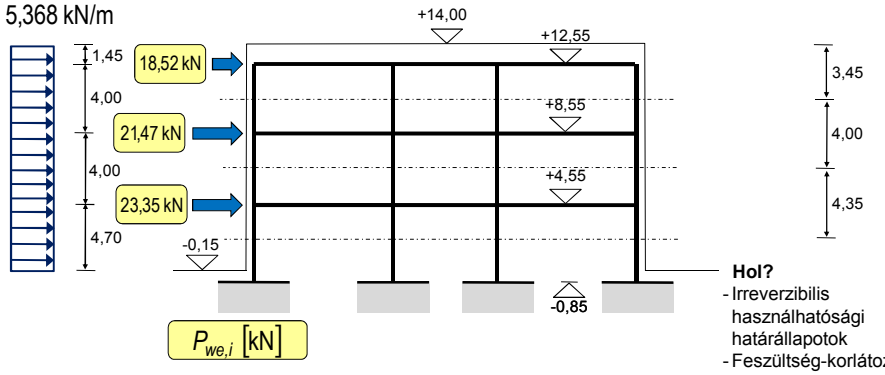
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Használhatósági határállapot – Karakterisztikus kombináció – Szélteher domináns



Hol?
- Irreverzibilis használhatósági határállapotok
- Feszültség-korlátozási vizsgálatok

$P_{we,i}$ [kN]

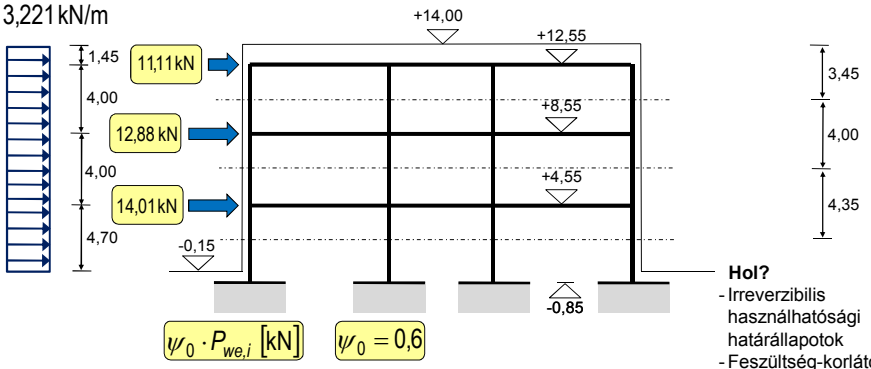
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture V. / V. Előadás

Example 1 – Determination of wind load
1. Példa: Szélteher meghatározása

- Szintekre redukált külső felületi szélnyomás és szélszívás terhe egy oldalon -

Használhatósági határállapot – Karakterisztikus kombináció – Szélteher nem domináns



$\psi_0 \cdot P_{we,i}$ [kN] $\quad \psi_0 = 0{,}6$

Tehát a szél hatása ebben a kombinációban meghatározó, hiszen további vízszintes terhek nem lépnek fel!

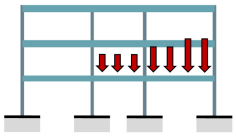
Hol?
- Irreverzibilis használhatósági határállapotok
- Feszültség-korlátozási vizsgálatok

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture V. / V. Előadás

Load of reinforced concrete frame
Vasbeton keretszerkezet terhei

Függőleges terhek



Állandó terhek:
szerkezetek, válaszfalak, rétegrend, gépészet, villamosság, álmennyezet, technológia, stb.

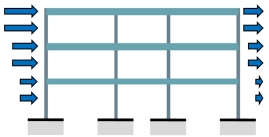
Födémek hasznos terhei:
funkciótól függő hasznos teher, zárófödémek hasznos terhei (járható, nem járható esetek), szerelési teher, stb.

Födémek meteorológiai terhei:
zárófödémek hóterhe

Szeizmikus terhek:
függőleges gyorsulásból származó földrengésteher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések függőleges terhei

Vízszintes terhek



Állandó terhek:
geometriai imperfekciókból (ferdeségből) származó vízszintes terhek

Meteorológiai terhek:
szélnyomás szélszívás, szélsurlódás

Szeizmikus terhek:
vízszintes gyorsulásból származó szeizmikus (földrengés) teher

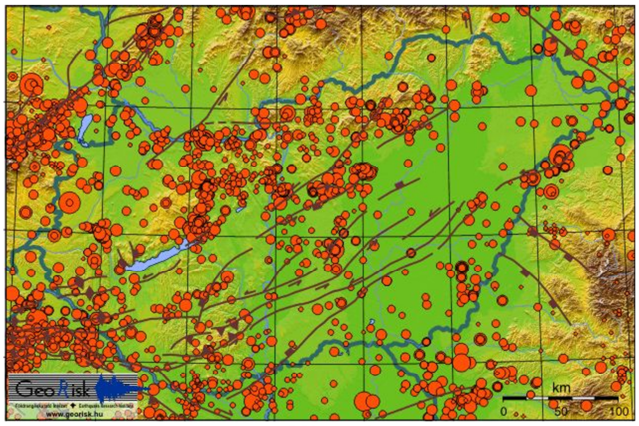
Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések vízszintes terhei

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Horizontal loads: Seizmic load – Earthquake - Hungary
Vízszintes terhek: Szeizmikus teher – Földrengés - Magyarország

- Földrengések és törésvonalak Magyarországon (Kr.u 456 - 2004) -



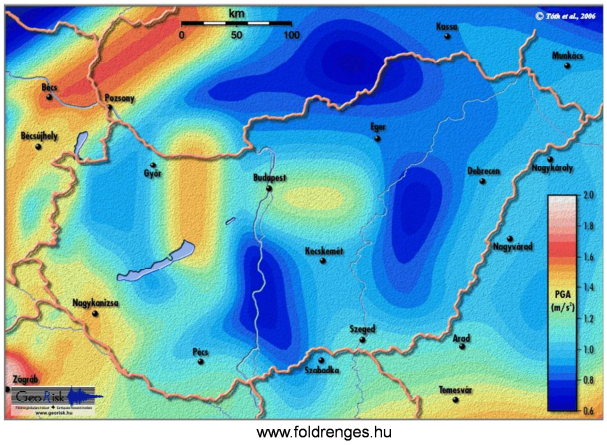
www.foldrenges.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Horizontal loads: Seizmic load – Earthquake - Hungary
Vízszintes terhek: Szeizmikus teher – Földrengés - Magyarország

- Magyarország földrengés veszélyeztetettsége -



Horizontális gyorsulás értéke 50 évre, 10% meghaladási valószínűség mellett (1/475 év gyakoriság) az alapkőzeten, [m/s^2]

www.foldrenges.hu

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Earthquake – Basic requirement for buildings

Földrengés – Épületekkel szemben támasztott alapkövetelmények

MSZ EN 1998-1:2005 Eurocode 8
Tartószerkezetek földrengésállóságának tervezése
1-1. rész: Általános szabályok

- El kell kerülni az emberi élet kioltását, még **nagy**, **ritkán bekövetkező** földrengés esetén is!
- Korlátozni kell a bekövetkező károkat, **közepes**, **gyakran bekövetkező** földrengés esetén!
- Biztosítani kell a létfontosságú épületek (kórházak, tűzoltóság, erőművek) használhatóságát!
- Az épületnek eleget kell tennie a teherbírási – **no-collapse requirement** – követelménynek!
- Az épületnek eleget kell tennie a korlátozott károk – **damage limitation requirement** – követelménynek!

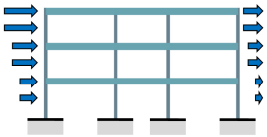
No-collapse requirement: Károsodhat, de nem dőlhet össze olyan földrengés hatására melynek túllépési valószínűsége **50 év** alatt **10%** (475 éves gyakoriság).
Damage limitation requirement: Nem károsodhat jelentősen olyan földrengés hatására, melynek túllépési valószínűsége **10 év** alatt **10%** (95 éves gyakoriság)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: Seizmic load – Earthquake

Vízszintes terhek: Szeizmikus teher – Földrengés figyelembe vétele

- Teherbírási határállapot -



Tervezési helyzet	Állandó hatások		Független esetleges hatások		Rendkívüli vagy szeizmikus hatások
	Kedvezőtlen	Kedvező	Domináns	Többi	
Tartós, ideiglenes	$\gamma_{G,sup} \cdot G_k$	$\gamma_{G,inf} \cdot G_k$	$\gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}$	$\gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{ki}$	-
Rendkívüli	G_k		$\psi_{11} \cdot Q_{k1}$	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	A_d
Szeizmikus	G_k		-	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	A_{Ed}

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: Horizontal acceleration due to earthquake

Vízszintes terhek: Földrengés okozta vízszintes gyorsulás

$$a_g = \gamma_I \cdot a_{gR}$$

γ_I Épületfontossági tényező

a_{gR} A vízszintes gyorsulás kiindulási értéke, az alapkőzeten megadott maximális gyorsulás

Fontossági kategória	γ_I
Igen fontos létesítmény (pl. kórház, tűzoltóság) **(IV. osztály)**	1,4
Nagy forgalmú létesítmény (pl. pályaudvar, irodaház, színház) **(III. osztály)**	1,2
Normál lakó és középület (II. osztály)	**1,0**
Alárendeltebb épületek (pl. mezőgazdasági, ideiglenes) **(I. osztály)**	0,8

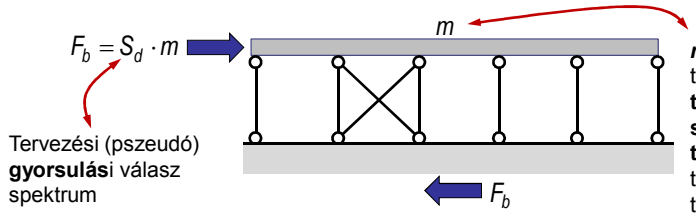
1. Zóna: Nincs
(a_{gR} = 0,04·g)
2. Zóna: Békés, Borsod-Abaúj-Zemplén, Csongrád, Hajdú-Bihar, Jász-Nagykun-Szolnok, Nógrád, Szabolcs-Szatmár-Bereg, Tolna
(a_{gR} = 0,06·g)
3. Zóna: Baranya, Bács-Kiskun, Fejér, Győr-Sopron, Heves, Pest, Somogy, Vas, Veszprém, Zala
(a_{gR} = 0,08·g)
4. Zóna: Komárom
(a_{gR} = 0,10·g)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: Seizmic load – Base shear force

Vízszintes terhek: Szeizmikus teher – Teljes földrengési teher

- Teherbírási határállapot – No-collaps requirement -



Tervezési (pszeudó) **gyorsulási** válasz spektrum

m tömeget a **födém** tömege, a **függőleges teherhordó szerkezetek tömegének fele**, továbbá a szeizmikus tervezési helyzetben figyelembe vett **esetleges terhek tömegben kifejezett összege** adja

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Seizmic load – Design acceleration spektrum
Szeizmikus teher – Tervezési gyorsulási válasz spektrum

A tervezési gyorsulási válaszspektrum S_d egy adott tömeg várható vízszintes gyorsulását adja meg, értéke függ:

- A tervezett **épület fontosság**ától.
- A tervezési terület **szeizmicitás**ától.
- Az épület alatti **talaj**tól.
- Az **épület merevség**étől, amit az épület **szabad rezgésideje (sajátrezgési periódusidő)** alapján veszünk figyelembe
- Az épület energia elnyelő és alakváltozási képességétől, **duktilitás**ától.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of design acceleration spektrum
A tervezési gyorsulási válasz spektrum meghatározása

Rezgésidő szerinti tartomány	A tervezési gyorsulási válasz spektrum S_d
$0 \le T \le T_B$	$a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2{,}5}{q} - \frac{2}{3}\right)\right]$
$T_B \le T \le T_C$	$a_g \cdot S \cdot \frac{2{,}5}{q}$
$T_C \le T \le T_D$	$\max\left\{a_g \cdot S \cdot \frac{2{,}5}{q} \cdot \frac{T_C}{T}, 0{,}2 \cdot a_g\right\}$
$T_D \le T$	$\max\left\{a_g \cdot S \cdot \frac{2{,}5}{q} \cdot \frac{T_C \cdot T^D}{T^2}, 0{,}2 \cdot a_g\right\}$

a_g A vízszintes tervezési gyorsulás maximális értéke
S Az épület alatti talaj minőségét megadó un. talajminőségi tényező
T_B, T_C, T_D A tervezési gyorsulási válaszspektrum függvényének töréspontjaihoz tartozó rezgésidők
q Az épület képlékeny viselkedési jellemzőit összefoglaló un. viselkedési tényező
T A szabad rezgést végző szerkezet sajátrezgési periódusideje

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Soil classes
Talajosztályok értelmezése

Talaj osztály	Talaj rövid leírása, jellemzői
A	Szikla, max. 5 m vastagságú gyengébb talajréteggel felette.
B	Tömör homok, kavics vagy kemény agyag min. több 10 m vastagságban, a mélységgel javuló tulajdonságokkal.
C	Tömör vagy közepesen tömör homok, kavics, vagy gyengébb agyag, több 10 m vagy 100 m vastagságban .
D	Laza vagy közepesen tömör kohézió nélküli talaj, puhától közepesig terjedő kohéziós talaj.
E	Merevebb talajon rétegződő, C és D típusú rétegekkel kialakult talaj, felszínen üledékes réteggel.
S_1	Magas víztartalmú puha agyag
S_2	Folyósodásra hajlamos talaj

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Soil factors and acceleration times
Talajosztályokhoz tartozó minőségi tényezők és rezgésidők

1. típusú földrengés				
Talaj osztály	S	T_B	T_C	T_D
A	1,00	0,15	0,40	2,00
B	1,20	0,15	0,50	
C	1,15	0,20	0,60	
D	1,35	0,20	0,80	
E	1,40	0,15	0,50	

2. típusú földrengés				
Talaj osztály	S	T_B	T_C	T_D
A	1,00	0,05	0,25	1,20
B	1,35	0,05	0,25	
C	1,50	0,10	0,25	
D	1,80	0,10	0,30	
E	1,60	0,05	0,25	

S_1, S_2 Ilyen talajok esetén a talaj minőségi tényezőt és a tervezési válaszspektrum függvény töréspontjainak koordinátáit kísérleti úton kell meghatározni

Megjegyzés: Az Eurocode 8 által megadott két földrengés típus közül Magyarország a végleges alkalmazási dokumentumban valószínűleg csak az **1. típusú földrengést** fogja bevezetni. Részletes vizsgálat esetén a két földrengés alapján számított nagyobbik érték biztonsággal használható.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Plastic behaviour factor
Viselkedési tényező

Épülettípus	***q***
Falazott épület	1,5
Vasbeton épület	2,0
Faszerkezetű épület	1,5
Hengerelt szelvényekből álló acélvázas épület	2,5
Vékonyfalú acélszerkezet	1,5

Megjegyzés: Az Eurocode 8 viselkedési tényezője az épület tartószerkezeteinek képlékeny viselkedését veszi figyelembe, horizontális értéke külön vizsgálat nélkül **1,5**-re bármilyen szerkezet esetén alkalmazható. Ettől nagyobb értékek esetén a tartószerkezeti elemek képlékeny alakváltozási képességének részletes vizsgálata szükséges, amit az EC-8 **"capacity design"-**ként ismertet. Fenti táblázat a Magyar Mérnöki Kamara által kiadott Méretezés földrengésre az európai elvek figyelembe vételével c. **TT-TS 4 2003** sorszámú kiadványában található meg.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Acceleration time
Sajátrezgési periódusidő

Szabad rezgést végző 40 m-nél alacsonyabb épületek legkisebb T sajátrezgési periódusidejének becslésére az EC-8 az alábbi összefüggést javasolja:

$$T = C_t \cdot H^{3/4}$$

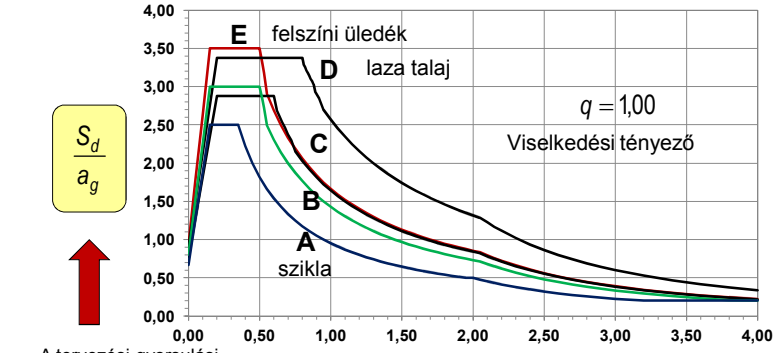
Épülettípus	C_t
Merevítetlen acél keretszerkezetek esetén	0,085
Vasbeton keretszerkezetek, külpontosan merevített acél keretszerkezetek esetén (merevítő és tartószerkezeti rendszerek kapcsolatainál a szilárdsági tengelyek nem egy pontban metszik egymást)	0,075
Központosan merevített acél keretszerkezetek és minden egyéb szerkezet esetén	0,050
Falazott szerkezetekre javasolt érték (EC-8 nem szabályozza)	0,025

H Az épület magassága méterben.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design acceleration spektrum vs. acceleration time

Tervezési gyorsulási válasz spektrum – sajátrezgési periódusidő



A tervezési gyorsulási válaszspektrum és a vízszintes tervezési gyorsulás maximális értékének hányadosa

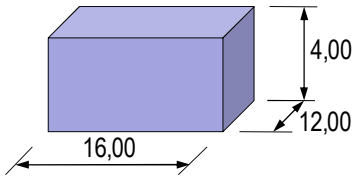
A szerkezet sajátrezgési periódusideje $T\,[s]$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2: Determination of basic shear force – no-collaps requirement

2. Példa: Teljes földrengési teher – teherbírási követelmények

Határozzuk meg a vázolt tömegű, **egyszintes lakóépület** teljes földrengési terhét, ha az épület Szombathelyen épül, **laza közepes kohézió**val jellemezhető altalajon, **falazott** függőleges teherhordó szerkezetként!



1. Épület tömegének meghatározása teheradatok alapján

Födémszerkezet tömegének karakterisztikus értéke:	1600 kg/m²
Födém hasznos terhének karakterisztikus értéke:	200 kg/m²
Hasznos teher kvázi-állandó teherszint tényezője (ψ_2):	0,3
Szélteher nem kiemelt esetleges teher így nem vesszük figyelembe.	
Falszerkezet tömegének karakterisztikus értéke:	300 kg/m²

$$m = 16 \cdot 12 \cdot 1600 + 2 \cdot (16 + 12) \cdot 2 \cdot 300 + 0{,}3 \cdot 16 \cdot 12 \cdot 200 = \boxed{352320\,\text{kg}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2: Determination of basic shear force – no-collaps requirement

2. Példa: Teljes földrengési teher – teherbírási követelmények

2. Szeizmicitás meghatározása

Az épület a **Vas megyei Szombathelyen** épül, így a terület szeizmicitási besorolása alapján a **3. zónába** tartozik. A vízszintes gyorsulás kiindulási értéke, az alapkőzeten megadott maximális gyorsulás alapján számítható:

$$a_{gR} = 0{,}08 \cdot g = 0{,}08 \cdot 10 = 0{,}80 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

3. Épületfontossági tényezőjének meghatározása

Az épület **közönséges lakóépület**, így a vízszintes tervezési gyorsulás meghatározásához szükséges épületfontossági tényező értéke:

$$\gamma_I = 1{,}00$$

4. Épület viselkedési tényezőjének meghatározása

Az Eurocode 8 viselkedési tényezője az épület tartószerkezeteinek képlékeny viselkedését veszi figyelembe, horizontális értéke külön vizsgálat nélkül **1,5**-re **bármilyen szerkezet** esetén alkalmazható:

$$q = 1{,}50$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 2: Determination of basic shear force – no-collaps requirement

2. Példa: Teljes földrengési teher – teherbírási követelmények

5. Sajátrezgési periódusidő meghatározása

Szabad rezgést végző 40 m-nél alacsonyabb, **falazott szerkezetű** épületek legkisebb T sajátrezgési periódusidejének becslésére az alábbi összefüggés alkalmazható:

$$T = C_t \cdot H^{3/4} = 0{,}025 \cdot (4{,}00)^{3/4} = 0{,}071\,s$$

6. Talajosztály meghatározása

Az épület laza vagy közepesen tömör kohézió nélküli talajrétegek felett, puhától közepesig terjedő kohéziós talajon épül. Így a talaj **D** osztályúnak tekinthető.

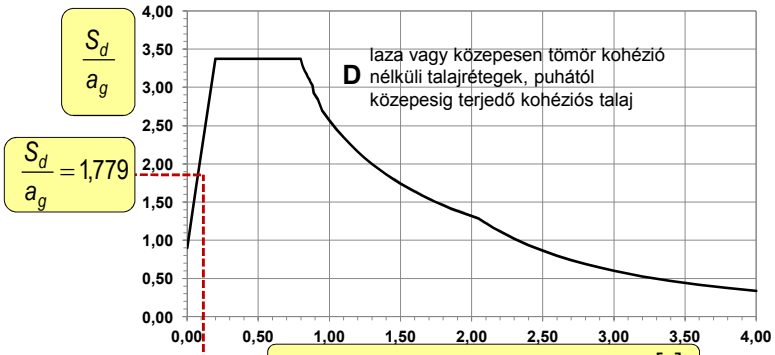
7. Földrengéstípus kiválasztása

Az Eurocode 8 által megadott két földrengés típus közül Magyarország a végleges alkalmazási dokumentumban valószínűleg csak az **1. típusú földrengést** fogja bevezetni. Ennek alapján feladatunkban ezzel a földrengéssel dolgozunk.

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2: Determination of basic shear force – no-collaps requirement
2. Példa: Teljes földrengési teher – teherbírási követelmények

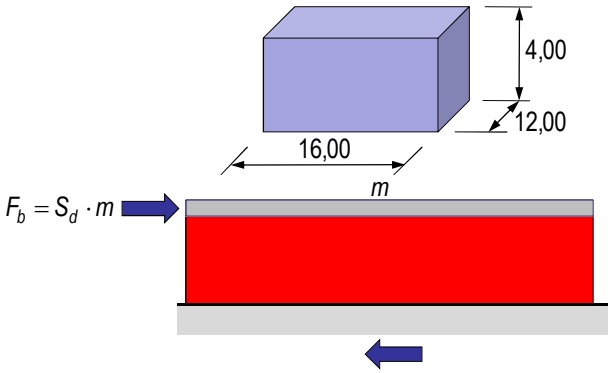
8. A tervezési gyorsulási válaszspektrum meghatározása



$$S_d = \frac{S_d}{a_g} \cdot \gamma_I \cdot a_{gR} = 1{,}779 \cdot 1{,}00 \cdot 0{,}80 = 1{,}423\ \frac{m}{s^2}$$

Example 2: Determination of basic shear force – no-collaps requirement
2. Példa: Teljes földrengési teher – teherbírási követelmények

9. Teljes földrengési teher meghatározása

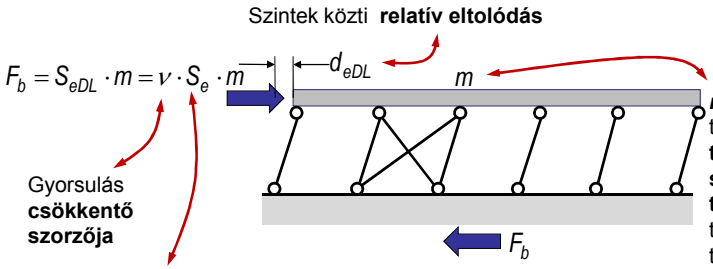


Ha a hasznos terhet elhanyagoljuk a számítás során a teljes földrengés teher **462 kN**, az eltérés **kb. 8%!**

$$F_b = S_d \cdot m = 1{,}423 \cdot 352320 = 502\ \text{kN}$$

Seizmic load – Damage limitation requirement
Szeizmikus teher – Korlátozott károsodási követelmények

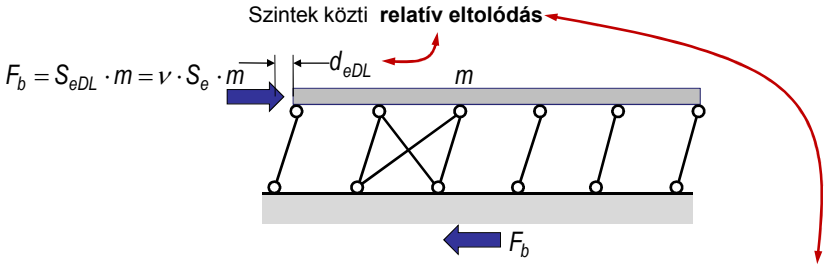
- Teherbírási határállapot – Damage limitation requirement -



m tömeget a **födém** tömege, a **függőleges teherhordó szerkezetek tömegének fele**, továbbá a szeizmikus tervezési helyzetben figyelembe vett **esetleges terhek tömegben kifejezett összege** adja

Damage limitation requirement – interstory drift
Korlátozott károsodási követelmények – szintek közti relatív eltolódás

- Teherbírási határállapot – Damage limitation requirement -



Ha az épülethez kapcsolt nem szerkezeti elemek **ridegek:** $d_{eDL} \le 0{,}0050 \cdot h$

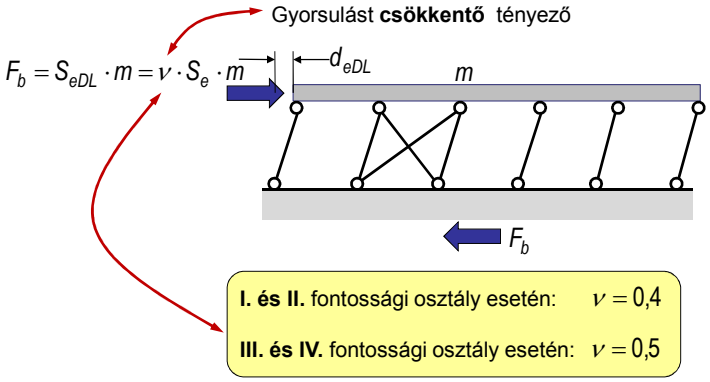
Ha a nem szerkezeti elemek **duktilisak:** $d_{eDL} \le 0{,}0075 \cdot h$

Ha a szerkezet alakváltozása **nem hat** a nem szerkezeti elemekre: $d_{eDL} \le 0{,}0100 \cdot h$

Damage limitation requirement – acceleration reduction factor

Korlátozott károsodási követelmények – gyorsulást csökkentő tényező

- Teherbírási határállapot – Damage limitation requirement -



I. és II. fontossági osztály esetén: $\nu = 0{,}4$

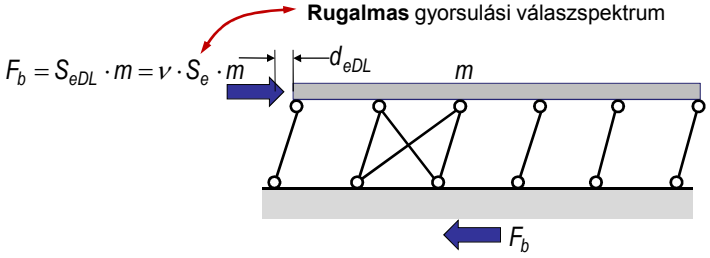
III. és IV. fontossági osztály esetén: $\nu = 0{,}5$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Elastic acceleration spektrum

Rugalmas gyorsulási válaszspektrum

- Teherbírási határállapot – Damage limitation requirement -



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of elastic acceleration spektrum
A rugalmas gyorsulási válasz spektrum meghatározása

Rezgésidő szerinti tartomány	A rugalmas gyorsulási válasz spektrum S_e
$0 \le T \le T_B$	$a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (2{,}5 \cdot \eta - 1)\right]$
$T_B \le T \le T_C$	$a_g \cdot S \cdot 2{,}5 \cdot \eta$
$T_C \le T \le T_D$	$a_g \cdot S \cdot 2{,}5 \cdot \eta \cdot \frac{T_C}{T}$
$T_D \le T \le 4$ sec	$a_g \cdot S \cdot 2{,}5 \cdot \eta \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2}$

η csillapítási korrekciós tényező, 5%-os csillapítás esetén 1, egyébként a szerkezet viszkózus csillapítási mértékétől (ξ) függ:

$$\eta = \max\left\{\sqrt{\frac{10}{5+\xi}}, 0{,}55\right\}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3: Determination of basic shear force – damage limitation req.
3. Példa: Teljes földrengési teher – korlátozott károsodási követelmények

Határozzuk meg a **2. Példában** ismertetett épület teljes földrengési terhét teherbírási határállapotban a korlátozott károsodási követelmények betartása esetén!

1. Épület tömegének meghatározása teheradatok alapján

$$m = 352320\ \text{kg}$$

2. Szeizmicitás meghatározása

$$a_{gR} = 0{,}80\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

3. Épületfontossági tényezőjének meghatározása

$$\gamma_I = 1{,}00$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3: Determination of basic shear force – damage limitation req.
3. Példa: Teljes földrengési teher – korlátozott károsodási követelmények

4. Épület viselkedési tényezőjének meghatározása

$$q = 1{,}50$$

5. Sajátrezgési periódusidő meghatározása

$$T = 0{,}071\,s$$

6. Talajosztály meghatározása

D

7. Földrengéstípus kiválasztása

1. típusú földrengés

8. Épület fontossági osztálya

II.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3: Determination of basic shear force – damage limitation req.
3. Példa: Teljes földrengési teher – korlátozott károsodási követelmények

9. A rugalmas gyorsulási válaszspektrum meghatározása

1. típusú földrengés				
Talaj osztály	S	T_B	T_C	T_D
A	1,00	0,15	0,40	2,00
B	1,20	0,15	0,50	
C	1,15	0,20	0,60	
D	1,35	0,20	0,80	
E	1,40	0,15	0,50	

$$0 \le T \le T_B$$

$$0 \le 0{,}071 \le 0{,}20$$

$$S_e = a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (2{,}5 \cdot \eta - 1)\right]$$

$$S_e = 0{,}80 \cdot 1{,}35 \cdot \left[1 + \frac{0{,}071}{0{,}20} \cdot (2{,}5 \cdot 1 - 1)\right]$$

$$S_e = 1{,}655\ \frac{m}{s^2}$$

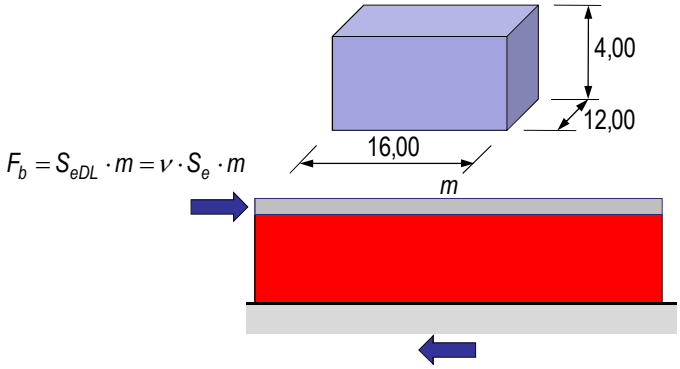
$$S_{eDL} = \nu \cdot S_e = 0{,}40 \cdot 1{,}655 = 0{,}662\ \frac{m}{s^2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3: Determination of basic shear force – damage limitation req.

3. Példa: Teljes földrengési teher – korlátozott károsodási követelmények

10. Teljes földrengési teher meghatározása



$$F_b = S_{eDL} \cdot m = \nu \cdot S_e \cdot m$$

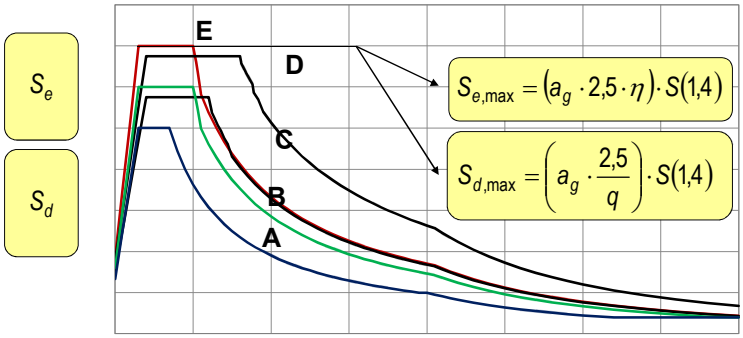
Ha a hasznos terhet elhanyagoljuk a számítás során a teljes földrengés teher **211 kN**, az eltérés **kb. 10%!**

$$F_b = S_{eDL} \cdot m = \nu \cdot S_e \cdot m = 0{,}40 \cdot 1{,}655 \cdot 352320 = 234\ \text{kN}$$

Simplifield determination of the maximum base shear force

Maximális földrengésteher egyszerűsített meghatározása

A tervezési és a rugalmas gyorsulási válaszspektrum felső korlátja



A szerkezet sajátrezgési periódusideje $T\,[s]$

Simplifield determination of the maximum base shear force
Maximális földrengésteher egyszerűsített meghatározása

Vizsgált helyzet	2. zóna	3. zóna	4. zóna
$F_{b,\max} = S_{d,\max} \cdot m = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot m = \left(a_g \cdot \frac{2,5}{q} \right) \cdot S \cdot m$			
Teherbírási követelmények	$S \cdot m$	$1,33 \cdot S \cdot m$	$1,66 \cdot S \cdot m$
$F_{b,\max} = \nu \cdot S_{e,\max} \cdot m = \nu \cdot a_g \cdot S \cdot 2,5 \cdot \eta \cdot m = \nu \cdot \left(a_g \cdot 2,5 \cdot \eta \right) \cdot S \cdot m$			
Korlátozott károsodási követelmények	$0,6 \cdot S \cdot m$	$0,8 \cdot S \cdot m$	$S \cdot m$

2. Példa
Pontos számítás: $F_b = 502\ \text{kN}$
Egyszerűsített számítás: $F_b = 656\ \text{kN}$

3. Példa
Pontos számítás: $F_b = 234\ \text{kN}$
Egyszerűsített számítás: $F_b = 395\ \text{kN}$

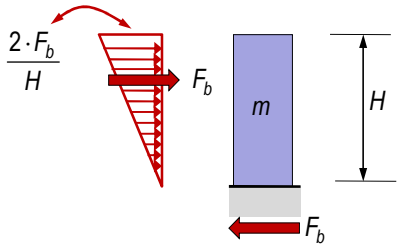
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Arrangement of horizontal loads in vertical direction
Terhek eloszlása az épület magassága mentén

Amennyiben az épület eleget tesz a **függőleges síkú szabályosság** követelményeinek és saját önrezgésszámának periódusidejére teljesül, hogy:

$$T \le \min \begin{Bmatrix} 2\ \text{sec} \\ 4 \cdot T_C \end{Bmatrix}$$

akkor lineáris rezgésalakot tételezhetünk fel, mely **állandó tömegeloszlás** esetén a teljes földrengés teher háromszög szerinti megoszlását teszi lehetővé, mely tehereloszlás eredője azonos a teljes földrengésteherrel:



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

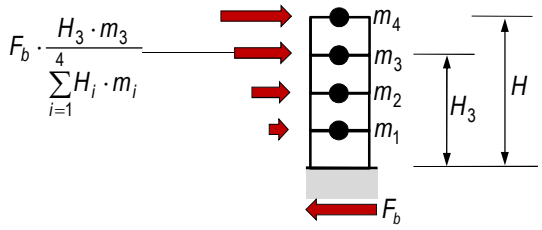
Arrangement of horizontal loads in vertical direction

Terhek eloszlása az épület magassága mentén

Amennyiben az épület eleget tesz a **függőleges síkú szabályosság** követelményeinek és saját önrezgésszámának periódusidejére teljesül, hogy:

$$T \le \min\begin{Bmatrix} 2\,\text{sec} \\ 4 \cdot T_C \end{Bmatrix}$$

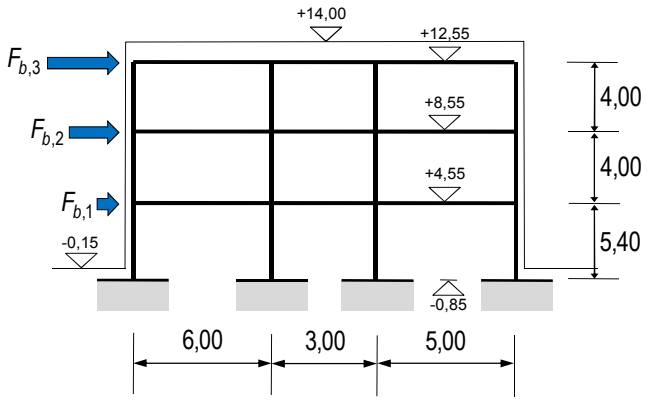
akkor lineáris rezgésalakot tételezhetünk fel. Amennyiben a **tömegek eloszlása szintenként változó akkor az egyes szintek magasságában működő terhekre kell meghatározni a földrengésteher nagyságát:**



Example 4: Seizmic load of multistory RC frame

4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett többszintes vasbeton keretszerkezet közbenső keretére ható teljes földrengés terhet a teherbírási követelmények (no-collaps requirement) esetén!



Example 4: Seizmic load of multistory RC frame
4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

1. Szintenkénti tömegek meghatározása teher és geometriai adatok alapján

Födémkonstrukció **rétegrend** tömegének karakterisztikus értéke:	200	kg/m^2
Födémkonstrukció **szerkezet** tömegének karakterisztikus értéke:	480	kg/m^2
Válaszfalak egyenértékű tömegének karakterisztikus értéke:	100	kg/m^2
Gépészet egyenértékű tömegének karakterisztikus értéke:	20	kg/m^2
Határoló falszerkezetek egyenértékű tömegének karakterisztikus értéke:	50	kg/m^2
Állandó terhek tömegének karakterisztikus értéke összesen:	850	kg/m^2
Födém hasznos teher egyenértékű tömegének karakterisztikus értéke:	300	kg/m^2
Hasznos teher kvázi-állandó teherszint tényezője (ψ_2):	0,3	
Keretgerenda folyóméterének tömege:	360	kg/m
Keretoszlopok egyenértékű tömege keret folyóméterenként:	250	kg/m

$$m_3 = \left[1{,}25 \cdot 850 \cdot 4 + 360 + 125\right] \cdot \left(6{,}00 + 3{,}00 + 5{,}00\right) = 66290\ \text{kg}$$

$$m_2 = \left[1{,}25 \cdot \left(850 + 0{,}3 \cdot 300\right) \cdot 4 + 360 + 250\right] \cdot \left(6{,}00 + 3{,}00 + 5{,}00\right) = 74340\ \text{kg}$$

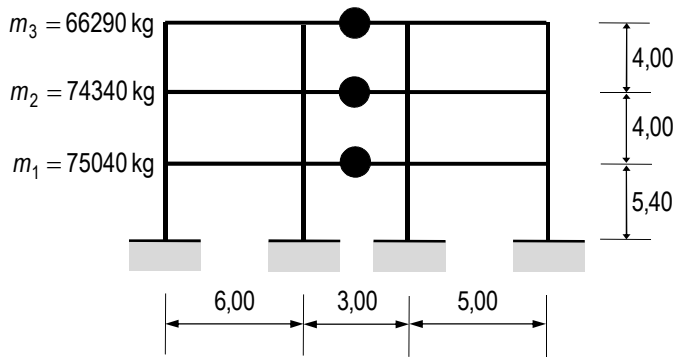
$$m_1 = \left[1{,}25 \cdot \left(850 + 0{,}3 \cdot 300\right) \cdot 4 + 360 + 300\right] \cdot \left(6{,}00 + 3{,}00 + 5{,}00\right) = 75040\ \text{kg}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 4: Seizmic load of multistory RC frame
4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

2. Szintenkénti tömegek eloszlása



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4: Seizmic load of multistory RC frame
4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

3. Szeizmicitás meghatározása

Az épület a **Jász-Nagykun-Szolnok megyei Kenderesen** épül, így a terület szeizmicitási besorolása alapján a **2. zónába** tartozik. A vízszintes gyorsulás kiindulási értéke, az alapkőzeten megadott maximális gyorsulás ennek alapján számítható:

$$a_{gR} = 0{,}06 \cdot g = 0{,}06 \cdot 10 = 0{,}60 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

4. Épületfontossági tényezőjének meghatározása

Az épület **irodaház (III. osztály)** lesz, így a vízszintes tervezési gyorsulás meghatározásához szükséges épületfontossági tényező értéke:

$$\gamma_I = 1{,}20$$

5. Épület viselkedési tényezőjének meghatározása

Az Eurocode 8 viselkedési tényezője az épület tartószerkezeteinek képlékeny viselkedését veszi figyelembe, horizontális értéke külön vizsgálat nélkül **1,5**-re **bármilyen szerkezet** esetén alkalmazható, de a Magyar Mérnöki Kamara által kiadott Méretezés földrengésre az európai elvek figyelembe vételével c. **TT-TS 4 2003** sorszámú kiadványában a vasbeton szerkezetekre javasolt érték:

$$q = 2{,}00$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 4: Seizmic load of multistory RC frame
4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

6. Sajátrezgési periódusidő meghatározása

Szabad rezgést végző 40 m-nél alacsonyabb, **vasbeton szerkezetű** épületek legkisebb T sajátrezgési periódusidejének becslésére az alábbi összefüggés alkalmazható:

$$T = C_t \cdot H^{3/4} = 0{,}075 \cdot (14{,}15)^{3/4} = 0{,}547 \ s$$

7. Talajosztály meghatározása

A talaj leginkább tömör homok, kavics vagy kemény agyag több 10 m vastagságban, a mélységgel javuló tulajdonságokkal, ennek megfelelően a talaj **B** osztályba sorolható.

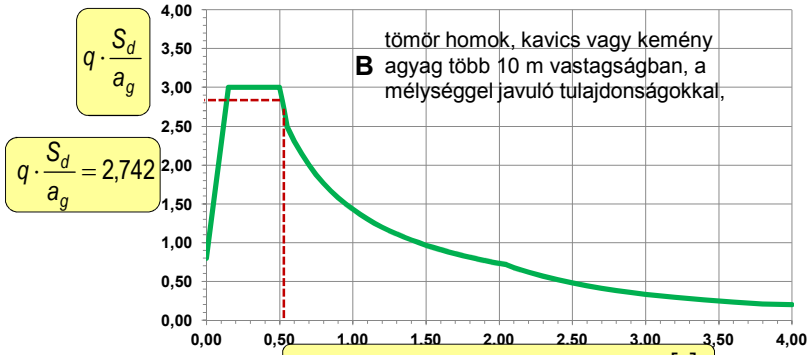
8. Földrengéstípus kiválasztása

Az Eurocode 8 által megadott két földrengés típus közül Magyarország a végleges alkalmazási dokumentumban valószínűleg csak az **1. típusú földrengést** fogja bevezetni. Ennek alapján feladatunkban ezzel a földrengéssel dolgozunk.

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 4: Seizmic load of multistory RC frame
4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

9. A tervezési gyorsulási válaszspektrum meghatározása

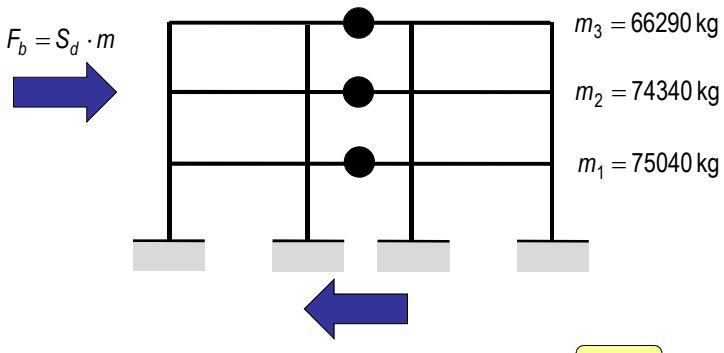


$T = 0{,}547\ s$

$$S_d = \left(q \cdot \frac{S_d}{a_g}\right) \cdot \frac{\gamma_I \cdot a_{gR}}{q} = 2{,}742 \cdot \frac{1{,}20 \cdot 0{,}80}{2{,}00} = 1{,}316\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Example 4: Seizmic load of multistory RC frame
4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

10. A közbenső keretre ható teljes földrengés teher

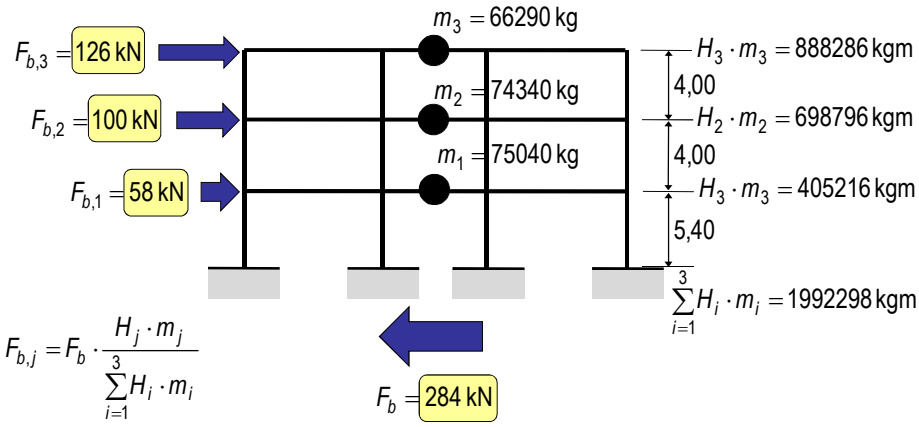


$$F_b = S_d \cdot m = 1{,}316 \cdot (66290 + 74340 + 75040) = 284\ \text{kN}$$

Example 4: Seizmic load of multistory RC frame

4. Példa: Keret földrengés terhének meghatározása

11. Szintenkénti földrengés teher

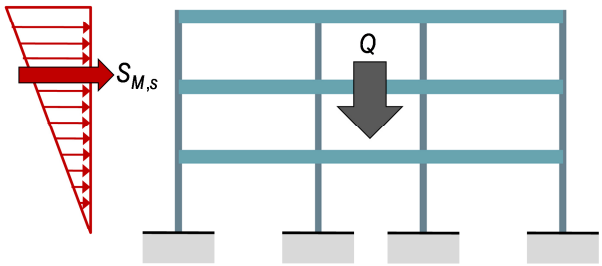


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Seizmic load - Earthquake

Földrengés teher – Helyettesítő Statikai Méretezés (HSM)

- Szeizmikus teher felvétele: HSM (Helyettesítő Statikai Méretezés) -



$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Earthquake – Dinamique factor
Földrengés – HSM – Dinamikus tényező

- Szeizmikus teher felvétele: HSM (Helyettesítő Statikai Méretezés) -

$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

$$\beta = \frac{1}{T_s} \leq 2{,}5$$

Dinamikus szorzó, melyet az épület első rezgésalakja alapján meghatározott sajátrezgési periódusidő T_s függvényében kell meghatározni. (Biztonság javára értéke részletes számítás mellőzésével 2,5 lehet.)

Falazott és falas épületek horizontális irányában: $T_s = \frac{n \cdot (1 \pm 0{,}5)}{25} [\text{sec}]$

Vasbeton vázas épületek horizontális irányában: $T_s = \frac{n \cdot (1 \pm 0{,}5)}{8} [\text{sec}]$

ahol ***n*** az épület szintszáma.

Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Earthquake – Building load
Földrengés – HSM – Épület terhe

- Szeizmikus teher felvétele: HSM (Helyettesítő Statikai Méretezés) -

$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

$$Q = G_{ki} + \psi_2 \cdot Q_k$$

Az épület terhe a rendkívüli tervezési helyzetben, melyet az épület önsúlya és a hasznos terhek tartós teherrészének összegeként kell meghatározni.

$$G_{ki} + A_{Ed} + \sum_j \psi_{2i} \cdot Q_{ki}$$

G_k a j-edik állandó hatás karakterisztikus értéke

Q_{ki} a nem domináns (többi) esetleges teher karakterisztikus értéke

ψ_{2i} a nem domináns hasznos teher kvázi-állandó teherszint tényezője

A_{Ed} a domináns szeizmikus teher tervezési értéke

Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Earthquake – Relative design acceleration
Földrengés – HSM – Relatív tervezési gyorsulás

- Szeizmikus teher felvétele: HSM (Helyettesítő Statikai Méretezés) -

$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

$$k_g = \frac{a_g}{g}$$

Relatív tervezési gyorsulás, melynek értékét az Eurocode 8 –ban szereplő megyénkénti zónabeosztás alapján kell meghatározni.

1. Zóna: Nincs
(k_g = 0,04)
2. Zóna: Békés, Borsod-Abaúj-Zemplén, Csongrád, Hajdú-Bihar, Jász-Nagykun-Szolnok, Nógrád, Szabolcs-Szatmár-Bereg, Tolna
(k_g = 0,06)
3. Zóna: Baranya, Bács-Kiskun, Fejér, Győr-Sopron, Heves, Pest, Somogy, Vas, Veszprém, Zala
(k_g = 0,08)
4. Zóna: Komárom
(k_g = 0,10)

Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Earthquake – Building significance factor
Földrengés – HSM – Épületfontossági tényező

- Szeizmikus teher felvétele: HSM (Helyettesítő Statikai Méretezés) -

$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

k_s

Épületfontossági tényező

Fontossági kategória	**k_s**
Igen fontos létesítmény (pl. kórház, tűzoltóság)	1,4
Nagy forgalmú létesítmény (pl. pályaudvar, irodaház, színház)	1,2
Normál lakó és középület	1,0
Alárendeltebb épületek (pl. mezőgazdasági, ideiglenes)	0,8

Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Earthquake – Soil quality factor
Földrengés – HSM – Talajminőségi tényező

- Szeizmikus teher felvétele: HSM (Helyettesítő Statikai Méretezés) -

$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

k_t Talajminőségi tényező

Talaj	k_t
Szikla, tömör és száraz kavics	1,0
Száraz szemcsés és kötött talajok	1,2
Víz alatti szemcsés és kötött talajok	1,4

Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Earthquake – Plastic behaviour factor
Földrengés – HSM – Viselkedési tényező

- Szeizmikus teher felvétele: HSM (Helyettesítő Statikai Méretezés) -

$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

q Viselkedési tényező, mely az épület képlékeny viselkedését veszi figyelembe.

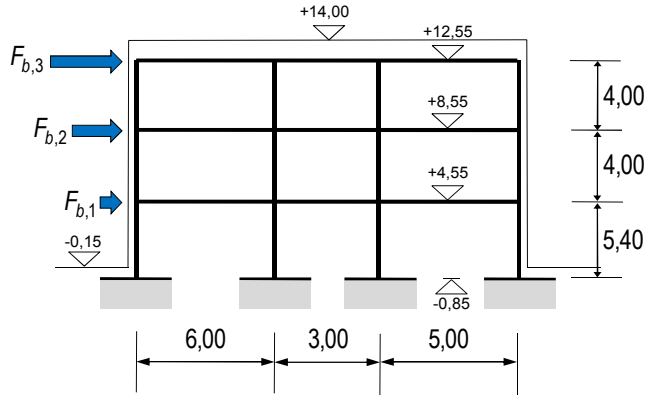
Épülettípus	q
Falazott épület	1,5
Vasbeton épület	2,0
Faszerkezetű épület	1,5
Hengerelt szelvényekből álló acélvázas épület	2,5
Vékonyfalú acélszerkezet	1,5

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5: Siplifield seizmic load of multistory RC frame

5. Példa: Keret helyettesítő statikai földrengés terhe

Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett többszintes vasbeton keretszerkezet földrengés terhét a Helyettesítő Statikai Méretezés alapján!



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 5: Siplifield seizmic load of multistory RC frame

5. Példa: Keret helyettesítő statikai földrengés terhe

1. Keret tömege teher és geometriai adatok alapján

$$m_3 = [1{,}25 \cdot 850 \cdot 4 + 360 + 125] \cdot (6{,}00 + 3{,}00 + 5{,}00) = 66290\ \text{kg}$$

$$m_2 = [1{,}25 \cdot (850 + 0{,}3 \cdot 300) \cdot 4 + 360 + 250] \cdot (6{,}00 + 3{,}00 + 5{,}00) = 74340\ \text{kg}$$

$$m_1 = [1{,}25 \cdot (850 + 0{,}3 \cdot 300) \cdot 4 + 360 + 300] \cdot (6{,}00 + 3{,}00 + 5{,}00) = 75040\ \text{kg}$$

$$\sum m = 215670\ \text{kg} \qquad Q = 2157\ \text{kN}$$

2. Sajátrezgési periódusidő és dinamikus tényező

$$T_s = \frac{n \cdot (1 \pm 0{,}5)}{8} = \frac{3 \cdot 0{,}5}{8} = 0{,}188\ \text{sec} \qquad \beta = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{0{,}188} = 5{,}319\ \frac{1}{\text{sec}} > 2{,}5\ \frac{1}{\text{sec}}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5: Siplifield seizmic load of multistory RC frame

5. Példa: Keret helyettesítő statikai földrengés terhe

3. Szeizmicitás

Az épület a **Jász-Nagykun-Szolnok megyei Kenderesen** épül, így a terület szeizmicitási besorolása alapján a **2. zónába** tartozik. A relatív tervezési gyorsulás kiindulási értéke:

$$k_g = 0{,}06$$

4. Épületfontossági tényező

Az épület **irodaház** így az épületfontossági tényező értéke:

$$k_s = 1{,}20$$

5. Talajminőségi tényező

A talaj leginkább tömör homok, kavics vagy kemény agyag több 10 m vastagságban, a mélységgel javuló tulajdonságokkal, ennek megfelelően a talajminőségi tényező:

$$k_t = 1{,}20$$

6. Épület viselkedési tényezője

Az épület vasbeton vázas épület: $q = 2{,}00$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 5: Siplifield seizmic load of multistory RC frame

5. Példa: Keret helyettesítő statikai földrengés terhe

7. Földrengésteher

$$S_{M,s} = \beta \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{q} \geq 2 \cdot Q \cdot \frac{k_g \cdot k_s \cdot k_t}{10}$$

$$S_{M,s} = 2{,}50 \cdot 2157 \cdot \frac{0{,}06 \cdot 1{,}20 \cdot 1{,}20}{2{,}00} = 233\ \text{kN} \geq 2 \cdot 2157 \frac{0{,}06 \cdot 1{,}20 \cdot 1{,}20}{10{,}00} = 37\ \text{kN}$$

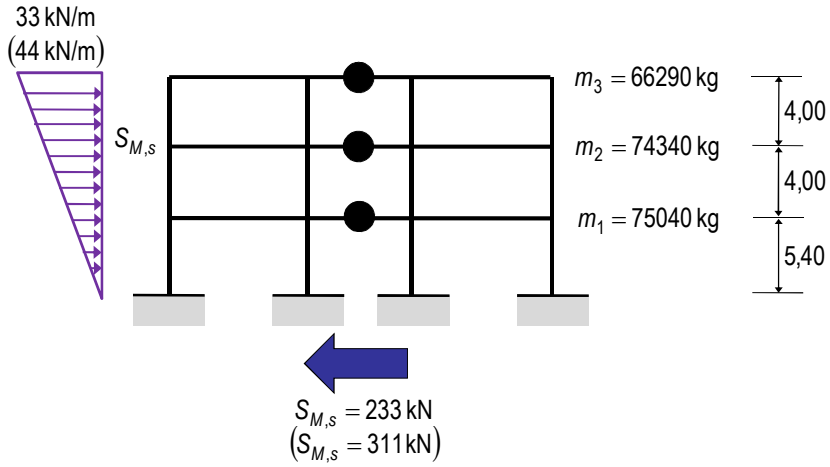
A pontosnak tekinthető számítással kapott **284 kN** nagyságú földrengés tehertől való jelentős eltérés számszaki oka egyrészt a sajátrezgés periódusideje közötti eltérésben, másrészt az épület viselkedési tényezői (1,50 ill. 2,00) közötti jelentős különbségben rejlik! Amennyiben az épület viselkedési tényezőjét a 4. Példában alkalmazott értékkel (2,00) vesszük figyelembe, a földrengés teher értéke a kapott **233 kN**-ról **311 kN**-ra nő, ami a pontos számításhoz viszonyítva a biztonság javára való közelítést jelent!!!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 5: Siplifield seizmic load of multistory RC frame

5. Példa: Keret helyettesítő statikai földrengés terhe

8. A közbenső keretre ható teljes földrengés teher



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Main rules for buildings affected by earthquake

Földrengésnek kitett épületekre vonatkozó legfontosabb szabályok

A) A 4. Zónába ne telepítsünk 4 emeletesnél magasabb falazott épületet

B) A 3. és 4. Zónában az épületek kialakítása szabályos legyen, ne legyenek sem alaprajzi, sem magassági irányú jelentősebb ki vagy beugrások az épületen. Kerülni kell a csavarási hatás elkerülése érdekében az L vagy T alaprajzot. Amennyiben ezek elkerülése nem lehetséges, dilatációs hézaggal kell elválasztani az épületszárnyakat.

C) Az épület alapozási síkját lehetőleg azonos síkon vegyük fel.

D) Az alapozás különálló alaptesteit gerendaráccsal, ill. padlólemezzel kell összekötni a különálló mozgások megakadályozása érdekében.

E) Falazott épületeknél mindig alkalmazzunk zárt rendszerű vasbeton koszorút, jól átkötött sarok kialakításokkal. Fafödém esetén a födémgerendákat a koszorúhoz megfelelő kapcsolattal le kell kötni.

Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Main rules for buildings affected by earthquake

Földrengésnek kitett épületekre vonatkozó legfontosabb szabályok

F) Falazott épületekben a boltíves kialakításokat kerülni kell, szükség esetén alkalmazzunk vonórudas kialakítást.

G) A födémek tárcsaszerű kialakítását még fafödémek esetén is biztosítani kell.

H) A dilatációs hézagokat mindig szerkezet kettőzéssel alakítsuk ki, konzolos megoldást ne alkalmazzunk.

I) Vasbeton oszlopokban alkalmazzunk a fellépő nyíróerőkre méretezett kengyelezést, melyet a rúdvégeken és a toldások helyén sűríteni kell. Minimáliskengyelezés nem elégséges megoldás. Az oszlop hosszvasalása ne legyen több a befoglaló beton keresztmetszet területének 2%-ánál.

J) Előre gyártott szerkezetek csomópontjaiban a szeizmikus erőhatások továbbításához a surlódási erő nem vehető figyelembe. Az előregyártott szerkezetek kapcsolatait méretezett vasalással kell megoldani. Ellenőrizni kell a kibetonozás minőségét.

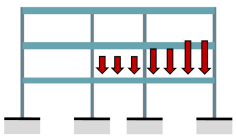
Magyar Mérnöki Kamara Tartószerkezeti Tagozat
Tervezési Segédlet TT-TS4 2003

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Load of reinforced concrete frame

Vasbeton keretszerkezet terhei

Függőleges terhek



Állandó terhek:
szerkezetek, válaszfalak, rétegrend, gépészet, villamosság, álmennyezet, technológia, stb.

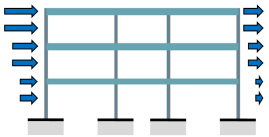
Födémek hasznos terhei:
funkciótól függő hasznos teher, zárófödémek hasznos terhei (járható, nem járható esetek), szerelési teher, stb.

Födémek meteorológiai terhei:
zárófödémek hóterhe

Szeizmikus terhek:
függőleges gyorsulásból származó földrengésteher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések függőleges terhei

Vízszintes terhek



Állandó terhek:
geometriai imperfekciókból (ferdeségből) származó vízszintes terhek

Meteorológiai terhek:
szélnyomás szélszívás, szélsurlódás

Szeizmikus terhek:
vízszintes gyorsulásból származó szeizmikus (földrengés) teher

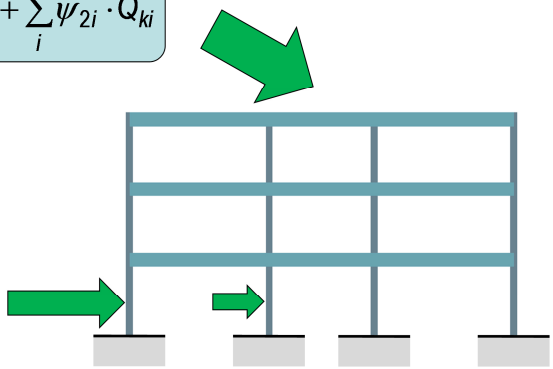
Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések vízszintes terhei

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: Accidental load – Impact load

Vízszintes terhek: Rendkívüli terhek – Ütközési teher

$$\sum_i G_{ki} + A_d + \psi_{11} \cdot Q_{k1} + \sum_i \psi_{2i} \cdot Q_{ki}$$



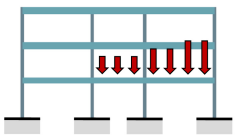
A_d a domináns rendkívüli teher tervezési értéke
ψ_{11} a domináns hasznos teher gyakori teherszint tényezője
ψ_{2i} a nem domináns hasznos teher kvázi-állandó teherszint tényezője

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Load of reinforced concrete frame

Vasbeton keretszerkezet terhei

Függőleges terhek



Állandó terhek:
szerkezetek, válaszfalak, rétegrend, gépészet, villamosság, álmennyezet, technológia, stb.

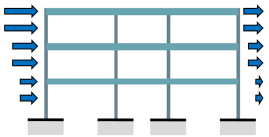
Födémek hasznos terhei:
funkciótól függő hasznos teher, zárófödémek hasznos terhei (járható, nem járható esetek), szerelési teher, stb.

Födémek meteorológiai terhei:
zárófödémek hóterhe

Szeizmikus terhek:
függőleges gyorsulásból származó földrengésteher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések függőleges terhei

Vízszintes terhek



Állandó terhek:
geometriai imperfekciókból (ferdeségből) származó vízszintes terhek

Meteorológiai terhek:
szélnyomás szélszívás, szélsurlódás

Szeizmikus terhek:
vízszintes gyorsulásból származó szeizmikus (földrengés) teher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések vízszintes terhei

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: Geometric imperfections
Vízszintes terhek: Geometriai pontatlanságok

- Ferdeség-

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{\ell}} \quad \text{de} \quad \frac{2}{3} \le \alpha_h \le 1$$

$$\alpha_m = \sqrt{0{,}5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

ℓ

m

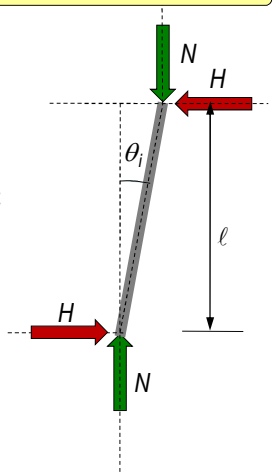
a ferdeség alapértéke

a hosszúságot vagy magasságot figyelembe vevő tényező

elemszámot figyelembe vevő tényező

a vizsgált elem vagy szerkezet hossza ill. magassága

függőleges elemek (oszlopok) száma szintenként



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: geometric imperfections – Isolated member
Vízszintes terhek: geometriai pontatlanságok – Elkülönített elem esete

Megtámasztott szerkezet elkülönített oszlopának ferdeségéből származó vízszintes teher

Geometriai pontatlanság:

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{\ell_0}{2}$$

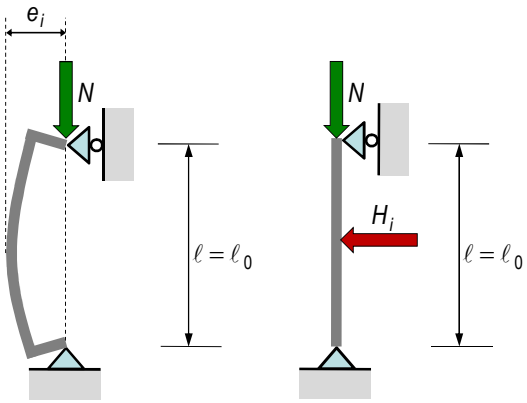
Vízszintes erő:

$$H_i = 2 \cdot \theta_i \cdot N$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad \alpha_h = \alpha_m = 1$$

$$e_i = \frac{\ell_0}{400} = \frac{\ell}{400}$$

$$H_i = N/100$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: geometric imperfections – Isolated member

Vízszintes terhek: geometriai pontatlanságok – Elkülönített elem esete

Megtámasztás nélküli szerkezet elkülönített oszlopának ferdeségéből származó vízszintes teher

Geometriai pontatlanság:

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{\ell_0}{2}$$

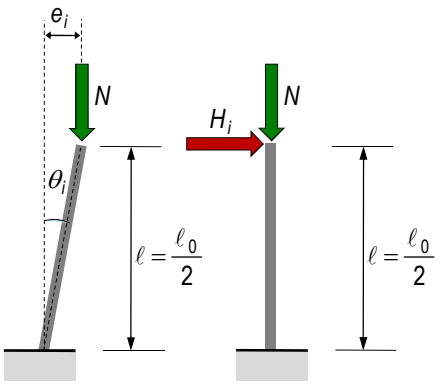
Vízszintes erő:

$$H_i = \theta_i \cdot N$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad \alpha_h = \alpha_m = 1$$

$$e_i = \frac{\ell_0}{400} = \frac{\ell}{200}$$

$$H_i = N/200$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: geometric imperfections – Frame system

Vízszintes terhek: geometriai pontatlanságok – Merevítetlen keret

Többszintes épület ferdeségéből adódó **oszlopokra** ható szintenkénti vízszintes teher

Geometriai pontatlanság:

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{\ell_0}{2}$$

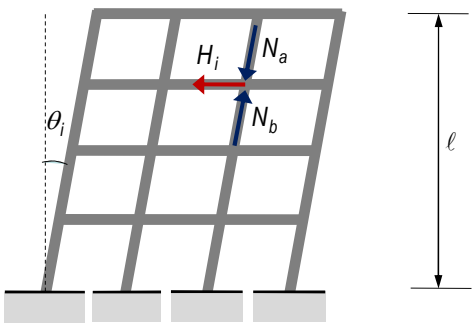
Vízszintes erő:

$$H_i = \theta_i \cdot (N_b - N_a)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad \alpha_m = \sqrt{0{,}5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{\ell}} \quad 2/3 \le \alpha_h \le 1$$

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$



Biztonság javára történő közelítéssel:

$$H_i = \frac{(N_b - N_a)}{200}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: geometric imperfections – Bracing system
Vízszintes terhek: geometriai pontatlanságok – Merevített keret

Többszintes épület ferdeségéből adódó **merevítő rendszerre** ható szintenkénti vízszintes teher

Geometriai pontatlanság:

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{\ell_0}{2}$$

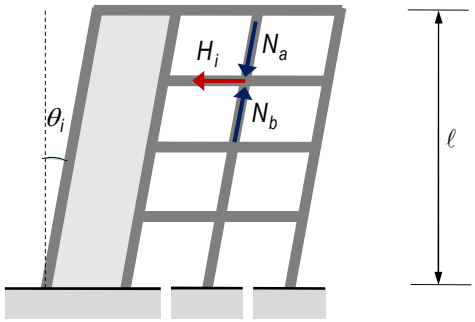
Vízszintes erő:

$$H_i = \theta_i \cdot (N_b - N_a)$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad \alpha_m = \sqrt{0{,}5 \cdot \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{\ell}} \quad \frac{2}{3} \le \alpha_h \le 1$$

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$



Biztonság javára történő közelítéssel:

$$H_i = \frac{(N_b - N_a)}{200}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: geometric imperfections – Column inclination
Vízszintes terhek: geometriai pontatlanságok – Oszlop iránytörése

Épület oszlopának kedvezőtlen iránytöréséből egy **közbenső födémre** jutó vízszintes teher

Geometriai pontatlanság:

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{\ell_0}{2}$$

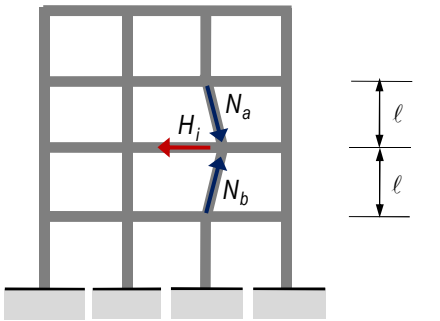
Vízszintes erő:

$$H_i = \theta_i \cdot \frac{(N_b - N_a)}{2}$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad \alpha_h = \alpha_m = 1$$

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

$$\theta_i = \frac{1}{200}$$



Biztonság javára történő közelítéssel:

$$H_i = \frac{(N_b - N_a)}{400}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: geometric imperfections – Column inclination

Vízszintes terhek: geometriai pontatlanságok – Oszlop irányítórése

Épület oszlopának kedvezőtlen irányítóréséből egy **záró födémre** jutó vízszintes teher

Geometriai pontatlanság:

$$e_i = \theta_i \cdot \frac{\ell_0}{2}$$

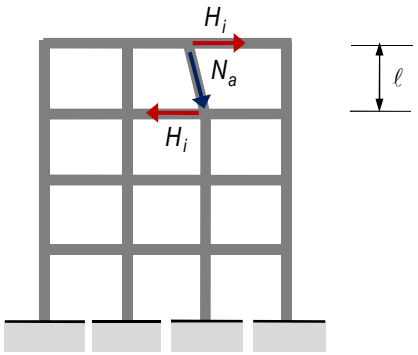
Vízszintes erő:

$$H_i = \theta_i \cdot N_a$$

$$\theta_0 = \frac{1}{200} \quad \alpha_h = \alpha_m = 1$$

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

$$\theta_i = \frac{1}{200}$$



Biztonság javára történő közelítéssel:

$$H_i = \frac{N_a}{200}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads: geometric imperfections - Summary

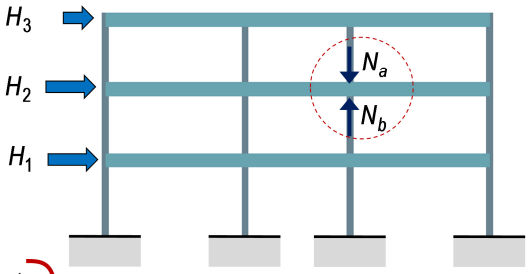
Vízszintes terhek: geometriai pontatlanságok - Összefoglalás

- Tartós és rendkívüli tervezési helyzetekben -

$$H_3 = \sum_{i=1}^{4} \frac{N_a}{200}$$

$$H_2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{200} + \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{400}$$

$$H_1 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{200} + \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{400}$$



Közelítő számítás során a pillérek normálerő-különbségeinek meghatározásánál jó közelítéssel alkalmazhatjuk az alábbi összefüggéseket:

Tartós tervezési helyzet

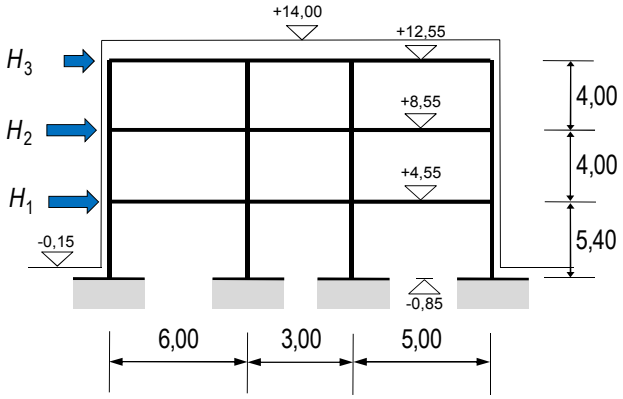
Szeizmikus tervezési helyzet

$$N_b - N_a \approx \begin{Bmatrix} p_{Ed} \\ g_k \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1{,}2 \cdot L_x \cdot L_y & \text{(közbenső pillér esetén)} \\ 0{,}5 \cdot L_x \cdot L_y & \text{(szélső pillér esetén)} \\ 0{,}2 \cdot L_x \cdot L_y & \text{(sarok pillér esetén)} \end{Bmatrix}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Horizontal load due to geometrical imperfections
6. Példa: Geometriai pontatlanságokból származó vízszintes teher

Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett többszintes vasbeton keretszerkezet geometriai pontatlanságokból származó terhét!



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 6: Horizontal load due to geometrical imperfections
6. Példa: Geometriai pontatlanságokból származó vízszintes teher

1. Szintenkénti födémteher

Födémkonstrukció **rétegrend** terhének karakterisztikus értéke:	2,00 kN/m²
Födémkonstrukció **szerkezet** terhének karakterisztikus értéke:	4,80 kN/m²
Válaszfalak egyenértékű terhének karakterisztikus értéke:	1,00 kN/m²
Gépészet egyenértékű teher karakterisztikus értéke:	0,20 kN/m²
Határoló falszerkezetek egyenértékű terhének karakterisztikus értéke:	0,50 kN/m²
Állandó terhek tömegének karakterisztikus értéke összesen:	8,50 kN/m²
Födém hasznos teher karakterisztikus értéke:	3,00 kN/m²
Hasznos teher kvázi-állandó teherszint tényezője (ψ_2):	0,3

2. Szintenkénti födémteher tervezési értéke tartós tervezési helyzetben

$$p_{Ed} = \gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k = 1{,}35 \cdot 8{,}50 + 1{,}5 \cdot 3{,}00 \approx 16\ \text{kN/m}^2$$

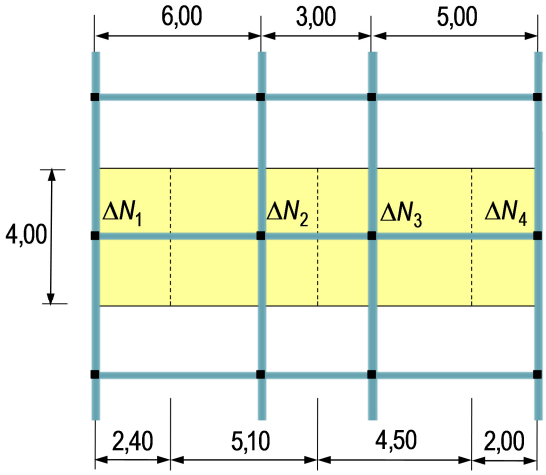
3. Szintenkénti födémteher tervezési értéke szeizmikus tervezési helyzetben

$$p_{Ed} = g_k + \psi_2 \cdot q_k = 8{,}50 + 0{,}3 \cdot 3{,}00 \approx 9{,}40\ \text{kN/m}^2$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Horizontal load due to geometrical imperfections
6. Példa: Geometriai pontatlanságokból származó vízszintes teher

4. Normálerő különbségek



Normálerő különbségek szintenként tartós tervezési helyzetben

$$\Delta N_1 = 4{,}00 \cdot 2{,}40 \cdot 16 \approx 154\ \text{kN}$$
$$\Delta N_2 = 4{,}00 \cdot 5{,}10 \cdot 16 \approx 327\ \text{kN}$$
$$\Delta N_3 = 4{,}00 \cdot 4{,}50 \cdot 16 = 288\ \text{kN}$$
$$\Delta N_4 = 4{,}00 \cdot 2{,}00 \cdot 16 = 128\ \text{kN}$$

Normálerő különbségek szintenként szeizmikus tervezési helyzetben

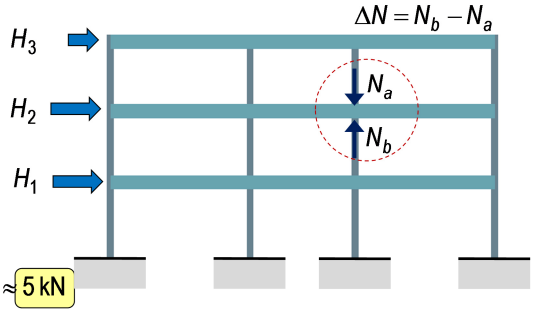
$$\Delta N_1 = 154 \cdot 9{,}40/16 \approx 91\ \text{kN}$$
$$\Delta N_2 = 327 \cdot 9{,}40/16 \approx 193\ \text{kN}$$
$$\Delta N_3 = 288 \cdot 9{,}40/16 \approx 170\ \text{kN}$$
$$\Delta N_4 = 128 \cdot 9{,}40/16 \approx 76\ \text{kN}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Horizontal load due to geometrical imperfections
6. Példa: Geometriai pontatlanságokból származó vízszintes teher

5. Vízszintes terhek geometriai pontatlanságokból – tartós tervezési helyzet

$$\Delta N_1 = 4{,}00 \cdot 2{,}40 \cdot 16 \approx 154\ \text{kN}$$
$$\Delta N_2 = 4{,}00 \cdot 5{,}10 \cdot 16 \approx 327\ \text{kN}$$
$$\Delta N_3 = 4{,}00 \cdot 4{,}50 \cdot 16 = 288\ \text{kN}$$
$$\Lambda N_4 = 4{,}00 \cdot 2{,}00 \cdot 16 = 128\ \text{kN}$$



$$H_3 = \sum_{i=1}^{4} \frac{N_a}{200} = \frac{154 + 327 + 288 + 128}{200} \approx 5\ \text{kN}$$

$$H_2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{200} + \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{400} = 3 \cdot \frac{154 + 327 + 288 + 128}{400} \approx 7\ \text{kN}$$

$$H_1 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{200} + \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{400} = H_2 \approx 7\ \text{kN}$$

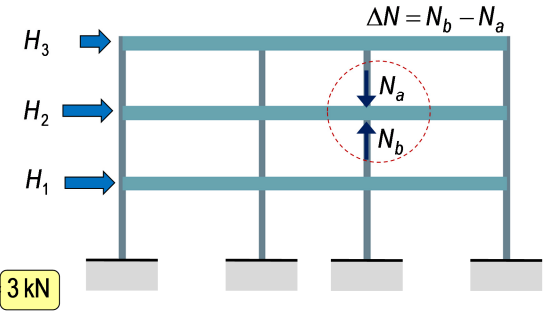
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 6: Horizontal load due to geometrical imperfections

6. Példa: Geometriai pontatlanságokból származó vízszintes teher

6. Vízszintes terhek geometriai pontatlanságokból – szeizmikus tervezési helyzet

$$\Delta N_1 = 154 \cdot 9{,}40/16 \approx 91\,\text{kN}$$
$$\Delta N_2 = 327 \cdot 9{,}40/16 \approx 193\,\text{kN}$$
$$\Delta N_3 = 288 \cdot 9{,}40/16 \approx 170\,\text{kN}$$
$$\Delta N_4 = 128 \cdot 9{,}40/16 \approx 76\,\text{kN}$$



$$H_3 = \sum_{i=1}^{4} \frac{N_a}{200} = \frac{91+193+170+76}{200} \approx 3\,\text{kN}$$

$$H_2 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{200} + \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{400} = 3 \cdot \frac{91+193+170+76}{400} \approx 4\,\text{kN}$$

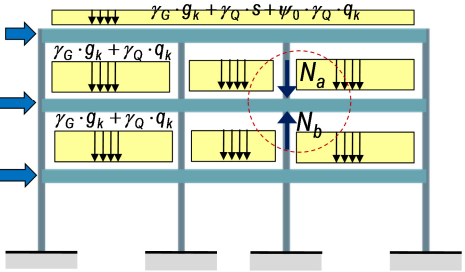
$$H_1 = \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{200} + \sum_{i=1}^{4} \frac{(N_b - N_a)}{400} = H_2 \approx 4\,\text{kN}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads – persistent – wind is not the main accompanying

Vízszintes terhek – tartós helyzet – szélteher nem fő esetleges

$\psi_0 \cdot \gamma_Q \cdot P_{we}$		$\gamma_G \cdot g_k + \gamma_Q \cdot q_k$
16,67 kN	5 kN	21,67 kN
19,33 kN	7 kN	26,33 kN
21,03 kN	7 kN	28,03 kN
Szélteher nem fő esetleges	Geometriai pontatlanságok	



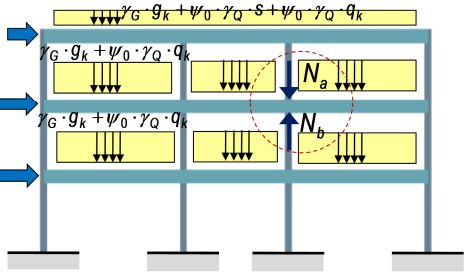
Tervezési helyzet design situation	**Állandó hatások** permanent action		**Független esetleges hatások** single variable action		**Rendkívüli vagy szeizmikus hatások** accidental or seismic
	Kedvezőtlen unfavorable	**Kedvező** favorable	**Domináns** accompanying	**Többi** accompanying	
Tartós Persistent	$\gamma_{G,sup} \cdot G_k$		$\gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}$	$\gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{ki}$	-

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads – persistent – wind is the main accompanying

Vízszintes terhek – tartós helyzet – szélteher fő esetleges

$\gamma_Q \cdot P_{we}$	$\gamma_G \cdot g_k + \psi_0 \cdot \gamma_Q \cdot q_k$	
27,78 kN	4,60 kN ($p_{Ed} = 14{,}63$ kN/m^2)	32,38 kN
32,21 kN	+ 6,40 kN =	38,61 kN
35,03 kN	6,40 kN	41,43 kN
Szélteher fő esetleges	Geometriai pontatlanságok	



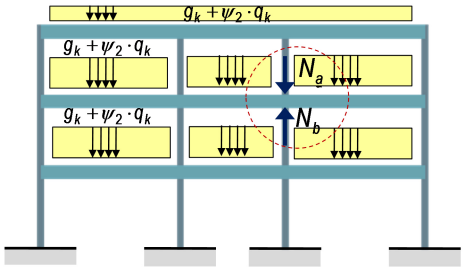
Tervezési helyzet design situation	Állandó hatások permanent action		Független esetleges hatások single variable action		Rendkívüli vagy szeizmikus hatások accidental or seismic
	Kedvezőtlen unfavorable	Kedvező favorable	Domináns accompanying	Többi accompanying	
Tartós Persistent	$\gamma_{G,sup} \cdot G_k$		$\gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}$	$\gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{ki}$	-

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Horizontal loads – Seismic situation

Vízszintes terhek – Szeizmikus helyzet

A_{Ed}	$g_k + \psi_2 \cdot q_k$	
126 kN	3 kN	129 kN
100 kN	+ 4 kN =	104 kN
58 kN	4 kN	62 kN
Földrengés	Geometriai pontatlanságok	

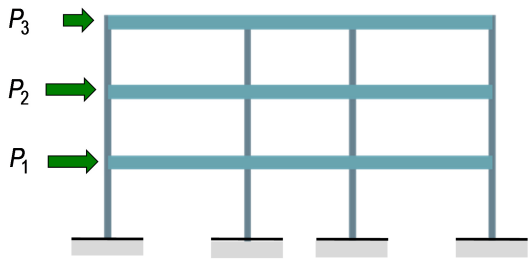


Tervezési helyzet design situation	Állandó hatások permanent action		Független esetleges hatások single variable action		Rendkívüli vagy szeizmikus hatások accidental or seismic
	Kedvezőtlen unfavorable	Kedvező favorable	Domináns accompanying	Többi accompanying	
Szeizmikus Seismic	G_k			$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	A_{Ed}

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Precise solution for horizontal loads
Pontos megoldás vízszintes terhekre

Hogyan oldjuk meg pontosan?



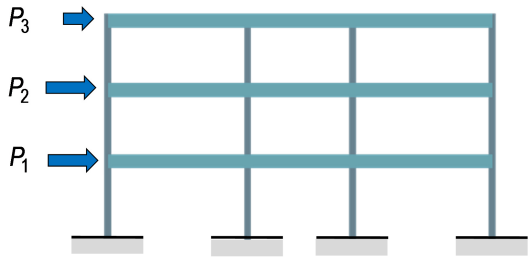
Elmozdulás módszer
- kilendülő keret (merevítetlen keret)
(12 csomópont × 3 szabadságfok - 3 statikai egyenlet = 33)
- fix keret (merevített keret)
(12 csomópont × 2 szabadságfok - 3 statikai egyenlet = 21)

VEM (numerikus megoldás)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Approximation for horizontal loads
Közelítő megoldás vízszintes terhekre

Hogyan oldjuk meg közelítően?



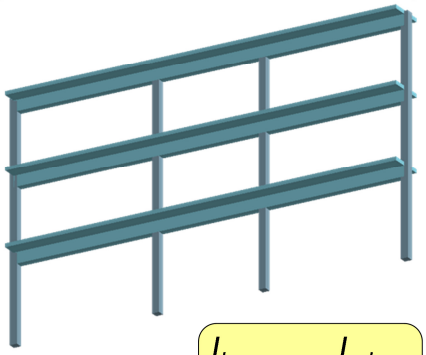
A) Megfontolásokat kell tennünk a keret egyes szerkezeti elemeinek hajlítási merevségeire illetve ezen hajlítási merevségek arányaira vonatkozóan.
B) Jellemzően meg kell különböztetnünk keretgerenda és keretoszlop hajlítási merevségeket.
C) Eltérő oszlop-gerenda ill. gerenda-oszlop merevségi arányok esetén a pontos számítással kapott alakváltozásokból kiindulva közelítő megoldásokat alkalmazunk.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Approximation for RC in plane frame effected by horizontal loads

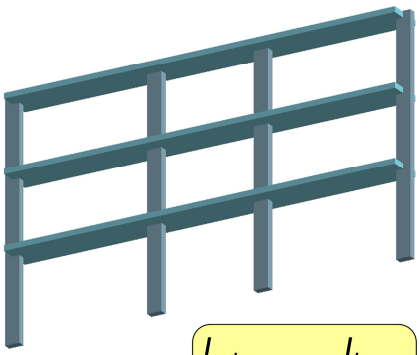
Síkbeli vasbeton keret közelítő számítása vízszintes terhekre

A gerendák merevsége jóval nagyobb mint az oszlopoké



$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

Az oszlopok merevsége jóval nagyobb mint a gerendáké



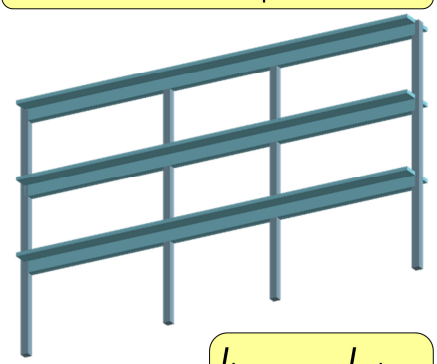
$$\frac{I_{column}}{\ell_{column}} >> \frac{I_{beam}}{\ell_{beam}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Beams are more rigid than columns

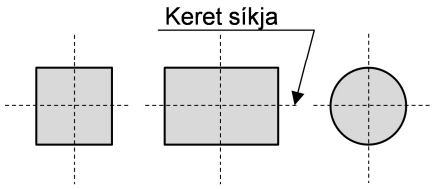
Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

A gerendák merevsége jóval nagyobb mint az oszlopoké

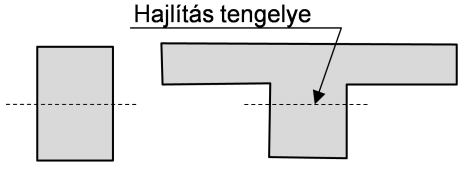


$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

Keretoszlop jellemző keresztmetszeti megoldásai



Keretgerenda jellemző keresztmetszeti megoldásai, modelljei

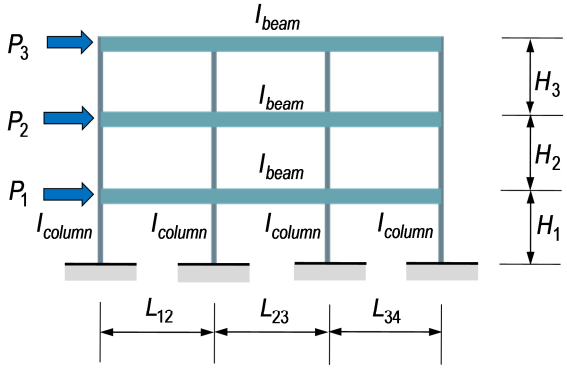


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Beams are more rigid than columns - Statical frame

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Statikai váz

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

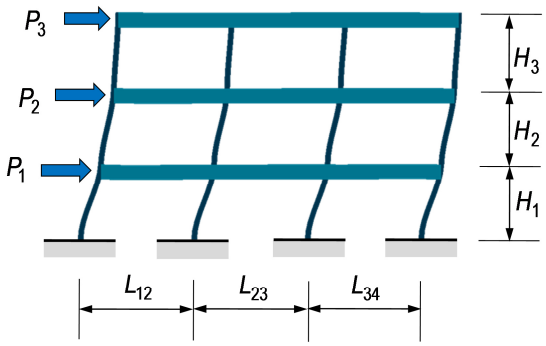


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Beams are more rigid than columns – Displacement curve

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Alakváltozási ábra

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



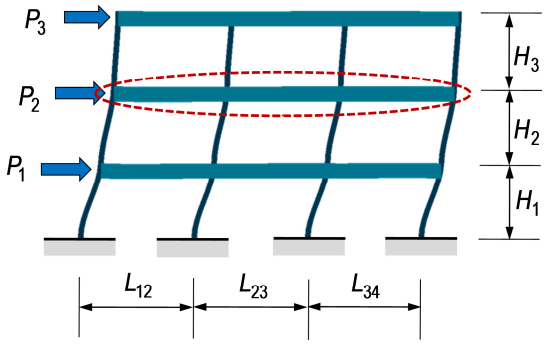
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Beams are more rigid than columns – Behaviour of beam

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Gerenda viselkedés

A gerendák lényegesen nagyobb hajlítási merevsége miatt a gerendák deformációja elhanyagolható az oszlopokéhoz képest.

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

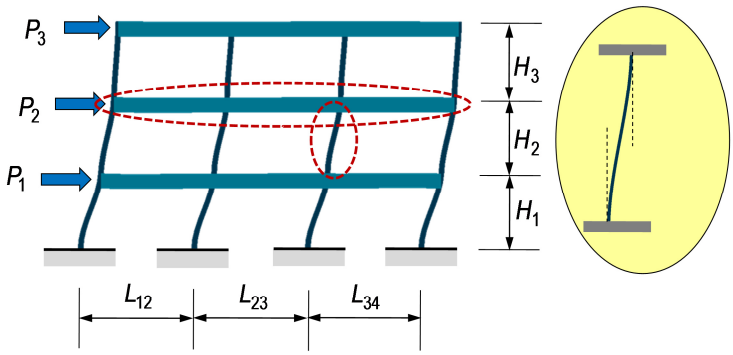
Beams are more rigid than columns – Behaviour of column

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Oszlop viselkedés

A gerendák lényegesen nagyobb hajlítási merevsége miatt a gerendák deformációja elhanyagolható az oszlopokéhoz képest.

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

A gerendák közötti oszlopszakaszok deformált alakjai az oszlopszakaszok alsó és felső keresztmetszeteiben merőlegesek a gerendákra.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Beams are more rigid than columns – Behaviour of column

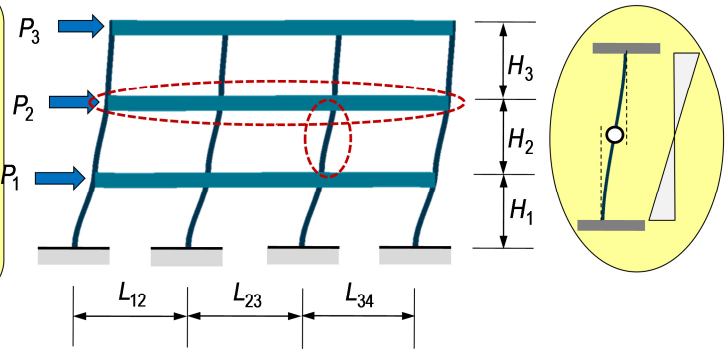
Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Oszlop viselkedés

A gerendák lényegesen nagyobb hajlítási merevsége miatt a gerendák deformációja elhanyagolható az oszlopokéhoz képest.

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

A gerendák közötti oszlopszakaszok deformált alakjai az oszlopszakaszok alsó és felső keresztmetszeteiben merőlegesek a gerendákra.

Az oszlopszakaszok deformációs alakjainak közepén inflexiós pont alakul ki, így itt zérus a hajlító nyomaték, ami olyan, mintha az oszlop középső keresztmetszetében egy csuklót iktatnánk be. A keret statikai vázát így módosíthatjuk.

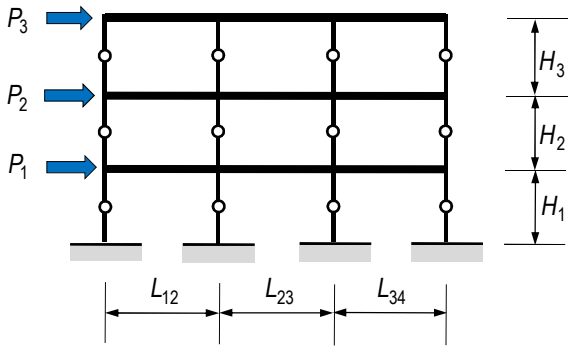


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Beams are more rigid than columns – Modifield statical frame

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Új statikai váz

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

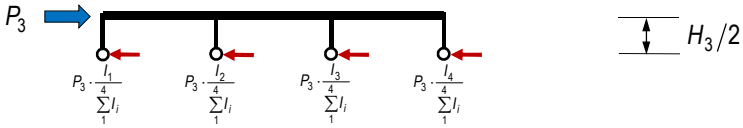
Formation of frames – Level 3

Keretekre bontás – 3. szint



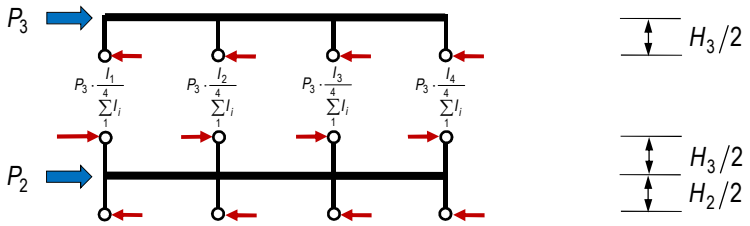
Reaction forces – Level 3

Reakcióerők – 3. szint



Formation of frames – Level 2 – Action forces

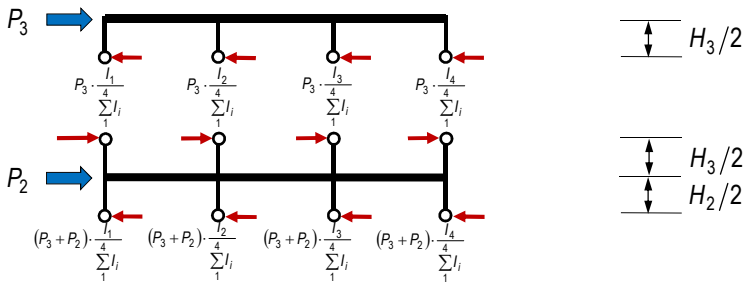
Keretekre bontás – 2. szint – Terhek



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reaction forces – Level 2

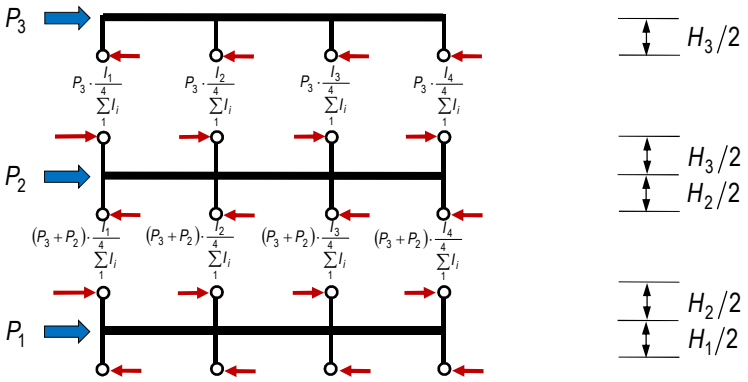
Reakcióerők – 2. szint



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Formation of frames – Level 1 – Action forces

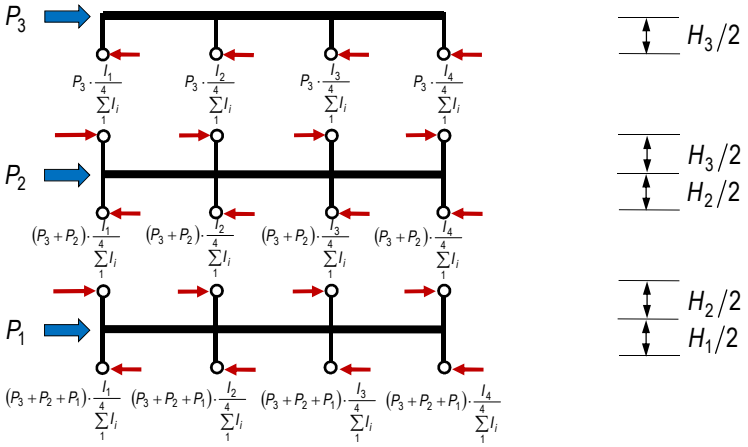
Keretekre bontás – 1. szint – Terhek



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reaction forces – Level 1

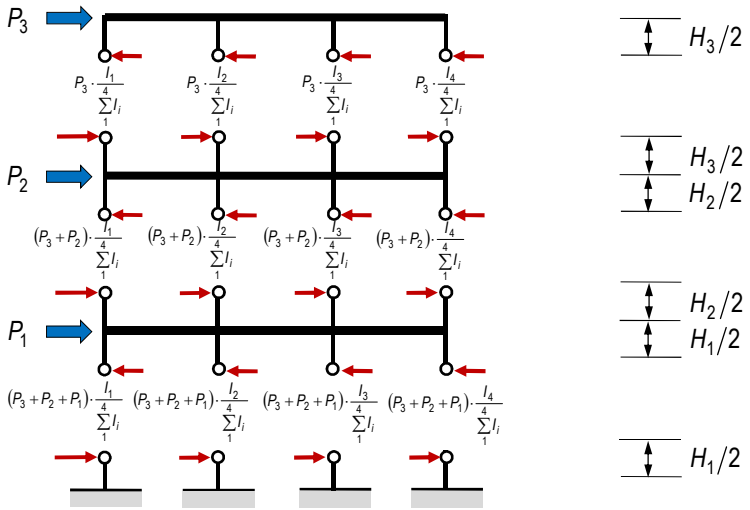
Reakcióerők – 1. szint



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Formation of frames – Level 0 – Action forces

Keretekre bontás – Földszint – Terhek



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bending moments of frame – Level 3

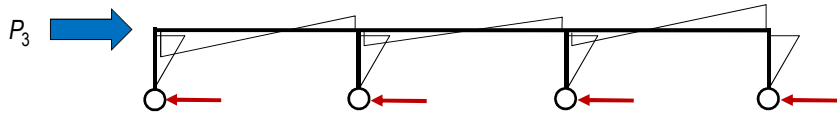
Keret hajlítónyomatékai – 3. szint

Erőosztók

$k_{12} = I_{12} / L_{12}^3$ $k_{23} = I_{23} / L_{23}^3$ $k_{34} = I_{34} / L_{34}^3$

Gerenda nyomatékok Gerenda nyomatékok

$M_{2f} \cdot \frac{k_{12}}{\sum_1^2 k_i}$ $M_{2f} \cdot \frac{k_{23}}{\sum_1^2 k_i}$ $M_{3f} \cdot \frac{k_{23}}{\sum_1^2 k_i}$ $M_{3f} \cdot \frac{k_{34}}{\sum_1^2 k_i}$



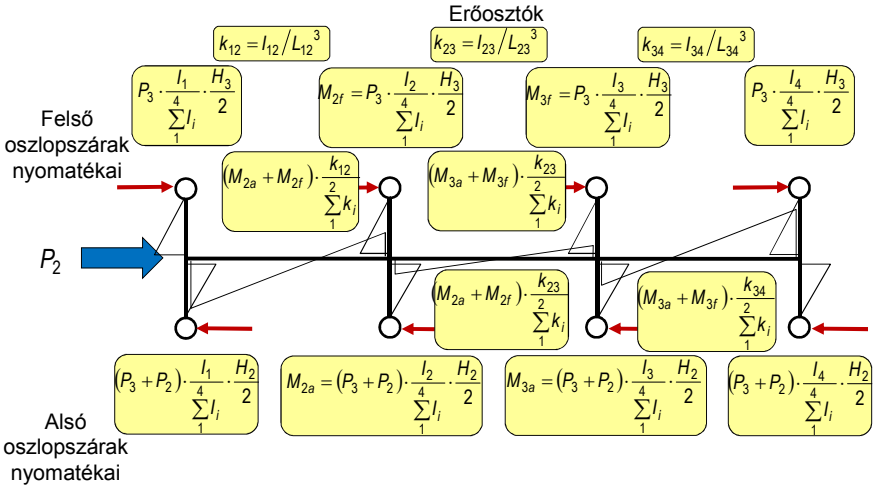
Alsó oszlopszárak nyomatékai

$P_3 \cdot \frac{I_1}{\sum_1^4 I_i} \cdot \frac{H_3}{2}$ $M_{2f} = P_3 \cdot \frac{I_2}{\sum_1^4 I_i} \cdot \frac{H_3}{2}$ $M_{3f} = P_3 \cdot \frac{I_3}{\sum_1^4 I_i} \cdot \frac{H_3}{2}$ $P_3 \cdot \frac{I_4}{\sum_1^4 I_i} \cdot \frac{H_3}{2}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bending moments of frame – Level 2

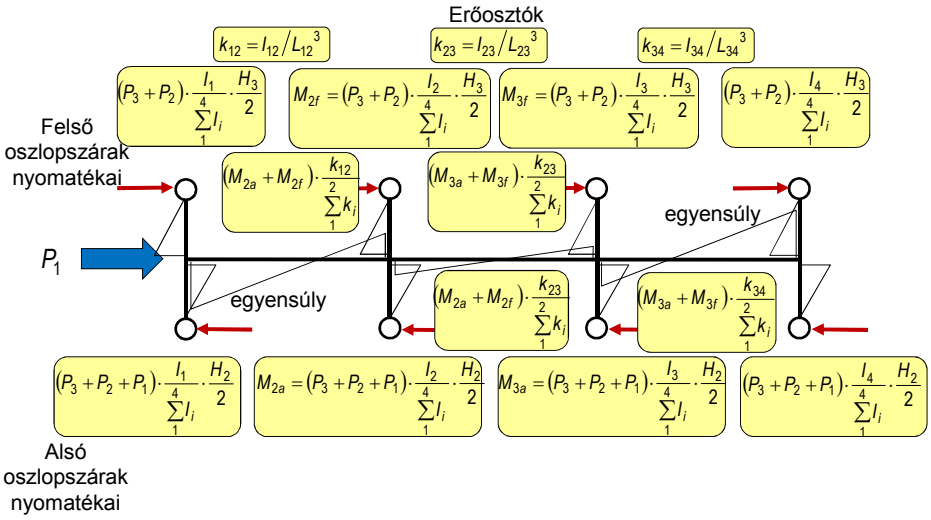
Keret hajlítónyomatékai – 2. szint



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bending moments of frame – Level 1

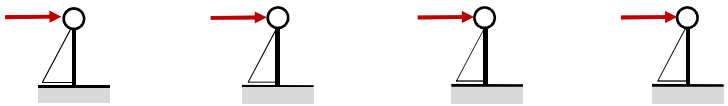
Keret hajlítónyomatékai – 1. szint



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bending moments of frame – Level 0

Keret hajlítónyomatékai – Földszint



$$(P_3+P_2+P_1)\cdot\frac{I_1}{\sum_1^4 I_i}\cdot\frac{H_2}{2} \qquad (P_3+P_2+P_1)\cdot\frac{I_2}{\sum_1^4 I_i}\cdot\frac{H_2}{2} \qquad (P_3+P_2+P_1)\cdot\frac{I_3}{\sum_1^4 I_i}\cdot\frac{H_2}{2} \qquad (P_3+P_2+P_1)\cdot\frac{I_4}{\sum_1^4 I_i}\cdot\frac{H_2}{2}$$

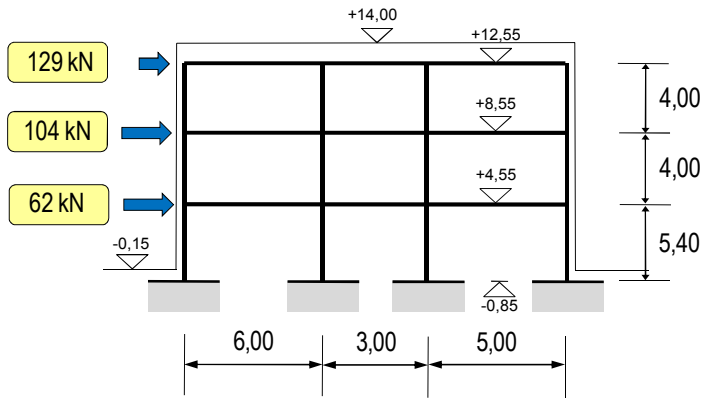
Támasznyomatékok

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Beams are more rigid than columns

7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

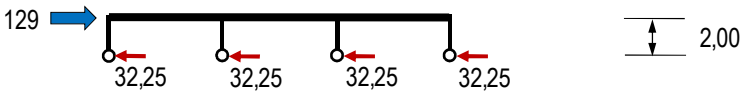
Határozzuk meg az **1. Példában** ismertetett többszintes vasbeton keretszerkezet hajlítónyomatékainak közelítő értékeit a **4. Példában** vizsgált szeizmikus ill. a **6. Példában** szereplő geometriai imperfekciókból származó terhek figyelembe vételével!



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Beams are more rigid than columns

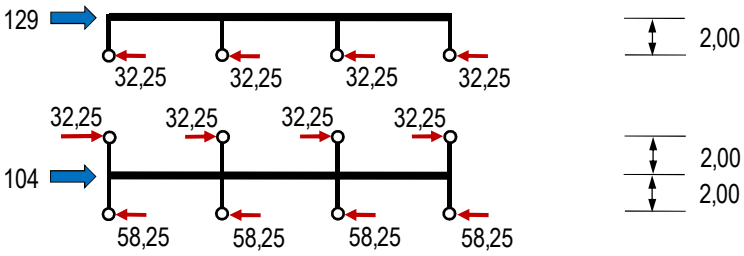
7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 7: Beams are more rigid than columns

7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

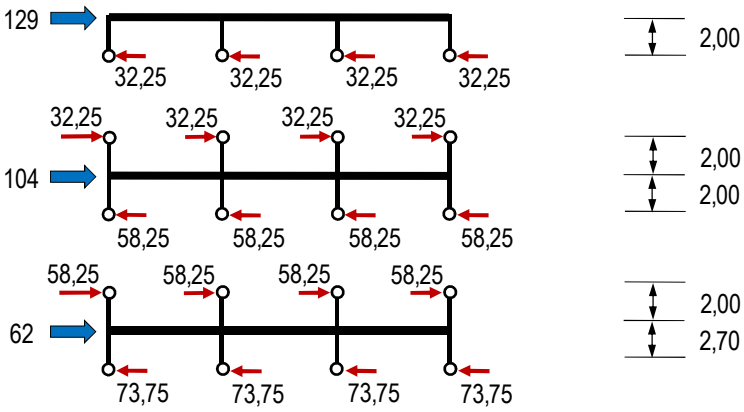


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 7: Beams are more rigid than columns

7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

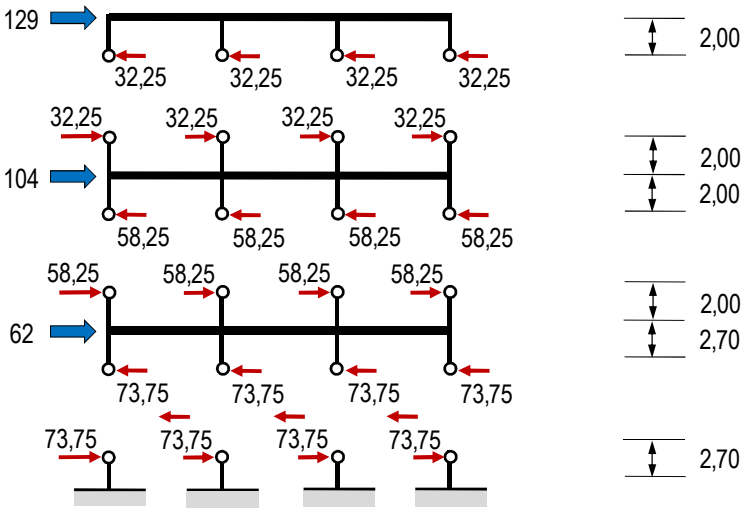


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 7: Beams are more rigid than columns

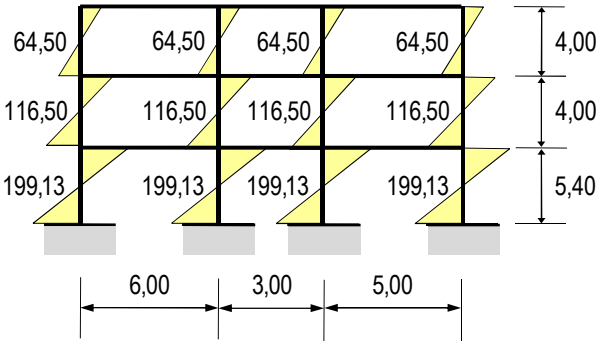
7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Beams are more rigid than columns
7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

Oszlopok hajlítónyomatékai



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 7: Beams are more rigid than columns
7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

T. szinti gerenda hajlítónyomatékai

$k_{12} = 1/6^3 = 0{,}0046 \quad k_{23} = 1/3^3 = 0{,}0370 \quad k_{34} = 1/5^3 = 0{,}008$

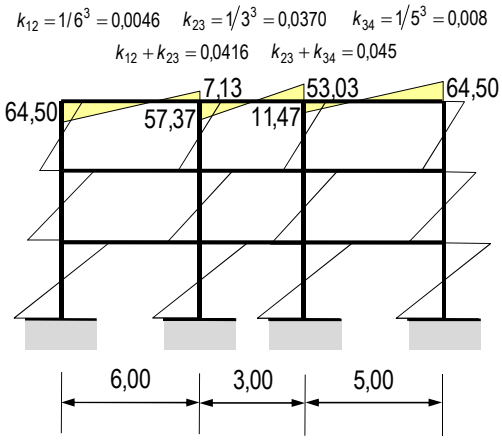
$k_{12} + k_{23} = 0{,}0416 \quad k_{23} + k_{34} = 0{,}045$

$65{,}50 \cdot \frac{0{,}0046}{0{,}0416} = 7{,}13$

$65{,}50 \cdot \frac{0{,}037}{0{,}0416} = 57{,}37$

$65{,}50 \cdot \frac{0{,}0370}{0{,}045} = 53{,}86$

$65{,}50 \cdot \frac{0{,}008}{0{,}045} = 11{,}47$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

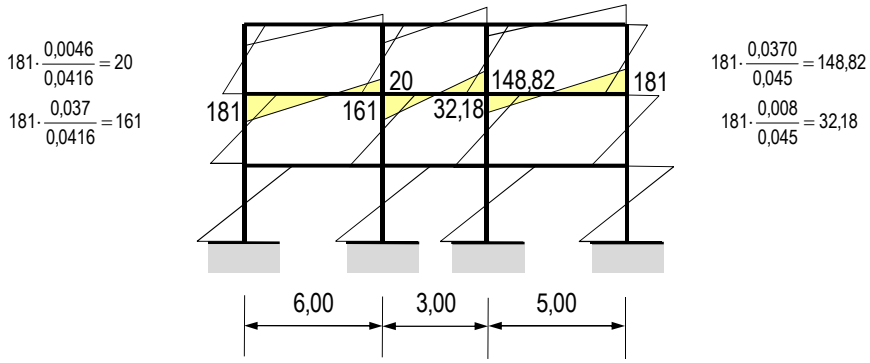
Example 7: Beams are more rigid than columns

7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

II. szinti gerenda hajlítónyomatékai

$k_{12} = 1/6^3 = 0{,}0046 \quad k_{23} = 1/3^3 = 0{,}0370 \quad k_{34} = 1/5^3 = 0{,}008$

$k_{12} + k_{23} = 0{,}0416 \quad k_{23} + k_{34} = 0{,}045$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

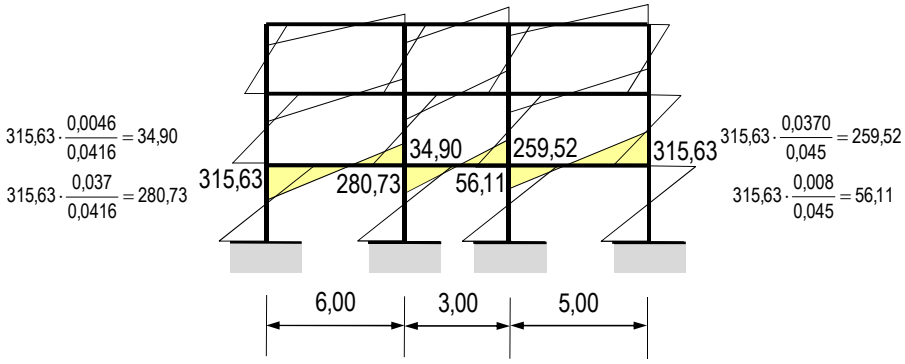
Example 7: Beams are more rigid than columns

7. Példa: Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete

I. szinti gerenda hajlítónyomatékai

$k_{12} = 1/6^3 = 0{,}0046 \quad k_{23} = 1/3^3 = 0{,}0370 \quad k_{34} = 1/5^3 = 0{,}008$

$k_{12} + k_{23} = 0{,}0416 \quad k_{23} + k_{34} = 0{,}045$

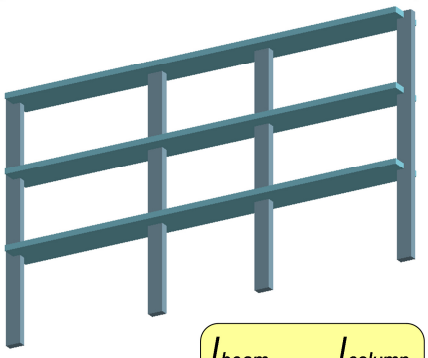


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Columns are more rigid than beams

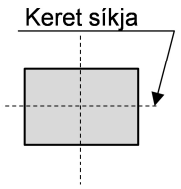
Merevebb keretoszlop, lágyabb keretgerenda esete

Az oszlopok merevsége jóval nagyobb mint a gerendáké

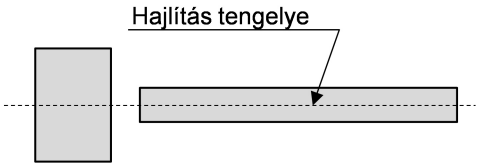


$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

Keretoszlop jellemző keresztmetszeti megoldásai



Keretgerenda jellemző keresztmetszeti megoldásai, modelljei

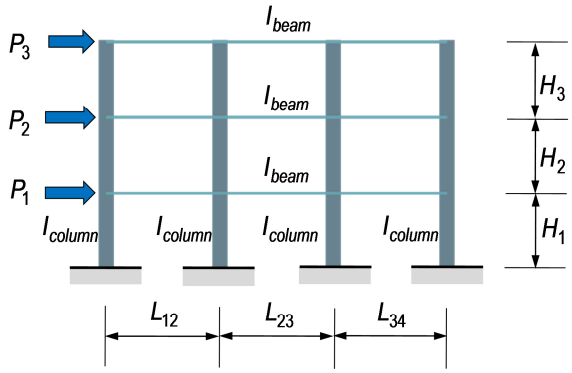


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Columns are more rigid than beams – Statical frame

Merevebb keretoszlop, lágyabb keretgerenda esete – Statikai váz

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



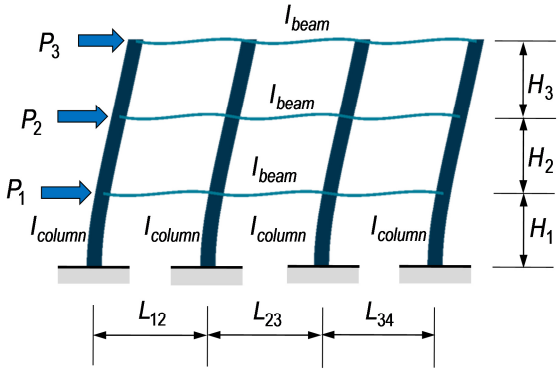
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Columns are more rigid than beams – Displacement curve

Merevebb keretoszlop, lágyabb keretgerenda esete – Alakváltozási ábra

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

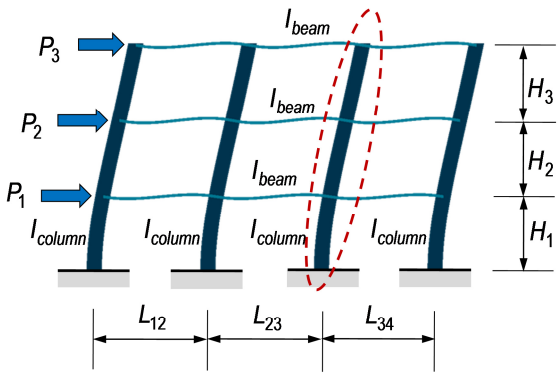
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Beams are more rigid than columns – Behaviour of column

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Oszlop viselkedés

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

Az oszlopok lényegesen nagyobb hajlítási merevsége miatt az oszlopok az épület magasságának megfelelő konzolként viselkednek.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

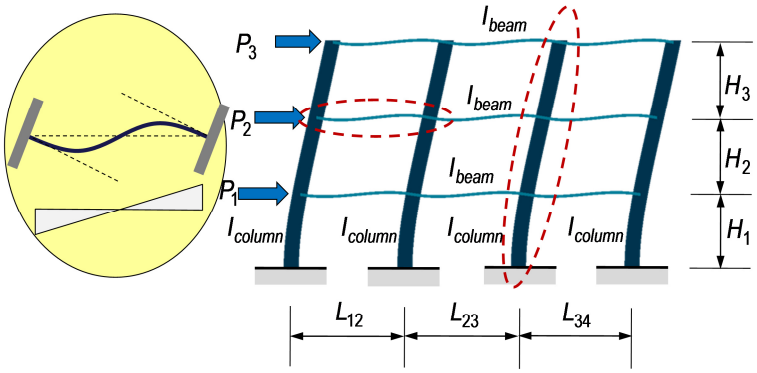
Beams are more rigid than columns – Behaviour of beam

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Gerenda viselkedés

Az oszlopok közötti gerendaszakaszok deformált alakjai a befogások keresztmetszeteiben merőlegesek az oszlopokra.

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

Az oszlopok lényegesen nagyobb hajlítási merevsége miatt az oszlopok az épület magasságának megfelelő konzolként viselkednek.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

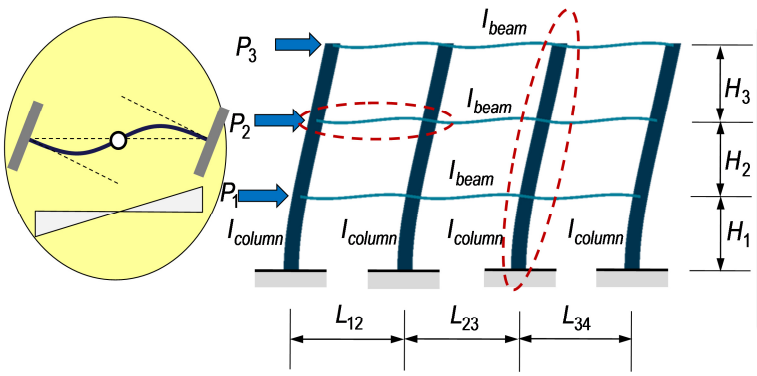
Beams are more rigid than columns – Behaviour of beam

Merevebb keretgerenda, lágyabb keretoszlop esete – Gerenda viselkedés

Az oszlopok közötti gerendaszakaszok deformált alakjai a befogások keresztmetszeteiben merőlegesek az oszlopokra.

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

Az oszlopok lényegesen nagyobb hajlítási merevsége miatt az oszlopok az épület magasságának megfelelő konzolként viselkednek.



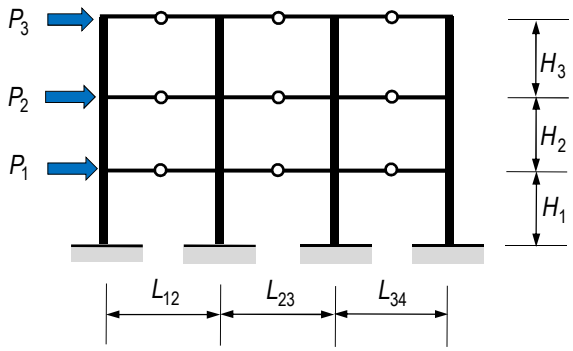
A gerendaszakaszok deformációs alakjainak közepén inflexiós pont alakul ki, így itt zérus a hajlítónyomaték, ami olyan, mintha a gerendaszakaszok középső keresztmetszeteiben csuklót iktatnánk be. A keret statikai vázát ennek megfelelően módosíthatjuk.

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Columns are more rigid than beams – Modifield statical frame

Merevebb keretoszlop, lágyabb keretgerenda esete – Új statikai váz

$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$

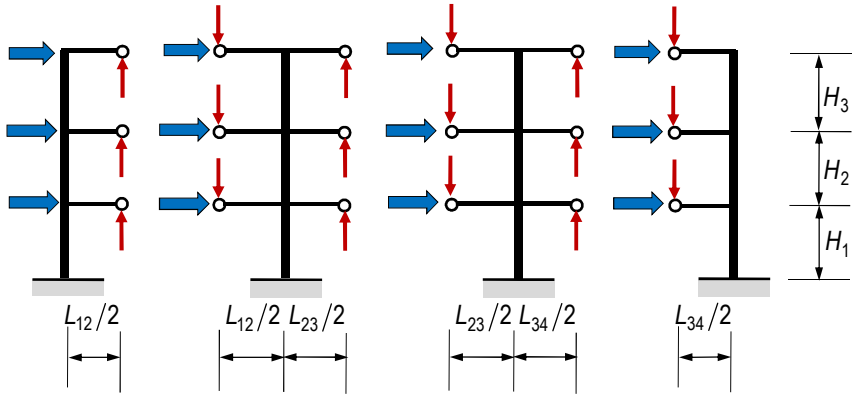


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Columns are more rigid than beams – Formation of columns

Merevebb keretoszlop, lágyabb keretgerenda esete – Oszlopokra bontás

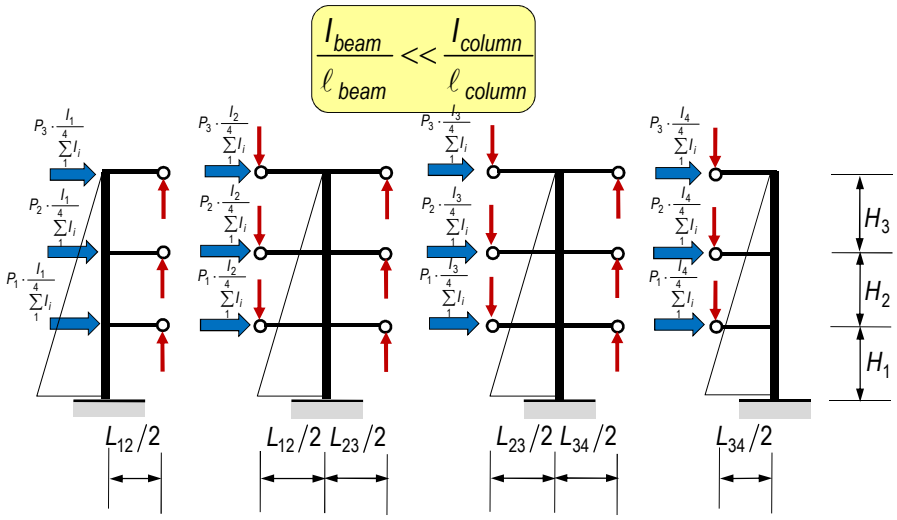
$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} << \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Columns are more rigid than beams – No beam effect

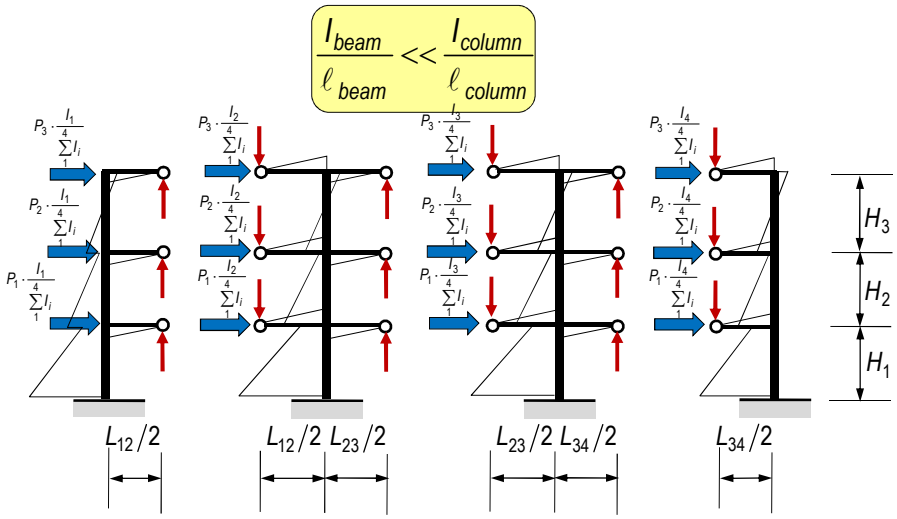
Merevebb keretoszlop, lágyabb keretgerenda esete – 0 gerendahatás



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Columns are more rigid than beams – Real moment

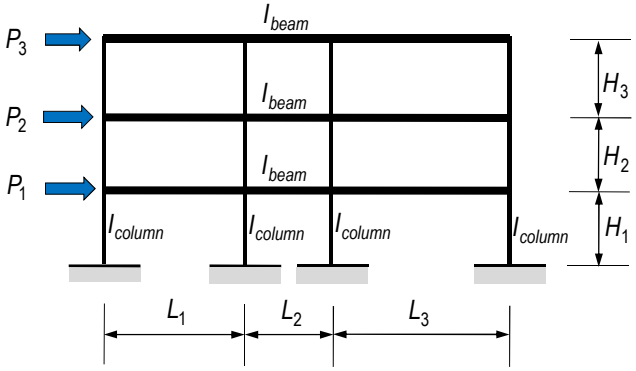
Merevebb keretoszlop, lágyabb keretgerenda esete – Nyomatékeloszlás



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method
Portál módszer

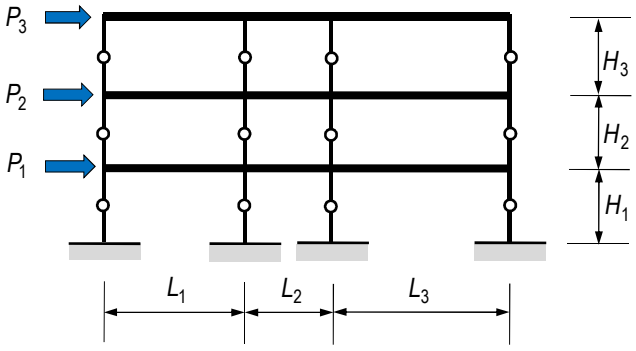
$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Behaviour of column
Portál módszer – Oszlop viselkedése

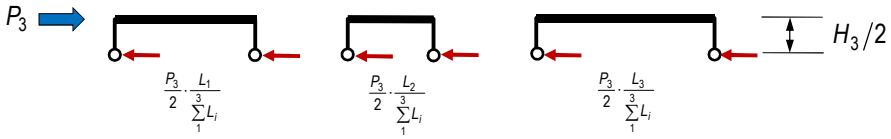
$$\frac{I_{beam}}{\ell_{beam}} >> \frac{I_{column}}{\ell_{column}}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Level 3 – Action and reaction forces of ports

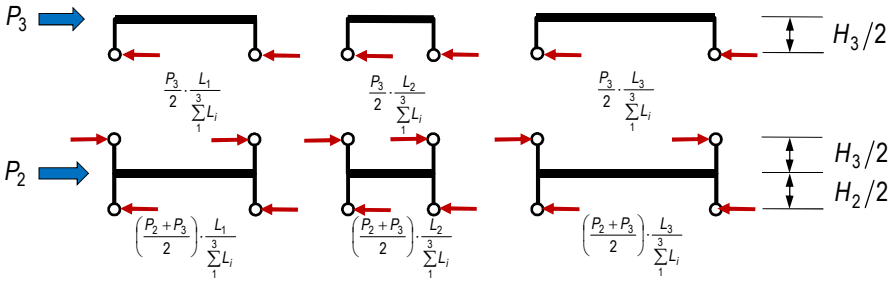
Portál módszer – 3. szint – Kapuk terhei és reakcióerői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Level 2 – Action and reaction forces of ports

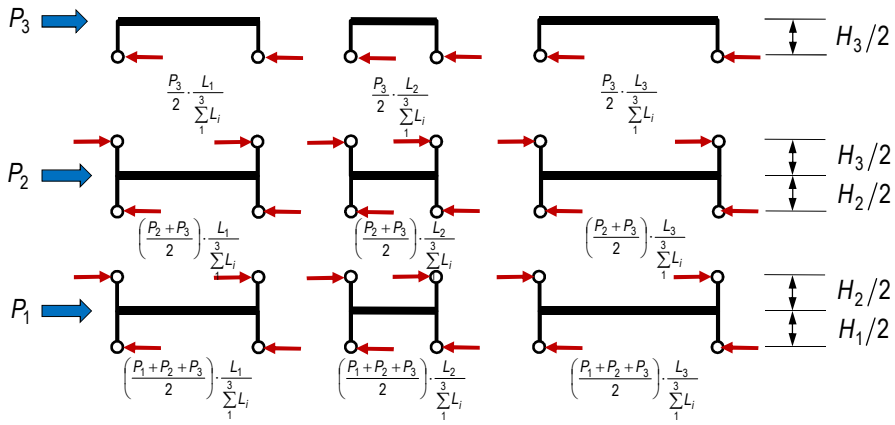
Portál módszer – 2. szint – Kapuk terhei és reakcióerői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Level 1 – Action and reaction forces of ports

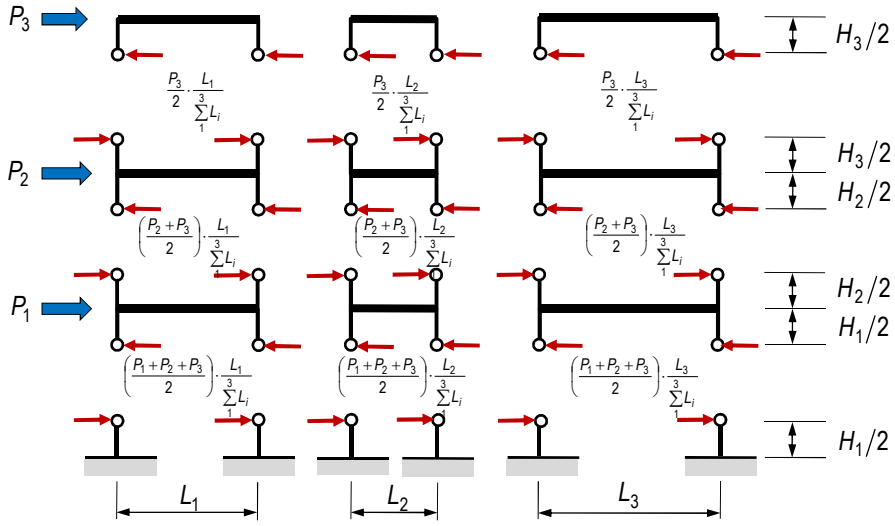
Portál módszer – 1. szint – Kapuk terhei és reakcióerői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Level 0 – Action and reaction forces of ports

Portál módszer – Földszint – Kapuk terhei és reakcióerői

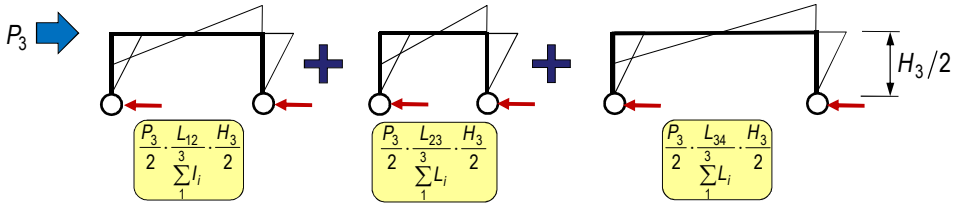


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Bending moments of frame – Level 3

Portál módszer – Keret hajlítónyomatékai – 3. szint

Szétválasztott keretelemek, kapuk sarok nyomatékai



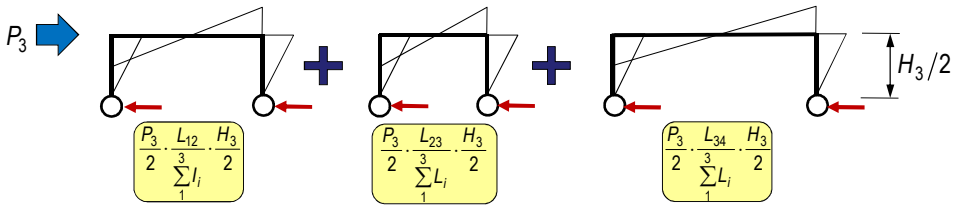
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

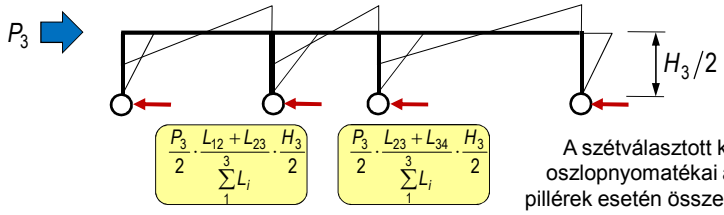
Portal method – Bending moments of frame – Level 3

Portál módszer – Keret hajlítónyomatékai – 3. szint

Szétválasztott keretelemek, kapuk sarok nyomatékai



Egyesített keret nyomatékai

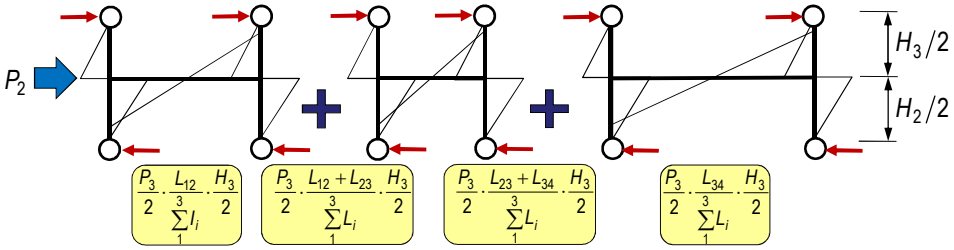


A szétválasztott kapuk oszlopnyomatékai a belső pillérek esetén összeadódnak!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Bending moments of frame – Level 2

Portál módszer – Keret hajlítónyomatékai – 2. szint

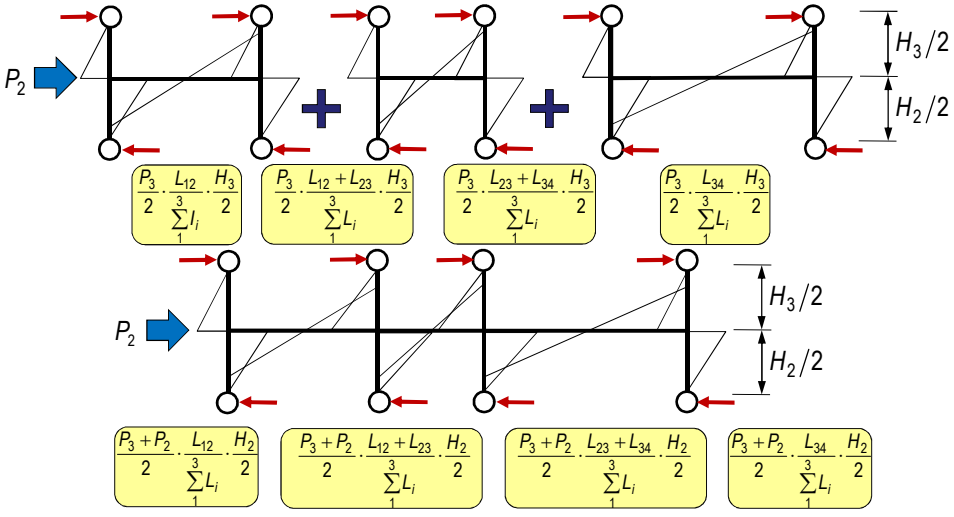


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Portal method – Bending moments of frame – Level 2

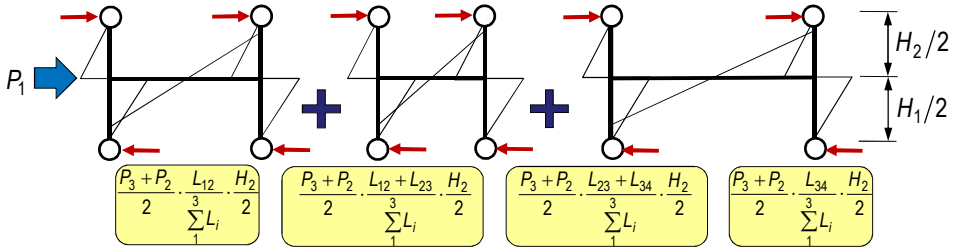
Portál módszer – Keret hajlítónyomatékai – 2. szint



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Bending moments of frame – Level 1

Portál módszer – Keret hajlítónyomatékai – 1. szint

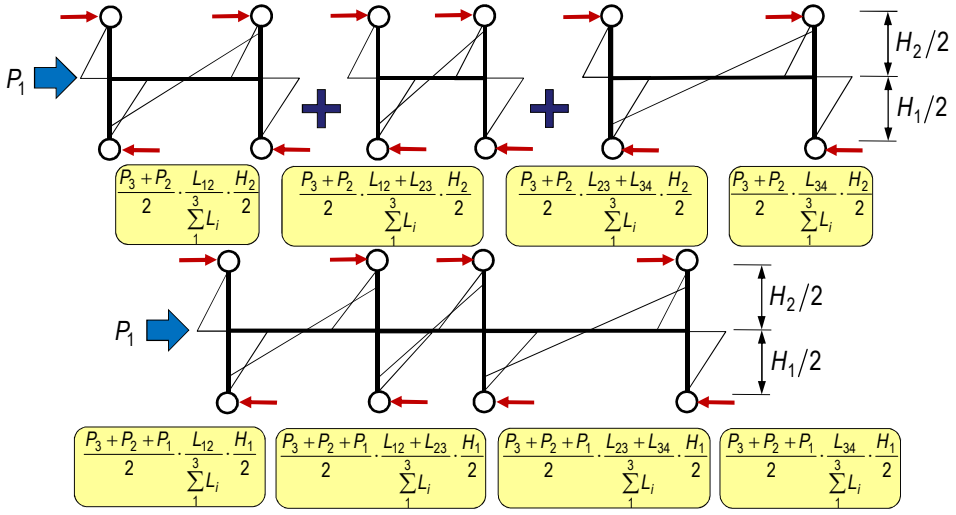


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Portal method – Bending moments of frame – Level 1

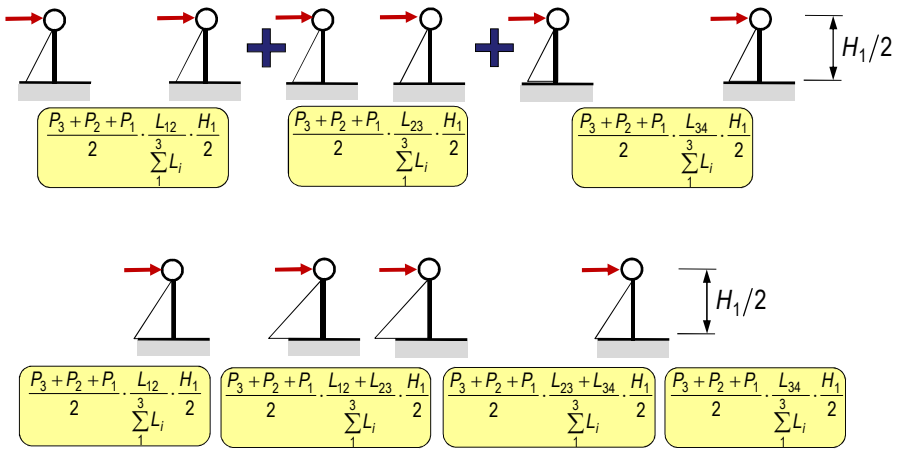
Portál módszer – Keret hajlítónyomatékai – 1. szint



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Portal method – Bending moments of frame – Level 0

Portál módszer – Keret hajlítónyomatékai – Földszint

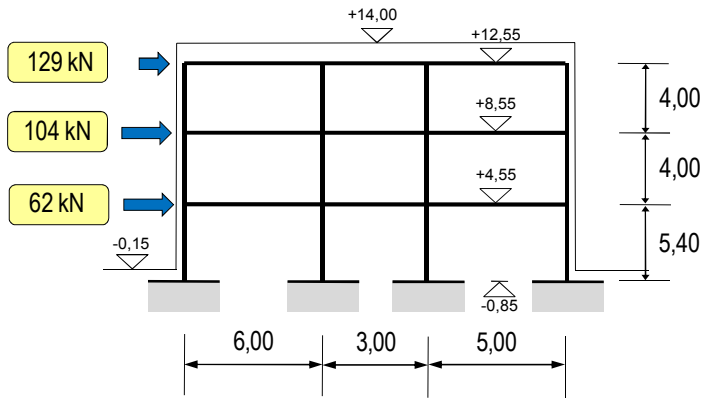


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Portal method

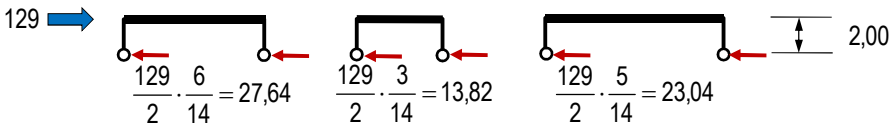
8. Példa: Portál módszer

Határozzuk meg az **7. Példában** ismertetett többszintes vasbeton keretszerkezet hajlítónyomatékainak közelítő értékeit a portál módszer segítségével!



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

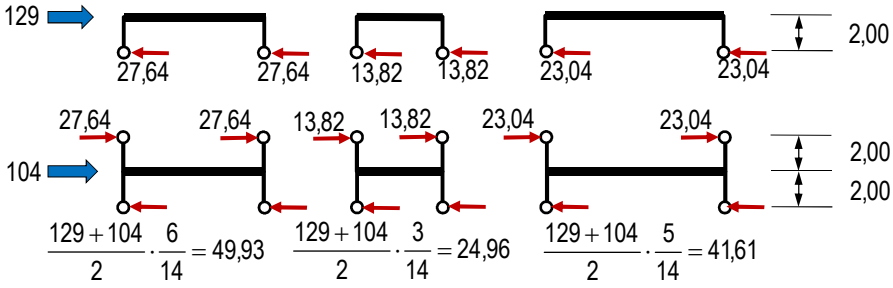
Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

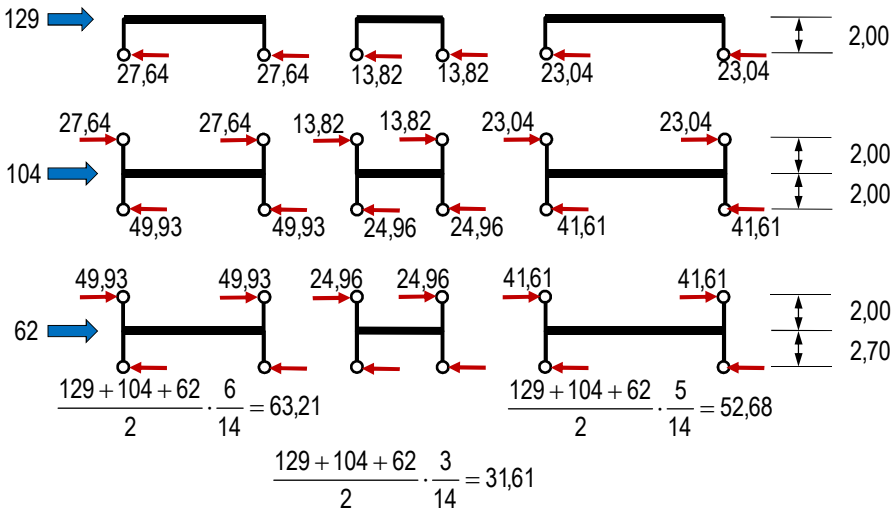
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer



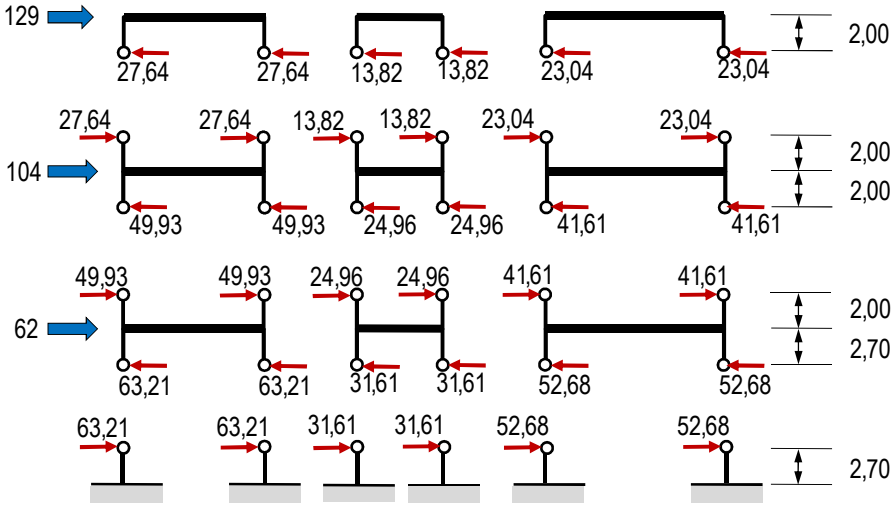
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

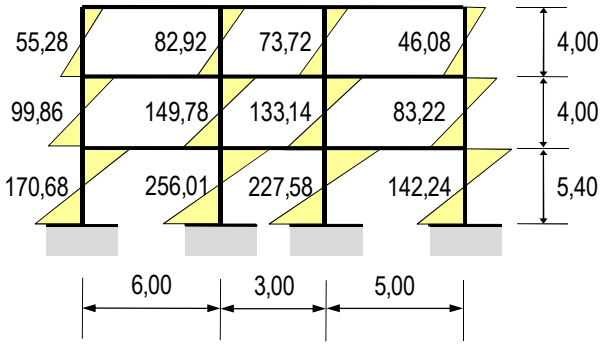
Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer

Oszlopok hajlítónyomatékai

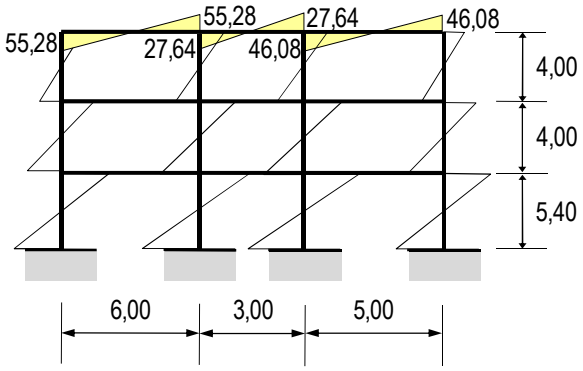


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer

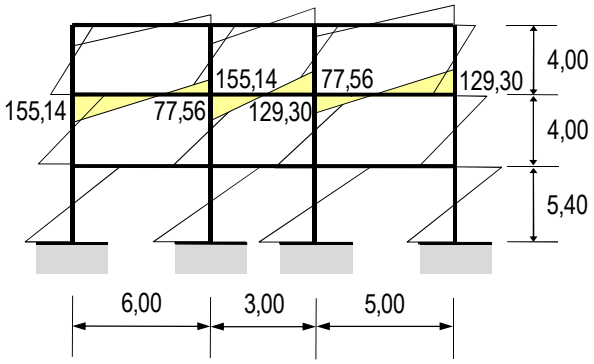
T. szinti gerenda hajlítónyomatékai



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer

II. szinti gerenda hajlítónyomatékai

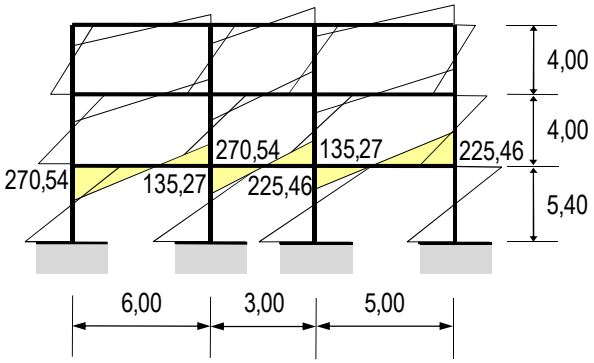


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture V. / V. Előadás

Example 8: Portal method
8. Példa: Portál módszer

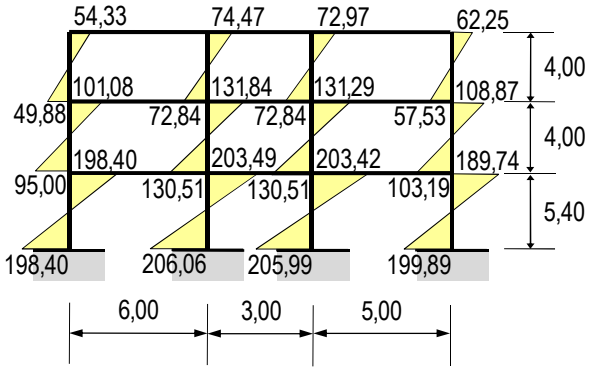
I. szinti gerenda hajlítónyomatékai



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 9: FEM
9. Példa: VEM

Oszlopok hajlítónyomatékai

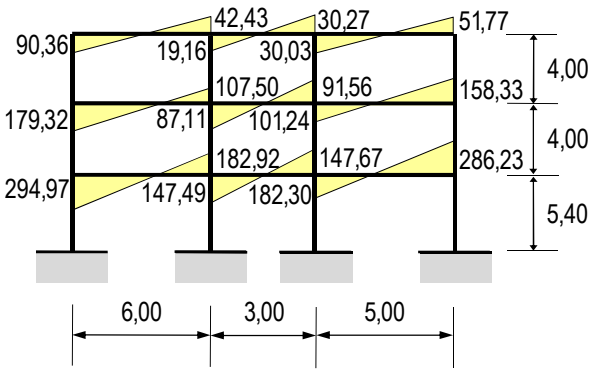


Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture V. / V. Előadás

Example 9: FEM
9. Példa: VEM

Gerendák hajlítónyomatékai



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

V.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton keretszerkezetek – igénybevételek közelítő és pontos meghatározása I. -

Köszönöm a figyelmet!



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

6. Előadás

Vasbeton keretszerkezetek
Igénybevételek közelítő és pontos meghatározása II.

VI.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton keretszerkezetek közelítő számítása II. -





Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

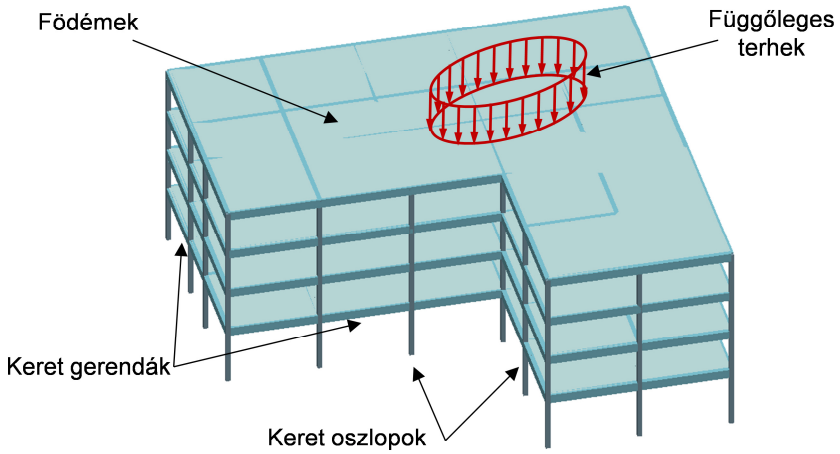
Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

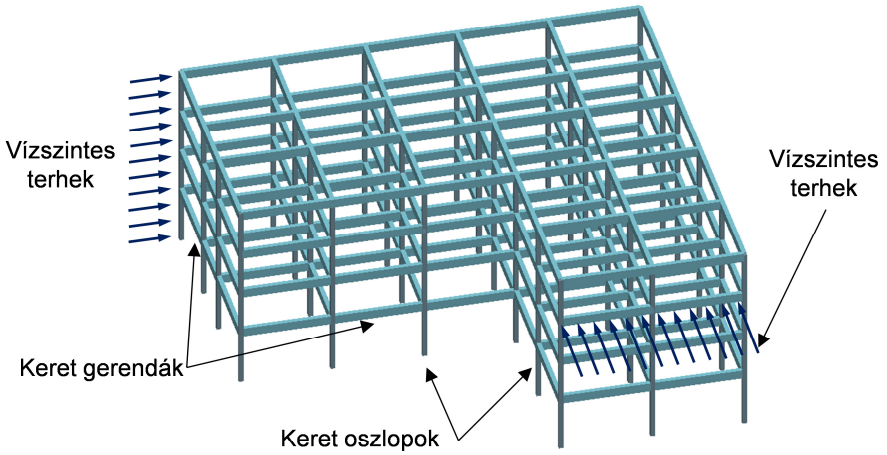
Reinforced concrete frame building

Vasbeton keretszerkezetű épület



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

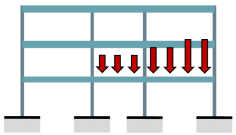
Reinforced concrete frame building
Vasbeton keretszerkezetű épület



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Load of reinforced concrete frame
Vasbeton keretszerkezet terhei

Függőleges terhek



Állandó terhek:
szerkezetek, válaszfalak, rétegrend, gépészet, villamosság, álmennyezet, technológia, stb.

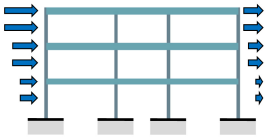
Födémek hasznos terhei:
funkciótól függő hasznos teher, zárófödémek hasznos terhei (járható, nem járható esetek), szerelési teher, stb.

Födémek meteorológiai terhei:
zárófödémek hóterhe

Szeizmikus terhek:
függőleges gyorsulásból származó földrengésteher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések függőleges terhei

Vízszintes terhek



Állandó terhek:
geometriai imperfekciókból (ferdeségből) származó vízszintes terhek

Meteorológiai terhek:
szélnyomás szélszívás, szélsurlódás

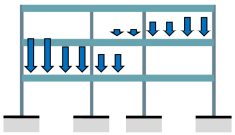
Szeizmikus terhek:
vízszintes gyorsulásból származó szeizmikus (földrengés) teher

Rendkívüli terhek:
robbanások, ütközések vízszintes terhei

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vertical loads: Ultimate limit state (ULS)

Függőleges terhek : Teherbírási határállapot

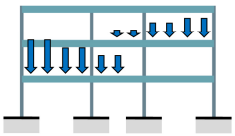


Tervezési helyzet	Állandó hatások		Független esetleges hatások		Rendkívüli vagy szeizmikus hatások
	Kedvezőtlen	Kedvező	Domináns	Többi	
Tartós, ideiglenes	$\gamma_{G,sup} \cdot G_k$	$\gamma_{G,inf} \cdot G_k$	$\gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}$	$\gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{ki}$	-
Rendkívüli	G_k		$\psi_{11} \cdot Q_{k1}$	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	A_d
Szeizmikus	G_k		-	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	A_{Ed}

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vertical loads: Serviceability limit state (SLS)

Függőleges terhek : Használhatósági határállapot

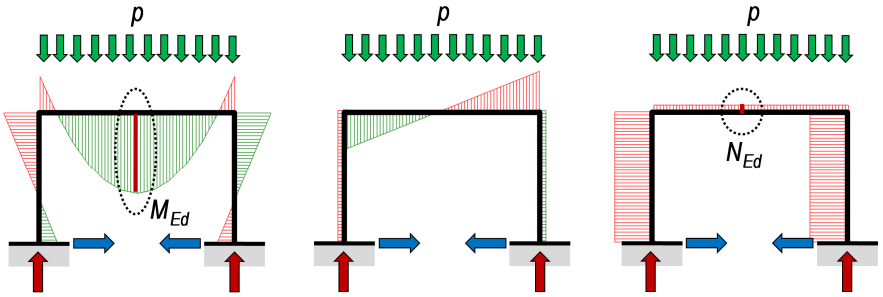


Hatáskombináció	Állandó hatások	Független esetleges hatások	
		Domináns	Többi
Kvázi-állandó	G_{kj}	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$	
Gyakori		$\psi_{11} \cdot Q_{k1}$	$\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$
Karakterisztikus		Q_{k1}	$\psi_{0i} \cdot Q_{ki}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vertical force acting on beam – Fix frame

Gerendára működő függőleges megoszló teher – Befogott keret

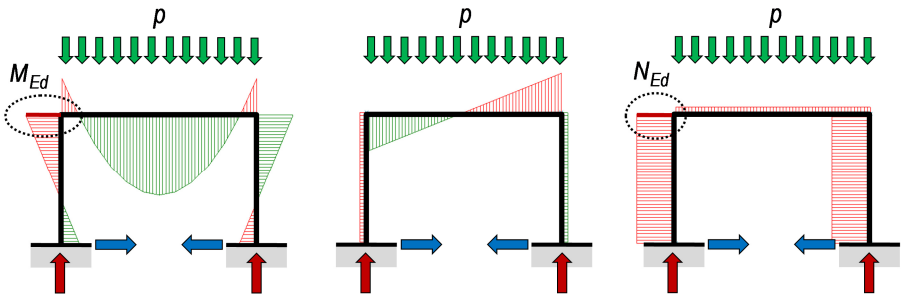


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Vertical force acting on beam – Fix frame

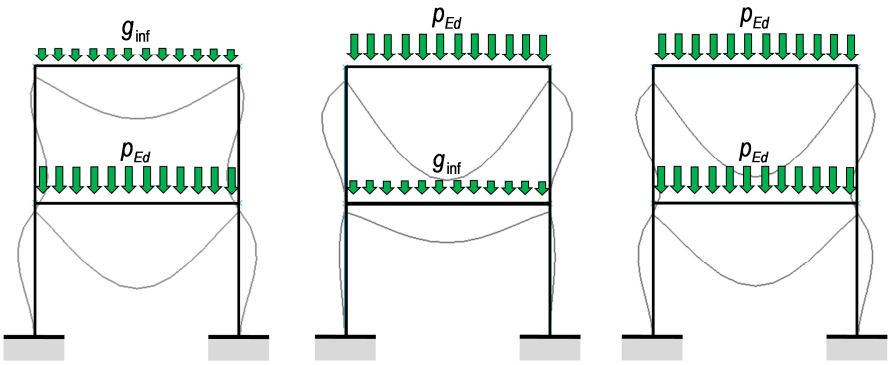
Gerendára működő függőleges megoszló teher – Befogott keret



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Two-storey simple fix frame – Deformation curves

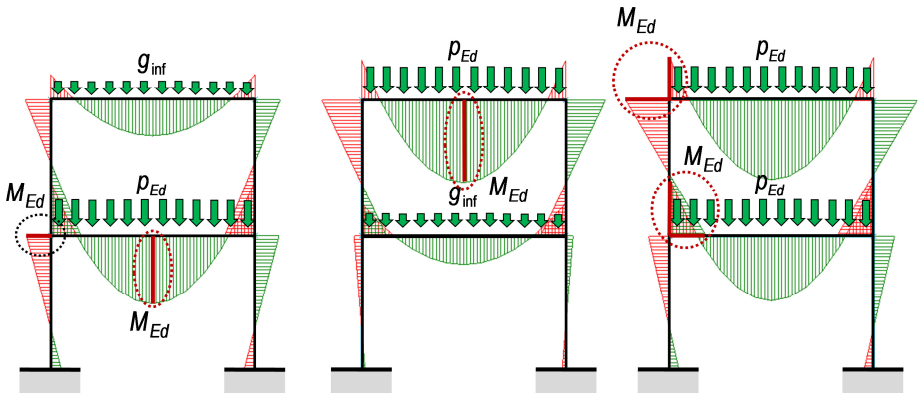
Kétszintes befogott egyszerű keret – Alakváltozások



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Two-storey simple fix frame – Bending moment curves

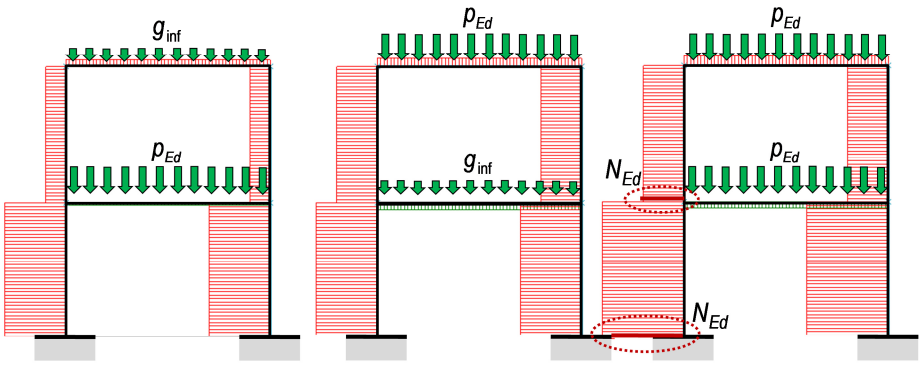
Kétszintes befogott egyszerű keret – Hajlítónyomatékok



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Two-storey simple fix frame – Normal forces

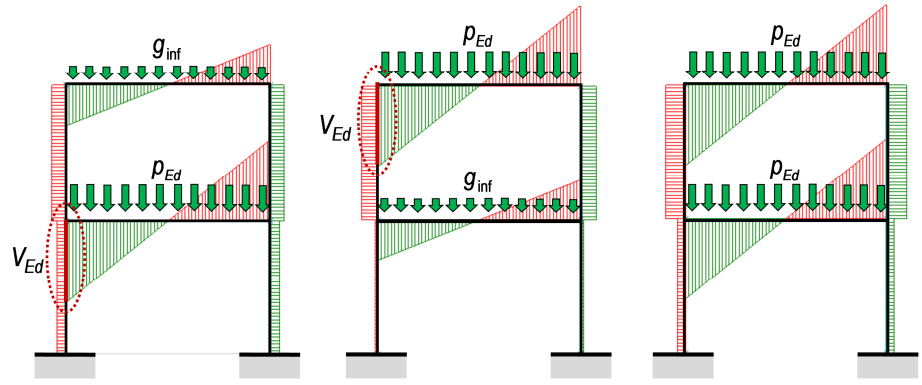
Kétszintes befogott egyszerű keret – Normálerők



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Two-storey simple fix frame – Shear forces

Kétszintes befogott egyszerű keret – Nyíróerők

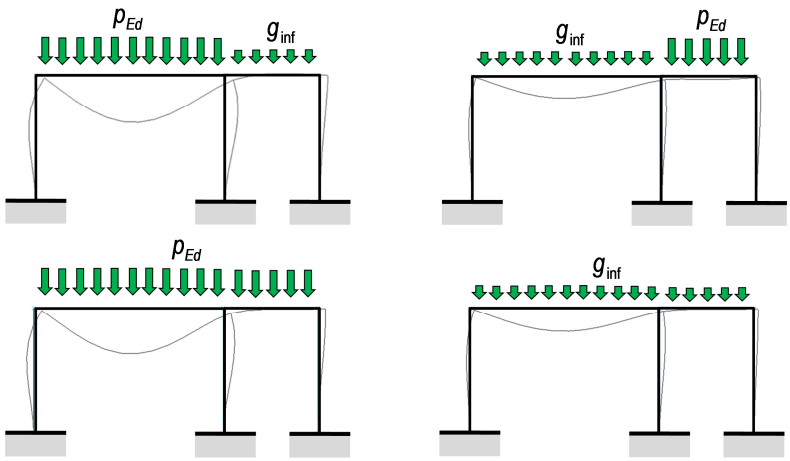


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Two-hall fix frame – Deformation curves

Egyszintes befogott kétnyílású keret – Alakváltozások

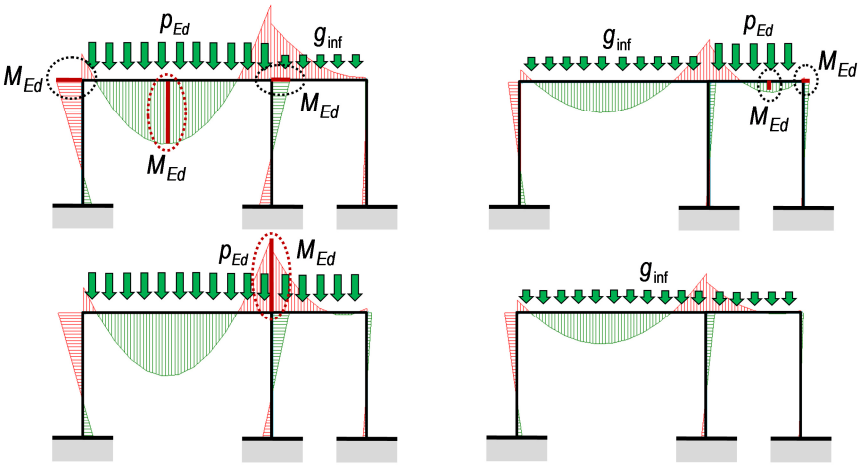


Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Two-hall fix frame – Bending moment curves

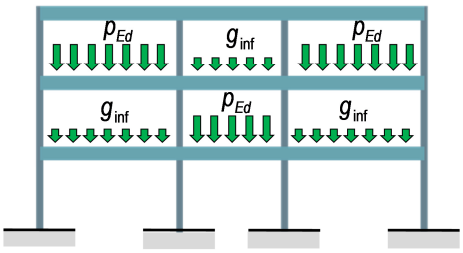
Egyszintes befogott kétnyílású keret – Hajlítónyomatékok



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Precise solution for vertical loads
Pontos megoldás függőleges terhekre

Hogyan oldjuk meg pontosan?



?

Elmozdulás módszer
- kilendülő keret (merevítetlen keret)
(12 csomópont × 2 szabadságfok - 3 statikai egyenlet = 21)
- fix keret (merevített keret)
(12 csomópont × 1 szabadságfok - 3 statikai egyenlet = 9)

VEM (numerikus megoldás)

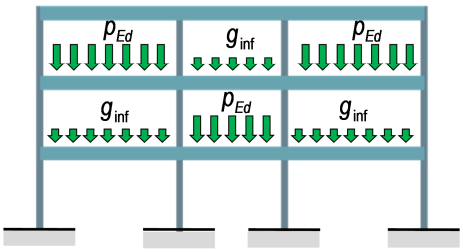
Terhelési esetek felvétele???!!!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Precise solution for vertical loads
Pontos megoldás függőleges terhekre

Hogyan oldjuk meg pontosan?



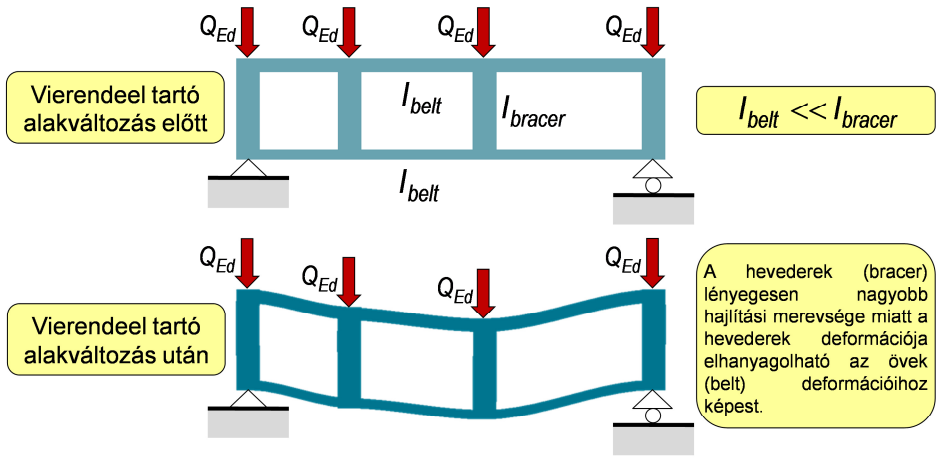
Maximális hajlítónyomatékok (*Mmax*) és ezekkel **egyidejű normálerők (*N*)** meghatározása a gerendák és pillérek jellemző keresztmetszeteiben

Maximális normálerők (*Nmax*) és ezekkel **egyidejű hajlítónyomatékok (*M*)** meghatározása a gerendák és pillérek jellemző keresztmetszeteiben

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Deflection

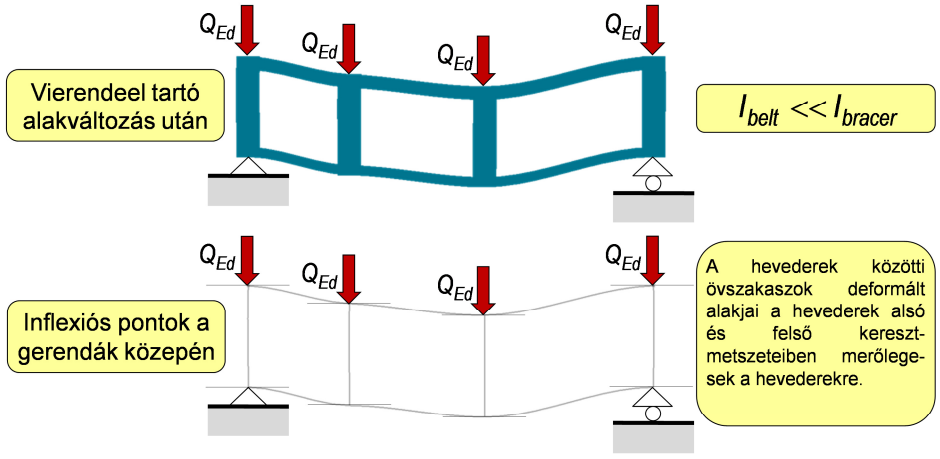
Vierendeel tartók közelítő számítása – Alakváltozás



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Behavior of belts

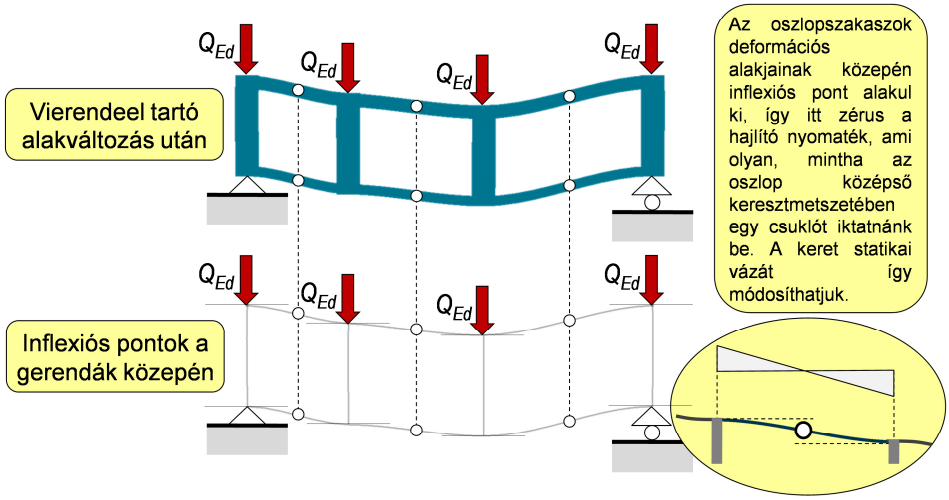
Vierendeel tartók közelítő számítása – Övek viselkedése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Behaviour of belts

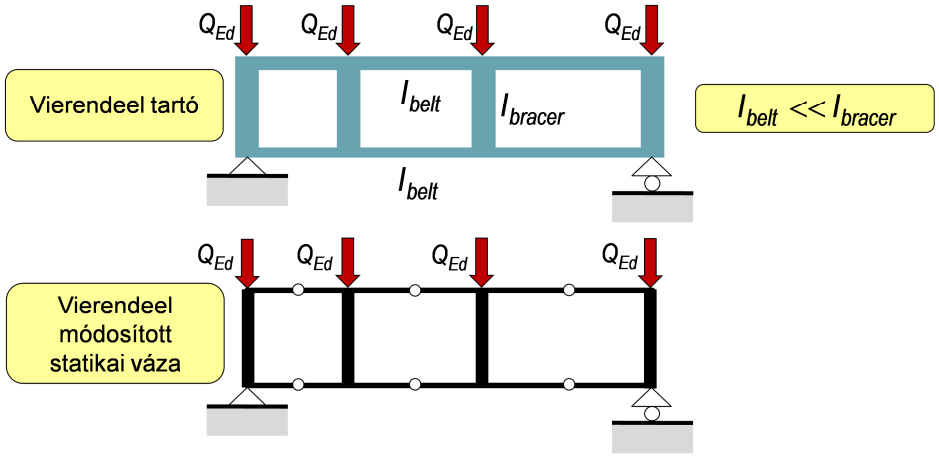
Vierendeel tartók közelítő számítása – Övek viselkedése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Modifield statical frame

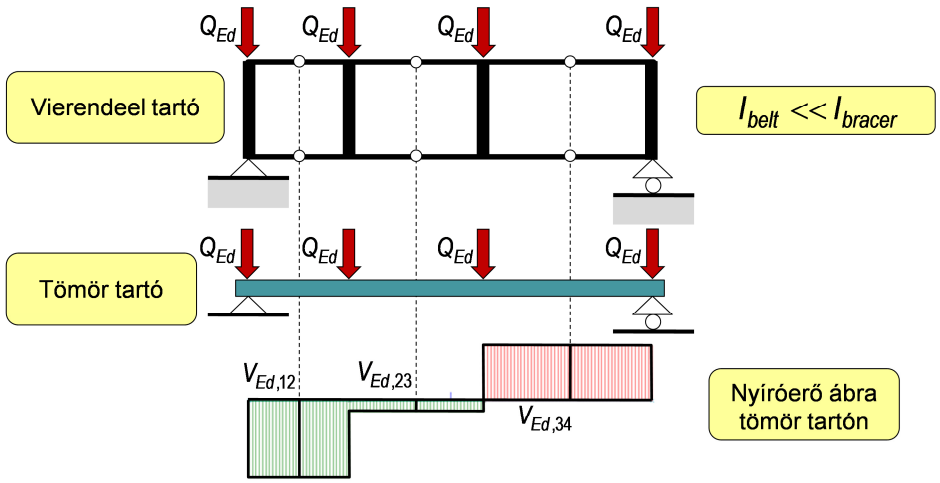
Vierendeel tartók közelítő számítása – Új statikai váz



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Beam analogy

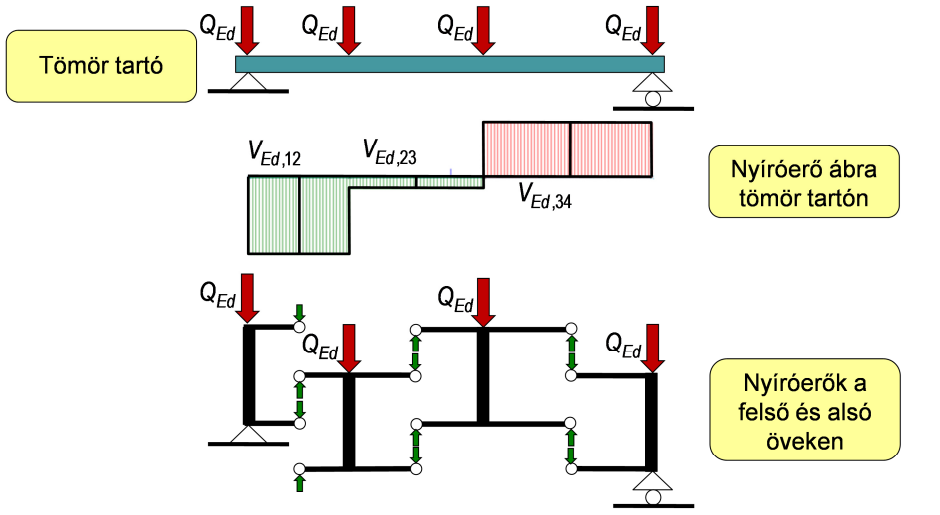
Vierendeel tartók közelítő számítása – Tömör tartó analógia



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Shear force of belts

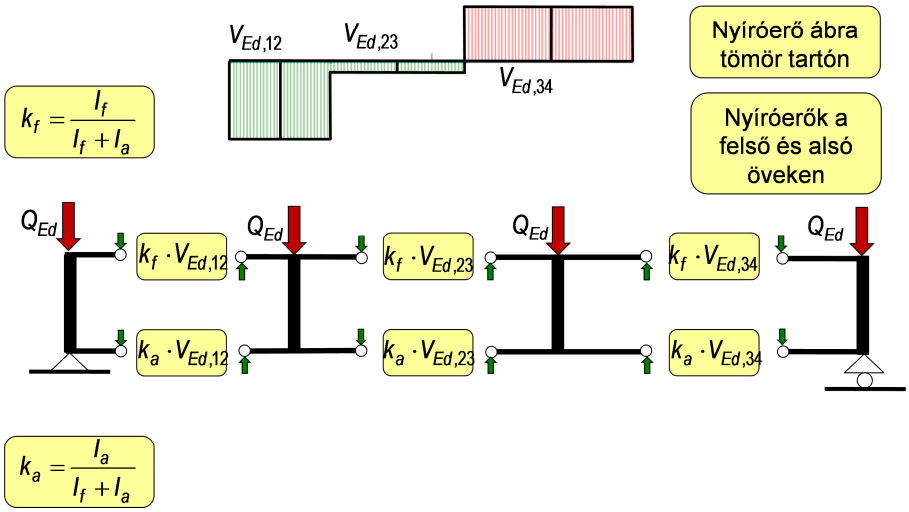
Vierendeel tartók közelítő számítása – Nyíróerők az öveken



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Shear force of belts

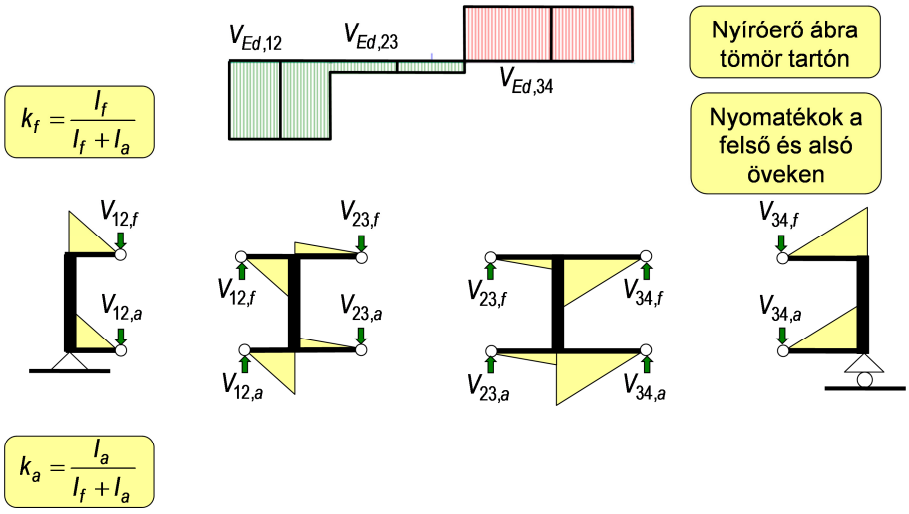
Vierendeel tartók közelítő számítása – Nyíróerők az öveken



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Bending moments of belts

Vierendeel tartók közelítő számítása – Övek hajlítónyomatékai

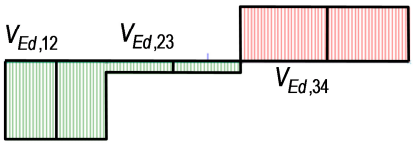


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Bending moments of bracers

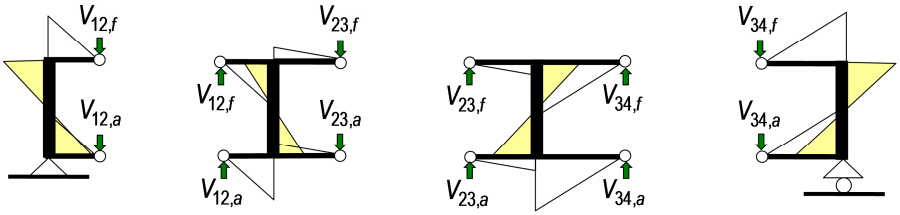
Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek hajlítónyomatékai

$$k_f = \frac{I_f}{I_f + I_a}$$



Nyíróerő ábra tömör tartón

Nyomatékok a hevedereken

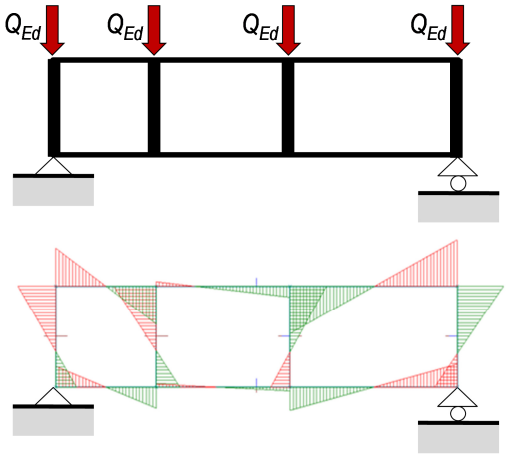


$$k_a = \frac{I_a}{I_f + I_a}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

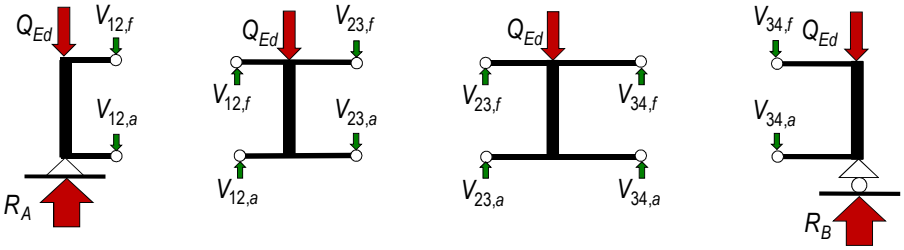
Vierendeel type girder – Bending moment curve

Vierendeel tartók közelítő számítása – Nyomatéki ábra



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

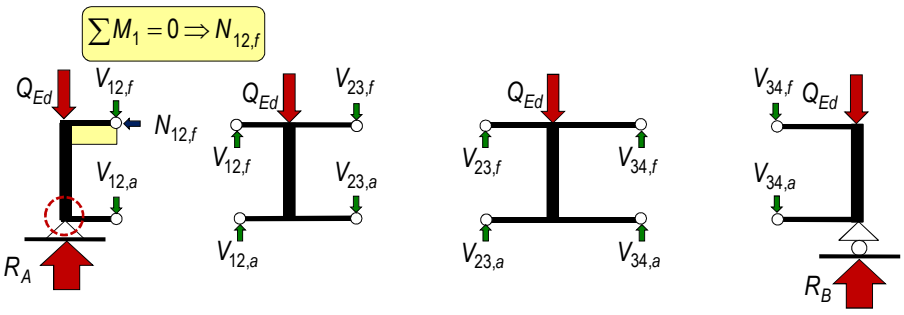
Vierendeel type girder – Normal force of belts
Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

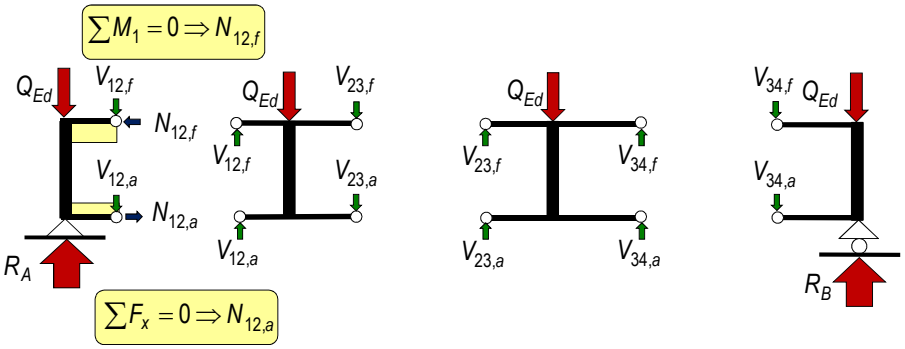
Vierendeel type girder – Normal force of belts
Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force of belts

Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők

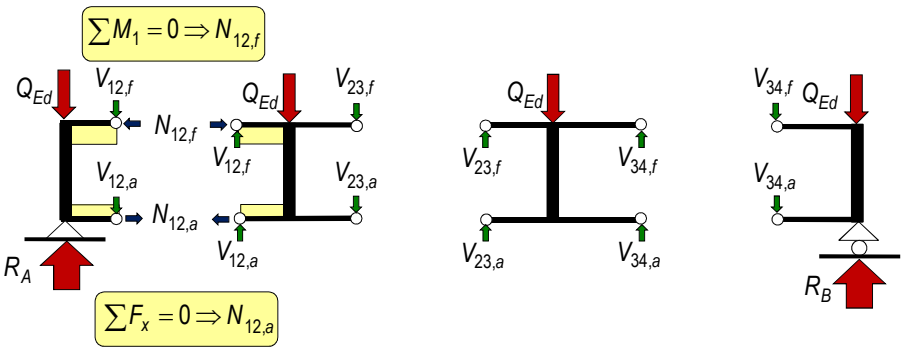


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Vierendeel type girder – Normal force of belts

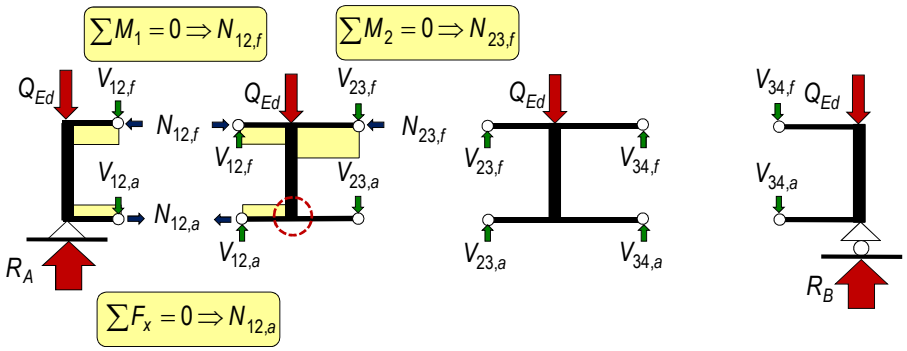
Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force of belts

Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők

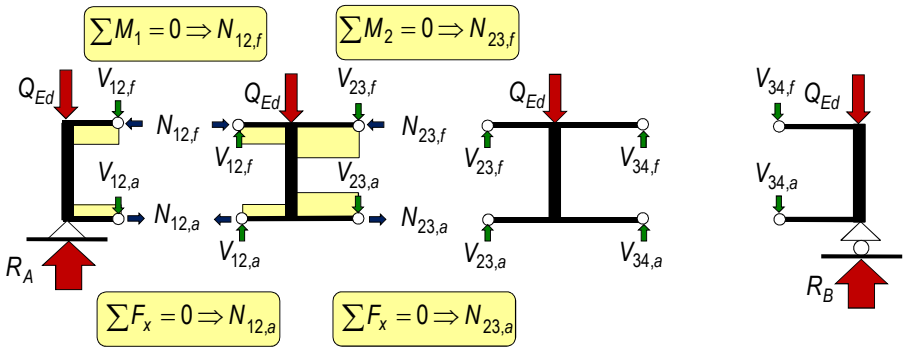


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Vierendeel type girder – Normal force of belts

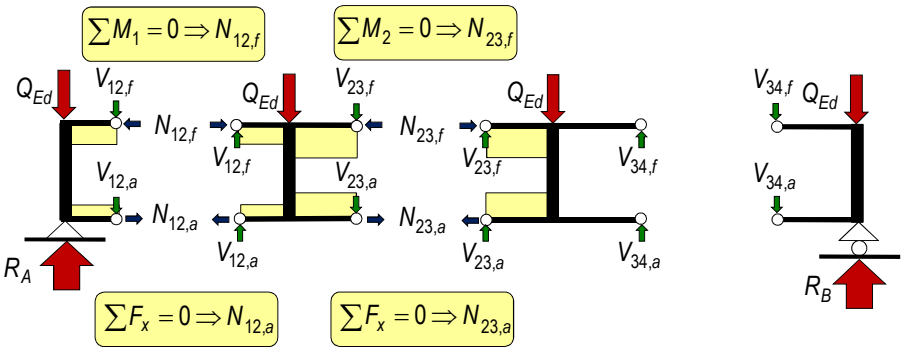
Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force of belts

Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők

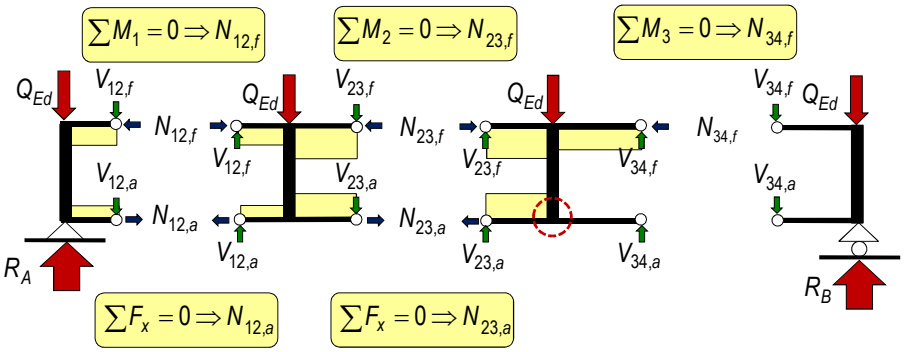


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Vierendeel type girder – Normal force of belts

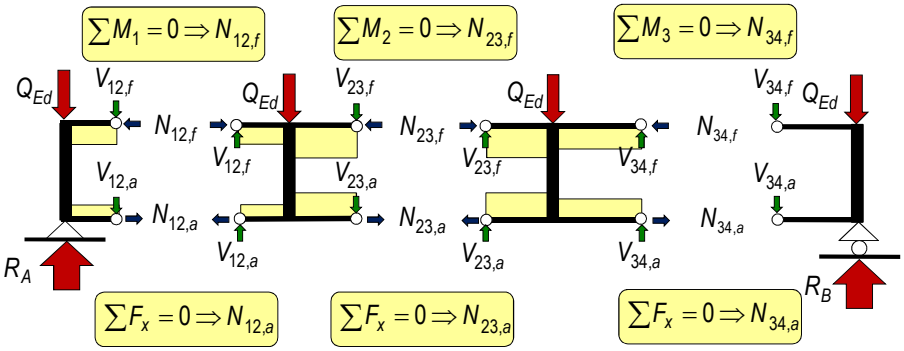
Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force of belts

Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők

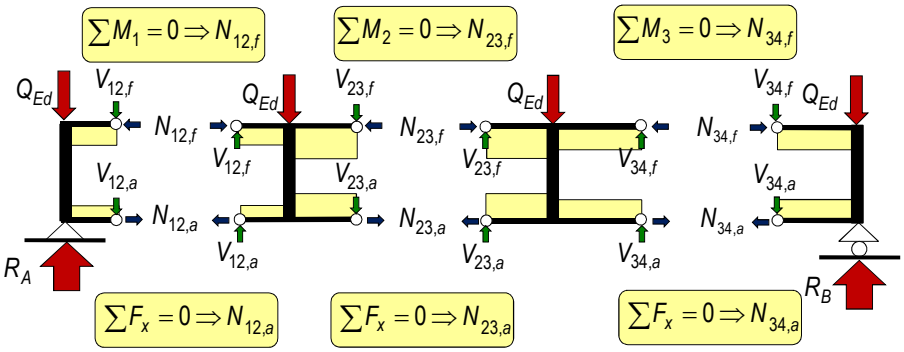


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Vierendeel type girder – Normal force of belts

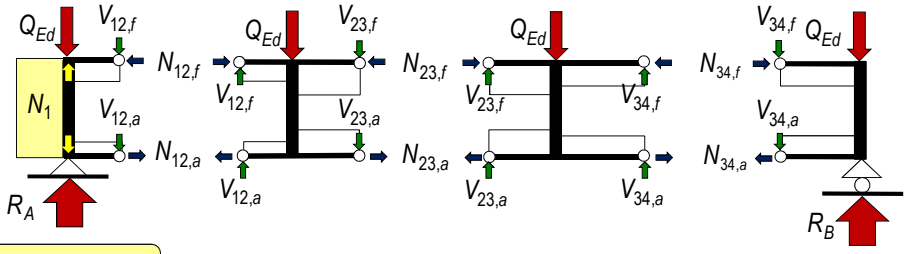
Vierendeel tartók közelítő számítása – Överők



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek normáleröi

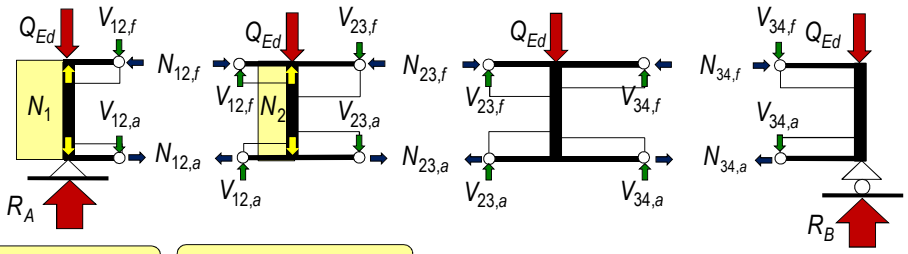


$$N_1 = Q_{Ed} + V_{12,f}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek normáleröi



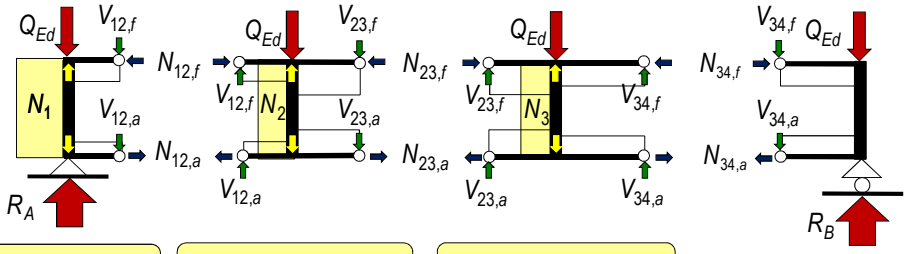
$$N_1 = Q_{Ed} + V_{12,f}$$

$$N_2 = Q_{Ed} + V_{23,f} - V_{12,f}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek normáleröi



$$N_1 = Q_{Ed} + V_{12,f}$$

$$N_2 = Q_{Ed} + V_{23,f} - V_{12,f}$$

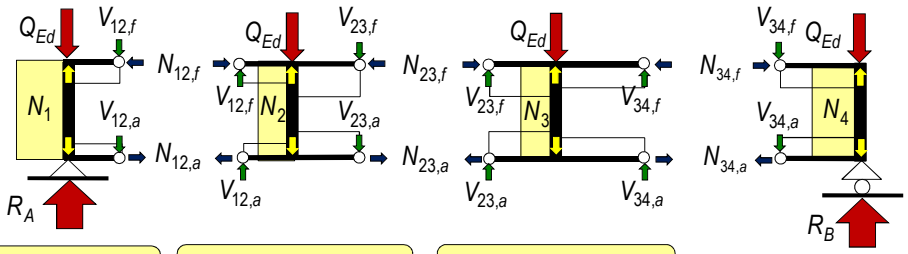
$$N_3 = Q_{Ed} - V_{23,f} - V_{34,f}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Vierendeel type girder – Normal force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek normáleröi



$$N_1 = Q_{Ed} + V_{12,f}$$

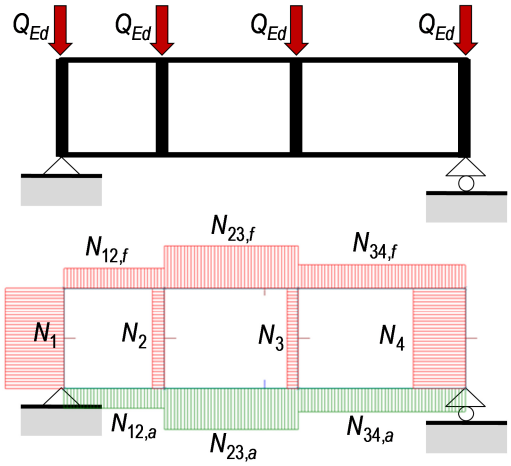
$$N_2 = Q_{Ed} + V_{23,f} - V_{12,f}$$

$$N_3 = Q_{Ed} - V_{23,f} - V_{34,f}$$

$$N_4 = Q_{Ed} + V_{34,f}$$

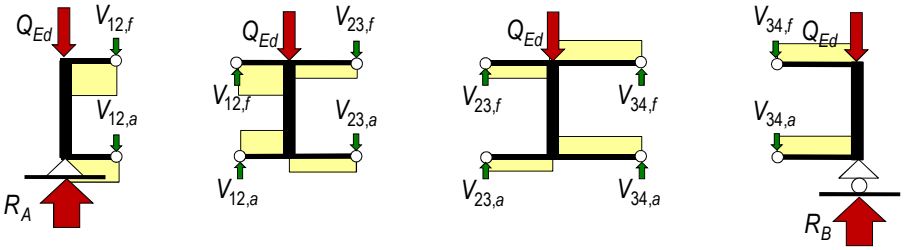
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Normal force curve
Vierendeel tartók közelítő számítása – Normálerő ábra



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

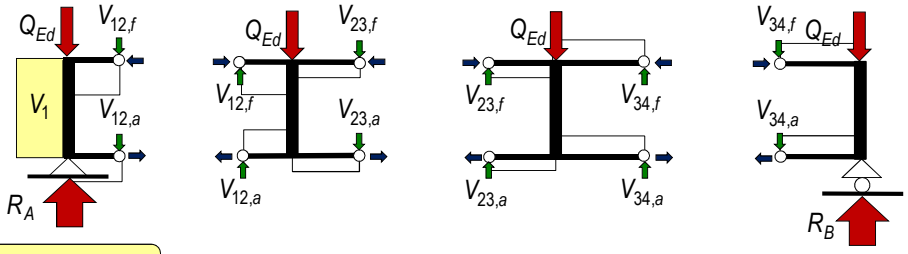
Vierendeel type girder – Shear force of belts
Vierendeel tartók közelítő számítása – Övek nyíróerői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Shear force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek nyíróerői

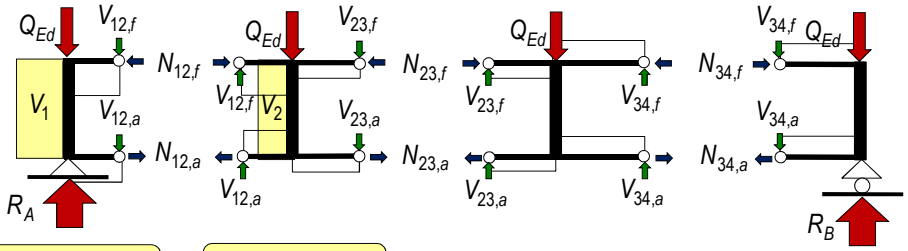


$$V_1 = N_{12,f} = N_{12,a}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Shear force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek nyíróerői



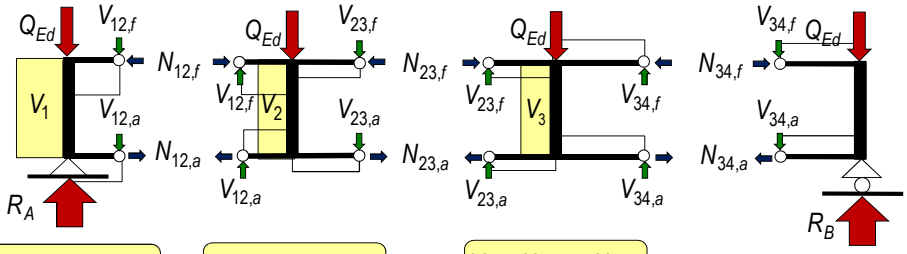
$$V_1 = N_{12,f} = N_{12,a}$$

$$V_2 = N_{23,f} - N_{12,f}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Shear force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek nyíróerői



$V_1 = N_{12,f} = N_{12,a}$

$V_2 = N_{23,f} - N_{12,f}$

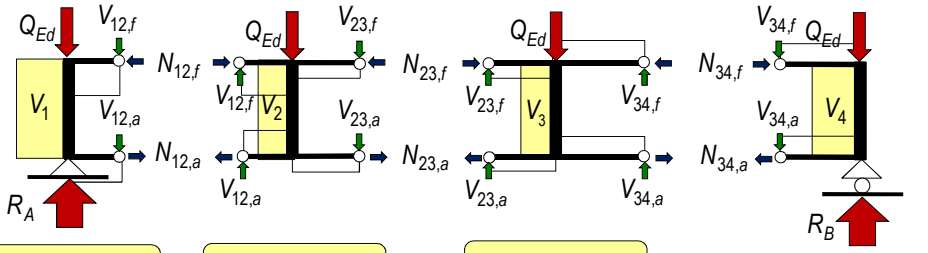
$V_3 = N_{23,f} - N_{34,f}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Vierendeel type girder – Shear force of bracers

Vierendeel tartók közelítő számítása – Hevederek nyíróerői



$V_1 = N_{12,f} = N_{12,a}$

$V_2 = N_{23,f} - N_{12,f}$

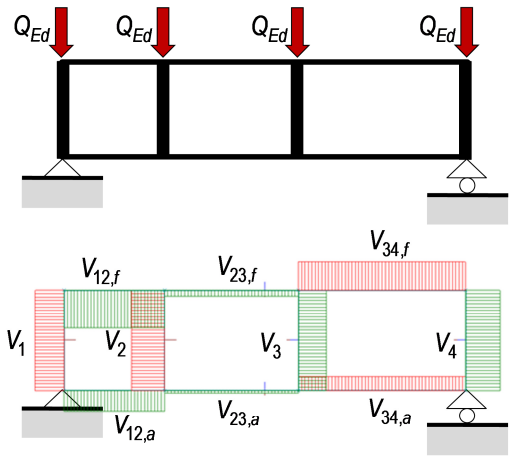
$V_3 = N_{23,f} - N_{34,f}$

$V_4 = N_{34,f} = N_{34,a}$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

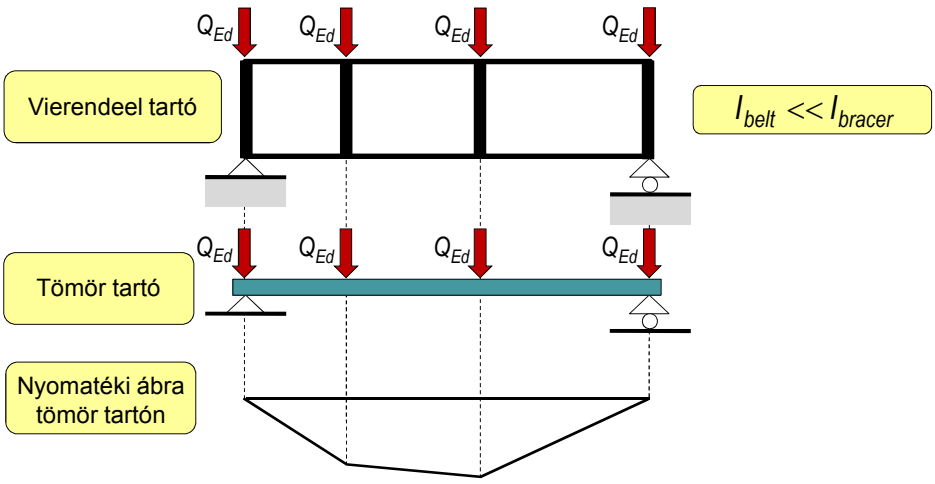
Vierendeel type girder – Shear force curve
Vierendeel tartók közelítő számítása – Nyíróerő ábra



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

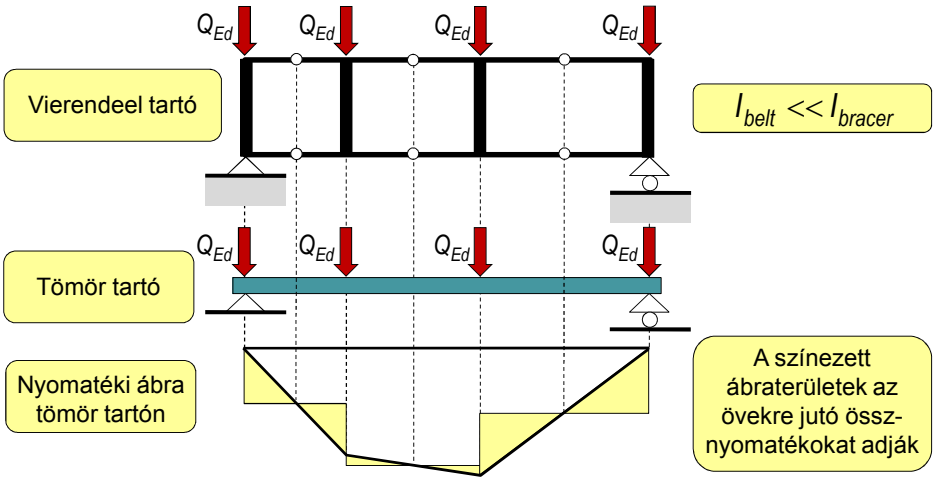
Vierendeel type girder – Beam analogy
Vierendeel tartók közelítő számítása – Tömör tartó analógia



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vierendeel type girder – Beam analogy

Vierendeel tartók közelítő számítása – Tömör tartó analógia

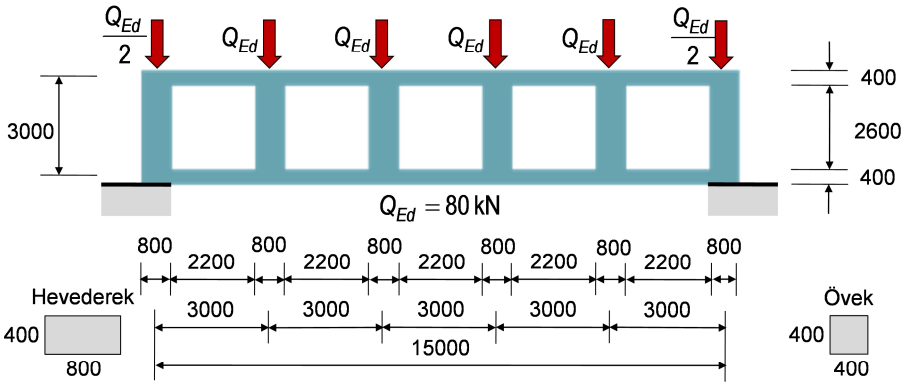


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1: Analysis of Vierendeel type girder

1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

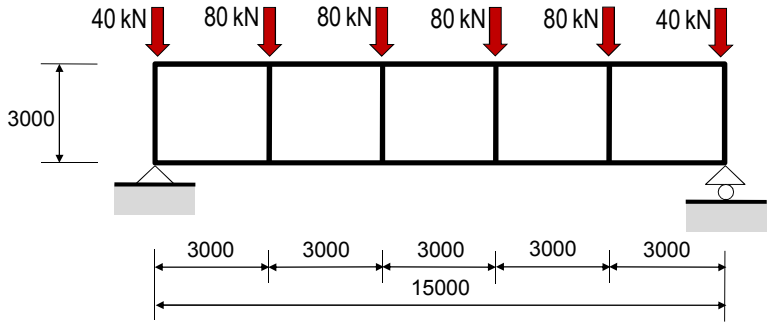
Határozzuk meg a vázolt kialakítású, kéttámaszú Vierendeel tartó igénybevételeit (hajlítónyomaték, normálerő, nyíróerő) közelítő számítással!



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

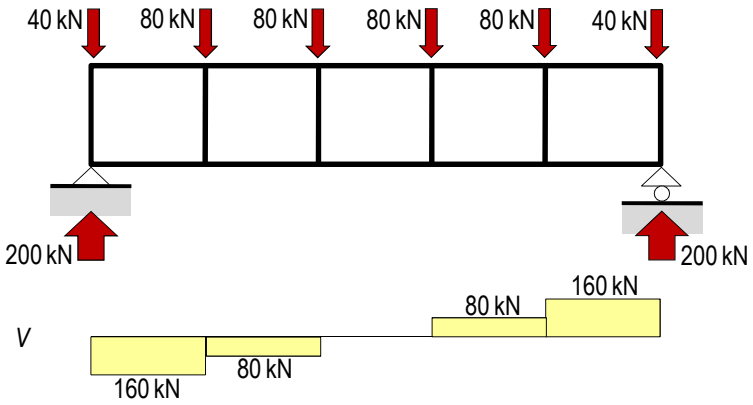
1. Vierendeel tartó statikai váza



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

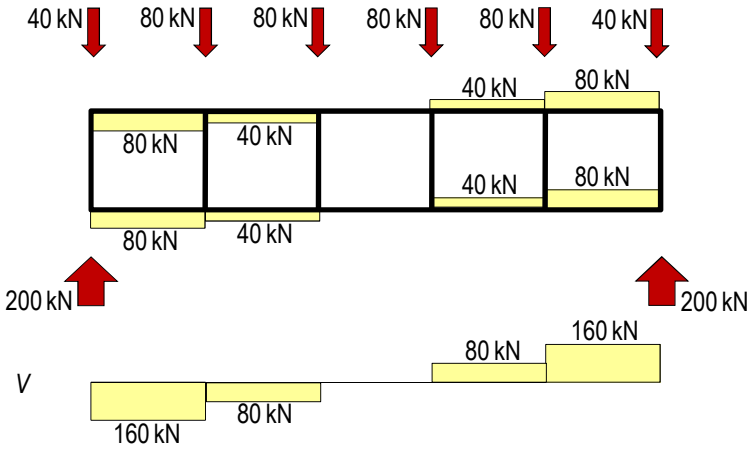
2. Nyíróerő ábra tömör tartón



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

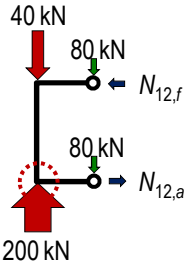
3. Övek nyíróerői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normálerői

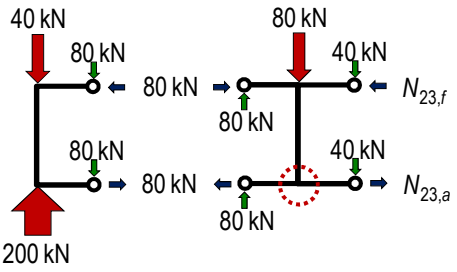


$$\sum M_1 = 0 \Rightarrow 80 \cdot 1{,}50 + 80 \cdot 1{,}50 = N_{12,f} \cdot 3{,}00 \Rightarrow N_{12,f} = 80 \text{ kN}$$
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{12,a} = N_{12,f} = 80 \text{ kN}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normálerői



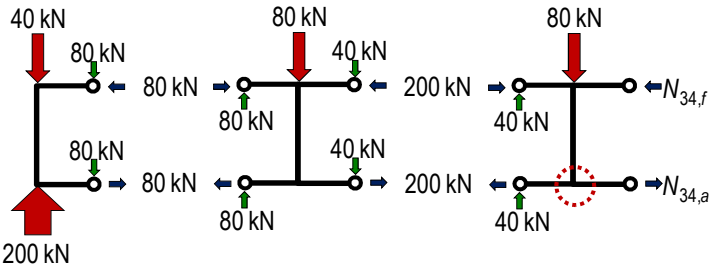
$$\sum M_2 = 0 \Rightarrow 80 \cdot 1{,}50 + 80 \cdot 1{,}50 + 80 \cdot 3{,}00 + 40 \cdot 1{,}50 + 40 \cdot 1{,}50 - N_{23,f} \cdot 3{,}00 = 0 \Rightarrow N_{23,f} = 200\,\text{kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{23,a} = N_{23,f} = 200\,\text{kN}$$

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normálerői



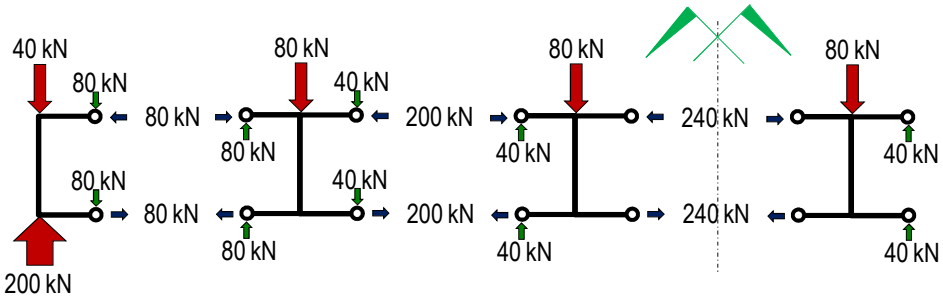
$$\sum M_3 = 0 \Rightarrow 40 \cdot 1{,}50 + 40 \cdot 1{,}50 + 200 \cdot 3{,}00 - N_{34,f} \cdot 3{,}00 = 0 \Rightarrow N_{23,f} = 240\,\text{kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{34,a} = N_{34,f} = 240\,\text{kN}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normálerői

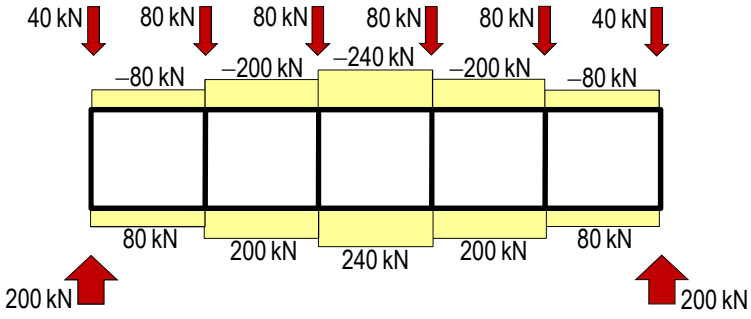


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

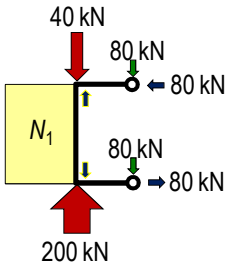
4. Övek normálerői



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

5. Hevederek normáleröi

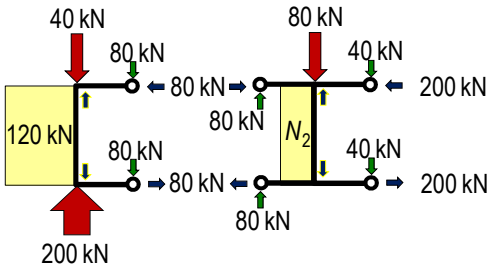


$$N_1 = 40 + 80 = 120\ \text{kN}$$

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

5. Hevederek normáleröi

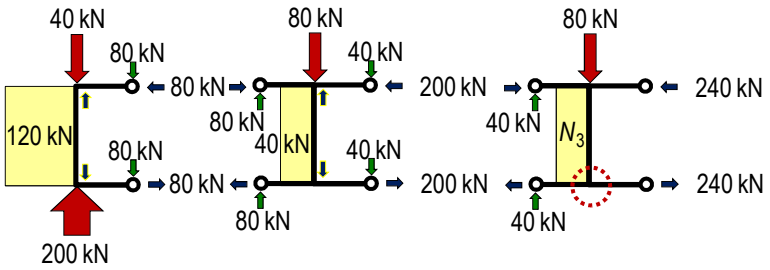


$$N_2 = 80 + 40 - 80 = 40\ \text{kN}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

5. Hevederek normáleröi



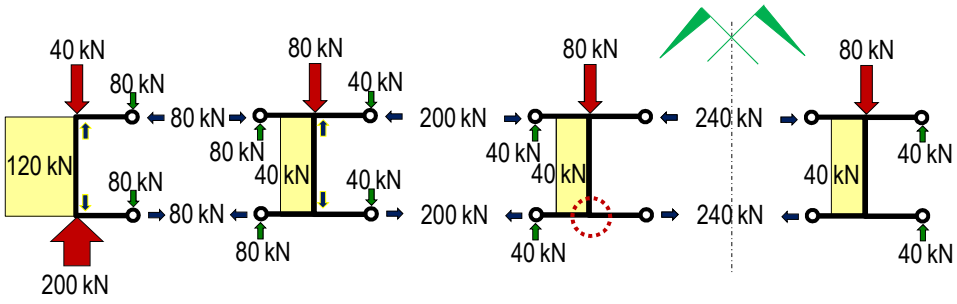
$N_3 = 80 - 40 = 40\ \text{kN}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

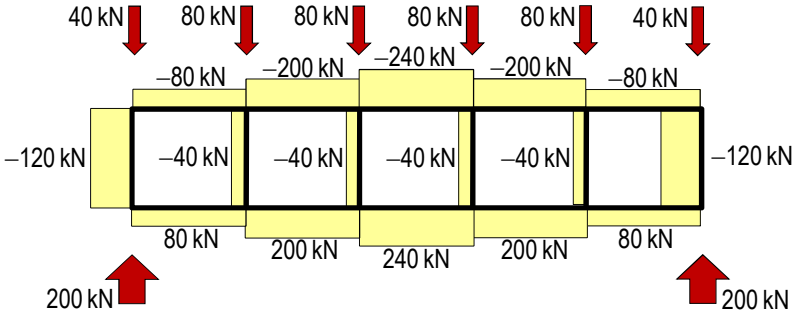
5. Hevederek normáleröi



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

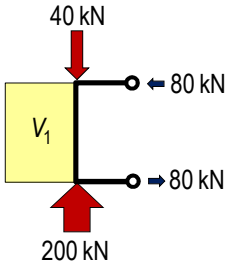
6. Vierendeel tartó normálerő ábrája



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

7. Hevederek nyíróerői

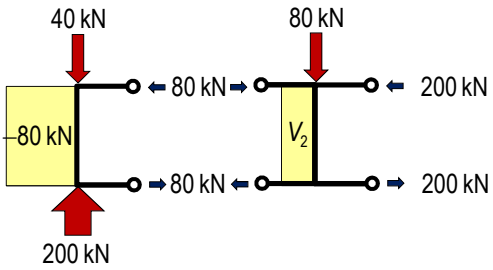


$$V_1 = -N_{12,f} = -N_{12,a} = -80 \text{ kN}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

7. Hevederek nyíróerői



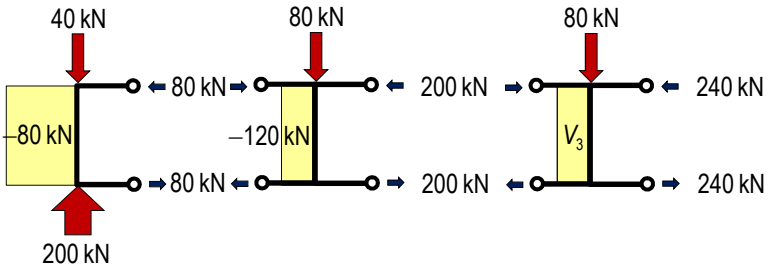
$$V_2 = +N_{12,f} - N_{23,f} = 80 - 200 = -120 \text{ kN}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

7. Hevederek nyíróerői

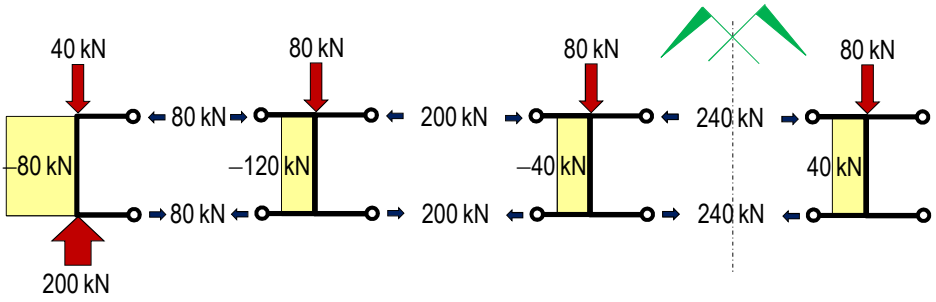


$$V_3 = +N_{23,f} - N_{34,f} = 200 - 240 = -40 \text{ kN}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

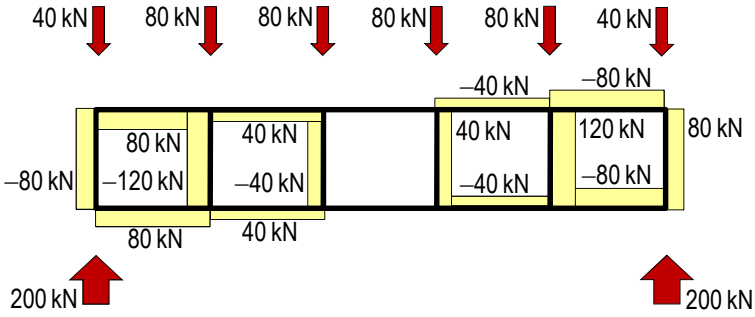
Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

7. Hevederek nyíróerői



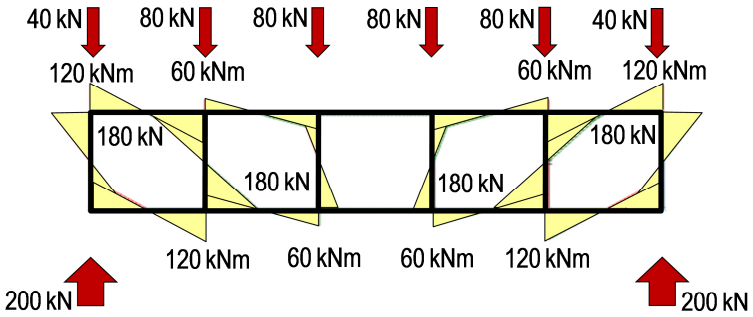
Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

8. Vierendeel tartó nyíróerő ábrája



Example 1.: Analysis of Vierendeel type girder
1. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

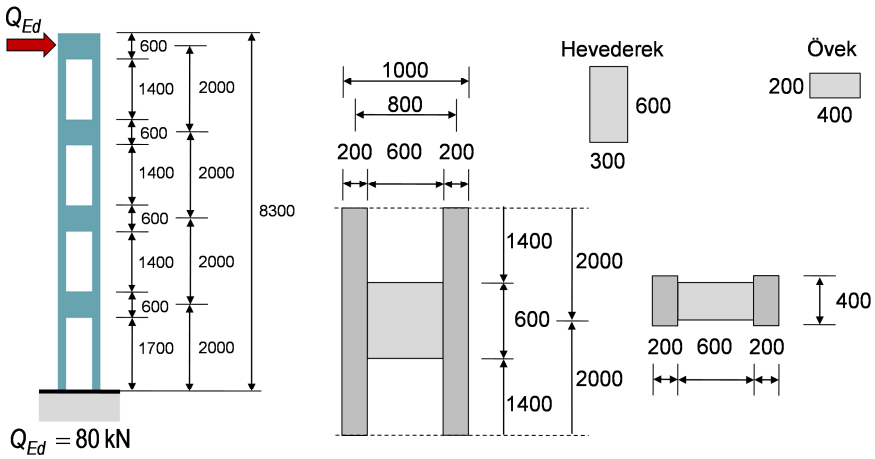
9. Vierendeel tartó nyomatéki ábrája



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

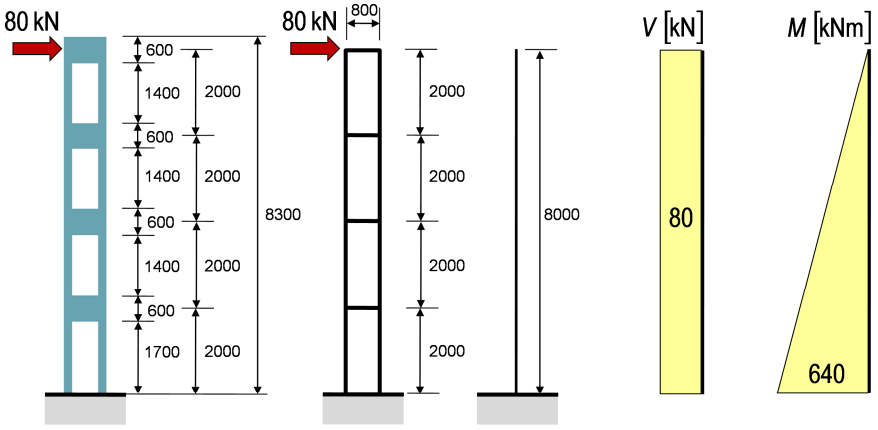
Határozzuk meg a vázolt kialakítású és terhelésű Vierendeel oszlop igénybevételei!



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

1. Statikai váz és a helyettesítő konzol igénybevételei

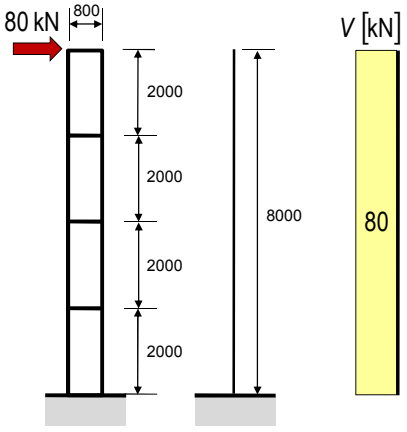


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

2. Övek nyíróerői

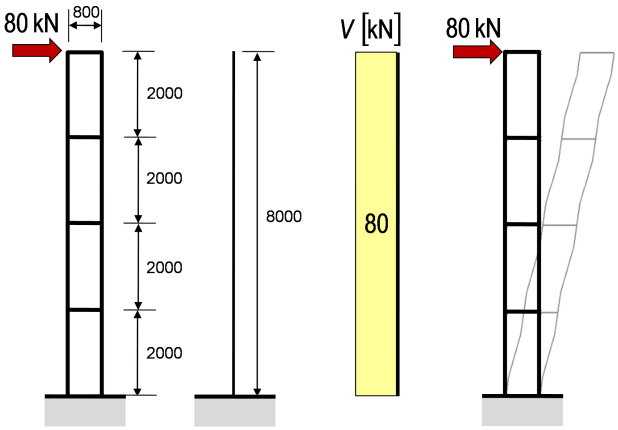


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder

2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

2. Övek nyíróerői



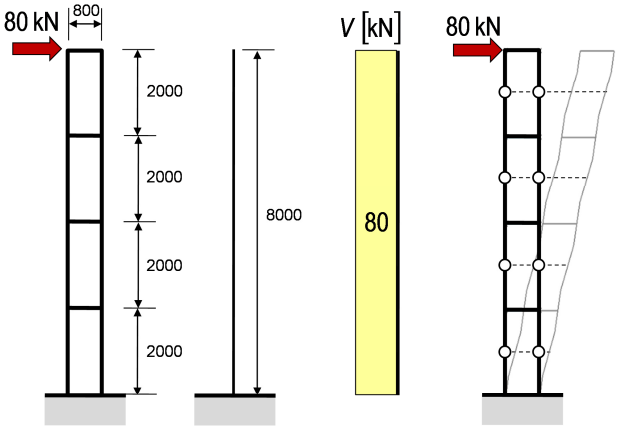
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder

2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

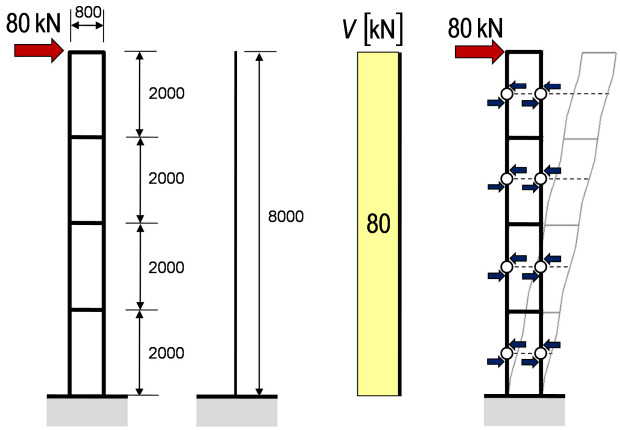
2. Övek nyíróerői



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

2. Övek nyíróerői

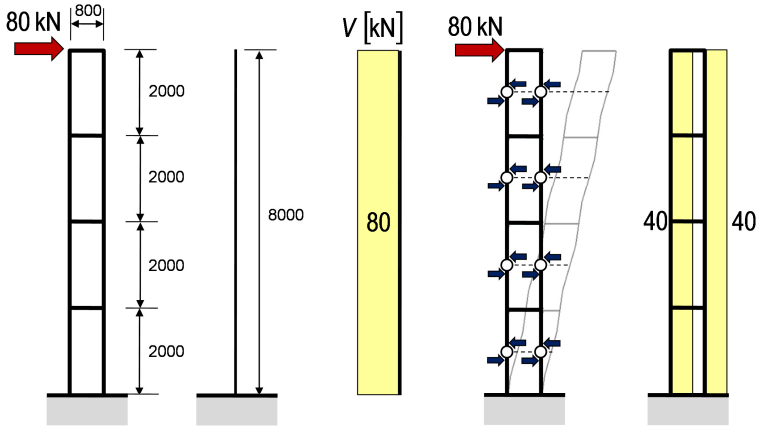


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

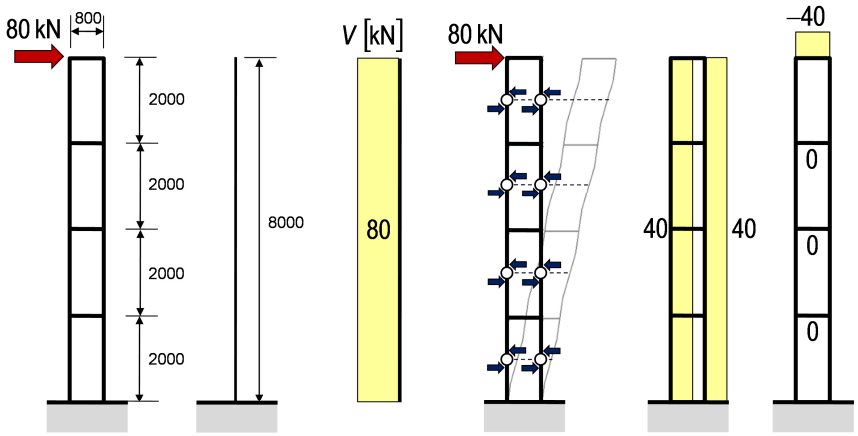
2. Övek nyíróerői



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

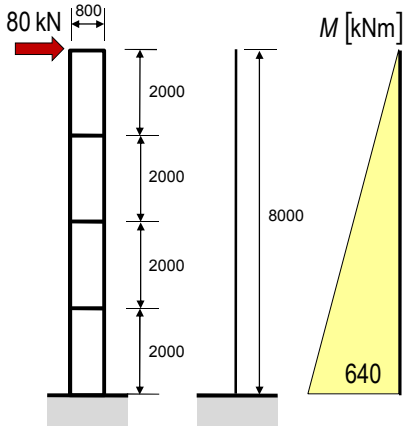
3. Hevederek normáleröi



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normáleröi

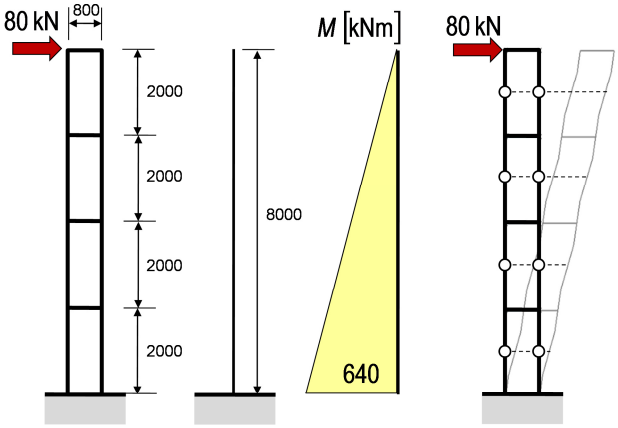


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normálerői

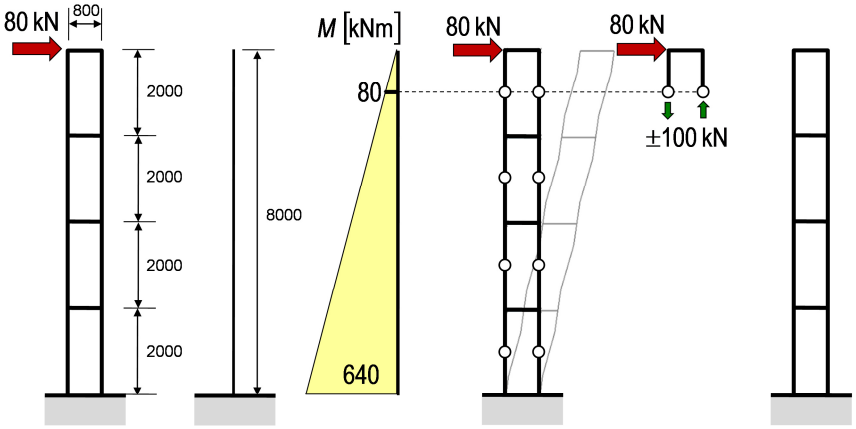


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

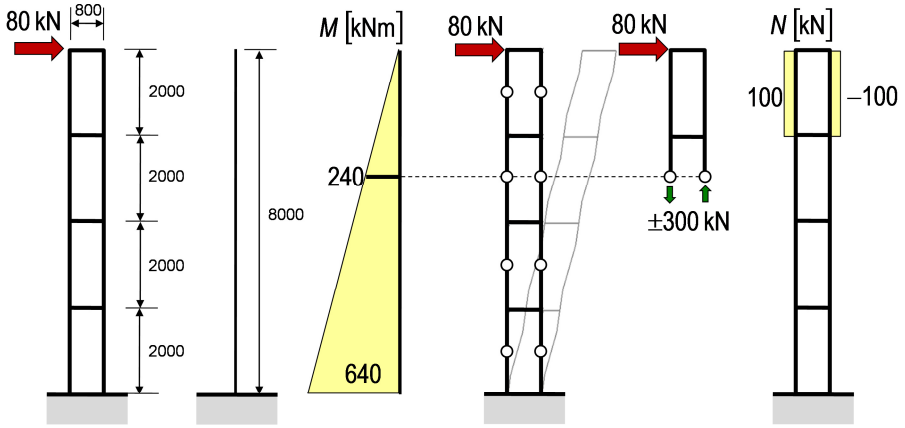
4. Övek normálerői



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normáleröi

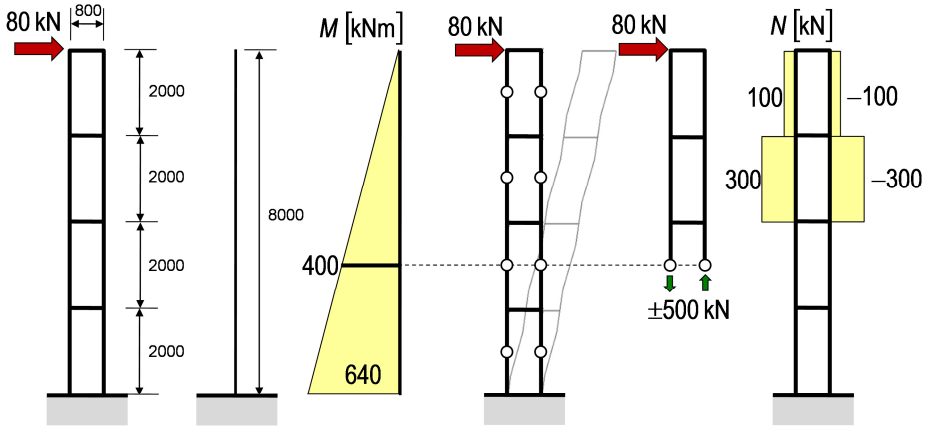


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normáleröi

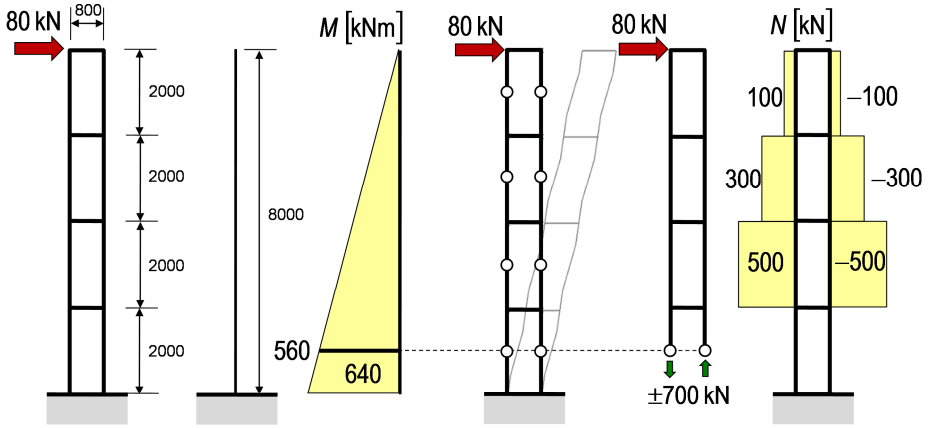


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

4. Övek normálerői

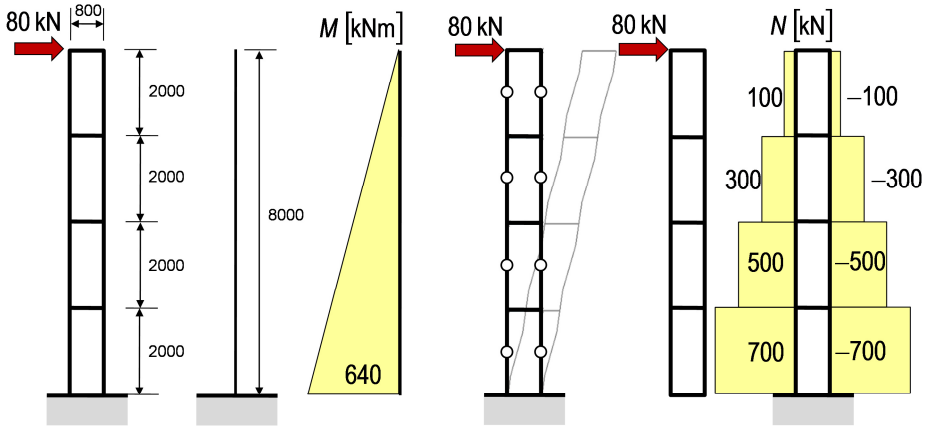


Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

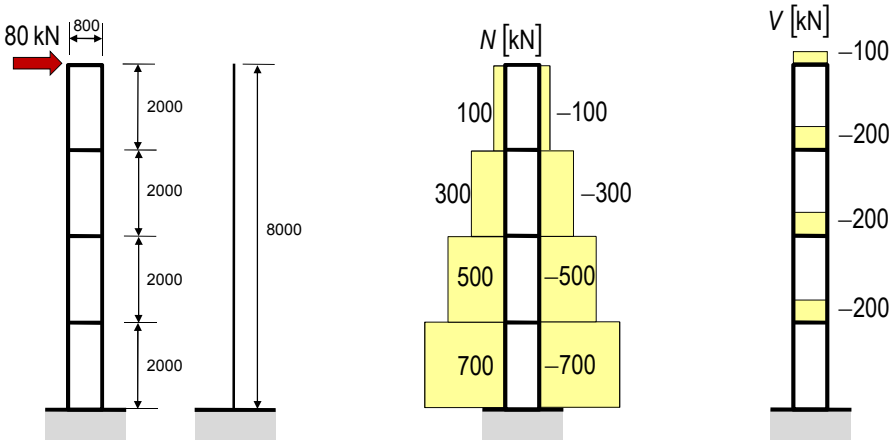
4. Övek normálerői



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

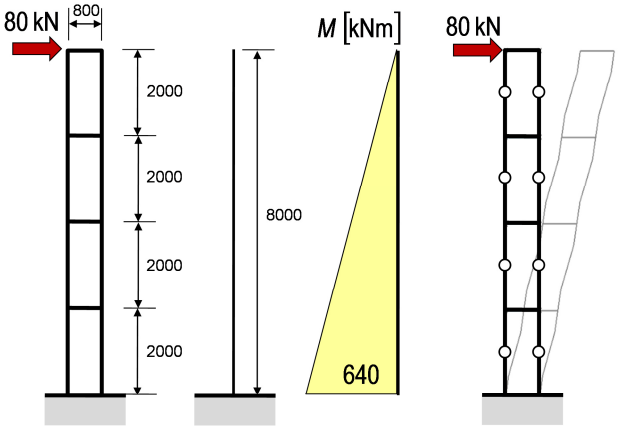
Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

5. Hevederek nyíróerői



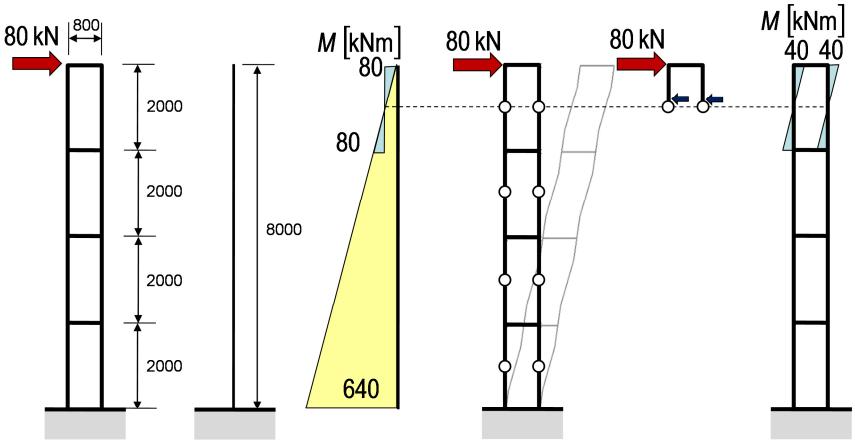
Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

6. Övek nyomatékai



Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

6. Övek nyomatékai

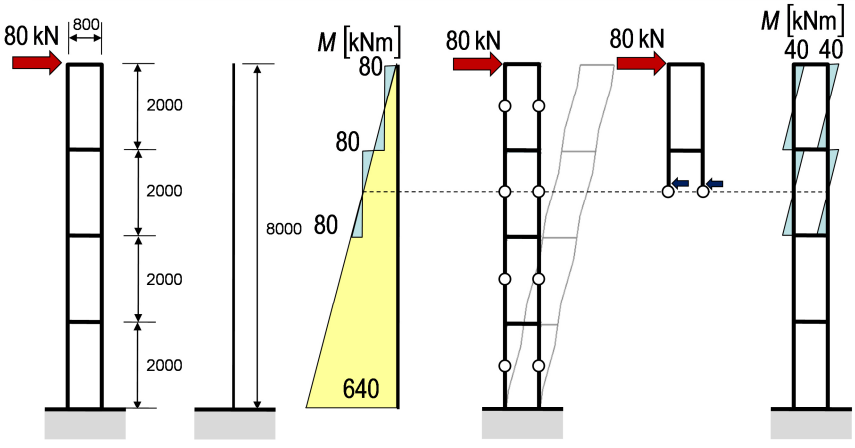


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

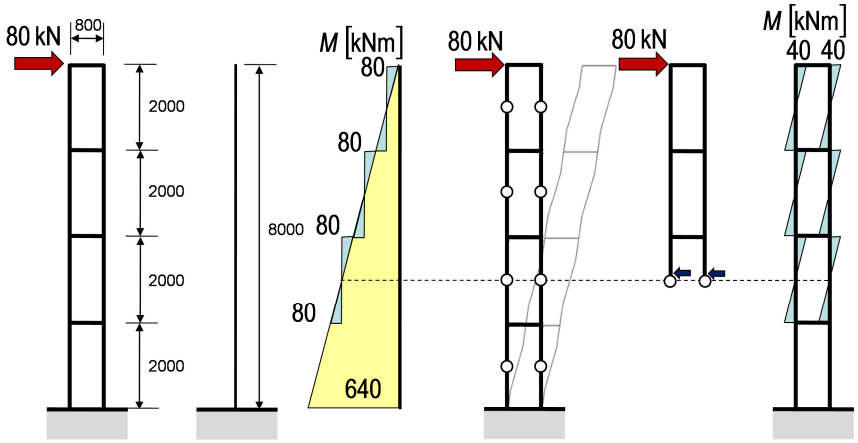
6. Övek nyomatékai



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

6. Övek nyomatékai

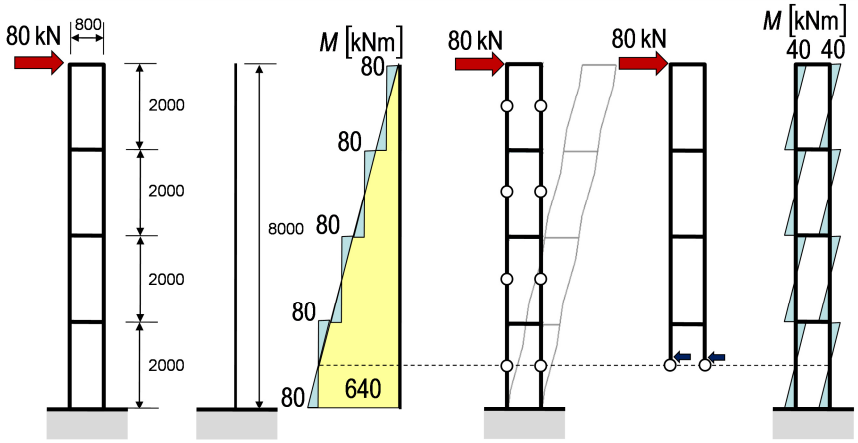


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VI. / VI. Előadás

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder
2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

6. Övek nyomatékai

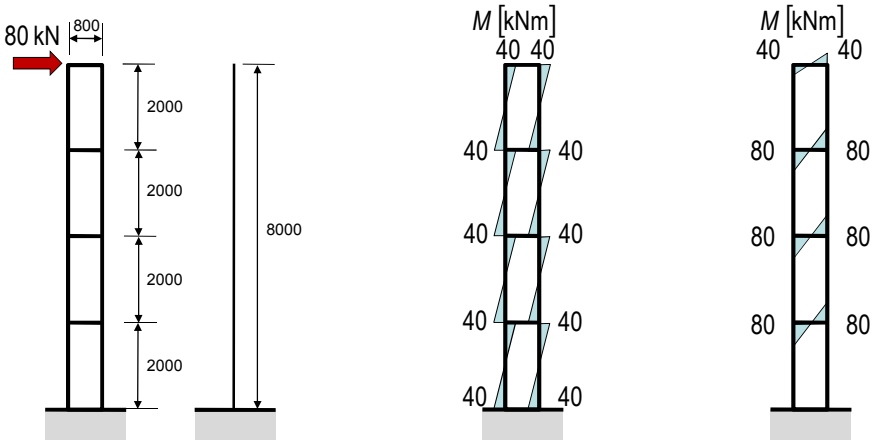


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Analysis of Vierendeel type girder

2. Példa: Vierendeel tartó közelítő számítása

7. Hevederek nyomatékai

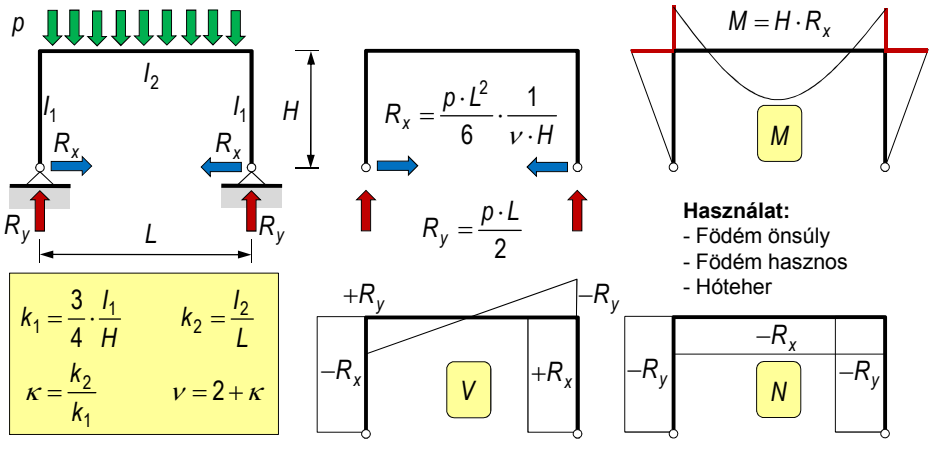


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Analysis of two-joint frame

Kétcsuklós keret közelítő számítása I.

Gerendára ható függőleges, egyenletesen megoszló teher esete

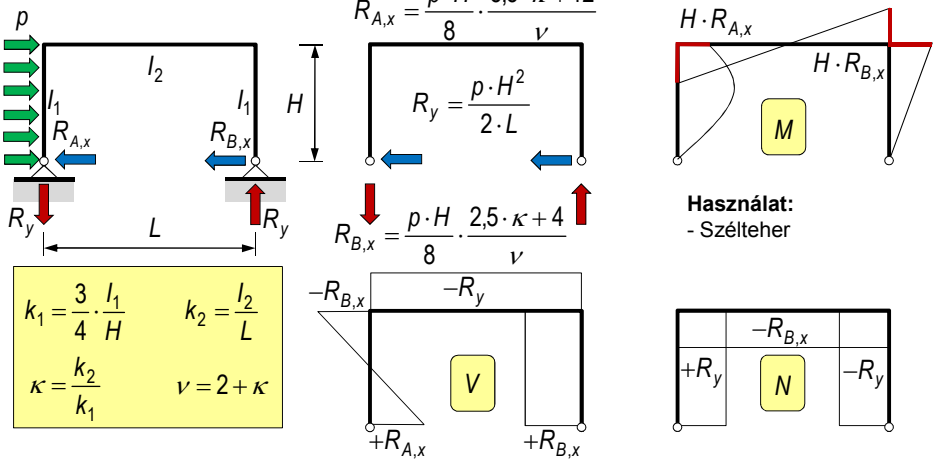


Használat:
- Födém önsúly
- Födém hasznos
- Hóteher

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Analysis of two-joint frame
Kétcsuklós keret közelítő számítása II.

Oszlopra ható vízszintes, egyenletesen megoszló teher esete



$$R_{A,x} = \frac{p \cdot H}{8} \cdot \frac{5{,}5 \cdot \kappa + 12}{\nu}$$

$$R_y = \frac{p \cdot H^2}{2 \cdot L}$$

$$R_{B,x} = \frac{p \cdot H}{8} \cdot \frac{2{,}5 \cdot \kappa + 4}{\nu}$$

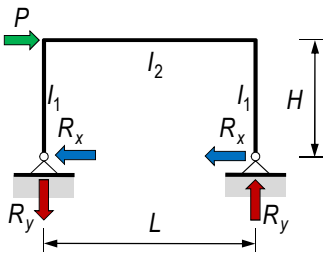
$$k_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{I_1}{H} \qquad k_2 = \frac{I_2}{L}$$

$$\kappa = \frac{k_2}{k_1} \qquad \nu = 2 + \kappa$$

Használat:
- Szélteher

Analysis of two-joint frame
Kétcsuklós keret közelítő számítása III.

Födémsíkban működő vízszintes, koncentrált teher esete

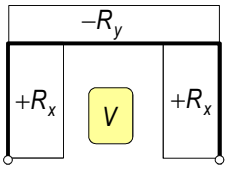


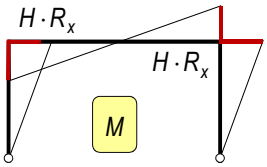
$$R_x = \frac{P}{2}$$

$$R_y = \frac{P \cdot H}{L}$$

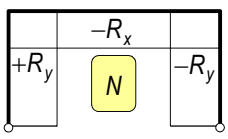
$$k_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{I_1}{H} \qquad k_2 = \frac{I_2}{L}$$

$$\kappa = \frac{k_2}{k_1} \qquad \nu = 2 + \kappa$$





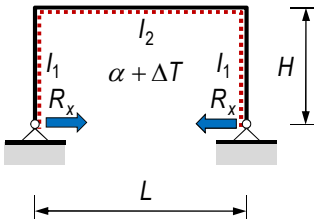
Használat:
- Földrengés



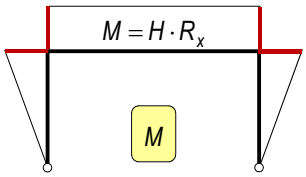
Analysis of two-joint frame

Kétcsuklós keret közelítő számítása IV.

Hőmérsékletváltozás

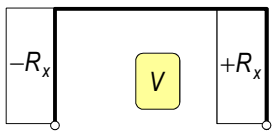


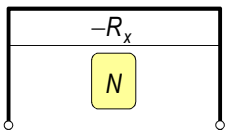
$$R_x = \frac{2 \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot E \cdot I_2}{\nu \cdot H^2}$$



Használat:
- Hőmérsékleti teher

$$k_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{I_1}{H} \qquad k_2 = \frac{I_2}{L}$$
$$\kappa = \frac{k_2}{k_1} \qquad \nu = 2 + \kappa$$



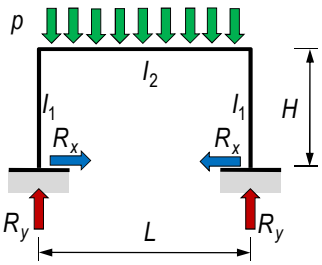


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

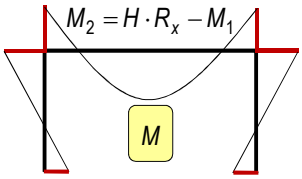
Analysis of fix frame

Befogott keret közelítő számítása I.

Gerendára ható függőleges, egyenletesen megoszló teher esete

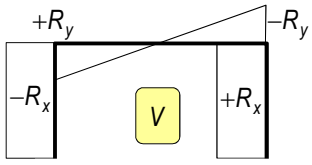


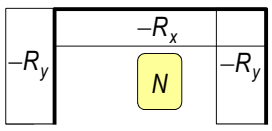
$$R_x = \frac{p \cdot L^2}{4} \cdot \frac{1}{\nu \cdot H}$$
$$R_y = \frac{p \cdot L}{2}$$



$$M_1 = \frac{p \cdot L^2}{\nu \cdot 12}$$

$$k_1 = \frac{I_1}{H} \qquad k_2 = \frac{I_2}{L}$$
$$\kappa = \frac{k_2}{k_1} \qquad \nu = 2 + \kappa$$



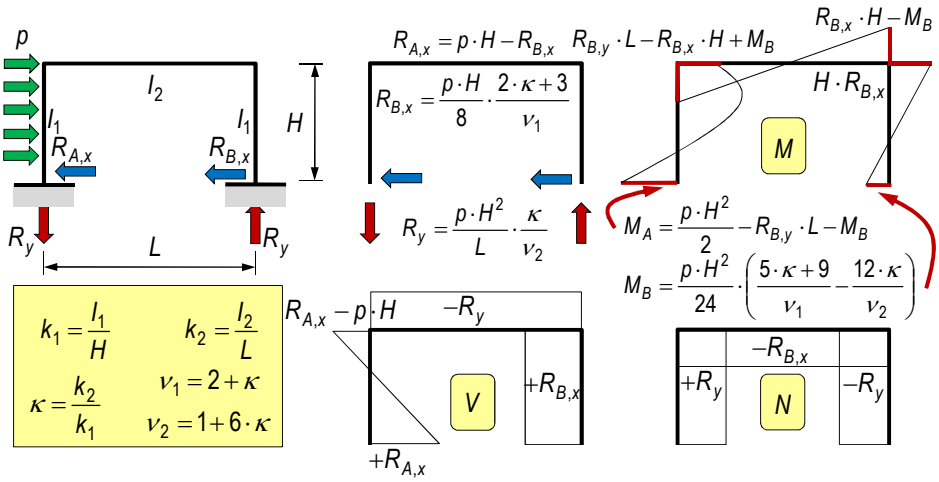


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Analysis of fix frame

Befogott keret közelítő számítása II.

Oszlopra ható vízszintes, egyenletesen megoszló teher esete

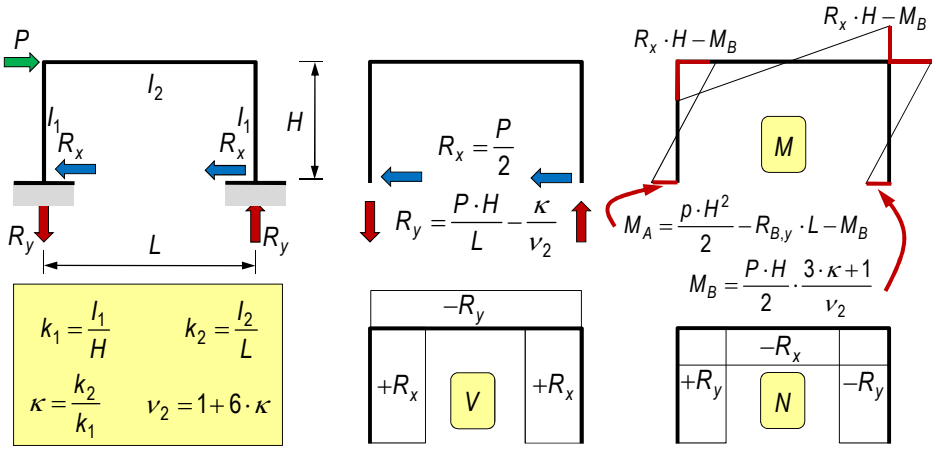


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Analysis of fix frame

Befogott keret közelítő számítása III.

Födémsíkban működő vízszintes, koncentrált teher esete

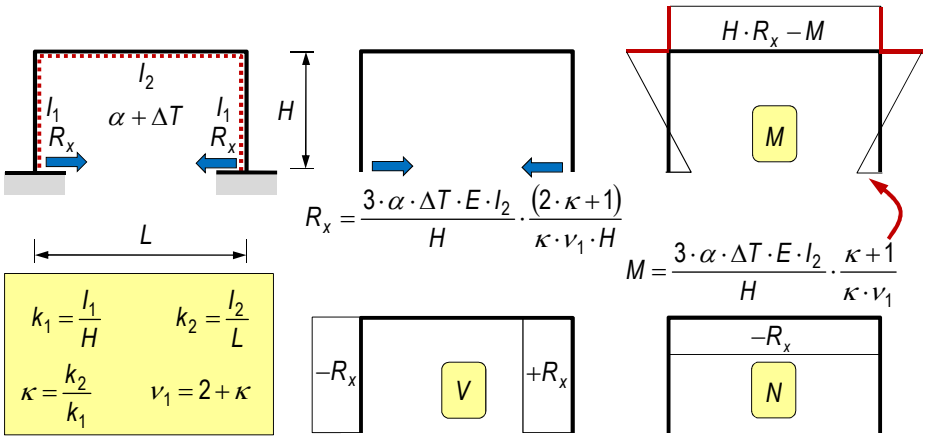


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Analysis of fix frame

Befogott keret közelítő számítása IV.

Hőmérsékletváltozás



$$R_x = \frac{3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot E \cdot I_2}{H} \cdot \frac{(2 \cdot \kappa + 1)}{\kappa \cdot \nu_1 \cdot H}$$

$$M = \frac{3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \cdot E \cdot I_2}{H} \cdot \frac{\kappa + 1}{\kappa \cdot \nu_1}$$

$$k_1 = \frac{I_1}{H} \qquad k_2 = \frac{I_2}{L}$$

$$\kappa = \frac{k_2}{k_1} \qquad \nu_1 = 2 + \kappa$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

VI.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton keretszerkezetek közelítő számítása II. -

Köszönöm a figyelmet!





Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

7. Előadás

Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok I.

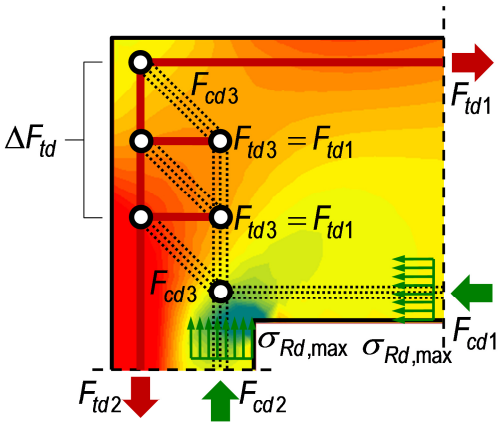
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

VII.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok I. -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

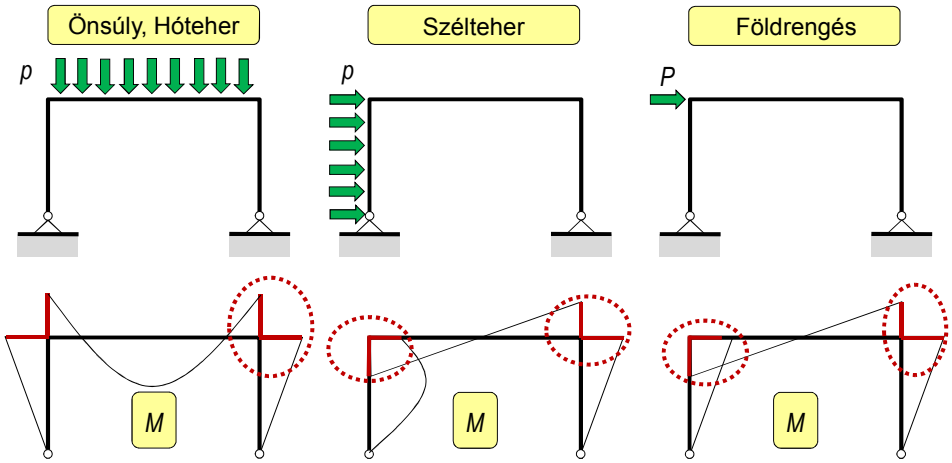
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Typical actions and loads of RC frames - bending moments

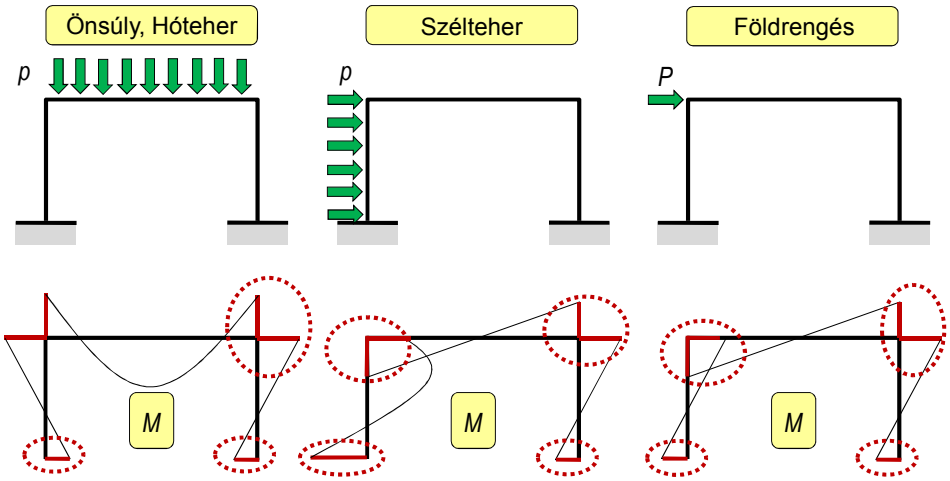
Vasbeton keretek jellemző terhei és hatásai – hajlítónyomatékok



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Typical actions and loads of RC frames - bending moments

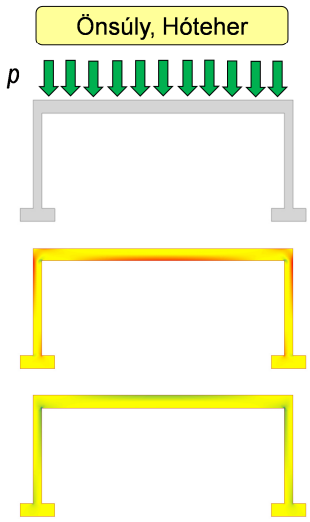
Vasbeton keretek jellemző terhei és hatásai – hajlítónyomatékok



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Typical tensioned and compressed zones of RC frame

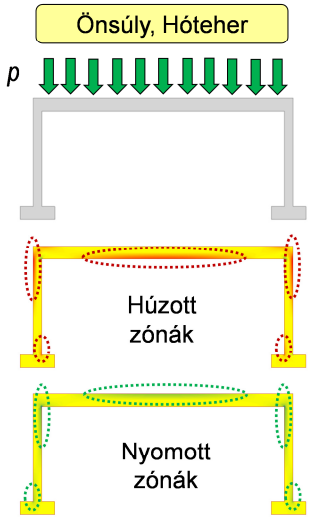
Vasbeton keret jellemző húzott és nyomott zónái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

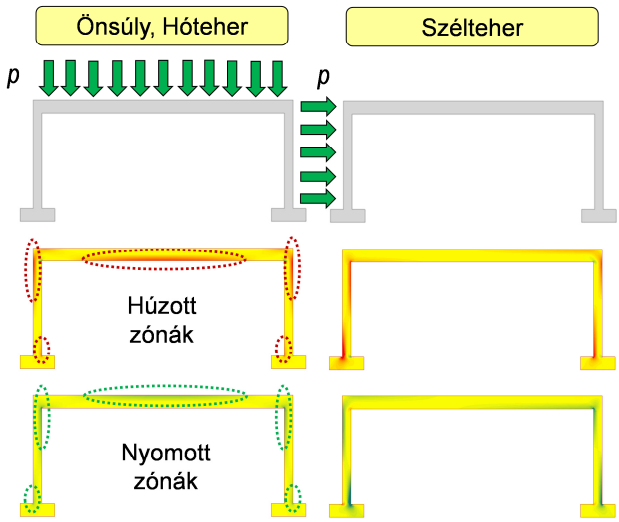
Typical tensioned and compressed zones of RC frame
Vasbeton keret jellemző húzott és nyomott zónái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

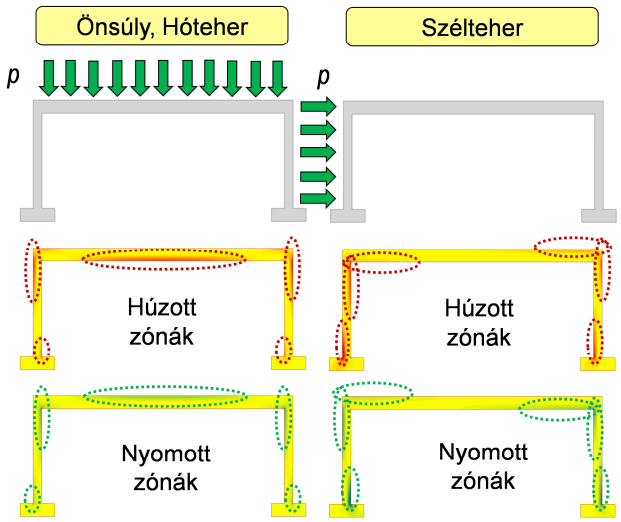
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Typical tensioned and compressed zones of RC frame
Vasbeton keret jellemző húzott és nyomott zónái



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

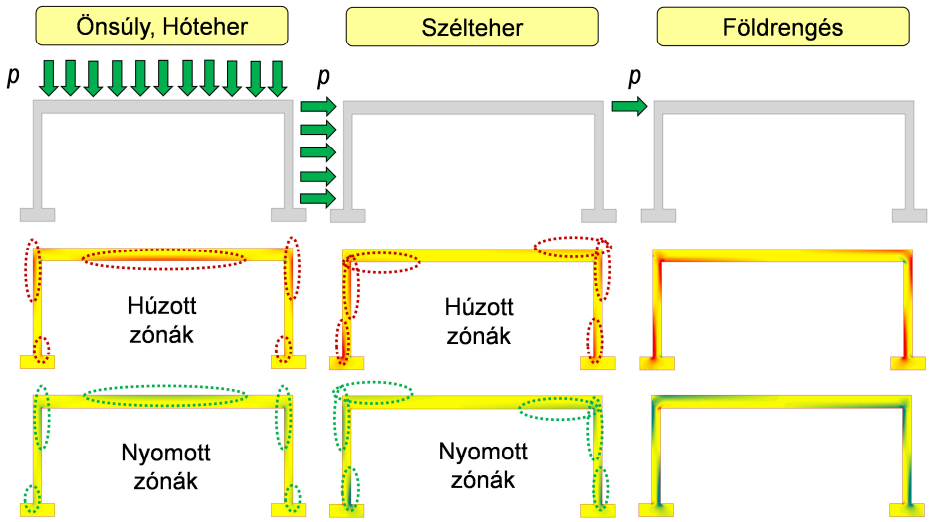
Typical tensioned and compressed zones of RC frame
Vasbeton keret jellemző húzott és nyomott zónái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

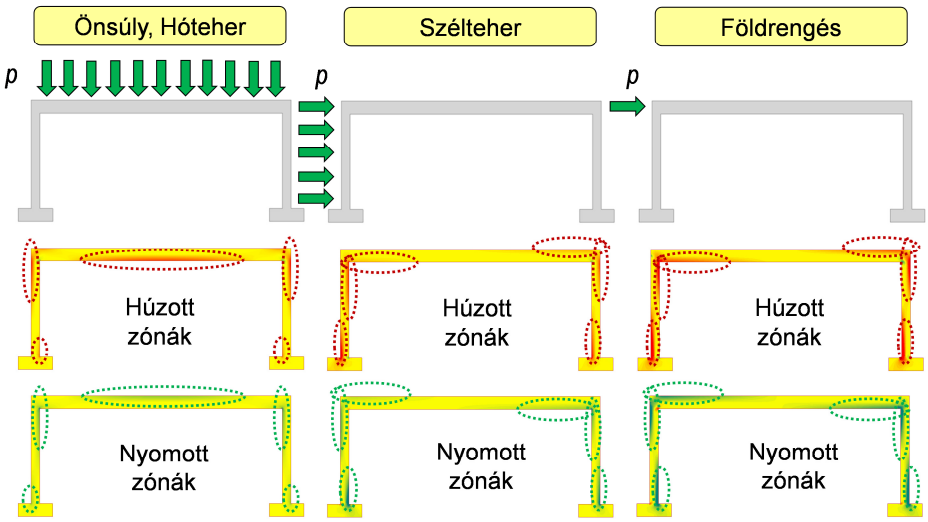
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Typical tensioned and compressed zones of RC frame
Vasbeton keret jellemző húzott és nyomott zónái



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Typical tensioned and compressed zones of RC frame
Vasbeton keret jellemző húzott és nyomott zónái

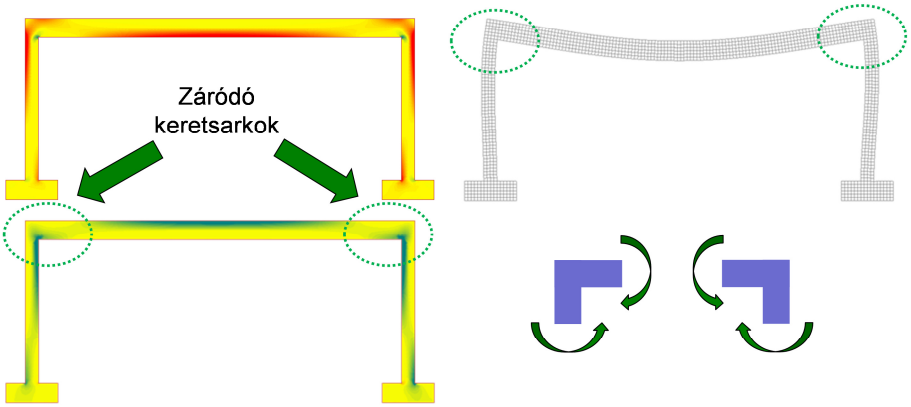


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Behaviour of RC frame in the permanent design situation of the ULS
Vasbeton keret viselkedése tartós tervezési helyzetben

Tartós tervezési helyzet

$\gamma_{G,\sup} \cdot G_k$ $\gamma_{Q1} \cdot Q_{k1}$ $\gamma_{Qi} \cdot \psi_{0i} \cdot Q_{ki}$



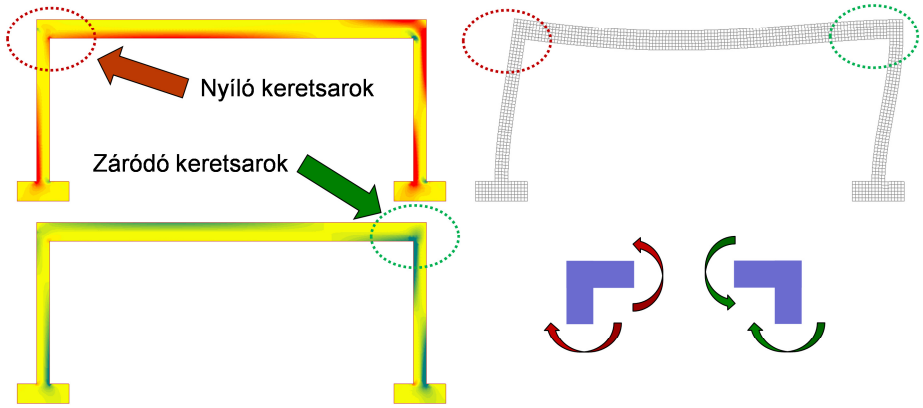
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Behaviour of RC frame in the seismic design situation of the ULS

Vasbeton keret viselkedése szeizmikus tervezési helyzetben

Szeizmikus tervezési helyzet

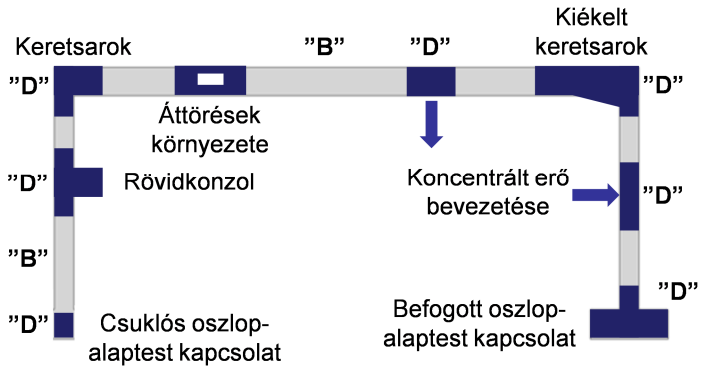
G_k $\psi_{2i} \cdot Q_{ki}$ A_{Ed}



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

B (beam) and D (disturbed) region of RC frames

Vasbeton keretek zavart (D) és nem zavart (B) régiói



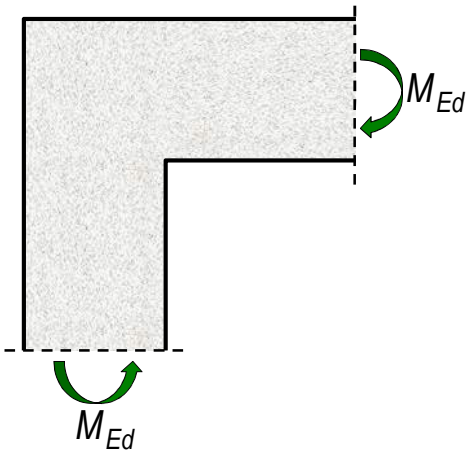
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

RC frame corner
Vasbeton keretsarok



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

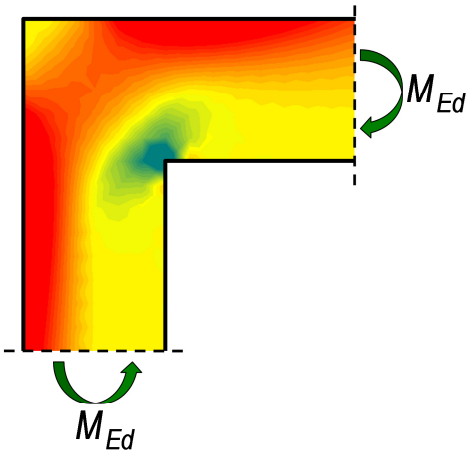
Closing RC frame corner
Záródó vasbeton keretsarok



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Main stresses of a closing RC frame corner

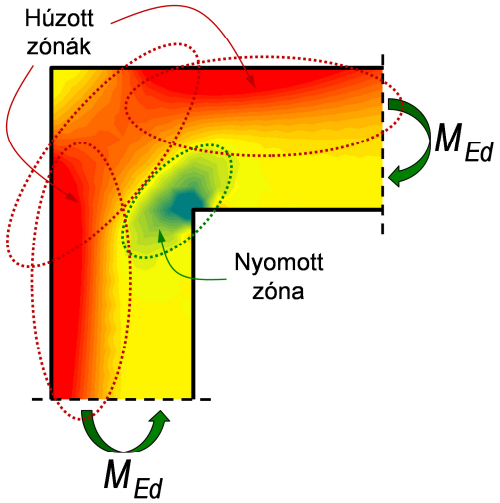
Záródó vasbeton keretsarok főfeszültségei



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Tensioned and compressed zones of a closing RC frame corner

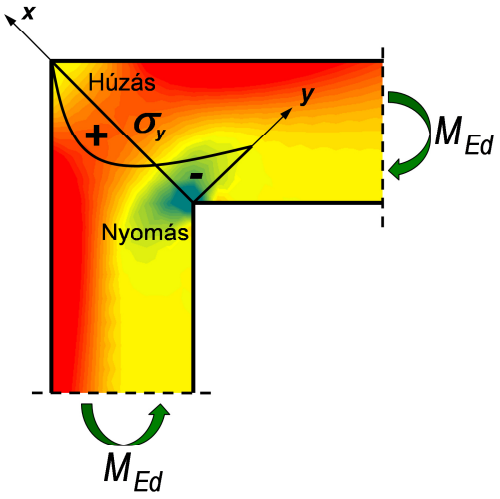
Záródó vasbeton keretsarok húzott és nyomott zónái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Tensioned and compressed zones of a closing RC frame corner

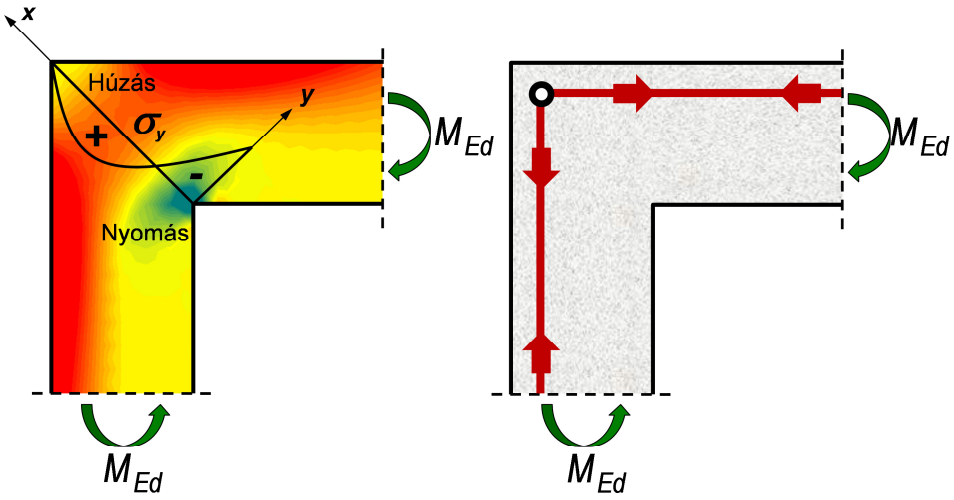
Záródó vasbeton keretsarok húzott és nyomott zónái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of a closing RC frame corner

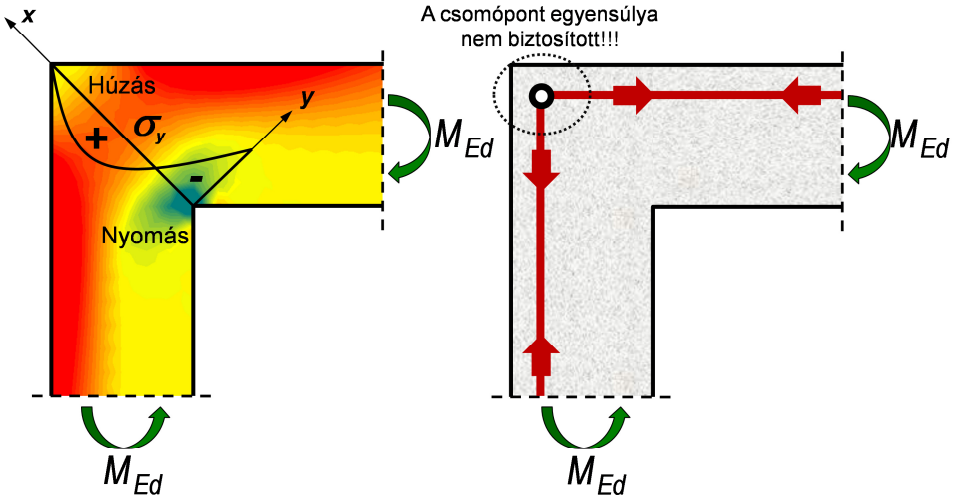
Záródó vasbeton keretsarok erőjátéka



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of a closing RC frame corner

Záródó vasbeton keretsarok erőjátéka

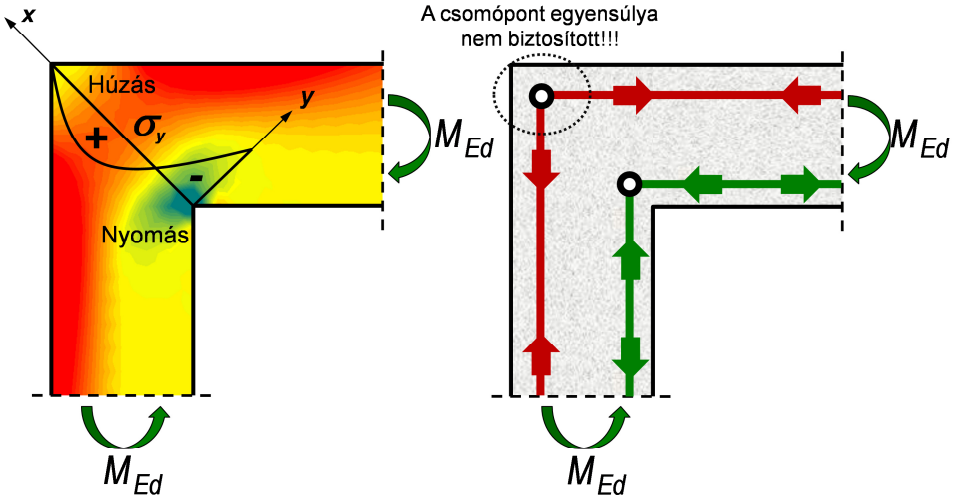


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Force flow of a closing RC frame corner

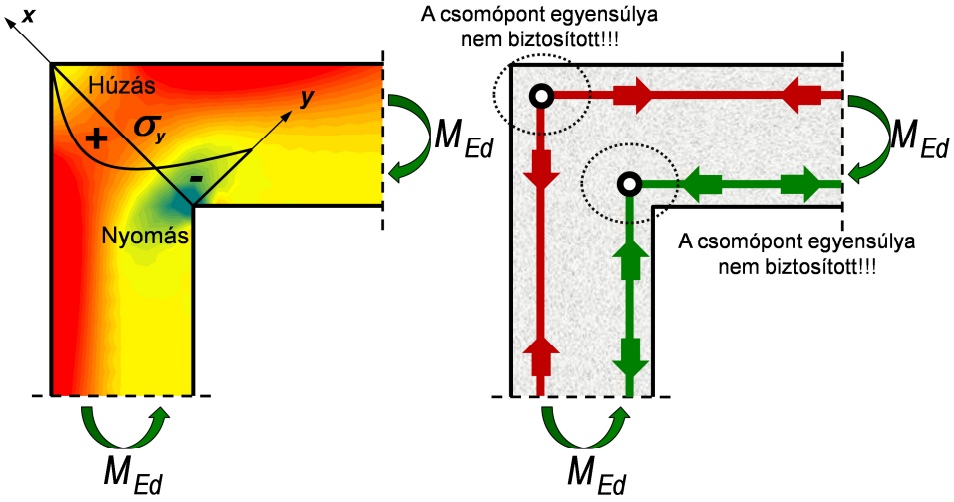
Záródó vasbeton keretsarok erőjátéka



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of a closing RC frame corner

Záródó vasbeton keretsarok erőjátéka

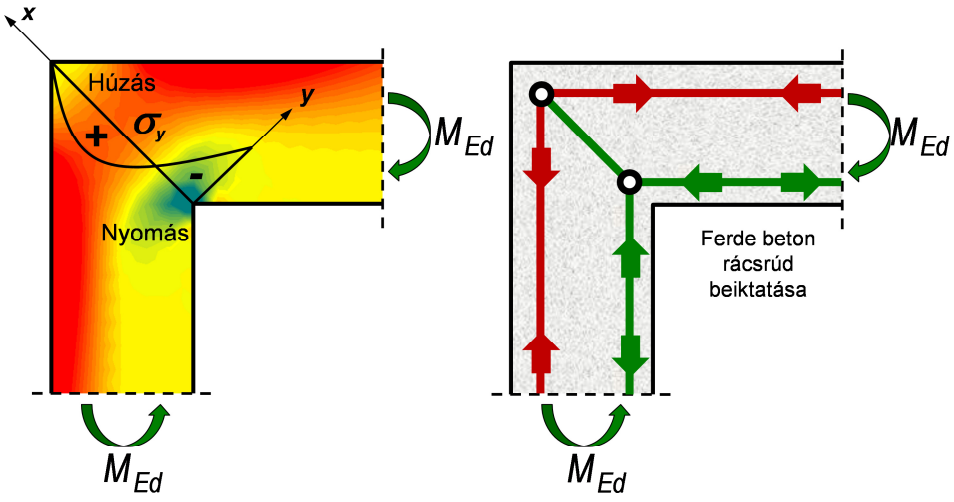


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Force flow of a closing RC frame corner

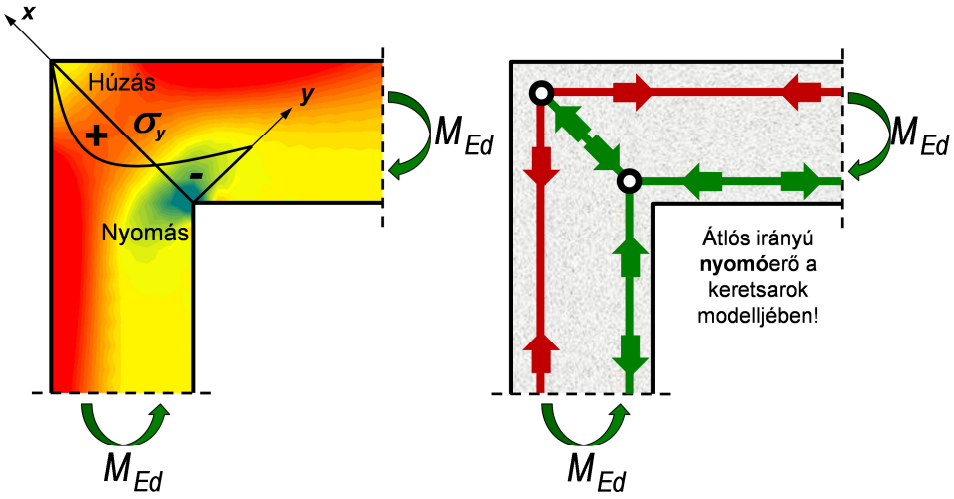
Záródó vasbeton keretsarok erőjátéka



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of a closing RC frame corner

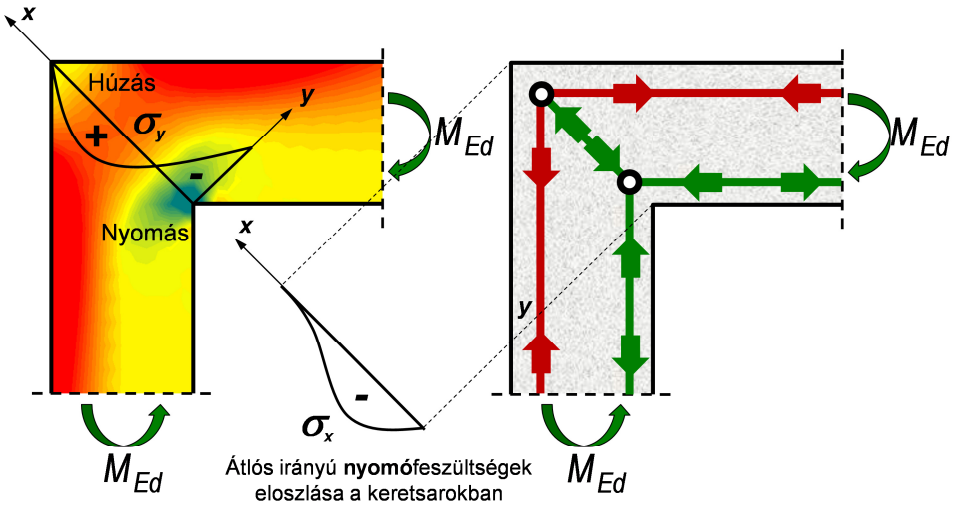
Záródó vasbeton keretsarok erőjátéka



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

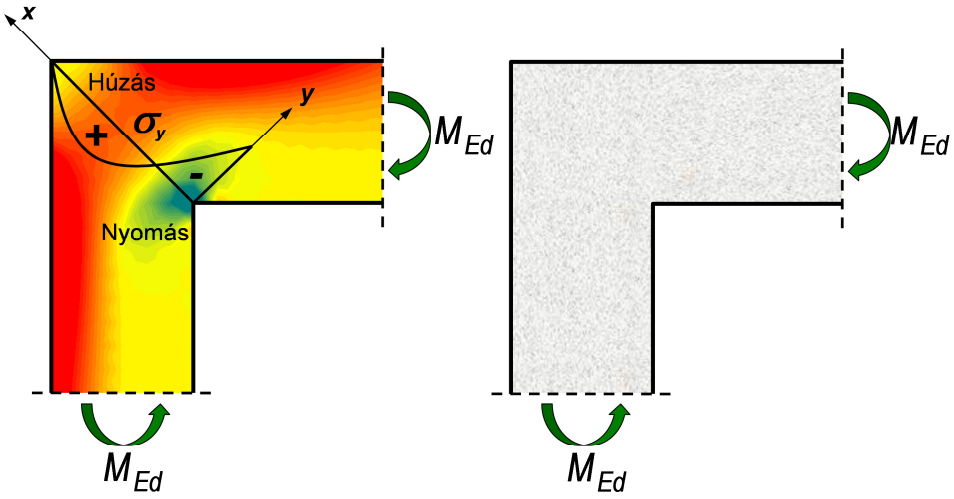
Force flow of a closing RC frame corner

Záródó vasbeton keretsarok erőjátéka



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

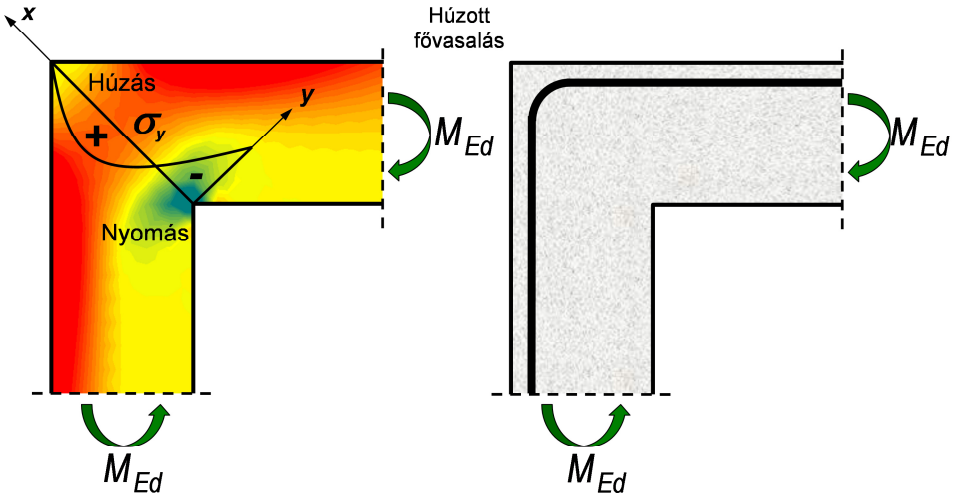
Reinforcing detail of a closing RC frame corner
Záródó vasbeton keretsarok vasvezetése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

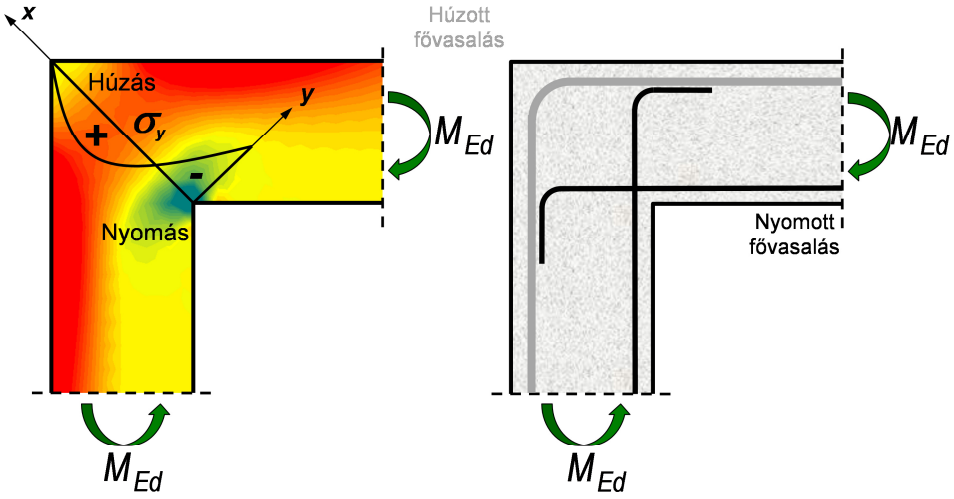
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Reinforcing detail of a closing RC frame corner
Záródó vasbeton keretsarok vasvezetése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

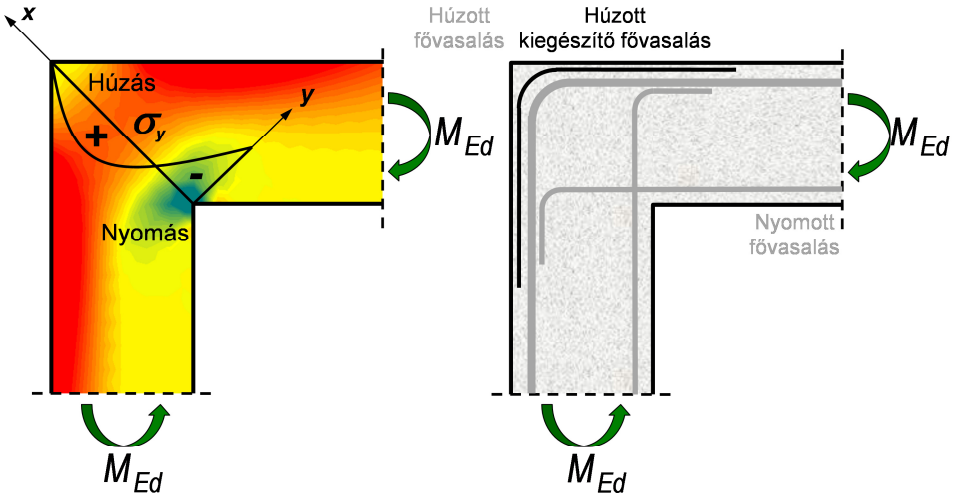
Reinforcing detail of a closing RC frame corner
Záródó vasbeton keretsarok vasvezetése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

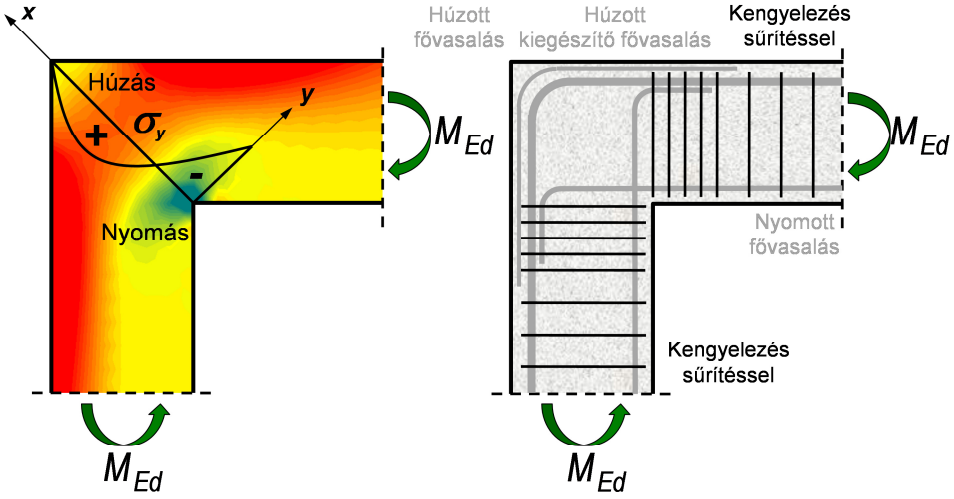
Reinforcing detail of a closing RC frame corner
Záródó vasbeton keretsarok vasvezetése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of a closing RC frame corner

Záródó vasbeton keretsarok vasvezetése

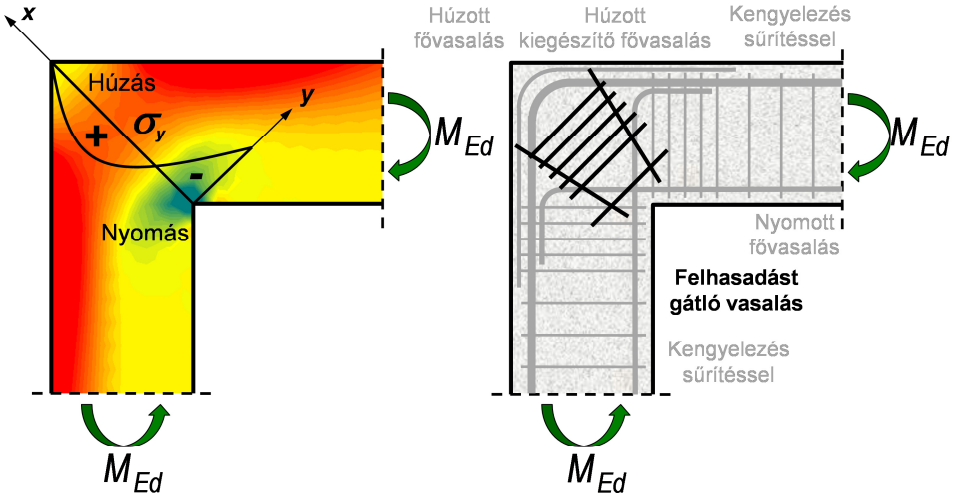


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Reinforcing detail of a closing RC frame corner

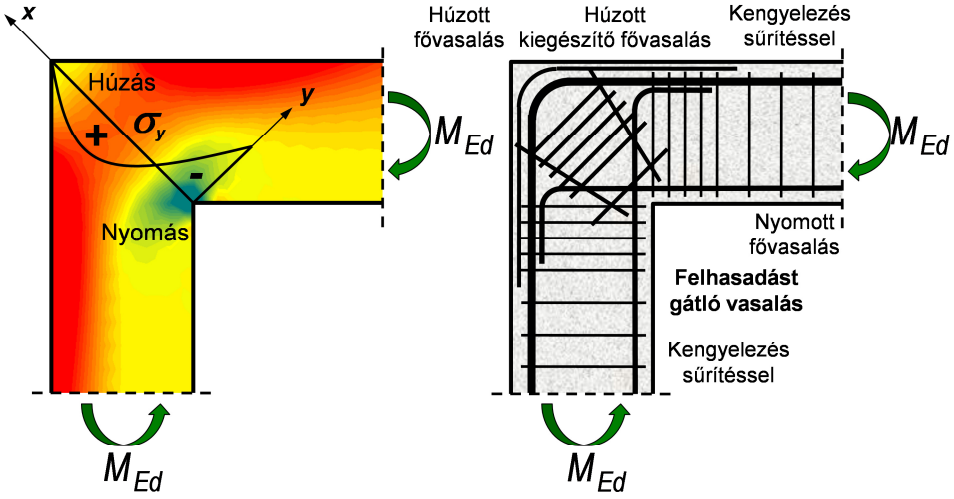
Záródó vasbeton keretsarok vasvezetése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of a closing RC frame corner

Záródó vasbeton keretsarok vasvezetése

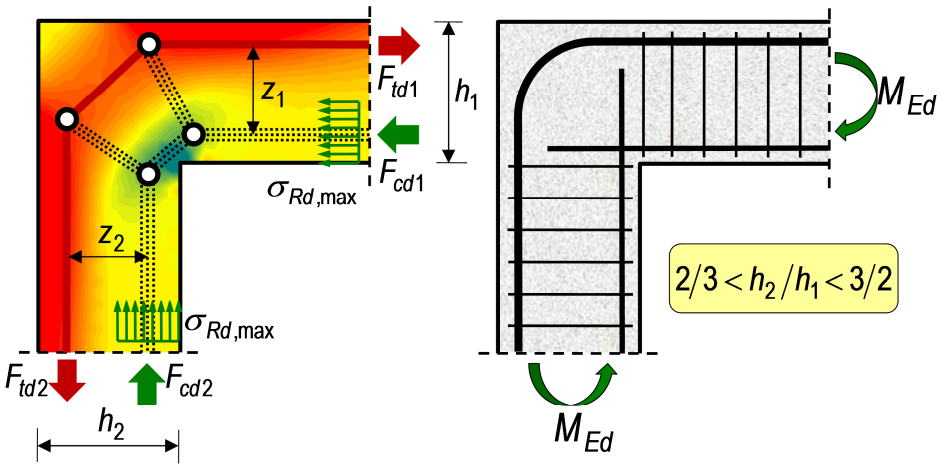


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, Fig. J2.(a), pp. 206.

Rácsostartó modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, J2.(a) ábra, 206. oldal

Záródó keretsarok rácsostartó modellje és vasalása (MSZ EN 1992-1-1:2010)

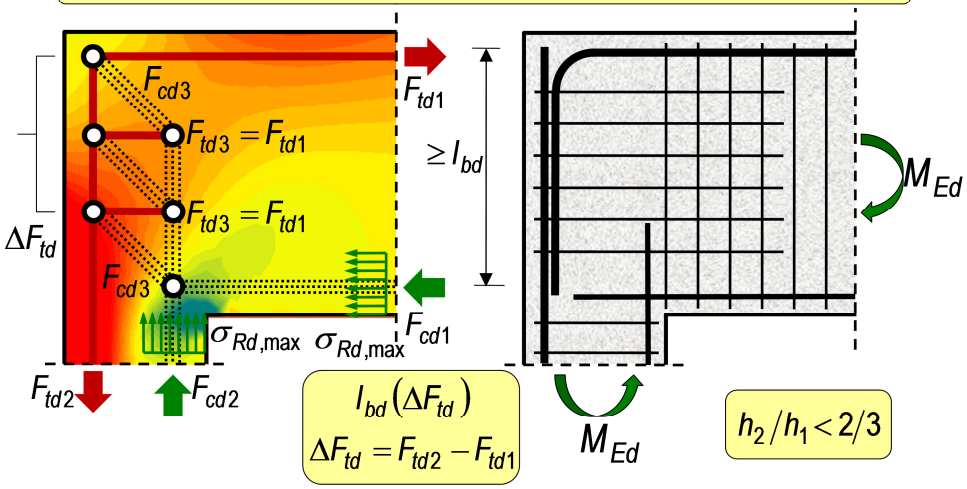


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, Fig. J2.(b), pp. 206.

Rácsostartó modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, J2.(b) ábra, 206. oldal

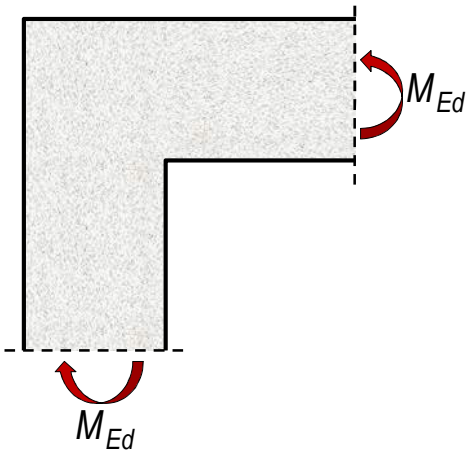
Záródó keretsarok rácsostartó modellje és vasalása (MSZ EN 1992-1-1:2010)



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Opening RC frame corner

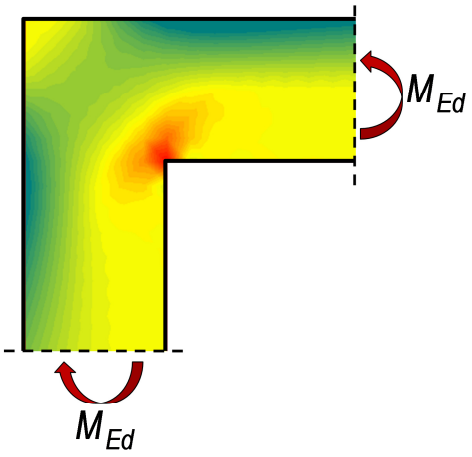
Nyíló vasbeton keretsarok



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Main stresses of an opening RC frame corner

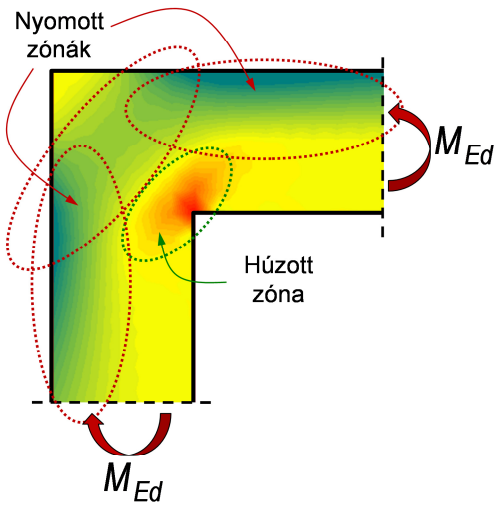
Nyíló vasbeton keretsarok főfeszültségei



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Tensioned and compressed zones of an opening RC frame corner

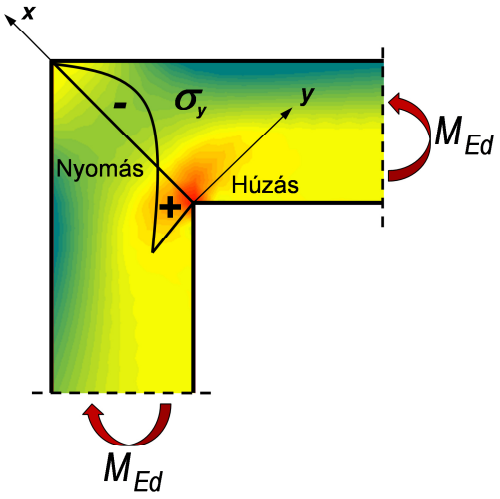
Nyíló vasbeton keretsarok húzott és nyomott zónái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

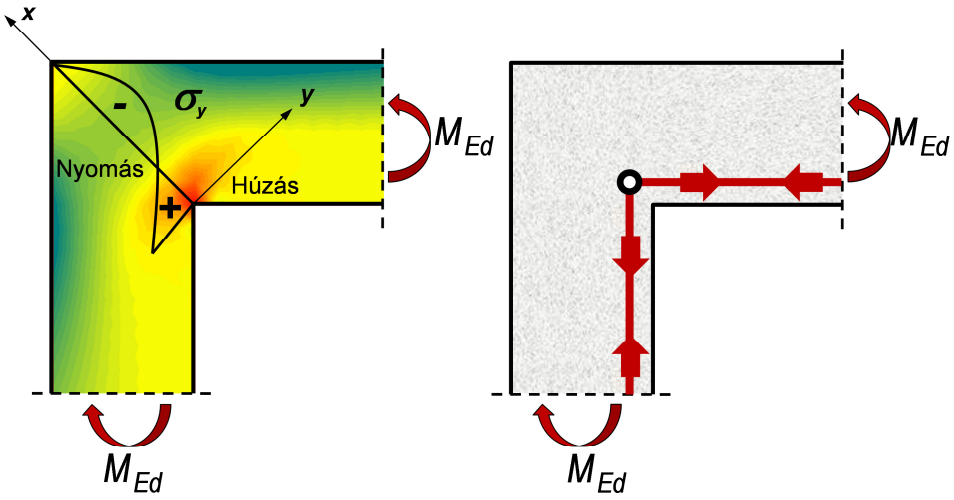
Tensioned and compressed zones of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok húzott és nyomott zónái



Force flow of an opening RC frame corner

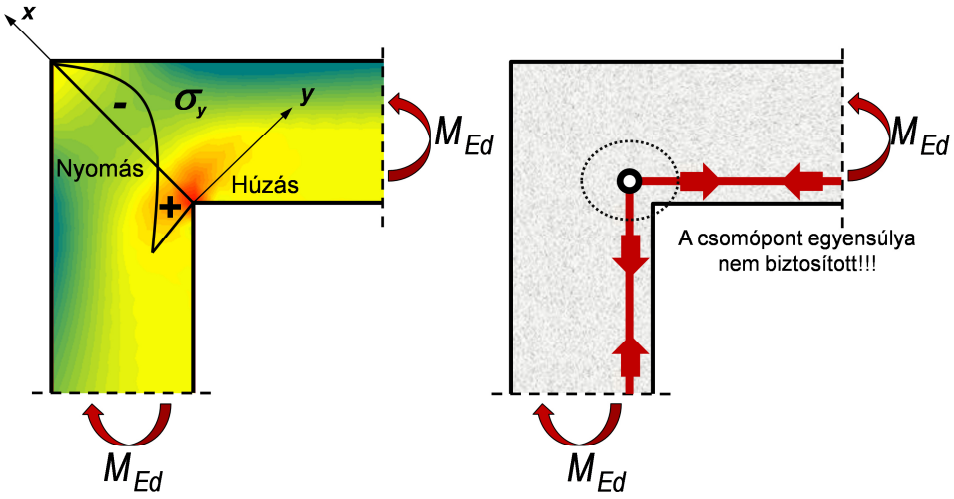
Nyíló vasbeton keretsarok erőjátéka



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Force flow of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok erőjátéka

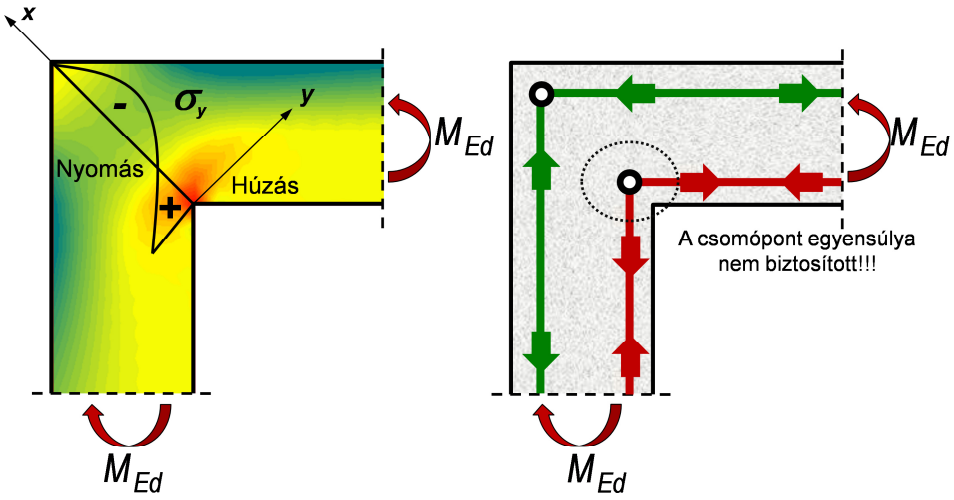


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Force flow of an opening RC frame corner

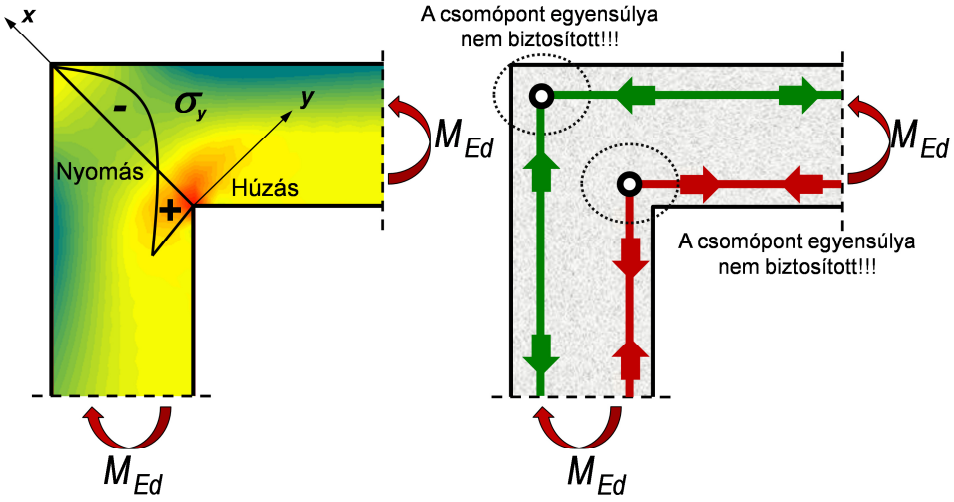
Nyíló vasbeton keretsarok erőjátéka



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok erőjátéka

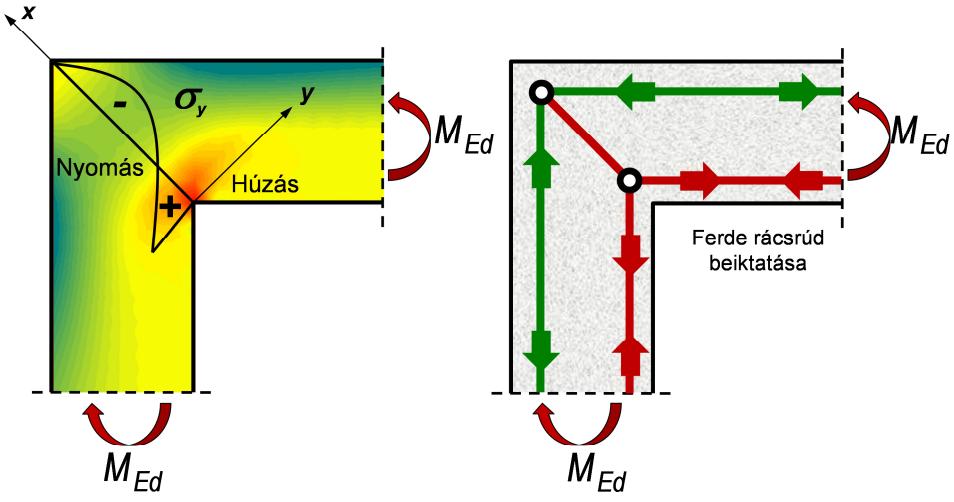


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Force flow of an opening RC frame corner

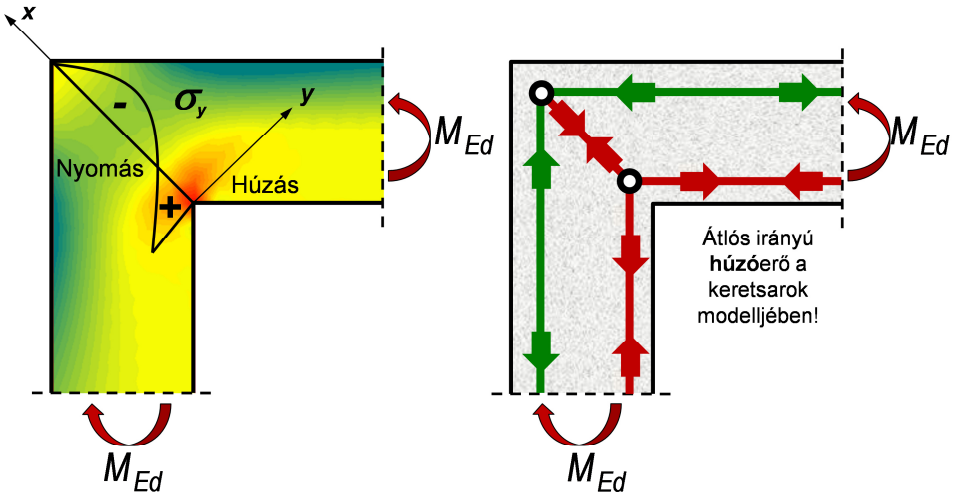
Nyíló vasbeton keretsarok erőjátéka



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok erőjátéka

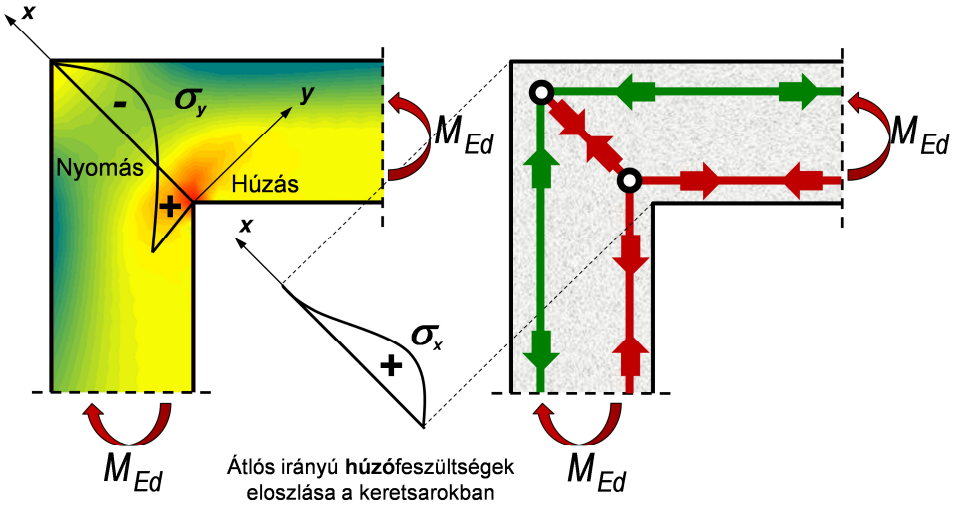


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Force flow of an opening RC frame corner

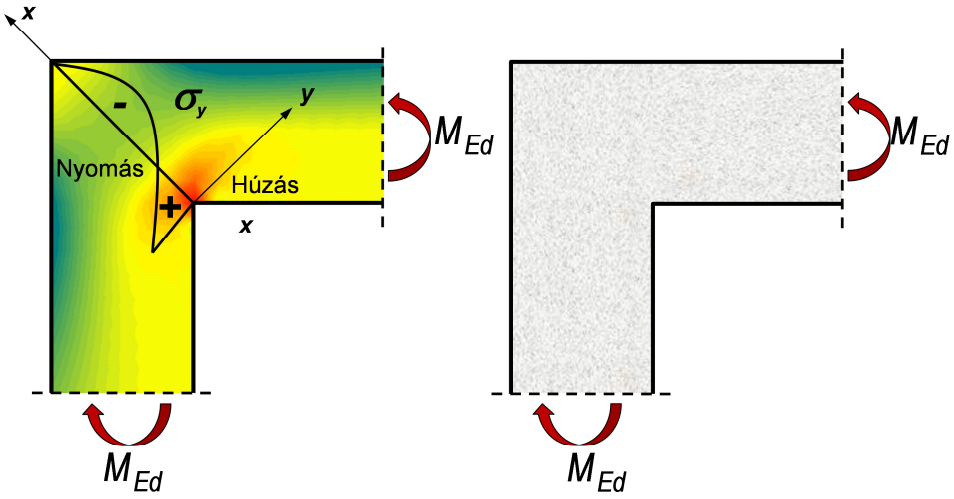
Nyíló vasbeton keretsarok erőjátéka



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok vasvezetése

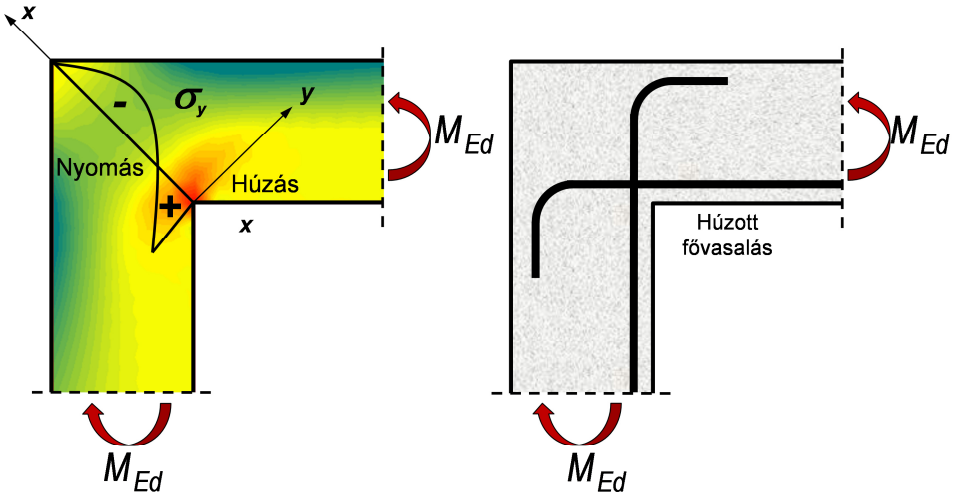


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Reinforcing detail of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok vasvezetése

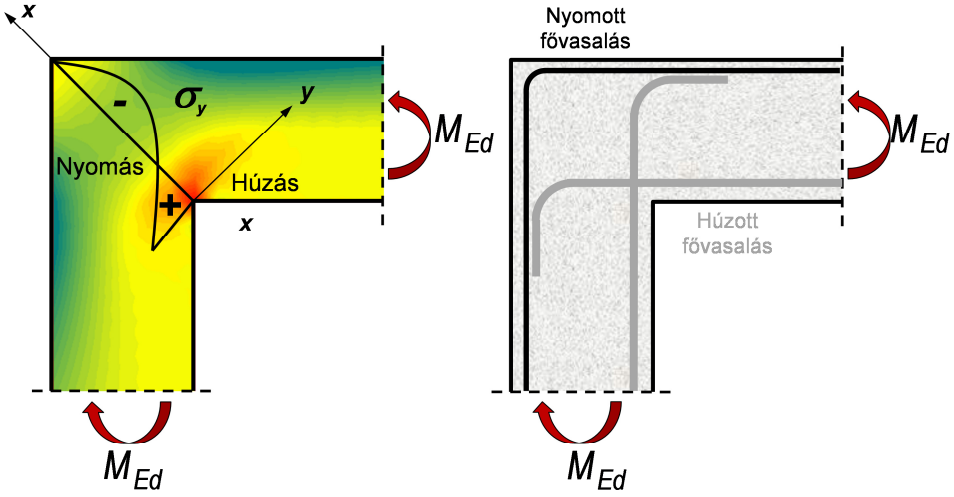


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Reinforcing detail of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok vasvezetése

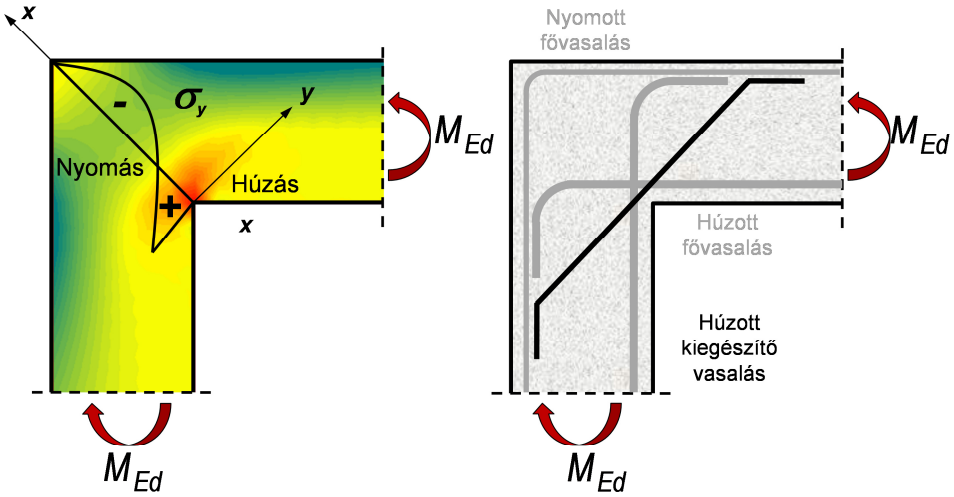


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

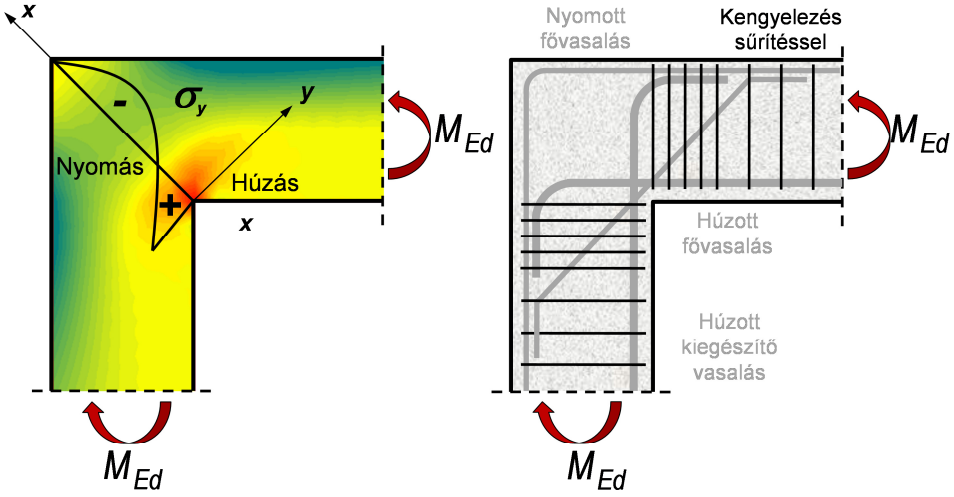
Reinforcing detail of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok vasvezetése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

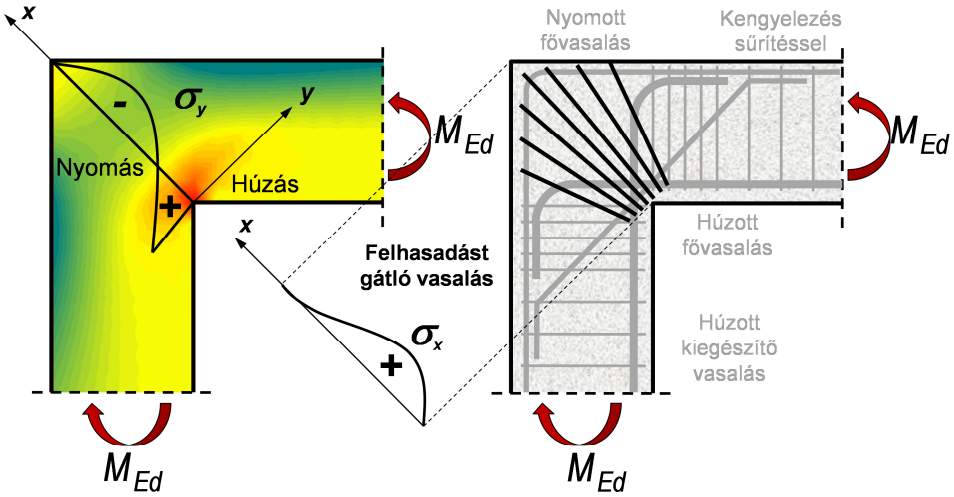
Reinforcing detail of an opening RC frame corner
Nyíló vasbeton keretsarok vasvezetése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

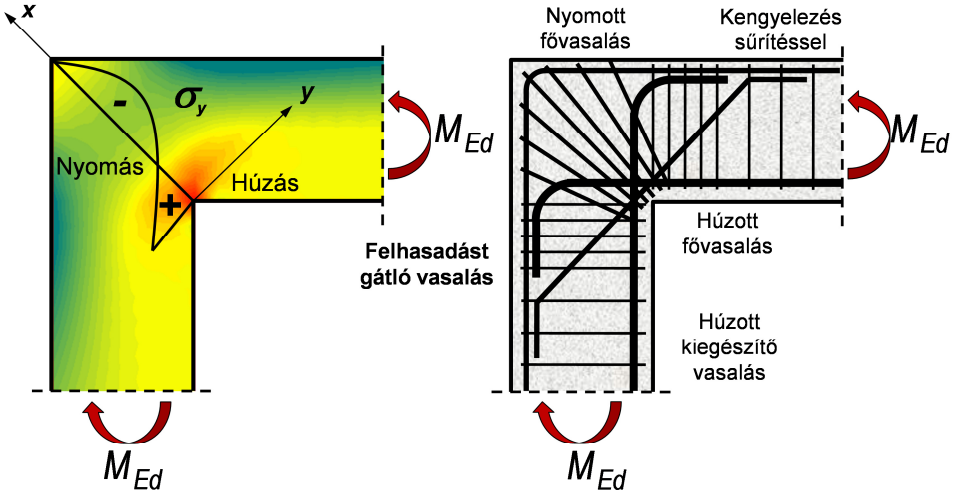
Reinforcing detail of an opening RC frame corner
Nyíló vasbeton keretsarok vasvezetése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

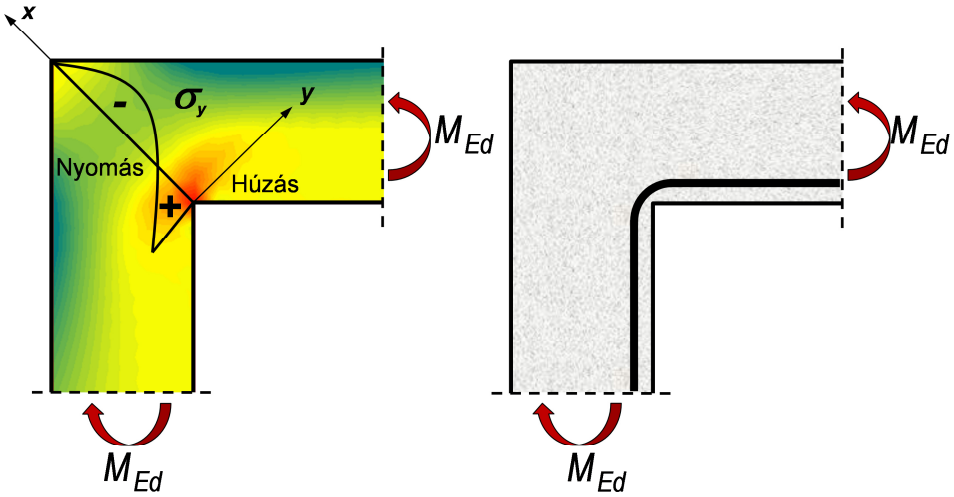
Reinforcing detail of an opening RC frame corner

Nyíló vasbeton keretsarok vasvezetése

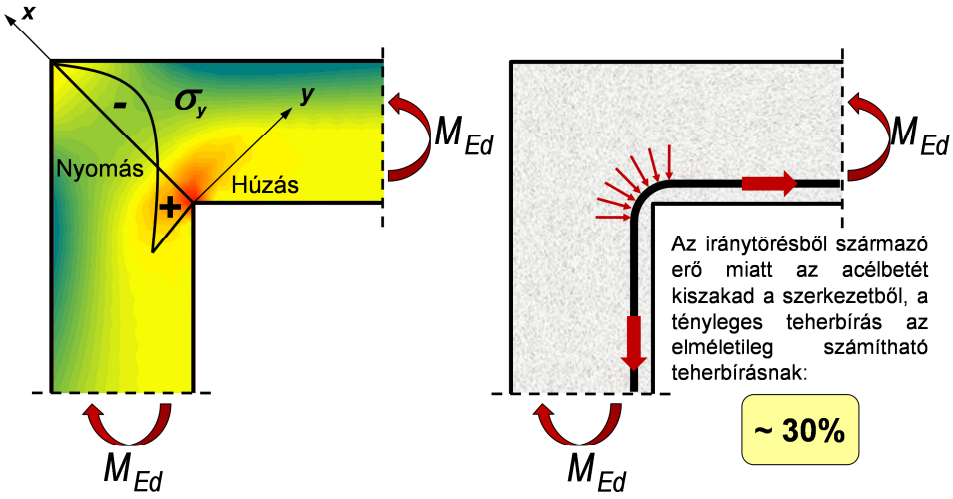


Bearing capacity of an opening RC frame corner I.

Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása I.



Bearing capacity of an opening RC frame corner I.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása I.

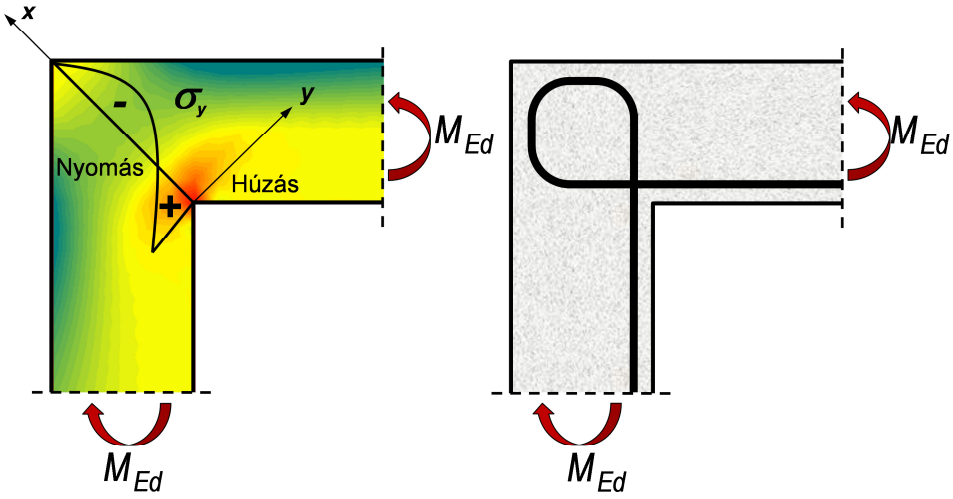


Az iránytörésből származó erő miatt az acélbetét kiszakad a szerkezetből, a tényleges teherbírás az elméletileg számítható teherbírásnak:

~ 30%

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

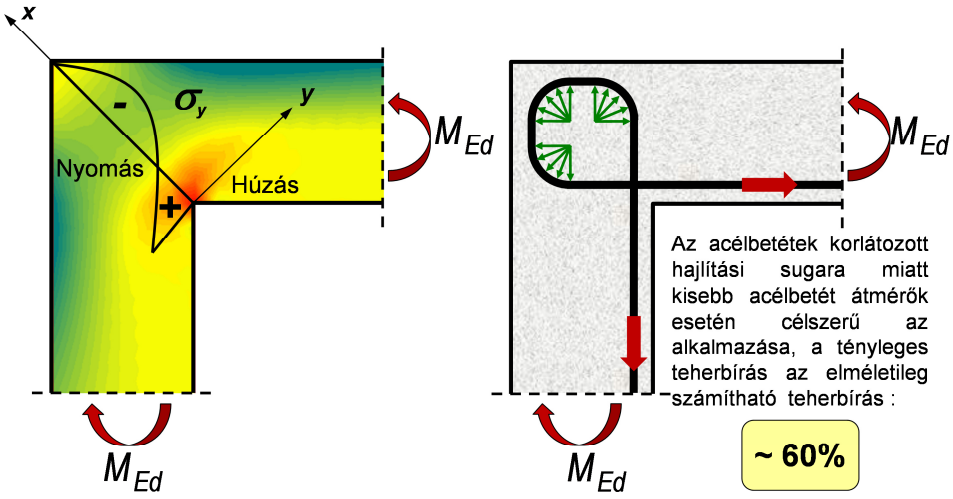
Bearing capacity of an opening RC frame corner II.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása II.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of an opening RC frame corner II.

Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása II.



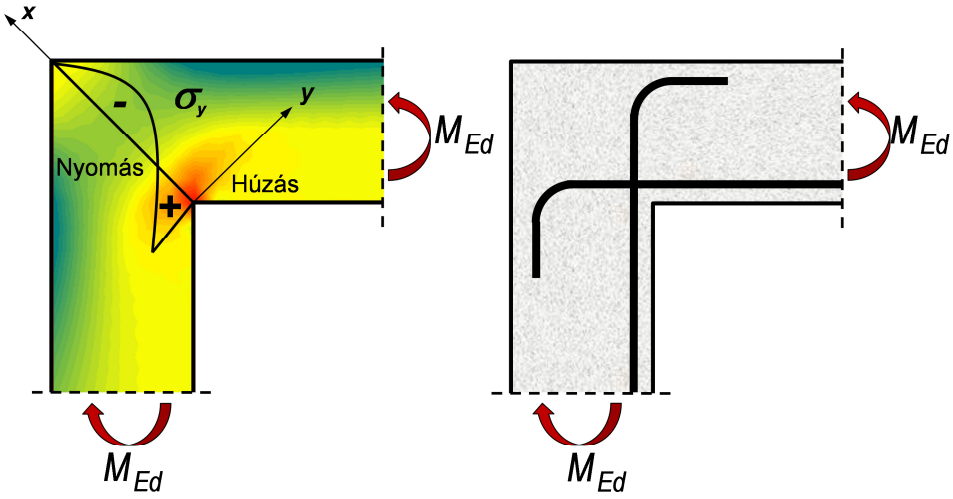
Az acélbetétek korlátozott hajlítási sugara miatt kisebb acélbetét átmérők esetén célszerű az alkalmazása, a tényleges teherbírás az elméletileg számítható teherbírás :

~ 60%

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

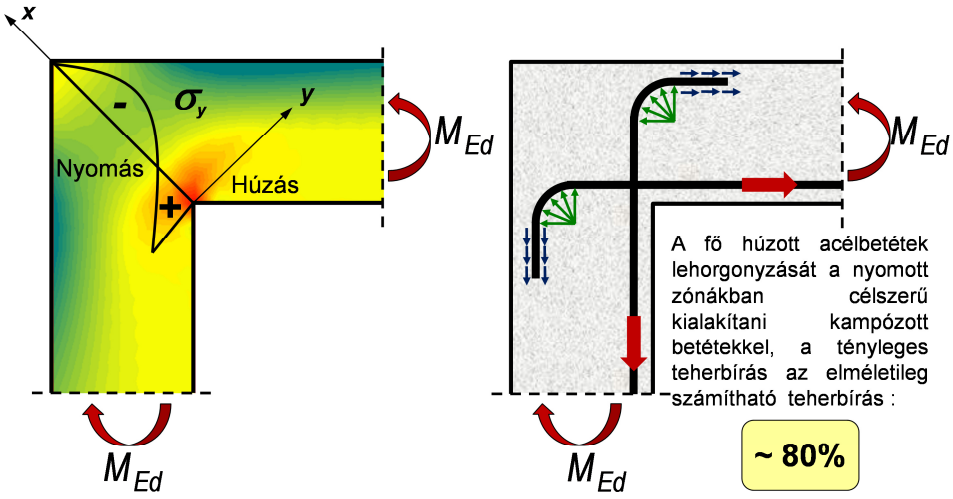
Bearing capacity of an opening RC frame corner III.

Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása III.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of an opening RC frame corner III.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása III.

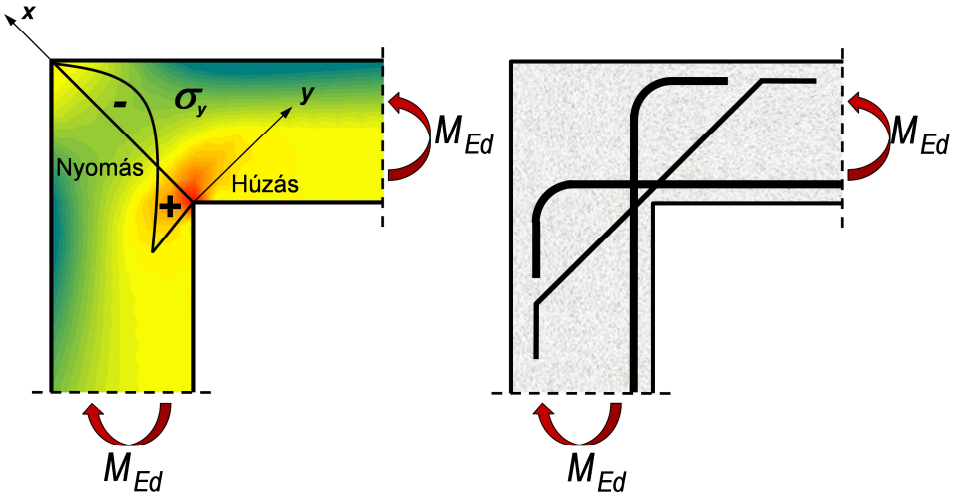


A fő húzott acélbetétek lehorgonyzását a nyomott zónákban célszerű kialakítani kampózott betétekkel, a tényleges teherbírás az elméletileg számítható teherbírás :

~ 80%

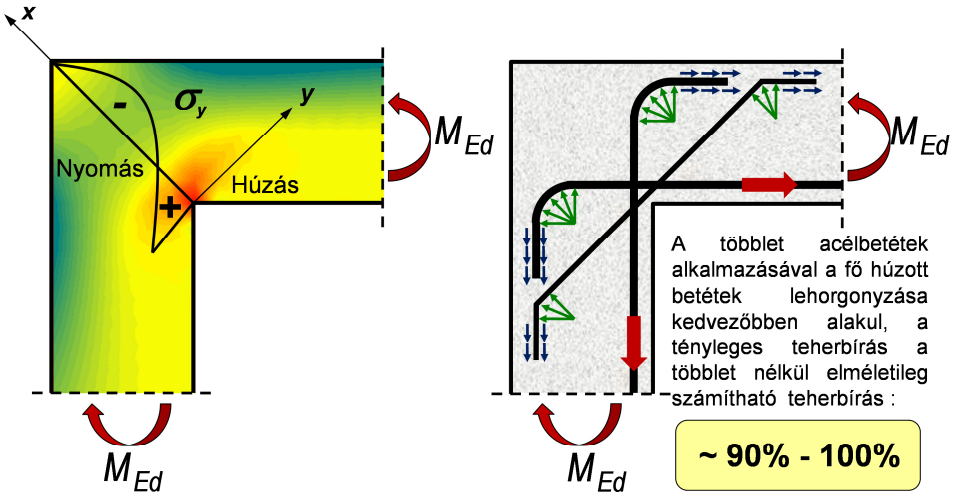
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of an opening RC frame corner IV.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása IV.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of an opening RC frame corner IV.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása IV.

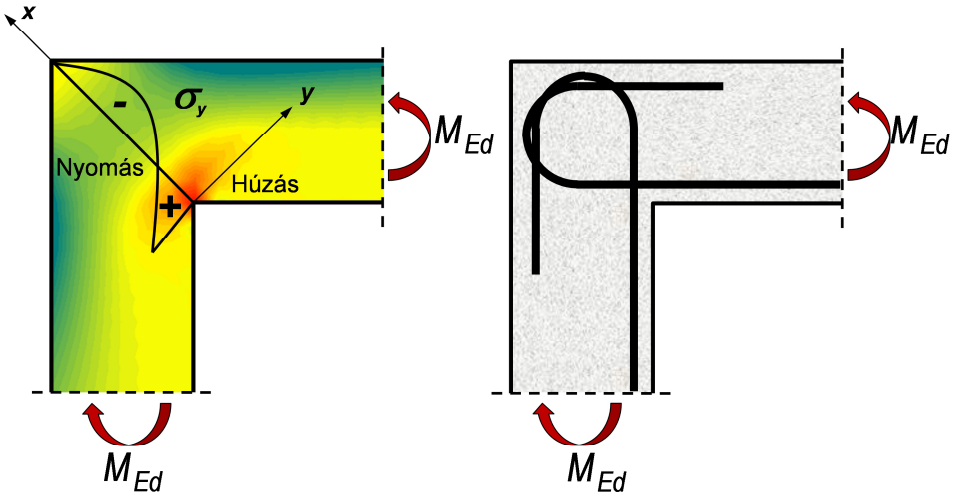


A többlet acélbetétek alkalmazásával a fő húzott betétek lehorgonyzása kedvezőbben alakul, a tényleges teherbírás a többlet nélkül elméletileg számítható teherbírás :

~ 90% - 100%

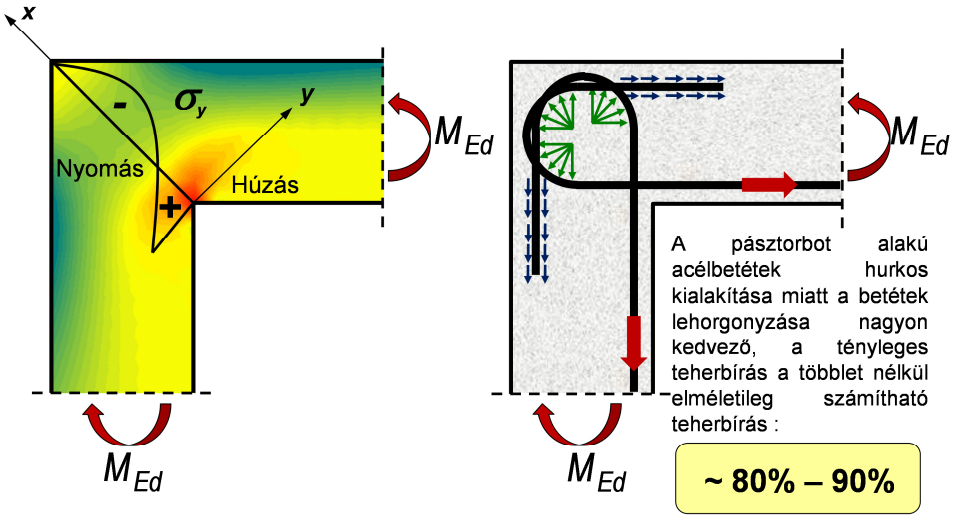
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of an opening RC frame corner V.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása V.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of an opening RC frame corner V.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása V.

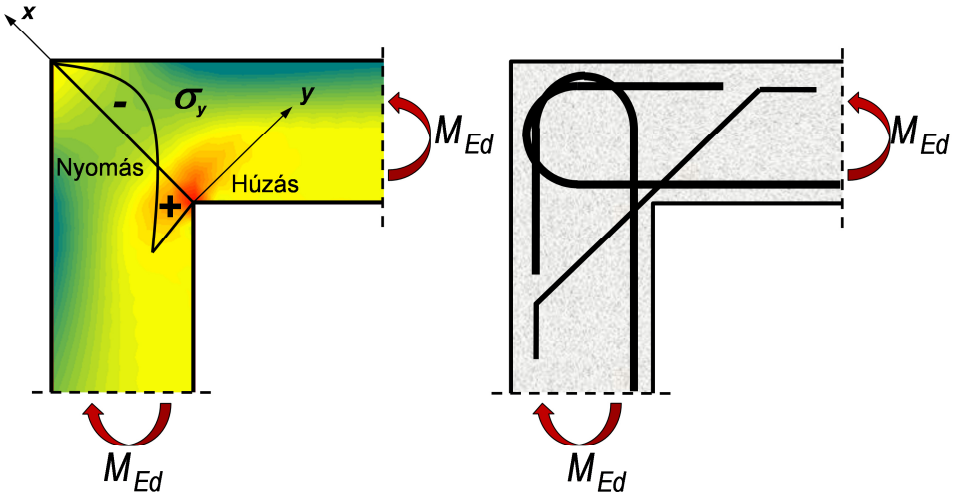


A pásztorbot alakú acélbetétek hurkos kialakítása miatt a betétek lehorgonyzása nagyon kedvező, a tényleges teherbírás a többlet nélkül elméletileg számítható teherbírás :

~ 80% – 90%

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

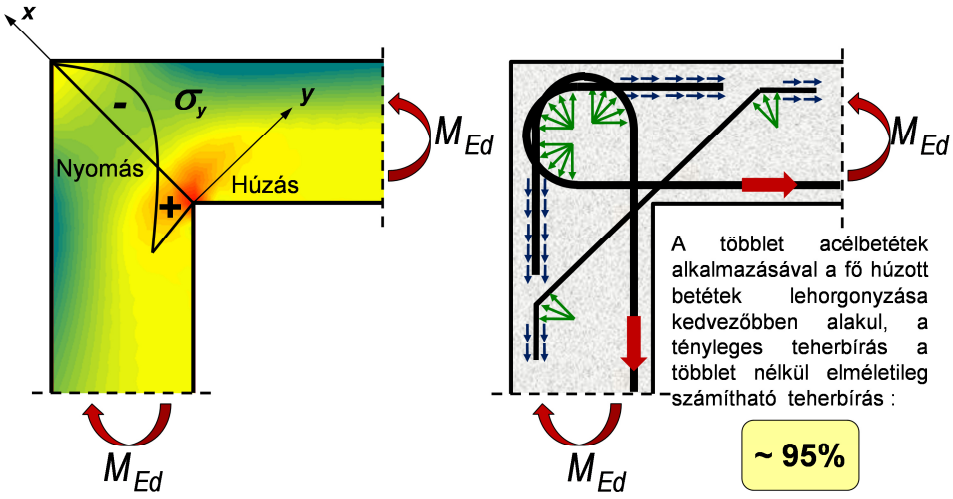
Bearing capacity of an opening RC frame corner VI.
Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása VI.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of an opening RC frame corner VI.

Nyíló vasbeton keretsarok teherbírása VI.



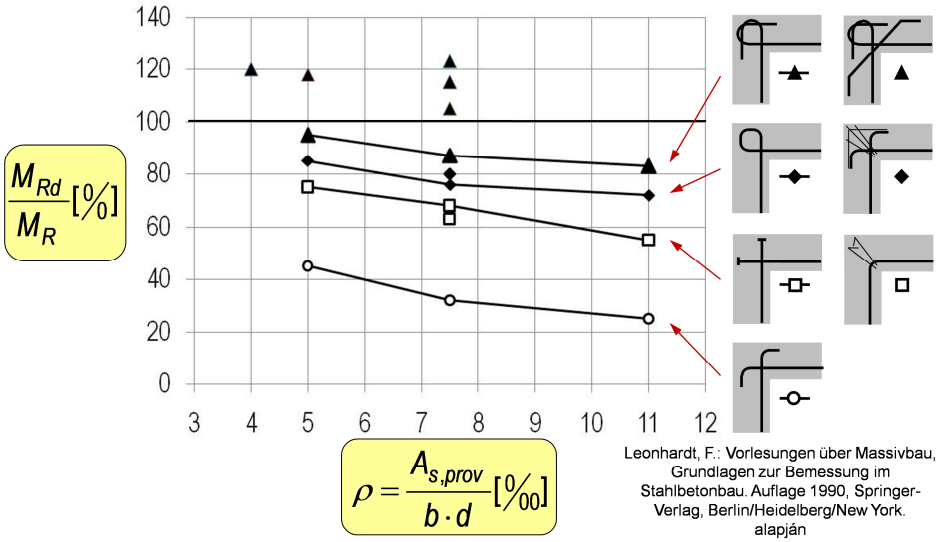
A többlet acélbetétek alkalmazásával a fő húzott betétek lehorgonyzása kedvezőbben alakul, a tényleges teherbírás a többlet nélkül elméletileg számítható teherbírás :

~ 95%

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of opening RC frame corners – experimental results

Nyíló vasbeton keretsarkok teherbírása – kísérleti megfigyelések

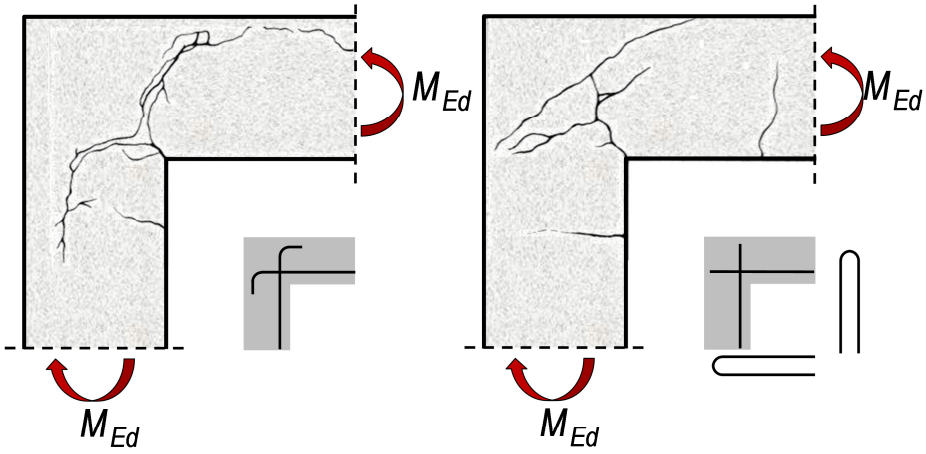


Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Auflage 1990, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bearing capacity of opening RC frame corners – experimental results

Nyíló vasbeton keretsarkok teherbírása – kísérleti megfigyelések



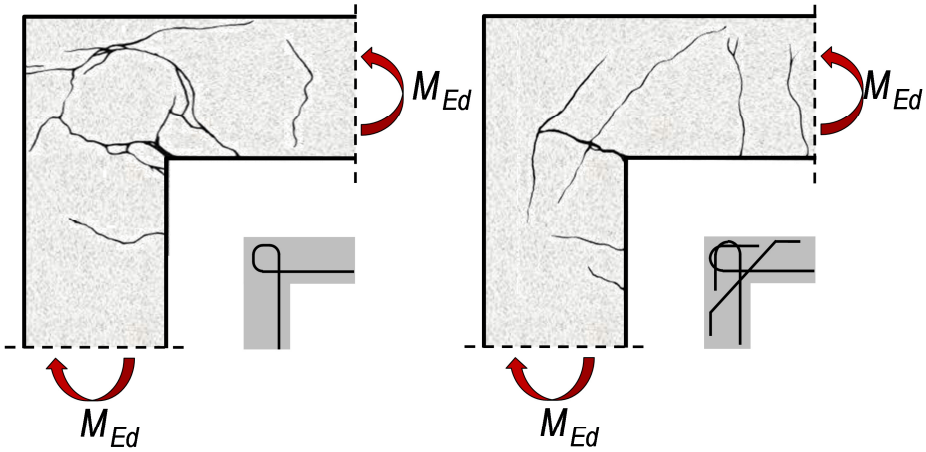
Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Auflage 1990, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Bearing capacity of opening RC frame corners – experimental results

Nyíló vasbeton keretsarkok teherbírása – kísérleti megfigyelések



Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Auflage 1990, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York. alapján

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Failure pattern of an opening RC frame corners

Nyíló vasbeton keretsarok törésképe

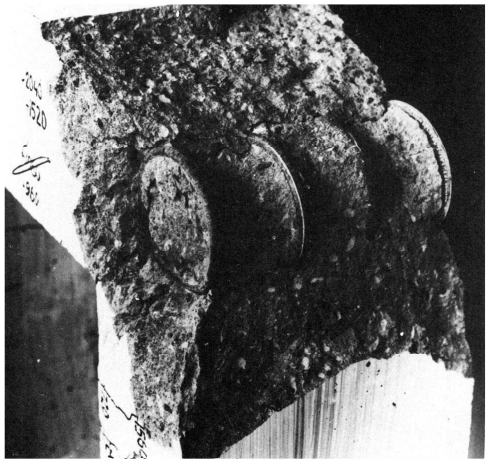


Akkermann, J.: Rotationsverhalten von Stahlbeton-Rahmenecken, Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe 2000.

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Failure pattern of an opening RC frame corners

Nyíló vasbeton keretsarok törésképe



Leonhardt, F.: Vorlesungen über Massivbau, Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Auflage 1990, Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York.

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Failure pattern of a closing RC frame corners

Záródó vasbeton keretsarok törésképe



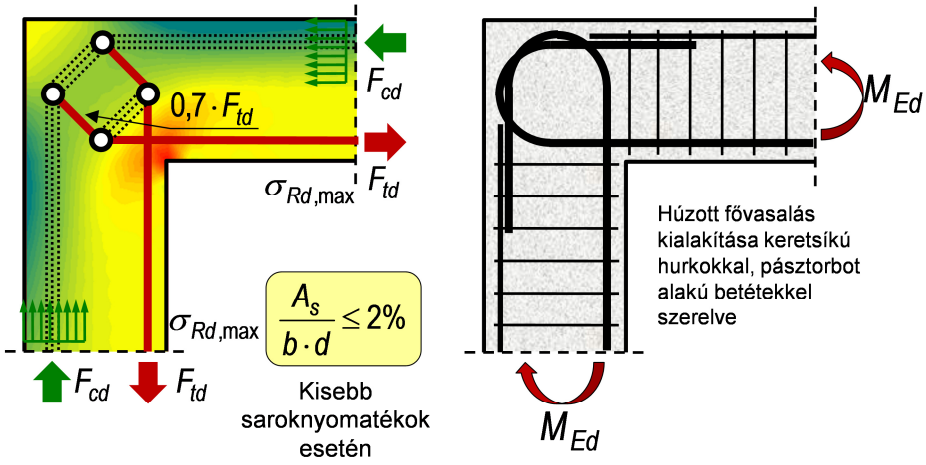
Akkermann, J.: Rotationsverhalten von Stahlbeton-Rahmenecken, Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Karlsruhe 2000.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, Fig. J3., pp. 207.

Rácsostartó modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, J3. ábra, 207. oldal

Nyíló keretsarok rácsostartó modellje és vasalása (MSZ EN 1992-1-1:2010)

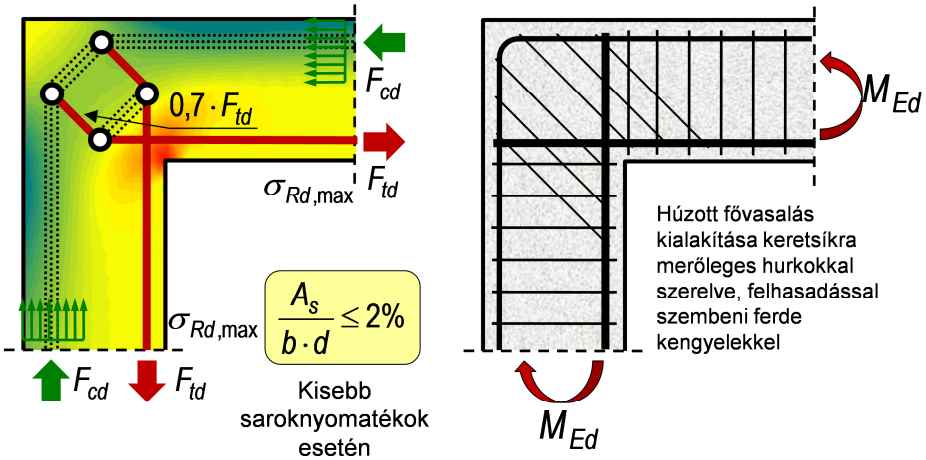


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, Fig. J3., pp. 207.

Rácsostartó modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, J3. ábra, 207. oldal

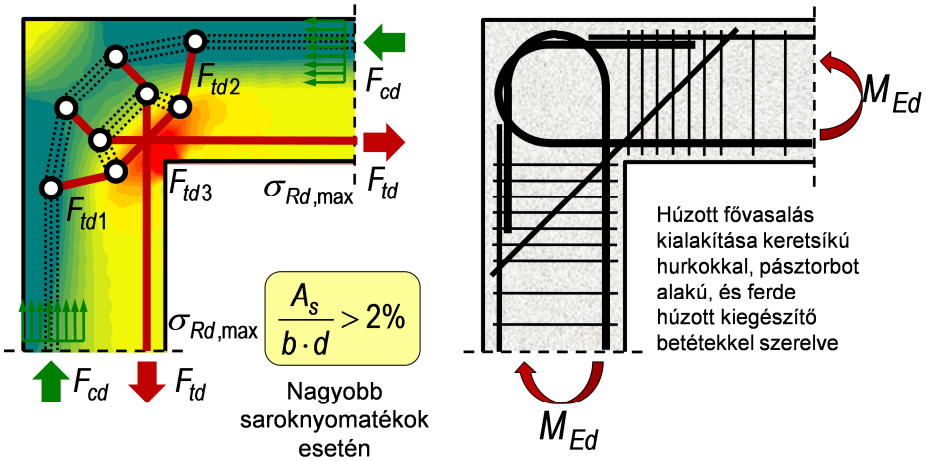
Nyíló keretsarok rácsostartó modellje és vasalása (MSZ EN 1992-1-1:2010)



Strut-and-tie modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, Fig. J4., pp. 207.

Rácsostartó modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, J4. ábra, 207. oldal

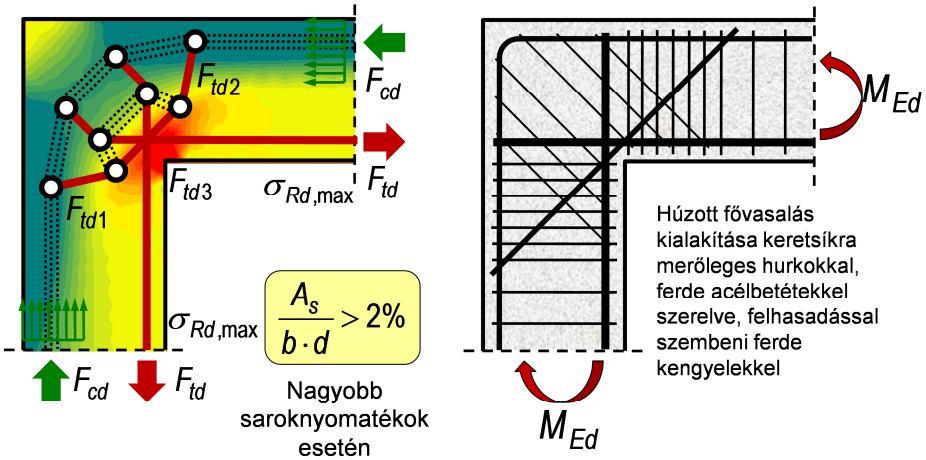
Nyíló keretsarok rácsostartó modellje és vasalása (MSZ EN 1992-1-1:2010)



Strut-and-tie modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, Fig. J4., pp. 207.

Rácsostartó modell, MSZ EN 1992-1-1:2010, J4. ábra, 207. oldal

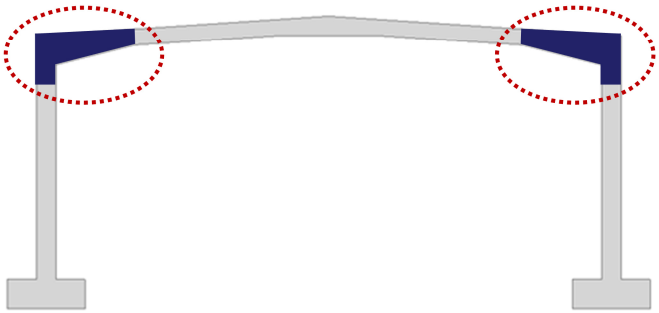
Nyíló keretsarok rácsostartó modellje és vasalása (MSZ EN 1992-1-1:2010)



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Enlarged RC frame corner

Kiékelt vasbeton keretsarok

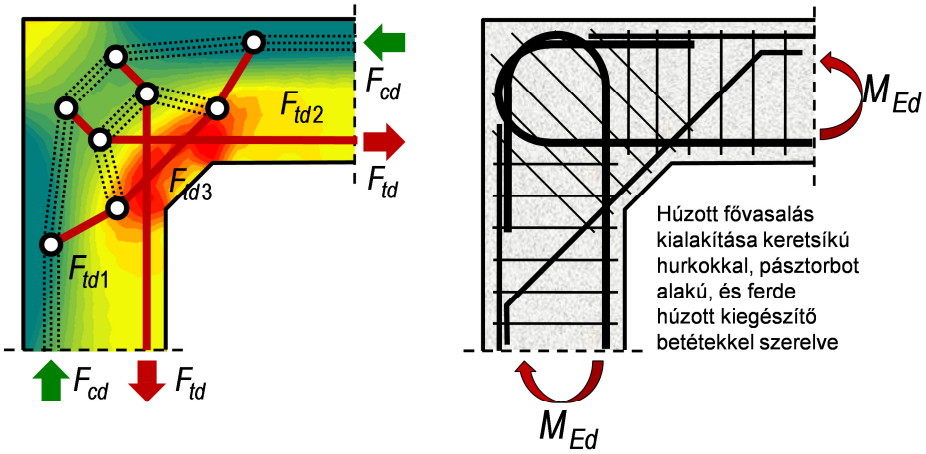


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell for an enlarged opening RC frame corner I.

Nyíló kiékelt vasbeton keretsarok rácsostartó modellje I.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása

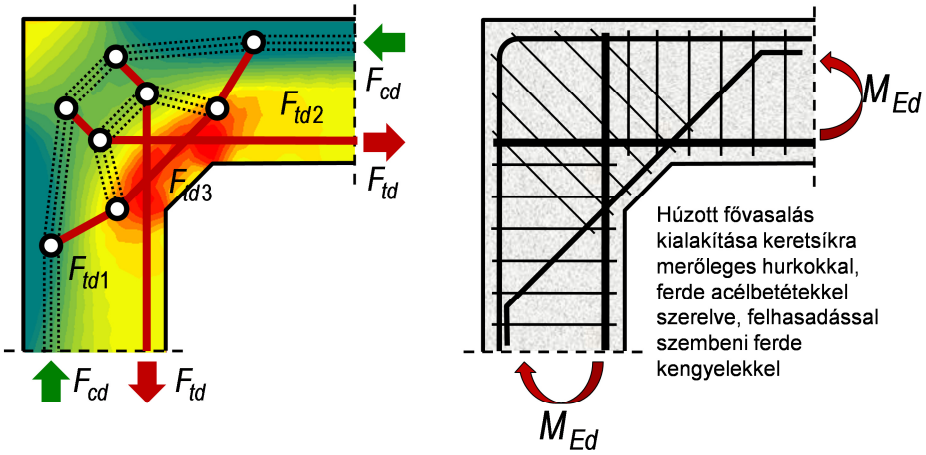


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell for an enlarged opening RC frame corner II.

Nyíló kiékelt vasbeton keretsarok rácsostartó modellje II.

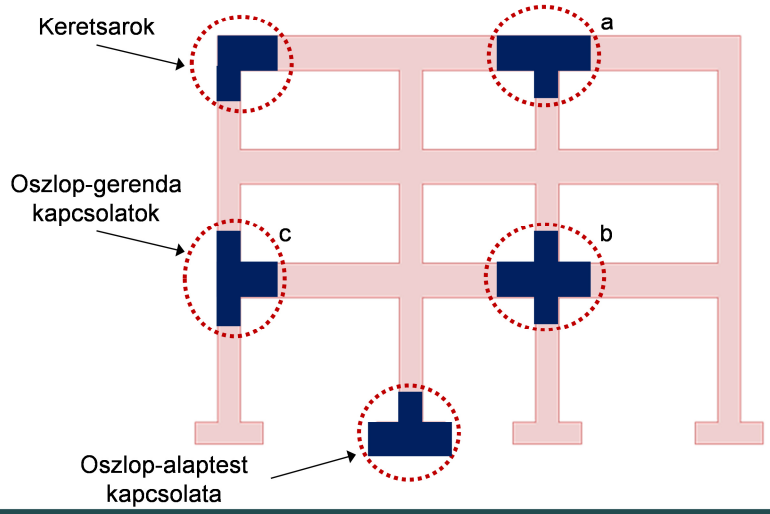
Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joints for multistory RC frame

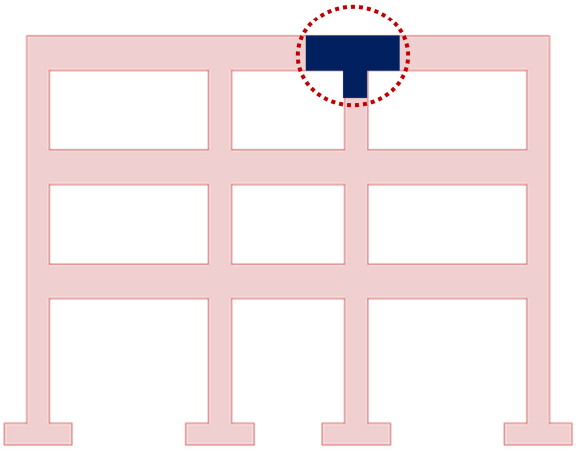
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolatai



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame I.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata I.

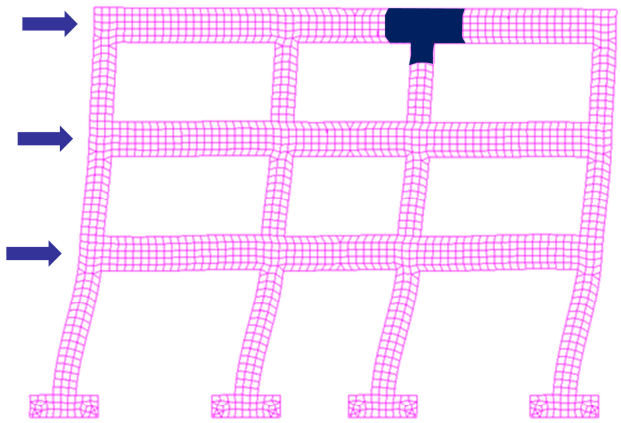


Merevítetlen keret közbenső pillér-zárógerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame I.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata I.



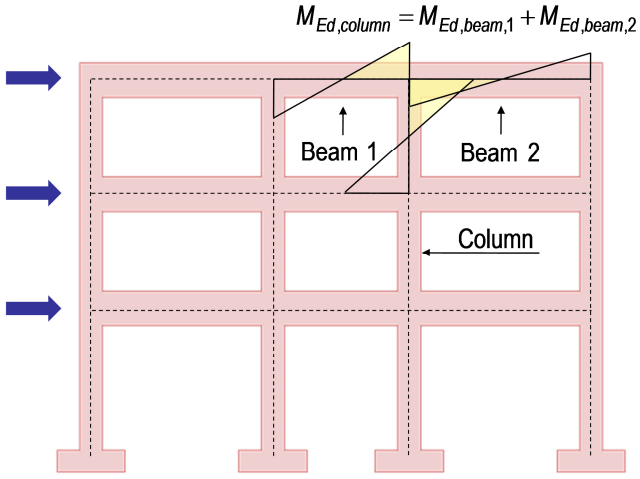
Szeizmikus tervezési helyzet – jelentős vízszintes terhek

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame I.

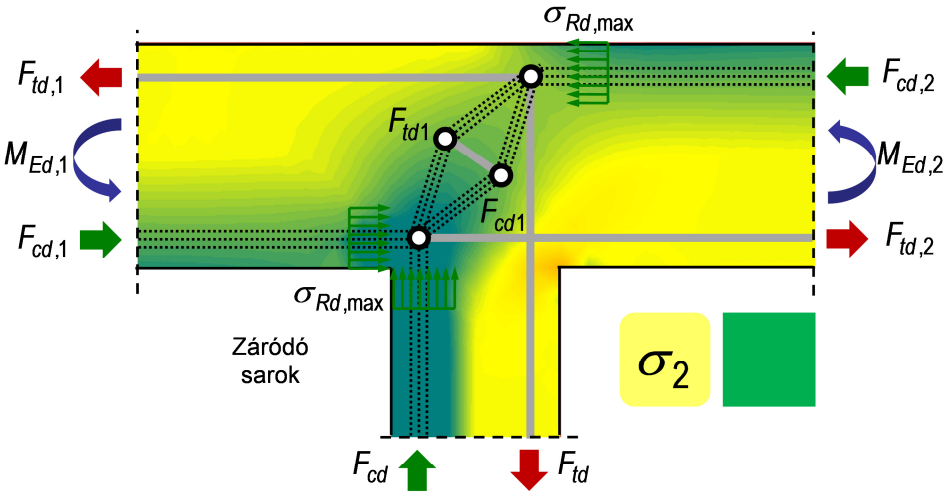
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata I.



Szeizmikus tervezési helyzet – jelentős vízszintes terhek

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame I.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata I.

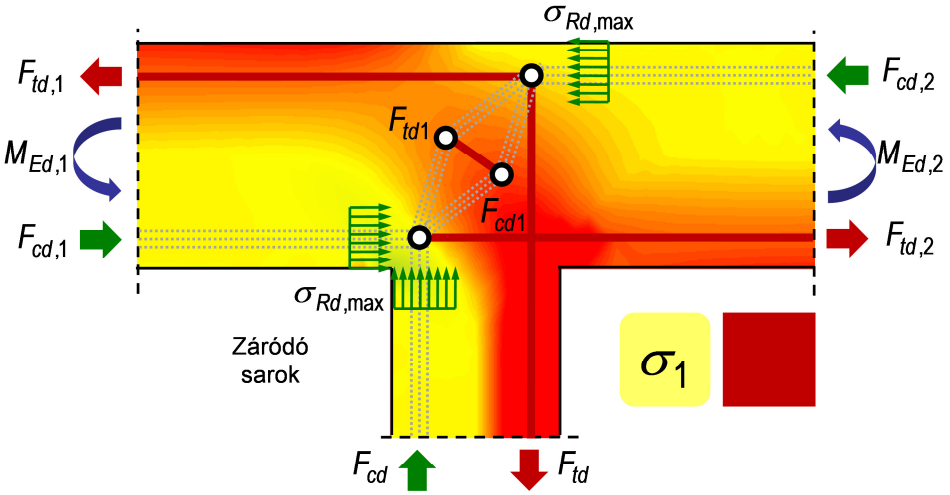


Nyomott beton rácsrudak kialakulása a legjobban nyomott zónákban - beton

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame I.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata I.

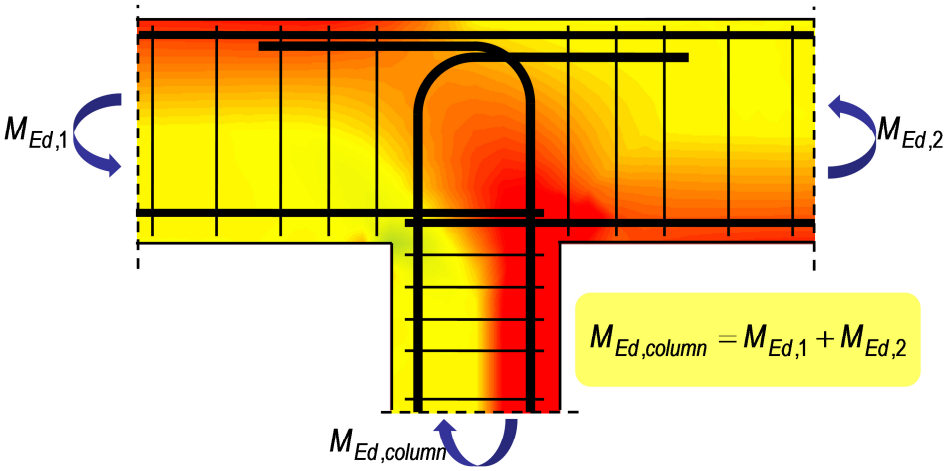


Húzott rácsrudak, húzások felvétele a legjobban húzott zónákban acélbetétekkel

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame I.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata I.

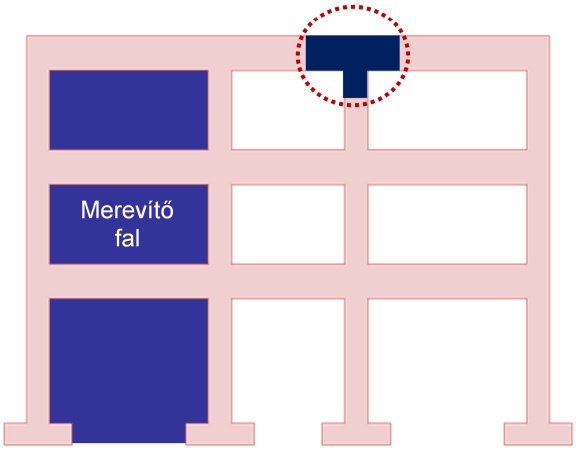


A kétirányú terhelés lehetősége miatt javasolt szimmetrikus vasvezetés

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame II.

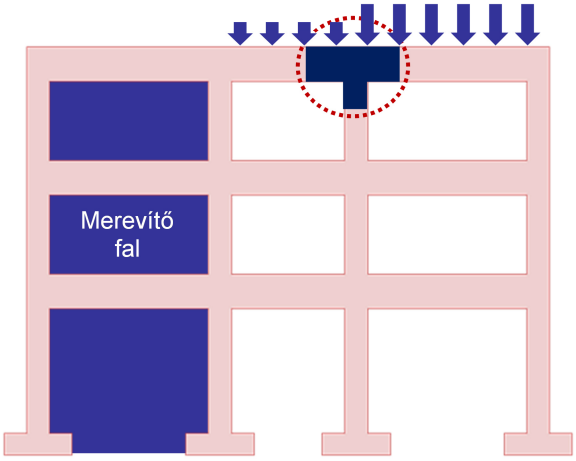
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata II.



Merevített keret közbenső pillér-zárógerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame II.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata II.

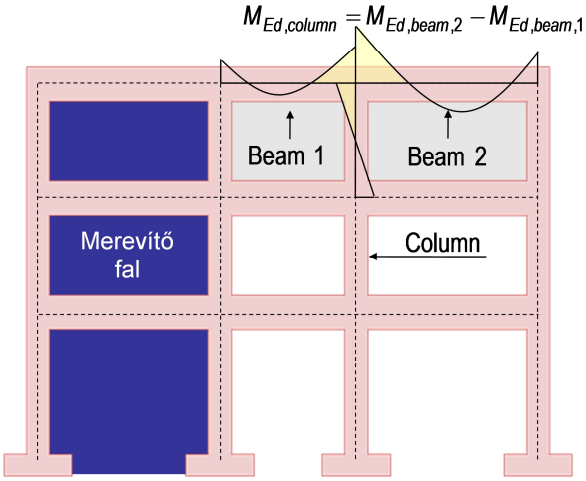


A vízszintes hatásokat a merevítő falak veszik fel, a függőleges terhek dominánsak

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

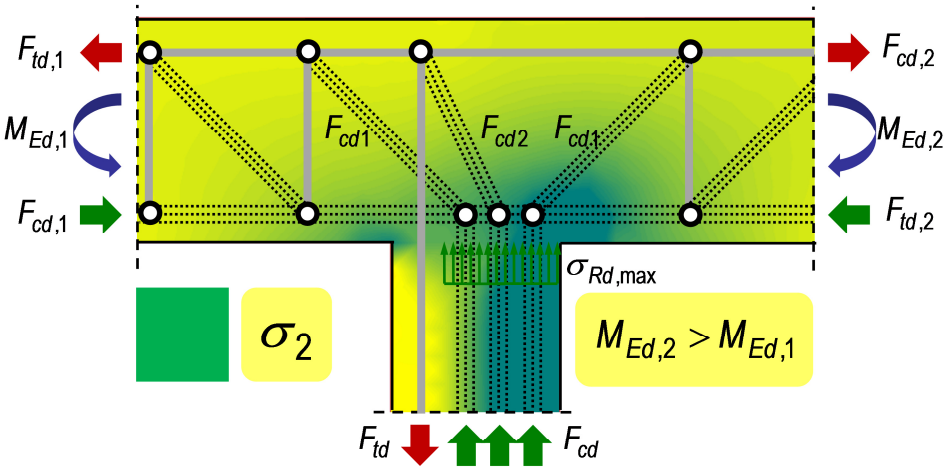
Rigid column-beam joint for multistory RC frame II.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata II.



A vízszintes hatásokat a merevítő falak veszik fel, a függőleges terhek dominánsak

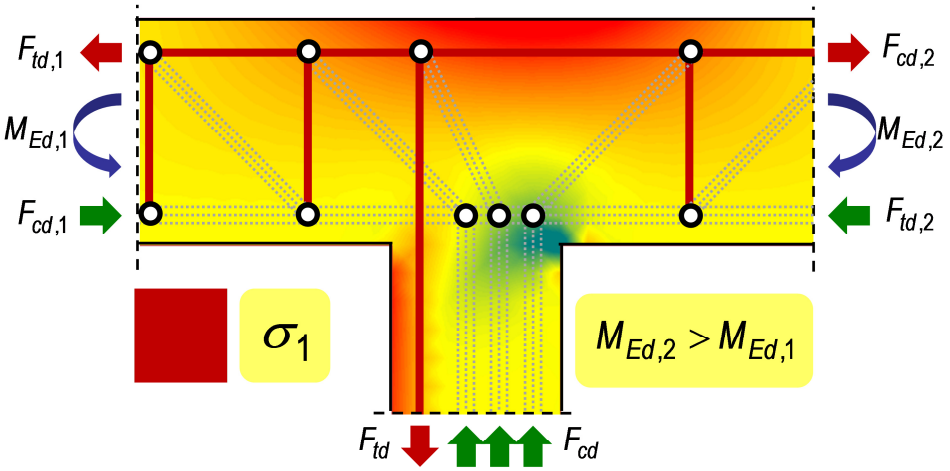
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame II.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata II.



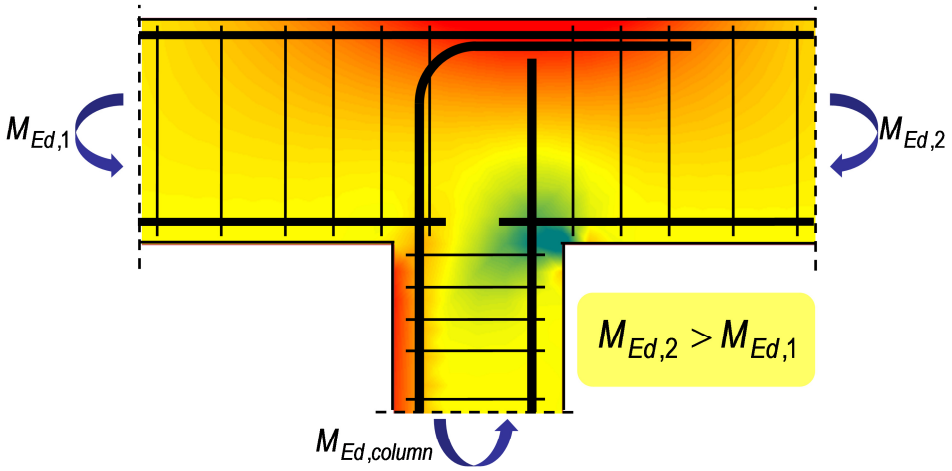
Nyomott beton rácsrudak kialakulása a legjobban nyomott zónákban - beton

Rigid column-beam joint for multistory RC frame II.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata II.



Húzott rácsrudak, húzások felvétele a legjobban húzott zónákban acélbetétekkel

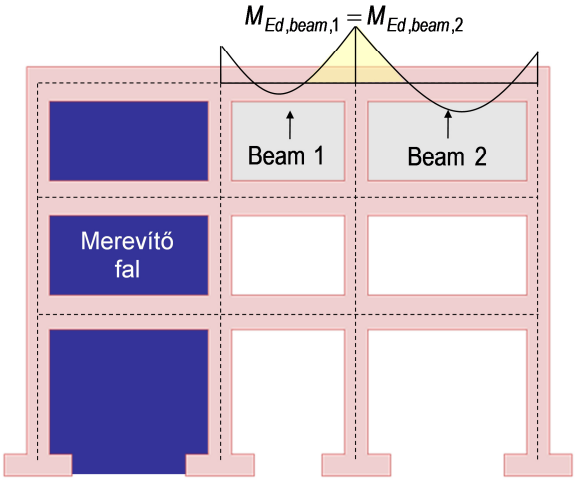
Rigid column-beam joint for multistory RC frame II.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata II.



A jellemzően aszimmetrikus igénybevétel eloszlás miatt javasolt vasvezetés

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

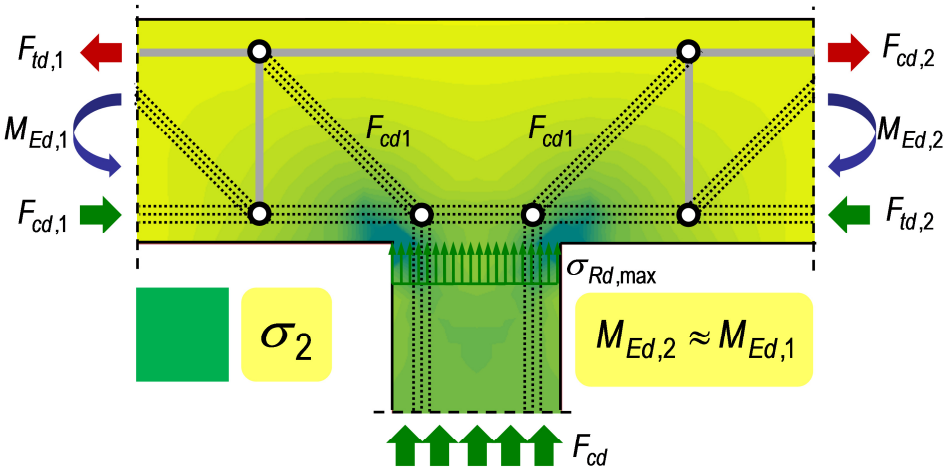
Rigid column-beam joint for multistory RC frame III.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata III.



Azonos negatív gerendanyomatékok az oszlop feletti keresztmetszetben

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame III.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata III.

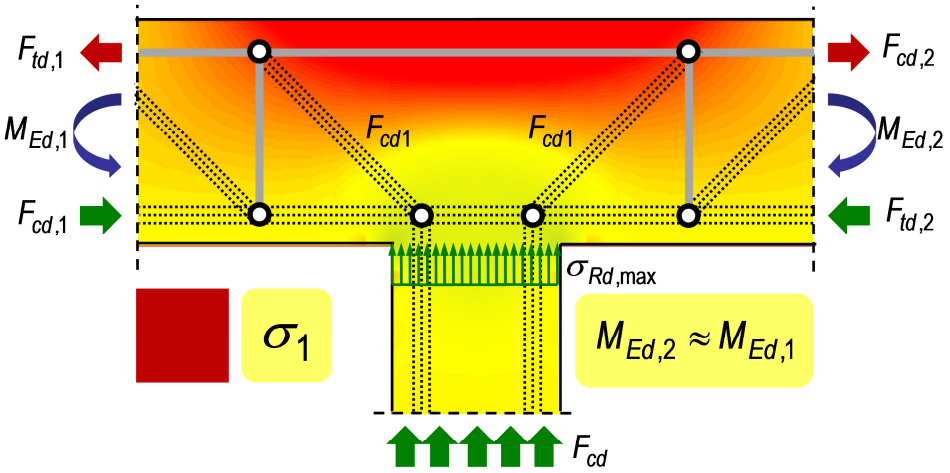


Nyomott beton rácsrudak kialakulása a legjobban nyomott zónákban - beton

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame III.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata III.

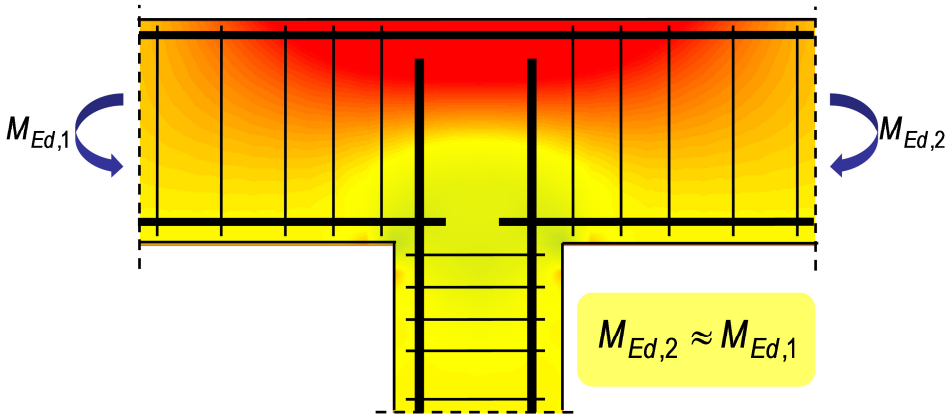


Húzott rácsrudak, húzások felvétele a legjobban húzott zónákban acélbetétekkel

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame III.

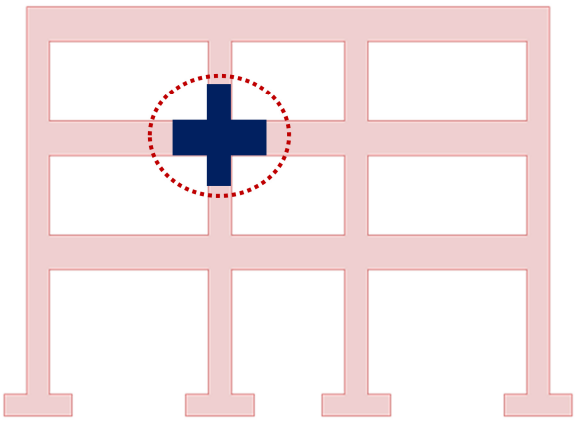
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata III.



A jellemzően szimmetrikus gerendaigénybevételek miatt javasolt vasvezetés

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.

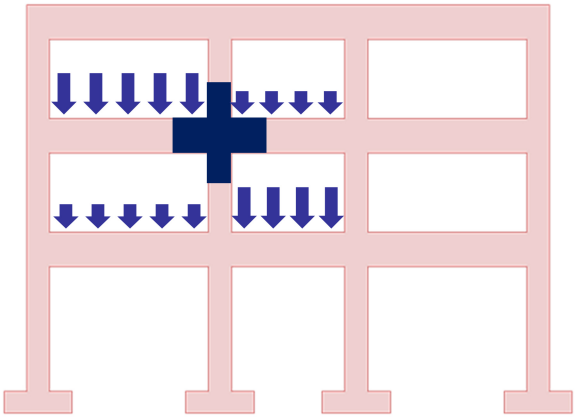


Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.



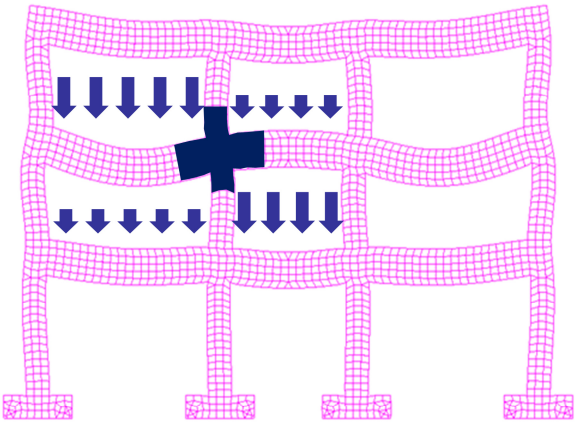
Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.

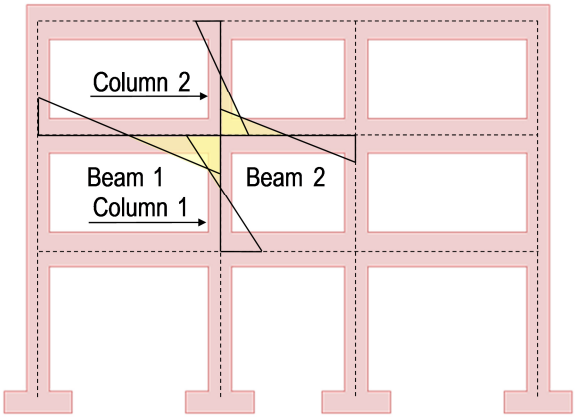


Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.

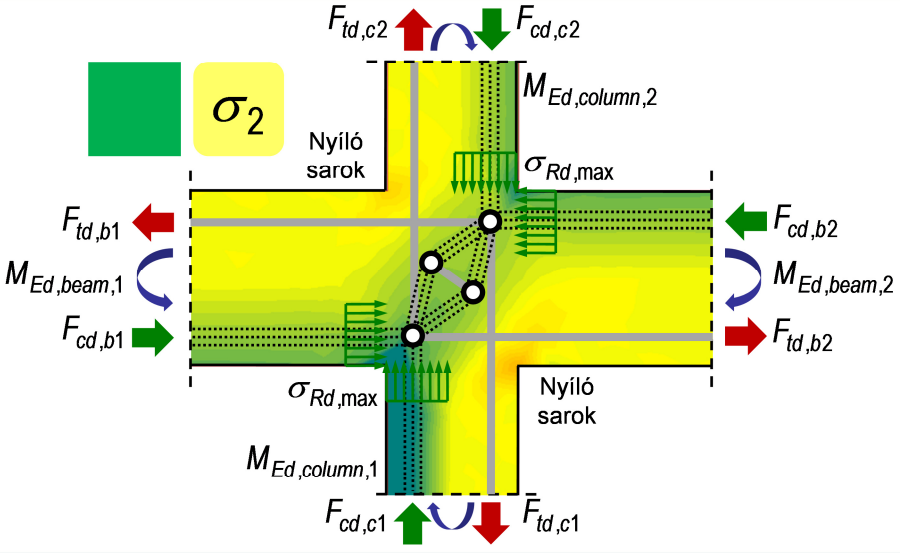


Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

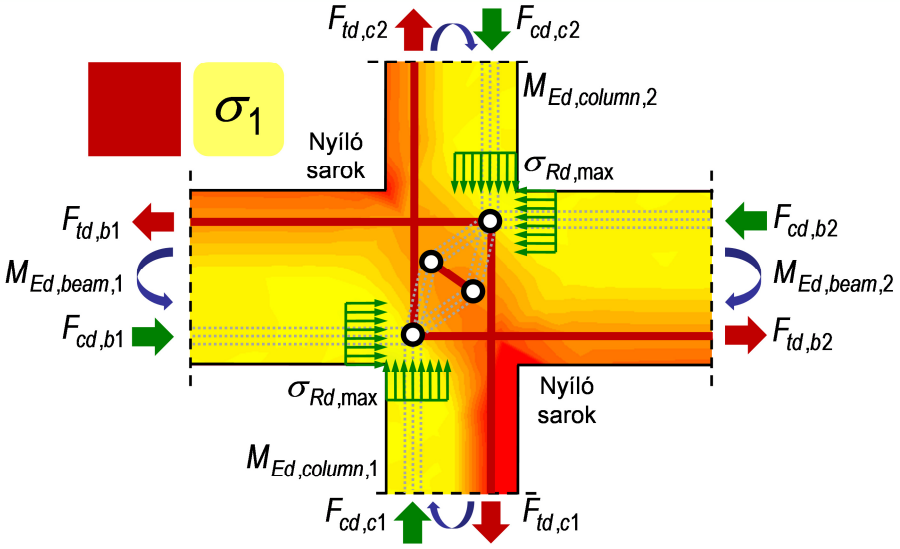
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.

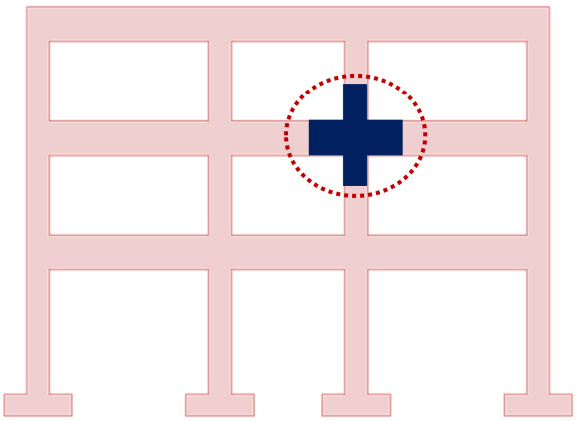


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.

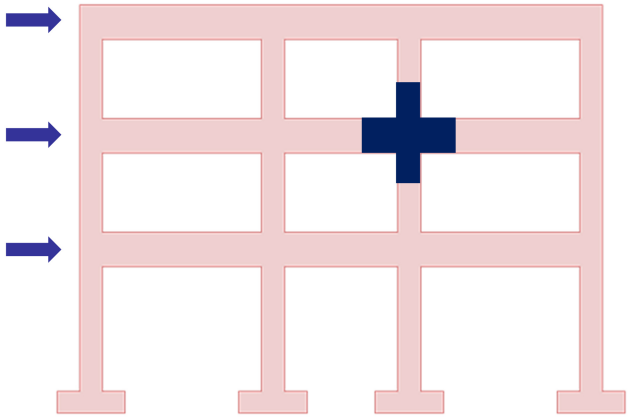


Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.



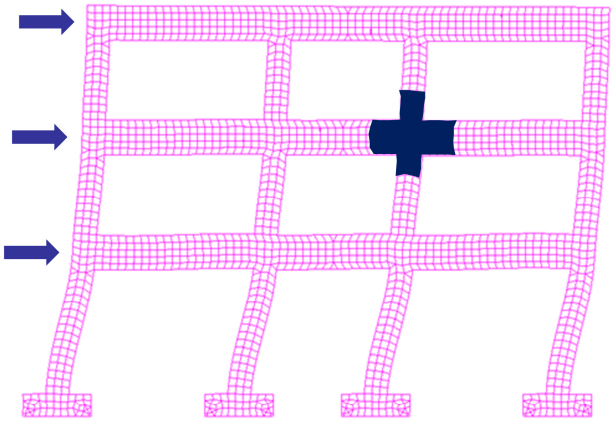
Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.

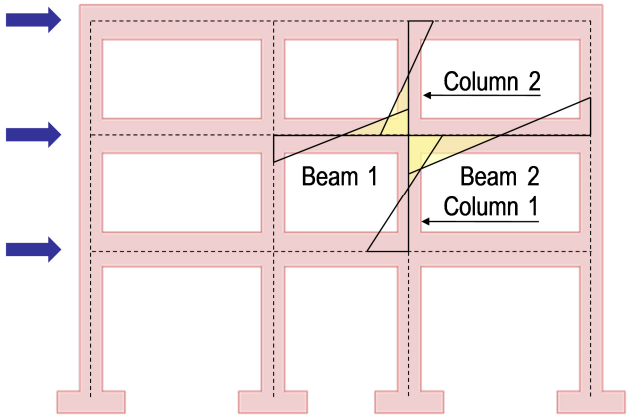


Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.



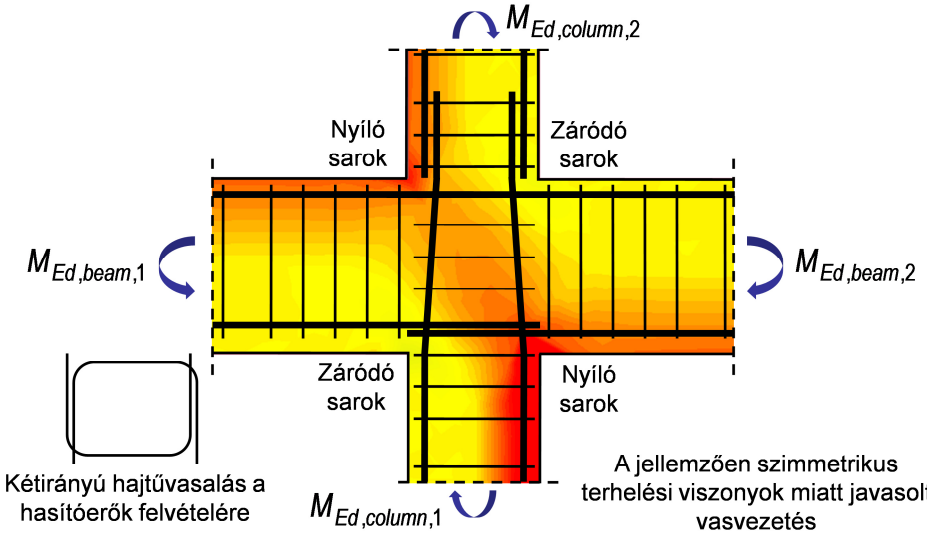
Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.



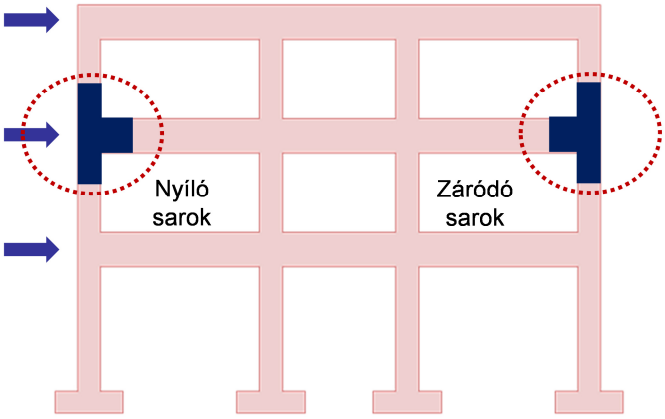
Kétirányú hajtűvasalás a hasítóerők felvételére

A jellemzően szimmetrikus terhelési viszonyok miatt javasolt vasvezetés

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame V.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata V.

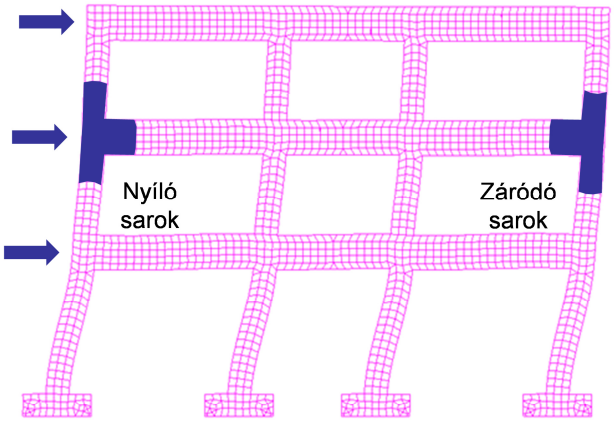


Merevítetlen keret szélső pillér-gerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame IV.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata IV.

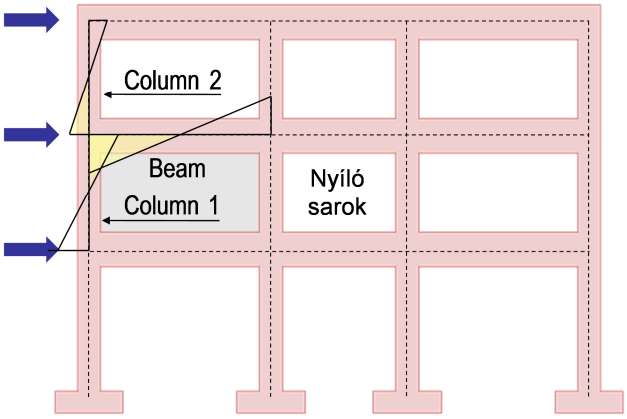


Merevítetlen keret közbenső pillér-gerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame V.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata V.

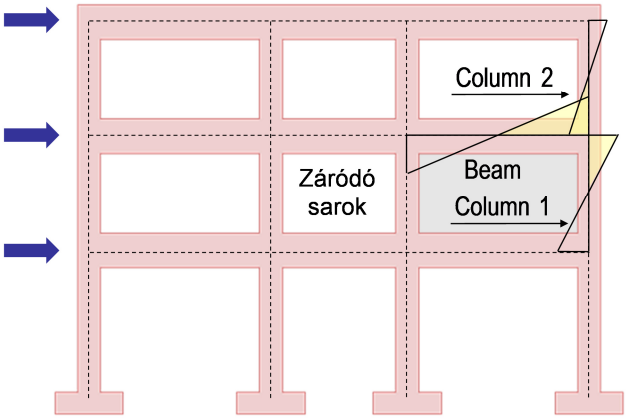


Merevítetlen keret szélső pillér-gerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame VI.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata VI.

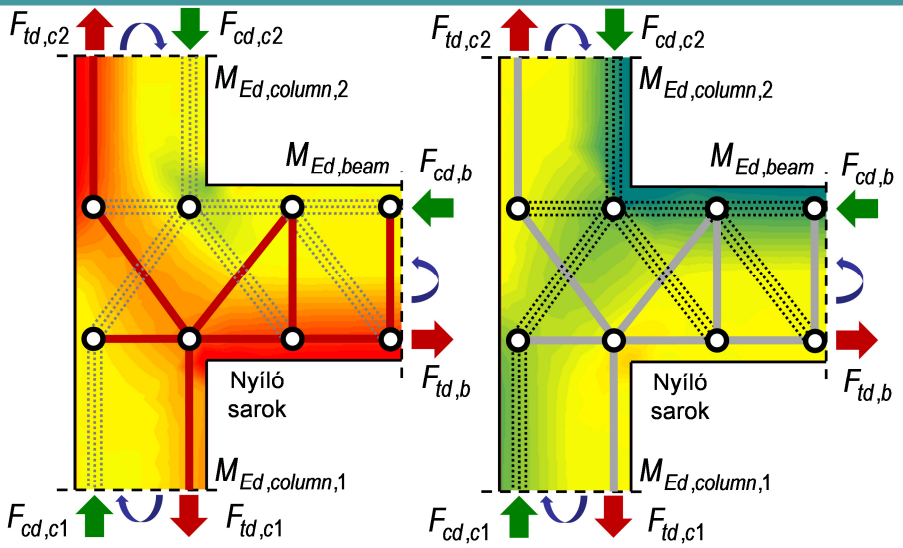


Merevítetlen keret szélső pillér-gerenda merev kapcsolata

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame V.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata V.

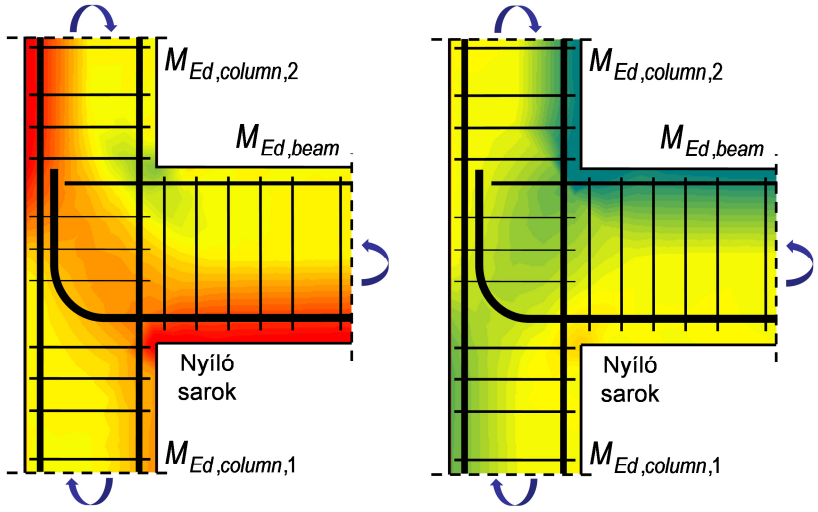


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

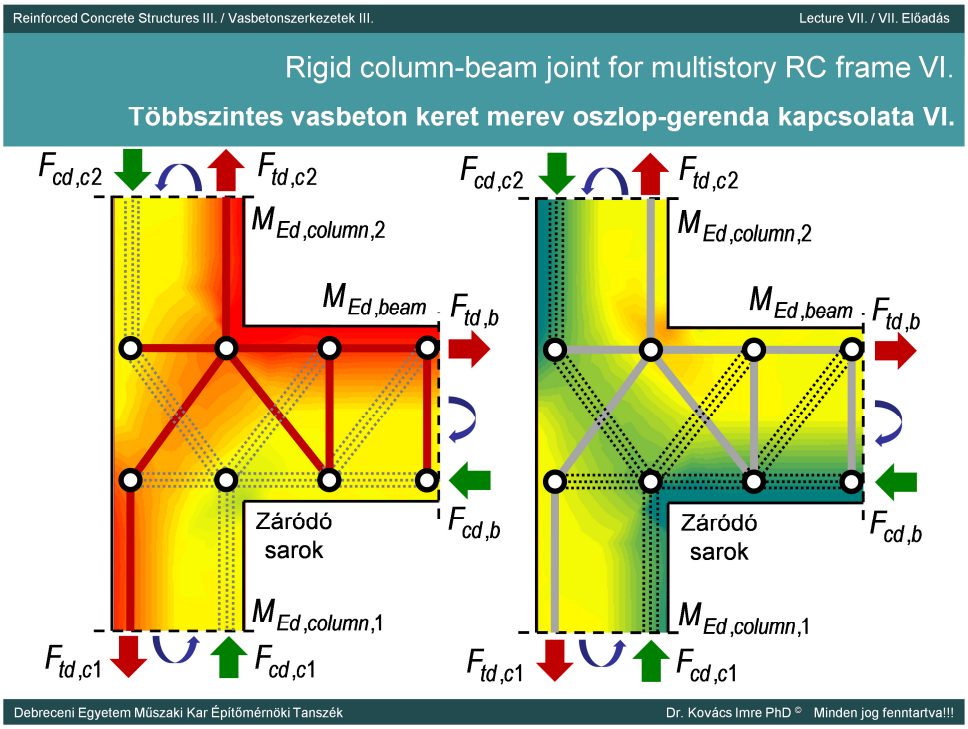
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VII. / VII. Előadás

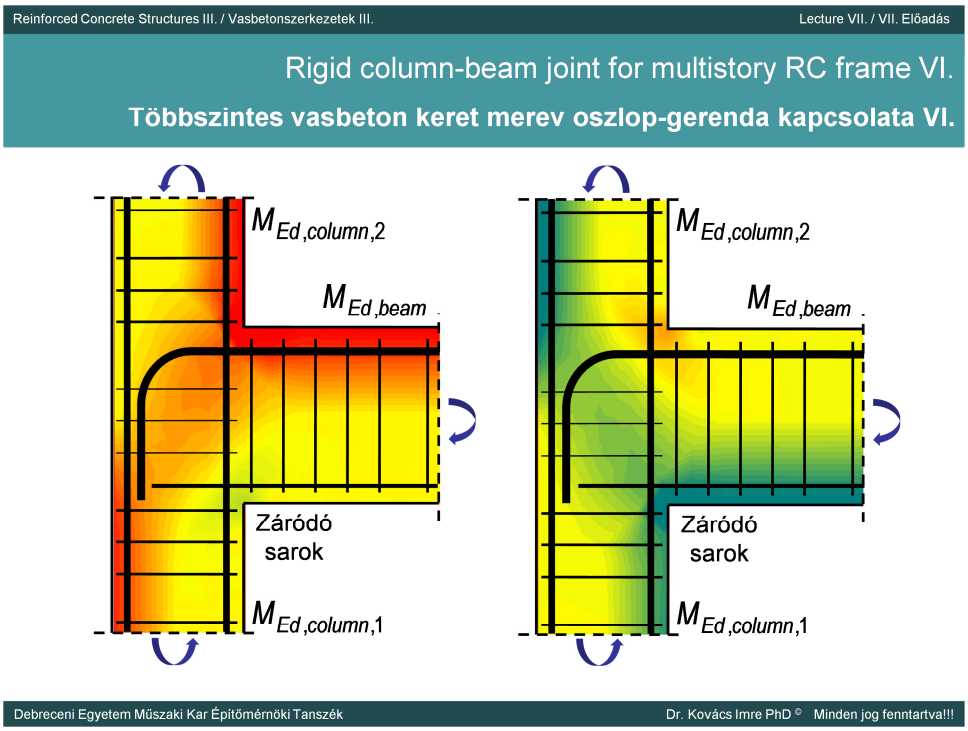
Rigid column-beam joint for multistory RC frame V.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata V.



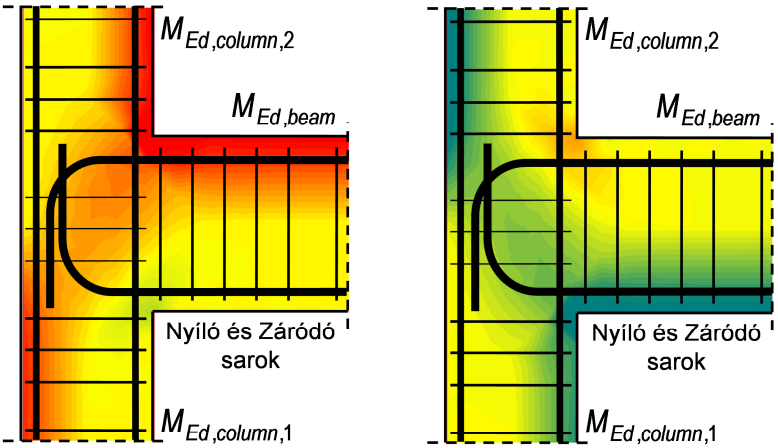
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!


Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture VII. / VII. Előadás
Rigid column-beam joint for multistory RC frame VI.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata VI.
$F_{cd,c2}$
$F_{td,c2}$
$M_{Ed,column,2}$
$M_{Ed,beam}$
$F_{td,b}$
$F_{cd,b}$
Záródó sarok
$M_{Ed,column,1}$
$F_{td,c1}$
$F_{cd,c1}$
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!


Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture VII. / VII. Előadás
Rigid column-beam joint for multistory RC frame VI.
Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata VI.
$M_{Ed,column,2}$
$M_{Ed,beam}$
Záródó sarok
$M_{Ed,column,1}$
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rigid column-beam joint for multistory RC frame VII.

Többszintes vasbeton keret merev oszlop-gerenda kapcsolata VII.



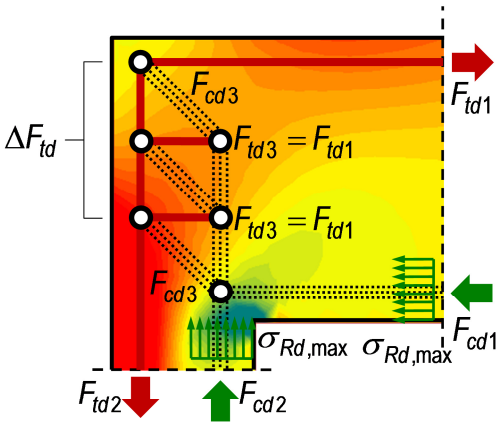
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

VII.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok I. -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

8. Előadás

Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok II.

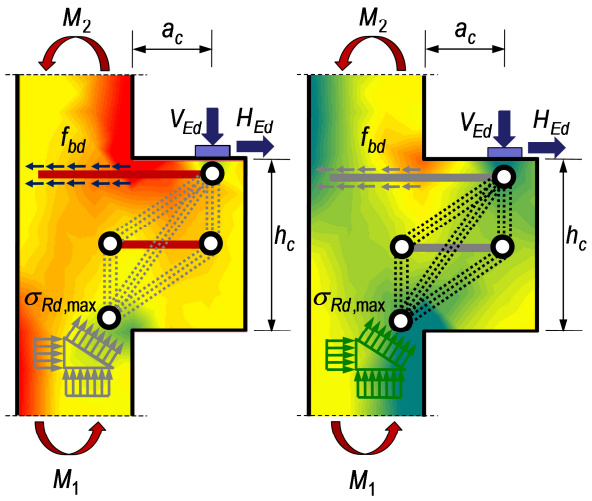
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

VIII.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok II. -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

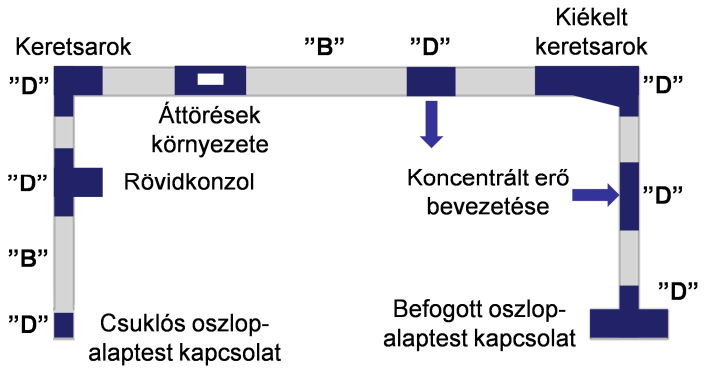
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

B (beam) and D (disturbed) region of RC frames

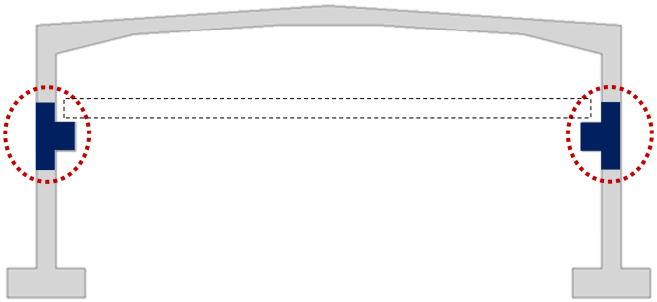
Vasbeton keretek zavart (D) és nem zavart (B) régiói



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Corbel of RC frame

Vasbeton keret rövidkonzol csomópontja

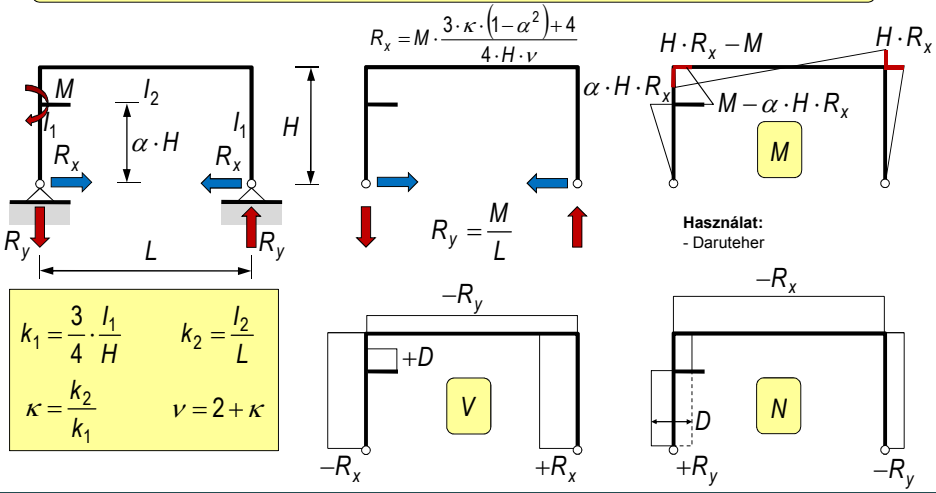


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Approximation for two-joint frame affected by crane load

Kétcsuklós keret közelítő számítása daruteherre

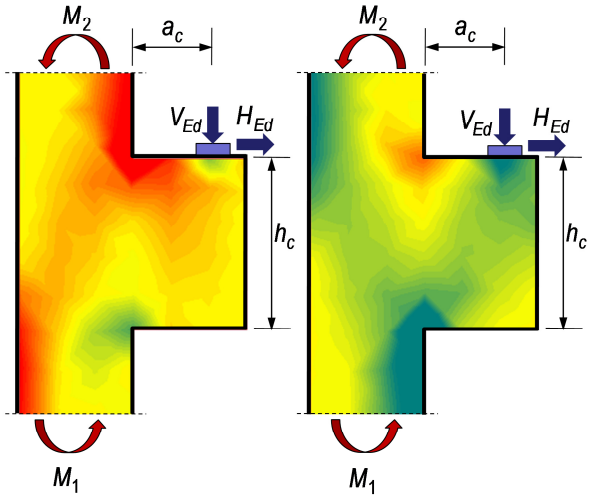
Daruteherből származó koncentrált nyomaték



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

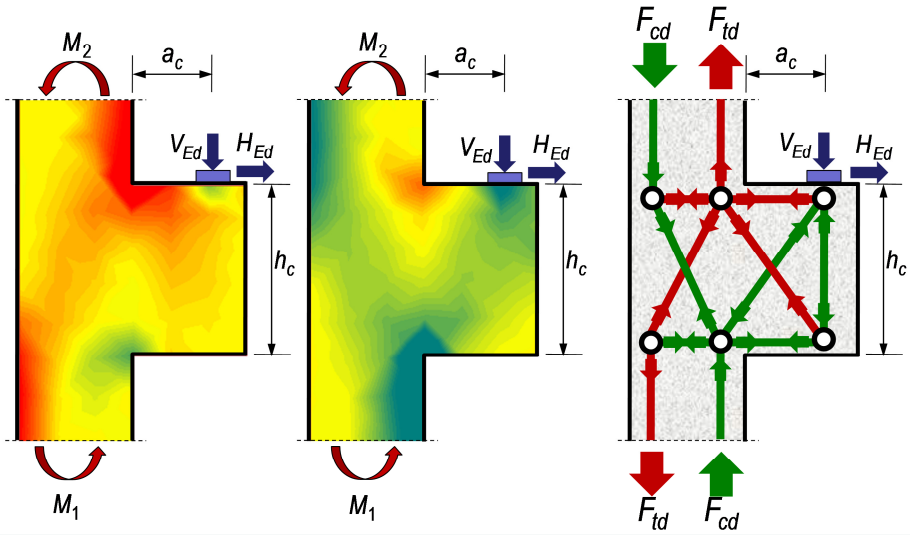
Main stresses of RC corbel
Vasbeton rövidkonzol főfeszültségei



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC corbel I.
Vasbeton rövidkonzol rácsostartó modellje I.

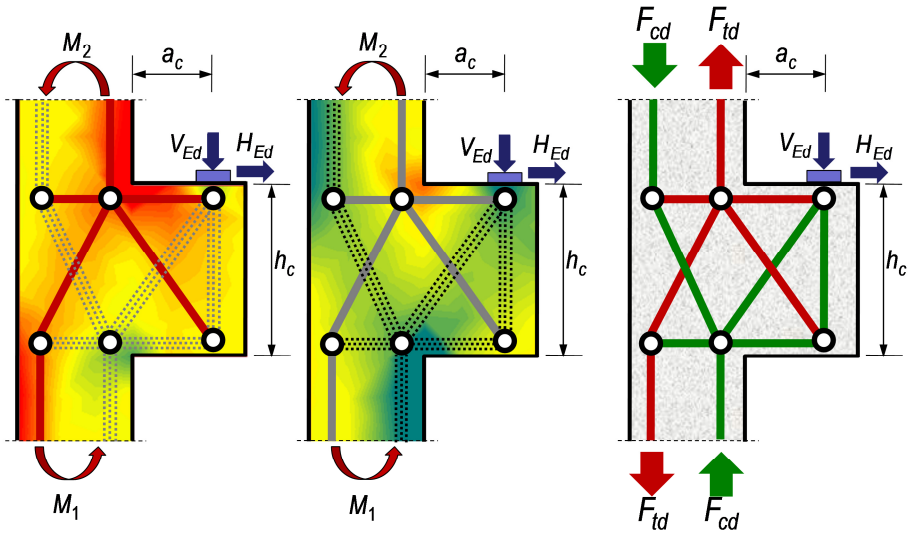


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC corbel I.

Vasbeton rövidkonzol rácsostartó modellje I.

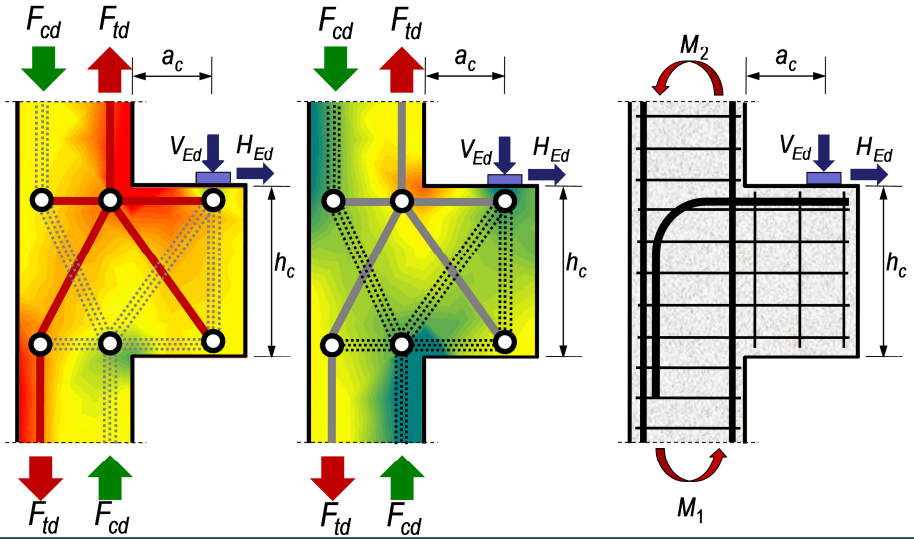


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of RC corbel

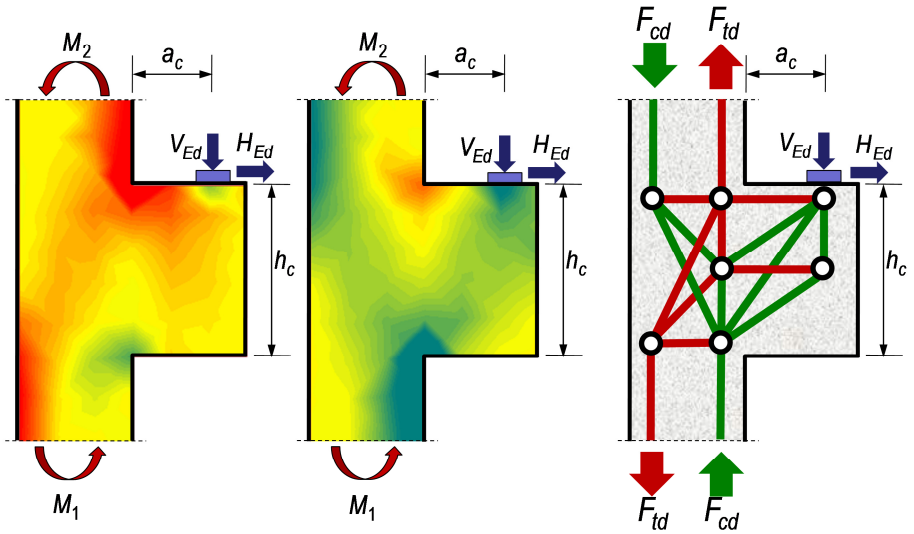
Vasbeton rövidkonzol vasvezetése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

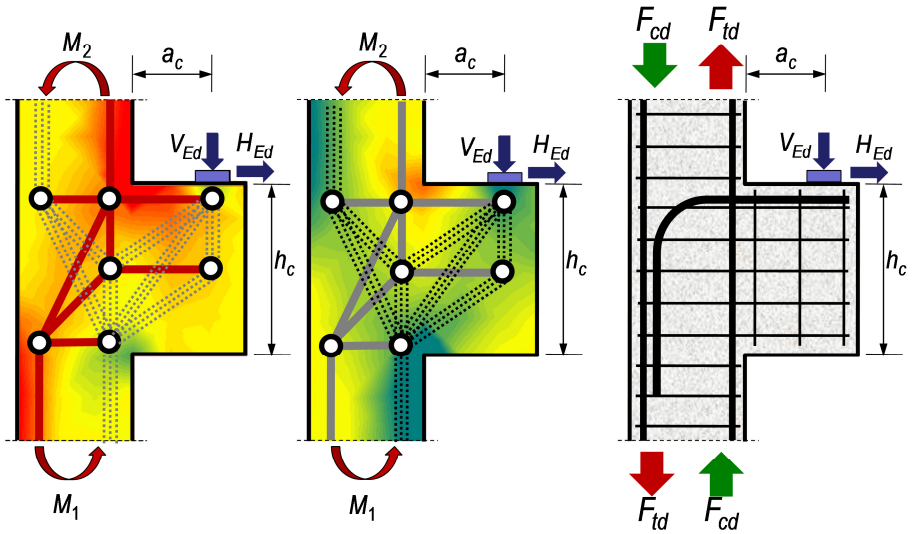
Strut-and-tie modell for RC corbel II.
Vasbeton rövidkonzol rácsostartó modellje II.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

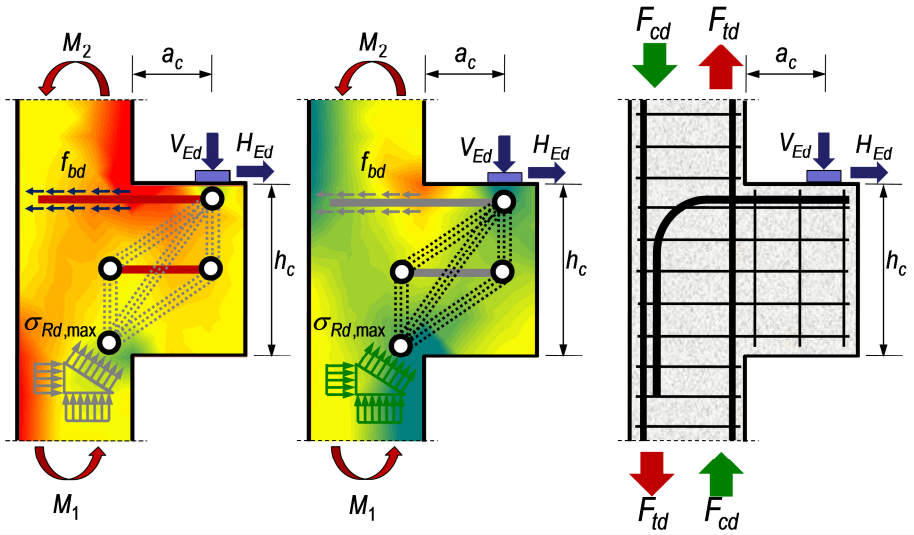
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC corbel II.
Vasbeton rövidkonzol rácsostartó modellje II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

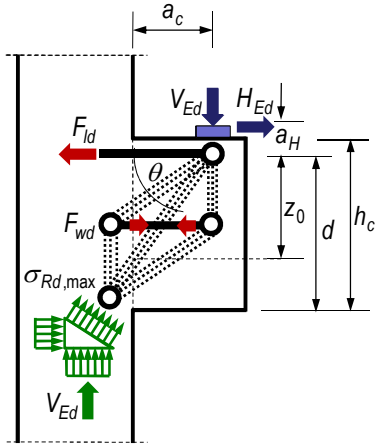
Strut-and-tie modell for RC corbel III.
Vasbeton rövidkonzol rácsostartó modellje III.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design procedure for RC corbel according to strut-and-tie modell
Vasbeton rövidkonzol tervezése rácsostartó modell alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010,
J Melléklet, J5. ábra, 208. oldal



A méretezés menete:

1. A vasbeton konzol rövidkonzolként méretezhető, **ha**:

$$a_c < z_0$$

2. A beton nyomott rácsrúd hajlásszöge **felvehető** úgy, hogy:

$$1{,}0 \le \tan\theta \le 2{,}5$$

$$45^0 \le \theta \le 68^0$$

3. A rövidkonzol rácsostartó modelljét **úgy kell kialakítani**, hogy:

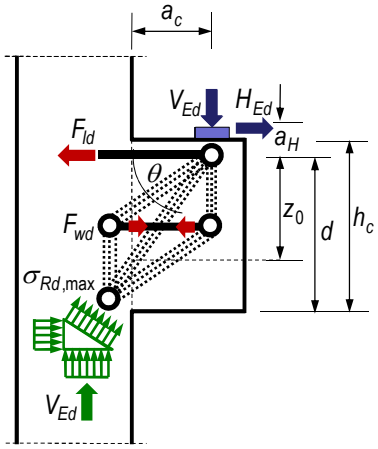
$$\sigma_{Rd,max} \le f_{cd}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design procedure for RC corbel according to strut-and-tie modell

Vasbeton rövidkonzol tervezése rácsostartó modell alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010,
J Melléklet, J5. ábra, 208. oldal



A méretezés menete:

4. Az előbbi feltétel a rövidkonzol ferde nyomott beton rácsrúdjának teherbírás vizsgálatával ellenőrizhető:

$$V_{Ed} \le V_{Rd,max}$$

ahol kengyelek és **45⁰**-os beton rácsrúd hajlásszög esetén:

$$V_{Rd,max} = 0{,}45 \cdot \alpha_{cw} \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d$$

C16/20	C20/25	C25/30	C30/37
$0{,}45 \cdot \alpha_{cw} \cdot \nu_1$			
0,252	0,247	0,243	0,239

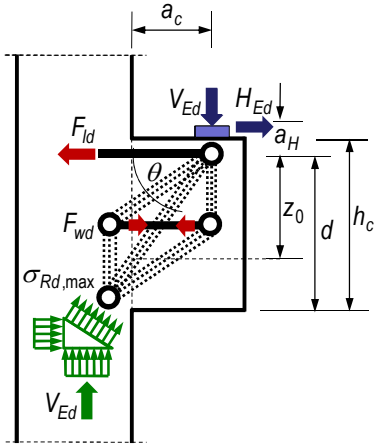
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Design procedure for RC corbel according to strut-and-tie modell

Vasbeton rövidkonzol tervezése rácsostartó modell alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010,
J Melléklet, J5. ábra, 208. oldal



A méretezés menete:

5. A bevasalhatóság feltételének teljesülése esetén a **húzott fővasalás** számítható:

$$F_{ld} = \frac{V_{Ed} \cdot a_c + H_{Ed} \cdot (z_0 + a_H)}{z_0}$$

$$A_{s,main} \ge \frac{F_{ld}}{f_{yd}}$$

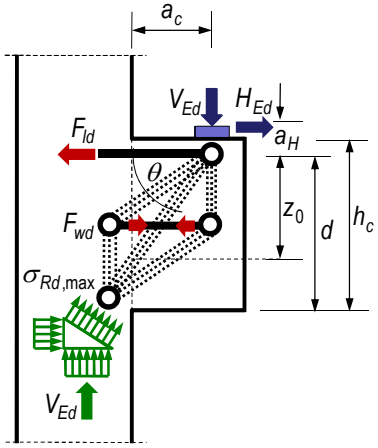
A húzott fővasalás konzolba eső végét **hurkokkal** kell kialakítani, vagy a hossz acélbetétek végén **lehorgonyzó elem**et kell alkalmazni.

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design procedure for RC corbel according to strut-and-tie modell

Vasbeton rövidkonzol tervezése rácsostartó modell alapján

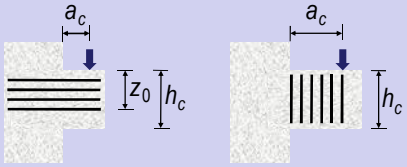
MSZ EN 1992-1-1:2010,
J Melléklet, J5. ábra, 208. oldal



A méretezés menete:

6. A rövidkonzolban kengyelezést kell alkalmazni, melynek **mennyiség**e és **elrendezés**e a rövidkonzol geometriai méreteitől függ, ha:

$a_c \le 0{,}5 \cdot h_c$	$a_c > 0{,}5 \cdot h_c$
$\Sigma A_{s,link} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main}$	$\Sigma A_{s,link} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main}$

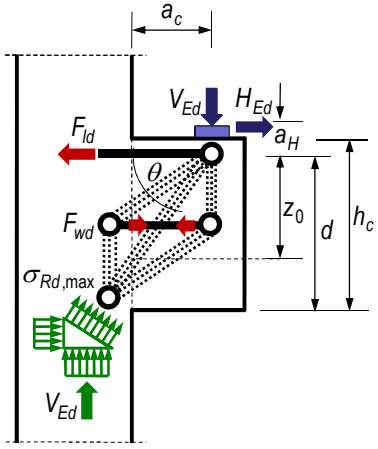


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

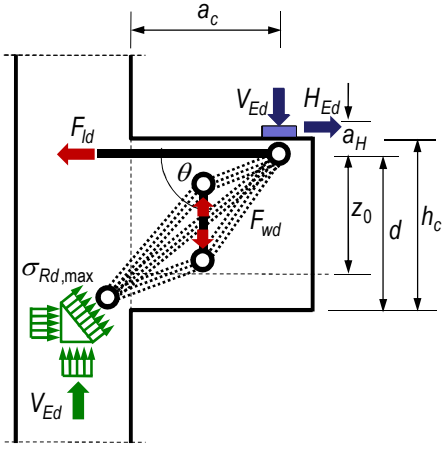
Horizontal and vertical stirrups in the strut-and-tie modell

Vízszintes és függőleges kengyelezés a rácsostartó modellben

MSZ EN 1992-1-1:2010,
J Melléklet, J5. ábra, 208. oldal

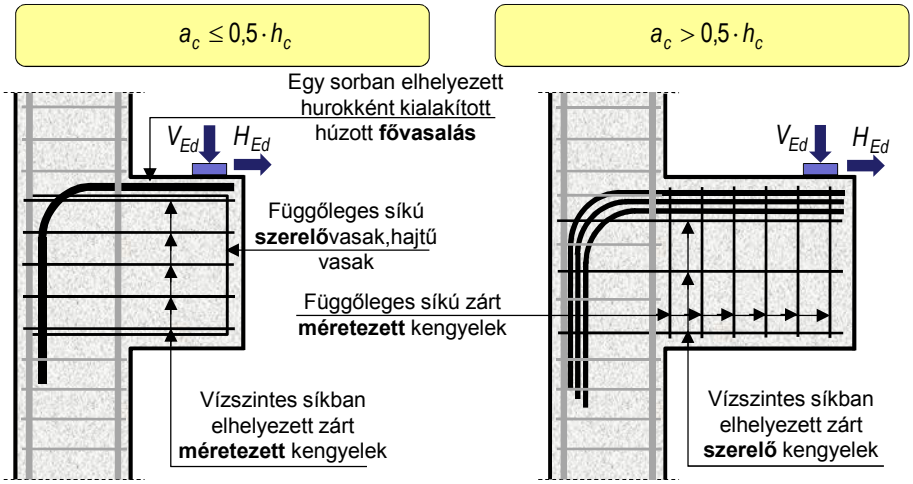


MSZ EN 1992-1-1:2010,
J Melléklet, J5. ábra, alapján



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

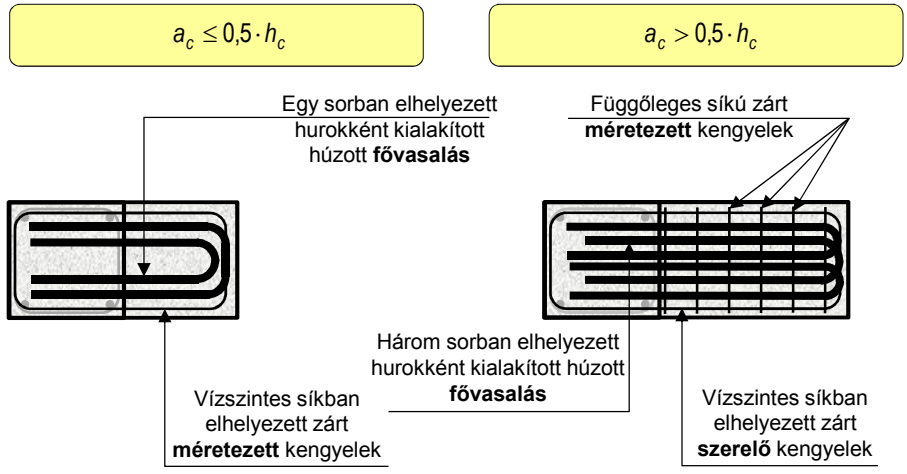
Reinforcing detail of RC corbel I.
Vasbeton rövidkonzol vasvezetése I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

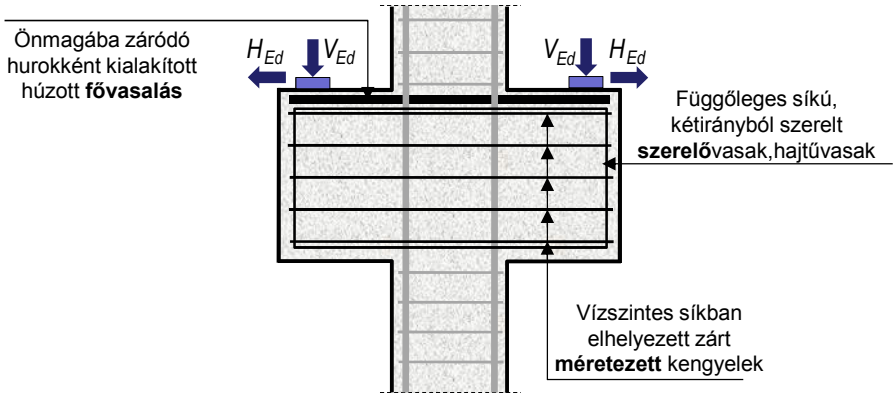
Reinforcing detail of RC corbel I.
Vasbeton rövidkonzol vasvezetése I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of RC corbel II.
Vasbeton rövidkonzol vasvezetése II.

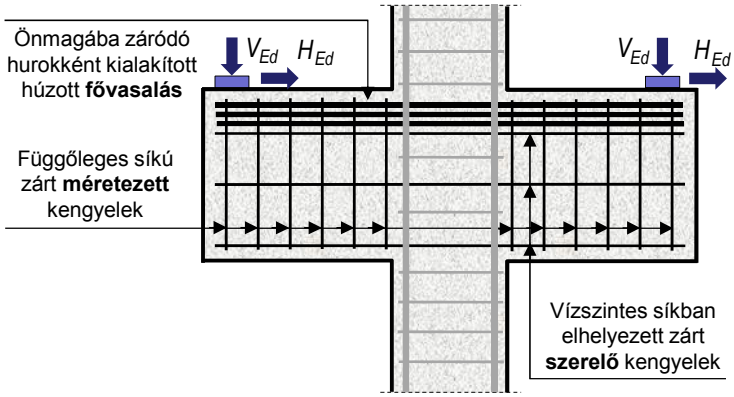
$$a_c \le 0{,}5 \cdot h_c$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of RC corbel III.
Vasbeton rövidkonzol vasvezetése III.

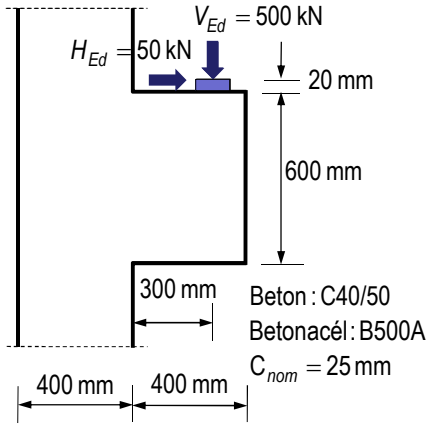
$$a_c > 0{,}5 \cdot h_c$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

Tervezzük meg a vázolt geometriai és teher adatokkal rendelkező rövidkonzolt!



A rövidkonzol teljes magassága:

$$h_c = 600 \text{ mm}$$

A rövidkonzol szélessége:

$$b = 400 \text{ mm}$$

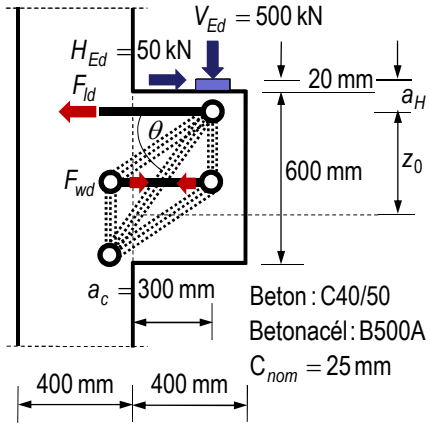
A rövidkonzol húzott fővasalásának dolgozó magasságát a teljes magasság alapján becsülhetjük meg:

$$d \approx 0{,}8 \cdot h \approx d = 480 \text{ mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

1. Geometriai jellemzők



A nyomott beton rácsrúd hajlásszögét a

$$45^0 \le \theta \le 68^0$$

feltétel alapján vegyük fel:

$$\theta = 55^0$$

ennek alapján:

$$z_0 = a_c \cdot \tan\theta = 300 \cdot \tan 55^0 \approx 430 \text{ mm}$$

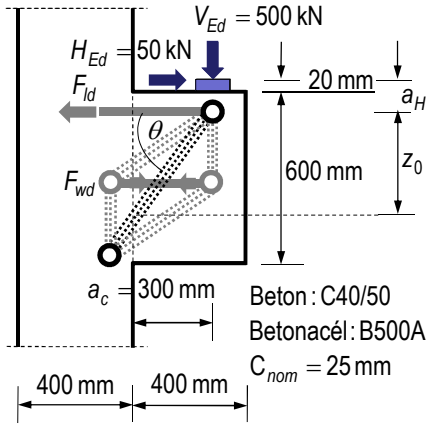
$$a_c = 300 \text{ mm} < z_0 = 430 \text{ mm}$$

Tehát a vasbeton konzol rövidkonzolként méretezhető!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

2. A bevasalhatóság vizsgálata



A rövidkonzol nyírásra bevasalható, ha a beton nyomott rácsrúd teherbírása nem merül ki, azaz:

$$V_{Ed} \le V_{Rd,max}$$

A nyomott beton rácsrúd θ hajlásszöge és a nyírási vasalás α hajlásszöge esetén:

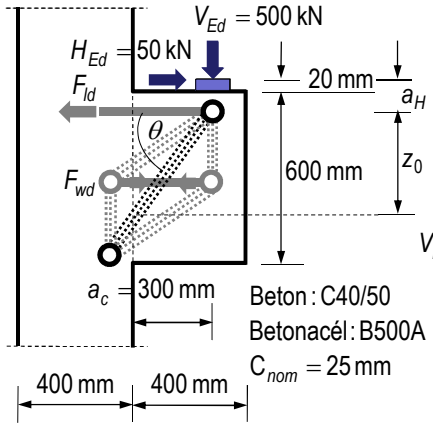
$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

$$\nu_1 = \nu = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right]$$

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

2. A bevasalhatóság vizsgálata



$$\nu_1 = \nu = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{40}{250}\right] = 0{,}504$$

$$\alpha_{cw} = 1$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

$$V_{Rd,max} = 0{,}504 \cdot 26{,}66 \cdot 400 \cdot 480 \cdot \frac{0{,}70}{1 + 0{,}49} = 1212 \text{ kN}$$

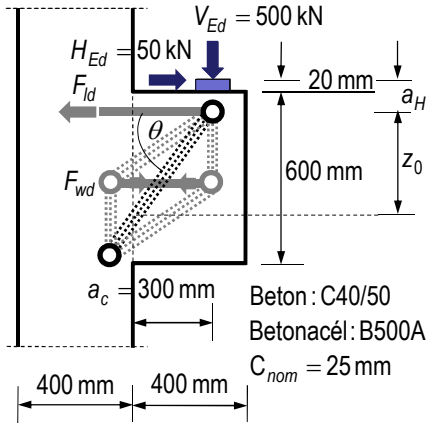
$$V_{Ed} = 500 \text{ kN} < V_{Rd,max} = 1212 \text{ kN}$$

Tehát a rövidkonzol bevasalható!!!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

3. A húzott fővasalás mennyisége



A fővasalás súlypontjának távolsága a vízszintes erő síkjától, feltételezve, hogy a fővasalást **3 sor**ban helyezzük el, (betonfedés **25 mm**, kengyel **8 mm**, fővas **16 mm**, sorköz **40 mm**):

$$a_H = 20 + 25 + 8 + 16 + 40 + \frac{16}{2} = 117 \rightarrow 120\ \text{mm}$$

A húzott fővasalásban ébredő húzóerő:

$$F_{ld} = \frac{V_{Ed} \cdot a_c + H_{Ed} \cdot (z_0 + a_H)}{z_0}$$

$$F_{ld} = \frac{500 \cdot 300 + 50 \cdot (430 + 120)}{430} = 413\ \text{kN}$$

A szükséges acélbetét mennyiség:

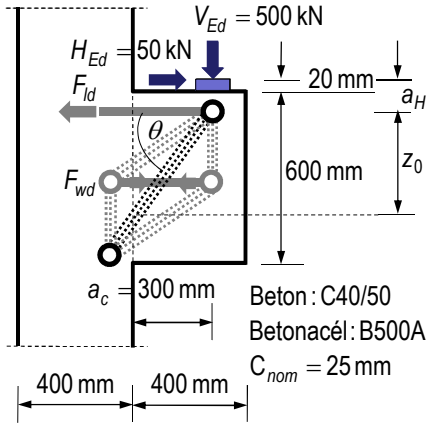
$$A_{s,main,req} = \frac{F_{ld}}{f_{yd}} = \frac{413 \cdot 10^3}{435} = 950\ \text{mm}^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

3. A húzott fővasalás mennyisége



A húzott fővasalás felvett átmérője:

$$\varnothing_l = 16\ \text{mm}$$

A fő acélbetétek szükséges daraszáma:

$$n_{\varnothing 16} \geq \frac{A_{s,main,req}}{A_{\varnothing 16}} = \frac{950}{201} = 4{,}73\ \text{db}$$

A hurkos kialakítás miatt a betétszámnak párosnak kell lennie:

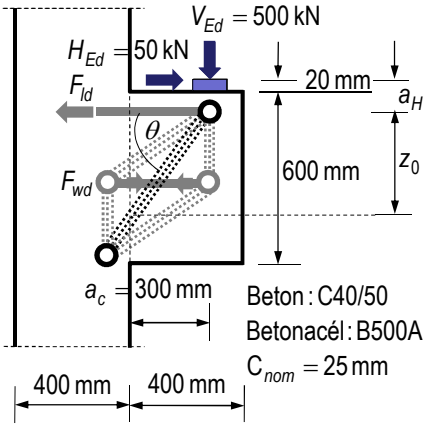
$$A_{s,main,prov} = 6\varnothing 16\ (1206\ \text{mm}^2)$$

Tehát 3 db Ø16-os pillérbe lehajtott hurokkal a fővasalás kialakítható!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

4. Kengyelek mennyisége és elrendezése



$a_c \le 0{,}5 \cdot h_c$	$a_c > 0{,}5 \cdot h_c$
$\Sigma A_{s,link} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main}$	$\Sigma A_{s,link} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main}$
vízszintes méretezett kengyelek	függőleges méretezett kengyelek

$$a_c = 300\ \text{mm} = 0{,}5 \cdot h_c = 0{,}5 \cdot 600 = \boxed{300\ \text{mm}}$$

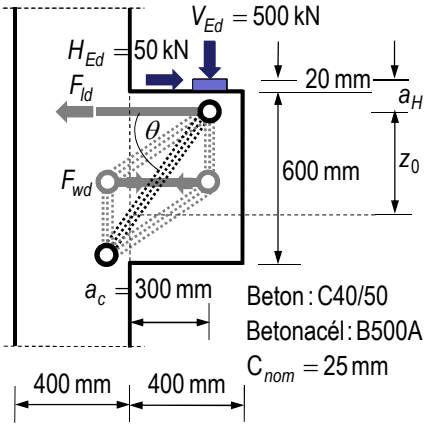
Tehát vízszintes elhelyezésű méretezett kengyeleket kell alkalmazni!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

4. Kengyelek mennyisége és elrendezése



A szükséges kengyel keresztmetszet:

$$\Sigma A_{s,link,req} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main,req} = 0{,}5 \cdot 950 = \boxed{475\ \text{mm}^2}$$

A kengyelek felvett átmérője:

$$\boxed{\varnothing_s = 8\ \text{mm}}$$

A szükséges kengyel keresztmetszetek száma:

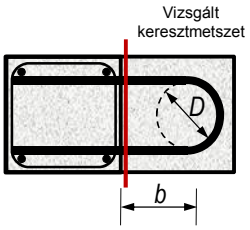
$$n_{\varnothing 8} > \frac{\sum A_{s,link,req}}{A_{\varnothing 8}} = \frac{475}{50} = 9{,}5 \rightarrow \boxed{10\varnothing 8}$$

Tehát összesen 5 db Ø8-as zárt, vízszintesen elhelyezett kengyelt kell alkalmaznunk a konzol z_0 magassága mentén egyenletesen kiosztva!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

5. Fővasalás hurkos kialakításának ellenőrzése



A rövidkonzolban rendelkezésre álló maximális belső lehajtási átmérő, amennyiben a pillér kengyelezése **8 mm** átmérőjű kengyelekkel történik, ill. a betonfedés **25 mm**, a pillér fővasalásának átmérője pedig **20 mm** :

$$D = 400 - 2\cdot(25+8+20+16) = 262\,\text{mm}$$

A lehajtás indításának helye:

$$b = 400 - (25+16+262/2) = 228\,\text{mm}$$

A húzásra **100%**-osan kihasznált ívesen vezetett acélbetét minimális belső (vízszintes síkú) hajlítási átmérője a beton morzsolódásának elkerülése érdekében:

$$\varnothing_{m,\min} = \frac{F_{bt}}{f_{cd}}\cdot\left(\frac{1}{a_b}+\frac{1}{2\cdot\varnothing}\right) = \frac{413\cdot10^3}{6\cdot26{,}66}\cdot\left(\frac{1}{34}+\frac{1}{2\cdot16}\right) = 157\,\text{mm} < D = 262\,\text{mm}$$

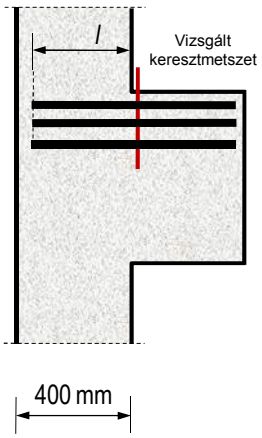
Tehát a fővasalás hurkos kialakításához szükséges hely rendelkezésre áll!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

6. Fővasalás pillérbe történő lehorgonyzásának vizsgálata(egyenesen vezetett acélbetét)



A rövidkonzol fővasalását **a túlvasalás mértékével fordított arányban** kihasználtnak tekintve, **egyenesen vezetett acélbetétek** használata esetén a szükséges lehorgonyzási hossz:

$$l_{bd} = \frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{f_{yd}}{f_{bd}}\cdot\frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} = c\cdot\varnothing\cdot\frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} = 30\cdot16\cdot\frac{950}{1206} = 378\,\text{mm}$$

Pl.:

fy=500 MPa	C35/45	C40/50	C45/55
c	32	30	27

A pillér belső oldalától az egyenesen vezetett betéten rendelkezésre álló hossz (kengyel **8 mm ,** betonfedés **25 mm**):

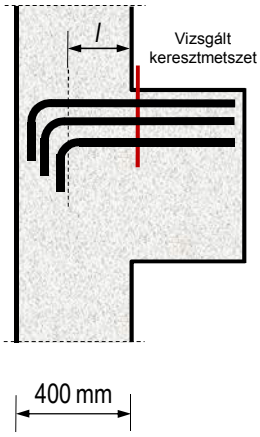
$$l = 400 - (25+8) = 367\,\text{mm} < l_{bd} = 378\,\text{mm}$$

Tehát a fővasalás pillérbe történő lehorgonyzása egyenesen vezetett acélbetéttel nem alakítható ki!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

7. Fővasalás pillérbe történő lehorgonyzásának vizsgálata (egyenes kampó alkalmazása)



A rövidkonzol fővasalását **a túlvasalás mértékével fordított arányban** kihasználtnak tekintve, **90⁰**-os kampó használata esetén a szükséges lehorgonyzási hossz:

$$l_{bd} = \alpha_a \cdot l_b = \alpha_a \cdot c \cdot \varnothing \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} = 0{,}7 \cdot 30 \cdot 16 \cdot \frac{950}{1206} = 265\,\text{mm}$$

A pillér belső oldalától a belső helyzetű betéten rendelkezésre álló hossz (kengyel **8 mm ,** betonfedés **25 mm**, sorköz **40 mm**):

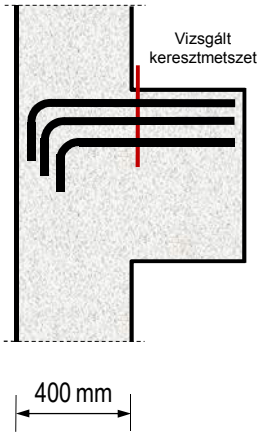
$$l = 400 - (25 + 8 + 16 + 40 + 16 + 40) = 255\,\text{mm} < l_{bd} = 265\,\text{mm}$$

Tehát a fővasalás pillérbe történő lehorgonyzását minimális méretű kampózással nem tudjuk kialakítani!

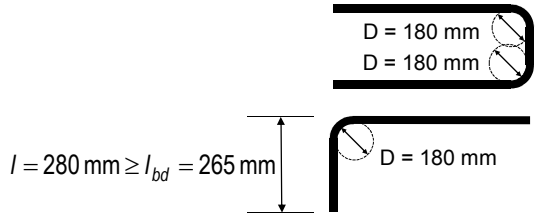
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

8. Fővasalás pillérbe történő lehorgonyzásának vizsgálata (egyszerűsített méretezéssel)



A rövidkonzol fővasalását **a túlvasalás mértékével fordított arányban** kihasználtnak tekintjük.
A pillérbe történő lehorgonyzás függőleges síkú lehajtási átmérőjét **a biztonság javára** a rövidkonzolban alkalmazott vízszintes síkú lehajtás átmérőjével azonosra vesszük fel.
Az egyenes kampó hosszát **a biztonság javára** a kiszámított lehorgonyzási hossz alapján vesszük fel.

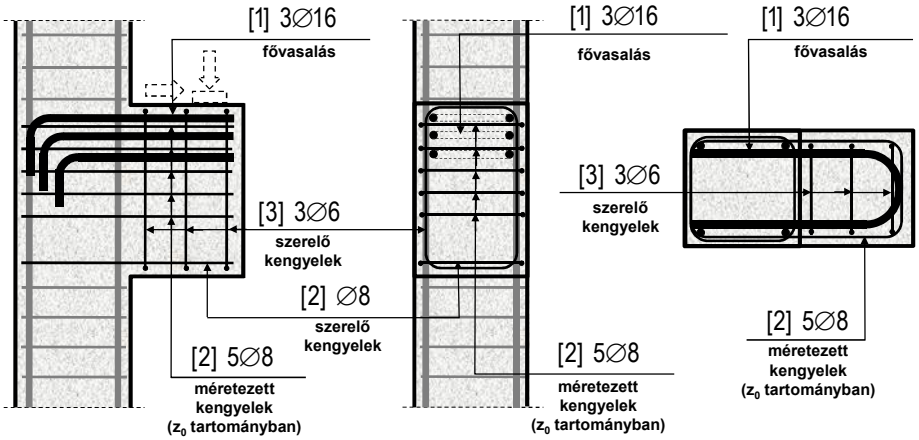


$$l = 280\,\text{mm} \geq l_{bd} = 265\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

9. Vasalási vázlat

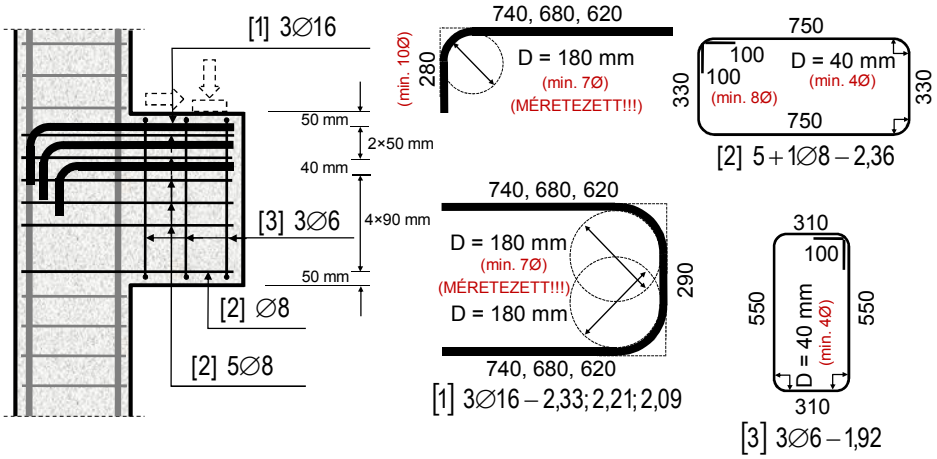


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 1.: Design of RC corbel
1. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

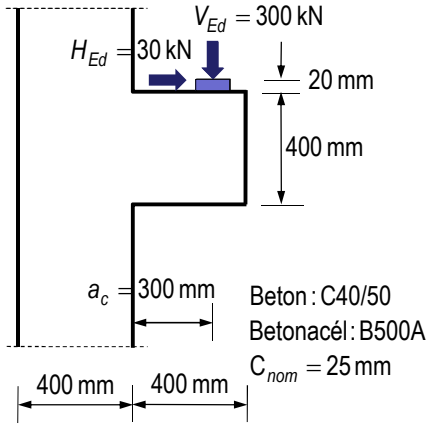
10. Vasvezetés, konszignáció



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

Tervezzük meg az előző példában vizsgált rövidkonzolt, ha h_c = 400 mm!



A rövidkonzol teljes magassága:

$$h_c = 400\ \text{mm}$$

A rövidkonzol szélessége:

$$b = 400\ \text{mm}$$

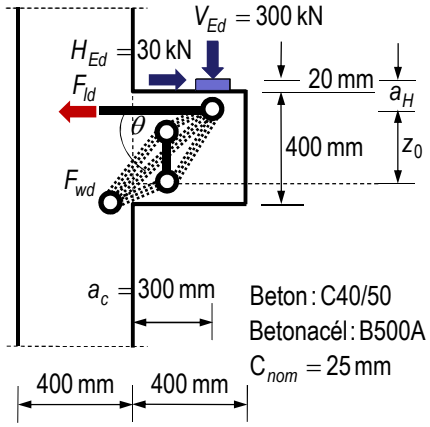
A rövidkonzol húzott fővasalásának dolgozó magasságát a teljes magasság alapján becsülhetjük meg:

$$d \approx 0{,}8 \cdot h_c \approx 320\ \text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

1. Geometriai jellemzők



A nyomott beton rácsrúd hajlásszögét a

$$45^0 \le \theta \le 68^0$$

feltétel alapján vegyük fel most:

$$\theta = 45^0\ ,$$

ennek alapján:

$$z_0 = a_c \cdot \tan\theta = 300 \cdot \tan 45^0 = 300\ \text{mm}$$

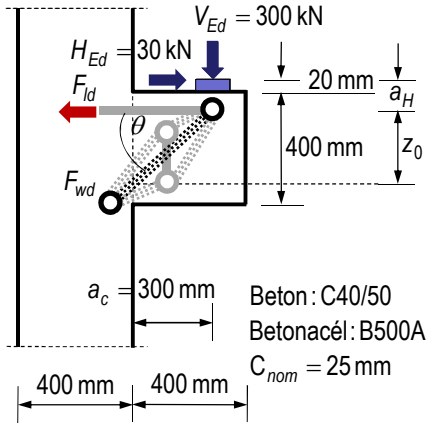
$$a_c = 300\ \text{mm} = z_0 = 300\ \text{mm}$$

Tehát a vasbeton konzol még rövidkonzolként méretezhető!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

2. A bevasalhatóság vizsgálata



A rövidkonzol nyírásra bevasalható, ha a beton nyomott rácsrúd teherbírása nem merül ki, azaz:

$$V_{Ed} \le V_{Rd,max}$$

A nyomott beton rácsrúd θ hajlásszöge és a nyírási vasalás α hajlásszöge esetén:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

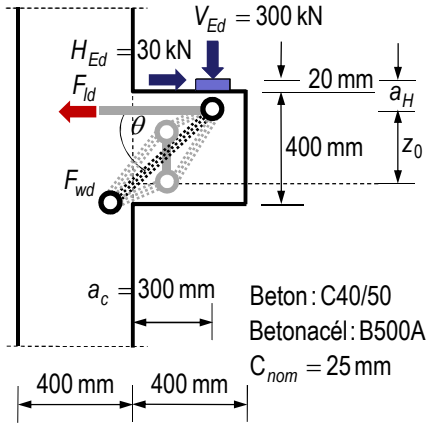
$$\nu_1 = \nu = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right]$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

2. A bevasalhatóság vizsgálata



$$\nu_1 = \nu = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right] = 0{,}6 \cdot \left[1 - \frac{40}{250}\right] = 0{,}504$$

$$\alpha_{cw} = 1$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot \nu_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta}$$

$$V_{Rd,max} = 0{,}504 \cdot 26{,}66 \cdot 400 \cdot 320 \cdot \frac{1}{1+1} = 860 \text{ kN}$$

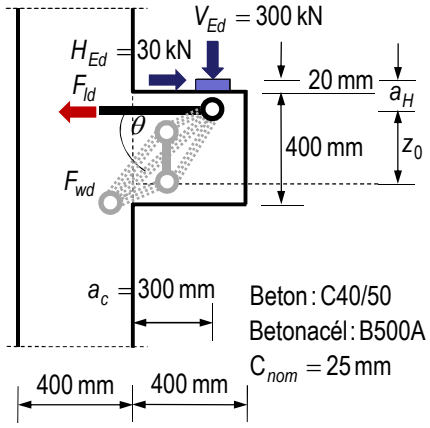
$$V_{Ed} = 300 \text{ kN} < V_{Rd,max} = 860 \text{ kN}$$

Tehát a rövidkonzol bevasalható!!!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

3. A húzott fővasalás mennyisége



A fővasalás súlypontjának távolsága a vízszintes erő síkjától, feltételezve, hogy a fővasalást **2 sor**ban helyezzük el, (betonfedés **25 mm**, kengyel **8 mm**, fővas **16 mm**, sorköz **40 mm**):

$$a_H = 20 + 25 + 8 + 16 + \frac{40}{2} = 89 \rightarrow \boxed{90\ \text{mm}}$$

A húzott fővasalásban ébredő húzóerő:

$$F_{ld} = \frac{V_{Ed} \cdot a_c + H_{Ed} \cdot (z_0 + a_H)}{z_0}$$

$$F_{ld} = \frac{300 \cdot 300 + 30 \cdot (300 + 90)}{300} = \boxed{339\ \text{kN}}$$

A szükséges acélbetét mennyiség:

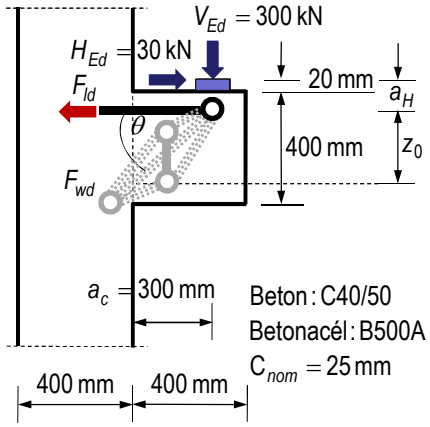
$$A_{s,main,req} = \frac{F_{ld}}{f_{yd}} = \frac{339 \cdot 10^3}{435} = \boxed{779\ \text{mm}^2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

3. A húzott fővasalás mennyisége



A húzott fővasalás felvett átmérője:

$$\boxed{\varnothing_l = 16\ \text{mm}}$$

A fő acélbetétek szükséges daraszáma:

$$n_{\varnothing 16} \geq \frac{A_{s,main,req}}{A_{\varnothing 16}} = \frac{779}{201} = \boxed{3{,}88\ \text{db}}$$

A hurkos kialakítás miatt a betétszámnak párosnak kell lennie:

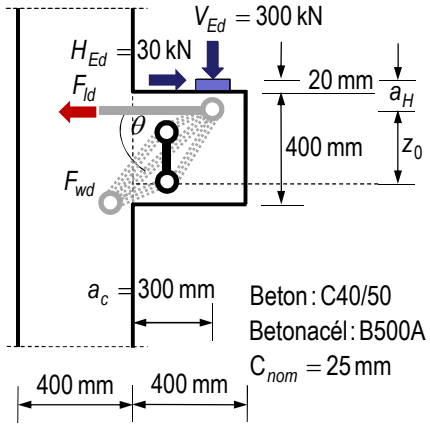
$$\boxed{A_{s,main,prov} = 4\varnothing 16\ (804\ \text{mm}^2)}$$

Tehát 2 db Ø16-os pillérbe lehajtott hurokkal a fővasalás kialakítható!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

4. Kengyelek mennyisége és elrendezése



$a_c \le 0{,}5 \cdot h_c$	$a_c > 0{,}5 \cdot h_c$
$\Sigma A_{s,link} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main}$	$\Sigma A_{s,link} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main}$
vízszintes méretezett kengyelek	függőleges méretezett kengyelek

$$a_c = 300 \text{ mm} > 0{,}5 \cdot h_c = 0{,}5 \cdot 400 = \boxed{200 \text{ mm}}$$

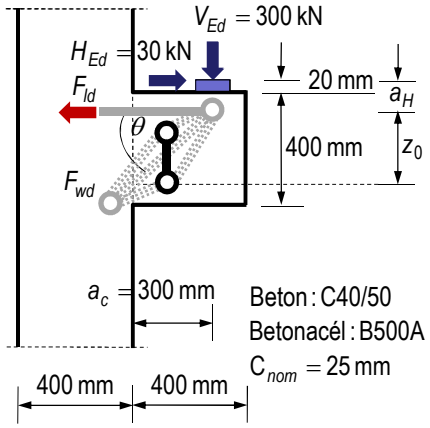
Tehát függőlegesen elhelyezett méretezett kengyeleket kell alkalmazni!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

4. Kengyelek mennyisége és elrendezése



A szükséges kengyel keresztmetszet:

$$\Sigma A_{s,link,req} \ge 0{,}5 \cdot A_{s,main,req} = 0{,}50 \cdot 779 = \boxed{390 \text{ mm}^2}$$

A kengyelek felvett átmérője:

$$\boxed{\varnothing_s = 8 \text{ mm}}$$

A szükséges kengyel keresztmetszetek száma:

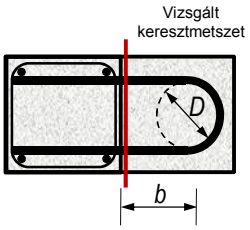
$$n_{\varnothing 8} > \frac{\sum A_{s,link,req}}{A_{\varnothing 8}} = \frac{390}{50} = 7{,}8 \rightarrow \boxed{8\varnothing 8}$$

Tehát összesen 4 db Ø8-as zárt, függőleges kengyelt kell alkalmaznunk a pillér és a teher közötti szakaszon!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

5. Fővasalás hurkos kialakításának ellenőrzése



A rövidkonzolban rendelkezésre álló maximális belső lehajtási átmérő, amennyiben a pillér kengyelezése **8 mm** átmérőjű kengyelekkel történik, ill. a betonfedés **25 mm**, a pillér fővasalásának átmérője pedig **20 mm** :

$$D = 400 - 2\cdot(25+8+20+16) = 262\,\text{mm}$$

A lehajtás indításának helye:

$$b = 400 - (25+16+262/2) = 228\,\text{mm}$$

A húzásra **100%**-osan kihasznált ívesen vezetett acélbetét minimális belső (vízszintes síkú) hajlítási átmérője a beton morzsolódásának elkerülése érdekében:

$$\varnothing_{m,\min} = \frac{F_{bt}}{f_{cd}}\cdot\left(\frac{1}{a_b}+\frac{1}{2\cdot\varnothing}\right) = \frac{339\cdot10^3}{4\cdot26{,}66}\cdot\left(\frac{1}{34}+\frac{1}{2\cdot16}\right) = 193\,\text{mm} < D = 262\,\text{mm}$$

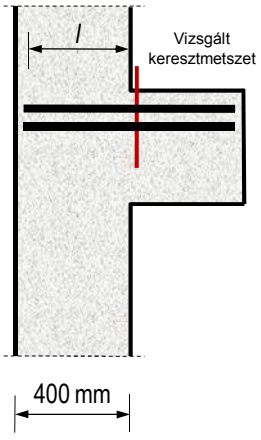
Tehát a fővasalás hurkos kialakításához szükséges hely rendelkezésre áll!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

6. Fővasalás pillérbe történő lehorgonyzásának vizsgálata (egyenesen vezetett acélbetét)



A rövidkonzol fővasalását **a túlvasalás mértékével fordított arányban** kihasználtnak tekintve, **egyenesen vezetett acélbetétek** használata esetén a szükséges lehorgonyzási hossz:

$$l_{bd} = \frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{f_{yd}}{f_{bd}}\cdot\frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} = c\cdot\varnothing\cdot\frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} = 30\cdot16\cdot\frac{779}{804} = 465\,\text{mm}$$

Pl.:

f_y=500 MPa	C35/45	C40/50	C45/55
c	32	30	27

A pillér belső oldalától az egyenesen vezetett betéten rendelkezésre álló hossz (kengyel **8 mm ,** betonfedés **25 mm**):

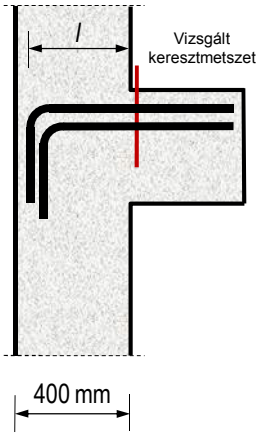
$$l = 400 - (25+8) = 367\,\text{mm} > l_{bd} = 465\,\text{mm}$$

Tehát a fővasalás pillérbe történő lehorgonyzását egyenesen vezetett acélbetéttel nem tudjuk kialakítani!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

7. Fővasalás pillérbe történő lehorgonyzásának vizsgálata (egyenes kampó alkalmazása)



A rövidkonzol fővasalását **a túlvasalás mértékével fordított arányban** kihasználtnak tekintve, **90⁰**-os kampó használata esetén a szükséges lehorgonyzási hossz:

$$l_{bd} = \alpha_a \cdot l_b = \alpha_a \cdot c \cdot \varnothing \cdot \frac{A_{s,prov}}{A_{s,requ}} = 0{,}7 \cdot 30 \cdot 16 \cdot \frac{779}{804} = 326\,\text{mm}$$

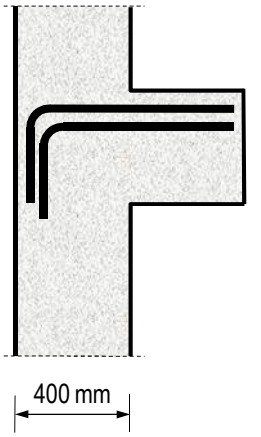
A pillér belső oldalától a belső helyzetű betéten rendelkezésre álló hossz (kengyel **8 mm ,** betonfedés **25 mm**, sorköz **40 mm**):

$$l = 400 - (25 + 8 + 16 + 40) = 311\,\text{mm} < l_{bd} = 326\,\text{mm}$$

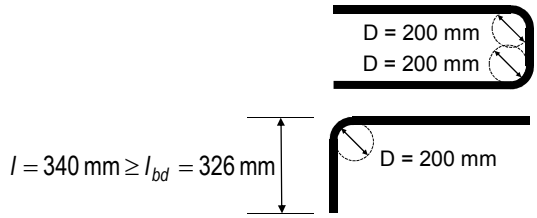
Tehát a fővasalás pillérbe történő lehorgonyzása minimális méretű merőleges kampó alkalmazásával nem alakítható ki!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

8. Fővasalás pillérbe történő lehorgonyzásának vizsgálata (egyszerűsített méretezés)

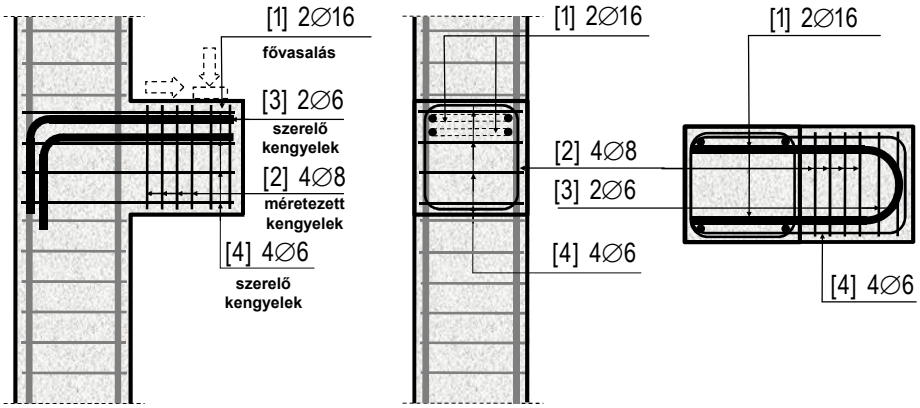


A rövidkonzol fővasalását **a túlvasalás mértékével fordított arányban** kihasználtnak tekintjük.
A pillérbe történő lehorgonyzás függőleges síkú lehajtási átmérőjét **a biztonság javára** a rövidkonzolban alkalmazott vízszintes síkú lehajtás átmérőjével azonosra vesszük fel.
Az egyenes kampó hosszát **a biztonság javára** a kiszámított lehorgonyzási hossz alapján vesszük fel.



Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

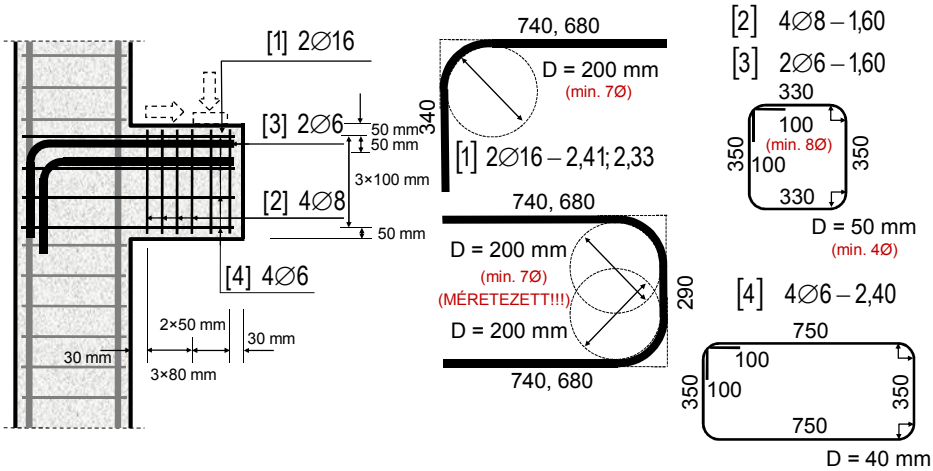
9. Vasvezetés, konszignáció



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.: Design of RC corbel
2. Példa: Vasbeton rövidkonzol tervezése

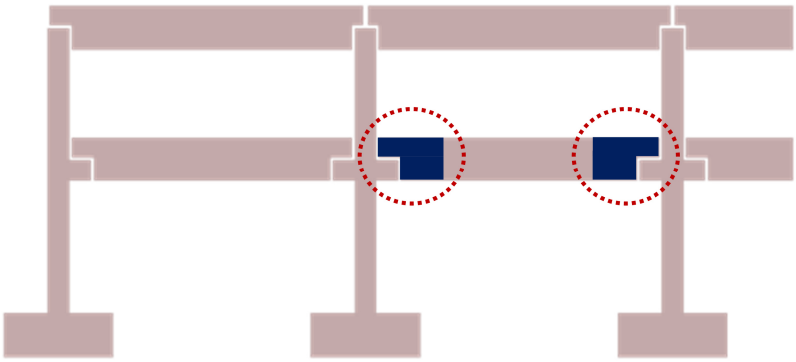
10. Vasvezetés, konszignáció



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Half joint of RC beam

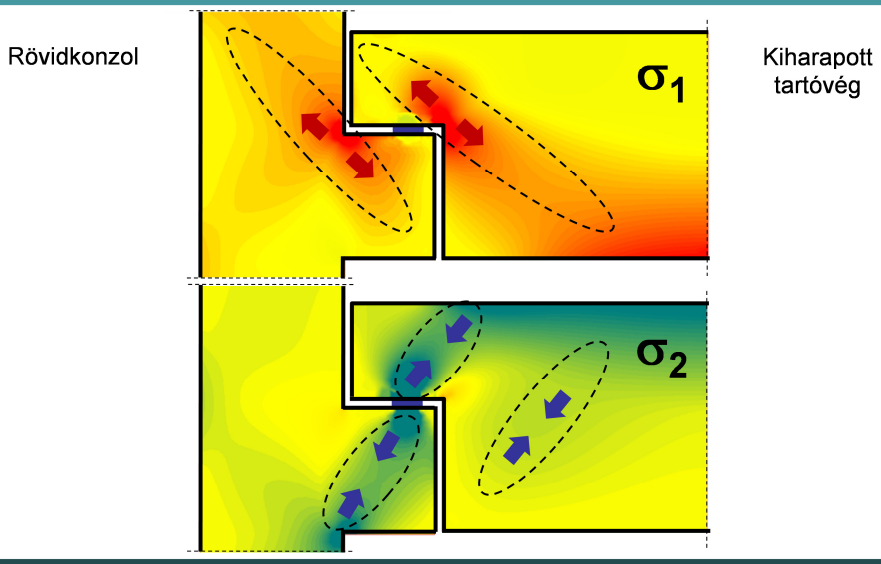
Kiharapott tartóvég vasbeton gerendán



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force-flow of RC corbel and half joint connection

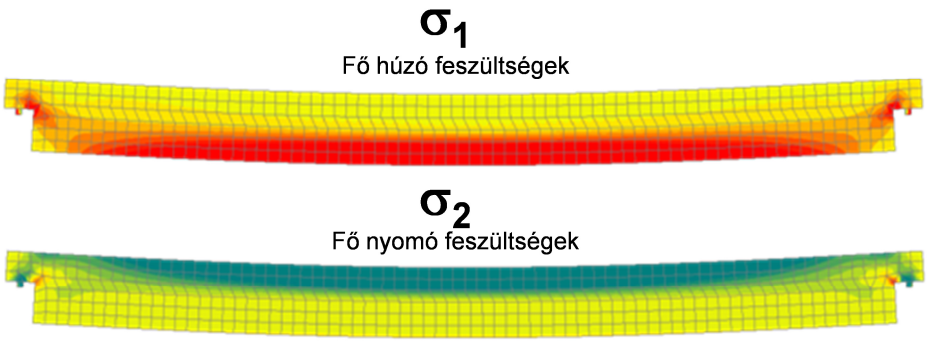
Rövidkonzol - Kiharapott tartóvég kapcsolatának erőjátéka



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Deflection and main stresses of RC beam made with half joint

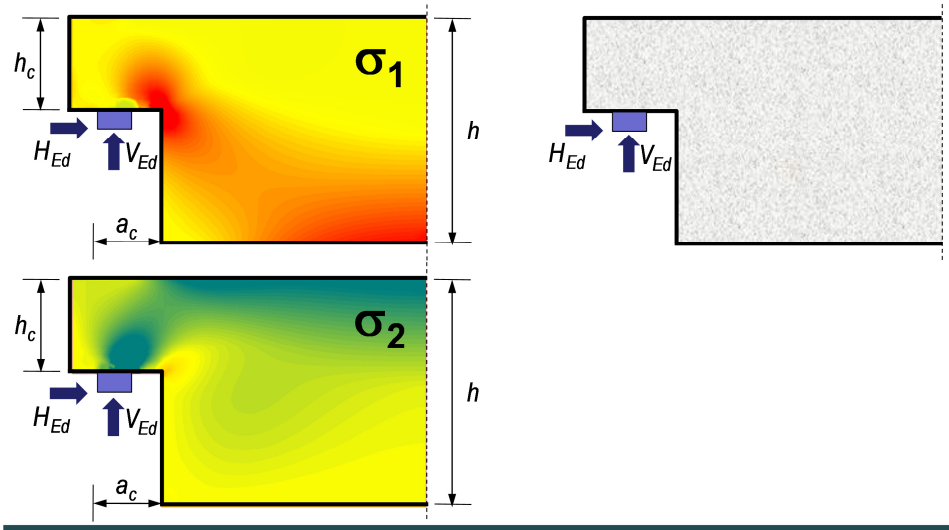
Kiharapott tartóvégű vasbeton gerenda alakváltozása és főfeszültségei



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

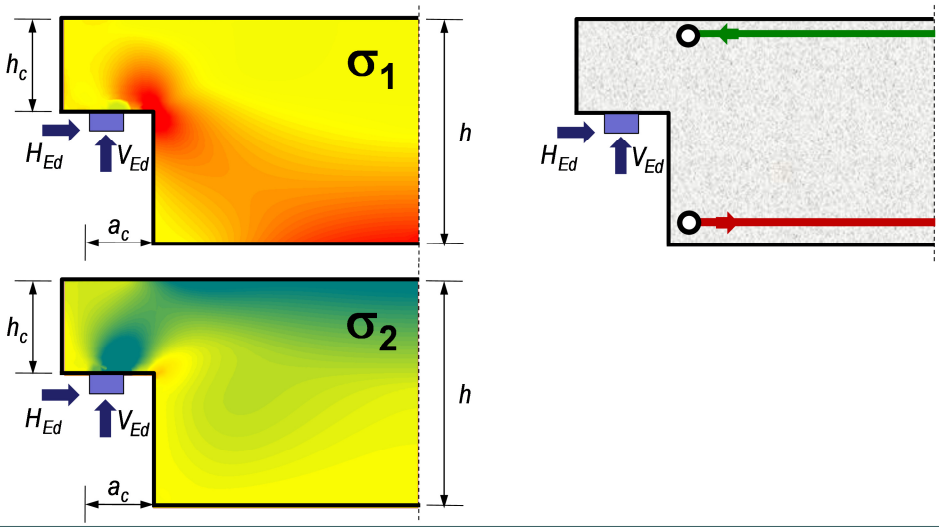
Main stresses of RC half joint

Vasbeton kiharapott tartóvég főfeszültségei



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

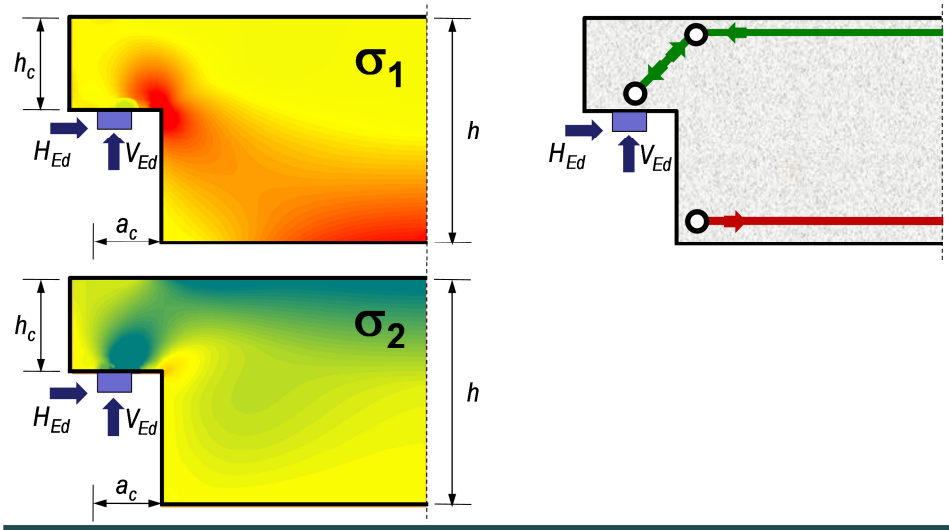
Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

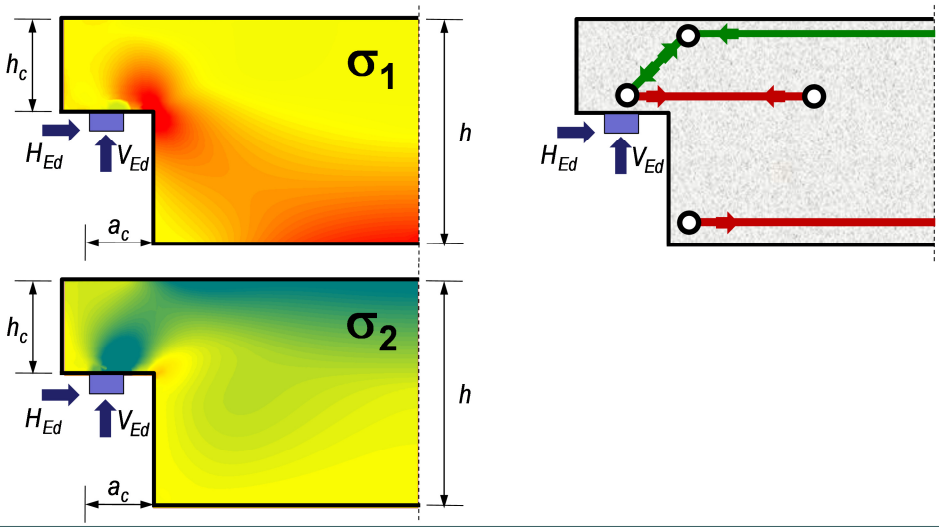
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

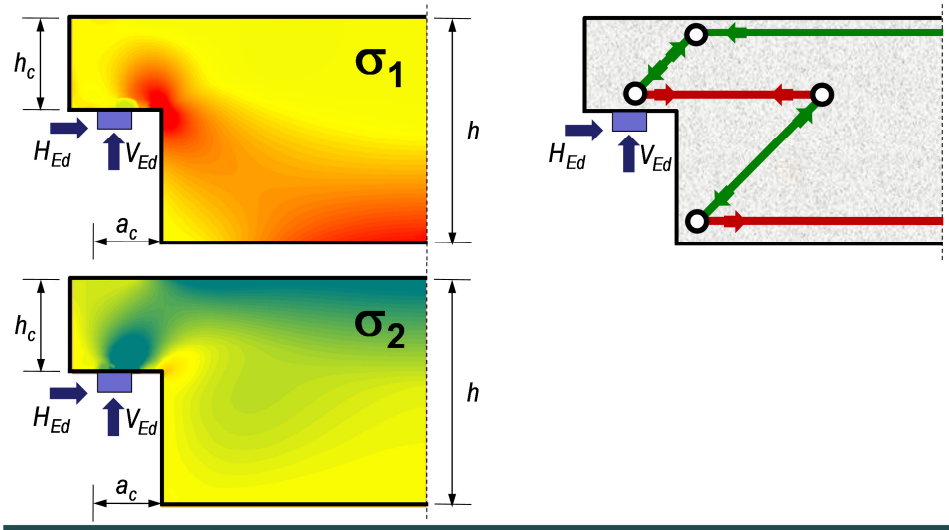
Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

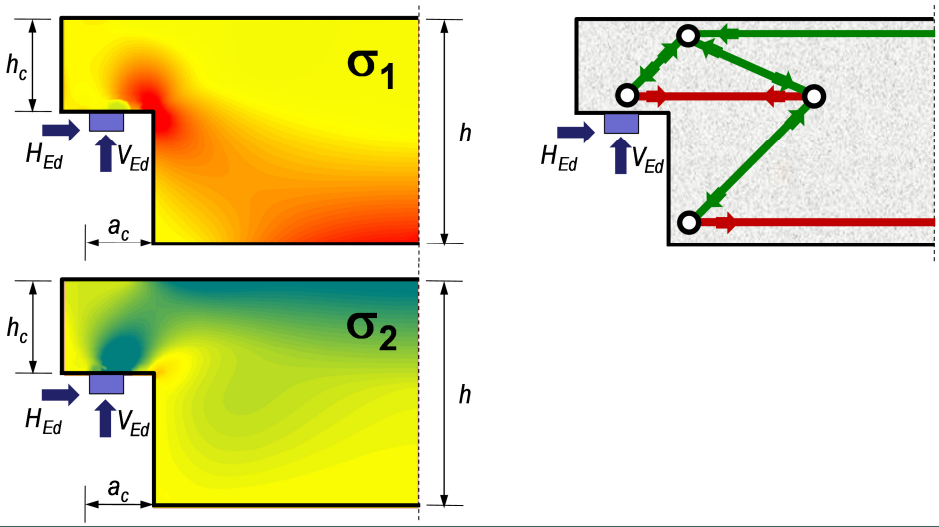
Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

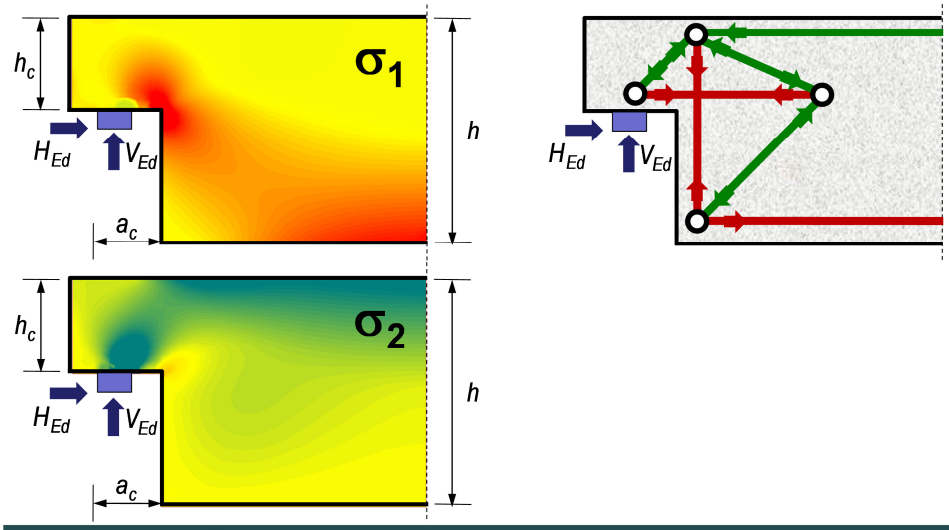
Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

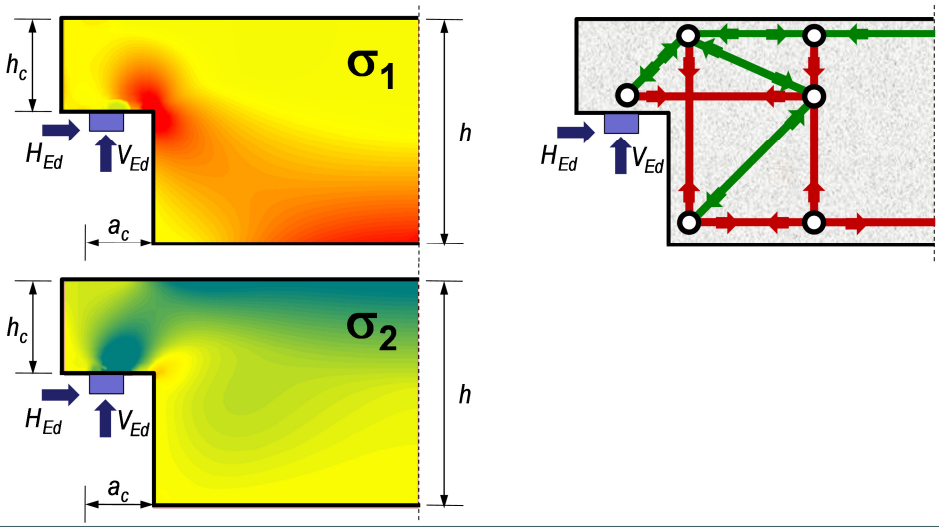
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

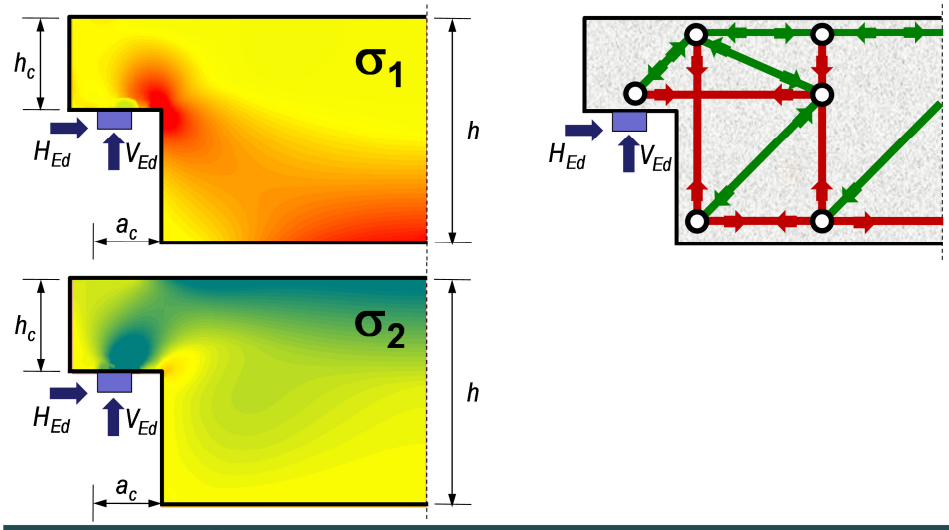
Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

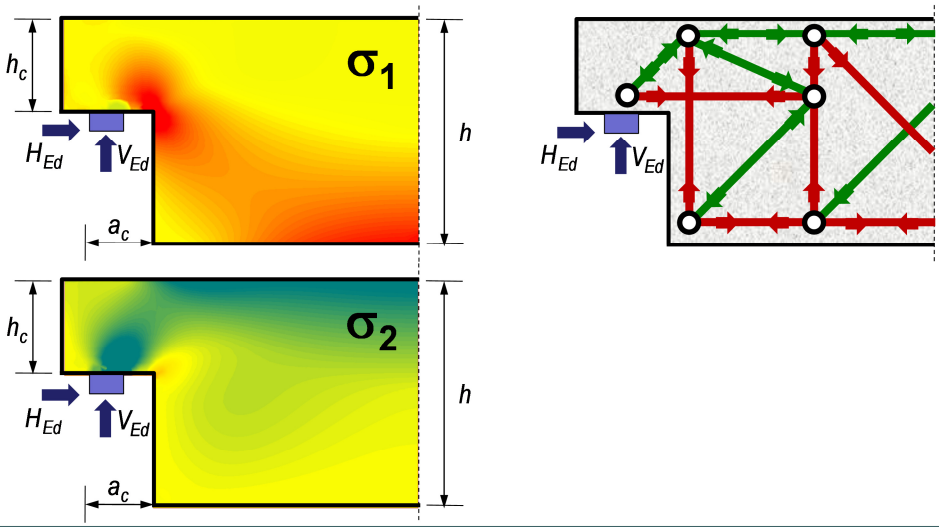
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

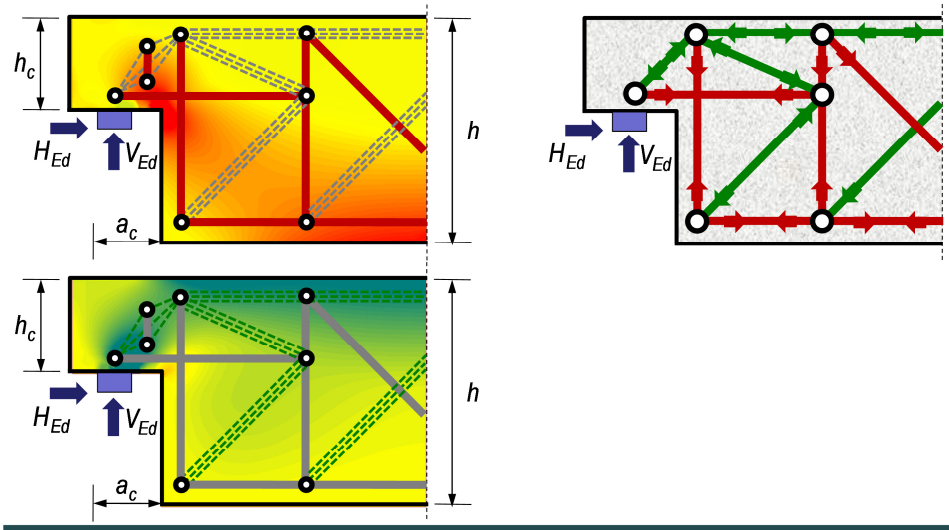
Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

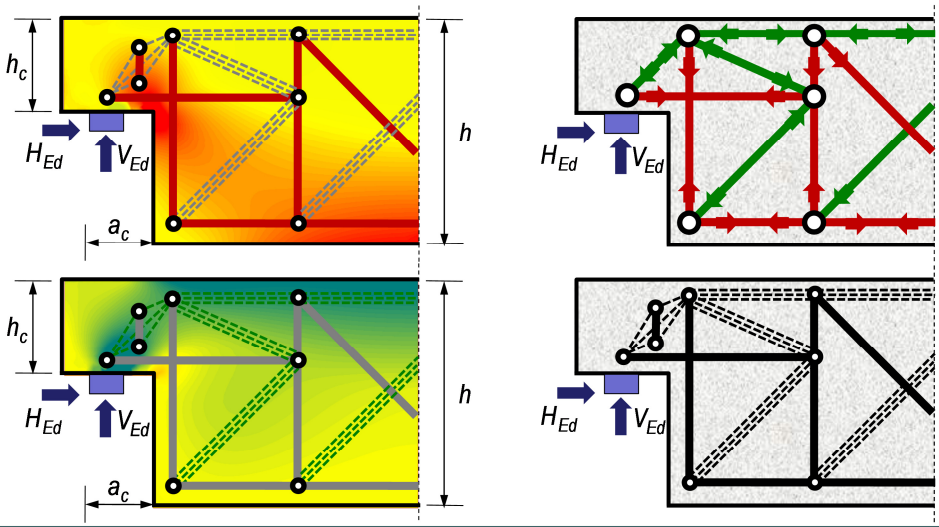
Strut-and-tie modell for RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell for RC half joint I.

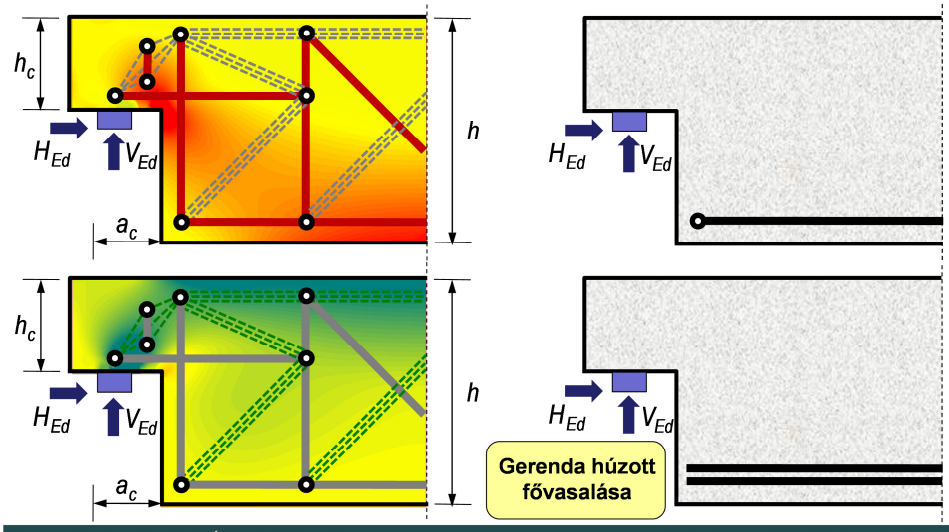
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

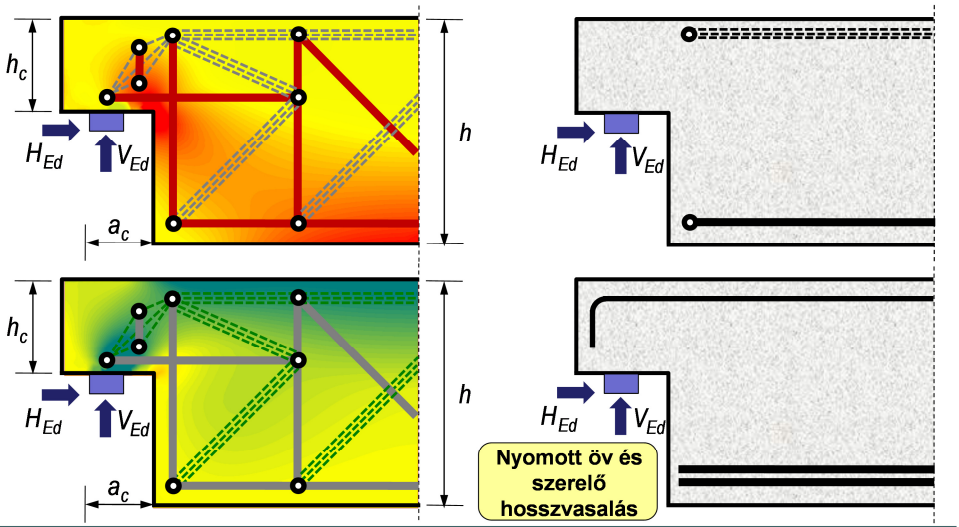
Reinforcing detail of RC half joint I.

Vasbeton kiharapott tartóvég vasalása I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

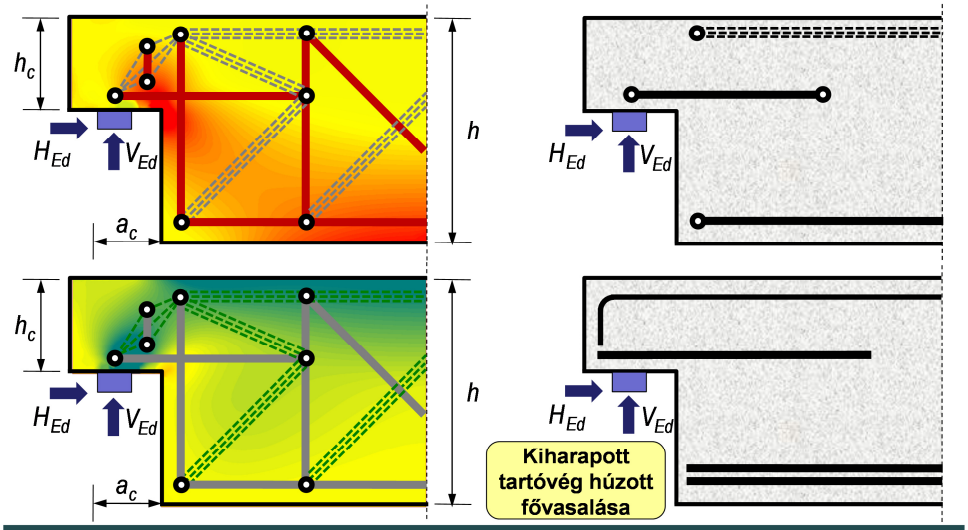
Reinforcing detail of RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasalása I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

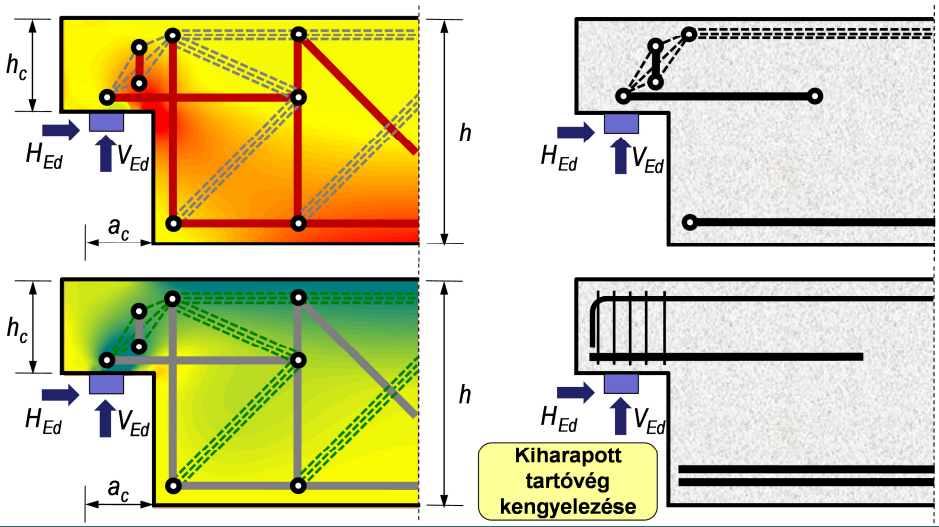
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasalása I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

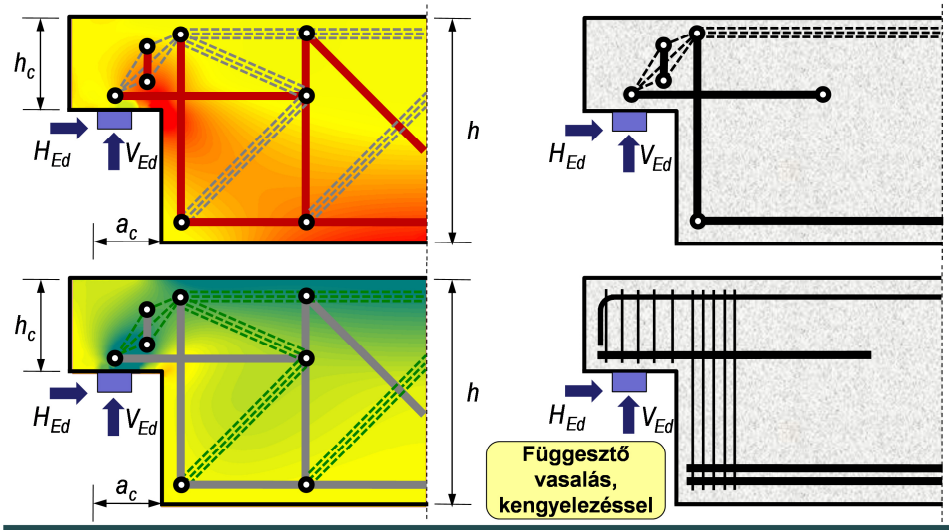
Reinforcing detail of RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasalása I.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

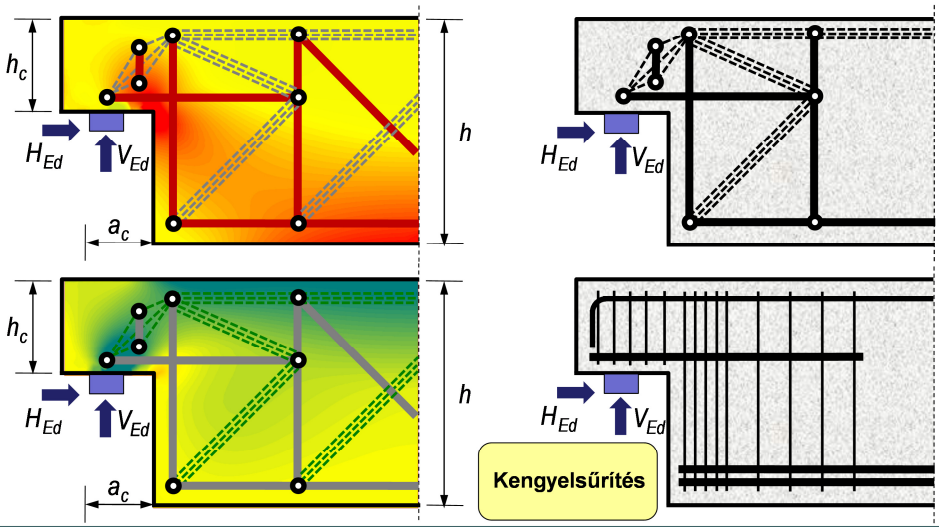
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasalása I.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

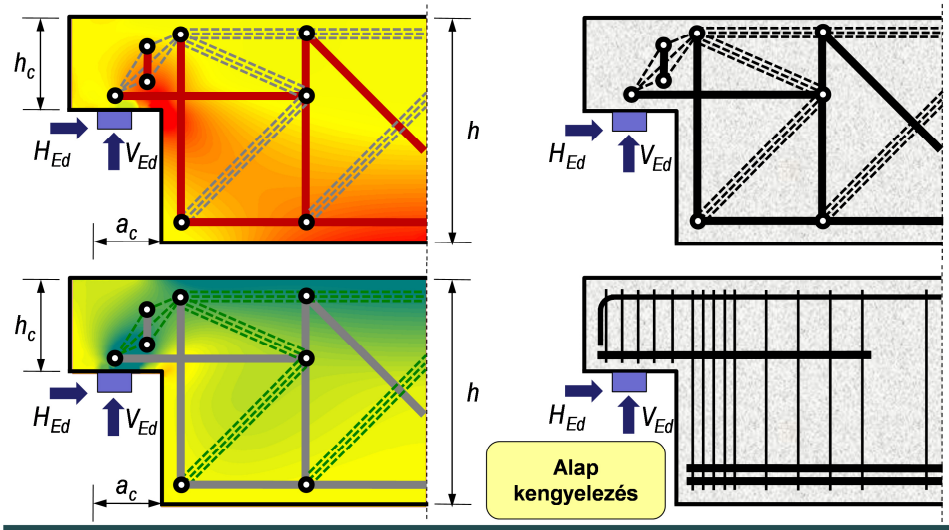
Reinforcing detail of RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasalása I.



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

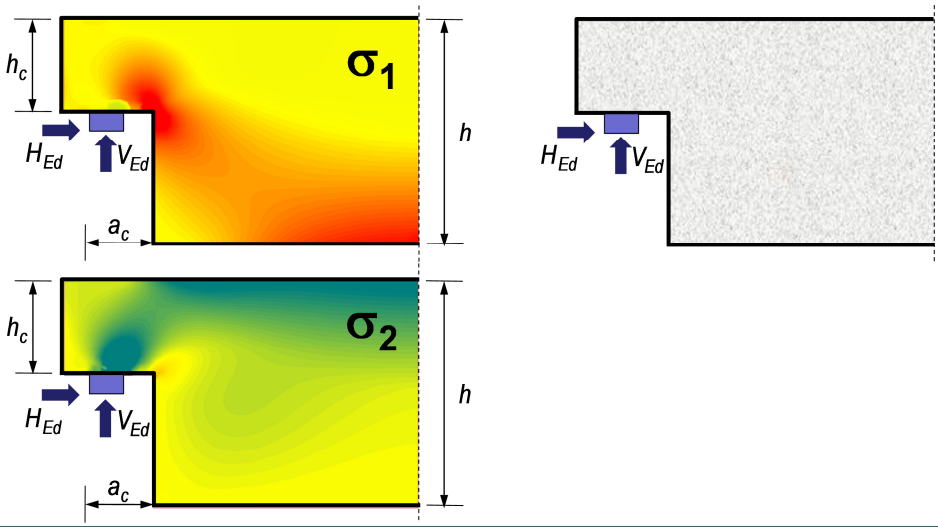
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of RC half joint I.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasalása I.



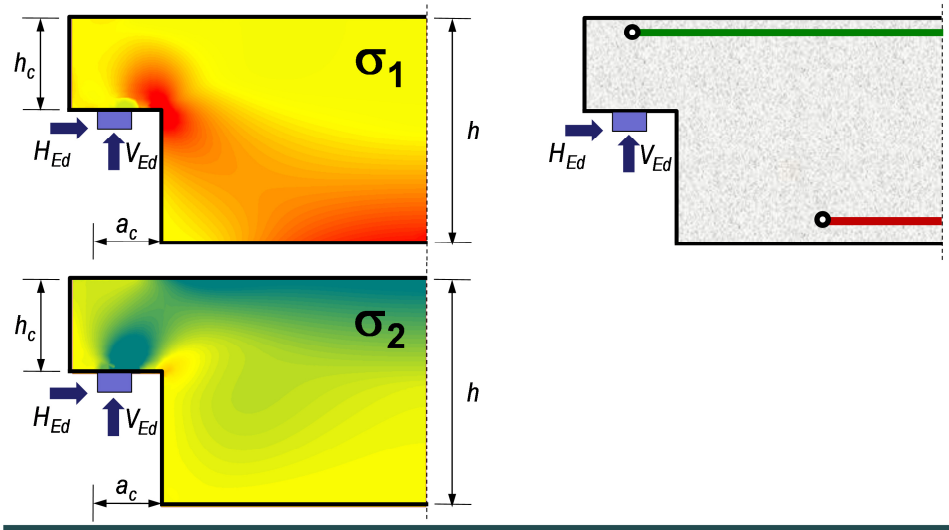
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Main stresses of RC half joint
Vasbeton kiharapott tartóvég főfeszültségei



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

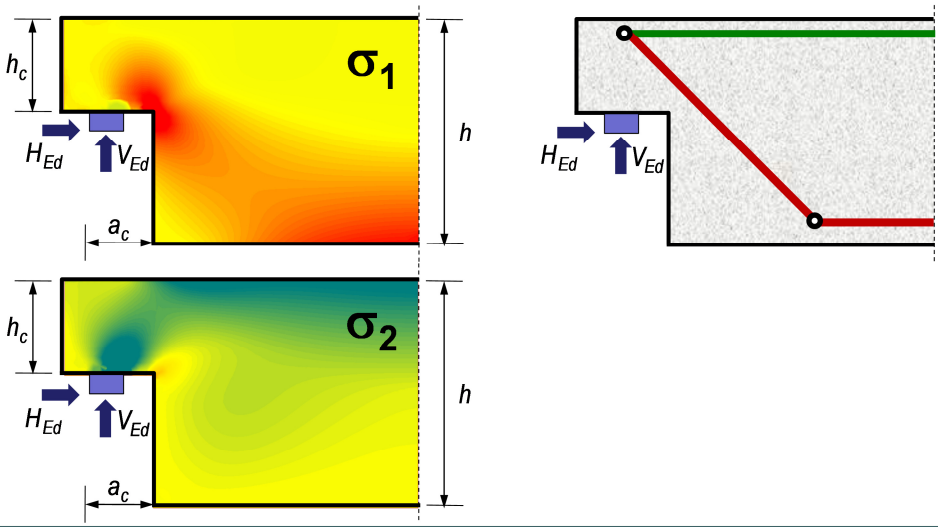
Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell for RC half joint II.

Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.

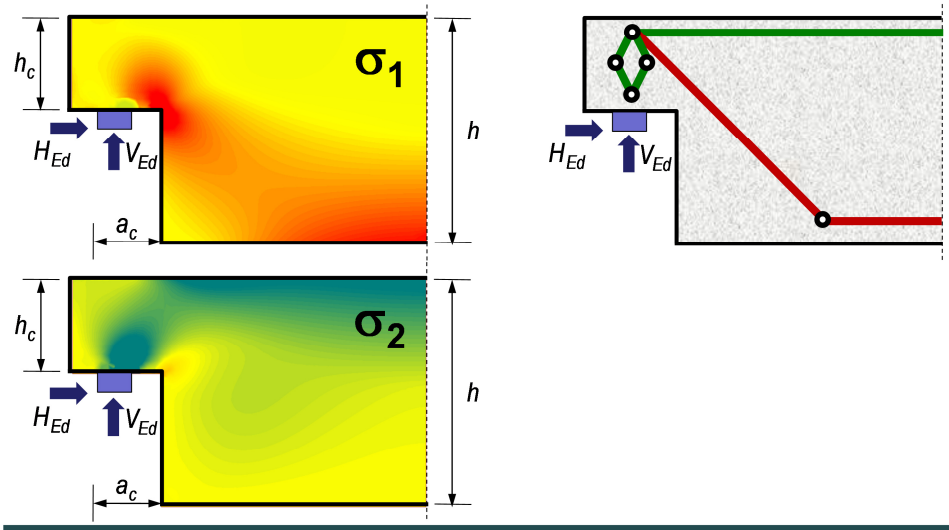


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC half joint II.

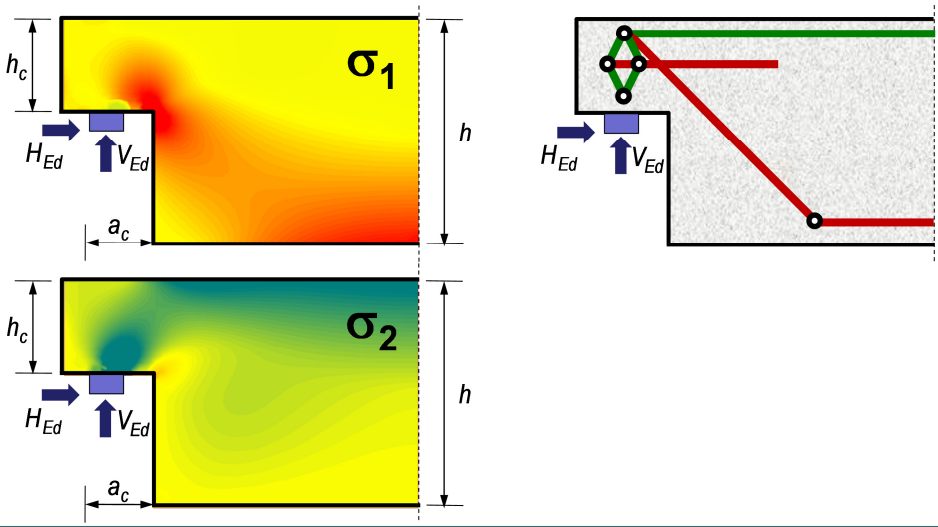
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

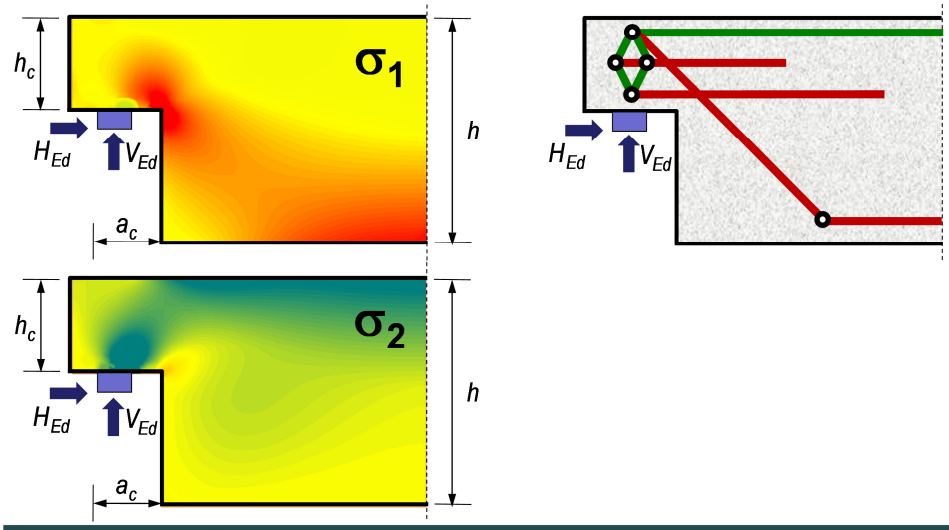
Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

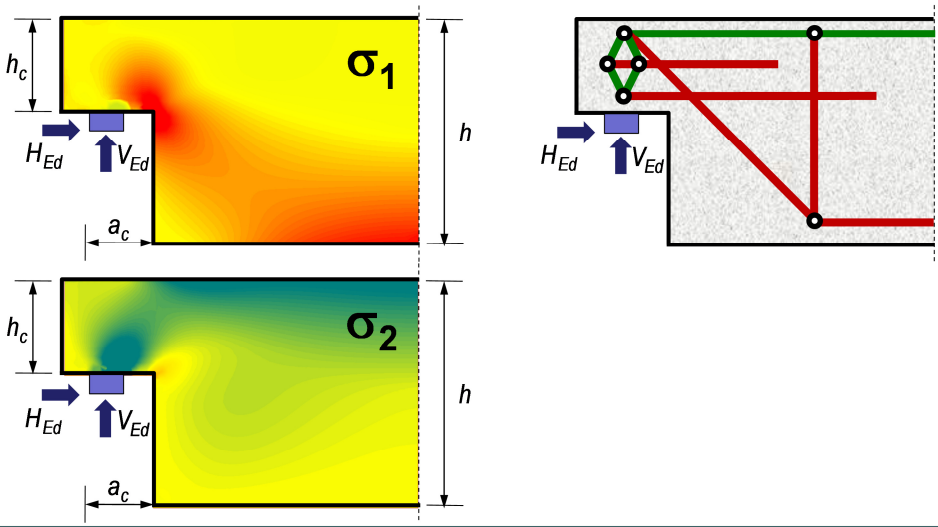
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

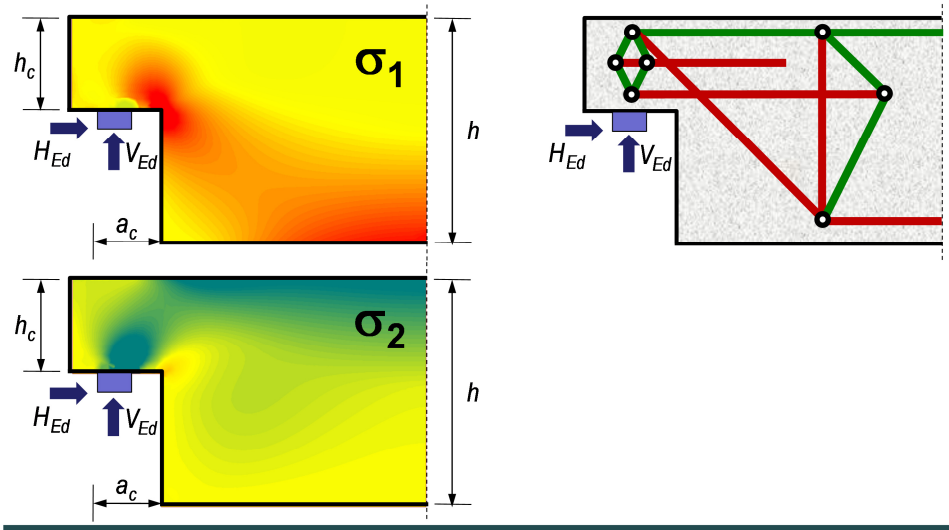
Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

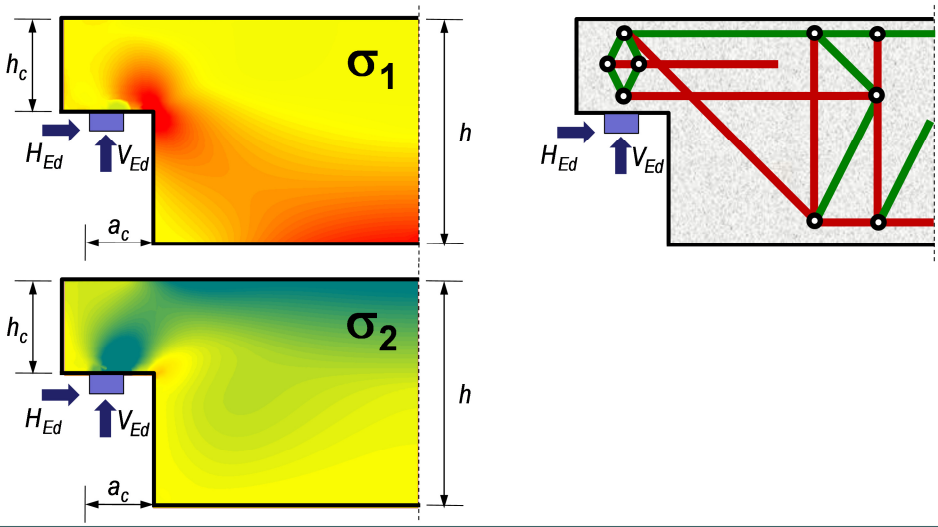
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

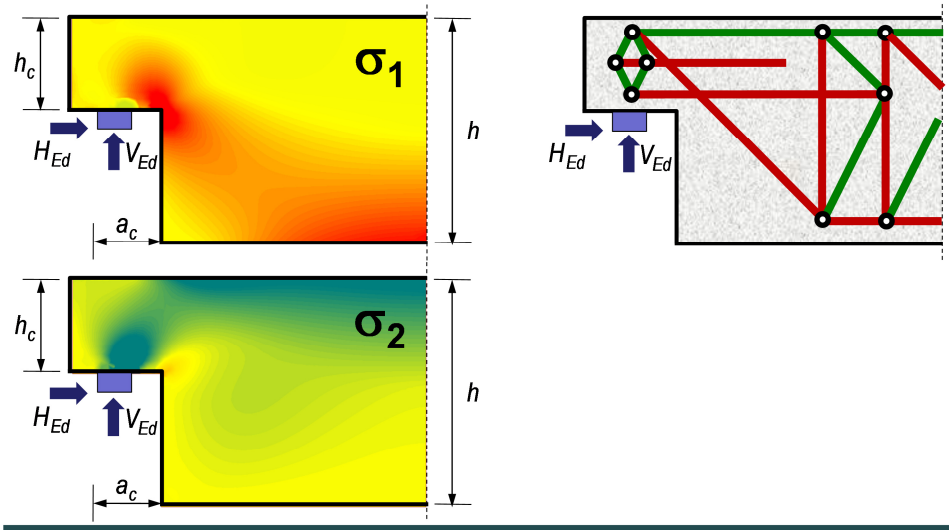
Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

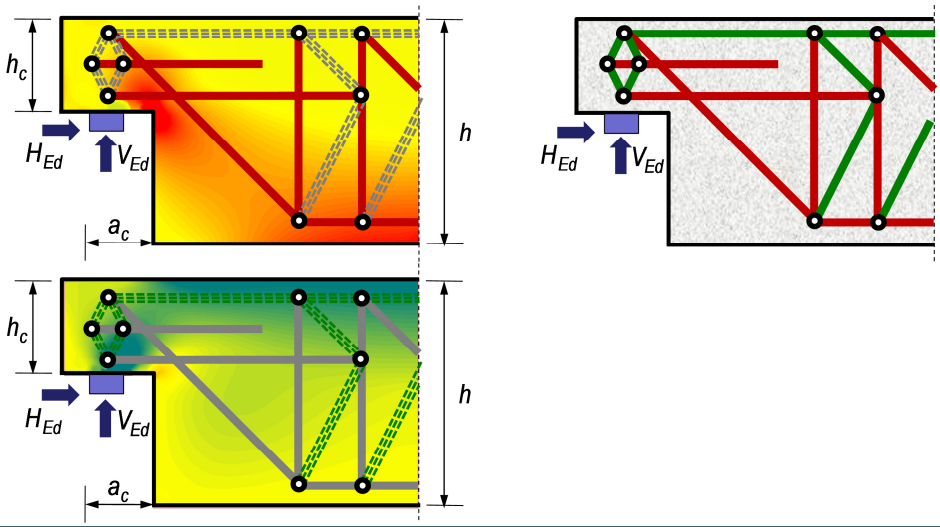
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

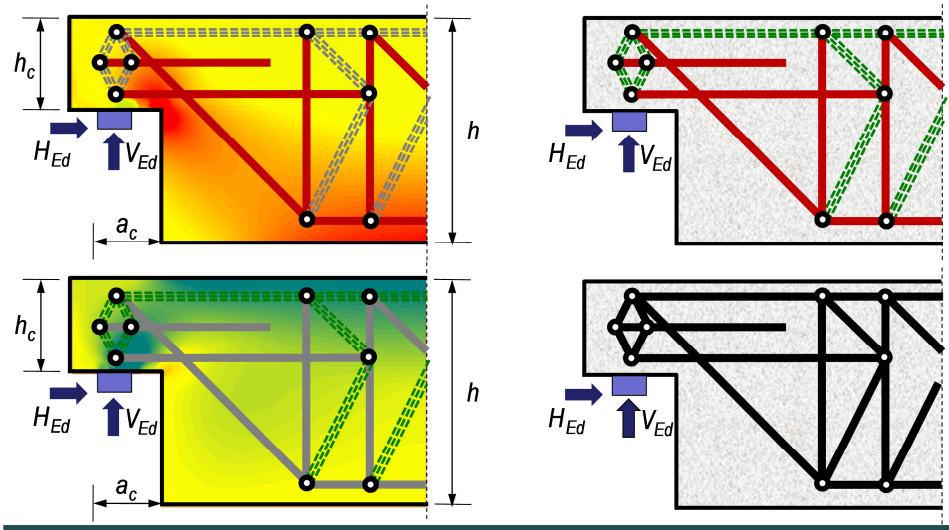
Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

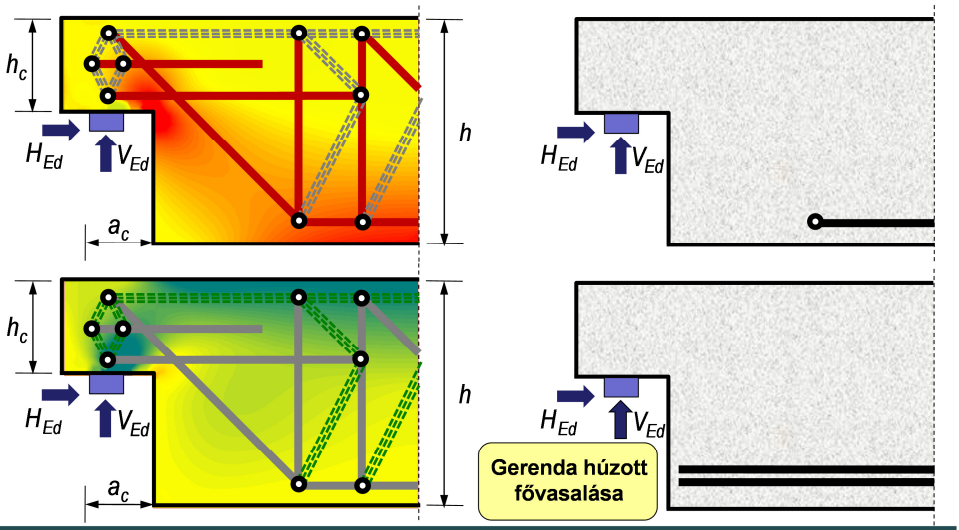
Strut-and-tie modell for RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég rácsostartó modellje II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

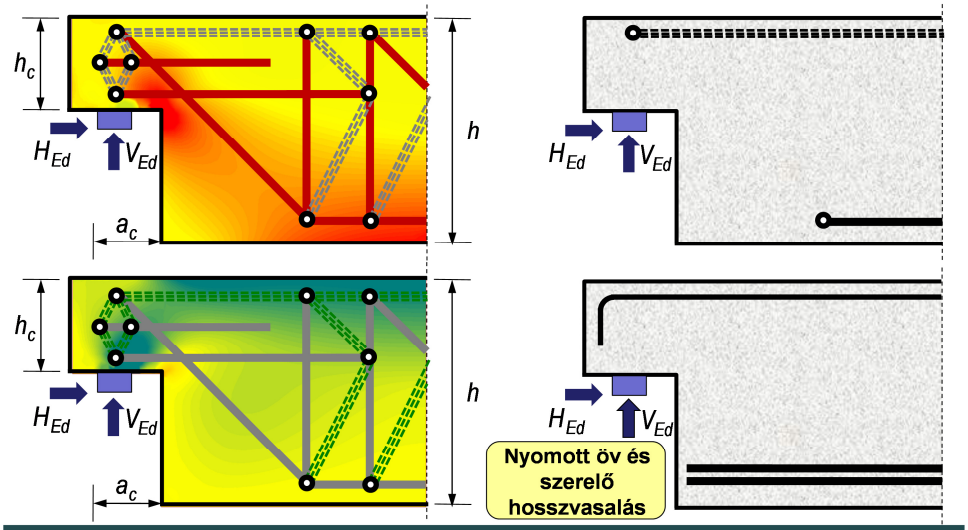
Reinforcing detail of RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

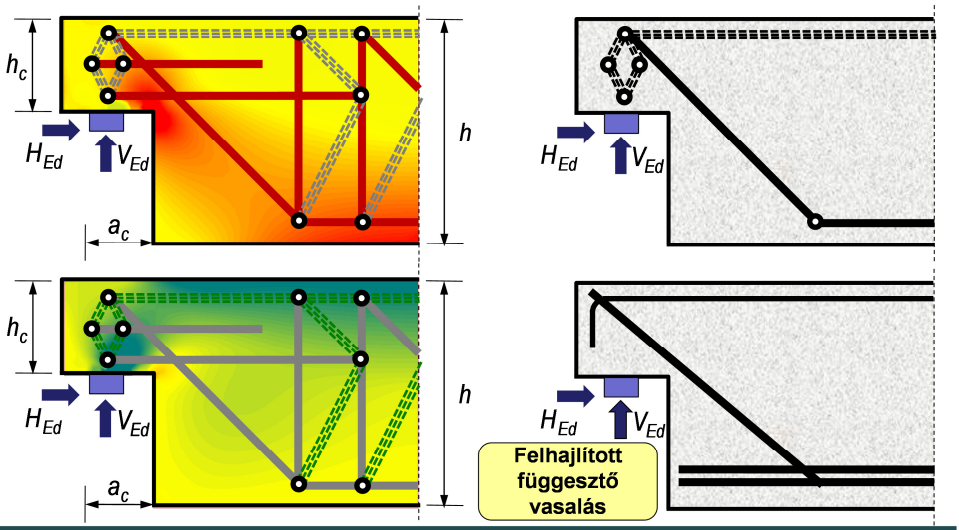
Reinforcing detail of RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

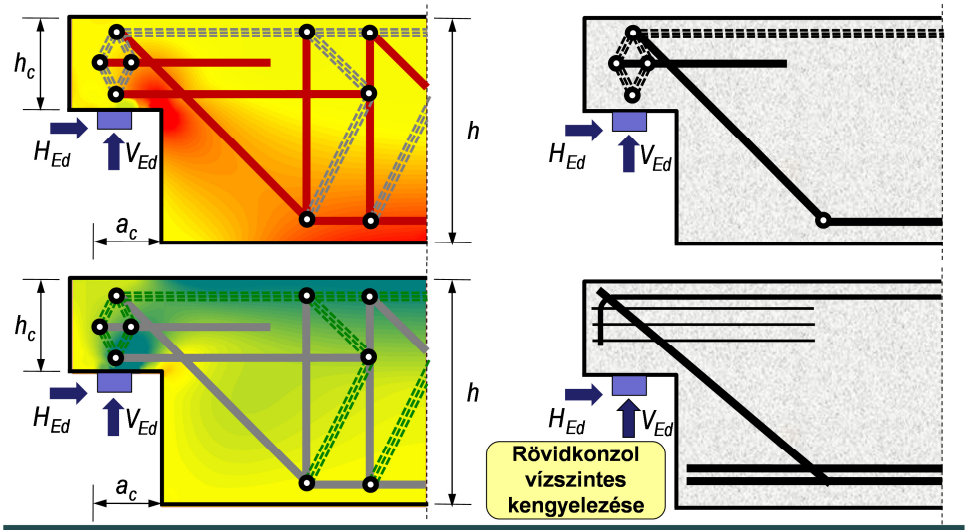
Reinforcing detail of RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése II.



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

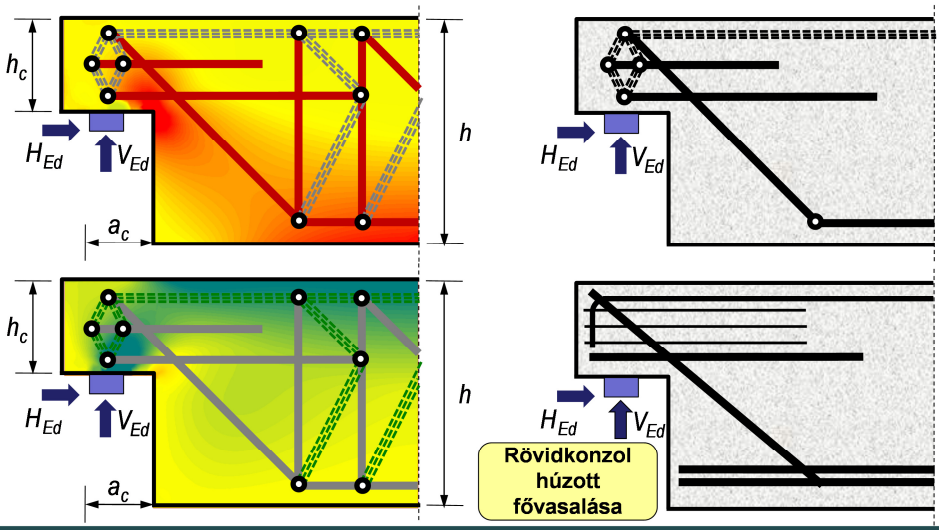
Reinforcing detail of RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

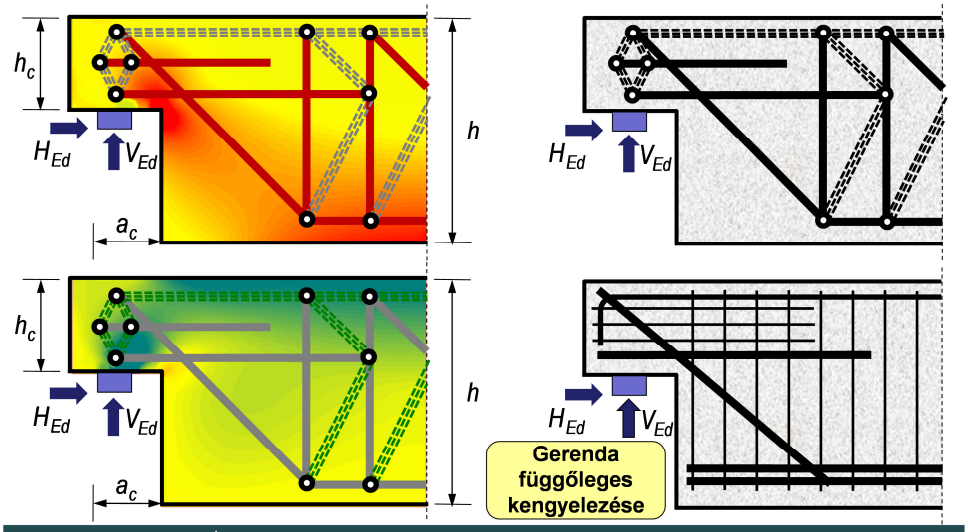
Reinforcing detail of RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése II.



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

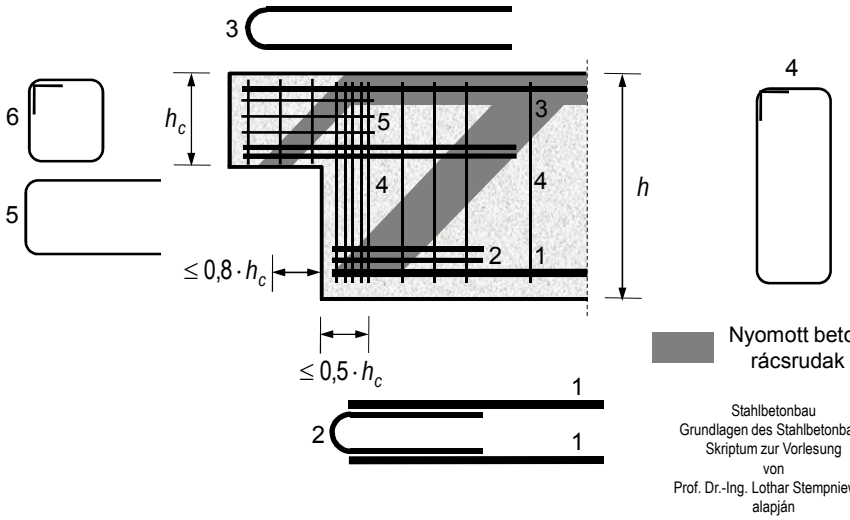
Reinforcing detail of RC half joint II.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése II.



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of RC half joint III.

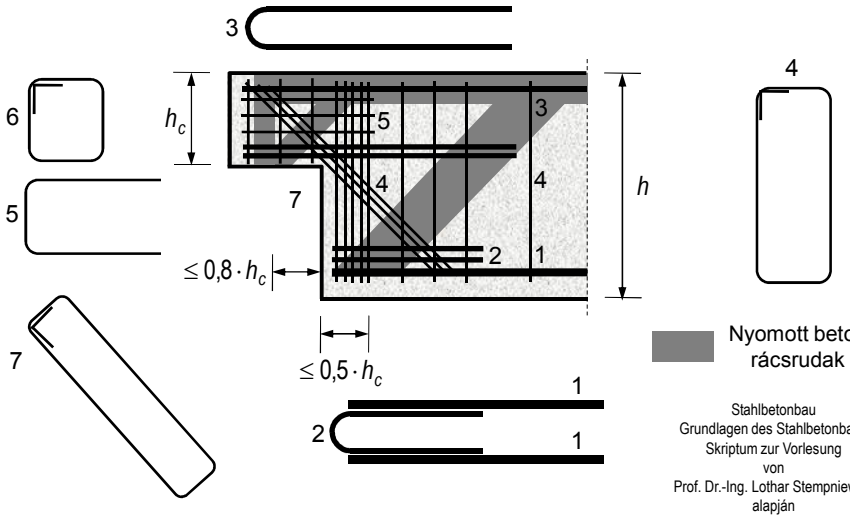
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése III.



Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

Reinforcing detail of RC half joint IV.

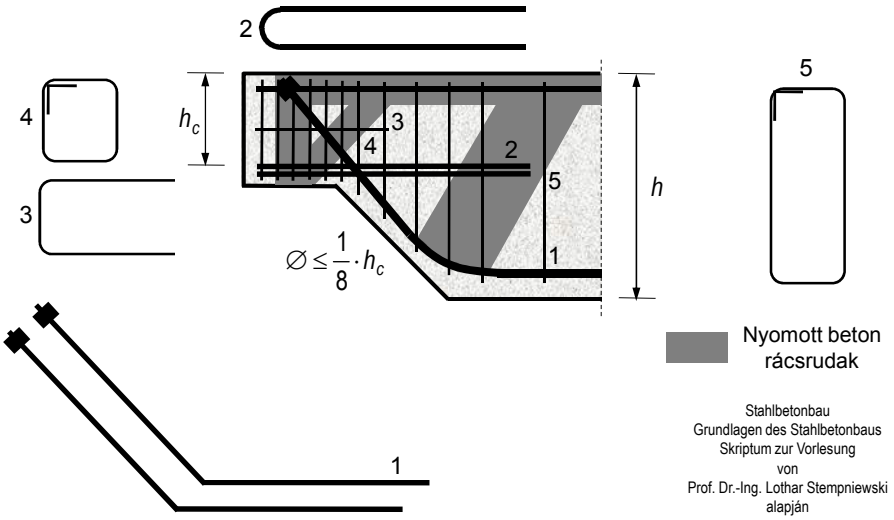
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése IV.



Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

Reinforcing detail of RC half joint V.

Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése V.

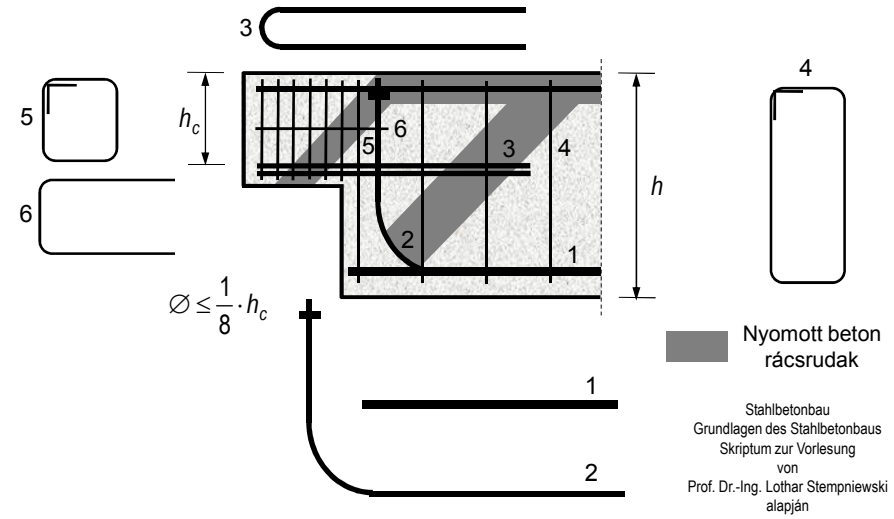


Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of RC half joint VI.

Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése VI.



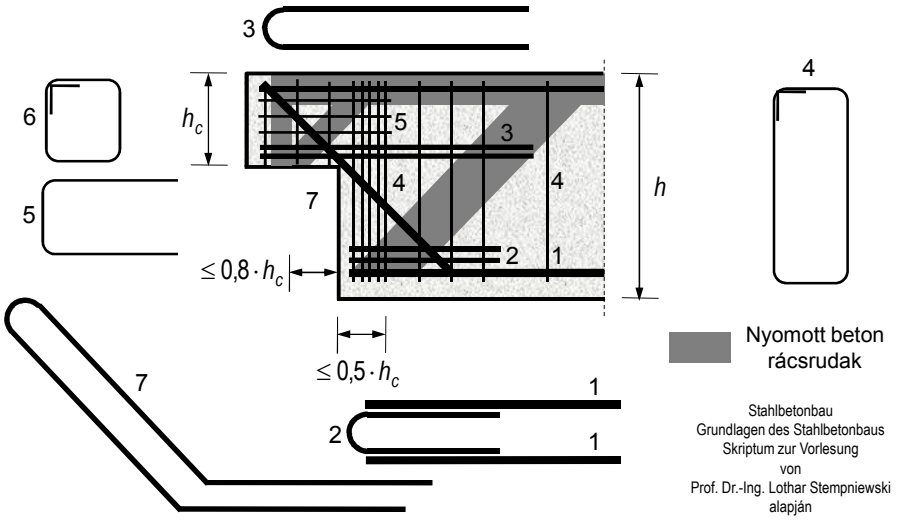
Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of RC half joint VII.

Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése VII.



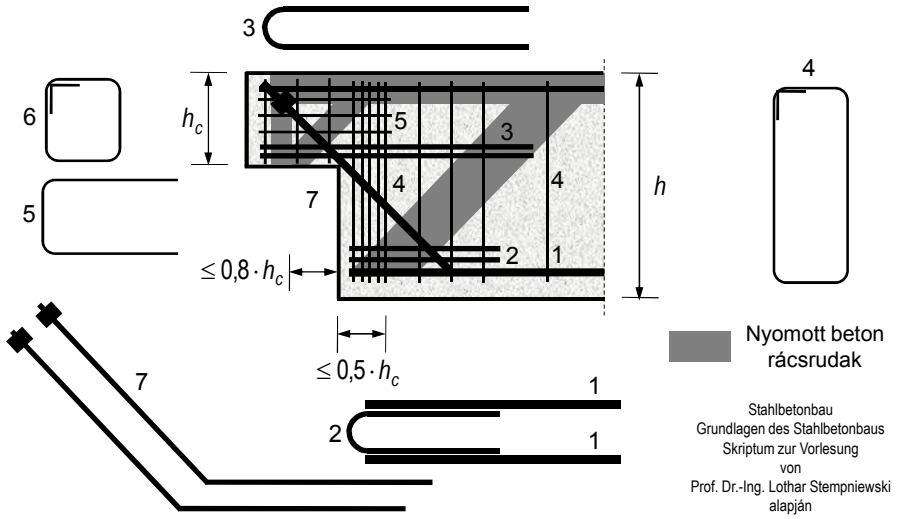
Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of RC half joint VIII.

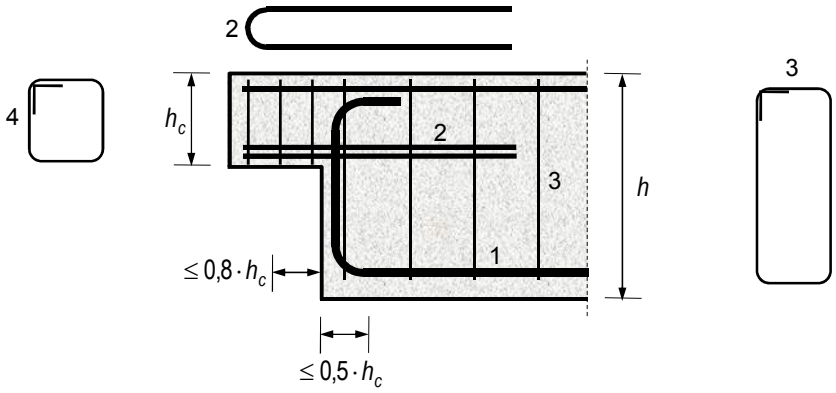
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése VIII.



Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

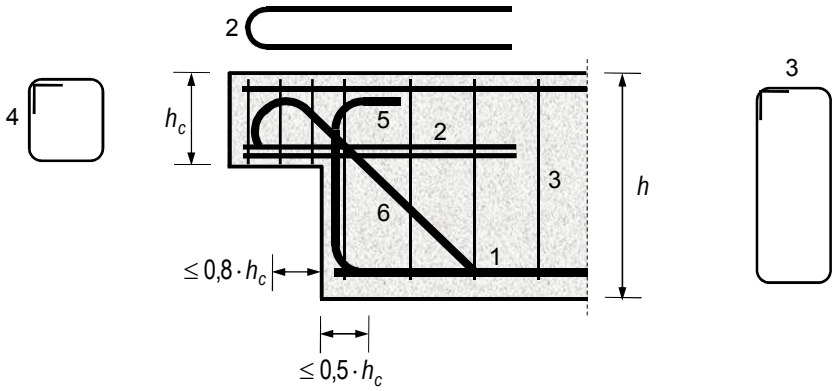
Reinforcing detail of RC half joint IX.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése IX.



Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of RC half joint X.
Vasbeton kiharapott tartóvég vasvezetése X.

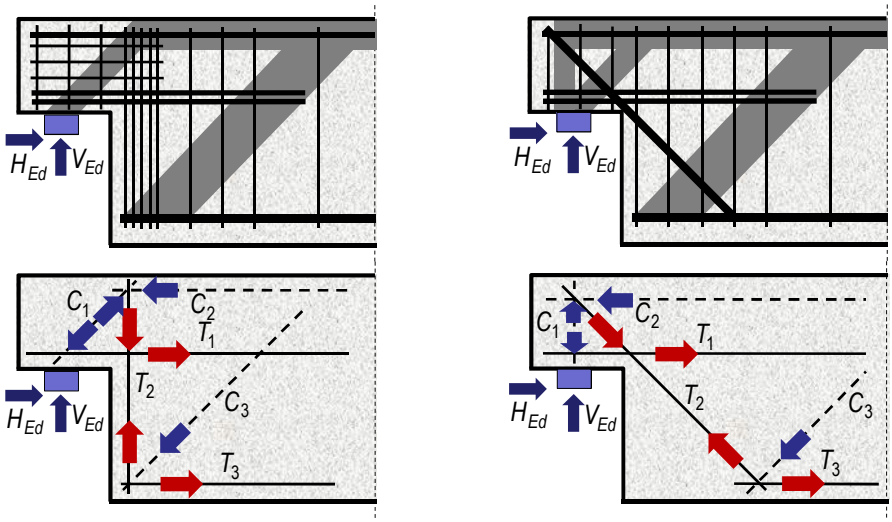


Stahlbetonbau
Grundlagen des Stahlbetonbaus
Skriptum zur Vorlesung
von
Prof. Dr.-Ing. Lothar Stempniewski
alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design of RC half joint according to strut-and-tie modells

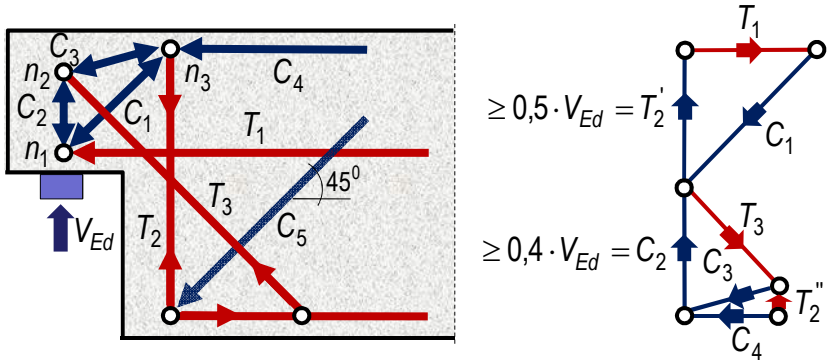
Vasbeton kiharapott tartóvég tervezése rácsostartó modell alapján



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design of RC half joint according to strut-and-tie modells

Vasbeton kiharapott tartóvég tervezése rácsostartó modell alapján



A nyíróerő (V_{Ed}) legalább 50%-át a függőleges kengyelek egy része (T_2') veszi fel ($0{,}5V_{Ed}=T_2'$), mely nyíróerőt a vízszintes fővasalásban ébredő (T_1) erő és a ferde beton nyomott rácsrúd (C_1) ereje egyensúlyozza az n_1 csomópontjában.

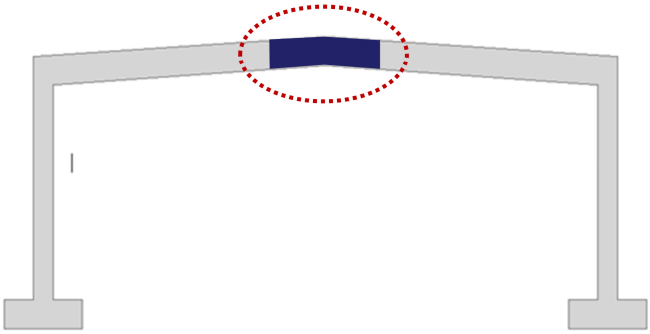
A nyíróerő (V_{Ed}) további, legalább 40%-ával a támasz csomópontjában lévő függőleges nyomott beton rácsrúd (C_2) tart egyensúlyt, melyet a ferde fővasalás (T_3) és a ferde nyomott beton rácsrúd (C_3) egyensúlyoz az n_2 csomópontban.

A C_3 jelű nyomott beton rácsrúdat a függőleges kengyelek maradéka (T_2'') és a vízszintes nyomott beton öv (C_4) egyensúlyozza az n_3 csomópontban.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Inclination in RC frame nud

Vasbeton keret iránytörési csomópontja

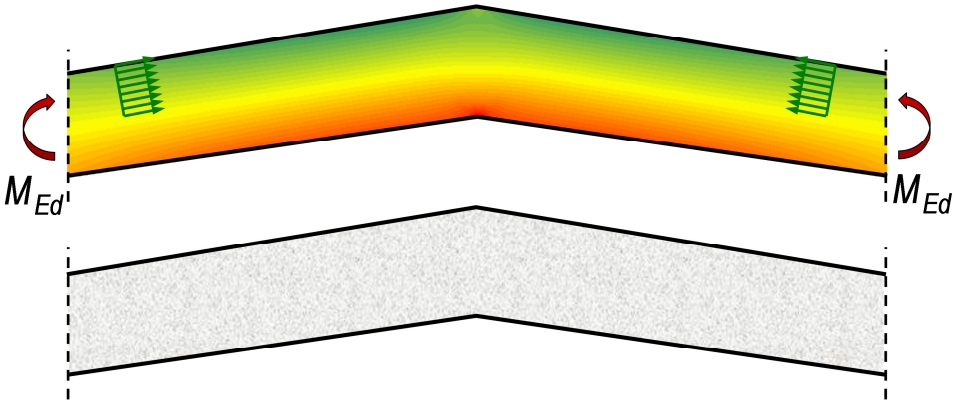


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Main stresses of inclination in RC frame nud

Vasbeton keret iránytörésének környezetében fellépő főfeszültségek

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása

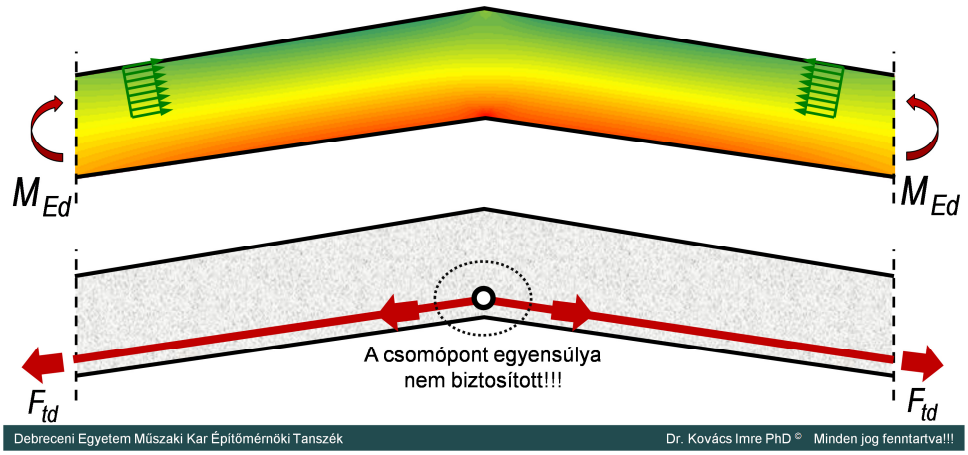


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of inclination in RC frame nud

Vasbeton keret iránytörési környezetének erőjátéka

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



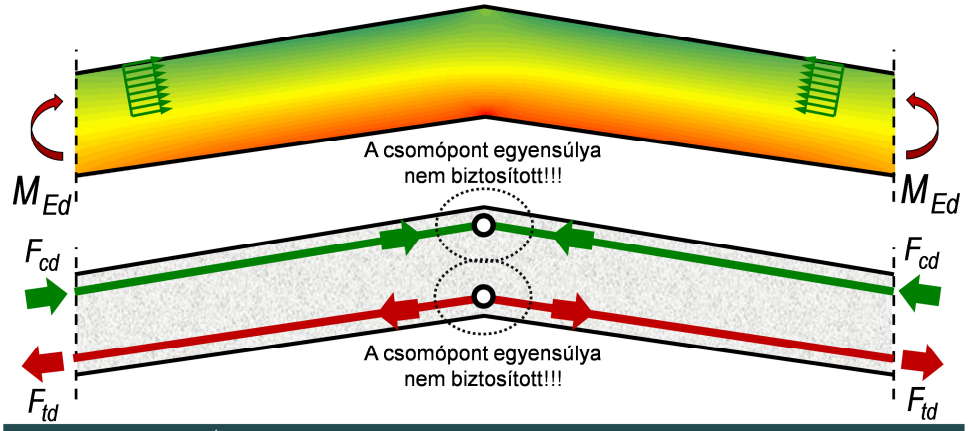
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Force flow of inclination in RC frame nud

Vasbeton keret iránytörési környezetének erőjátéka

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása

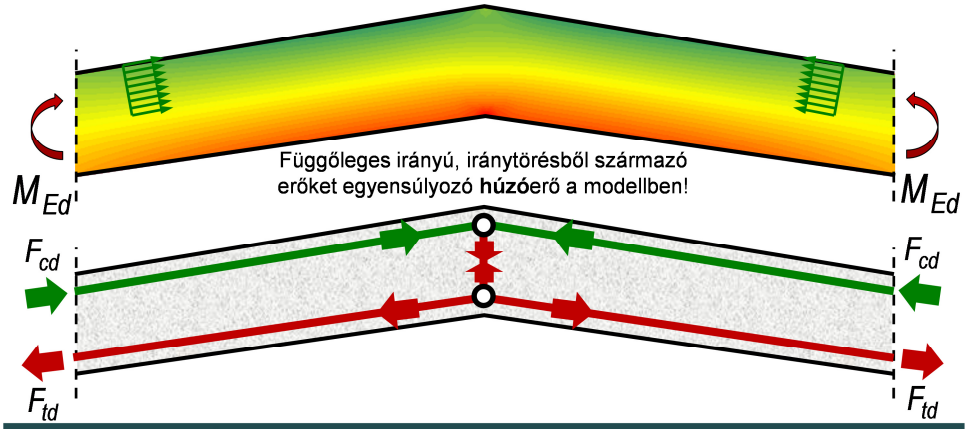


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Force flow of inclination in RC frame nud

Vasbeton keret iránytörési környezetének erőjátéka

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása

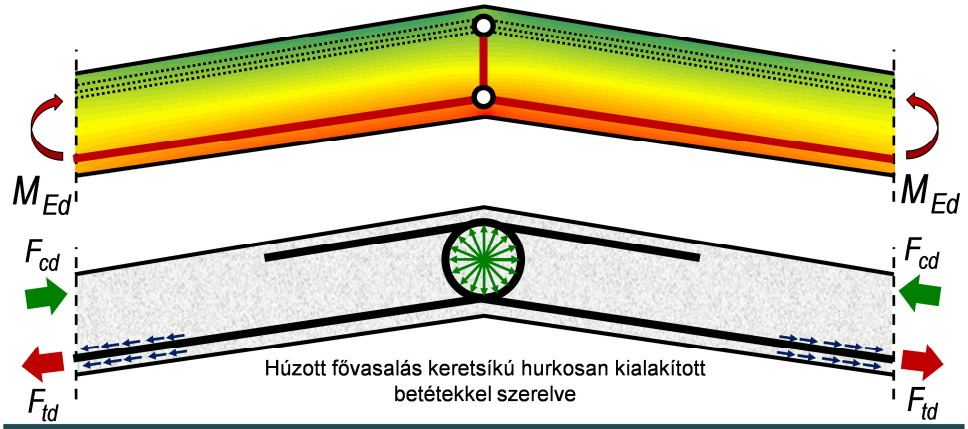


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud I.

Vasbeton keret iránytörési környezetének vasvezetése I.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása

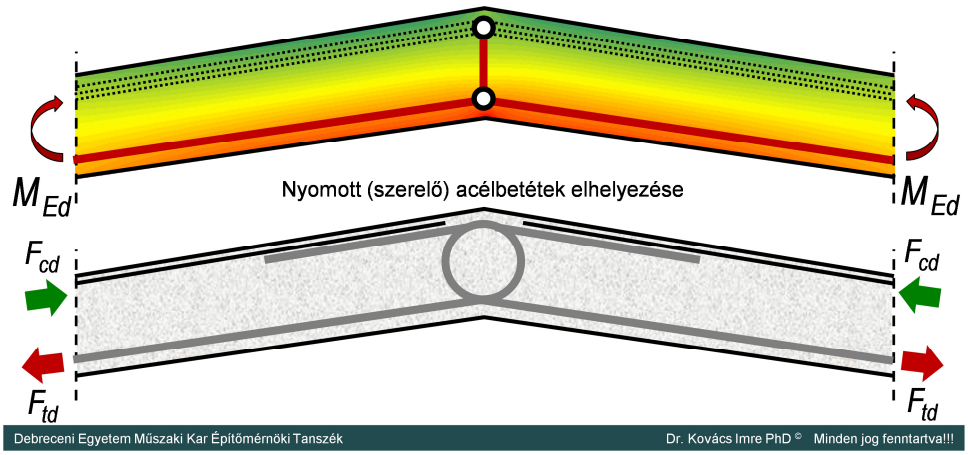


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud I.
Vasbeton keret iránytörési környezetének vasvezetése I.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása

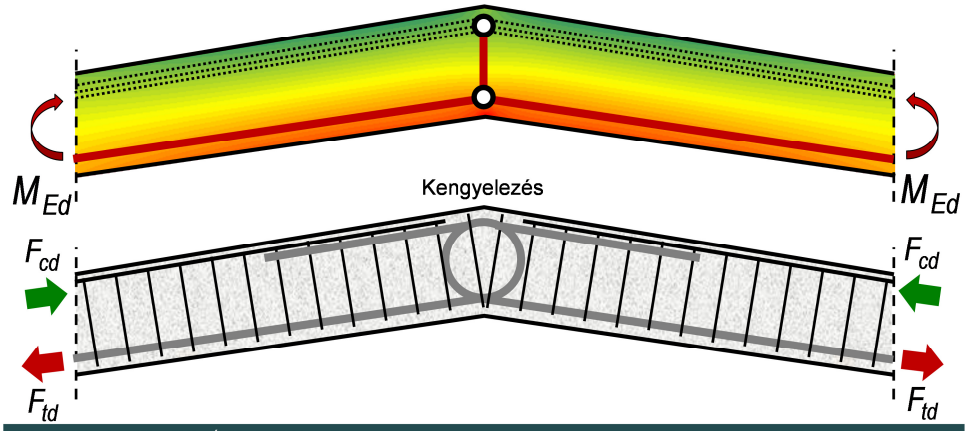


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud I.
Vasbeton keret iránytörési környezetének vasvezetése I.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



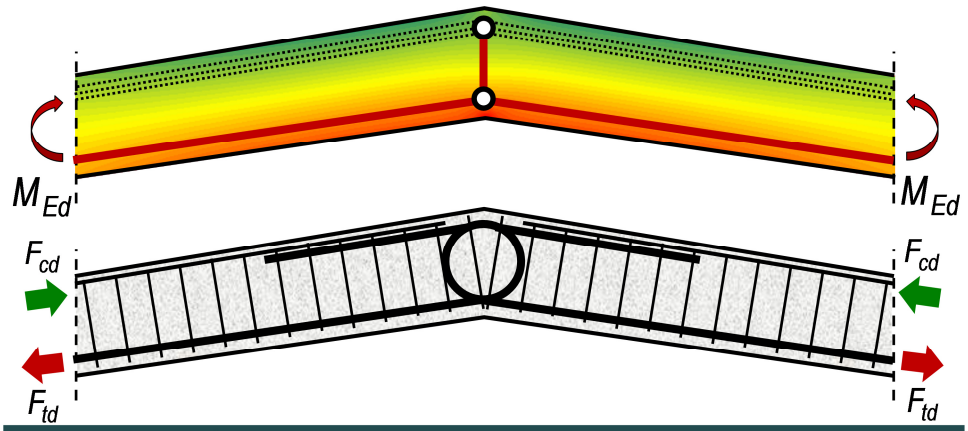
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud I.

Vasbeton keret iránytörési környezetének vasvezetése I.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



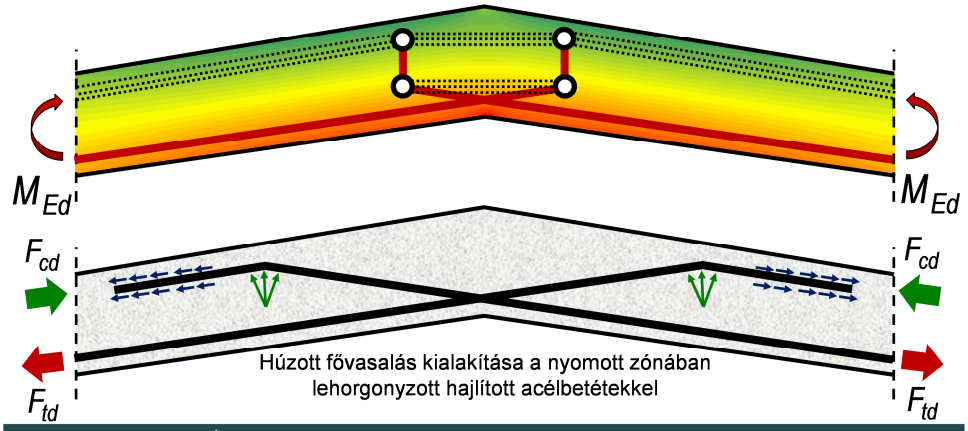
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud II.

Vasbeton keret iránytörési környezetének vasvezetése II.

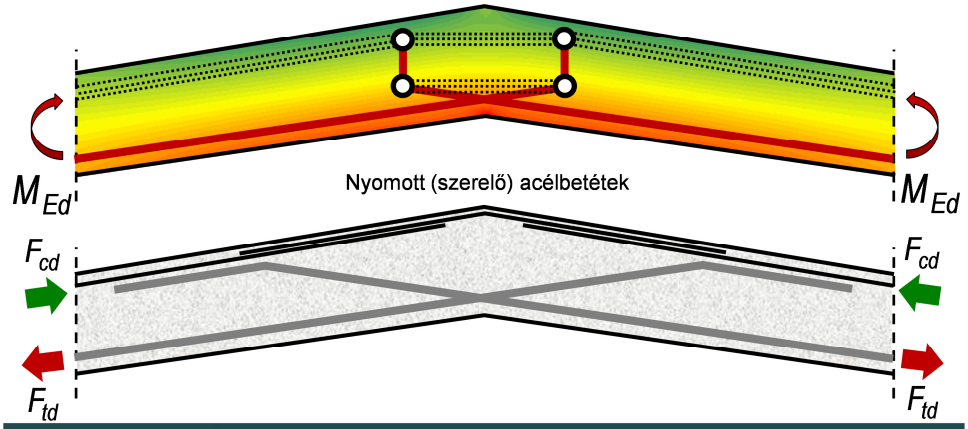
Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud II.
Vasbeton keret iránytörési környezetének vasvezetése II.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása

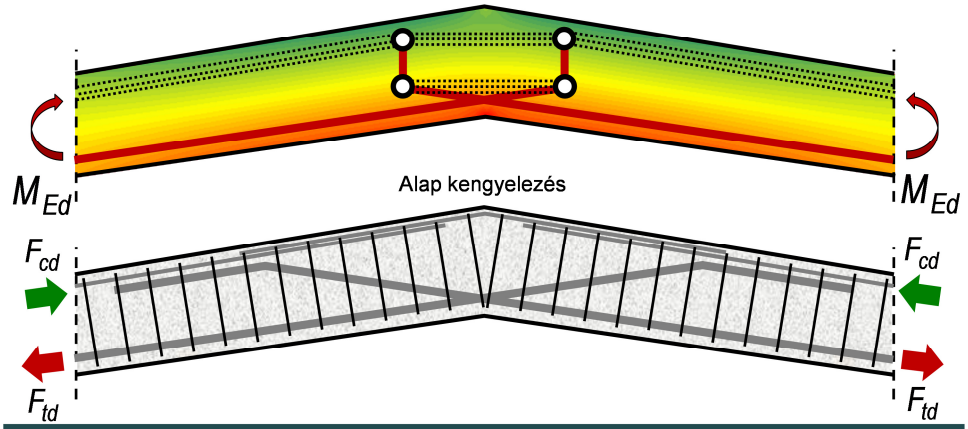


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud II.
Vasbeton keret iránytörési környezetének vasvezetése II.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



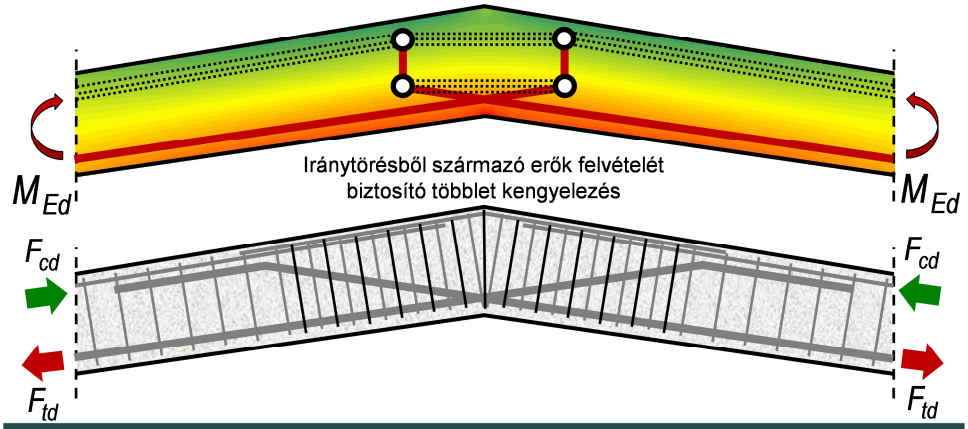
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud II.

Vasbeton keret irántyörési környezetének vasvezetése II.

Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



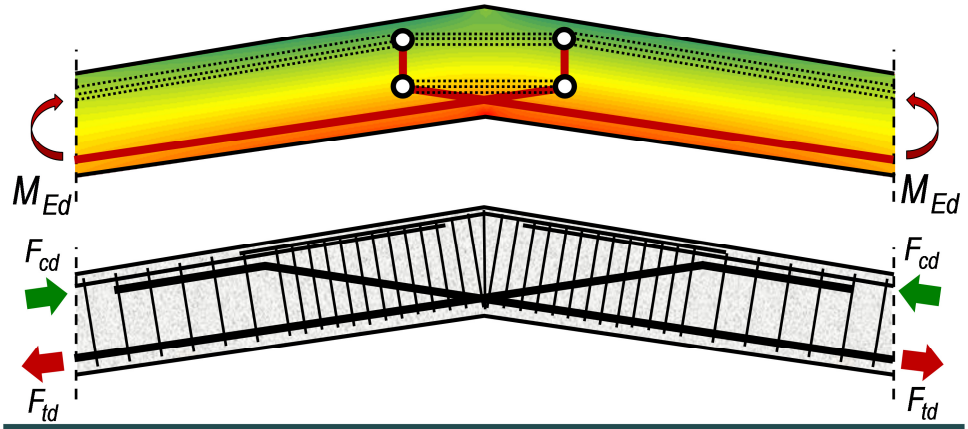
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Reinforcing detail of inclination in RC frame nud II.

Vasbeton keret irántyörési környezetének vasvezetése II.

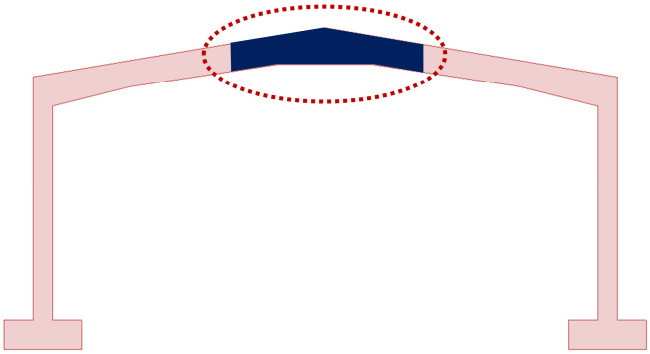
Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Enlarged inclination of RC frame

Vasbeton keret kiékelt iránytörési csomópontja

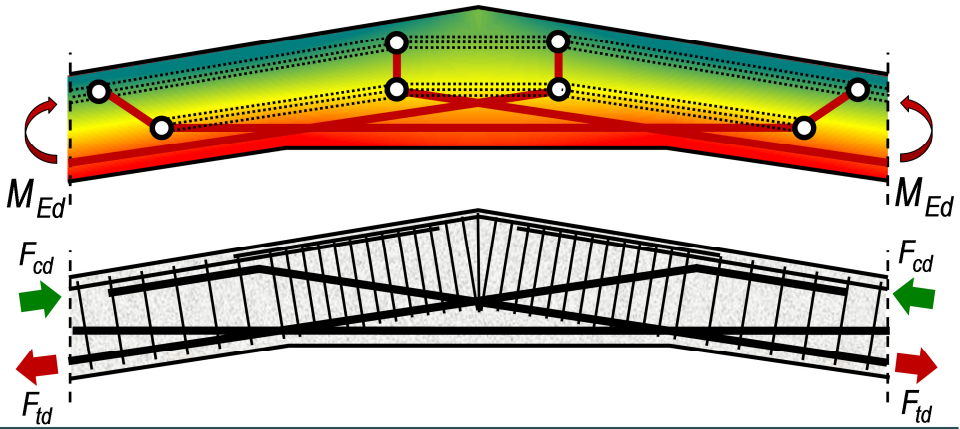


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modell for enlarged inclined RC frame

Vasbeton keret kiékelt iránytörési csomópontjának rácsostartó modellje

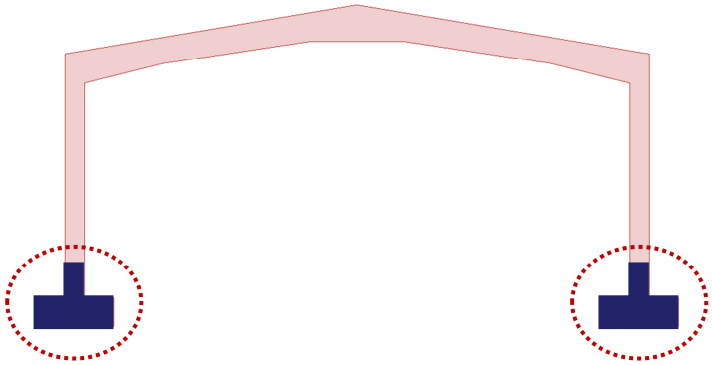
Kiékelt keretsarok rácsostartó modellje és vasalása



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design of RC footing on rock

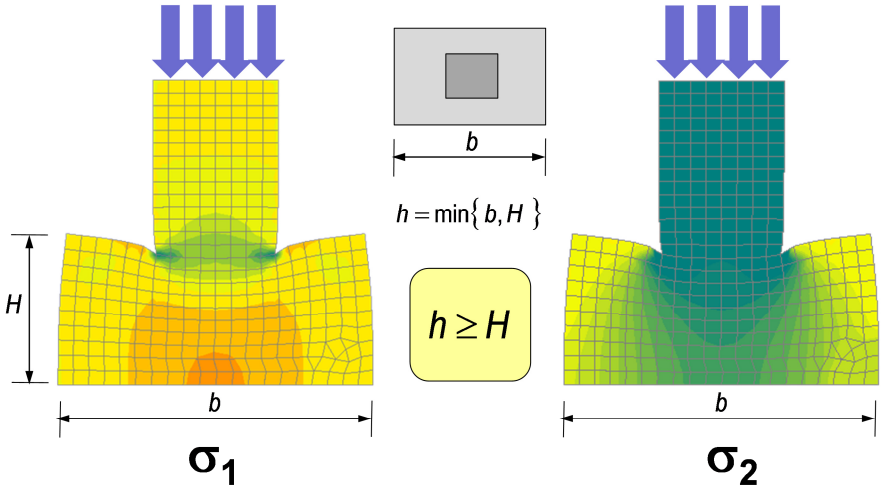
Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

Design of RC footing on rock

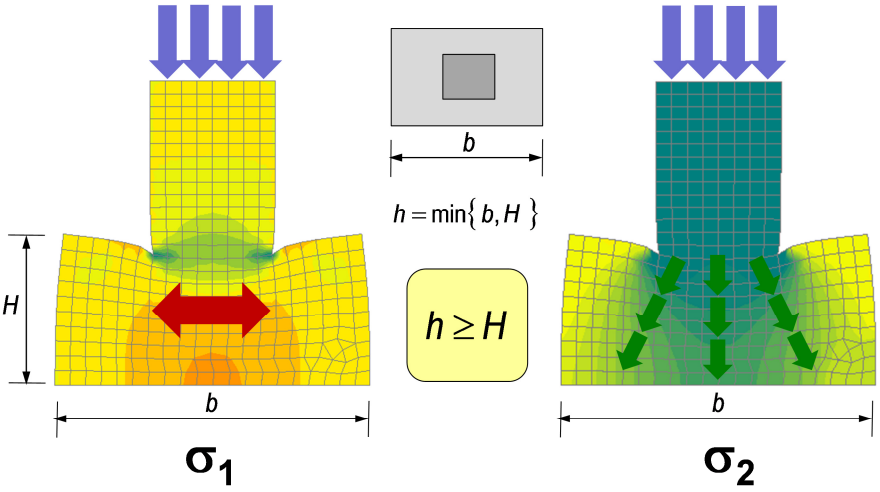
Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design of RC footing on rock

Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése

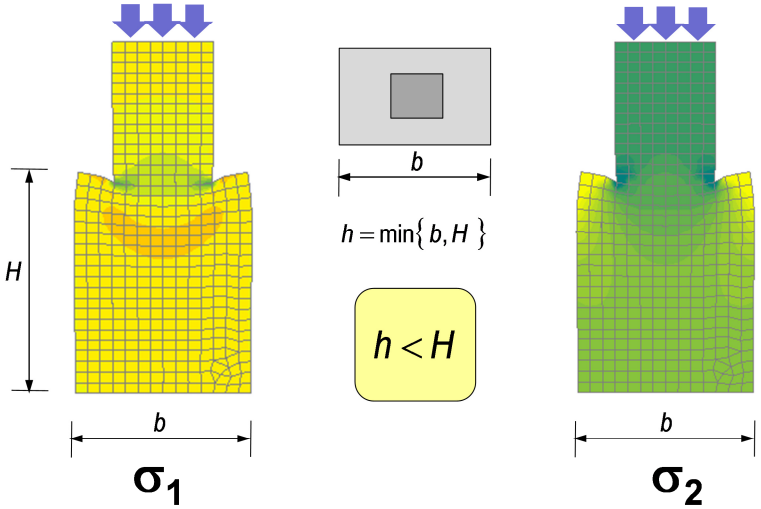


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture VIII. / VIII. Előadás

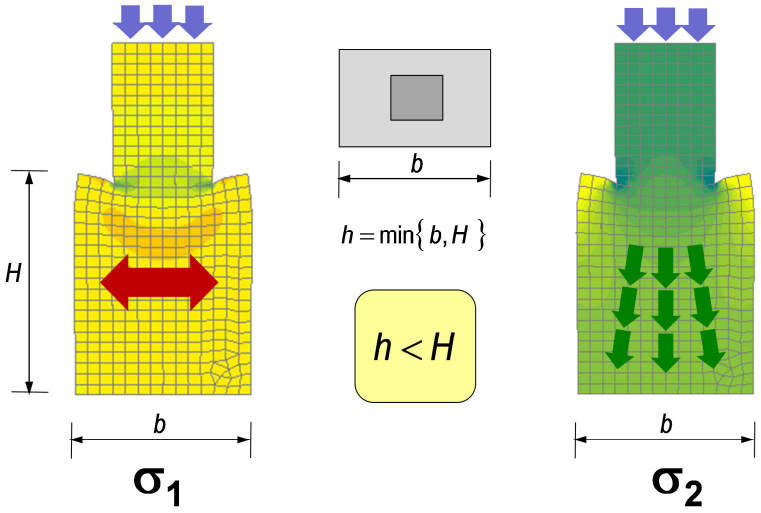
Design of RC footing on rock

Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése



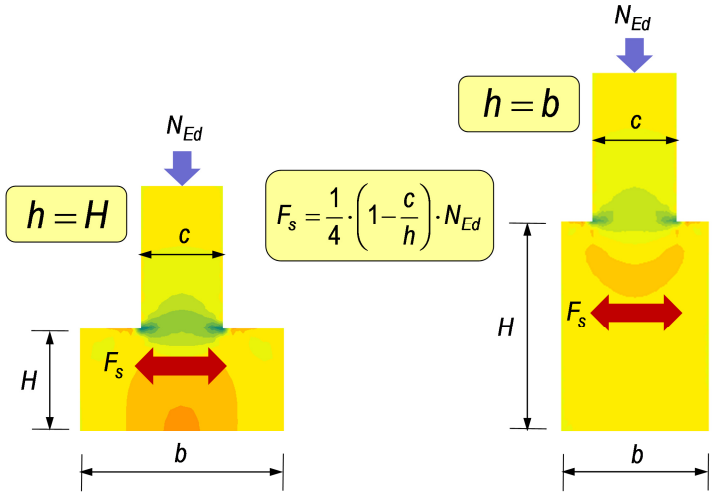
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design of RC footing on rock
Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

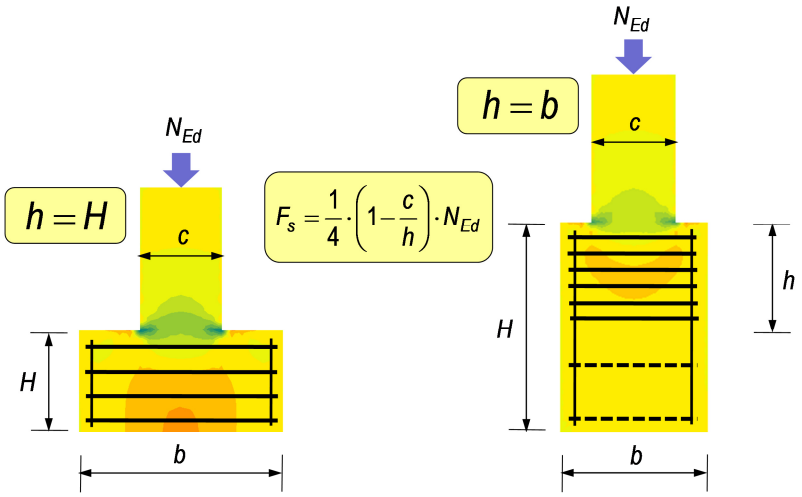
Design of RC footing on rock
Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design of RC footing on rock

Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése

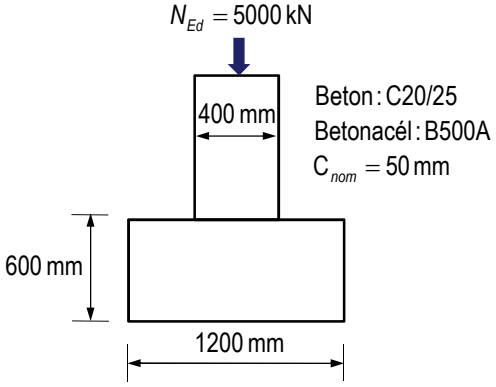


Example 3.: Design of RC footing on rock

3. Példa: Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése

Tervezzük meg a vázolt geometriájú, szikla talajon álló vasbeton alaptest vasalását!

1. Geometriai jellemzők



Beton: C20/25
Betonacél: B500A
$C_{nom} = 50\,\text{mm}$

Az alaptest teljes magassága:

$H = 600\,\text{mm}$

Az alaptest befoglaló mérete:

$b = 1200\,\text{mm}$

A pillér befoglaló mérete:

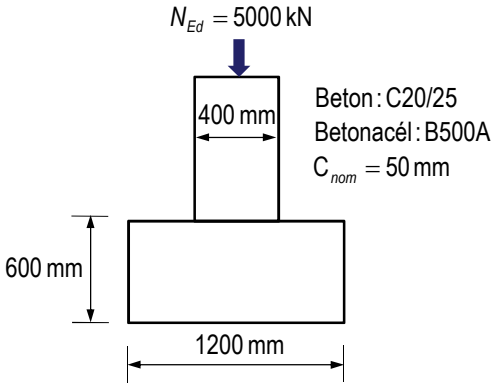
$c = 400\,\text{mm}$

Keresztirányú vasalást igénylő tartomány magassága:

$h = \min(b, H) = \min(1200, 600) = 600\,\text{mm}$

Example 3.: Design of RC footing on rock
3. Példa: Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése

2. Keresztirányú vasalás elhelyezése



Vasalt zóna magassága és a szerkezet magassága azonos:

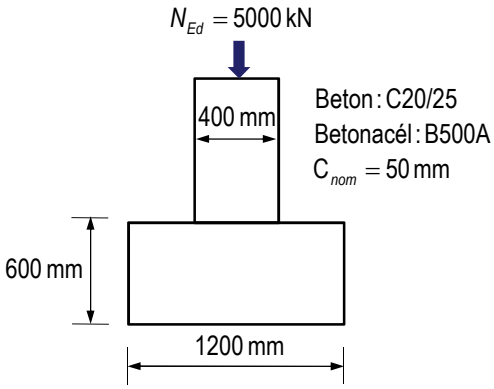
$$h = 600 \text{ mm} \geq H = 600 \text{ mm}$$

Tehát a keresztirányú vasalást az alaptest magassága mentén egyenletesen elosztva kell elhelyezni!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Design of RC footing on rock
3. Példa: Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése

3. Keresztirányú vasalás mennyisége



A keresztirányú húzóerő nagysága:

$$F_s = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{c}{h}\right) \cdot N_{Ed} =$$

$$Fs = \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{400}{600}\right) \cdot 5000 = 417 \text{ kN}$$

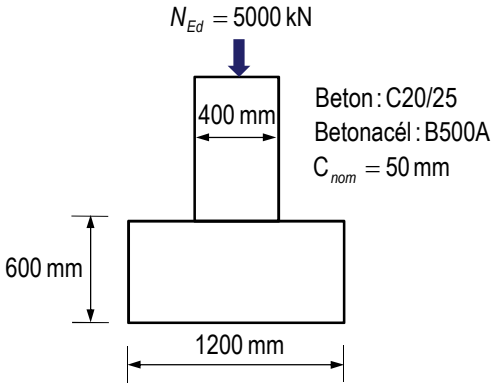
Keresztirányú vasalás mennyisége:

$$A_{s,req} = \frac{F_s}{f_{yd}} = \frac{417 \cdot 10^3}{435} = 959 \text{ mm}^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Design of RC footing on rock
3. Példa: Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése

4. Keresztirányú vasalás kialakítása



Alkalmazott kengyelek átmérője:

$$\varnothing_s = 8 \text{ mm}$$

Szükséges kengyel keresztmetszetek száma:

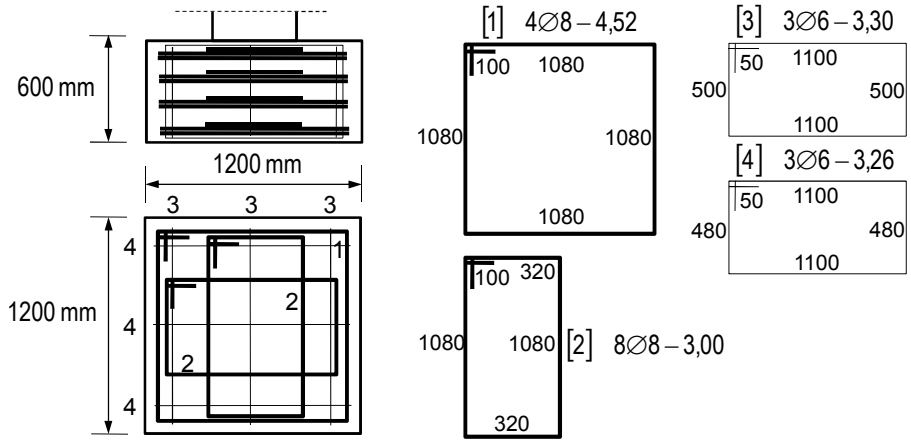
$$n_{\varnothing 8} = \frac{A_{s,req}}{A_{\varnothing 8}} = \frac{959}{50} = 19{,}20 \rightarrow \boxed{20 \text{ db}}$$

Alkalmazzunk tehát 10Ø8 vízszintes helyzetű kengyelt a keresztirányú erők felvételére, a szerkezet magassága mentén egyenletesen kiosztva!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.: Design of RC footing on rock
3. Példa: Szikla talajon fekvő vasbeton alaptest tervezése

5. Vasvezetés, konszignáció



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

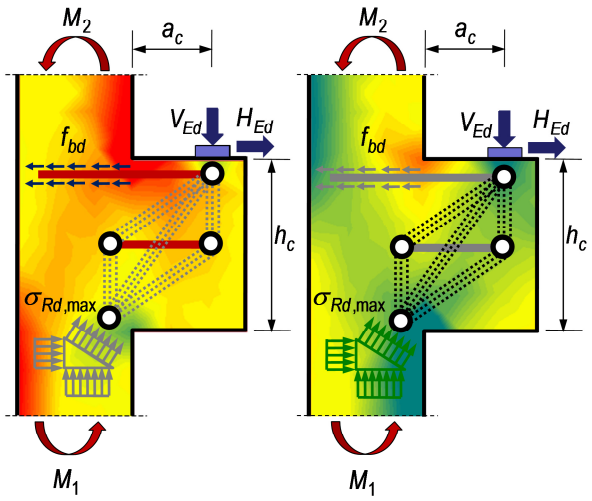
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture VIII. / VIII. Előadás

VIII.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Rúdszerkezetek, keretek csomóponti kialakításai, szerkesztési szabályok II. -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

9. Előadás

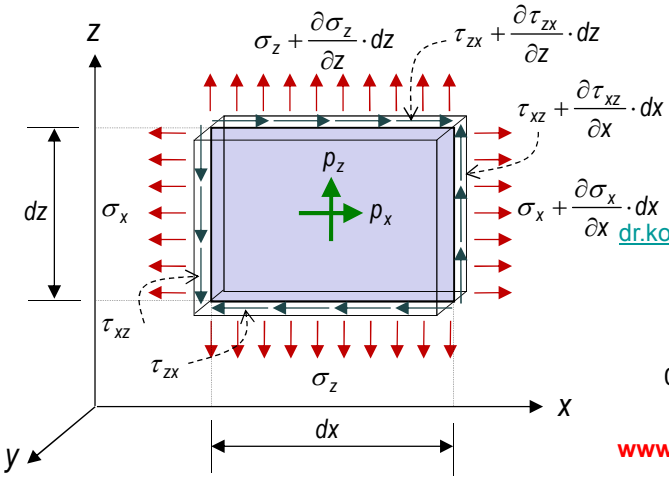
Vasbeton tárcsák

IX.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton tárcsák -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotrop test egyensúlyi egyenletei

feszültségmező:

$\sigma_x(x,y,z)$, $\sigma_y(x,y,z)$, $\sigma_z(x,y,z)$
$\tau_{xy}(x,y,z)$, $\tau_{yz}(x,y,z)$, $\tau_{zx}(x,y,z)$

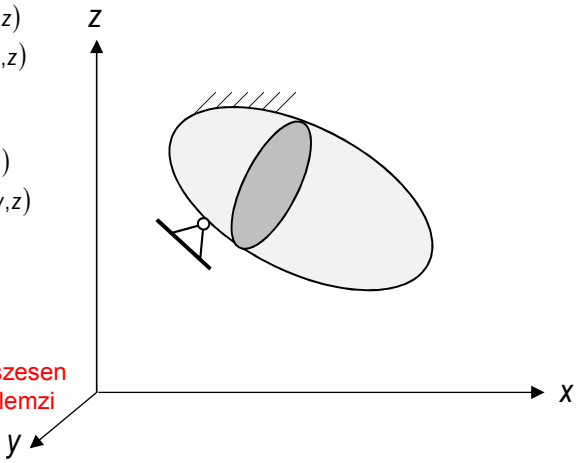
alakváltozásmező:

$\varepsilon_x(x,y,z)$, $\varepsilon_y(x,y,z)$, $\varepsilon_z(x,y,z)$
$\gamma_{xy}(x,y,z)$, $\gamma_{yz}(x,y,z)$, $\gamma_{zx}(x,y,z)$

eltolódásmező:

$u(x,y,z)$, $v(x,y,z)$, $w(x,y,z)$

a test mechanikai állapotát összesen
15 háromváltozós függvény jellemzi



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotrop test egyensúlyi egyenletei

egyensúlyi egyenletek:

$$\sigma_{ij,i} + p_i = 0$$

geometriai egyenletek:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i}\right)$$

anyagegyenletek:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \cdot \left[(1+\nu) \cdot \sigma_{ij} - \nu \cdot \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij}\right]$$

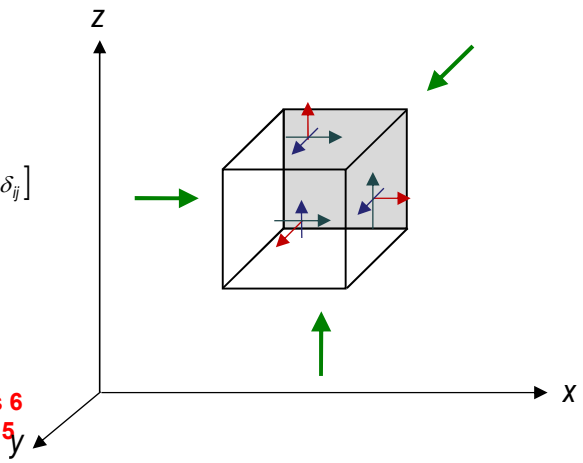
statikai kerületi feltételek:

$$\sigma_{ij} \cdot n_j = q_i \quad S_q - n$$

geometriai kerületi feltételek:

$$u_i = u_{i0} \quad S_u - n$$

A **3** egyensúlyi **6** geometriai és **6** anyagegyenletben összesen **15** ismeretlen van



Rugalmas, izotrop test egyensúlyi egyenletei

A **térfogati erők** (terhek) és a **feszültségek** közötti összefüggés

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + p_x = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + p_y = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + p_z = 0$$

feszültség mátrix — terhek oszlop vektor (térfogat erők vektora)

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} \cdot \nabla + \mathbf{p} = 0$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z}\mathbf{k}$$

nabla vektor elemeit tartalmazó operátor

Rugalmas, izotrop test fizikai (anyag) egyenletei (Hook törvény)

A **feszültségek** és az **alakváltozások** közötti összefüggés

E rugalmassági modulus

G nyírási modulus

ν Poisson-féle harántkontrakciós tényező

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_x - \nu\cdot(\sigma_y+\sigma_z)\right] \qquad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_y - \nu\cdot(\sigma_x+\sigma_z)\right] \qquad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_z - \nu\cdot(\sigma_x+\sigma_y)\right] \qquad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$G = \frac{E}{2\cdot(1+\nu)}$$

alakváltozások oszlop vektora — feszültségek oszlop vektora

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{zx}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zx}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{H}\cdot\boldsymbol{\sigma}$$

hajlékonysági mátrix

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Rugalmas, izotrop test fizikai (anyag) egyenletei (Hook törvény)

A **feszültségek** és az **alakváltozások** közötti összefüggés

$$\sigma_x = \left(\varepsilon_x\cdot\frac{1-\nu}{\nu}+\varepsilon_y+\varepsilon_z\right)\cdot\lambda$$

$$\sigma_y = \left(\varepsilon_x+\varepsilon_y\cdot\frac{1-\nu}{\nu}+\varepsilon_z\right)\cdot\lambda$$

$$\sigma_y = \left(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z\cdot\frac{1-\nu}{\nu}\right)\cdot\lambda$$

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy}\cdot G$$

$$\tau_{yz} = \gamma_{yz}\cdot G$$

$$\tau_{zx} = \gamma_{zx}\cdot G$$

feszültségek oszlop vektora — alakváltozások oszlop vektora

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zx}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0\\ \lambda & \lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & 0 & 0 & 0\\ \lambda & \lambda & \lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{zx}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{H}^{-1}\cdot\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}$$

merevségi mátrix

$$\lambda = \frac{\nu\cdot E}{(1+\nu)\cdot(1-2\cdot\nu)}$$

Lamé-féle állandó

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotrop test geometriai (kompatibilitási) egyenletei

Az **alakváltozások** és az **eltolódások** közötti összefüggés

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \rightarrow \partial y \partial z \rightarrow \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} \rightarrow 2 \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \rightarrow \partial x \partial z \rightarrow \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y \partial z} \rightarrow 2 \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \rightarrow \partial x \partial y \rightarrow \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y \partial z} \rightarrow 2 \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \rightarrow \partial x \partial y \rightarrow \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \rightarrow \partial y \partial z \rightarrow \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial z^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \rightarrow \partial z \partial x \rightarrow \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial z^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial z}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotróp rúdelem – lineáris feszültségállapot

$$\sigma_x = \sigma$$

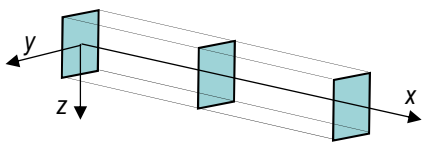
$$\sigma_y = \sigma_z = 0$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy} = 0 \ , \ \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0 \ , \ \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$$

$$\varepsilon_x = \varepsilon$$

$$p_x = p$$

$$p_z = p_y = 0$$



$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy} = 0 \ , \ \gamma_{zy} = \gamma_{yz} = 0 \ , \ \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = 0$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotróp rúdelem – lineáris feszültségállapot

skalár normál-feszültség

skalár térfogati erő

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}+p_x=0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}+p_y=0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+p_z=0$$

$$\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\partial}{\partial y}\\ \frac{\partial}{\partial z}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}p_x\\ p_y\\ p_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+p_x=0$$

skalár egyenlet
(két erő egyensúlya)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotróp rúdelem – lineáris feszültségállapot

skalár fajlagos alakváltozás

skalár normál-feszültség

E rugalmassági modulus

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_x-\nu\cdot\left(\sigma_y+\sigma_z\right)\right] \qquad \gamma_{xy}=\frac{\tau_{xy}}{G}$$

$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_y-\nu\cdot\left(\sigma_x+\sigma_z\right)\right] \qquad \gamma_{yz}=\frac{\tau_{yz}}{G}$$

$$\varepsilon_z=\frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_z-\nu\cdot\left(\sigma_x+\sigma_y\right)\right] \qquad \gamma_{xz}=\frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{zx}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zx}\end{bmatrix}$$

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}\rightarrow\varepsilon=\frac{\sigma}{E}$$

a hajlékonysági mátrix a skalár rugalmassági modulus reciprokára degradálódik

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotróp rúdelem – lineáris feszültségállapot

E rugalmassági modulus

skalár normál-feszültség

skalár fajlagos alakváltozás

$$\sigma_x = \left(\varepsilon_x \cdot \frac{1-\nu}{\nu} + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) \cdot \lambda$$

$$\sigma_y = \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y \cdot \frac{1-\nu}{\nu} + \varepsilon_z\right) \cdot \lambda$$

$$\sigma_y = \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \cdot \frac{1-\nu}{\nu}\right) \cdot \lambda$$

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy} \cdot G$$

$$\tau_{yz} = \gamma_{yz} \cdot G$$

$$\tau_{zx} = \gamma_{zx} \cdot G$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \rightarrow \sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\lim_{\nu \to 0} \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)\cdot(1-2\cdot\nu)} \cdot \frac{1-\nu}{\nu} \rightarrow E$$

a merevségi mátrix a skalár rugalmassági modulusra degradálódik

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Rugalmas, izotróp rúdelem – lineáris feszültségállapot

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \rightarrow \partial y \partial z \rightarrow \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} \rightarrow 2 \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \rightarrow \partial x \partial z \rightarrow \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y \partial z} \rightarrow 2 \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \rightarrow \partial x \partial y \rightarrow \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y \partial z} \rightarrow 2 \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial z}\left(-\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \rightarrow \partial x \partial y \rightarrow \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \rightarrow \partial y \partial z \rightarrow \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} = \frac{\partial^3 v}{\partial y \partial z^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial y^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2}\cdot\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2}$$

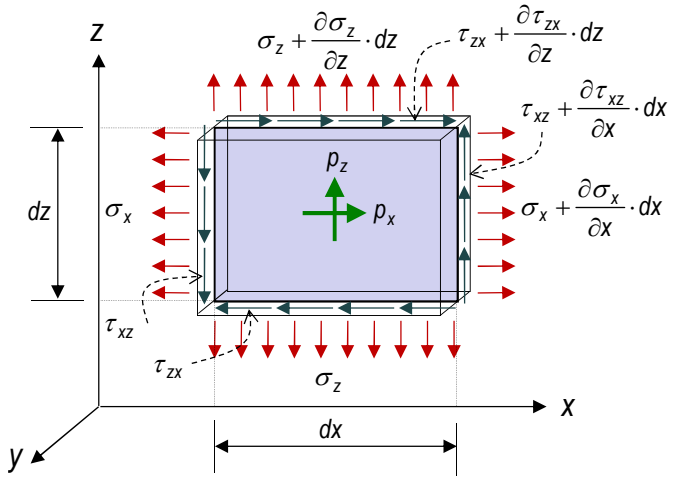
$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \rightarrow \partial z \partial x \rightarrow \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial z^2} + \frac{\partial^3 w}{\partial z \partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial z^2}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\cdot\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2}$$

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \rightarrow \varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

skalár fajlagos alakváltozás, megnyúlás

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – egyensúlyi egyenlet



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

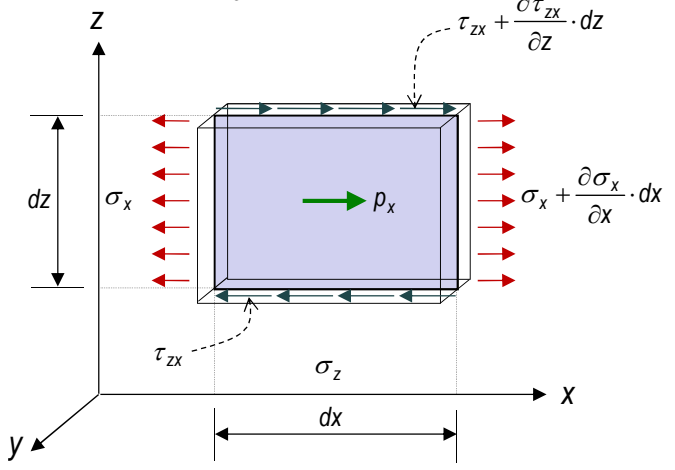
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – egyensúlyi egyenlet

$$\sigma_x \cdot dz \cdot h + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dz \cdot h - \sigma_x \cdot dz \cdot h + \tau_{zx} \cdot dx \cdot h + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \cdot dz \cdot dx \cdot h - \tau_{zx} \cdot dx \cdot h + p_x \cdot dx \cdot dz \cdot h = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + p_x = 0$$

x irányú egyensúlyi kijelentés



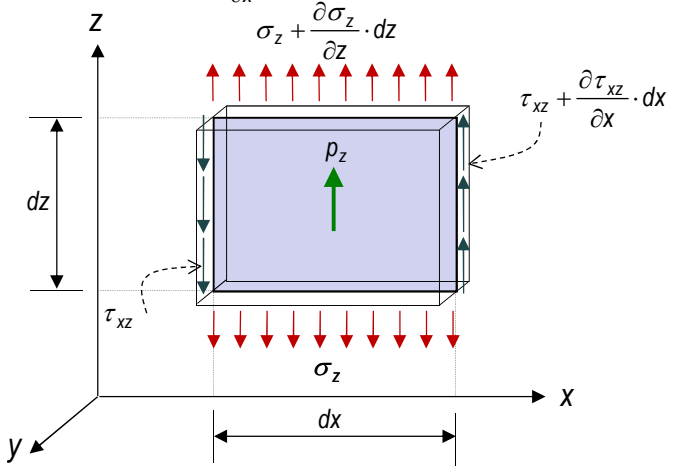
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – egyensúlyi egyenlet

$$\sigma_z \cdot dx \cdot h + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} \cdot dz \cdot dx \cdot h - \sigma_z \cdot dx \cdot h + \tau_{xz} \cdot dz \cdot h + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \cdot dx \cdot dz \cdot h - \tau_{xz} \cdot dz \cdot h + p_z \cdot dx \cdot dz \cdot h = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + p_z = 0$$

z irányú egyensúlyi kijelentés



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

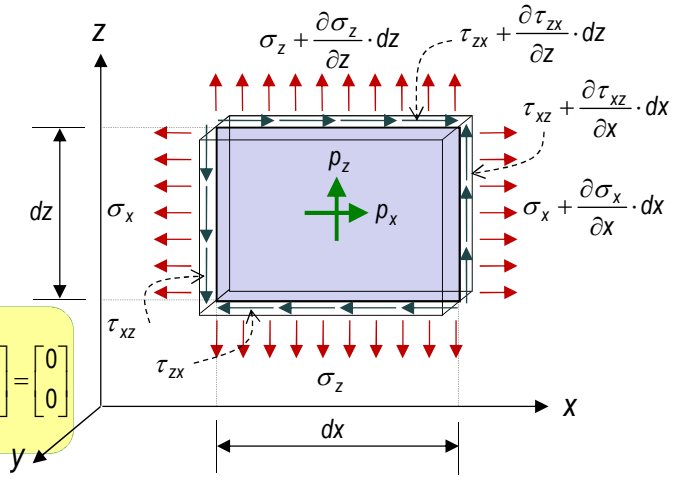
Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – egyensúlyi egyenlet

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + p_x = 0$$
$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + p_z = 0$$

rugalmas izotrop tárcsa egyensúlyi egyenletei

mátrixos alak:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_x \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – egyensúlyi egyenlet

feszültség mátrix

térfogati erő vektora

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}+p_x=0$$
$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}+p_y=0$$
$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+p_z=0$$

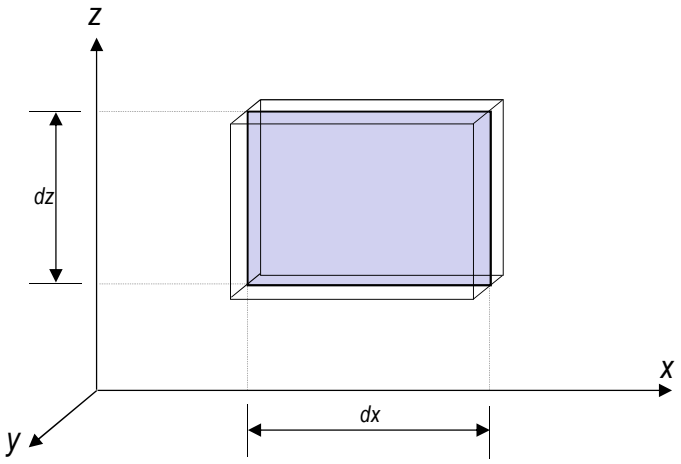
$$\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\partial}{\partial y}\\ \frac{\partial}{\partial z}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}p_x\\ p_y\\ p_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}+p_x=0$$
$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+p_z=0$$

$$\begin{bmatrix}\sigma_x & \tau_{xz}\\ \tau_{zx} & \sigma_z\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\\ \frac{\partial}{\partial z}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}p_x\\ p_z\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}$$

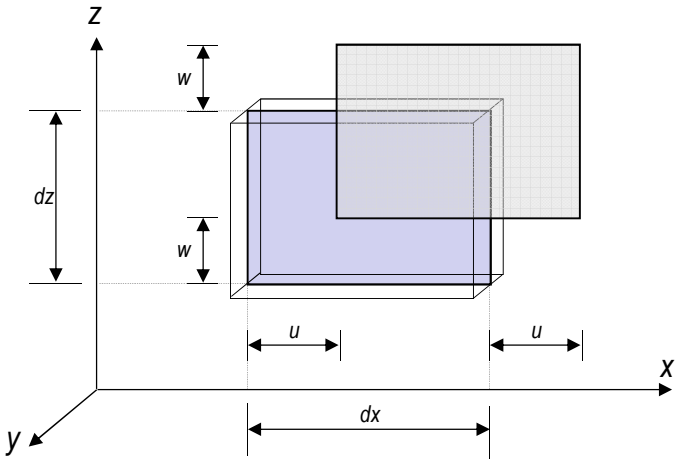
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet

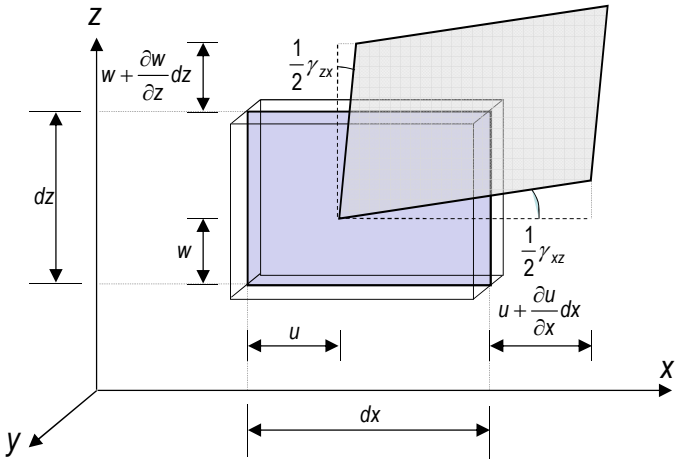


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

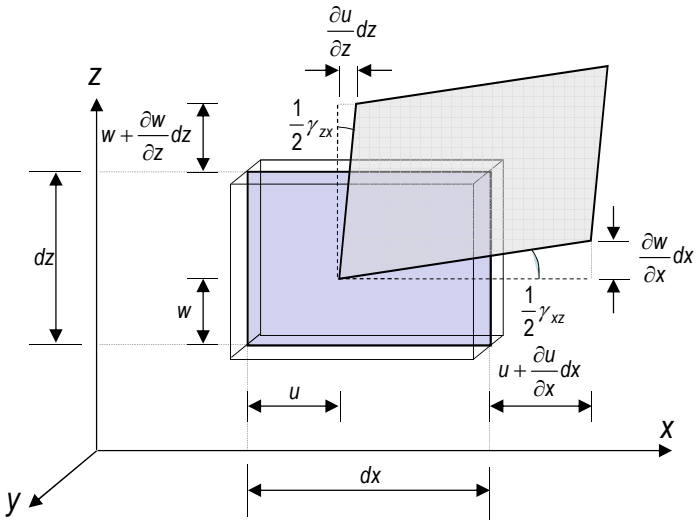
Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet



Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet



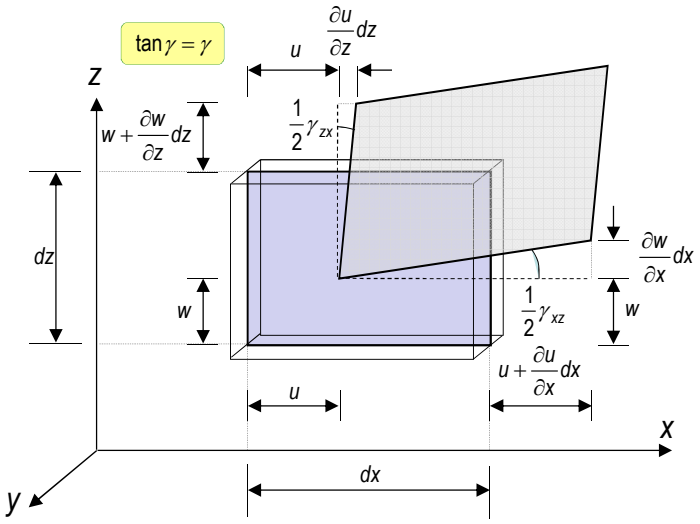
Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet



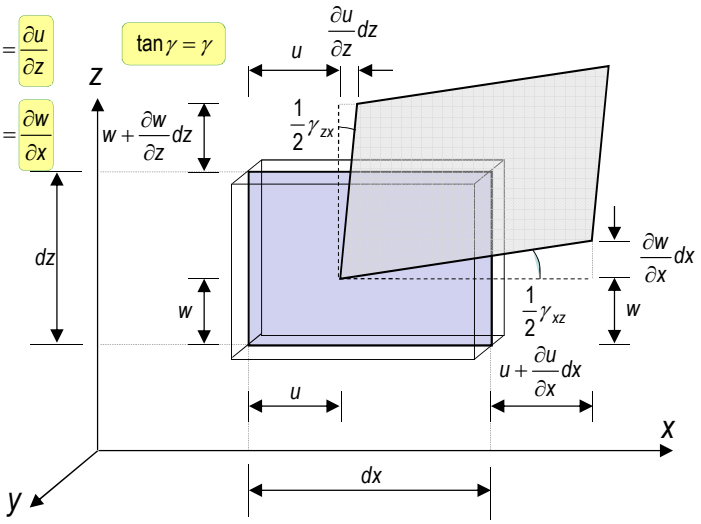
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet

$$\tan\frac{1}{2}\gamma_{zx}=\frac{1}{2}\gamma_{zx}=\frac{\frac{\partial u}{\partial z}dz}{dz}=\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\tan\frac{1}{2}\gamma_{xz}=\frac{1}{2}\gamma_{xz}=\frac{\frac{\partial w}{\partial x}dx}{dx}=\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\tan\gamma=\gamma$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet

$$\tan\frac{1}{2}\gamma_{zx}=\frac{1}{2}\gamma_{zx}=\frac{\frac{\partial u}{\partial z}dz}{dz}=\frac{\partial u}{\partial z}$$

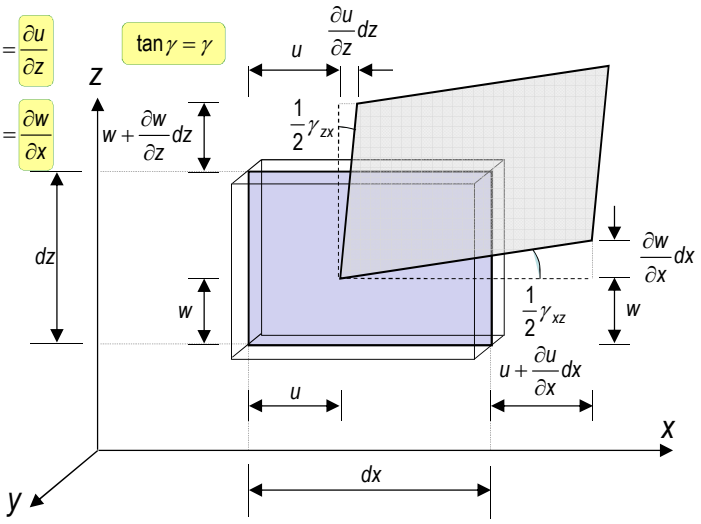
$$\tan\frac{1}{2}\gamma_{xz}=\frac{1}{2}\gamma_{xz}=\frac{\frac{\partial w}{\partial x}dx}{dx}=\frac{\partial w}{\partial x}$$

$$\tan\gamma=\gamma$$

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{zx}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}$$



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feladat, rugalmas, izotrop tárcsa – geometriai egyenlet

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \rightarrow \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \rightarrow \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \rightarrow \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \rightarrow \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \rightarrow \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

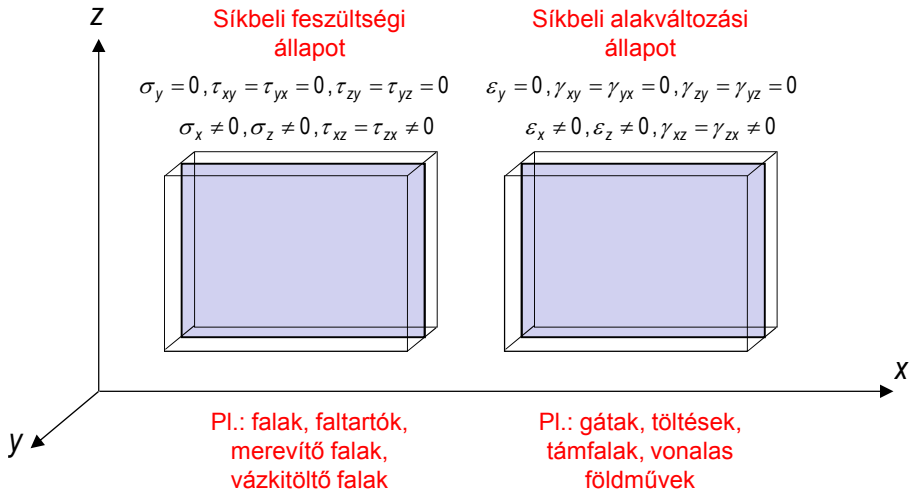
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \rightarrow \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \rightarrow \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \rightarrow \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \rightarrow \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségi állapot - Síkbeli alakváltozási állapot



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségi állapot, rugalmas, izotrop tárcsa – anyagegyenlet, Hook törvény

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_x - \nu\cdot\left(\sigma_z + \cancel{\sigma_y}\right)\right] \qquad \gamma_{xy} = \frac{\cancel{\tau_{xy}}}{G}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\cdot\left[\cancel{\sigma_y} - \nu\cdot\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] \qquad \gamma_{yz} = \frac{\cancel{\tau_{yz}}}{G}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_z - \nu\cdot\left(\sigma_x + \cancel{\sigma_y}\right)\right] \qquad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\sigma_y = 0\ ,\ \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_x - \nu\cdot\sigma_z\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_z - \nu\cdot\sigma_x\right]$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

anyag egyenletek Hook törvény

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{zx}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0\\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \cancel{\sigma_y}\\ \sigma_z\\ \cancel{\tau_{xy}}\\ \cancel{\tau_{yz}}\\ \tau_{zx}\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{zx}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0\\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_z\\ \tau_{zx}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{H}\cdot\boldsymbol{\sigma}$$

hajlékonysági mátrix

Síkbeli feszültségi állapot, rugalmas, izotrop tárcsa – anyagegyenlet, Hook törvény

$$\sigma_y = 0\ ,\ \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_x - \nu\cdot\sigma_z\right] \qquad \gamma_{xy} = 0$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu}{E}\cdot\left[\sigma_x + \nu\cdot\sigma_z\right] \qquad \gamma_{yx} = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\cdot\left[\sigma_z - \nu\cdot\sigma_x\right] \qquad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu}{1-\nu}\cdot\left(\varepsilon_x + \varepsilon_z\right)$$

a síkbeli feszültségi állapot általában térbeli alakváltozási állapot

Síkbeli feszültségi állapot, rugalmas, izotrop tárcsa – anyagegyenlet, Hook törvény

$$\sigma_x = \left(\varepsilon_x \cdot \frac{1-\nu}{\nu} + \varepsilon_y + \varepsilon_z\right) \cdot \lambda \qquad \tau_{xy} = \gamma_{xy} \cdot G$$

$$\sigma_y = \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y \cdot \frac{1-\nu}{\nu} + \varepsilon_z\right) \cdot \lambda \qquad \tau_{yz} = \gamma_{yz} \cdot G$$

$$\sigma_z = \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \cdot \frac{1-\nu}{\nu}\right) \cdot \lambda \qquad \tau_{zx} = \gamma_{zx} \cdot G$$

$$\sigma_y = 0 \;,\; \tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

$$\sigma_x = \left(\varepsilon_x + \varepsilon_z \cdot \nu\right) \cdot \frac{E}{1-\nu^2}$$

$$\sigma_z = \left(\varepsilon_x \cdot \nu + \varepsilon_z\right) \cdot \frac{E}{1-\nu^2}$$

$$\tau_{zx} = \gamma_{zx} \cdot G$$

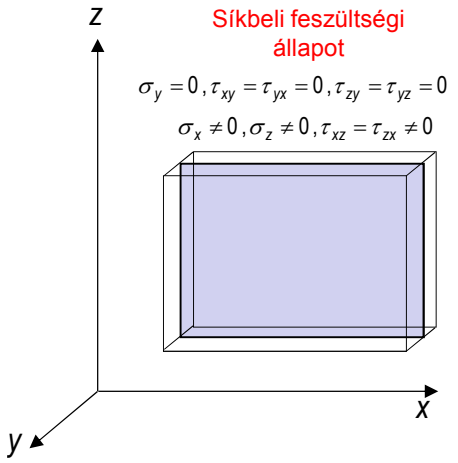
$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{H}^{-1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}$$

anyag egyenletek Hook törvény

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu \cdot E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu \cdot E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}$$

merevségi mátrix

Síkbeli feszültségi állapot - Airy-féle feszültségfüggvény



Síkbeli feszültségi állapot

$$\sigma_y = 0, \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0, \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_x \neq 0, \sigma_z \neq 0, \tau_{xz} = \tau_{zx} \neq 0$$

egyensúlyi egyenletek:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

geometriai egyenletek:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \qquad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

anyag egyenletek:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_x - \nu \cdot \sigma_z\right] \qquad \varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_z - \nu \cdot \sigma_x\right]$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

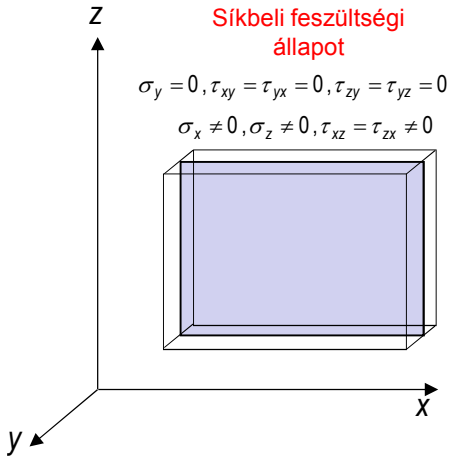
a **8** egyenletben **8** kétváltozós függvény az ismeretlen:

$$\sigma_x(x,z) \;,\; \sigma_z(x,z) \;,\; \tau_{zx}(x,z)$$

$$\varepsilon_x(x,z) \;,\; \varepsilon_z(x,z) \;,\; \gamma_{zx}(x,z)$$

$$u(x,z) \;,\; w(x,z)$$

Síkbeli feszültségi állapot - Airy-féle feszültségfüggvény



Síkbeli feszültségi állapot

$$\sigma_y = 0, \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0, \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_x \neq 0, \sigma_z \neq 0, \tau_{xz} = \tau_{zx} \neq 0$$

Felhasználva a kompatibilitási egyenlet **megfelelő** sorát:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} = \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2}$$

behelyettesítve az anyagegyenleteket

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_x - \nu\cdot\sigma_z], \varepsilon_z = \frac{1}{E}\cdot[\sigma_z - \nu\cdot\sigma_x], \gamma_{xz} = \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

és a ***G*** nyírási modulusra vonatkozó összefüggést:

$$G = \frac{E}{2\cdot(1+\nu)}$$

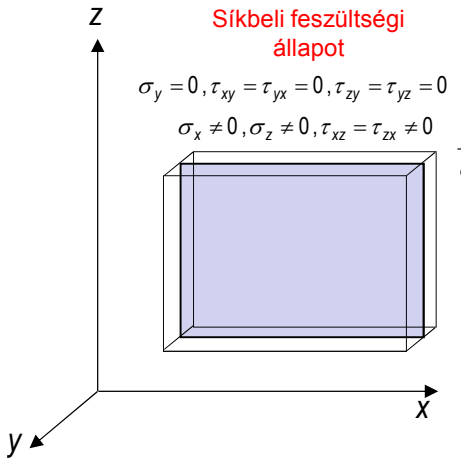
eredményt kapjuk:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\sigma_x - \nu\cdot\sigma_z) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_z - \nu\cdot\sigma_x) = 2\cdot(1+\nu)\cdot\frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x \partial z}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli feszültségi állapot - Airy-féle feszültségfüggvény



Síkbeli feszültségi állapot

$$\sigma_y = 0, \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0, \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_x \neq 0, \sigma_z \neq 0, \tau_{xz} = \tau_{zx} \neq 0$$

a kapott függvény valamint az egyensúlyi egyenletek olyan differenciál egyenlet rendszert alkotnak, melyekben csak a feszültség függvények az ismeretlenek:

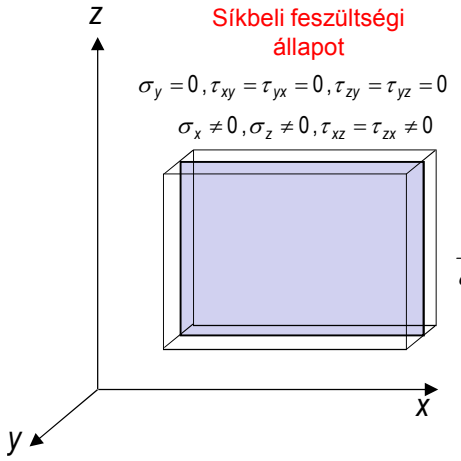
$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\sigma_x - \nu\cdot\sigma_z) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_z - \nu\cdot\sigma_x) = 2\cdot(1+\nu)\cdot\frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x \partial z}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + p_x = 0 \qquad \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + p_z = 0$$

a fenti **3** egyenlet **3** ismeretlent tartalmaz így megoldható

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségi állapot - Airy-féle feszültségfüggvény



Síkbeli feszültségi állapot

$$\sigma_y = 0, \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0, \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_x \neq 0, \sigma_z \neq 0, \tau_{xz} = \tau_{zx} \neq 0$$

a feladatra Airy olyan megoldást javasolt melyben a **3** ismeretlen helyett **1** ismeretlen függvény meghatározása a feladat, ehhez definiálta az ***F***(*x*,*z*) un. feszültségfüggvényt, melyre teljesül, hogy:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \quad \sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad \tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x}$$

behelyettesítve ezeket a

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\sigma_x - \nu \cdot \sigma_z) + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_z - \nu \cdot \sigma_x) = 2 \cdot (1+\nu) \cdot \frac{\partial^2 \tau_{xz}}{\partial x \partial z}$$

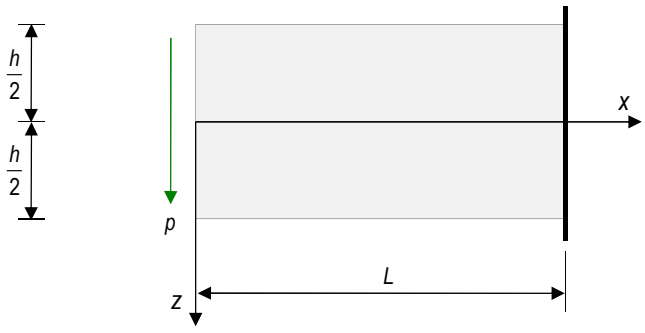
függvénybe, a megoldás

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial z^4} = 0$$

$$\Delta\Delta F = 0$$

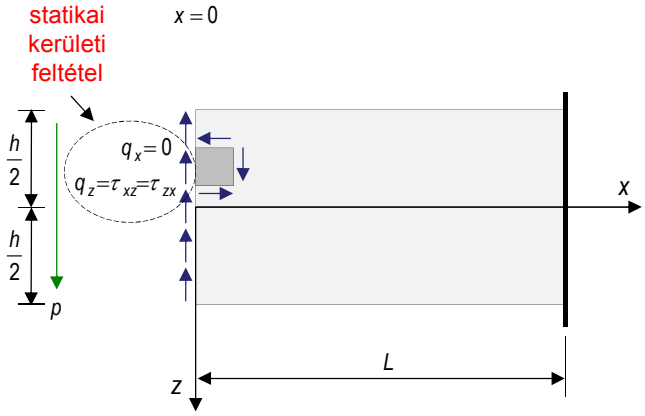
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

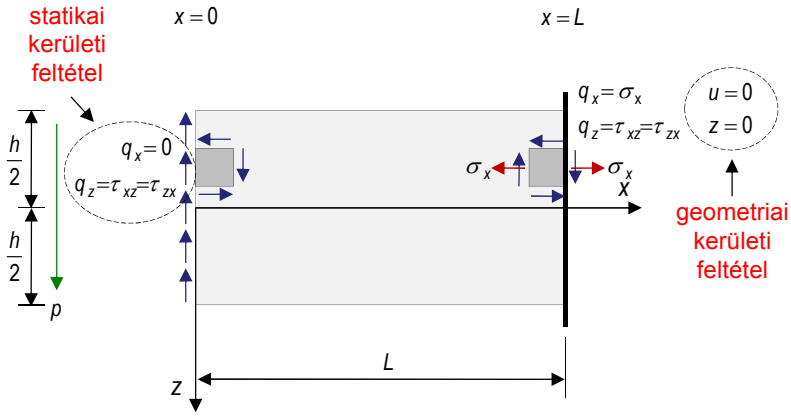
1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

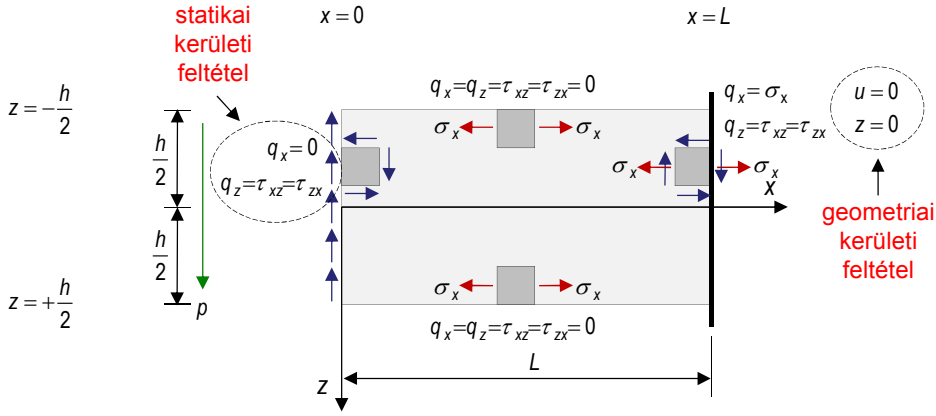
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

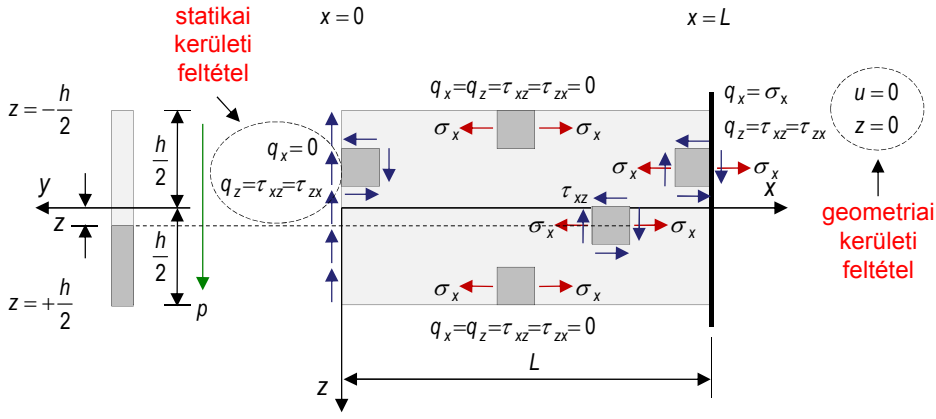
1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

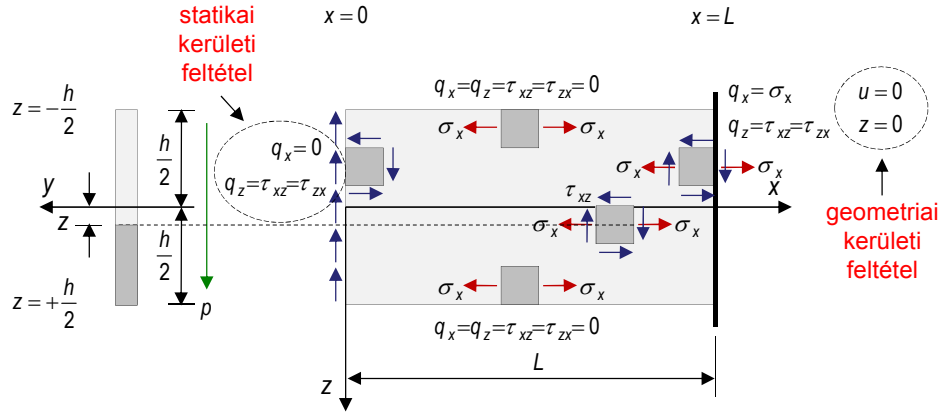
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



vegyük fel a feszültségfüggvényt: $F = \frac{1}{6} \cdot C \cdot x \cdot z^3 + B \cdot x \cdot z$ alakúra

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a feszültségfüggvény alakja: $F = \frac{1}{6} \cdot C \cdot x \cdot z^3 + B \cdot x \cdot z$

a feszültségek:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B$$

a kerületi feltételek kielégítésének ellenőrzése:

$x = 0 \quad q_x = \sigma_x = 0 \rightarrow \sigma_{x,x=0} = C \cdot x \cdot z = 0$ ✓

$z = \pm\frac{h}{2}$

$q_z = \sigma_z = 0 \rightarrow \sigma_{z,z=\pm\frac{h}{2}} = 0$ ✓

$q_x = \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0 \rightarrow \tau_{xz,y=\pm\frac{h}{2}} = -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B = 0 \rightarrow C = -\frac{8}{h^2} \cdot B$

C konstans megvan

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a kerületi feltételek alapján meghatározott konstans ***C***-ét visszahelyettesítve a feszültségek függvényeibe:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{8}{h^2} \cdot B \cdot x \cdot z$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B \rightarrow \tau_{xz} = \frac{4}{h^2} \cdot B \cdot z^2 - B = B \cdot \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right)$$

B **konstanst kell meg-határozni**

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a kerületi feltételek alapján meghatározott konstans ***C***-ét visszahelyettesítve a feszültségek függvényeibe:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{8}{h^2} \cdot B \cdot x \cdot z$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B \rightarrow \tau_{xz} = \frac{4}{h^2} \cdot B \cdot z^2 - B = B \cdot \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right)$$

B **konstanst kell meg-határozni**

a kerületi feltételek kielégítésének ellenőrzése:

$$P = -\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} q_z \cdot dz = -\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{yx} \cdot dz$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a kerületi feltételek alapján meghatározott konstans ***C***-ét visszahelyettesítve a feszültségek függvényeibe:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{8}{h^2} \cdot B \cdot x \cdot z$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B \rightarrow \tau_{xz} = \frac{4}{h^2} \cdot B \cdot z^2 - B = B \cdot \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right)$$

B **konstanst kell meg-határozni**

a kerületi feltételek kielégítésének ellenőrzése:

$$P = -\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} q_z \cdot dz = -\int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \tau_{yx} \cdot dz = -B \cdot \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right) \cdot dz$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a kerületi feltételek alapján meghatározott konstans ***C***-ét visszahelyettesítve a feszültségek függvényeibe:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{8}{h^2} \cdot B \cdot x \cdot z$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B \rightarrow \tau_{xz} = \frac{4}{h^2} \cdot B \cdot z^2 - B = B \cdot \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right)$$

B **konstanst megvan!**

a kerületi feltételek kielégítésének ellenőrzése:

$$P = -B \cdot \left(\left[\frac{4}{3} \cdot \frac{z^3}{h^2} - z \right]_{z=\frac{h}{2}} - \left[\frac{4}{3} \cdot \frac{z^3}{h^2} - z \right]_{z=-\frac{h}{2}} \right) = -B \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{h^3}{8}}{h^2} - \frac{h}{2} + \frac{4}{3} \cdot \frac{\frac{h^3}{8}}{h^2} - \frac{h}{2} \right) = B \cdot \frac{2}{3} \cdot h \rightarrow B = \frac{3}{2} \cdot P$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a kerületi feltételek alapján meghatározott konstans ***B***-ét visszahelyettesítve a feszültségek függvényeibe:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{8}{h^2} \cdot B \cdot x \cdot z = -\frac{8}{h^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{h} \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot x \cdot z$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0 \rightarrow \sigma_z = 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B \rightarrow \tau_{xz} = \frac{4}{h^2} \cdot B \cdot z^2 - B = B \cdot \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right) =$$

$$\tau_{xz} = -P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{h}{2} \right)^2 - z^2 \right)$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a kerületi feltételek alapján meghatározott konstans ***B***-ét visszahelyettesítve a feszültségek függvényeibe:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{8}{h^2} \cdot B \cdot x \cdot z = -\frac{8}{h^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{h} \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot x \cdot z$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0 \rightarrow \sigma_z = 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B \rightarrow \tau_{xz} = \frac{4}{h^2} \cdot B \cdot z^2 - B = B \cdot \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right) =$$

$$\tau_{xz} = -P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{h}{2} \right)^2 - z^2 \right)$$

$$M = -P \cdot x \rightarrow \sigma_x = P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{M}{x} \cdot \frac{12}{h^3} \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{M}{I_y} \cdot z$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel

a kerületi feltételek alapján meghatározott konstans ***B***-ét visszahelyettesítve a feszültségek függvényeibe:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \rightarrow C \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = -\frac{8}{h^2} \cdot B \cdot x \cdot z = -\frac{8}{h^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{P}{h} \cdot x \cdot z \rightarrow \sigma_x = P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot x \cdot z$$

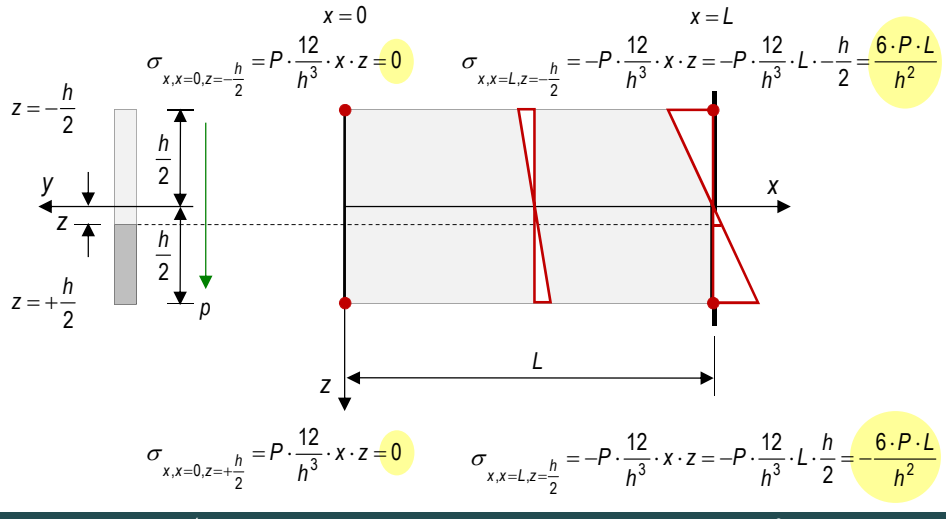
$$\sigma_z = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \rightarrow 0 \rightarrow \sigma_z = 0$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial x} \rightarrow -\frac{1}{2} \cdot C \cdot z^2 - B \rightarrow \tau_{xz} = \frac{4}{h^2} \cdot B \cdot z^2 - B = B \cdot \left(4 \cdot \frac{z^2}{h^2} - 1 \right) =$$

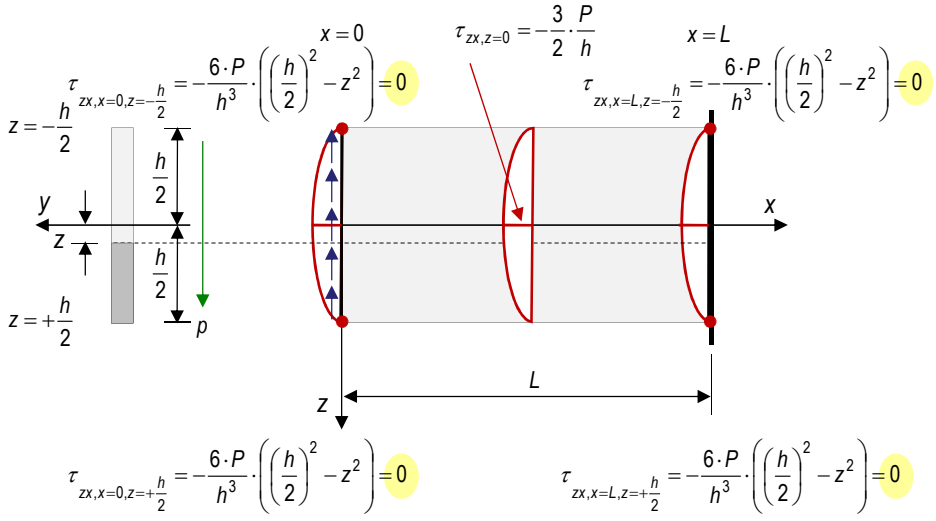
$$\tau_{xz} = -P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{h}{2} \right)^2 - z^2 \right)$$

$$S_y' = \left(\frac{h}{2} - z \right) \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{h}{2} + z \right) = \frac{1}{2} \cdot b \cdot \left[\left(\frac{h}{2} \right)^2 - z^2 \right] \rightarrow \tau_{xz} = -P \cdot \frac{12}{h^3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\left(\frac{h}{2} \right)^2 - z^2 \right) \rightarrow \tau_{xz} = -\frac{P \cdot S_y'}{I_y \cdot b}$$

1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



1. Példa: Befogott tárcsa vizsgálata Airy-féle feszültségfüggvénnyel



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa – anyagegyenlet, Hook törvény

$$\sigma_x=\left(\varepsilon_x\cdot\frac{1-\nu}{\nu}+\varepsilon_y+\varepsilon_z\right)\cdot\lambda \qquad \tau_{xy}=\gamma_{xy}\cdot G$$
$$\sigma_y=\left(\varepsilon_x+\varepsilon_y\cdot\frac{1-\nu}{\nu}+\varepsilon_z\right)\cdot\lambda \qquad \tau_{yz}=\gamma_{yz}\cdot G$$
$$\sigma_z=\left(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z\cdot\frac{1-\nu}{\nu}\right)\cdot\lambda \qquad \tau_{zx}=\gamma_{zx}\cdot G$$

$$\varepsilon_y=0\ ,\ \gamma_{xy}=\gamma_{xy}=\gamma_{zy}=\gamma_{yz}=0$$

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \sigma_z\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yz}\\ \tau_{zx}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0\\ \lambda & \lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & 0 & 0 & 0\\ \lambda & \lambda & \lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{xy}\\ \gamma_{yz}\\ \gamma_{zx}\end{bmatrix}$$

$$\sigma_x=\lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu}\cdot\varepsilon_x+\lambda\cdot\varepsilon_z$$
$$\sigma_z=\lambda\cdot\varepsilon_x+\lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu}\cdot\varepsilon_z$$
$$\tau_{zx}=\gamma_{zx}\cdot G$$

$$\boldsymbol{\sigma}=\mathbf{H}^{-1}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}=\mathbf{D}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}$$

anyag egyenletek Hook törvény

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_z\\ \tau_{zx}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & \lambda & 0\\ \lambda & \lambda\cdot\frac{1-\nu}{\nu} & 0\\ 0 & 0 & G\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_z\\ \gamma_{zx}\end{bmatrix}$$

merevségi mátrix

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa – anyagegyenlet, Hook törvény

$$\varepsilon_y = 0 \;,\; \gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \gamma_{zy} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\sigma_x = \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \varepsilon_x + \lambda \cdot \varepsilon_z \qquad \tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_y = \lambda \cdot \left(\varepsilon_y + \varepsilon_x\right) \qquad \tau_{yz} = 0$$

$$\sigma_z = \lambda \cdot \varepsilon_x + \lambda \cdot \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \varepsilon_z \qquad \tau_{zx} = \gamma_{zx} \cdot G$$

$$\sigma_y = \nu \cdot \left(\sigma_x + \sigma_z\right)$$

a síkbeli alakváltozási állapot általában térbeli feszültségállapot

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa – anyagegyenlet, Hook törvény

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_x - \nu \cdot \left(\sigma_z + \sigma_y\right)\right] \qquad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_y - \nu \cdot \left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right] \qquad \gamma_{yx} = \frac{\tau_{yx}}{G}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_z - \nu \cdot \left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right] \qquad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

($\varepsilon_y = 0$)

$$\varepsilon_y = 0 \;,\; \gamma_{xy} = \gamma_{xy} = \gamma_{zy} = \gamma_{yz} = 0$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_x - \nu \cdot \sigma_z\right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \cdot \left[\sigma_z - \nu \cdot \sigma_x\right]$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}$$

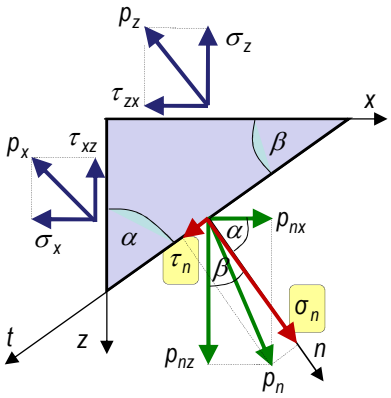
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{H} \cdot \boldsymbol{\sigma}$$

hajlékonysági mátrix

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



$$\mathbf{p}_n = \mathbf{F}\mathbf{n} \rightarrow \begin{bmatrix} p_{nx} \\ p_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}$$

a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *n* irányú összetevője (normálfeszültség):

$$\sigma_n = \mathbf{n}^T\mathbf{F}\mathbf{n} \rightarrow \sigma_n = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\sigma_n = \sigma_x \cdot \cos^2\alpha + \sigma_z \cdot \cos^2\beta + 2 \cdot \tau_{xz} \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta$$

$$\cos\beta = \sin\alpha$$

$$\sigma_n = \sigma_x \cdot \cos^2\alpha + \sigma_z \cdot \sin^2\alpha + 2 \cdot \tau_{xz} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

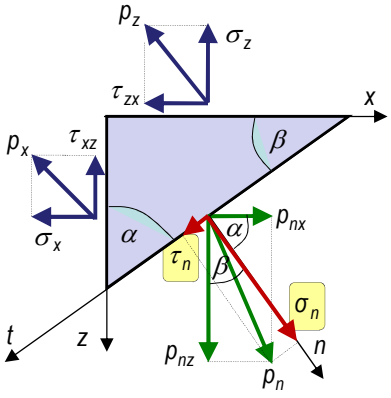
a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *n* irányú normálfeszültség összetevője σ_n

a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *t* irányú nyírófeszültség összetevője τ_n

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



$$\mathbf{p}_n = \mathbf{F}\mathbf{n} \rightarrow \begin{bmatrix} p_{nx} \\ p_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}$$

a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *t* irányú összetevője (nyírófeszültség):

$$\tau_n = \mathbf{t}^T\mathbf{F}\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\cos\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ -\cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\tau_n = -(\sigma_x - \sigma_z) \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + \tau_{xz} \cdot (\cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta)$$

$$\cos\beta = \sin\alpha$$

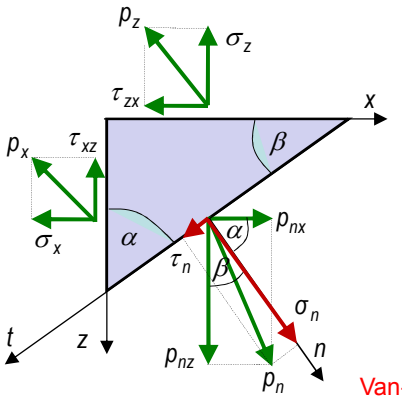
$$\tau_n = -(\sigma_x - \sigma_z) \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \tau_{xz} \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$$

a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *n* irányú normálfeszültség összetevője σ_n

a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *t* irányú nyírófeszültség összetevője τ_n

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *n* irányú összetevője (normálfeszültség):

$$\sigma_n = \sigma_x \cdot \cos^2\alpha + \sigma_z \cdot \cos^2\beta + 2 \cdot \tau_{xz} \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta$$

$$\cos\beta = \sin\alpha$$

$$\sigma_n = \sigma_x \cdot \cos^2\alpha + \sigma_z \cdot \sin^2\alpha + 2 \cdot \tau_{xz} \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

a $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor *t* irányú összetevője (nyírófeszültség):

$$\tau_n = -(\sigma_x - \sigma_z) \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + \tau_{xz} \cdot (\cos^2\alpha \cdot \cos^2\beta)$$

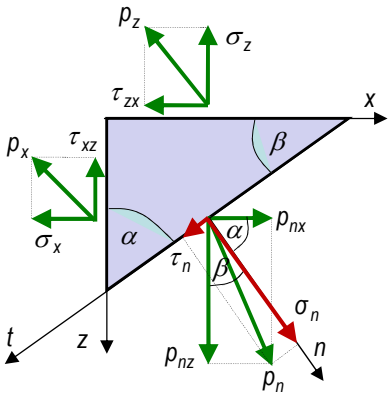
$$\cos\beta = \sin\alpha$$

$$\tau_n = -(\sigma_x - \sigma_z) \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \tau_{xz} \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)$$

Van-e egy, vagy több olyan ***n*** irány, melyhez tartozó $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor ***n***-nel párhuzamos, azaz a nyírófeszültség zérus:

$$\tau_n = 0 \qquad \mathbf{p}_n = \sigma_n \mathbf{n}$$

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



n-nel párhuzamos $\mathbf{p}_n$ feszültségvektor ha a nyírófeszültség zérus:

$$\tau_n = 0 \qquad \mathbf{p}_n = \sigma_n \mathbf{n}$$

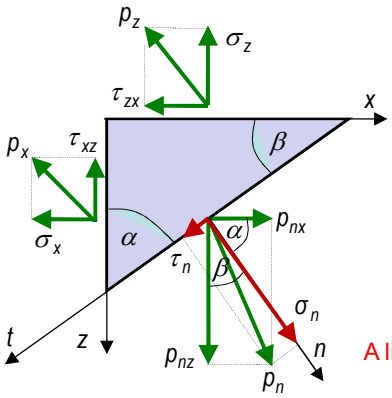
$\mathbf{p}_n$ feszültségvektor általános alakja síkbeli feszültségi állapotban:

$$\mathbf{p}_n = \mathbf{F}\mathbf{n} \rightarrow \begin{bmatrix} p_{nx} \\ p_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha \\ \cos\beta \end{bmatrix}$$

a kettő egyenlőségéből a keresett normálist i-vel jelölve:

$$\sigma_i \mathbf{n}_i = \mathbf{F}\mathbf{n}_i$$

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



Hogyan oldjuk meg?

$$\sigma_i \mathbf{n}_i = \mathbf{F}\mathbf{n}_i$$

Matematikailag a megoldás az **F** mátrix σ_i **sajátértékeinek** és $\boldsymbol{n}_i$ **sajátvektorainak** a meghatározása, melynek **kanonikus** alakja:

$$(\mathbf{F} - \mathbf{E}\sigma_i)\mathbf{n}_i = 0$$

ahol:

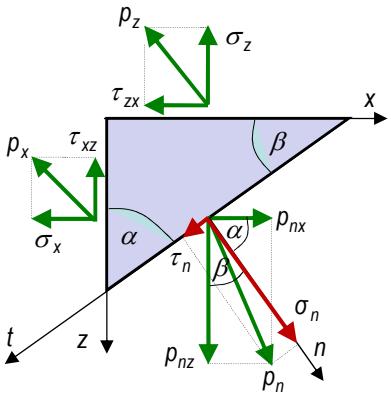
$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A lineáris homogén egyenletrendszernek akkor van triviálistól különböző megoldása, ha az együtthatómátrix determinánsa zérus:

$$|\mathbf{F} - \mathbf{E}\sigma_i| = 0$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



$$|\mathbf{F} - \mathbf{E}\sigma_i| = 0$$

az együtthatómátrix részletes alakja:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma_i & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z - \sigma_i \end{vmatrix} = 0$$

kifejtve a determinánst:

$$(\sigma_x - \sigma_i)\cdot(\sigma_z - \sigma_i) - \tau_{xz}\cdot\tau_{zx} = 0$$

$$\sigma_x\sigma_z - \sigma_i\sigma_z - \sigma_i\sigma_x + \sigma_i^2 - \tau_{xz}\cdot\tau_{zx} = 0$$

$$\sigma_i^2 - \sigma_i(\sigma_z + \sigma_x) + \sigma_x\sigma_z - \tau_{xz}\cdot\tau_{zx} = 0$$

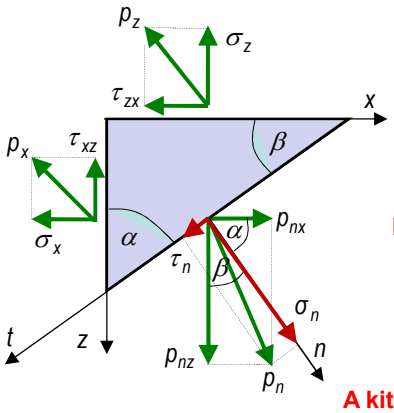
bevezetve a következő jelöléseket:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_z \qquad I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix}$$

$$\sigma_i^2 - I_1\cdot\sigma_i + I_2 = 0$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



$$\sigma_i^2 - I_1 \cdot \sigma_i + I_2 = 0$$

a másodfokú egyenlet megoldása:

$$\sigma_{1,2} = \frac{I_1 \pm \sqrt{I_1^2 - 4 \cdot I_2}}{2}$$

Visszahelyettesítve I_1 és I_2 értékét megkapjuk a kitüntetett normálisokban ébredő feszültségeket, amiket **főfeszültségek**nek nevezünk:

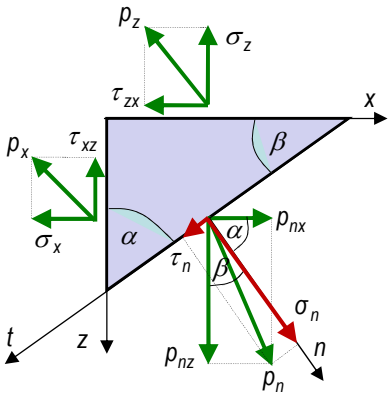
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

A kitüntetett irányokban értelmezett feszültségek, azaz a főfeszültségek ismeretében hogyan kapjuk meg a kitüntetett irányokat?

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



A kérdéses ***n*** irányokban, melyekhez tartozó főfeszültségek vektora ***n***-nel párhuzamos, a nyírófeszültség zérus, azaz:

$$\tau_n = -(\sigma_x - \sigma_z) \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \tau_{xz} \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = 0$$

a nyírófeszültségre kapott összefüggésben alkalmazva az ismert trigonometrikus azonosságokat:

$$\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2} \quad , \quad \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$$

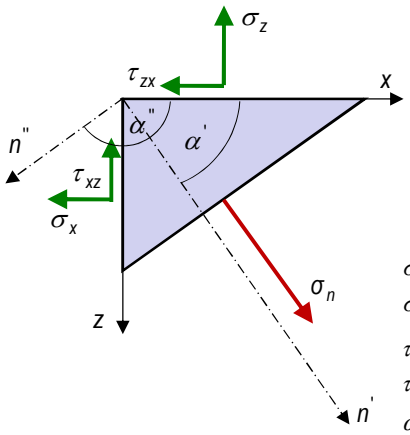
$$-(\sigma_x - \sigma_z) \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha + \tau_{xz} \cdot (\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \cdot (\sigma_x - \sigma_z) \cdot \sin 2\alpha + \tau_{xz} \cdot \cos 2\alpha = 0$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_z}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli alakváltozási állapot, rugalmas, izotrop tárcsa feszültségei



A kérdéses ***n*** irányokban, melyekhez tartozó feszültségek vektora ***n***-nel párhuzamos, a feszültségek, azaz a főfeszültségek nagysága:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}$$

A kérdéses ***n*** irányok, melyekhez tartozó feszültségek vektora ***n***-nel párhuzamos, azaz a főfeszültségek iránya:

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \cdot \tau_{xz}}{\sigma_x - \sigma_z}$$

$\sigma_1 \rightarrow \max.$ fő húzó feszültség

$\sigma_2 \rightarrow \min.$ fő nyomó feszültség

$\tau_{xz} \rightarrow +$ ha az a z tengely $-$ irányába hat

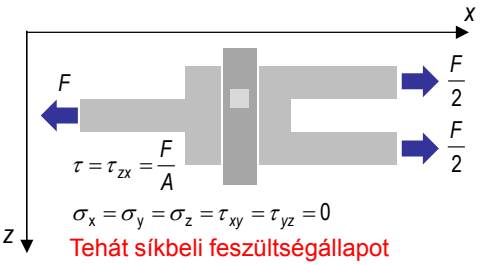
$\tau_{xz} \rightarrow -$ ha az a z tengely $+$ irányába hat

$\alpha' \rightarrow$ egyik fő irány

$\alpha'' = \alpha' + 90^0 \rightarrow$ másik fő irány

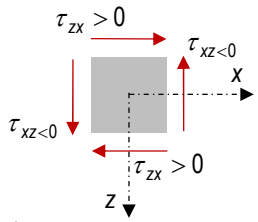
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Feszültségállapotok ábrázolása Mohr –körrel – tiszta nyírás



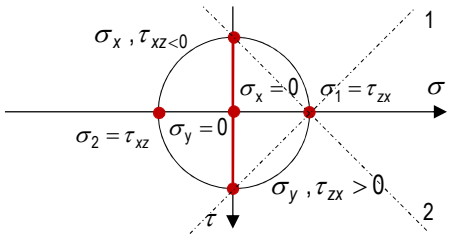
$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$

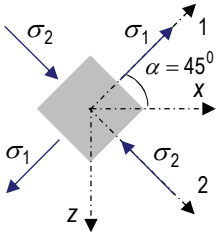
Tehát síkbeli feszültségállapot alakul ki, melynek síkja az **x-z** sík!



$\tau_{xz} \rightarrow +$ ha az a z tengely $-$ irányába hat

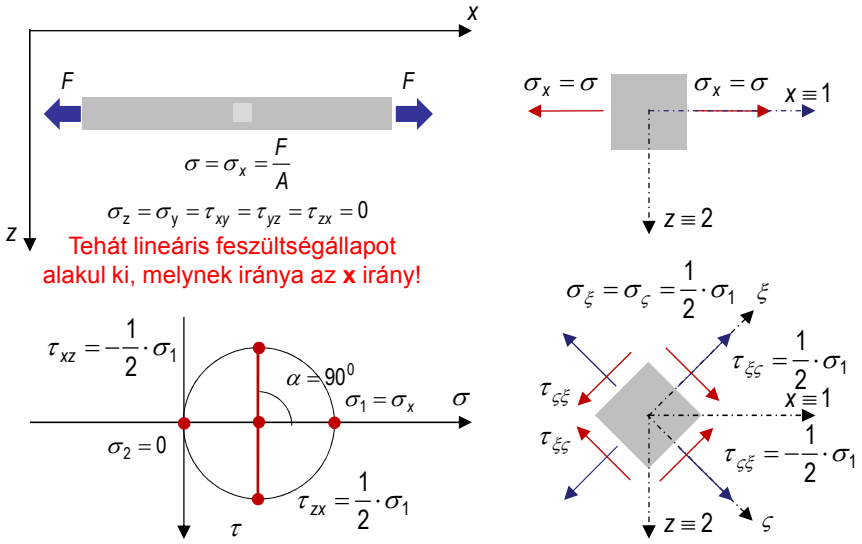
$\tau_{xz} \rightarrow -$ ha az a z tengely $+$ irányába hat





 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

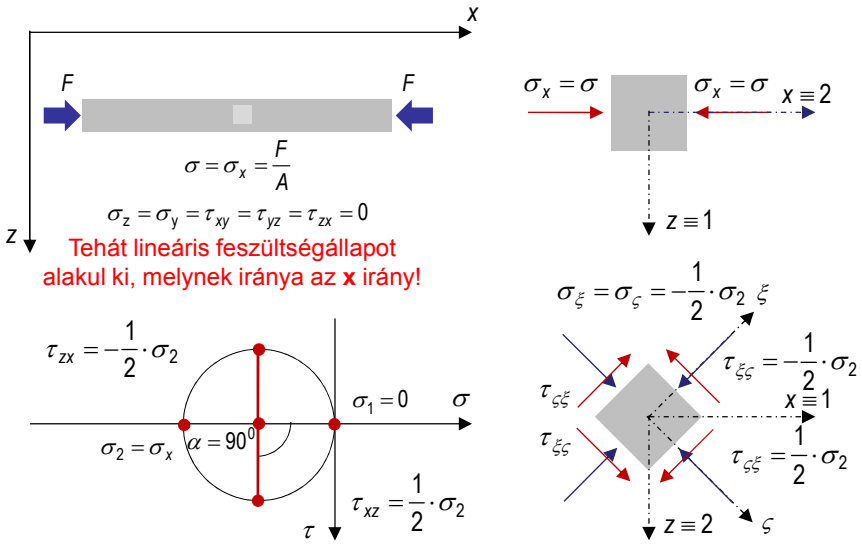
Feszültségállapotok ábrázolása Mohr –körrel – tiszta húzás



Tehát lineáris feszültségállapot alakul ki, melynek iránya az **x** irány!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Feszültségállapotok ábrázolása Mohr –körrel – tiszta nyomás

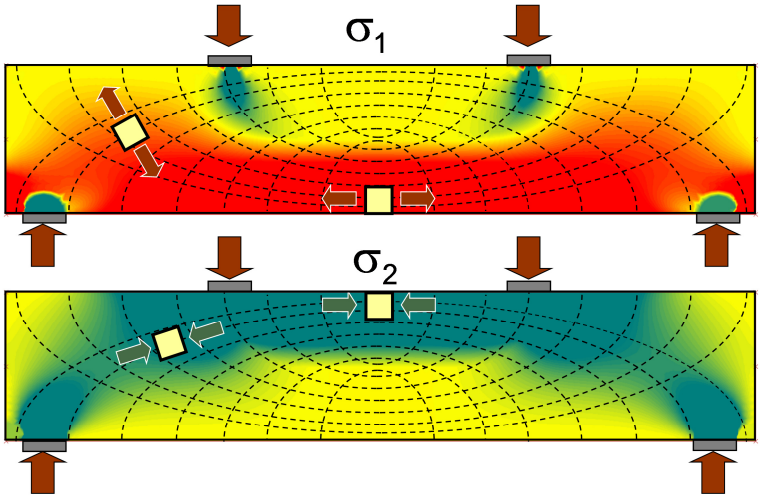


Tehát lineáris feszültségállapot alakul ki, melynek iránya az **x** irány!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

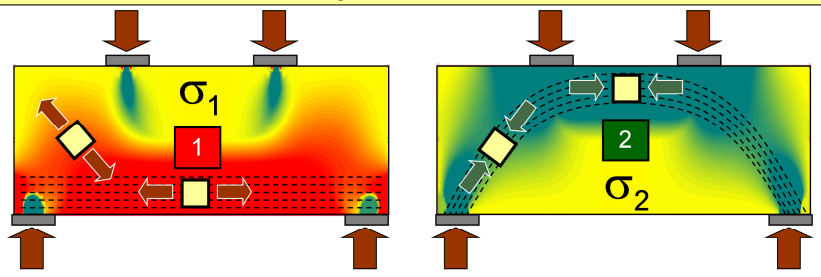
Gerenda erőjátéka – tárcsamodell főfeszültségei



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

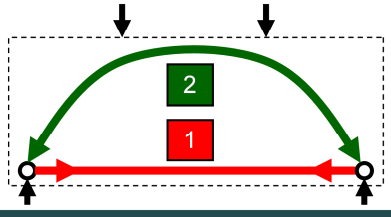
Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

Gerenda erőjátéka – vonórudas ívmodell



1

A HÚZÓFESZÜLTSÉGEKBŐL SZÁMÍTHATÓ HÚZÓ ERŐKET KONCENTRÁLTAN ELHELYEZETT ACÉLBETÉTEKBŐL ÁLLÓ VONÓRÚD VESZI FEL.



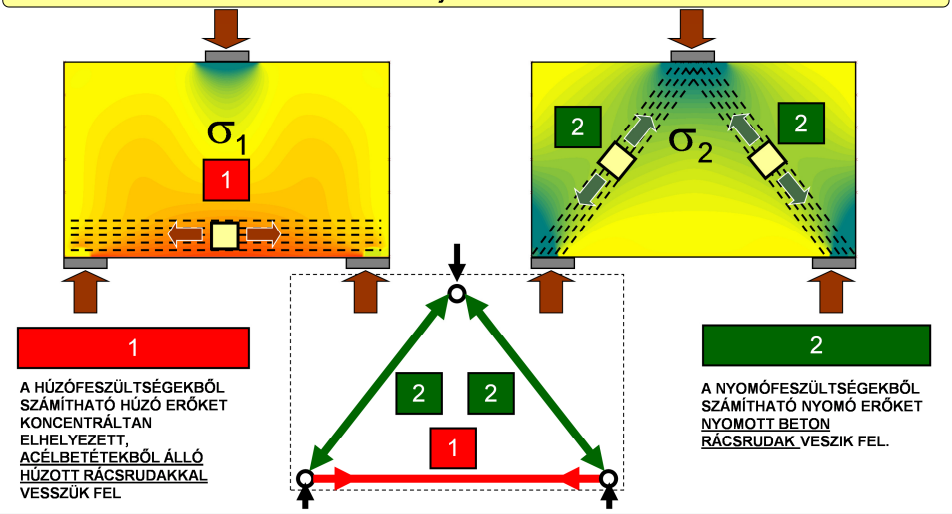
2

A NYOMÓFESZÜLTSÉGEKBŐL SZÁMÍTHATÓ NYOMÓ ERŐKET NYOMOTT BETON ÍV VESZI FEL

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

Gerenda erőjátéka – rácsmodell

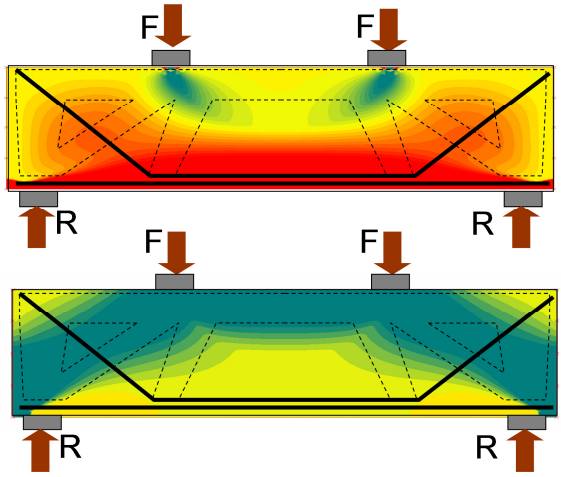


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

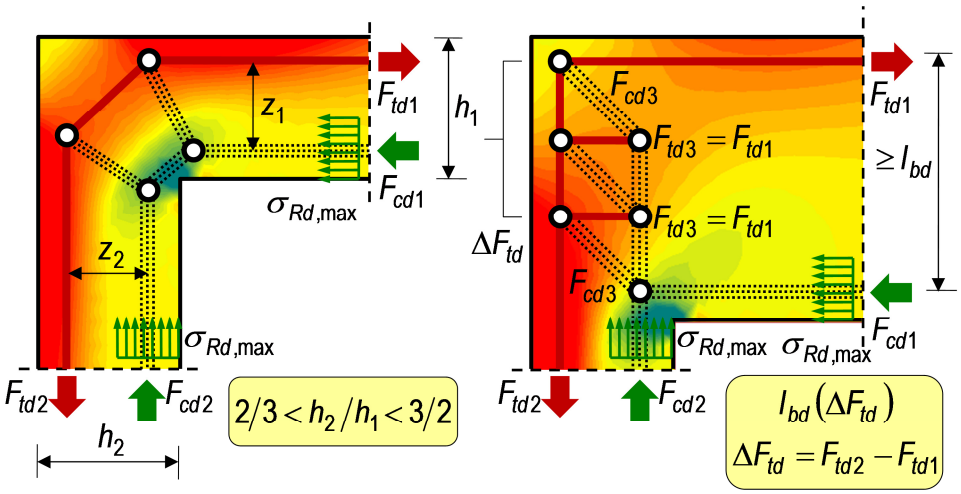
Gerenda erőjátéka – Polónyi-féle kombinált feszítőmű-dúc modell



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

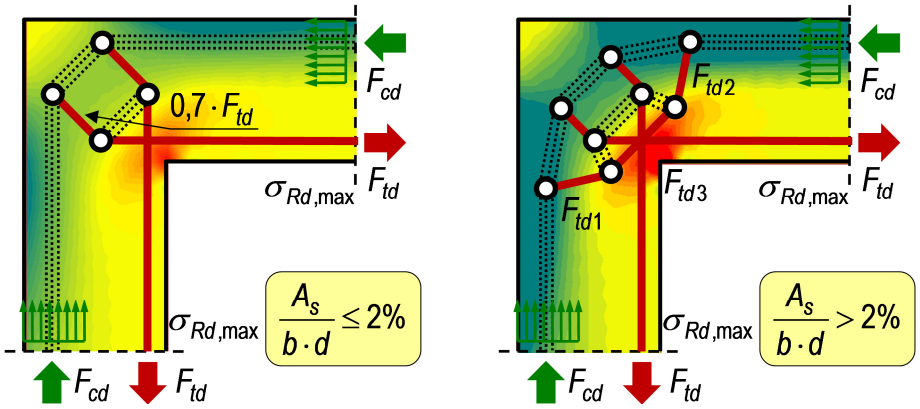
Záródó keretsarok – rácsmodell (MSZ EN 1992-1-1:2010)



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

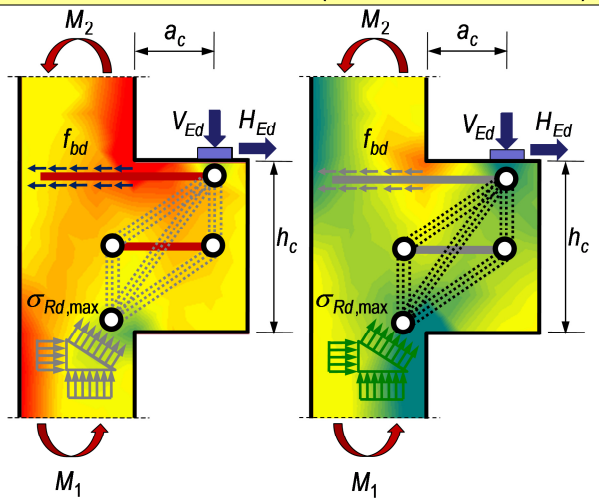
Nyíló keretsarok – rácsmodell (MSZ EN 1992-1-1:2010)



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

Rövidkonzol – rácsmodell (MSZ EN 1992-1-1:2010)

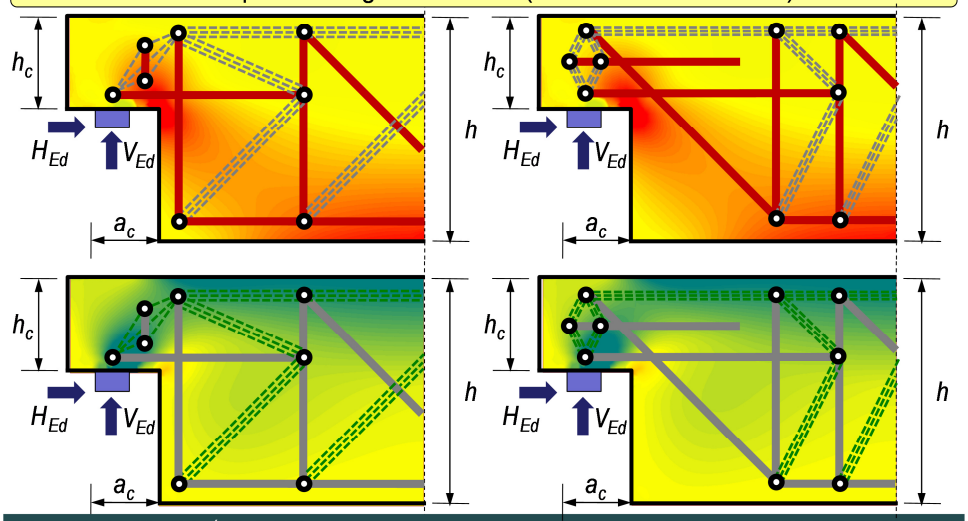


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture IX. / IX. Előadás

Síkbeli feszültségállapot alkalmazása vasbeton szerkezetek vizsgálatában

Kiharapott tartóvég – rácsmodell (MSZ EN 1992-1-1:2010)



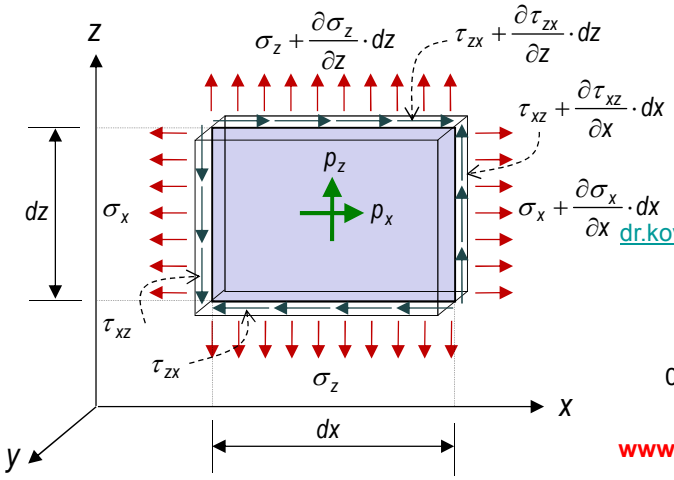
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

IX.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton tárcsák -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

10. Előadás

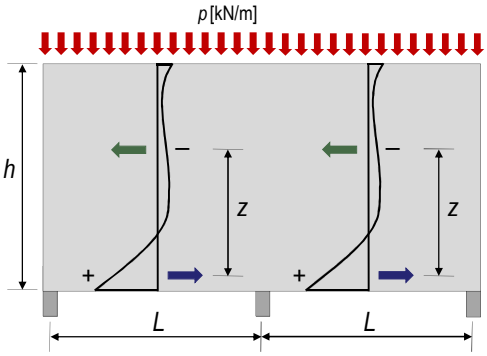
Vasbeton faltartók

X.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton faltartók -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

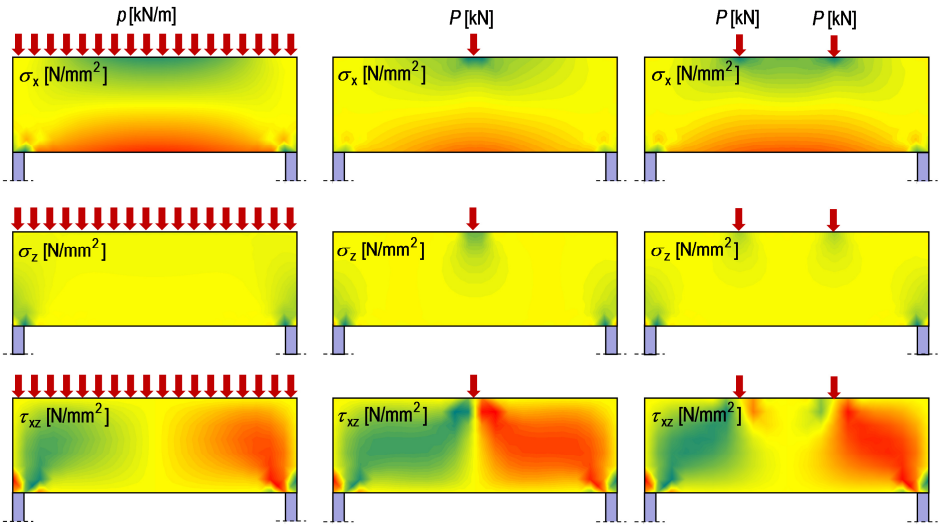
Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

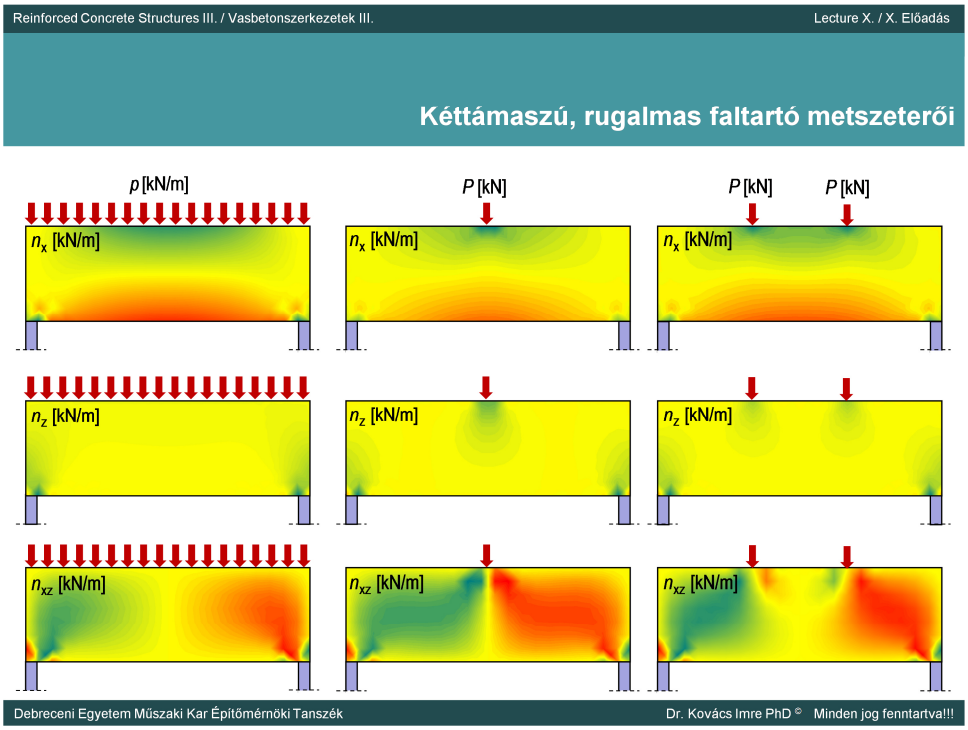
WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

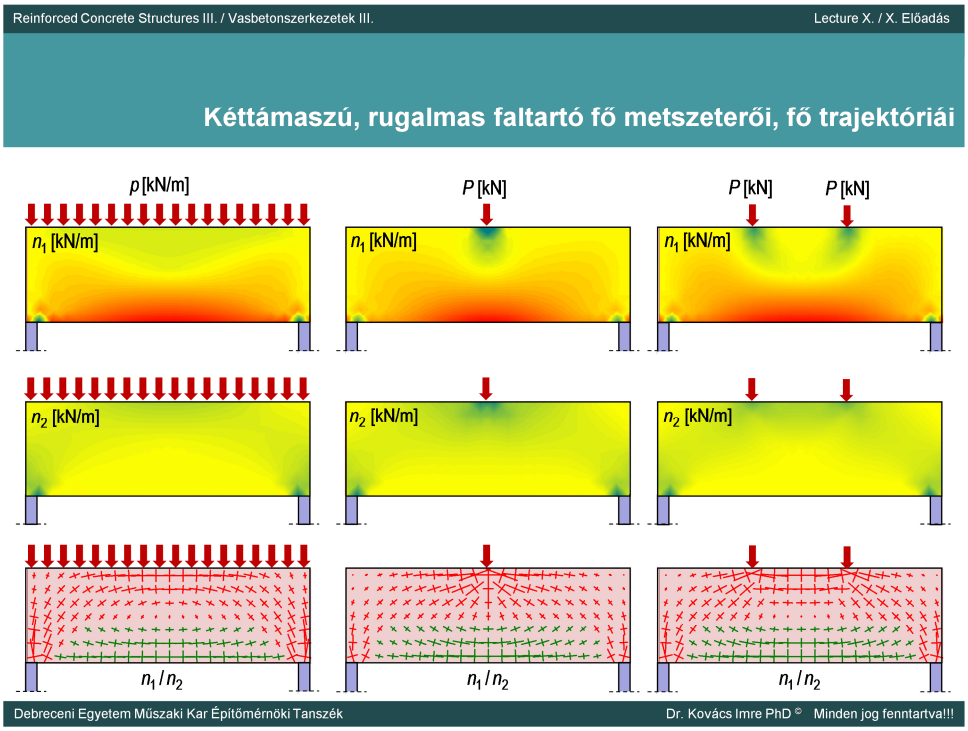
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Kéttámaszú, rugalmas faltartó feszültségei

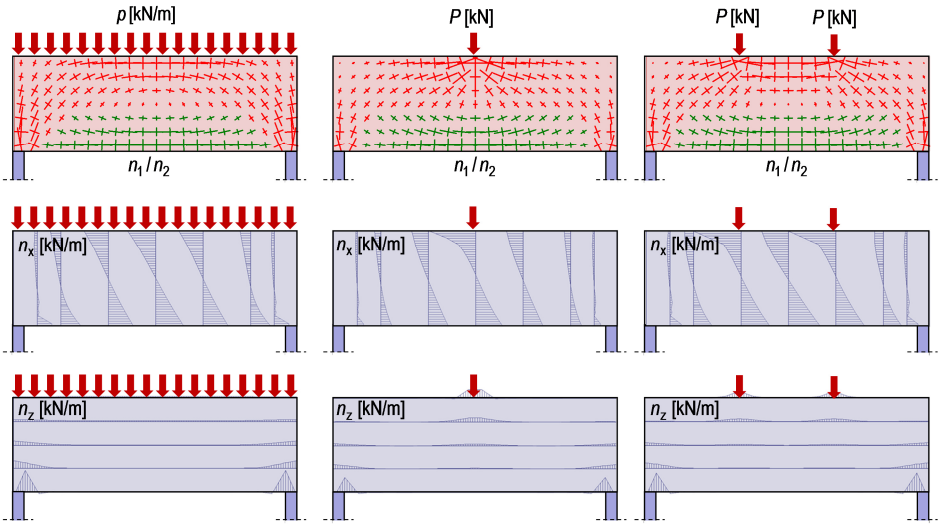


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!


Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture X. / X. Előadás
Kéttámaszú, rugalmas faltartó metszeterői
p [kN/m]
P [kN]
P [kN]
P [kN]
n_x [kN/m]
n_z [kN/m]
n_{xz} [kN/m]
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

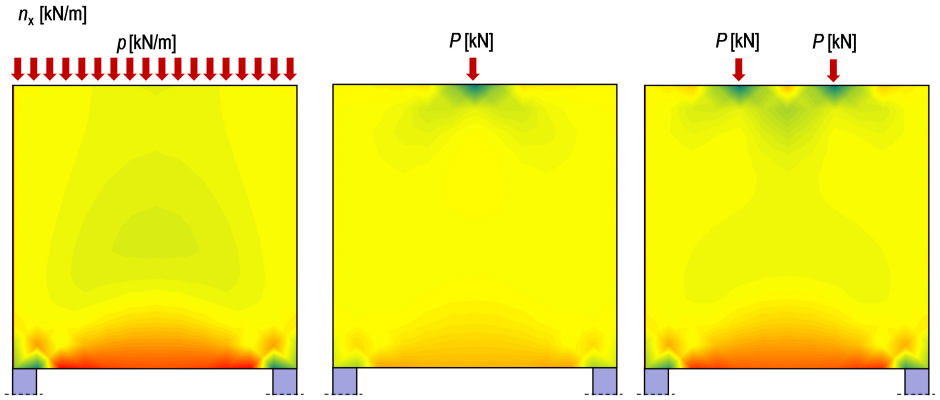

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture X. / X. Előadás
Kéttámaszú, rugalmas faltartó fő metszeterői, fő trajektóriái
p [kN/m]
P [kN]
P [kN]
P [kN]
n_1 [kN/m]
n_2 [kN/m]
n_1 / n_2
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Kéttámaszú, rugalmas faltartó fő trajektóriái, metszeterők eloszlása



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

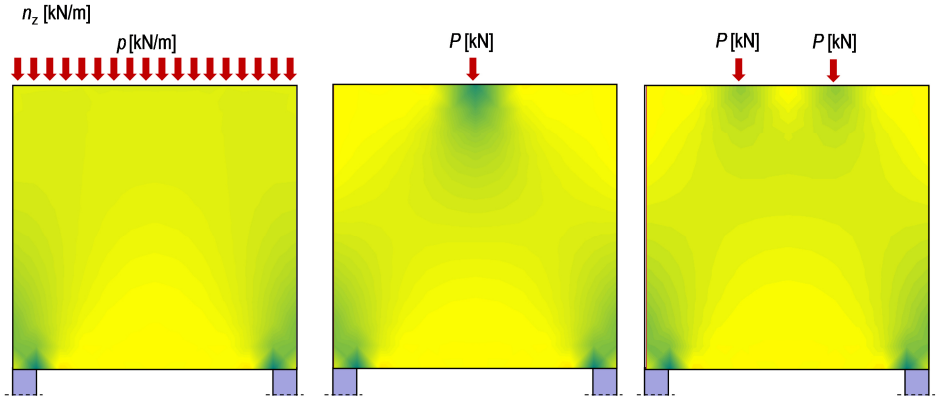
Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartók n_x metszeterői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

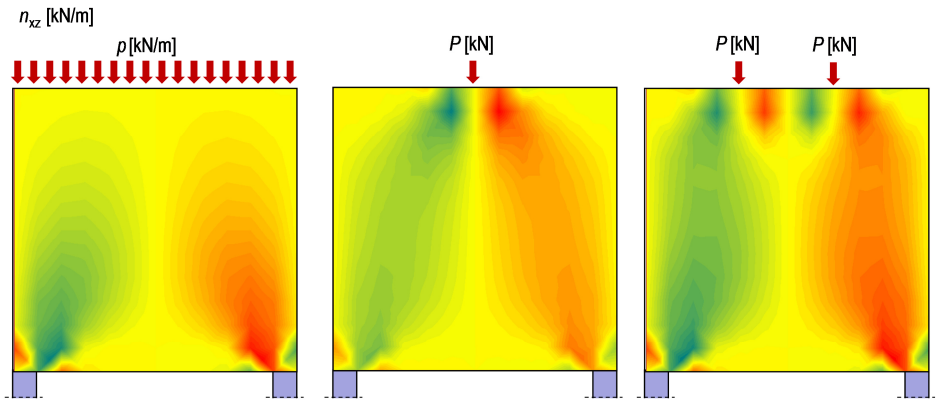
Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartók n_z metszeterői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

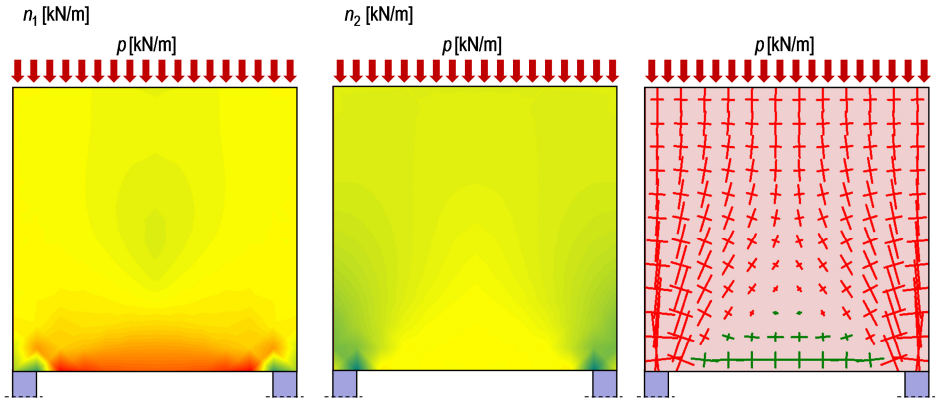
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartók n_{xz} metszeterői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

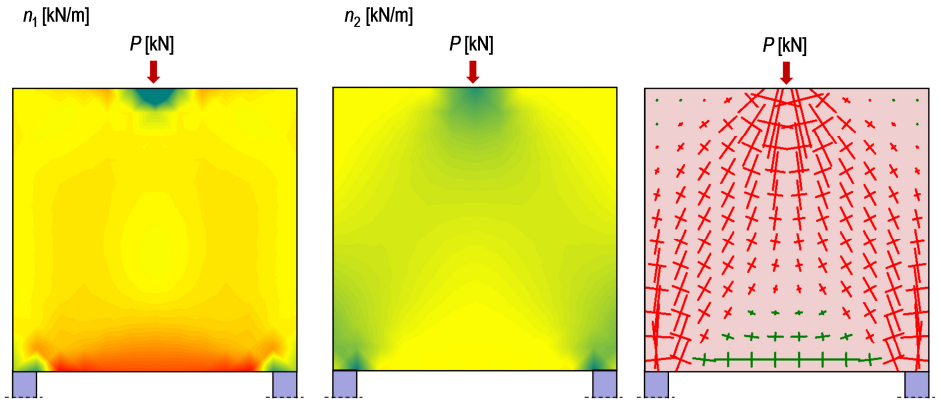
Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartó n_1 és n_2 fő metszeterő, fő trajektóriái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

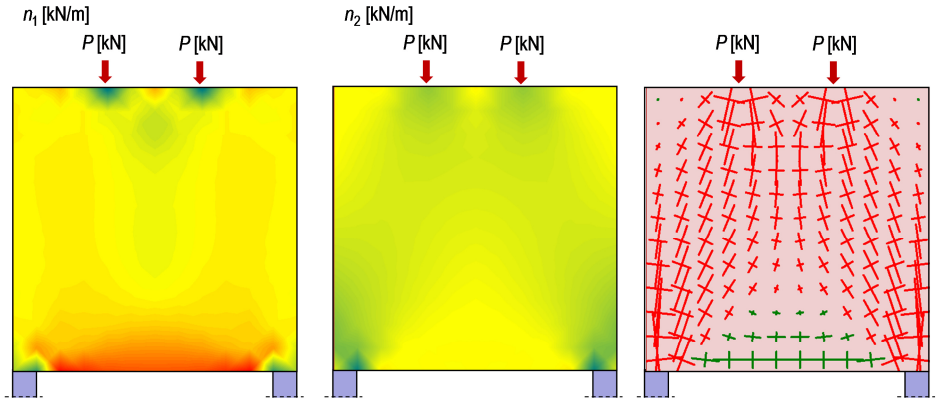
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartó n_1 és n_2 fő metszeterő, fő trajektóriái

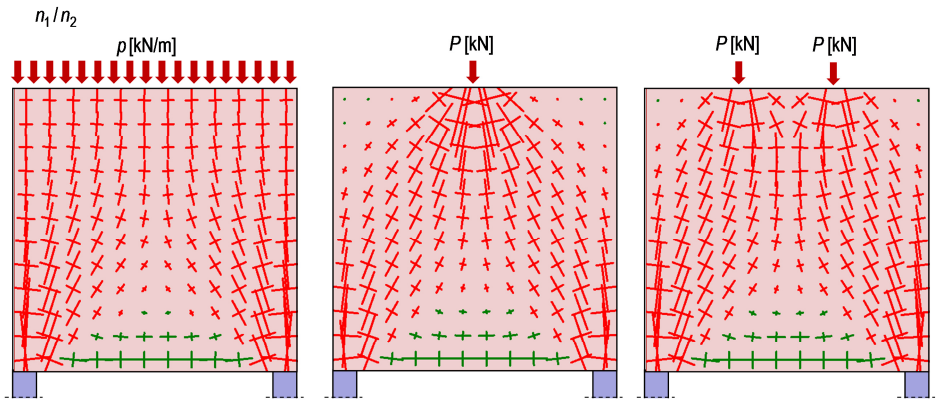


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartó n_1 és n_2 fő metszeterő, fő trajektóriái

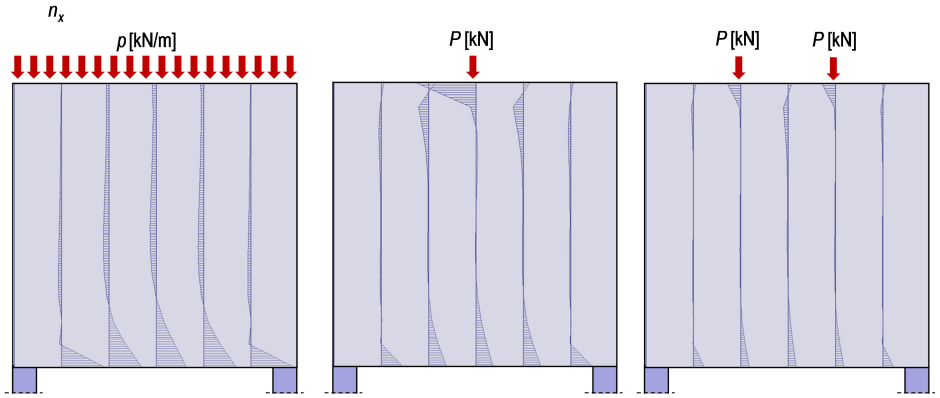


Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartók fő trajektóriái



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

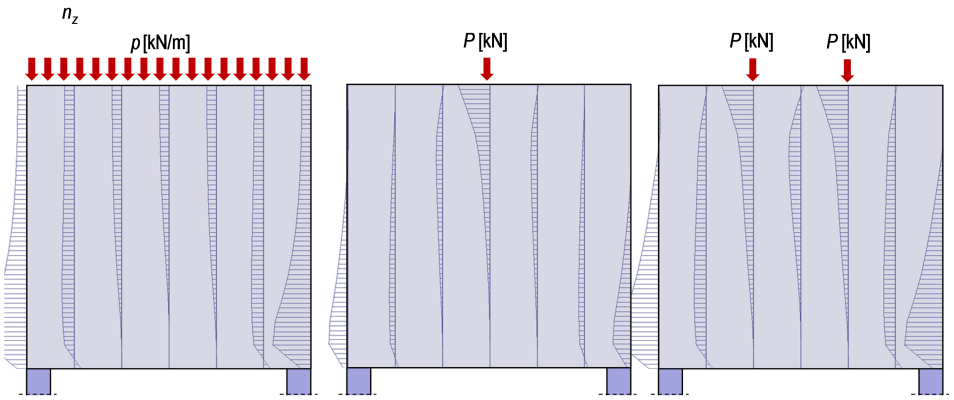
Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartók n_x metszeterő-eloszlása



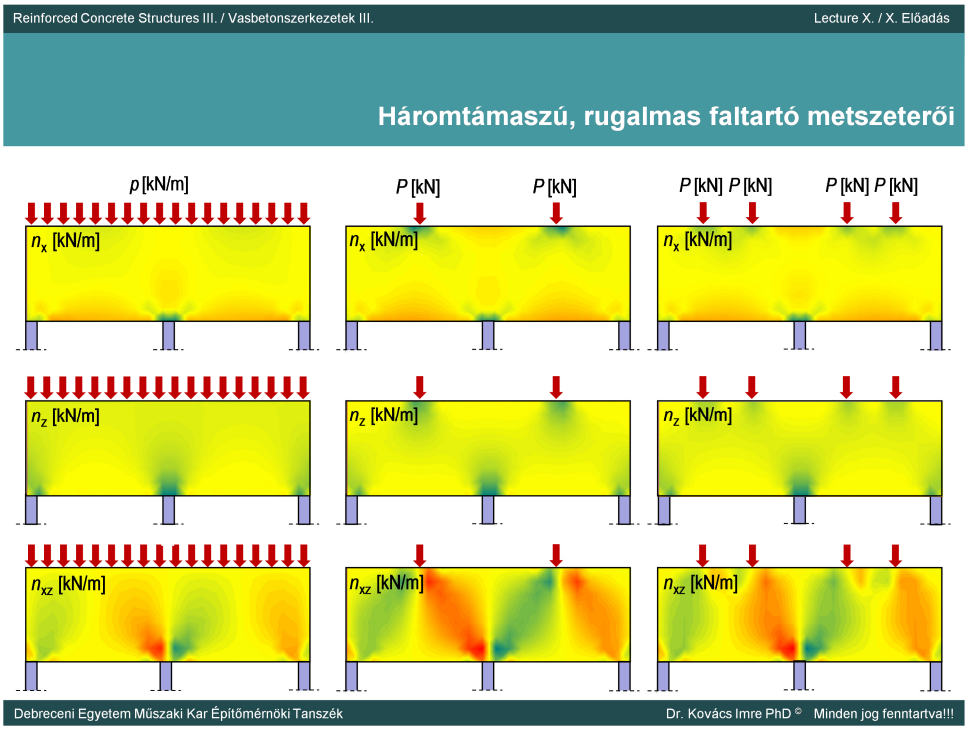
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

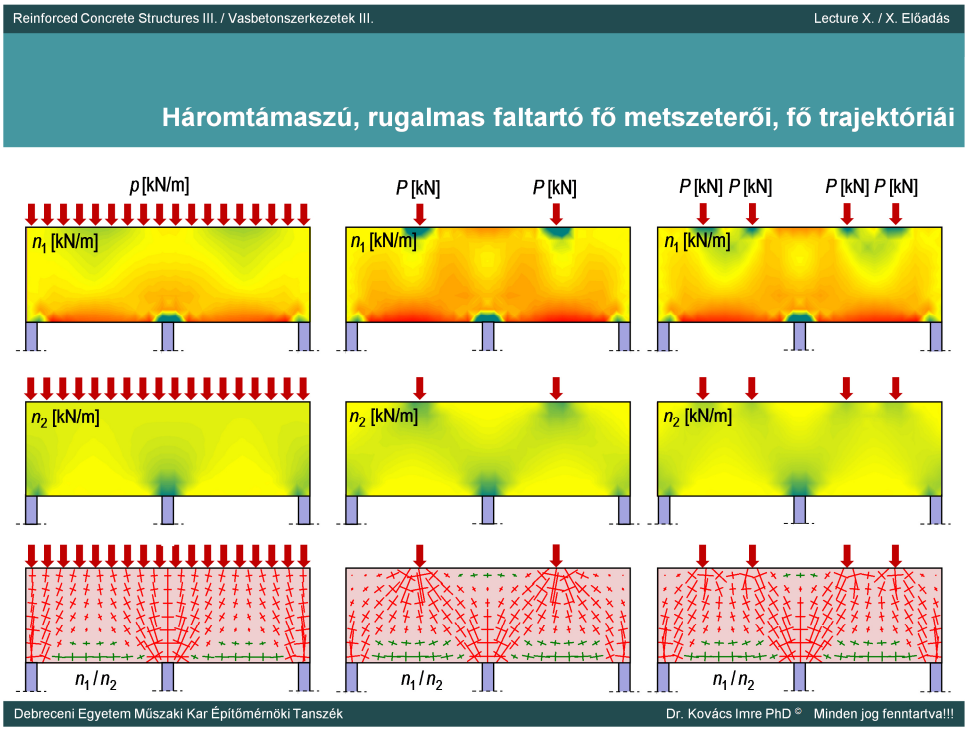
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartók n_z metszeterő-eloszlása

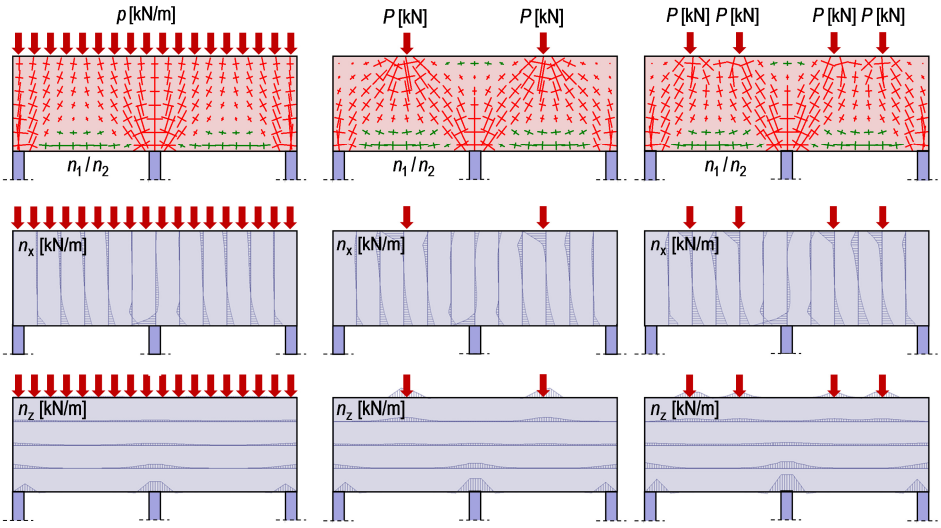


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!


Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture X. / X. Előadás
Háromtámaszú, rugalmas faltartó metszeterői
p [kN/m]
P [kN]
P [kN]
P [kN] P [kN]
P [kN] P [kN]
nx [kN/m]
nz [kN/m]
nxz [kN/m]
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

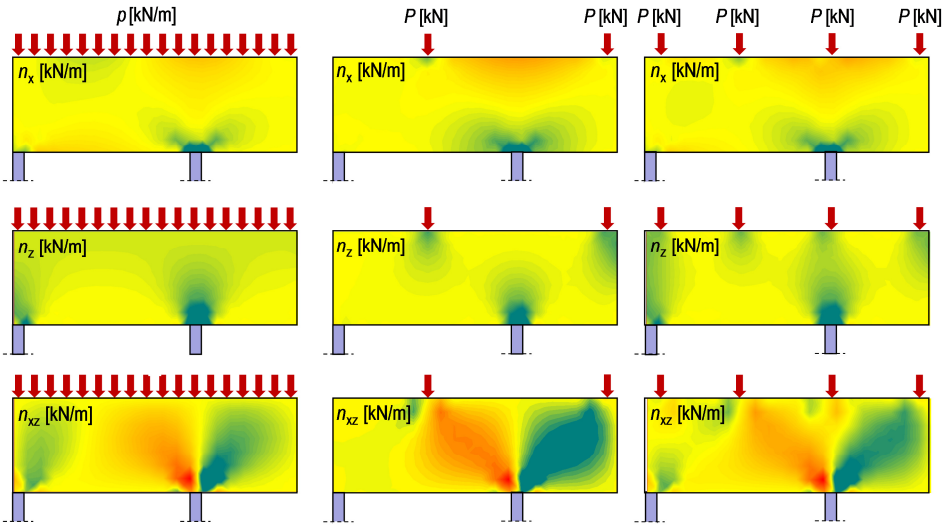

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture X. / X. Előadás
Háromtámaszú, rugalmas faltartó fő metszeterői, fő trajektóriái
p [kN/m]
P [kN]
P [kN]
P [kN] P [kN]
P [kN] P [kN]
n1 [kN/m]
n2 [kN/m]
n1 / n2
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Háromtámaszú, rugalmas faltartó fő metszeterői, fő trajektóriái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

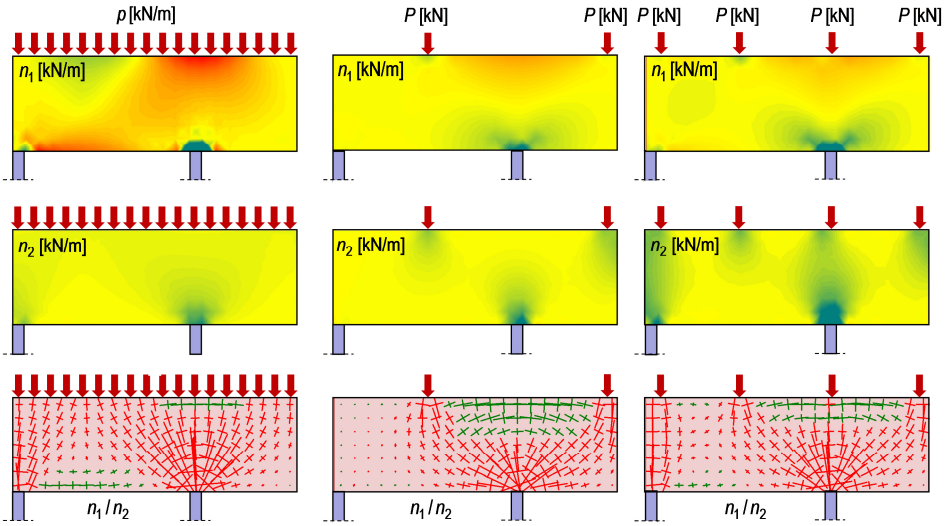
Kéttámaszú konzolos, rugalmas faltartó metszeterői



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

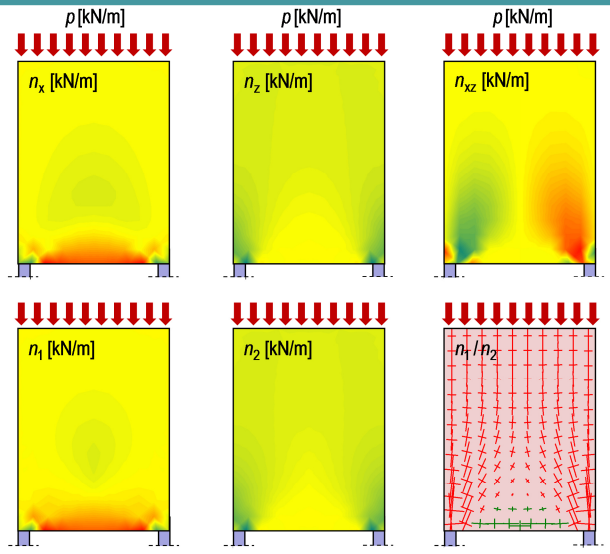
Kéttámaszú konzolos, rugalmas faltartó fő metszeterői, fő trajektóriái



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

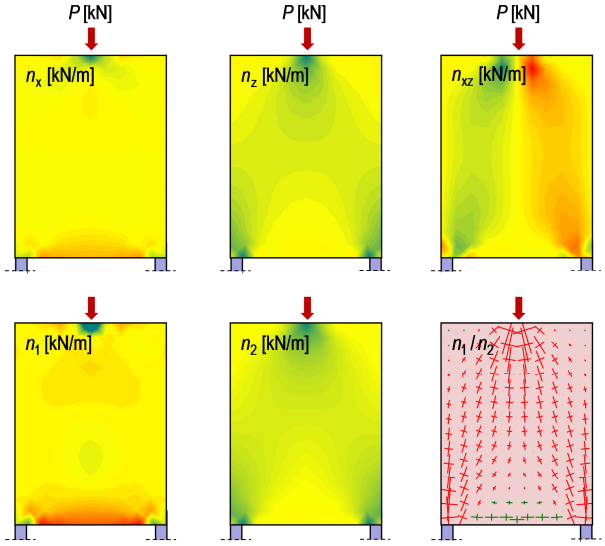
Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartó metszeterői, fő metszeterői, fő trajektóriái



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

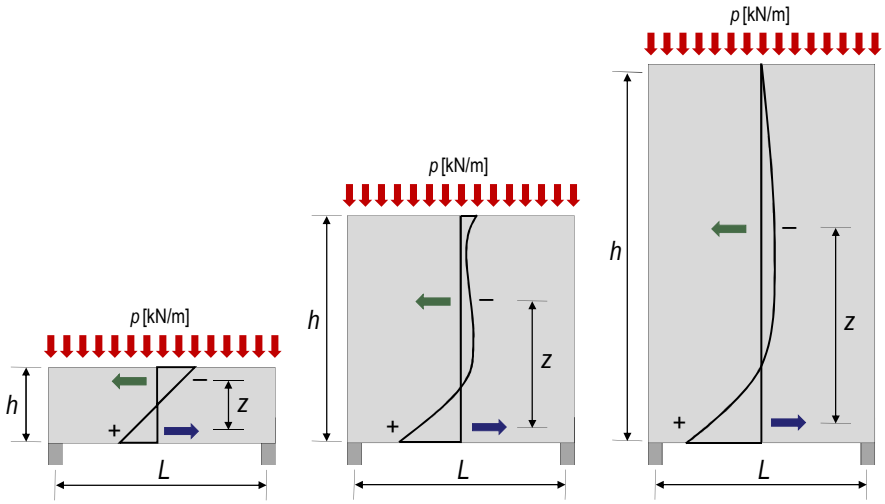
Felső peremén terhelt kéttámaszú faltartó metszeterői, fő metszeterői, fő trajektóriái



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

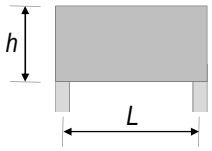
Vasbeton faltartók méretezése



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

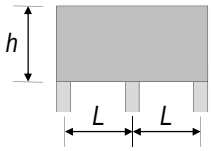
Vasbeton faltartók jellemző statikai vázai

Egynyílású szerkezet:



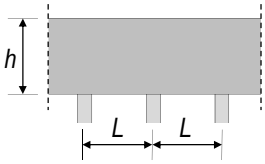
$\frac{h}{L} \geq 0{,}5$

Kétnyílású szerkezet:



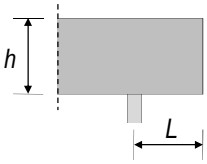
$\frac{h}{L} \geq 0{,}4$

Többnyílású szerkezet szélső és közbenső mező:



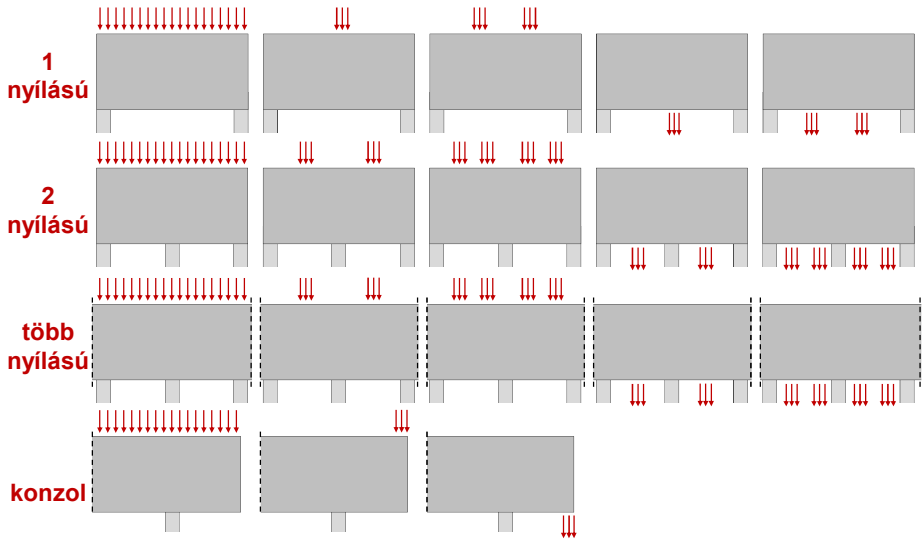
$\frac{h}{L} \geq 0{,}3$

Konzolos szerkezet:



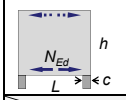
$\frac{h}{L} \geq 1$

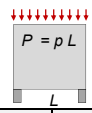
Vasbeton faltartók közelítő megoldásának jellemző statikai vázai

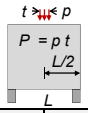


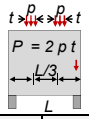
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

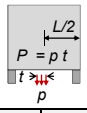
Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével
– a méretezés alapját képező belső erők nagyságának meghatározása –

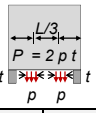










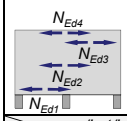


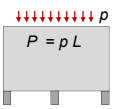
h/L \ c/L=t/L	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	
0,5	0,37 -	0,33 -	0,66 -	0,64 -	0,50 -	0,50 -	0,66 -	0,65 -	0,50 -	0,50 -	N_{Ed} / P
0,6	0,31 -	0,27 -	0,55 -	0,53 -	0,41 -	0,40 -	0,53 -	0,52 -	0,42 -	0,41 -	
0,7	0,27 -	0,23 -	0,45 -	0,44 -	0,35 -	0,34 -	0,46 -	0,45 -	0,36 -	0,35 -	
0,8	0,24 -	0,20 -	0,38 -	0,36 -	0,30 -	0,29 -	0,42 -	0,41 -	0,32 -	0,30 -	
0,9	0,22 -	0,18 -	0,32 -	0,29 -	0,26 -	0,25 -	0,41 -	0,39 -	0,30 -	0,28 -	
1,0	0,21 -	0,18 -	0,27 -	0,25 -	0,23 -	0,21 -	0,40 -	0,37 -	0,29 -	0,27 -	
1,1	0,21 -	0,17 -	0,24 0,04	0,23 -	0,22 -	0,20 -	0,40 -	0,36 -	0,29 -	0,27 -	
1,2	0,20 -	0,17 -	0,22 0,09	0,20 0,04	0,20 -	0,18 -	0,40 -	0,36 -	0,28 -	0,26 -	
1,5	0,20 -	0,17 -	0,20 0,12	0,16 0,10	0,19 0,02	0,16 0,02	0,40 -	0,36 -	0,28 -	0,26 -	
2,0	0,20 -	0,17 -	0,20 0,25	0,15 0,17	0,19 0,07	0,16 0,07	0,40 -	0,36 -	0,28 -	0,26 -	

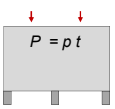
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

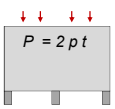
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

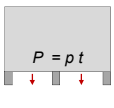
Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével
– a méretezés alapját képező belső erők nagyságának meghatározása –

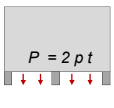








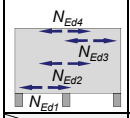
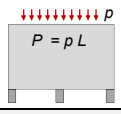
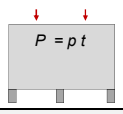
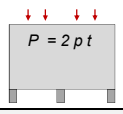
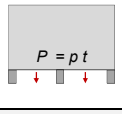
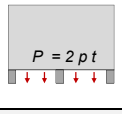




h/L \ c/L=t/L	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	
0,4	0,26 0,27 - -	0,55 0,44 - -	0,39 0,37 - -	0,55 0,44 - -	0,39 0,39 - -	N_{Ed1} / P N_{Ed2} / P - -
0,5	0,22 0,24 - -	0,47 0,31 - -	0,35 0,29 - -	0,47 0,32 - -	0,35 0,32 - -	N_{Ed1} / P N_{Ed2} / P - -
0,6	0,19 0,22 - -	0,41 0,25 - -	0,31 0,24 - -	0,43 0,27 - -	0,32 0,28 - -	N_{Ed1} / P N_{Ed2} / P - -
0,7	0,18 0,21 - -	0,36 0,23 - -	0,29 0,22 - -	0,40 0,27 - -	0,30 0,27 - -	N_{Ed1} / P N_{Ed2} / P - -
0,8	0,17 0,20 - -	0,33 0,24 - 0,01	0,27 0,22 - 0,01	0,38 0,30 - -	0,29 0,28 - -	N_{Ed1} / P N_{Ed2} / P - N_{Ed4} / P

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

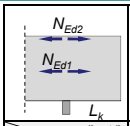
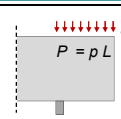
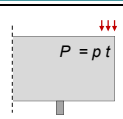
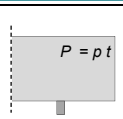
Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők nagyságának meghatározása –

						
h/L \ c/L=t/L	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	
0,9	0,16 0,19 - -	0,30 0,15 - 0,02	0,25 0,22 - 0,02	0,37 0,32 - -	0,28 0,30 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P - N_{Ed4}/P
1,0	0,15 0,19 - -	0,28 0,26 0,01 0,02	0,23 0,23 - 0,02	0,36 0,34 - -	0,27 0,31 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P N_{Ed3}/P N_{Ed4}/P
1,5	0,14 0,19 - -	0,20 0,27 0,10 0,03	0,19 0,24 0,01 0,03	0,36 0,34 - -	0,25 0,32 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P N_{Ed3}/P N_{Ed4}/P
≥ 2,0	0,14 0,19 - -	0,18 0,27 0,15 0,05	0,17 0,24 0,04 0,05	0,36 0,34 - -	0,25 0,32 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P N_{Ed3}/P N_{Ed4}/P

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők nagyságának meghatározása –

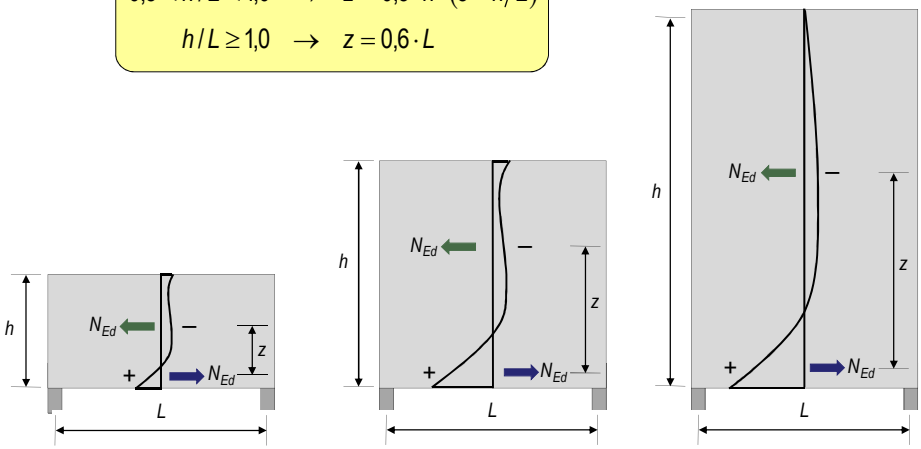
				
h/L \ c/L=t/L	≥ 0,2	≥ 0,2	≥ 0,2	
1,0	0,63 -	- 1,16	1,16 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,1	0,58 -	- 1,04	1,05 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,2	0,56 -	- 0,94	0,98 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,5	0,55 -	- 0,71	0,87 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
2,0	0,54 -	0,13 0,48	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
3,0	0,54 -	0,35 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
4,0	0,54 -	0,48 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők helyzetének meghatározása –

Egynyílású faltartó

$$0{,}5 < h/L < 1{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}3 \cdot h \cdot (3 - h/L)$$
$$h/L \geq 1{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}6 \cdot L$$



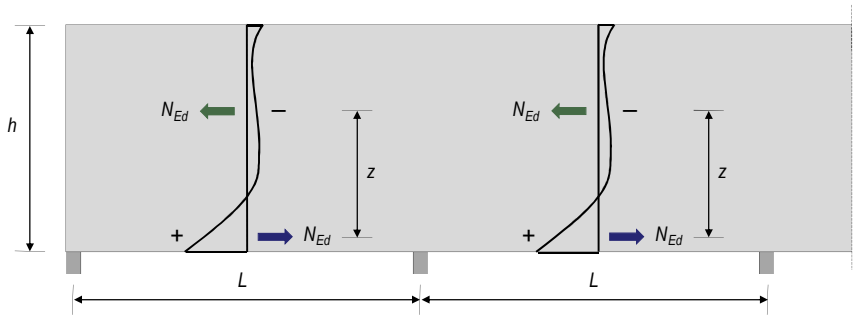
Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők helyzetének meghatározása –

Többnyílású faltartó szélső nyílás

$$0{,}4 < h/L < 1{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}5 \cdot h \cdot (1{,}9 - h/L)$$
$$h/L \geq 1{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}45 \cdot L$$

Többnyílású faltartó közbenső nyílás

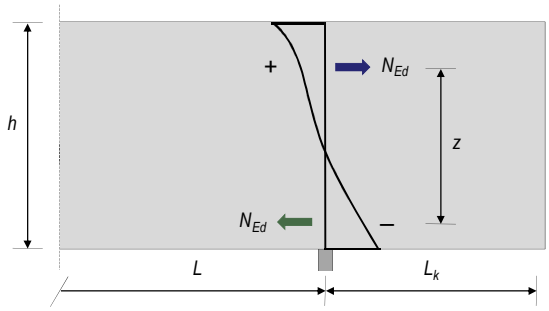
$$0{,}3 < h/L < 1{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}5 \cdot h \cdot (1{,}8 - h/L)$$
$$h/L \geq 1{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}4 \cdot L$$



Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők helyzetének meghatározása –

Faltartó konzol támasz feletti keresztmetszete

$$1{,}0 < h/L_k < 2{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}65 \cdot L_k + 0{,}10 \cdot h$$
$$h/L \geq 2{,}0 \quad \rightarrow \quad z = 0{,}85 \cdot L_k$$

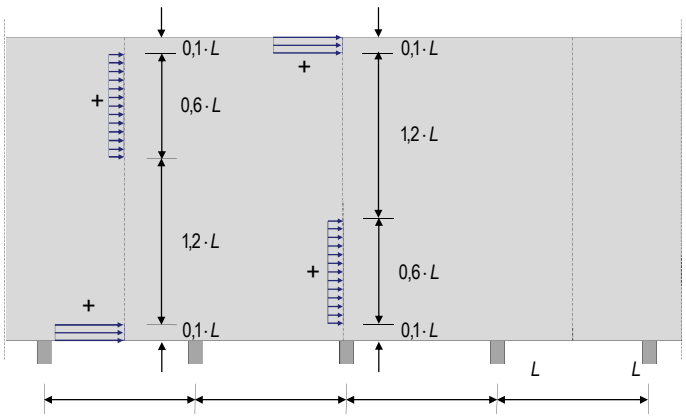


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők megoszlása –

Többnyílású faltartó keresztmetszetei

$$h/L = 2$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

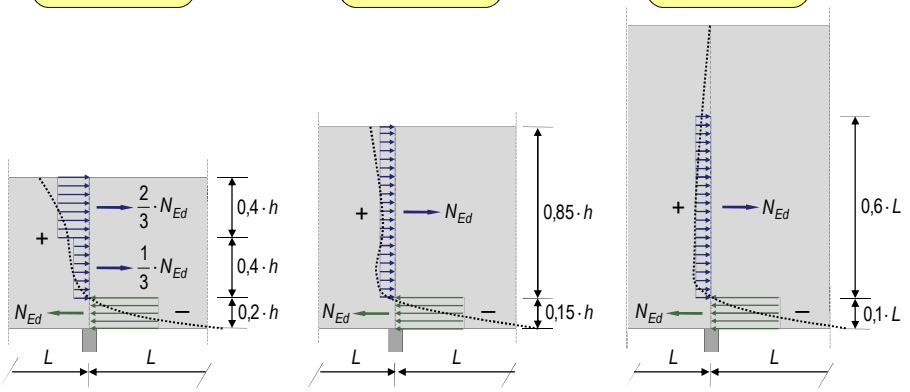
Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők megoszlása –

Többnyílású faltartó közbenső támaszok feletti keresztmetszetek

$h/L = 0{,}5$ $z = 0{,}766 \cdot h$

$h/L = 0{,}66$ $z = 0{,}5 \cdot h$

$h/L \geq 1$ $z = 0{,}35 \cdot L$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

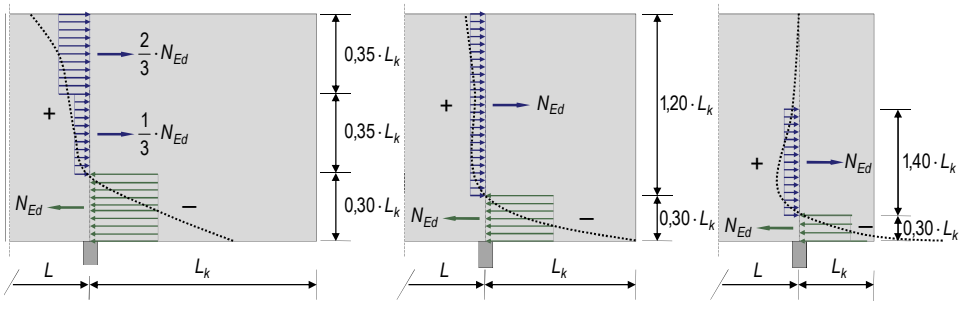
Vasbeton faltartók közelítő megoldása táblázatos módszer segítségével – a méretezés alapját képező belső erők megoszlása –

Faltartó konzol támasz feletti keresztmetszete

$h/L_k = 1{,}0$ $z = 0{,}816 \cdot L_k$

$h/L_k = 1{,}5$ $z = 0{,}75 \cdot L_k$

$h/L_k \geq 3{,}0$ $z = 0{,}85 \cdot L_k$

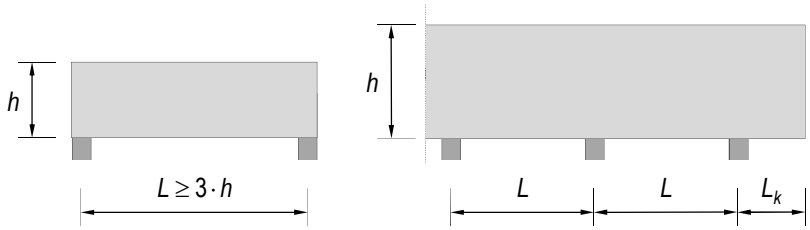


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Vasbeton faltartók szerkesztési szabályai az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010, 5.3.1 Fejezet, (3) Bekezdés:

A gerenda olyan szerkezeti elem, melynek támaszköze nem kisebb, mint a teljes keresztmetszeti magasság háromszorosa. **Egyéb esetben faltartónak kell tekinteni.**



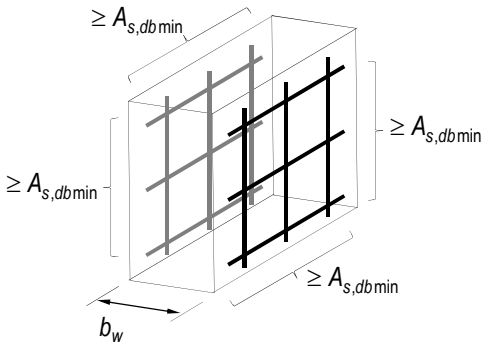
gerenda **faltartó**

Vasbeton faltartók szerkesztési szabályai az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010, 9.7 Fejezet, (1) Bekezdés:

A faltartókba szokásos esetben mindkét oldalfelület közelébe ortogonális vasalást kell elhelyezni, melynek minimális mennyisége $A_{s,dbmin}$, melynek javasolt értéke **oldalfelületenként és irányonként**:

$$A_{s,db\min} = \max\left\{\begin{matrix} 1{,}00\,‰ \\ 150\,\mathrm{mm}^2/\mathrm{m} \end{matrix}\right\}$$

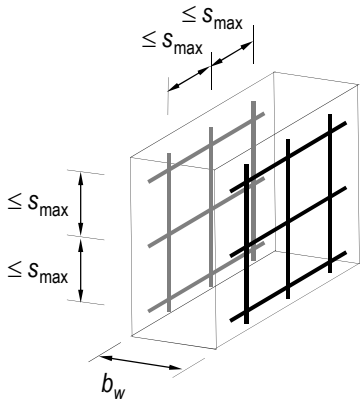


Vasbeton faltartók szerkesztési szabályai az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010, 9.7 Fejezet, (2) Bekezdés:

A háló két szomszédos acélbetétje közötti távolság:

$$s_{max} = \min\begin{Bmatrix} 2 \cdot b_w \\ 300\,\text{mm} \end{Bmatrix}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

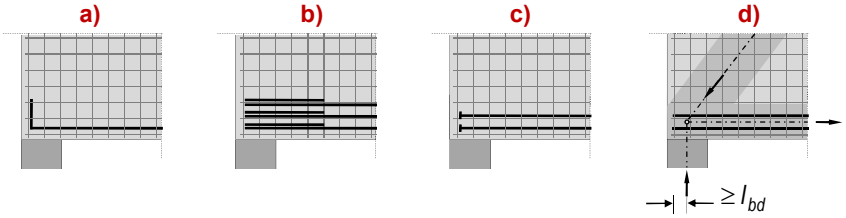
Vasbeton faltartók szerkesztési szabályai az MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján

MSZ EN 1992-1-1:2010, 9.7 Fejezet, (3) Bekezdés:

A tervezéshez alkalmazott modell húzott zónáinak megfelelő teljes vasalást a csomópontban

a) kampózott acélbetétek,
b) U alakú hajtűvasak,
c) lehorgonyzószerelvények

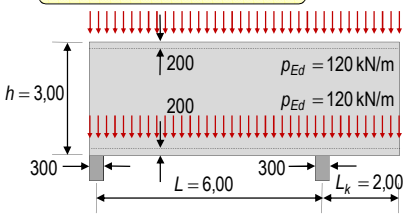
alkalmazásával a csomóponti egyensúlynak megfelelően le kell horgonyozni (részleteiben lásd a ***6.5.4 Fejezet***), hacsak nem áll rendelkezésre (***d***) az l_{bd} lehorgonyzási hossz alkalmazásához elegendő hely a csomópont és a faltartó vége között.



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Feladat-meghatározás:



Tervezzük meg a ***h* = 3,00 m** teljes magasságú, ***b* = 200 mm** szélességű, ***L* = 6,00 m** támaszközű és L_k **= 2,00 m** konzolkinyúlású vasbeton faltartó vasalását a faltartó alsó és felső peremére terhelő lemezekről átadódó p_{Ed} **= 120 kN/m** egyenletesen megoszló teherre. A szerkezet vasalását bordás, **B500A** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki, a szerkezet betonszilárdsági osztályát az **XC1** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály alapján vesszük fel, a betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_{max} **= 16 mm**, az alkalmazott cement **CEM 42,5** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S4**!

A beton szabványos megnevezése:

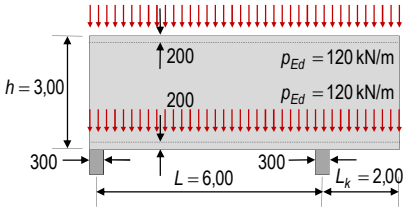
C20/25 - XC1 - 16 - F3 - CEM 42,5 - MSZ 4798-1: 2004

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Anyagjellemzők:



A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20\ \text{N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\ \text{N/mm}^2$$

A négyszög alakú feszültség diagram jellemzői:

$$(1-\lambda)\cdot\varepsilon_{cu3} = (1-0{,}8)\cdot 3{,}50 = 0{,}70\,‰ \quad \varepsilon_{cu3} = 3{,}5\,‰$$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \text{N/mm}^2$$

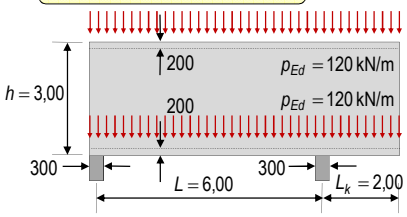
A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175\,‰ \quad \varepsilon_{su} = 25\,‰$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Geometria:



Táblázatos megoldáshoz szükséges geometriai arányok:

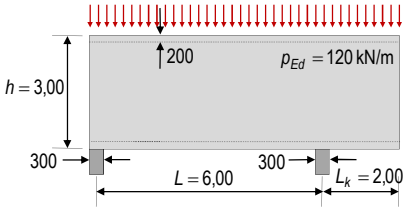
$$\frac{h}{L} = \frac{3{,}00}{6{,}00} = 0{,}50$$

$$\frac{h}{L_k} = \frac{3{,}00}{2{,}00} = 1{,}50$$

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Mezővasalás tervezése:



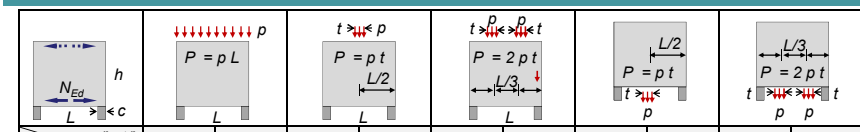
Mezővasalás meghatározása a felső peremen egyenletesen megoszló teherből:

$$\frac{h}{L} = \frac{3{,}00}{6{,}00} = 0{,}50$$ táblázat!

$$\frac{h}{L_k} = \frac{3{,}00}{2{,}00} = 1{,}50$$ táblázat!

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

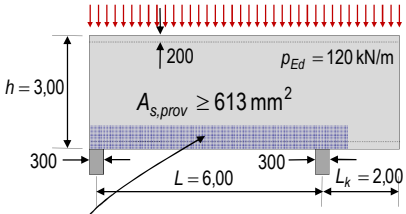
1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével



h/L \ c/L=t/L	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	0,1	≥ 0,2	
0,5	0,37 -	0,33 -	0,66 -	0,64 -	0,50 -	0,50 -	0,66 -	0,65 -	0,50 -	0,50 -	N_{Ed} / P
0,6	0,31 -	0,27 -	0,55 -	0,53 -	0,41 -	0,40 -	0,53 -	0,52 -	0,42 -	0,41 -	
0,7	0,27 -	0,23 -	0,45 -	0,44 -	0,35 -	0,34 -	0,46 -	0,45 -	0,36 -	0,35 -	
0,8	0,24 -	0,20 -	0,38 -	0,36 -	0,30 -	0,29 -	0,42 -	0,41 -	0,32 -	0,30 -	
0,9	0,22 -	0,18 -	0,32 -	0,29 -	0,26 -	0,25 -	0,41 -	0,39 -	0,30 -	0,28 -	
1,0	0,21 -	0,18 -	0,27 -	0,25 -	0,23 -	0,21 -	0,40 -	0,37 -	0,29 -	0,27 -	
1,1	0,21 -	0,17 -	0,24 0,04	0,23 -	0,22 -	0,20 -	0,40 -	0,36 -	0,29 -	0,27 -	
1,2	0,20 -	0,17 -	0,22 0,09	0,20 0,04	0,20 -	0,18 -	0,40 -	0,36 -	0,28 -	0,26 -	
1,5	0,20 -	0,17 -	0,20 0,12	0,16 0,10	0,19 0,02	0,16 0,02	0,40 -	0,36 -	0,28 -	0,26 -	
2,0	0,20 -	0,17 -	0,20 0,25	0,15 0,17	0,19 0,07	0,16 0,07	0,40 -	0,36 -	0,28 -	0,26 -	

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Mezővasalás tervezése:



Az alkalmazott vasalást a faltartó ***0,10 L ~ 0,20 h*** magasságú húzott övében kell egyenletesen szétosztani!

Mezővasalás meghatározása a felső peremen egyenletesen megoszló teherből:

$$\frac{h}{L} = \frac{3{,}00}{6{,}00} = 0{,}50$$ táblázat!

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

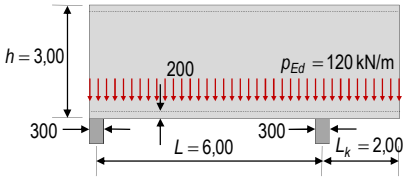
$$\frac{N_{Ed}}{P} = 0{,}37$$

$$N_{Ed} = 0{,}37 \cdot P = 0{,}37 \cdot 120 \cdot 6{,}00 = 266{,}40\,\text{kN}$$

$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{266{,}40 \cdot 10^4}{435} = 613\,\text{mm}^2$$

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Mezővasalás tervezése:



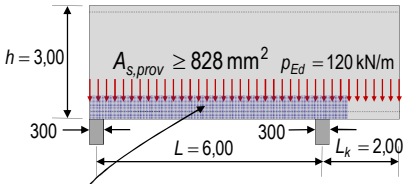
Mezővasalás meghatározása az alsó peremen egyenletesen megoszló teher koncentrált erőkké való átalakításával:

$$\frac{h}{L} = \frac{3{,}00}{6{,}00} = 0{,}50$$ táblázat!

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Mezővasalás tervezése:



Az alkalmazott vasalást a faltartó ***0,10 L ~ 0,20 h*** magasságú húzott övében kell egyenletesen szétosztani!

Mezővasalás meghatározása az alsó peremen egyenletesen megoszló teher koncentrált erőkké való átalakításával:

$$\frac{h}{L} = \frac{3{,}00}{6{,}00} = 0{,}50$$ táblázat!

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

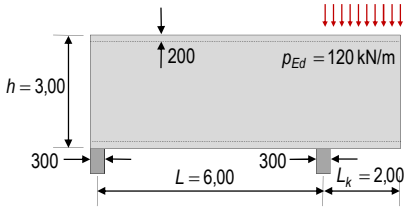
$$\frac{N_{Ed}}{P} = 0{,}50$$

$$N_{Ed} = 0{,}50 \cdot P = 0{,}50 \cdot 120 \cdot 6{,}00 = 360\,\text{kN}$$

$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{360 \cdot 10^4}{435} = 828\,\text{mm}^2$$

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Támaszvasalás tervezése:

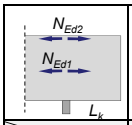
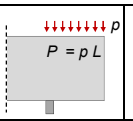
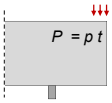
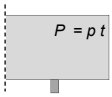


Konzolvasalás meghatározása a felső peremen egyenletesen megoszló teherből:

$$\frac{h}{L_k} = \frac{3{,}00}{2{,}00} = 1{,}50$$ táblázat!

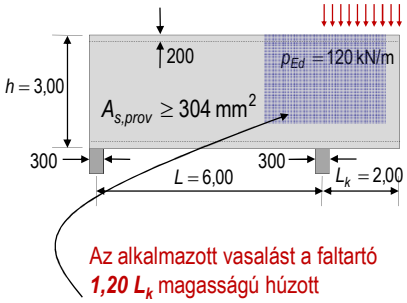
$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

				
h/L \ c/L=t/L	≥ 0,2	≥ 0,2	≥ 0,2	
1,0	0,63 -	- 1,16	1,16 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,1	0,58 -	- 1,04	1,05 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,2	0,56 -	- 0,94	0,98 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,5	0,55 -	- 0,71	0,87 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
2,0	0,54 -	0,13 0,48	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
3,0	0,54 -	0,35 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
4,0	0,54 -	0,48 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Támaszvasalás tervezése:



Az alkalmazott vasalást a faltartó ***1,20 L_k*** magasságú húzott zónájában kell egyenletesen szétosztani!

Konzolvasalás meghatározása a felső peremen egyenletesen megoszló teherből:

$$\frac{h}{L_k} = \frac{3{,}00}{2{,}00} = 1{,}50$$ táblázat!

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

$$\frac{N_{Ed}}{P} = 0{,}55$$

$$N_{Ed} = 0{,}55 \cdot P = 0{,}50 \cdot 120 \cdot 2{,}00 = 132\,\text{kN}$$

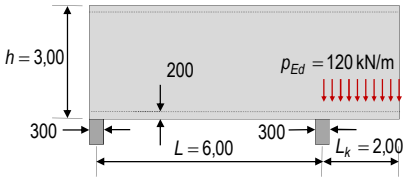
$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{132 \cdot 10^4}{435} = 304\,\text{mm}^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Támaszvasalás tervezése:



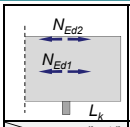
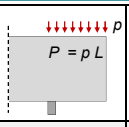
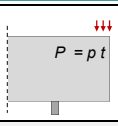
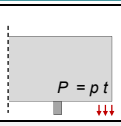
Konzolvasalás meghatározása az alsó peremen egyenletesen megoszló teher koncentrált erőkké való átalakításával:

$$\frac{h}{L_k} = \frac{3{,}00}{2{,}00} = 1{,}50$$ táblázat!

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

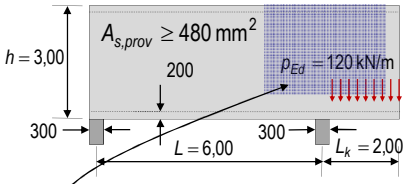
1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

				
h/L \ c/L=t/L	≥ 0,2	≥ 0,2	≥ 0,2	
1,0	0,63 -	- 1,16	1,16 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,1	0,58 -	- 1,04	1,05 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,2	0,56 -	- 0,94	0,98 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,5	0,55 -	- 0,71	0,87 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
2,0	0,54 -	0,13 0,48	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
3,0	0,54 -	0,35 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
4,0	0,54 -	0,48 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Támaszvasalás tervezése:



Az alkalmazott vasalást a faltartó ***1,20 L_k*** magasságú húzott zónájában kell egyenletesen szétosztani!

Konzolvasalás meghatározása az alsó peremen egyenletesen megoszló teher koncentrált erőkké való átalakításával:

$$\frac{h}{L_k} = \frac{3{,}00}{2{,}00} = 1{,}50$$ táblázat!

$$\frac{t}{L} = \frac{0{,}30}{6{,}00} = 0{,}05 \rightarrow 0{,}10$$ táblázat!

$$\frac{N_{Ed}}{P} = 0{,}87$$

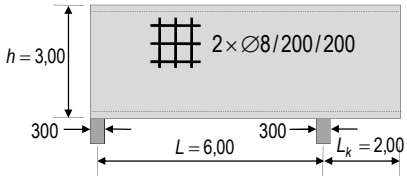
$$N_{Ed} = 0{,}87 \cdot P = 0{,}87 \cdot 120 \cdot 2{,}00 = 208{,}8\ kN$$

$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{208{,}8 \cdot 10^4}{435} = 480\ mm^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Alapháló tervezése:



Minimális vasalás a faltartóban:

$$A_{s,db\min} = \max\left\{\begin{matrix} 1{,}00\,‰ \\ 150\,\mathrm{mm^2/m} \end{matrix}\right\}$$

$$A_{s,db\min} = \max\left\{\begin{matrix} 200\,\mathrm{mm^2/m} \\ 150\,\mathrm{mm^2/m} \end{matrix}\right\} = 200\,\mathrm{mm^2/m}$$

Kétoldali, kétirányú hálós vasalás:

$$A_{s,dbprov} = \varnothing 8/200\,(251\,\mathrm{mm^2/m})$$

Acélbetét-távolság ellenőrzése

$$s_{\max} = \min\left\{\begin{matrix} 2\cdot b_w = 400\,\mathrm{mm} \\ 300\,\mathrm{mm} \end{matrix}\right\} = 300\,\mathrm{mm}$$

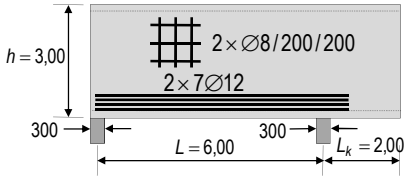
$$s_{\max} = 300\,\mathrm{mm} > s_{prov} = 200\,\mathrm{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Mezővasalás kialakítása:



Mezővasalás:

$$A_{s,req} = 613 + 828 = 1441\,\mathrm{mm^2} \le A_{s,prov}$$

$$A_{s,prov} = 2\times 7\varnothing 12\,(1583\,\mathrm{mm^2})$$

(kihasználtság 90%-os)

Konzolvasalás:

$$A_{s,req} = 304 + 480 = 784\,\mathrm{mm^2} \le A_{s,prov}$$

$$A_{s,req} = 784\,\mathrm{mm^2}/(1{,}20\cdot 2{,}00) = 326\,\mathrm{mm^2/m}$$

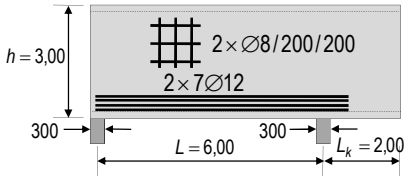
$$\frac{A_{s,req}}{2} = \frac{326}{2} = 163\,\mathrm{mm^2/m} < A_{s,dbprov} = \varnothing 8/200\,(251\,\mathrm{mm^2})$$

Az alapháló elegendő a támasz feletti keresztmetszetben ébredő húzóerők felvételére!

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Betonfedés:



Minimális betonfedés a kellő tapadás biztosításához:

$$C_{\min,b} = \varnothing = 12\,\text{mm}$$

Minimális betonfedés a környezeti hatások miatt:

$$C_{\min,dur} = 15\,\text{mm}$$

A betonfedésnél figyelembe vett kötelező ráhagyás:

$$\Delta C_{dev} = 10\,\text{mm}$$

A betonfedés minimális értéke:

$$C_{\min} = \max\left\{\begin{matrix} C_{\min,b} = 12\,\text{mm} \\ C_{\min,\text{dur}} = 15\,\text{mm} \\ 10\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 15\,\text{mm}$$

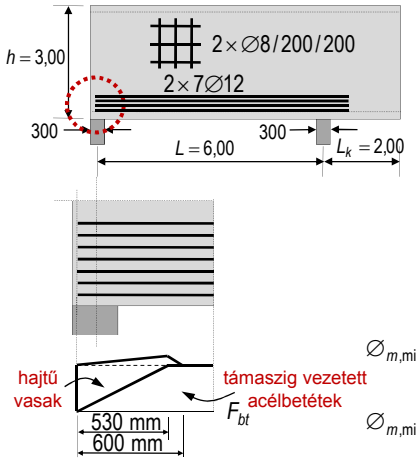
A betonfedés előírt névleges értéke:

$$C_{nom} = C_{\min} + \Delta C_{dev} = 15 + 10 = 25\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Lehorgonyzás vizsgálat:



Lehorgonyzás vizsgálat a szélső támasznál:

a) Részletes vizsgálat hiányában nem ismerjük a szélső támasz környezetében az acélbetétekben ébredő kihúzóerőt, ezért feltételezzük, hogy a betétek kihasználtsága itt is 90%-os.

b) A támaszokig elvezetett acélbetéteket hajtűvasakkal horgonyozzuk le.

$$f_{ctd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{1{,}50}{1{,}5} = 1{,}00\,\text{N/mm}^2$$

$$f_{bd} = 2{,}25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd} = 2{,}25 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1{,}00 = 2{,}25\,\text{N/mm}^2$$

$$l_{bd,\varnothing 12} = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{12}{4} \cdot \frac{0{,}9 \cdot 435}{2{,}25} = 522\,\text{mm} \rightarrow 530\,\text{mm}$$

$$\varnothing_{m,\min} = \frac{F_{bt}}{f_{cd}} \cdot \left(\frac{1}{a_b} + \frac{1}{2 \cdot \varnothing}\right) =$$

$$\varnothing_{m,\min} = \frac{0{,}9 \cdot 435 \cdot 113}{16{,}66} \cdot \left(\frac{1}{25 + 8 + 12 + 12/2} + \frac{1}{2 \cdot 12}\right) = \rightarrow 162\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

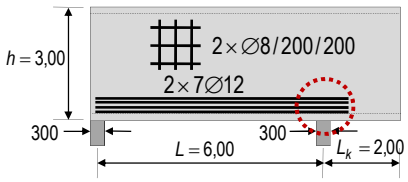
1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

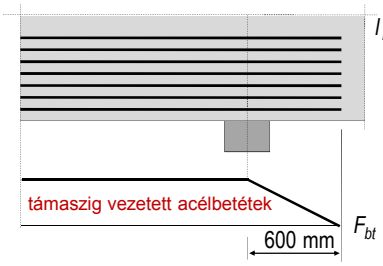
Lehorgonyzás vizsgálat:

Lehorgonyzás vizsgálat a konzolnál lévő támasznál:

a) Részletes vizsgálat hiányában nem ismerjük a konzolnál lévő támasz környezetében az acélbetétekben ébredő kihúzóerőt, ezért feltételezzük, hogy a betétek kihasználtsága itt is 90%-os.
b) A támaszokig elvezetett acélbetéteket egyenesen vezetett acélbetétekként horgonyozzuk le.

További számítás ehhez a megoldáshoz nem szükséges!



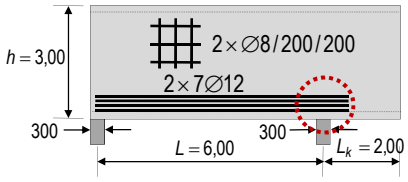


$$l_{bd,\varnothing 12} = \frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{12}{4}\cdot\frac{0{,}90\cdot 435}{2{,}25} = 530\ \text{mm} \rightarrow 600\ \text{mm}$$

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Alsó peremvasalás:

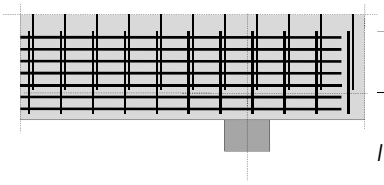
Az alsó perem mentén az alapháló kiosztásához igazodóan **2×Ø8/200**-as hajtű alakú peremvasalást alkalmazunk. A peremvasalásának fel kell tudni vennie a födémekről a faltartó alsó peremére átadódó $\boldsymbol{p_{Ed}}$ **= 120 kN/m** nagyságú terhet:



$$N_{Rd} = A_{s,2\times\varnothing 8/200}\cdot f_{yd} = 2\cdot 251\cdot 435 = 218{,}40\ \text{kN/m}$$

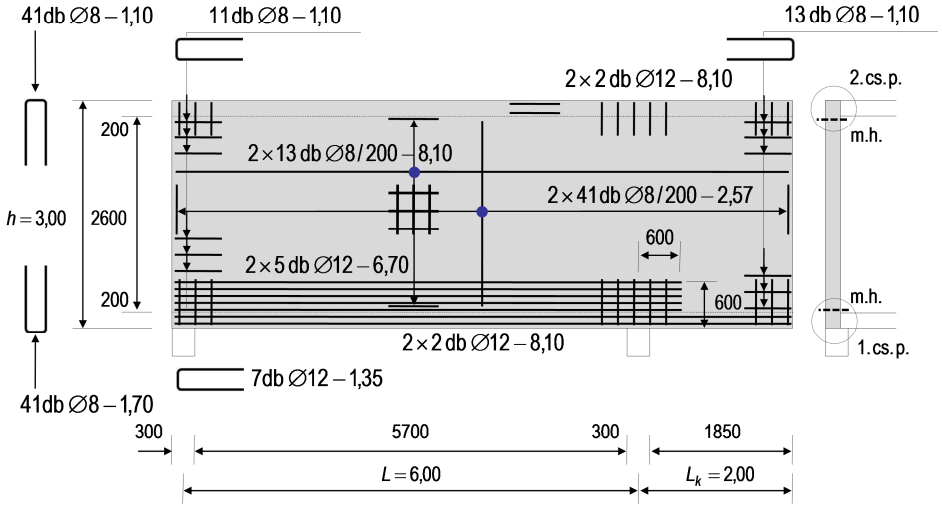
$$N_{Rd} = 218{,}40\ \text{kN/m} > N_{Ed} = p_{Ed} = 120\ \text{kN/m}$$

(kihasználtság 55%-os)



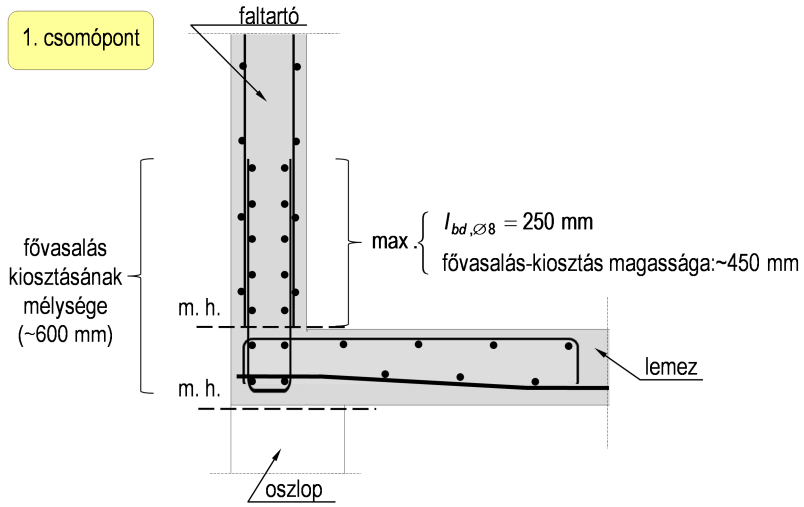
$$l_{bd,\varnothing 8} = \frac{\varnothing}{4}\cdot\frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{8}{4}\cdot\frac{0{,}55\cdot 435}{2{,}25} = 213\ \text{mm} \rightarrow 250\ \text{mm}$$

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével



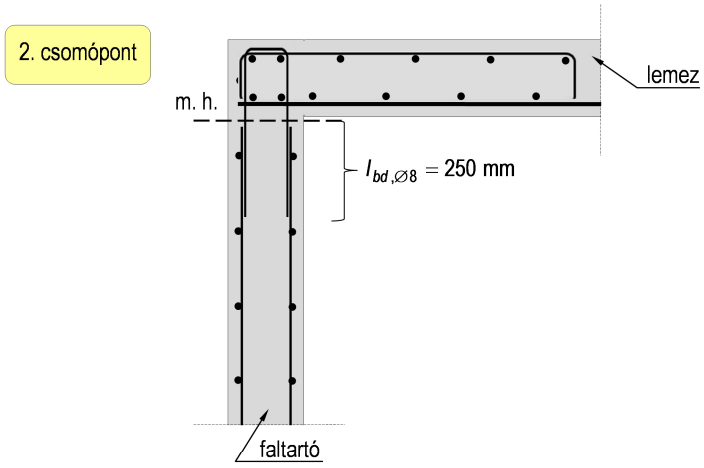
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

1. Példa: Kéttámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

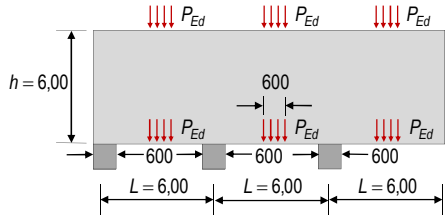


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Feladat-meghatározás:

Tervezzük meg a ***h* = 6,00 m** teljes magasságú, ***b* = 400 mm** szélességű, ***L* = 6,00 m** támaszközű és L_k **= 6,00 m** konzolkinyúlású háromtámaszú vasbeton faltartó vasalását a faltartó felső és alsó ére mezőközépen ***t* = 600 mm**-es sávban terhelő P_{Ed} **= 1200 kN** koncentrált teherre. (A terhet a felső perem mentén egy pillérsor, az alsó peremen gerendabekötés okozza). A szerkezet vasalását bordás, **B500A** minőségű acélbetétekkel alakítjuk ki, a szerkezet betonszilárdsági osztályát az **XC1** kitéti (környezeti) osztályra javasolt legkisebb szilárdsági osztály alapján vesszük fel, a betonban az adalékanyag legnagyobb szemnagysága d_{max} **= 16 mm**, az alkalmazott cement **CEM 42,5** osztályú, valamint a tervezett konzisztencia **F3**, szerkezeti osztálya **S4!** A beton szabványos megnevezése: **C20/25 - XC1 - 16 - F3 - CEM 42,5 - MSZ 4798-1: 2004**



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Anyagjellemzők:

A beton nyomószilárdságának karakterisztikus értéke:

$$f_{ck} = 20\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának karakterisztikus értéke:

$$f_{yk} = 500\ \text{N/mm}^2$$

A beton nyomószilárdságának tervezési értéke:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_C} = 1{,}0 \cdot \frac{20}{1{,}5} = 13{,}33\ \text{N/mm}^2$$

A betonacél folyáshatárának tervezési értéke:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_S} = \frac{500}{1{,}15} = 435\ \text{N/mm}^2$$

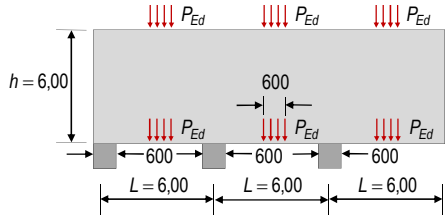
A négyszög alakú feszültség diagram jellemzői:

$$(1-\lambda)\cdot\varepsilon_{cu3} = (1-0{,}8)\cdot 3{,}50 = 0{,}70\,‰$$

$$\varepsilon_{cu3} = 3{,}5\,‰$$

A betonacél rugalmassági határa és szakadó nyúlása:

$$\frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2{,}175\,‰ \qquad \varepsilon_{su} = 25\,‰$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

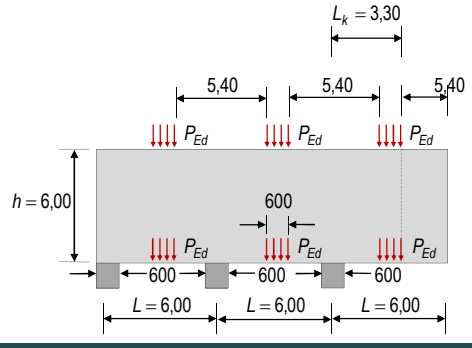
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Geometria:

Táblázatos megoldáshoz szükséges geometriai arányok:

$$\frac{h}{L} = \frac{6{,}00}{6{,}00} = 1 \qquad \frac{h}{L_k} = \frac{6{,}00}{3{,}30} \approx 1{,}80 \qquad \frac{t}{L} = \frac{0{,}60}{6{,}00} = 0{,}10$$



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

N_{Ed4} N_{Ed3} N_{Ed2} N_{Ed1}	p $P = pL$	$P = pt$	$P = 2pt$	$P = pt$	$P = 2pt$	
h/L \ $c/L=t/L$	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	≥ 0,1	
0,9	0,16 0,19 - -	0,30 0,15 - 0,02	0,25 0,22 - 0,02	0,37 0,32 - -	0,28 0,30 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P - N_{Ed4}/P
1,0	0,15 0,19 - -	0,28 0,26 0,01 0,02	0,23 0,23 - 0,02	0,36 0,34 - -	0,27 0,31 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P N_{Ed3}/P N_{Ed4}/P
1,5	0,14 0,19 - -	0,20 0,27 0,10 0,03	0,19 0,24 0,01 0,03	0,36 0,34 - -	0,25 0,32 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P N_{Ed3}/P N_{Ed4}/P
≥ 2,0	0,14 0,19 - -	0,18 0,27 0,15 0,05	0,17 0,24 0,04 0,05	0,36 0,34 - -	0,25 0,32 - -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P N_{Ed3}/P N_{Ed4}/P

felső perem mentén ható terhek

alsó perem mentén ható terhek

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Metszeterők, vasalás:

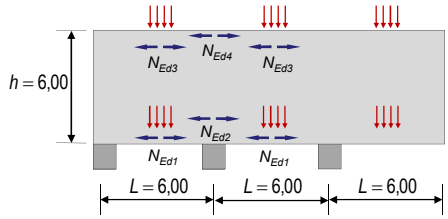
Metszeterők mezőben:

$$\frac{N_{Ed1}}{P} = 0{,}18 + 0{,}25 = 0{,}43 \rightarrow N_{Ed1} = 0{,}43 \cdot P = 0{,}43 \cdot 1200 = 516\,\text{kN}$$

$$\frac{N_{Ed2}}{P} = 0{,}27 + 0{,}32 = 0{,}59 \rightarrow N_{Ed2} = 0{,}59 \cdot P = 0{,}59 \cdot 1200 = 708\,\text{kN}$$

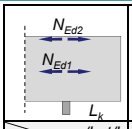
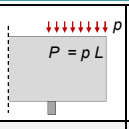
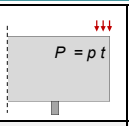
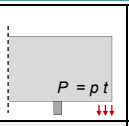
$$\frac{N_{Ed3}}{P} = 0{,}13 \rightarrow N_{Ed3} = 0{,}13 \cdot P = 0{,}13 \cdot 1200 = 156\,\text{kN}$$

$$\frac{N_{Ed4}}{P} = 0{,}05 \rightarrow N_{Ed4} = 0{,}05 \cdot P = 0{,}05 \cdot 1200 = 60\,\text{kN}$$



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

				
h/L \ c/L=t/L	≥ 0,2	≥ 0,2	≥ 0,2	
1,0	0,63 -	- 1,16	1,16 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,1	0,58 -	- 1,04	1,05 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,2	0,56 -	- 0,94	0,98 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
1,5	0,55 -	- 0,71	0,87 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
2,0	0,54 -	0,13 0,48	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
3,0	0,54 -	0,35 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P
4,0	0,54 -	0,48 0,38	0,86 -	N_{Ed1}/P N_{Ed2}/P

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Metszeterők, vasalás:

Metszeterők mezőben:

$$\frac{N_{Ed1}}{P} = 0{,}18 + 0{,}25 = 0{,}43 \rightarrow N_{Ed1} = 0{,}43 \cdot P = 0{,}43 \cdot 1200 = 516\,\text{kN}$$

$$\frac{N_{Ed2}}{P} = 0{,}27 + 0{,}32 = 0{,}59 \rightarrow N_{Ed2} = 0{,}59 \cdot P = 0{,}59 \cdot 1200 = 708\,\text{kN}$$

$$\frac{N_{Ed3}}{P} = 0{,}13 \rightarrow N_{Ed3} = 0{,}13 \cdot P = 0{,}13 \cdot 1200 = 156\,\text{kN}$$

$$\frac{N_{Ed4}}{P} = 0{,}05 \rightarrow N_{Ed4} = 0{,}05 \cdot P = 0{,}05 \cdot 1200 = 60\,\text{kN}$$

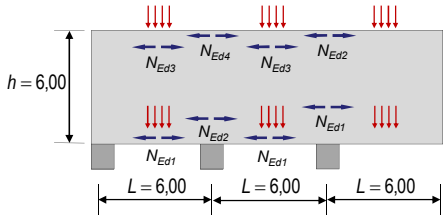
Metszeterők konzolon:

$$\frac{N_{Ed1}}{P} = 0{,}13 + 0{,}86 = 0{,}99$$

$$N_{Ed1} = 0{,}99 \cdot P = 0{,}99 \cdot 1200 = 1188\,\text{kN}$$

$$\frac{N_{Ed2}}{P} = 0{,}48$$

$$N_{Ed2} = 0{,}48 \cdot P = 0{,}48 \cdot 1200 = 576\,\text{kN}$$



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Metszeterők, vasalás:

Szükséges vasalás mezőben:

$N_{Ed1} = 516\,\text{kN}$ $A_{s,req1} = 516\,\text{kN}/435\,\text{N/mm}^2 = 1187\,\text{mm}^2$

$N_{Ed2} = 708\,\text{kN}$ $A_{s,req2} = 708\,\text{kN}/435\,\text{N/mm}^2 = 1628\,\text{mm}^2$

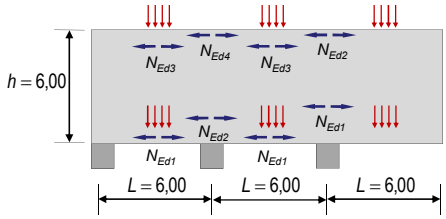
$N_{Ed3} = 156\,\text{kN}$ $A_{s,req3} = 156\,\text{kN}/435\,\text{N/mm}^2 = 359\,\text{mm}^2$

$N_{Ed4} = 60\,\text{kN}$ $A_{s,req4} = 60\,\text{kN}/435\,\text{N/mm}^2 = 138\,\text{mm}^2$

Szükséges vasalás konzolon:

$N_{Ed1} = 1188\,\text{kN}$ $A_{s,req1} = 1188\,\text{kN}/435\,\text{N/mm}^2 = 2732\,\text{mm}^2$

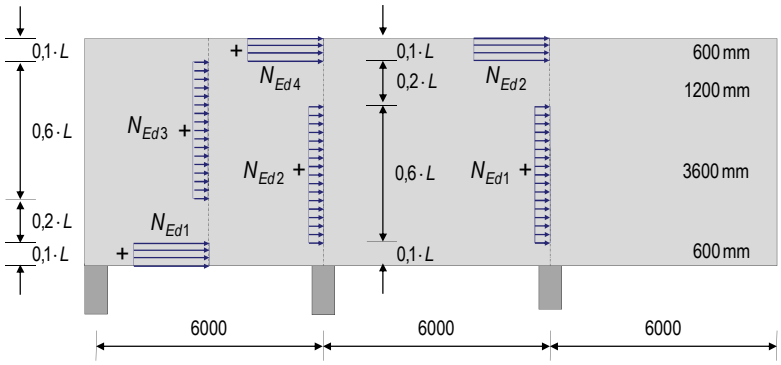
$N_{Ed2} = 576\,\text{kN}$ $A_{s,req2} = 576\,\text{kN}/435\,\text{N/mm}^2 = 1325\,\text{mm}^2$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Metszeterők, vasalás eloszlása:



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Metszeterők, vasalás:

Szükséges vasalás mezőben:

$A_{s,req1} = 1187\,\text{mm}^2/600\,\text{mm} = 1979\,\text{mm}^2/\text{m}$

$A_{s,req2} = 1628\,\text{mm}^2/3600\,\text{mm} = 453\,\text{mm}^2/\text{m}$

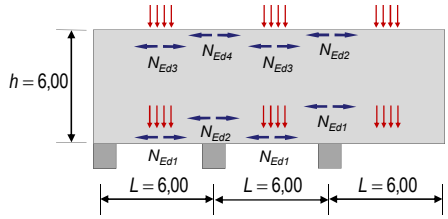
$A_{s,req3} = 359\,\text{mm}^2/3600\,\text{mm} = 100\,\text{mm}^2/\text{m}$

$A_{s,req4} = 138\,\text{mm}^2/600\,\text{mm} = 230\,\text{mm}^2/\text{m}$

Szükséges vasalás konzolon:

$A_{s,req1} = 2732\,\text{mm}^2/3600\,\text{mm} = 759\,\text{mm}^2/\text{m}$

$A_{s,req2} = 1325\,\text{mm}^2/600\,\text{mm} = 2209\,\text{mm}^2/\text{m}$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Alapháló tervezése:

Minimális vasalás a faltartóban:

$$A_{s,db\min} = \max\left\{\begin{matrix} 1{,}00\,‰ \\ 150\,\text{mm}^2/\text{m} \end{matrix}\right\}$$

$$A_{s,db\min} = \max\left\{\begin{matrix} 400\,\text{mm}^2/\text{m} \\ 150\,\text{mm}^2/\text{m} \end{matrix}\right\} = 400\,\text{mm}^2/\text{m}$$

Kétoldali, kétirányú hálós vasalás:

$$A_{s,dbprov} = \varnothing 10/200\,(393\,\text{mm}^2/\text{m}) \approx A_{s,db\min} = 400\,\text{mm}^2/\text{m}$$

Acélbetét-távolság ellenőrzése

$$s_{\max} = \min\left\{\begin{matrix} 2 \cdot b_w = 800\,\text{mm} \\ 300\,\text{mm} \end{matrix}\right\} = 300\,\text{mm}$$

$$s_{\max} = 300\,\text{mm} > s_{prov} = 200\,\text{mm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

Metszeterők, vasalás:

Szükséges vasalás mezőben:

$A_{s,req1} = 1187\,mm^2/600\,mm = 1979\,mm^2/m$ Méretezés!!!

$A_{s,req2} = 1628\,mm^2/3600\,mm = 453\,mm^2/m < 2 \cdot A_{s,db,min}$!!! ✓

$A_{s,req3} = 359\,mm^2/3600\,mm = 100\,mm^2/m < 2 \cdot A_{s,db,min}$!!! ✓

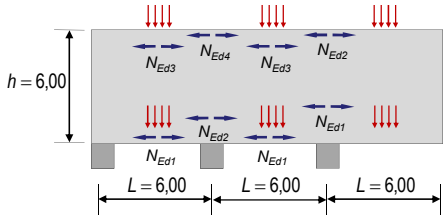
$A_{s,req4} = 138\,mm^2/600\,mm = 230\,mm^2/m < 2 \cdot A_{s,db,min}$!!! ✓

Szükséges vasalás konzolon:

$A_{s,req1} = 2732\,mm^2/3600\,mm = 759\,mm^2/m < 2 \cdot A_{s,db,min}$!!!

$A_{s,req2} = 1325\,mm^2/600\,mm = 2209\,mm^2/m$ ✓

Méretezés!!!



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture X. / X. Előadás

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

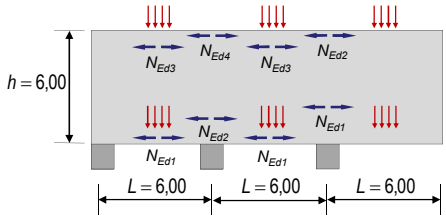
Metszeterők, vasalás:

Szükséges vasalás mezőben:

$A_{s,req1} = 1187\,mm^2/600\,mm = 1979\,mm^2/m$ → Méretezés!!! $2 \times 6db\,\varnothing 12\,(1358\,mm^2)$

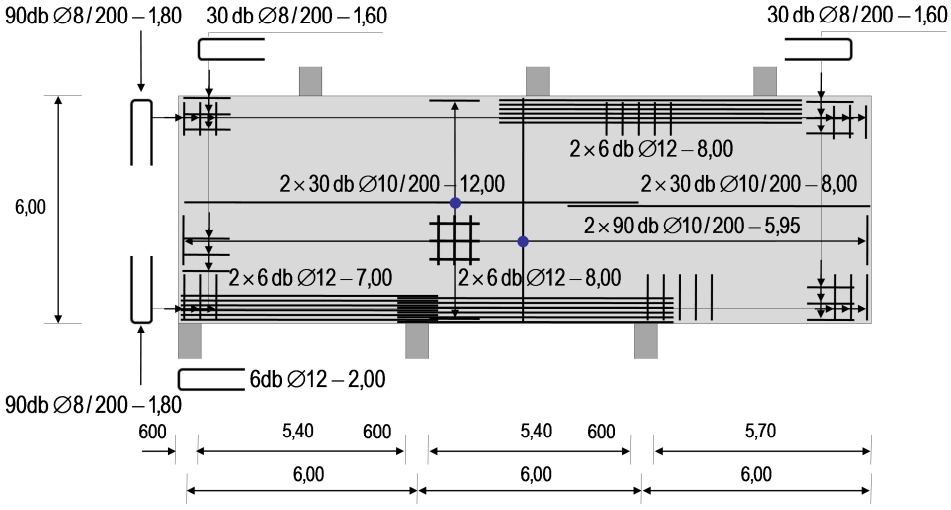
Szükséges vasalás konzolon:

$A_{s,req2} = 1325\,mm^2/600\,mm = 2209\,mm^2/m$ → Méretezés!!! $2 \times 6\,db\,\varnothing 12\,(1358\,mm^2)$



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

2. Példa: Háromtámaszú konzolos vasbeton faltartó tervezése táblázat segítségével

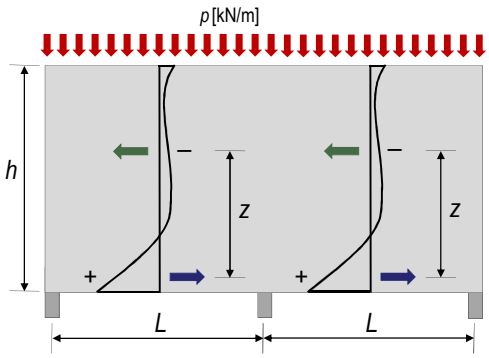


X.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton faltartók -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

11. Előadás

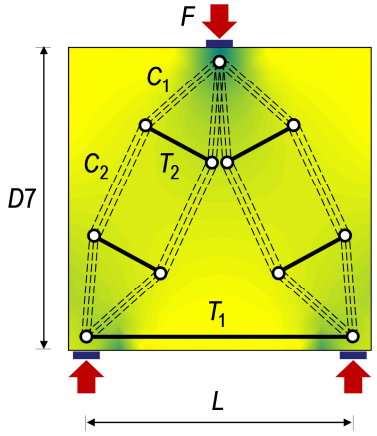
Rácsmodellek

XI.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Rácsmodellek -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Strut-and-tie modelling (STM) in structural analysis

Rácsmodellek alkalmazása a szerkezettervezésben

- A rácsmodellekkel történő vizsgálat egy olyan általános mérnöki eszköz, mellyel minden igénybevétel (***N, V, M, T***) egyidejű hatása is figyelembe vehető
- Az utóbbi néhány évtizedben az egyre tökéletesedő rácsmodellek a nyírási teherbírás meghatározásában, a rúdszerkezetek ”D” régióinak, továbbá a síkbeli feszültségi állapotban lévő felületszerkezetek (pl.: falak, faltartók) tervezésében a mérnöki tervezés legáltalánosabb eszközévé váltak
- Alkalmazása egy komplex, összetett szerkezet erőjátékának leegyszerűsítését jelenti a szerkezet belső erőinek lefutásához, eloszlásához legjobban és legegyszerűbben igazodó rácsostartó modell rúderőinek vizsgálata alapján
- Minden egyes feladat a szerkezet geometriájától, terhelésétől valamint statikai vázától függően más és más rácsmodell felvételt jelent, de a rácsmodell kialakításának elvei, továbbá az egyes rúdelemek és a csomópontok vizsgálata egységes számítási elvek alapján történik

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Past and present of the strut-and-tie (STM) modelling
Rácsmodellek alkalmazásának múltja és jelene

A rácsostartó ”feltalálójának” **Andrea Palladio** (1518-1580) olasz építőmestert tarja a kultúrtörténet, nevéhez fűződik az ilyen szerkezetek húzott és nyomott rudakra történő bontása és azok ellenőrzése.



Andrea Palladio (1518-1580)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Past and present of the strut-and-tie (STM) modelling
Rácsmodellek alkalmazásának múltja és jelene

A síkbeli rácsos tartó rúderőinek meghatározására szolgáló szerkesztéses eljárást az un. Cremona erőtervet **Luigi Cremona** (1830-1903) olasz matematikus dolgozta ki.



Luigi Cremona(1830-1903)

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Past and present of the strut-and-tie (STM) modelling
Rácsmodellek alkalmazásának múltja és jelene

Walter Ritter (1899) svájci és **Emil Mörsch** (1902) német mérnökök ajánlása a vasbeton gerenda nyírási teherbírásának meghatározására a gerenda-rácsostartó analóg viselkedése alapján



Emil Mörsch (1872 - 1950)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Past and present of the strut-and-tie (STM) modelling
Rácsmodellek alkalmazásának múltja és jelene

Fritz Leonhardt (1965), **H. Rüsch** (1964), **H. Kupfer** (1964) kutatásai a rácsmodellek további alkalmazási területeinek feltárása felé hatottak, de elsősorban továbbra is a nyírási teherbírás meghatározását célozták



Fritz Leonhardt (1909 - 1999)

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Past and present of the strut-and-tie (STM) modelling
Rácsmodellek alkalmazásának múltja és jelene

Bruno Thürlimann (1983) és a róla elnevezett zürichi iskola követői **P. Marti** (1985) és **P. Mueller** (1978) munkássága helyezte a módszert a képlékenységtan alapjaira.



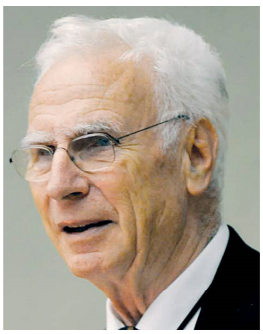
Bruno Thürlimann (1923 - 2008)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Past and present of the strut-and-tie (STM) modelling
Rácsmodellek alkalmazásának múltja és jelene

A rácsmodellek általános alkalmazási lehetőségének felvetése és kiterjesztése **Jörg Schlaich** nevéhez fűződik (1987)



Jörg Schlaich (1934 -)

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

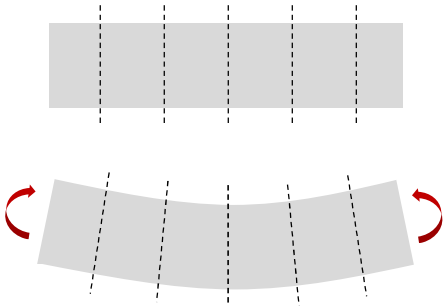
Subdivision of structural element: the beam or Bernoulli (B) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavartalan (B) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavartalan** (beam, **B**) zónába

érvényes a Bernoulli hipotézis, miszerint az igénybevétel(ek) felvitele előtti keresztmetszet-síkok az igénybevétel(ek) felvitele után is síkok maradnak



Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

a) geometriai diszkontinuitás:

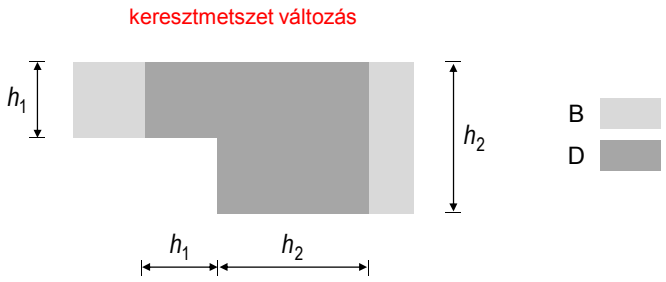
- *keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)*
- áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)
- rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)
- tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)

b) statikai diszkontinuitás:

- elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)
- támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)
- hőmérsékletváltozás elkülönült zónái
- feszítőerő bevezetésének környezete

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna



Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

a) geometriai diszkontinuitás:

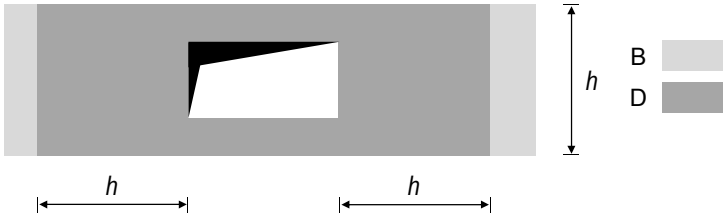
- keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)
- *áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)*
- rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)
- tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)

b) statikai diszkontinuitás:

- elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)
- támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)
- hőmérsékletváltozás elkülönült zónái
- feszítőerő bevezetésének környezete

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region
Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

kereszmetszet változás



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region
Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

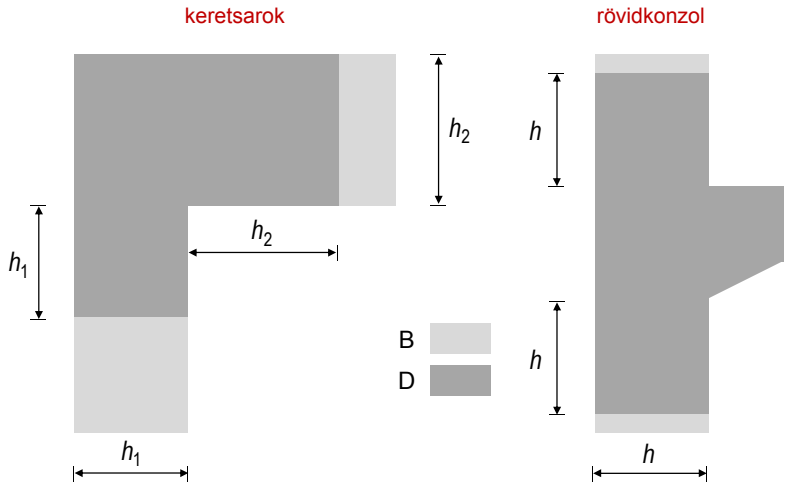
a) geometriai diszkontinuitás:
- keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)
- áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)
- *rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)*
- tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)

b) statikai diszkontinuitás:
- elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)
- támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)
- hőmérsékletváltozás elkülönült zónái
- feszítőerő bevezetésének környezete

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

a) geometriai diszkontinuitás:

- keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)
- áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)
- rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)
- *tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)*

b) statikai diszkontinuitás:

- elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)
- támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)
- hőmérsékletváltozás elkülönült zónái
- feszítőerő bevezetésének környezete

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

a) geometriai diszkontinuitás:

- keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)
- áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)
- rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)
- tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)

b) statikai diszkontinuitás:

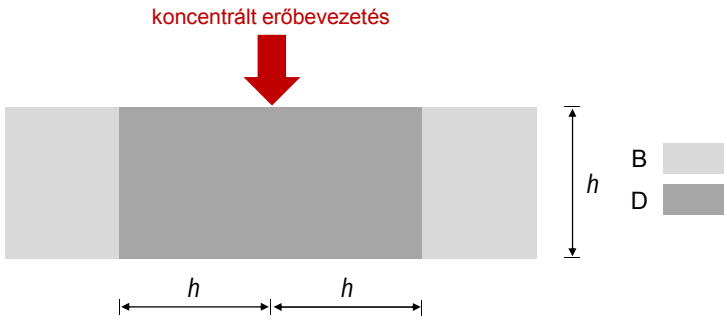
- *elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)*
- támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)
- hőmérsékletváltozás elkülönült zónái
- feszítőerő bevezetésének környezete

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

a) geometriai diszkontinuitás:

- keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)
- áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)
- rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)
- tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)

b) statikai diszkontinuitás:

- elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)
- *támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)*
- hőmérsékletváltozás elkülönült zónái
- feszítőerő bevezetésének környezete

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

támaszok környezete



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

a) geometriai diszkontinuitás:

- keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)
- áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)
- rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)
- tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)

b) statikai diszkontinuitás:

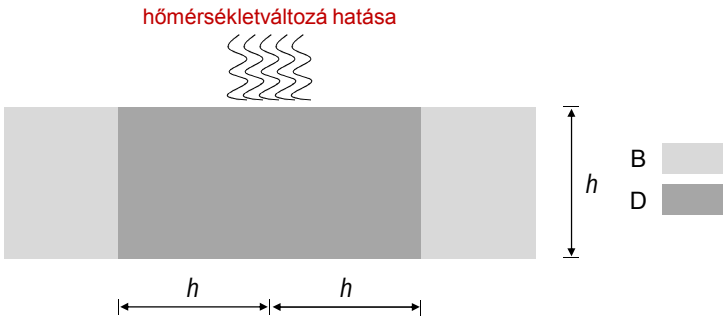
- elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)
- támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)
- *hőmérsékletváltozás elkülönült zónái*
- feszítőerő bevezetésének környezete

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába

a Bernoulli hipotézis érvényét veszti, melynek oka alapvetően

a) geometriai diszkontinuitás:

- keresztmetszet méretének megváltozása (pl.: kiharapott tartóvég)
- áttörések helye és környezete (pl.: gépészeti rendszerek)
- rudak, keretszerkezetek csomópontjai (pl.: keretsarok, rövidkonzol)
- tartóelemek kapcsolódásának helye (pl.: gerendacsomópont)

b) statikai diszkontinuitás:

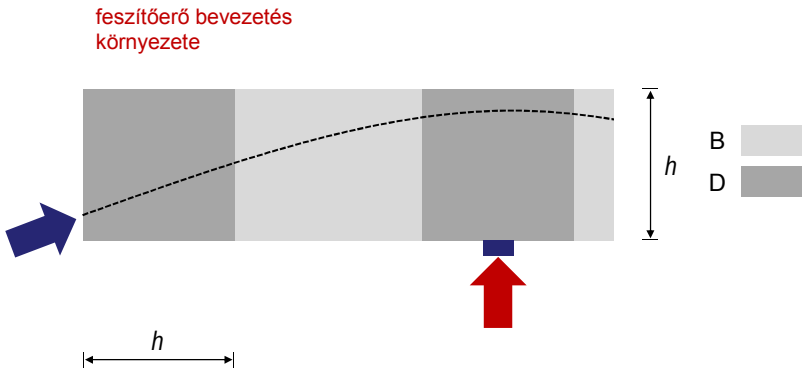
- elkülöníthető vagy koncentrált teher környezete (pl.: erőbevezetés)
- támaszok környezete (pl.: csuklós feltámaszkodás)
- hőmérsékletváltozás elkülönült zónái
- *feszítőerő bevezetésének környezete*

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Subdivision of structural element: the discontinuous or disturb (D) region

Szerkezet régiókra bontása, a zavart (D) zóna



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

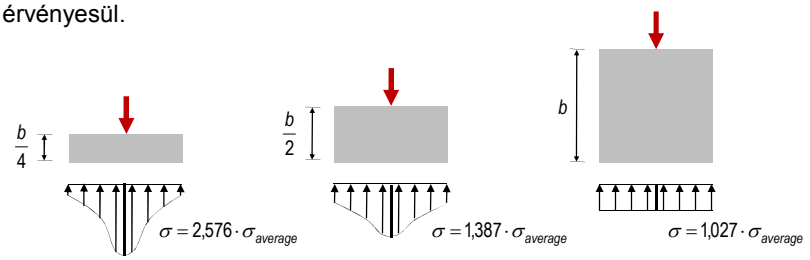
Dimensioning of the discontinuou (D) region – de Saint-Venan principle

A zavart (D) zóna kiterjedésének meghatározása – a de Saint-Venant elv

Minden szerkezeti elem egy adott tartománya besorolható vagy a

- **zavart** (disturb, **D**) zónába melynek kiterjedését

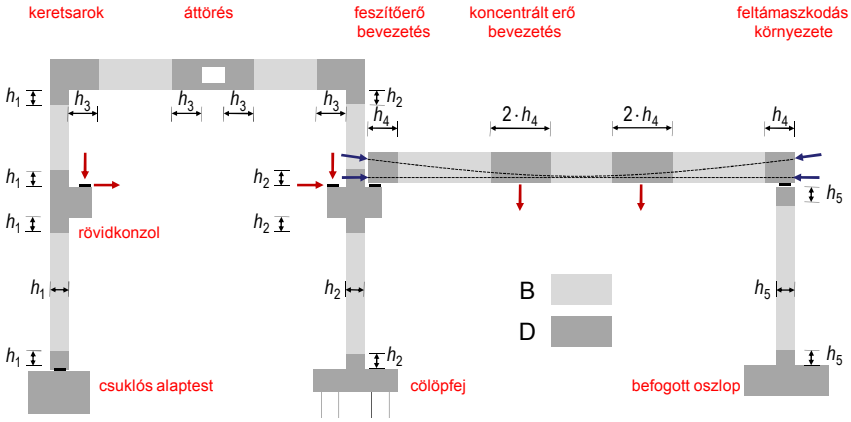
a **de Saint-Venant**, elv alkalmazásával határozhatjuk meg, miszerint a *"...a különbség két különböző, de statikailag azonos terhelés hatása között igen kicsi, ha elegendő nagy távolságra vizsgáljuk a terheléstől."* , vagyis egy a keresztmetszetre működő lokális hatás egy adott távolságon kívül már nem érvényesül.



Prof. S.P. Timoshenko, and Prof. J. N. Goodier, "Theory of Elasticity," 3rd Edition, B & Jo Enterprise Pvt Ltd, Singapore, 1974.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

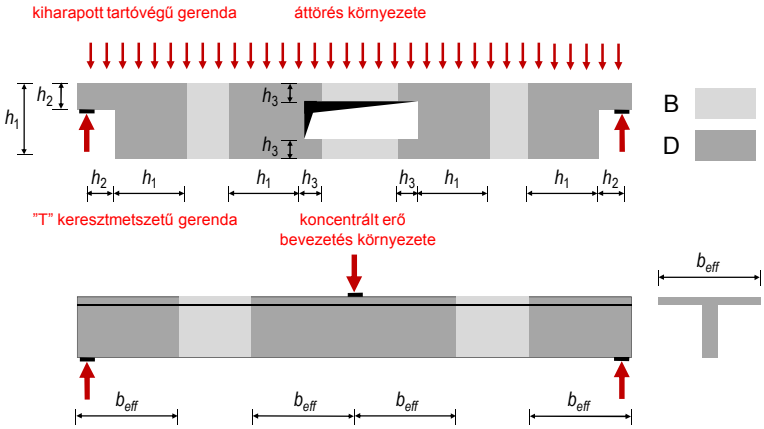
Discontinuous (D) & Beam regions
Zavart (D) és zavartalan (B) zónák



Rúdszerkezeti elemek zavartalan (beam, B) és zavart (disturb, D) zónái
Adisorn Owatsiwilong D. Eng: Strut-and-Tie-Modeling (STM) in Reinforced Concrete Structures – Basics and Applications, ALPS Consultant, Bangkok, Thailand, 2013, Figure 1.1 alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Discontinuous (D) & Beam regions
Zavart (D) és zavartalan (B) zónák

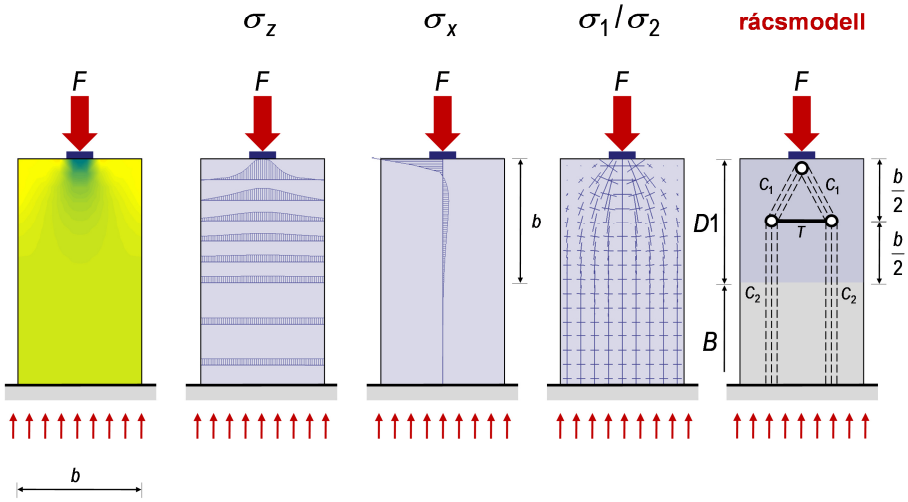


Rúdszerkezeti elemek zavartalan (beam, B) és zavart (disturb, D) zónái
The strut-and-tie model of concrete structures, Dr. C. C. Fu, Ph.D., P.E, The BEST Center University of Maryland Presented to The Maryland State Highway Administration August 21, 2001 alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture XI. / XI. Előadás

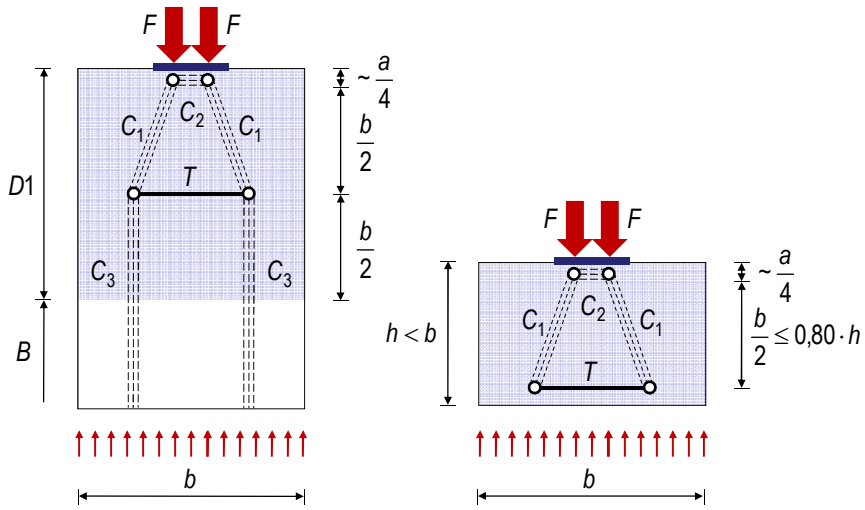
D1 type STM element
D1 típusú rácsmodell elem



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture XI. / XI. Előadás

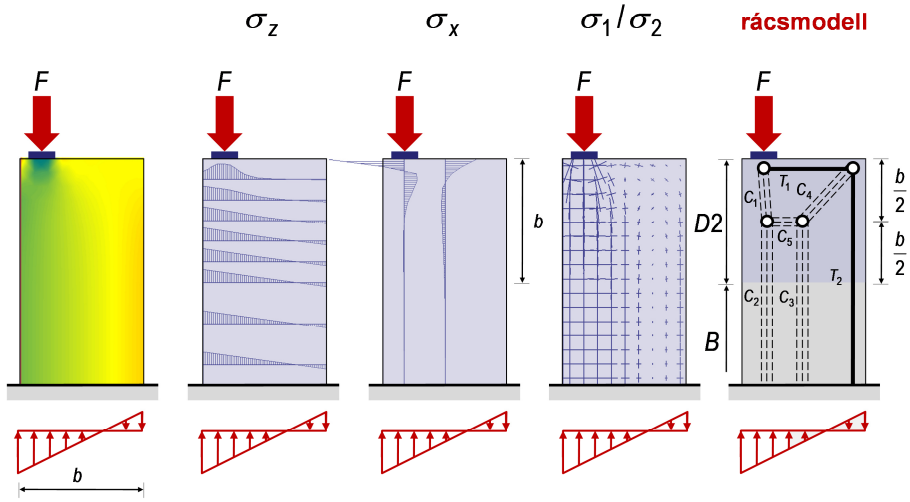
D1 type STM element
D1 típusú rácsmodell elem



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

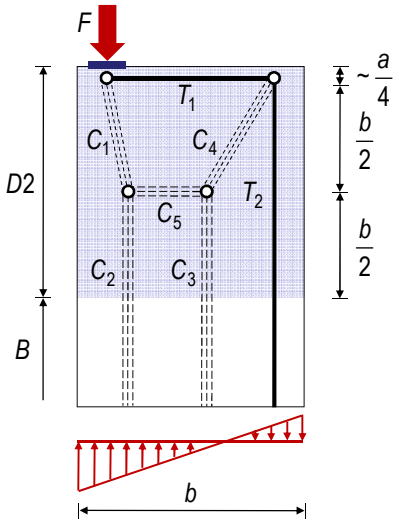
D2 type STM element
D2 típusú rácsmodell elem



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

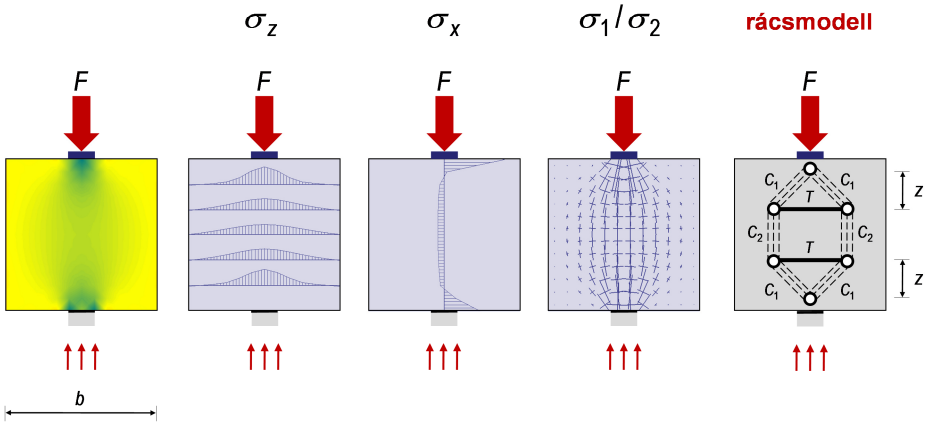
D2 type STM element
D2 típusú rácsmodell elem



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

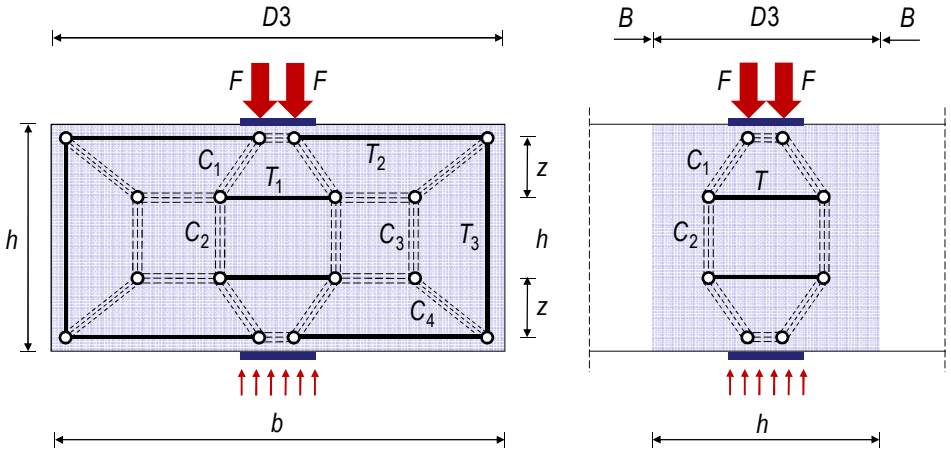
D3 type STM element
D3 típusú rácsmodell elem



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

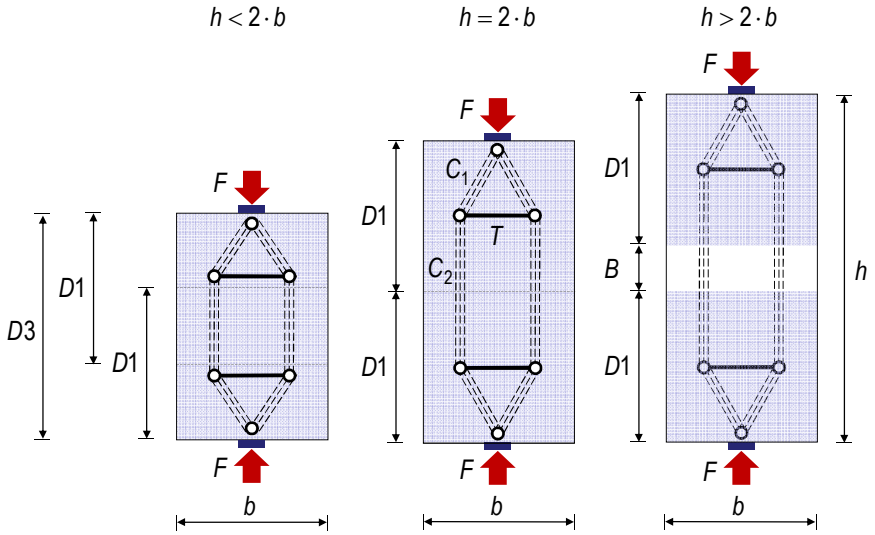
D3 type STM element
D3 típusú rácsmodell elem



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

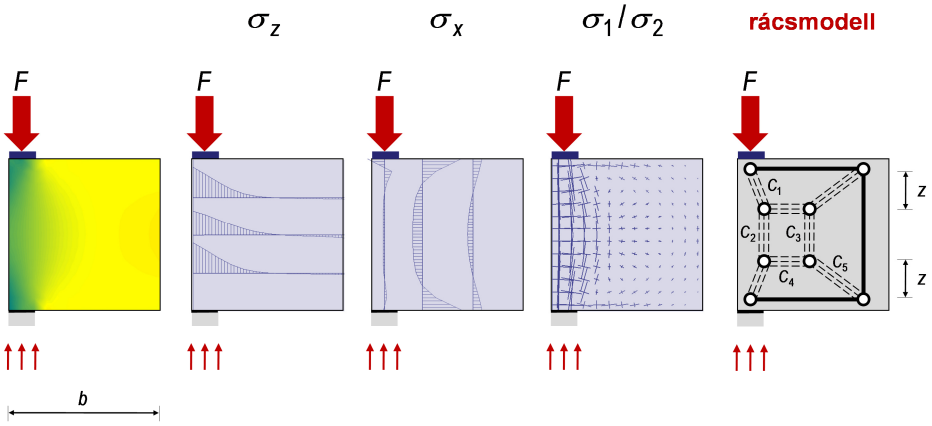
Relationship between the D1 and D3 type STM elements

Összefüggés a D1 és a D3 típusú rácsmodell elemek között



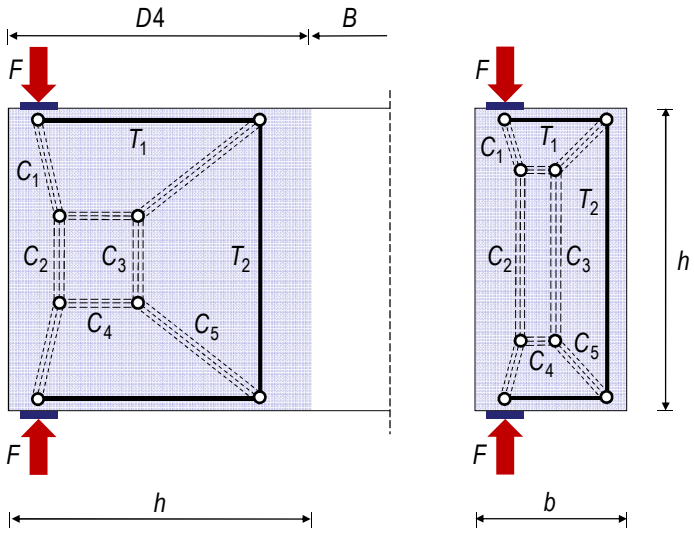
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

D4 type STM element
D4 típusú rácsmodell elem



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

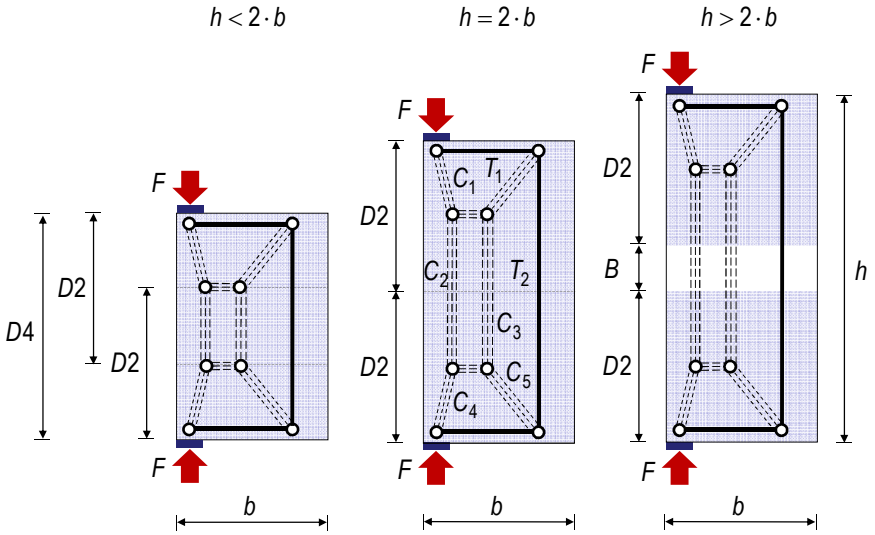
D4 type STM element
D4 típusú rácsmodell elem



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Relationship between the D2 and D4 type STM elements

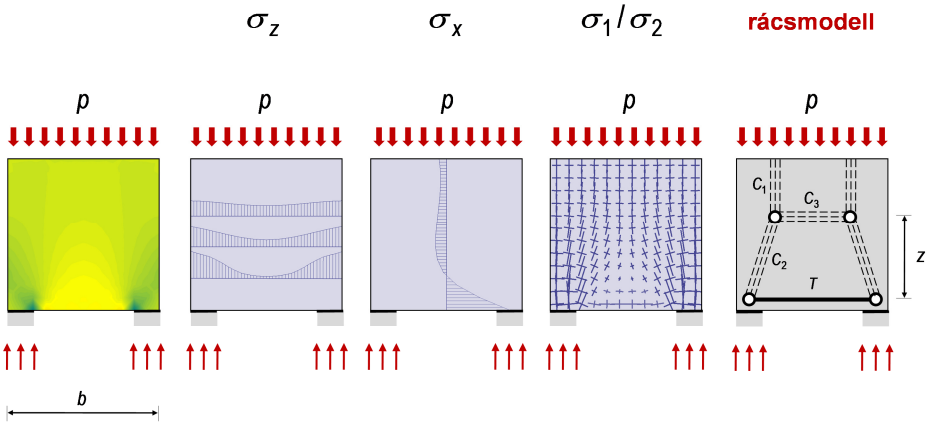
Összefüggés a D2 és a D4 típusú rácsmodell elemek között



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

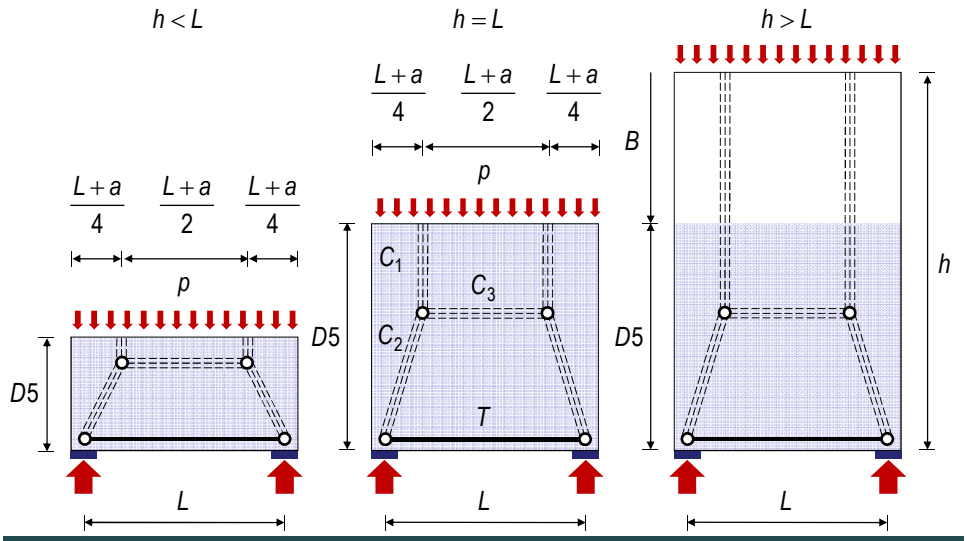
D5 type STM element
D5 típusú rácsmodell elem



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

D5 type STM element
D5 típusú rácsmodell elem

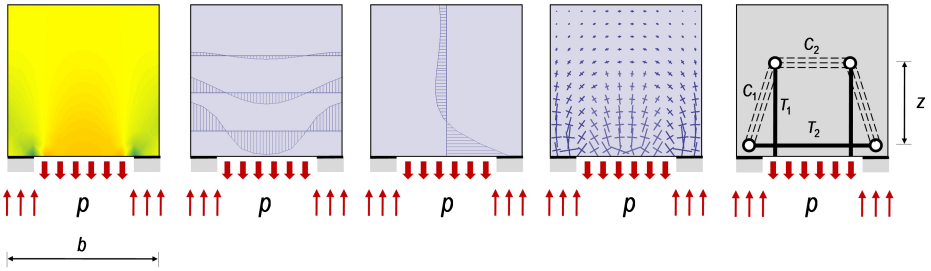


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

D6 type STM element
D6 típusú rácsmodell elem

σ_z σ_x σ_1 / σ_2 **rácsmodell**

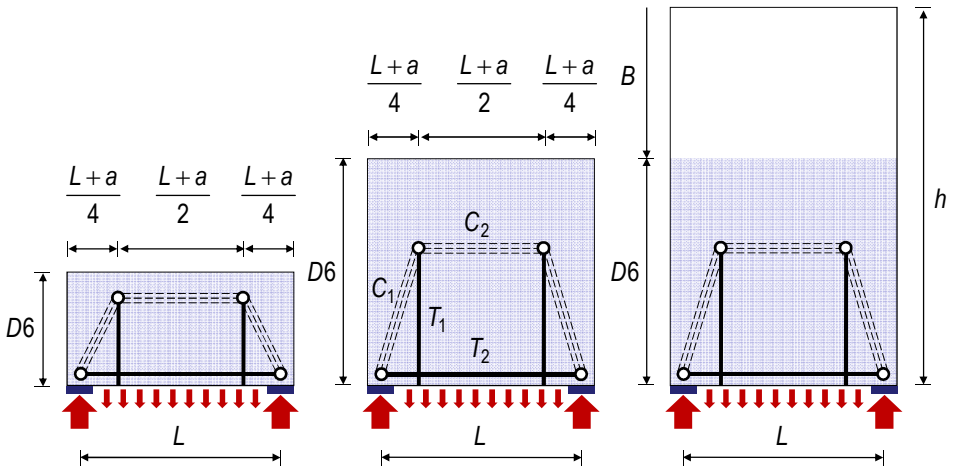


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

D6 type STM element
D6 típusú rácsmodell elem

$h < L$ $h = L$ $h > L$

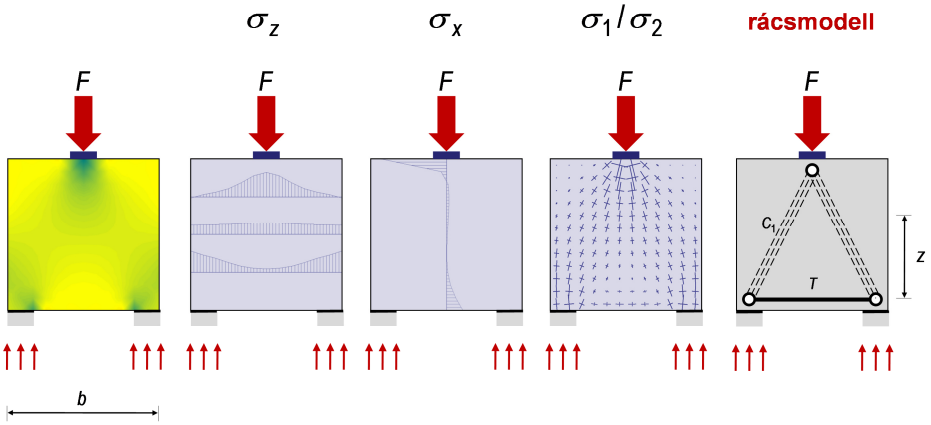


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

D7 type STM element

D7 típusú rácsmodell elem

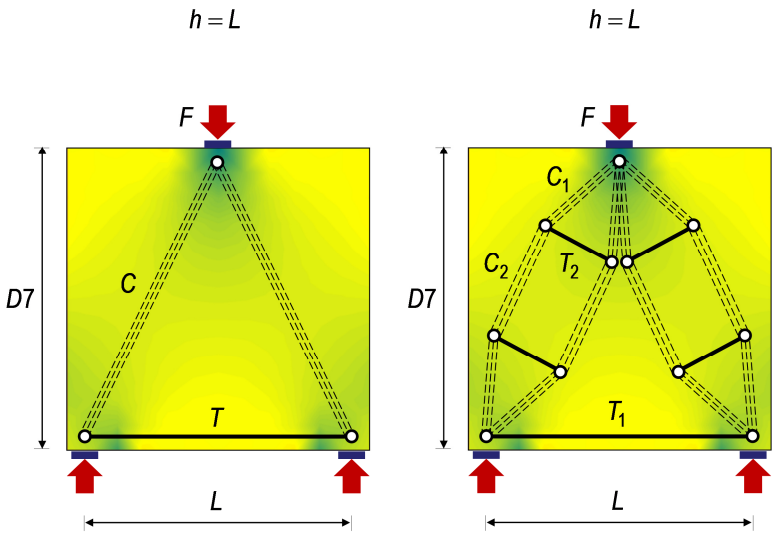


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Modified D7 type STM element

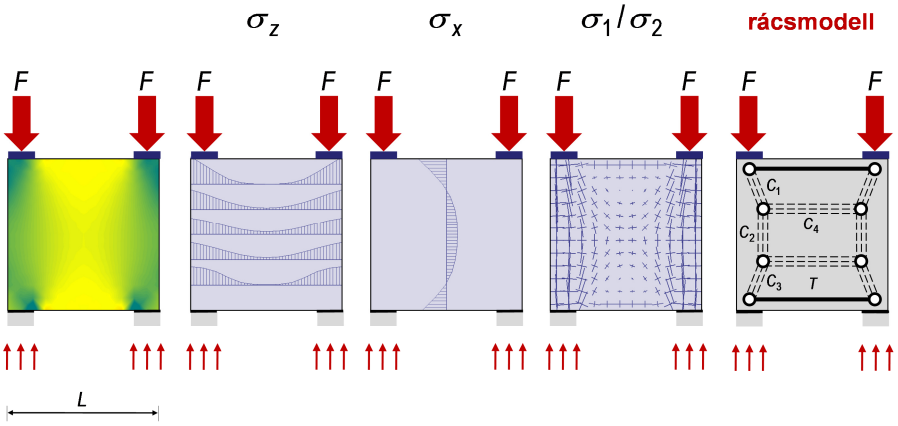
Módosított D7 típusú rácsmodell elem



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

D8 type STM element

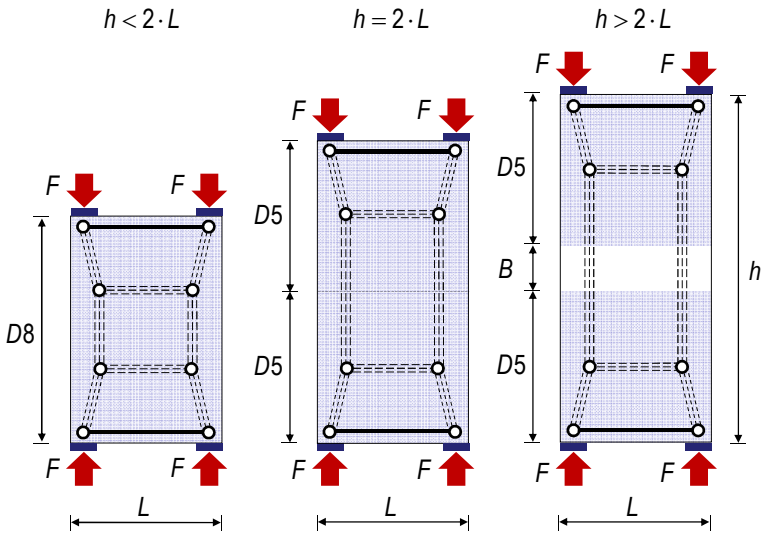
D8 típusú rácsmodell elem



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Relationship between the D5 and D8 type STM elements

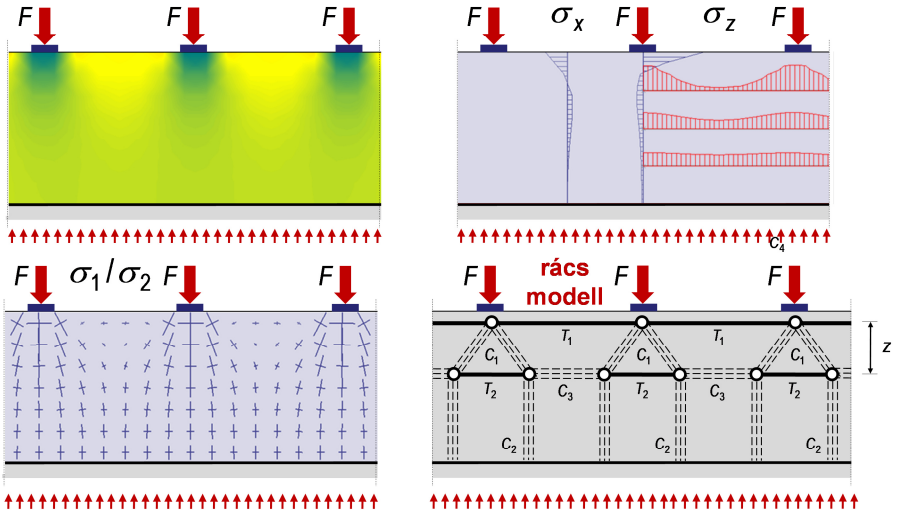
Összefüggés a D5 és a D8 típusú rácsmodell elemek között



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Design of RC walls based on the theory of elasticity and by STM

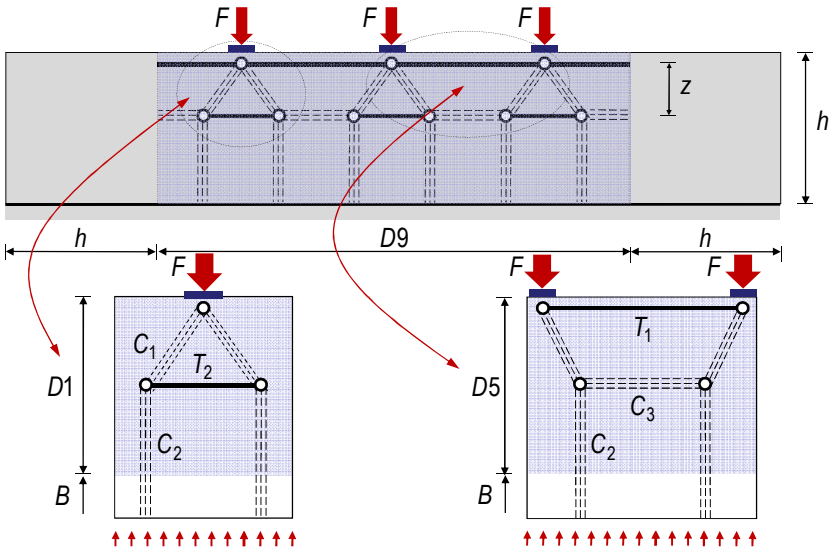
Vasbeton falak méretezése rugalmasságtani alapon és rácsmodellekkel



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Construction of D9 STM element by the use of D1 and D5

A D9 típusú rácsmodell elem felépítése D1 és D5 elemekből

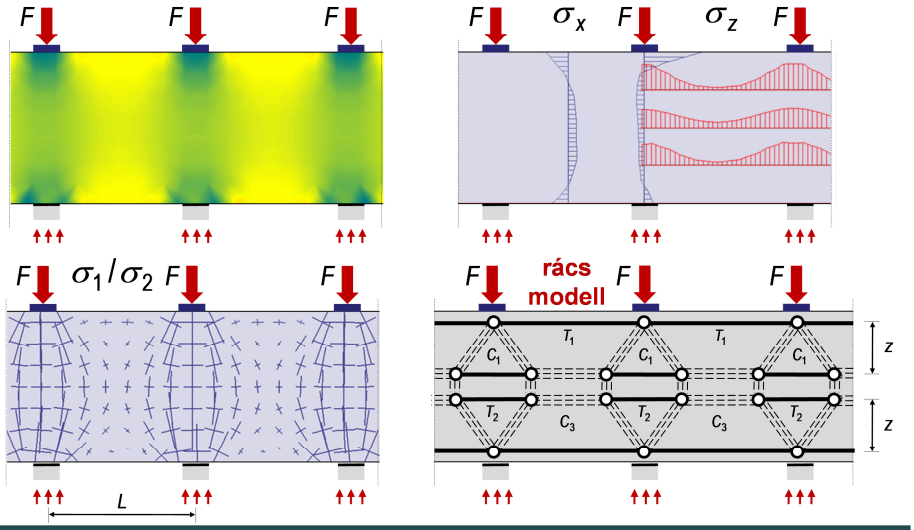


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Design of RC deep beam based on the theory of elasticity and by STM

Vasbeton faltartó méretezése rugalmasságtani alapon és rácsmodellekkel

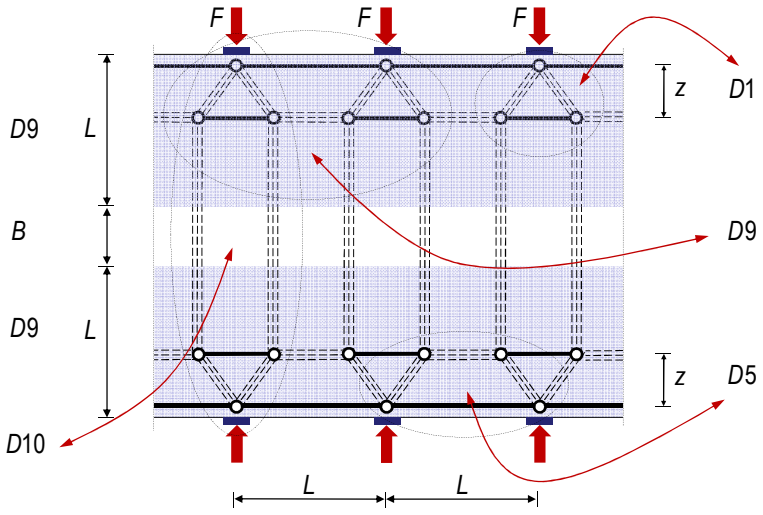


Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XI. / XI. Előadás

Construction of D10 STM element by the use of D1, D5 and D9

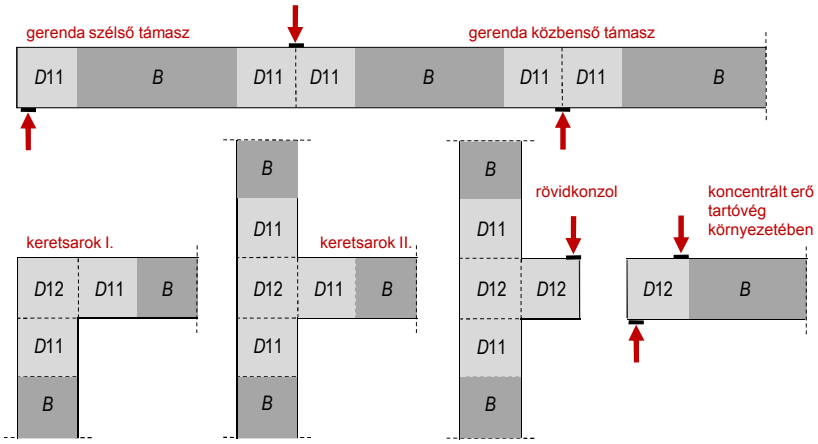
A D10 típusú rácsmodell elem felépítése D1, D5 és D9 elemekből



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Disturb and beam zones for RC members

Vasbeton rúdszerkezetek zavart és zavartalan zónái



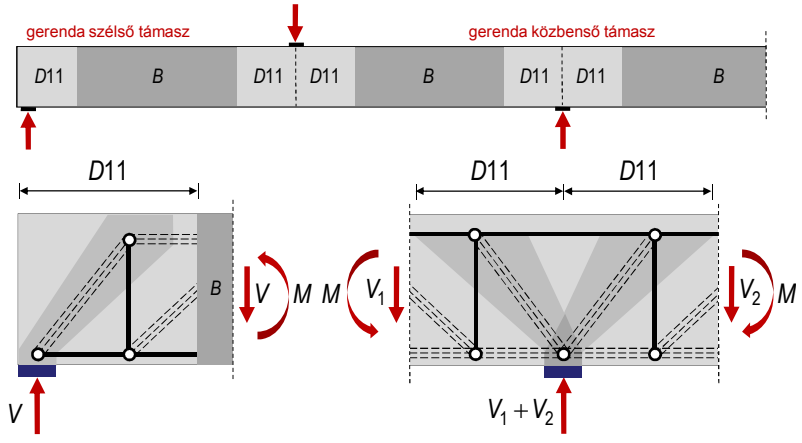
Rúdszerkezeti elemek zavartalan (beam, B) és zavart (disturb, D) zónái

The strut-and-tie model of concrete structures, Dr. C. C. Fu, Ph.D., P.E, The BEST Center University of Maryland Presented to The Maryland State Highway Administration August 21, 2001 alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Possible applications of D11 type STM element

D11 típusú rácsmodell elem alkalmazási lehetőségei



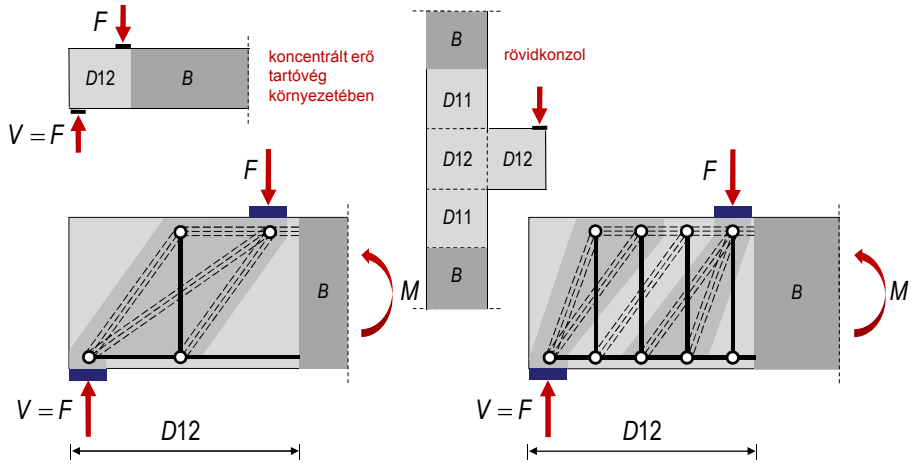
Rúdszerkezeti elemek zavartalan (beam, B) és zavart (disturb, D) zónái

The strut-and-tie model of concrete structures, Dr. C. C. Fu, Ph.D., P.E, The BEST Center University of Maryland Presented to The Maryland State Highway Administration August 21, 2001 alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Possible applications of D12 type STM element

D12 típusú rácsmodell elem alkalmazási lehetőségei



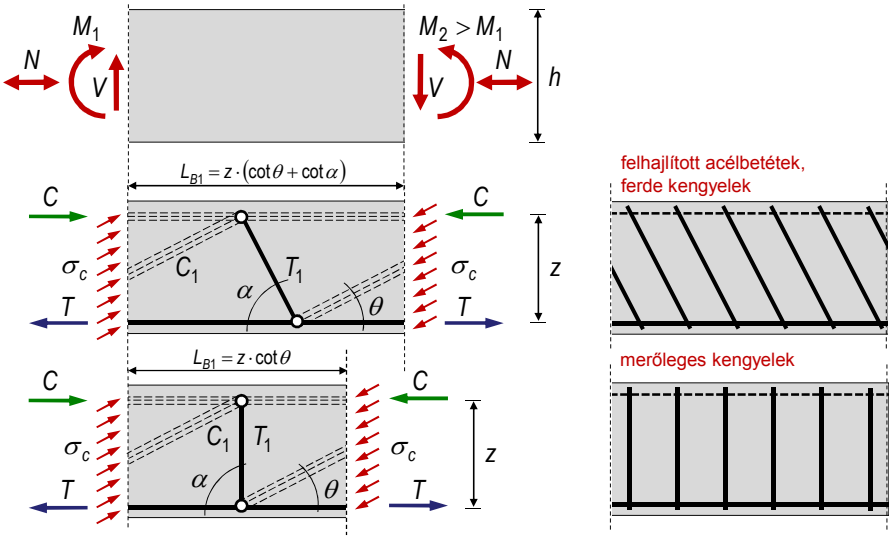
Rúdszerkezeti elemek zavartalan (beam, B) és zavart (disturb, D) zónái

The strut-and-tie model of concrete structures, Dr. C. C. Fu, Ph.D., P.E, The BEST Center University of Maryland Presented to The Maryland State Highway Administration August 21, 2001 alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

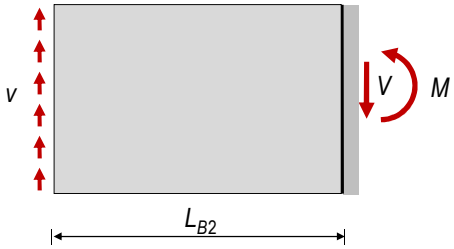
Relationship between the STM modell and the detail of reinforcement

A vasvezetés és a rácsmodell felvétele közötti összefüggés rúdelemben



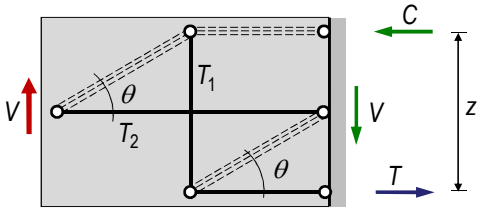
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Relationship between the STM modell and the detail of reinforcement
A vasvezetés és a rácsmodell felvétele közötti összefüggés tárcsában

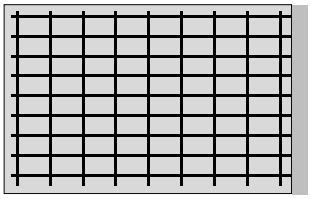


$$T_1 = V$$

$$T_2 = V \cdot \cot\theta$$

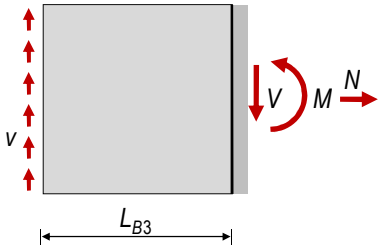


M, V (B2)



vasvezetés vázlata

Relationship between the STM modell and the detail of reinforcement
A vasvezetés és a rácsmodell felvétele közötti összefüggés tárcsában

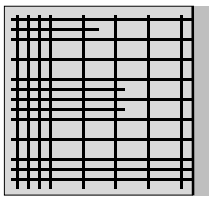


$$T_1 = V$$

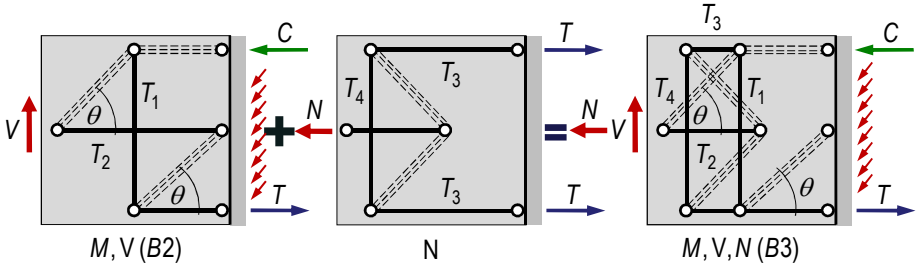
$$T_2 = V \cdot \cot\theta$$

$$T_3 = \frac{V}{2} \cdot \cot\theta$$

$$T_4 = \frac{V}{2}$$



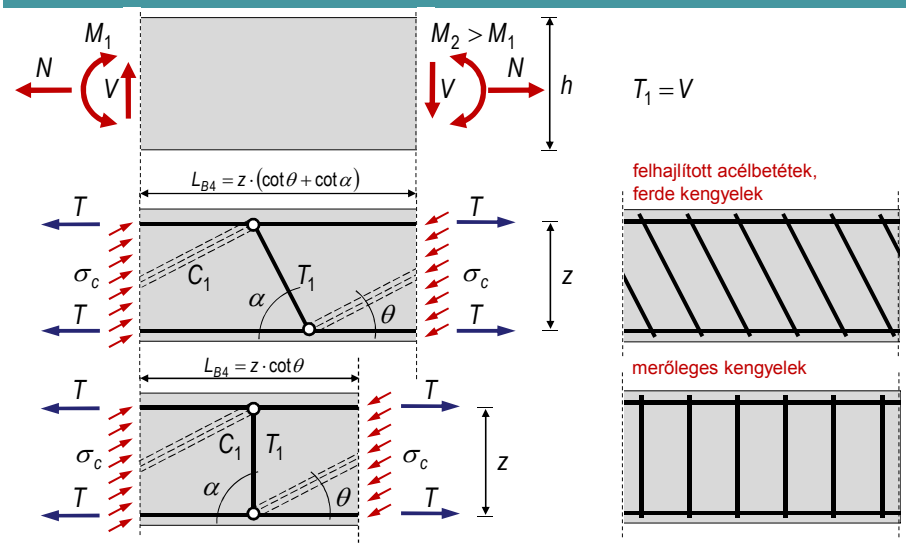
vasvezetés vázlata



M, V (B2) N M, V, N (B3)

Relationship between the STM modell and the detail of reinforcement

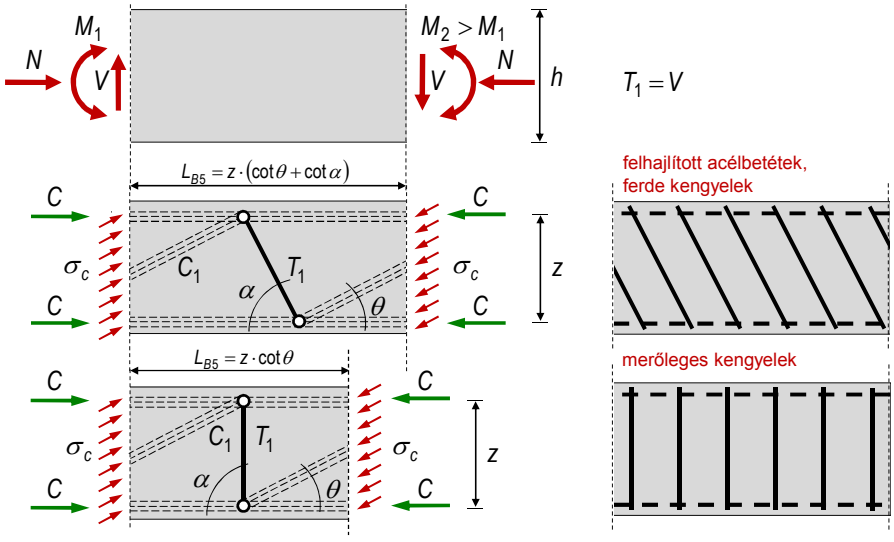
A vasvezetés és a rácsmodell felvétele közötti összefüggés rúdelemben



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Relationship between the STM modell and the detail of reinforcement

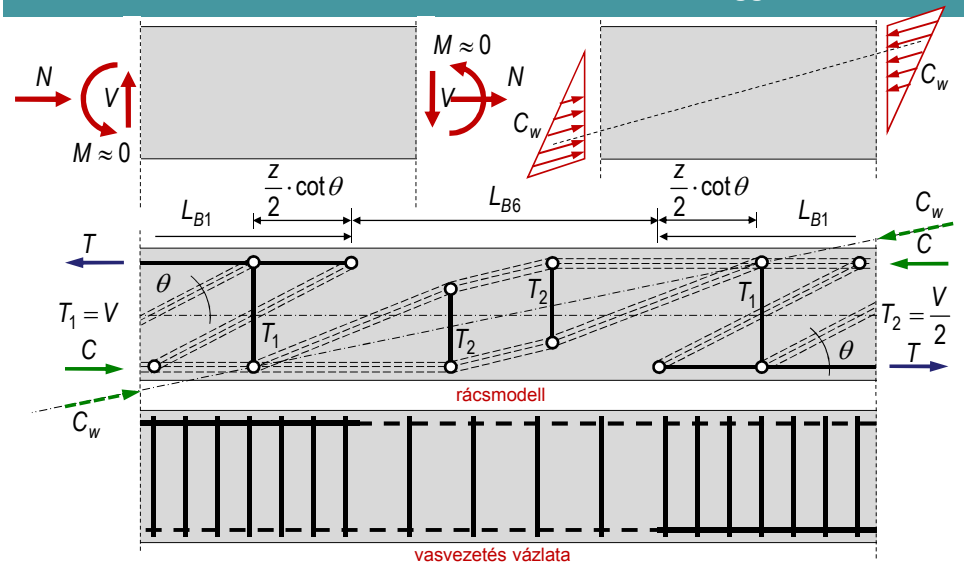
A vasvezetés és a rácsmodell felvétele közötti összefüggés rúdelemben



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Relationship between the STM modell and the detail of reinforcement

A vasvezetés és a rácsmodell felvétele közötti összefüggés rúdelemben

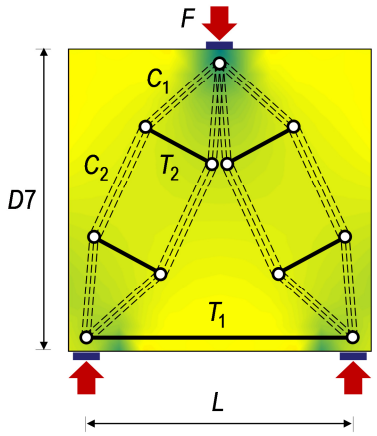


XI.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Rácsmodellek -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

12. Előadás

Vasbeton falak

XII.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton falak -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Types of walls in buildings

Épületek falszerkezeteinek típusai

Épületeink jellemzően tartalmaznak különböző funkciójú falszerkezeteket, melyek lehetnek teherhordók, határolhatják az épület tereit a környezettől, óvva a benntartózkodókat az időjárás hatásaitól (hőmérséklet, víz), továbbá leválaszthatják, elválaszthatják az épület belső tereit.

A falszerkezetek lehetnek:

- ❑ **Belső, nem teherhordó, alapvetően falazott vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)**

Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Internal non-load-bearing walls of block or ligth partitions

Belső nem teherhordó falazott vagy szerelt válaszfalak

Belső, **nem teherhordó**, alapvetően **falazott** vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)



www.stillsport.com

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Internal non-load-bearing walls of block or ligth partitions

Belső nem teherhordó falazott vagy szerelt válaszfalak

Belső, **nem teherhordó**, alapvetően **falazott** vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)







www.stillsport.com

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Internal non-load-bearing walls of block or ligth partitions

Belső nem teherhordó falazott vagy szerelt válaszfalak

Belső, **nem teherhordó**, alapvetően falazott vagy **szerelt** kivitelű válaszfalak (A)



www.buildipedia.com

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Internal non-load-bearing walls of block or ligth partitions

Belső nem teherhordó falazott vagy szerelt válaszfalak

Belső, **nem teherhordó**, alapvetően falazott vagy **szerelt** kivitelű válaszfalak (A)



www.limetechnology.co.uk

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Types of walls in buildings

Épületek falszerkezeteinek típusai

Épületeink jellemzően tartalmaznak különböző funkciójú falszerkezeteket, melyek lehetnek teherhordók, határolhatják az épület tereit a környezettől, óvva a benntartózkodókat az időjárás hatásaitól (hőmérséklet, víz), továbbá leválaszthatják, elválaszthatják az épület belső tereit.

A falszerkezetek lehetnek:

- Belső, nem teherhordó, alapvetően falazott vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)
- **Külső határoló falak, melyek önsúlyukat és a szélterheket viselik (B)**

Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

External curtain walls that carry self-weight and wind

Külső határoló falak, önsúlyukat és szélterheket viselik

Külső **határoló falak**, melyek **önsúly**ukat és a **szél**terheket viselik (B)



www.compositeword.com

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

External curtain walls that carry self-weight and wind

Külső határoló falak, önsúlyukat és szélterheket viselik

Külső **határoló falak**, melyek **önsúly**ukat és a **szél**terheket viselik (B)



www.archiproduct.com

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

External curtain walls that carry self-weight and wind

Külső határoló falak, önsúlyukat és szélterheket viselik

Külső **határoló falak**, melyek **önsúly**ukat és a **szél**terheket viselik (B)





www.thetimbermill.normanpratt.ie

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Types of walls in buildings

Épületek falszerkezeteinek típusai

Épületeink jellemzően tartalmaznak különböző funkciójú falszerkezeteket, melyek lehetnek teherhordók, határolhatják az épület tereit a környezettől, óvva a benntartózkodókat az időjárás hatásaitól (hőmérséklet, víz), továbbá leválaszthatják, elválaszthatják az épület belső tereit.

A falszerkezetek lehetnek:

- Belső, nem teherhordó, alapvetően falazott vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)
- Külső határoló falak, melyek önsúlyukat és a szélterheket viselik (B)
- **Keretjellegű szerkezetek külső vagy belső vázkitöltő falai, melyek az épület merevítését vízszintes terhekre biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)**

Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

External and/or internal infill walls in framed structure

Külső és/vagy belső vázkitöltő merevítő falak

Keretjellegű szerkezetek **külső vagy belső vázkitöltő fal**ai, melyek az épület **merevítés**ét **vízszintes terhekre** biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)



www.nexus.globalquakemodel.org

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

External and/or internal infill walls in framed structure

Külső és/vagy belső vázkitöltő merevítő falak

Keretjellegű szerkezetek **külső vagy belső vázkitöltő fal**ai, melyek az épület **merevítés**ét **vízszintes terhekre** biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)



www.nexus.globalquakemodel.org

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

External and/or internal infill walls in framed structure

Külső és/vagy belső vázkitöltő merevítő falak

Keretjellegű szerkezetek **külső vagy belső vázkitöltő fal**ai, melyek az épület **merevítés**ét **vízszintes terhekre** biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)



www.nexus.globalquakemodel.org

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

External and/or internal infill walls in framed structure

Külső és/vagy belső vázkitöltő merevítő falak

Keretjellegű szerkezetek **külső vagy belső vázkitöltő fal**ai, melyek az épület **merevítés**ét **vízszintes terhekre** biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)



www.steelconstruction.info

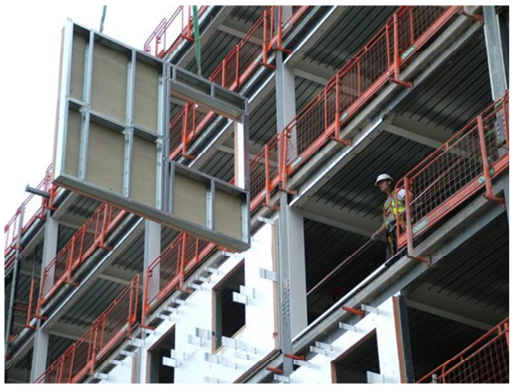
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

External and/or internal infill walls in framed structure

Külső és/vagy belső vázkitöltő merevítő falak

Keretjellegű szerkezetek **külső vagy belső vázkitöltő fal**ai, melyek az épület **merevítés**ét **vízszintes terhekre** biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)



www.steelconstruction.info

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Types of walls in buildings

Épületek falszerkezeteinek típusai

Épületeink jellemzően tartalmaznak különböző funkciójú falszerkezeteket, melyek lehetnek teherhordók, határolhatják az épület tereit a környezettől, óvva a benntartózkodókat az időjárás hatásaitól (hőmérséklet, víz), továbbá leválaszthatják, elválaszthatják az épület belső tereit.

A falszerkezetek lehetnek:

- Belső, nem teherhordó, alapvetően falazott vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)
- Külső határoló falak, melyek önsúlyukat és a szélterheket viselik (B)
- Keretjellegű szerkezetek külső vagy belső vázkitöltő falai, melyek az épület merevítését vízszintes terhekre biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)
- **Olyan teherhordó falak, melyek függőleges, falsíkú és falsíkra merőleges terheket viselnek, továbbá az épület merevítését is biztosítják (D)**

Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

Load-bearing as well as shear walls designed to combined action

Teherhordó és merevítő falak kombinált hatások felvételére

Olyan **teherhordó fal**ak, melyek **függőleges**, **falsíkú** és **falsíkra merőleges** terheket viselnek, továbbá az épület **merevítés**ét is biztosítják (D)



www.smartbuilding.gr

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Load-bearing as well as shear walls designed to combined action

Teherhordó és merevítő falak kombinált hatások felvételére

Olyan **teherhordó fal**ak, melyek **függőleges**, **falsíkú** és **falsíkra merőleges** terheket viselnek, továbbá az épület **merevítés**ét is biztosítják (D)



www.cityu.edu.hk

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Load-bearing as well as shear walls designed to combined action

Teherhordó és merevítő falak kombinált hatások felvételére

Olyan **teherhordó fal**ak, melyek **függőleges**, **falsíkú** és **falsíkra merőleges** terheket viselnek, továbbá az épület **merevítés**ét is biztosítják (D)



www.ucsdnews.ucsd.edu/



www.djc.com

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Load-bearing as well as shear walls designed to combined action

Teherhordó és merevítő falak kombinált hatások felvételére

Olyan **teherhordó fal**ak, melyek **függőleges**, **falsíkú** és **falsíkra merőleges** terheket viselnek, továbbá az épület **merevítés**ét is biztosítják (D)



www.rehberkmuhendislik.com

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Walls in buildings

Épületek falszerkezetei

Az épületben lévő egyes falszerkezetek szerepe az épület szerkezeti rendszerétől függ. Az épület szerkezeti rendszerétől függően az egyes épületekben az előző csoportosításnak megfelelően az alábbi falszerkezetek találhatók:

Keretvázas épületek:

- Belső, nem teherhordó, alapvetően falazott vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)
- Külső határoló falak, melyek önsúlyukat és a szélterheket viselik (B)
- Keretjellegű szerkezetek külső vagy belső vázkitöltő falai, melyek az épület merevítését vízszintes terhekre biztosítják, de nem viselnek függőleges terheket (C)

Pl.: hagyományos monolit vázas épület vázkitöltő fallal, előregyártott vasbeton vázszerkezet falszerkezetekkel merevítve

Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Walls in buildings
Épületek falszerkezetei

Az épületben lévő egyes falszerkezetek szerepe az épület szerkezeti rendszerétől függ. Az épület szerkezeti rendszerétől függően az egyes épületekben az előző csoportosításnak megfelelően az alábbi falszerkezetek találhatók:

Teherhordó és merevítő falakat tartalmazó épületek (keretváz(ak) nélkül):

- Belső, nem teherhordó, alapvetően falazott vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)
- Külső határoló falak, melyek önsúlyukat és a szélterheket viselik (B)
- Olyan teherhordó falak, melyek függőleges, falsíkú és falsíkra merőleges terheket viselnek, továbbá az épület merevítését is biztosítják (D)

Pl.: síklemez födémekkel megvalósuló irodaépület, melyet vasbeton merevítő falak, ill. magok merevítenek

Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Walls in buildings
Épületek falszerkezetei

Az épületben lévő egyes falszerkezetek szerepe az épület szerkezeti rendszerétől függ. Az épület szerkezeti rendszerétől függően az egyes épületekben az előző csoportosításnak megfelelően az alábbi falszerkezetek találhatók:

Merevítő falakkal merevített keretvázas épületek:

- Belső, nem teherhordó, alapvetően falazott vagy szerelt kivitelű válaszfalak (A)
- Külső határoló falak, melyek önsúlyukat és a szélterheket viselik (B)
- Olyan teherhordó falak, melyek függőleges, falsíkú és falsíkra merőleges terheket viselnek, továbbá az épület merevítését is biztosítják (D)

Pl.: monolit vasbeton keretvázas épület lakóépület, melyet egyes keretek síkjában monolit vasbeton merevítő falak merevítenek

Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

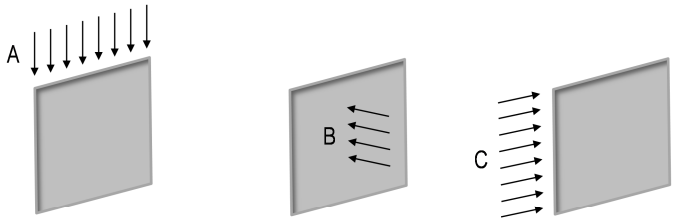
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Loads of walls

Épületek falszerkezeteinek terhei

A falszerkezetekre háruló **terhek**et az alábbiak szerint csoportosíthatjuk…

- Tetőszerkezetekről, födémekről, továbbá a falszerkezet által gyámolított gerendákról átadódó **függőleges falsíkú terhek** (A)
- Szél-, víz- ill. földnyomás hatásából származó **vízszintes falra merőleges terhek** (B)
- Szél- ill. földrengés hatásából származó **vízszintes falsíkú terhek** (C)



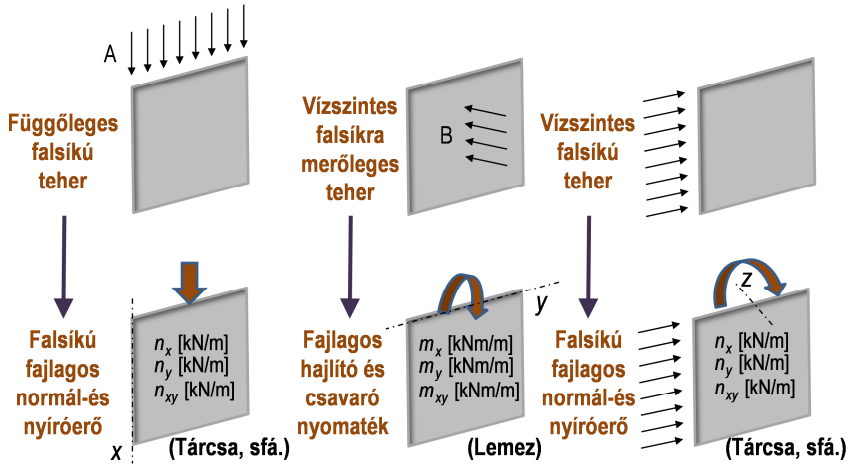
Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Internal forces of walls

Épületek falszerkezeteinek belső erői

…melyekből az alábbi **metszeterők** határozhatók meg:

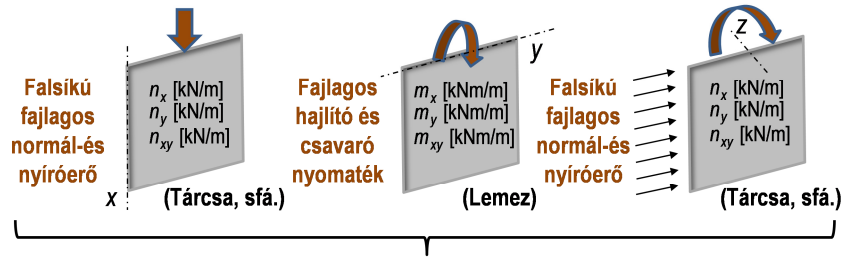


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

…a **metszeterők** ismeretében a vasbeton fal méretezése történhet:



- **Rugalmasságtan**i alapon (**tárcsa + lemez** igénybevételekre történő méretezéssel), táblázatok alkalmazásával vagy VEM alapján

- **Rácsmodell**ek alkalmazásával (**tárcsa** igénybevételekre történő méretezés) törési alapon, a húzott és a nyomott zónák méretezésével, ellenőrzésével

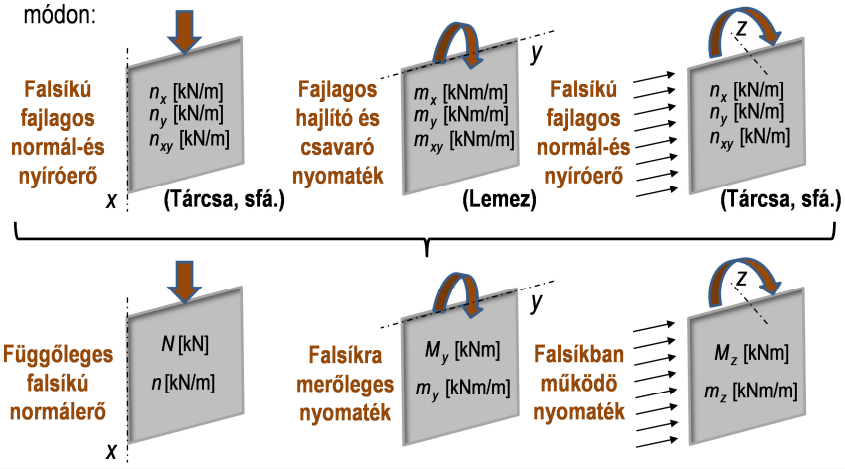
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

…**vagy** az MSZ EN-ben nem tárgyalt, de gyakorlatilag az **oszlopvizsgálat**ra visszavezetett módon:



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

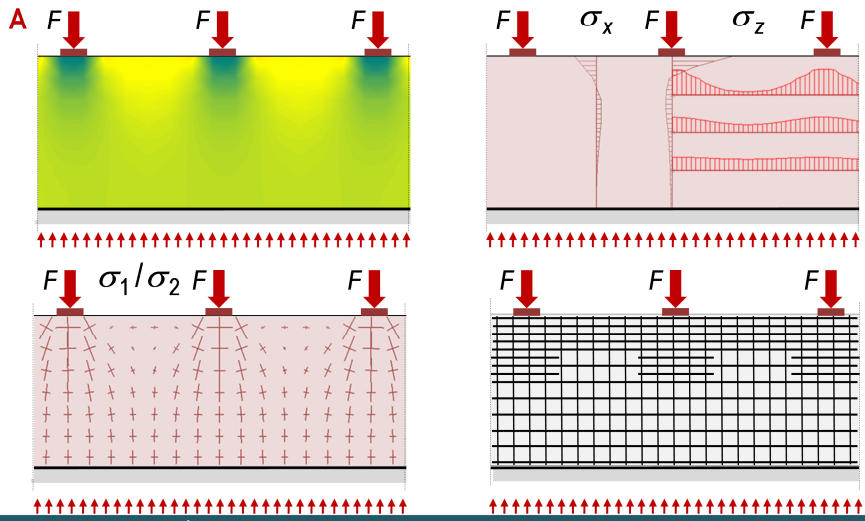
A

Rugalmasságtani alapon a **tárcsa és a lemez** igénybevételek együttes figyelembe vétele alapján, közelítő módszerekkel (táblázatok) vagy a két hatás együttesét vagy azokat külön-külön figyelembe vevő VEM alkalmazásokkal (tárcsa elemek + lemez elemek vagy héj elemek)

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

A

Rugalmasságtani alapon a **tárcsa és a lemez** igénybevételek együttes figyelembe vétele alapján, közelítő módszerekkel (táblázatok) vagy a két hatás együttesét vagy azokat külön-külön figyelembe vevő VEM alkalmazásokkal (tárcsa elemek + lemez elemek vagy héj elemek)

B

Rácsmodellek alkalmazásával a **tárcsa** jellegű igénybevételekre történő méretezéssel, törési alapon, a húzott és a nyomott zónák felvételével, azok méretezésével, ellenőrzésével, ekkor a lemez jellegű igénybevételek nem vehetők figyelembe (***MSZ EN 1992-1-1:2010 9. Fejezet javaslatai alapján***)

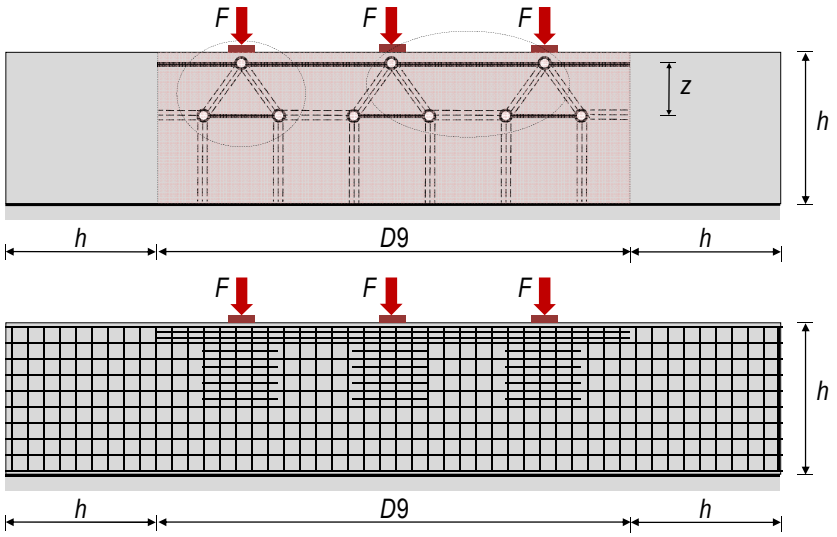
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

B



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

A

Rugalmasságtani alapon a **tárcsa és a lemez** igénybevételek együttes figyelembe vétele alapján, közelítő módszerekkel (táblázatok) vagy a két hatás együttesét vagy azokat külön-külön figyelembe vevő VEM alkalmazásokkal (tárcsa elemek + lemez elemek vagy héj elemek)

B

Rácsmodellek alkalmazásával a **tárcsa** jellegű igénybevételekre történő méretezéssel, törési alapon, a húzott és a nyomott zónák felvételével, azok méretezésével, ellenőrzésével, ekkor a lemez jellegű igénybevételek nem vehetők figyelembe (***MSZ EN 1992-1-1:2010 9. Fejezet javaslatai alapján***)

C

Oszlopvizsgálatra visszavezetett eljárással (***MSZ EN 1992-1-1:2010 alapján***)

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

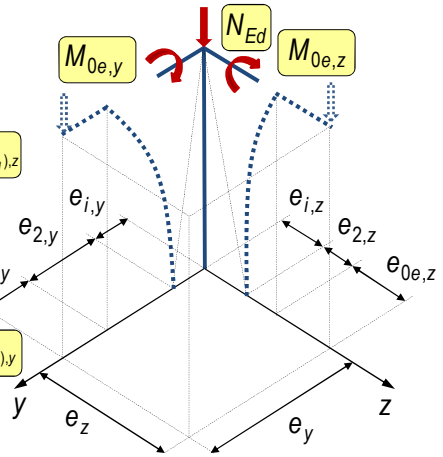
C

y irány vizsgálata:

$$e_y = \max\begin{Bmatrix} e_{0e,y} + e_{i,y} + e_{2,y} \\ \dfrac{M_{02,z}}{N_{Ed}} \\ e_{\min,y} \end{Bmatrix} \rightarrow M_{Ed,z} = N_{Ed} \cdot e_y \le M_{Rd(N_{Ed}),z}$$

z irány vizsgálata:

$$e_z = \max\begin{Bmatrix} e_{0e,z} + e_{i,z} + e_{2,z} \\ \dfrac{M_{02,y}}{N_{Ed}} \\ e_{\min,z} \end{Bmatrix} \rightarrow M_{Ed,y} = N_{Ed} \cdot e_z \le M_{Rd(N_{Ed}),y}$$

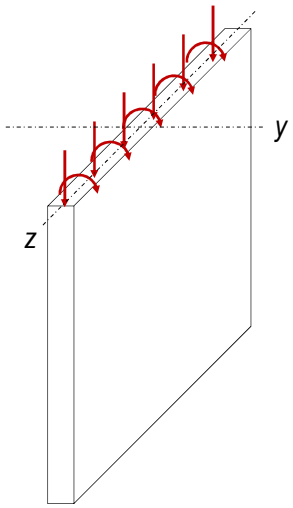


MSZ EN 1992-1-1:2010 5.8.9 Fejezet, (2) Bekezdés, 70. oldal

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Fundamental cases of "stocky" wall design

"Zömök" falak méretezésének alapesetei



Közel egyenletesen megoszló függőleges **normálerő** és **keresztirányú hajlítónyomaték**

Tipikus esetek:

- **közbenső helyzetű teherhordó fal**, ami nem vesz részt az épület merevítésében, ekkor a keresztirányú hajlítónyomaték alapvetően a **függőleges terhek külpontosságából** és/vagy a **minimális külpontosságból** származik.

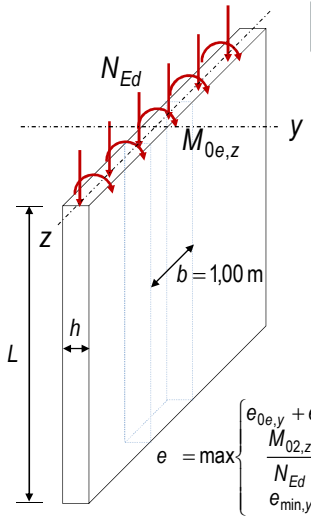
- **szélső helyzetű teherhordó fal**, ami nem vesz részt az épület merevítésében, ekkor a keresztirányú hajlítónyomatékot alapvetően a **falra közvetlenül ható szélteher**ből, és/vagy a **függőleges teher külpontosságából** és/vagy a **minimális külpontosságból** származik.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Fundamental cases of "stocky" wall design

"Zömök" falak méretezésének alapesetei

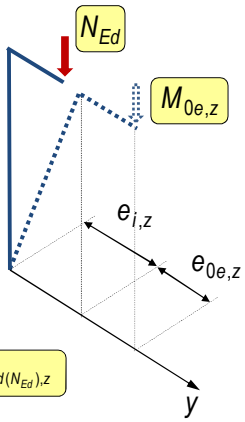


Közel egyenletesen megoszló függőleges **normálerő** és **keresztirányú hajlítónyomaték**

A fal méretezése az oszlopvizsgálatnál látottak alapján történik!!!

(külpontosságokra, imperfekciókra, kihajlási hosszakra, terhelési esetekre, stb. vonatkozóan)

y irány vizsgálata:

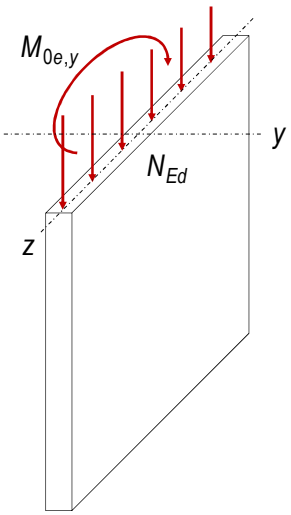


$$e = \max\left\{\begin{matrix} e_{0e,y} + e_{i,y} \\ \dfrac{M_{02,z}}{N_{Ed}} \\ e_{\min,y} \end{matrix}\right. \rightarrow M_{Ed,z} = N_{Ed} \cdot e_y \le M_{Rd(N_{Ed}),z}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Fundamental cases of "stocky" wall design

"Zömök" falak méretezésének alapesetei



Lineárisan változó függőleges **normálerő** és **falsíkú hajlítónyomaték**

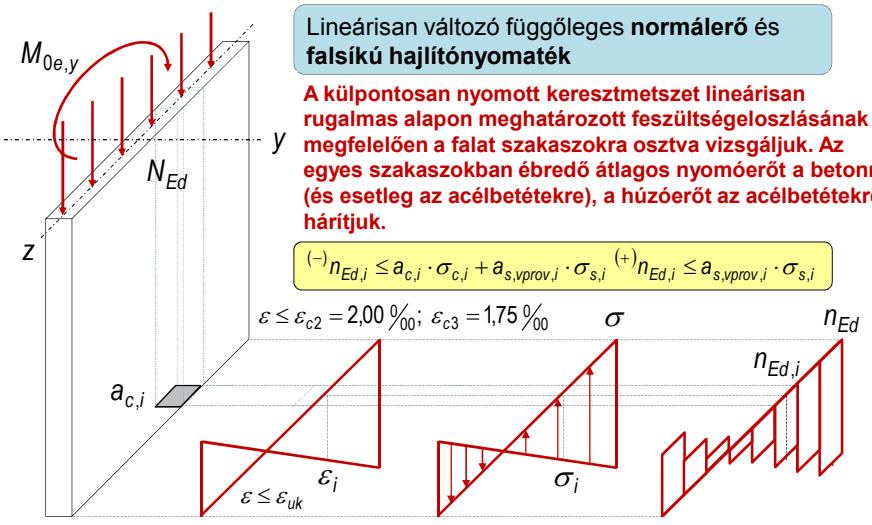
Tipikus esetek:

- **közbenső helyzetű teherhordó fal, ami részt vesz az épület merevítésében**, **de keresztirányú hatások nem alakulnak ki**, vagy azok elhanyagolható mértékűek (lásd oszlopvizsgálat), ekkor a falsíkú hajlítónyomatékok tartós és ideiglenes tervezési helyzetben a **szélteherből** és **imperfekciókból**, szeizmikus tervezési helyzetben a **földrengésből** származnak.

- **közbenső helyzetűkeresztirányú hatásokkal nem, vagy elhanyagolható mértékben terhelt merevítőfal**, ekkor a falsíkú hajlítónyomatékok tartós és ideiglenes tervezési helyzetben a **szélteherből** és **imperfekciókból**, szeizmikus tervezési helyzetben a **földrengésből** származnak.

Fundamental cases of "stocky" wall design

"Zömök" falak méretezésének alapesetei



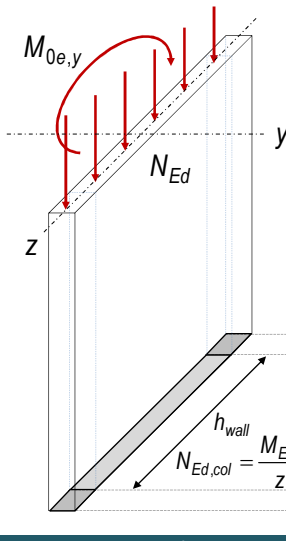
Lineárisan változó függőleges **normálerő** és **falsíkú hajlítónyomaték**

A külpontosan nyomott keresztmetszet lineárisan rugalmas alapon meghatározott feszültségeloszlásának megfelelően a falat szakaszokra osztva vizsgáljuk. Az egyes szakaszokban ébredő átlagos nyomóerőt a betonra (és esetleg az acélbetétekre), a húzóerőt az acélbetétekre hárítjuk.

$$^{(-)}n_{Ed,i} \le a_{c,i} \cdot \sigma_{c,i} + a_{s,vprov,i} \cdot \sigma_{s,i} \qquad ^{(+)}n_{Ed,i} \le a_{s,vprov,i} \cdot \sigma_{s,i}$$

Fundamental cases of "stocky" wall design

"Zömök" falak méretezésének alapesetei

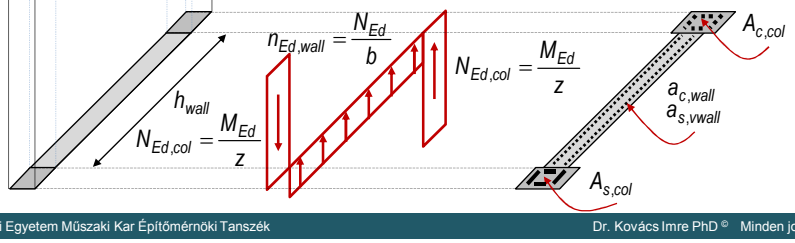


Lineárisan változó függőleges **normálerő** és **falsíkú hajlítónyomaték**

A külpontosan nyomott keresztmetszetet úgy méretezzük, hogy a nyomaték felvételét a falvégek zónáiban (esetleg a falvégeken kialakított oszlopokban) elhelyezett acélbetétekkel biztosítjuk, a központos normálerőt egyenletesen megoszló erőként a fal belső zónáiban, alapvetően a betonkeresztmetszettel vesszük fel.

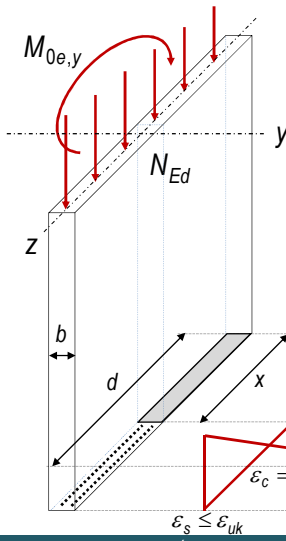
$$^{(-)}N_{Ed,col} \le A_{c,col} \cdot f_{cd} + A_{s,col} \cdot f_{yd} \qquad ^{(+)}N_{Ed,col} \le A_{s,col} \cdot f_{yd}$$

$$^{(-)}n_{Ed,wall} \le a_{c,wall} \cdot f_{cd} + a_{s,vwall} \cdot f_{yd}$$



Fundamental cases of "stocky" wall design

"Zömök" falak méretezésének alapesetei

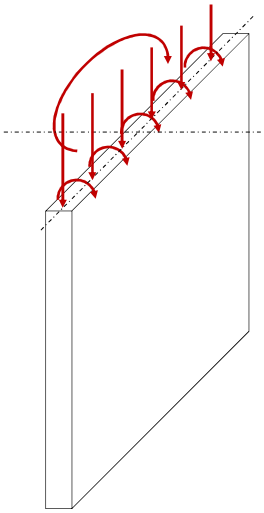


Lineárisan változó függőleges **normálerő** és **falsíkú hajlítónyomaték**

A fal keresztmetszetét törési alapon méretezzük, a külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszetre vonatkozó összefüggések alapján, a teherbírási vonal felhasználásával.

Fundamental cases of "stocky" wall design

"Zömök" falak méretezésének alapesetei



Lineárisan változó függőleges **normálerő**, **keresztiányú és falsíkú hajlítónyomaték**

A fal keresztmetszetét törési alapon méretezzük, a külpontosan nyomott vasbeton keresztmetszetre vonatkozó összefüggések alapján, a teherbírási vonal felhasználásával.

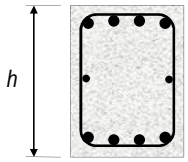
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Fundamentals of wall design

A fal méretezésének alapelvei

A vasbeton oszlop és a vasbeton fal közötti különbséget az egyes szerkezeti elemek geometriája közötti különbség definiálja:

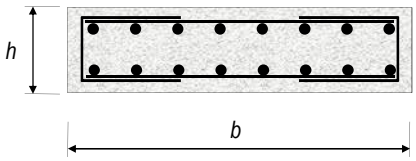
Oszlop



$$\frac{h}{b} \le 4$$

MSZ EN 1992-1-1:2010 9.5.1 Fejezet, (1) Bekezdés, 151. oldal

Fal

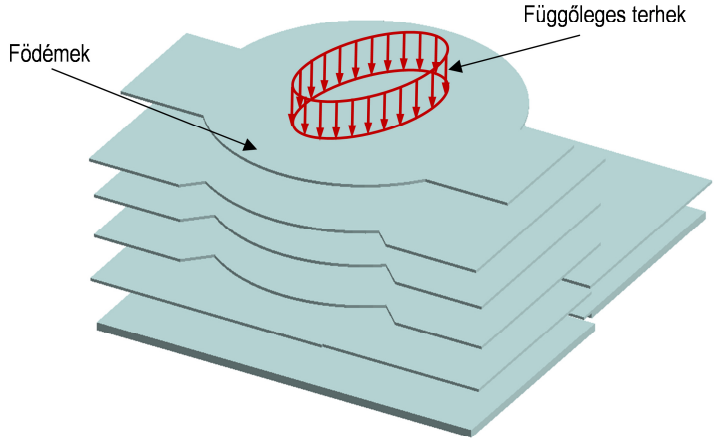


$$\frac{b}{h} \ge 4$$

MSZ EN 1992-1-1:2010 9.6.1 Fejezet, (1) Bekezdés, 152. oldal

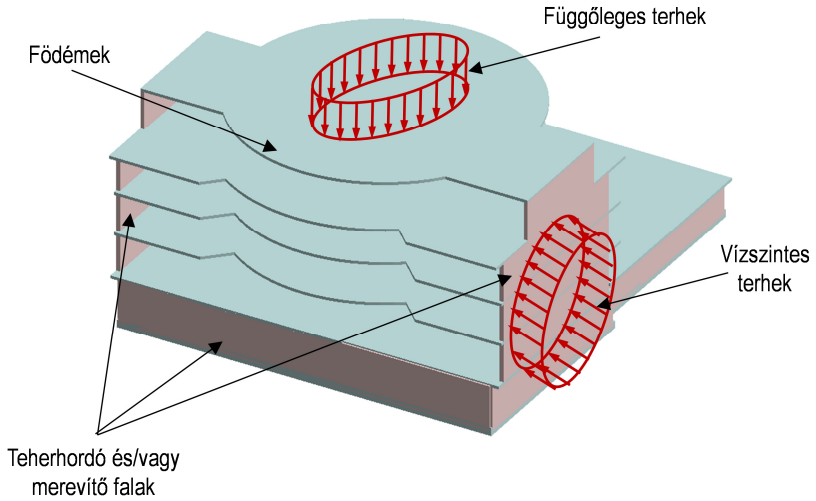
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Global analysis of building
Épület globális vizsgálata



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Global analysis of building
Épület globális vizsgálata

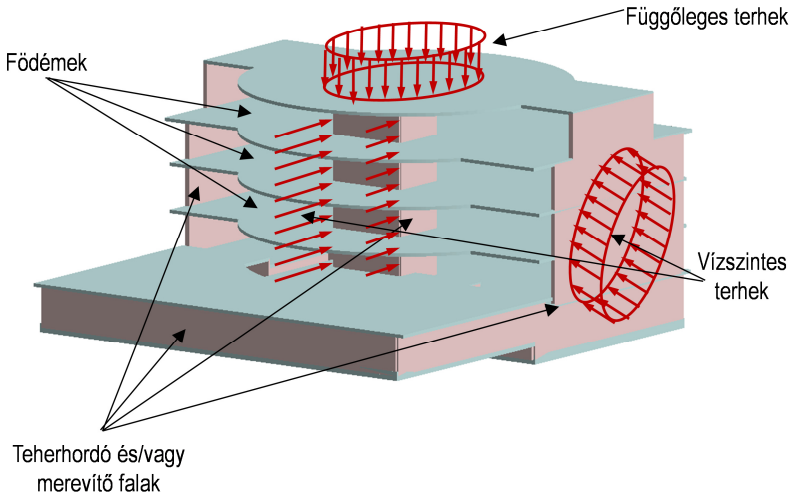


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Global analysis of building

Épület globális vizsgálata

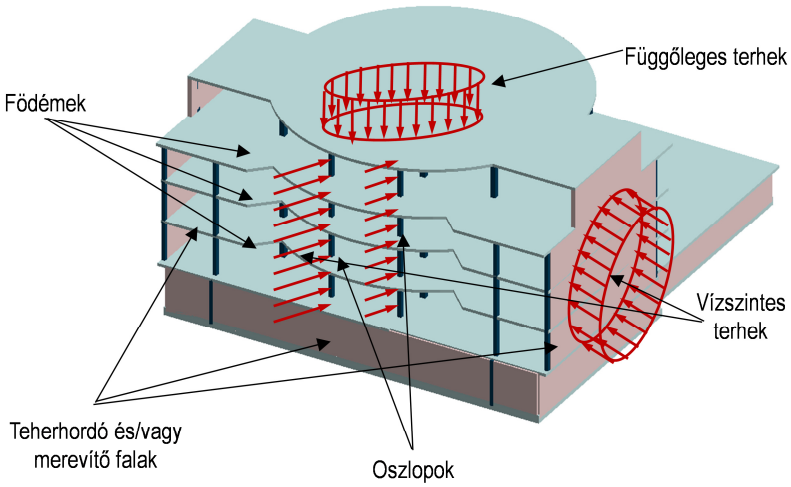


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Global analysis of building

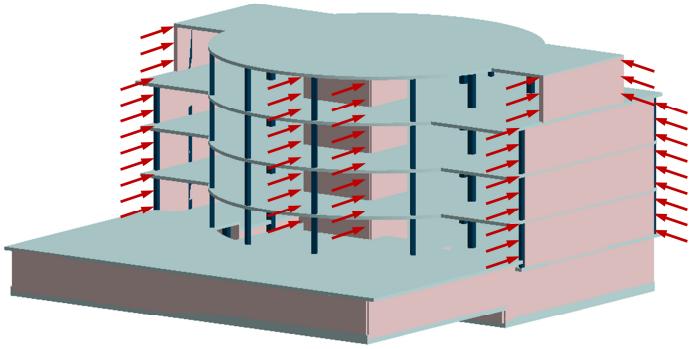
Épület globális vizsgálata



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Global analysis of building

Épület globális vizsgálata

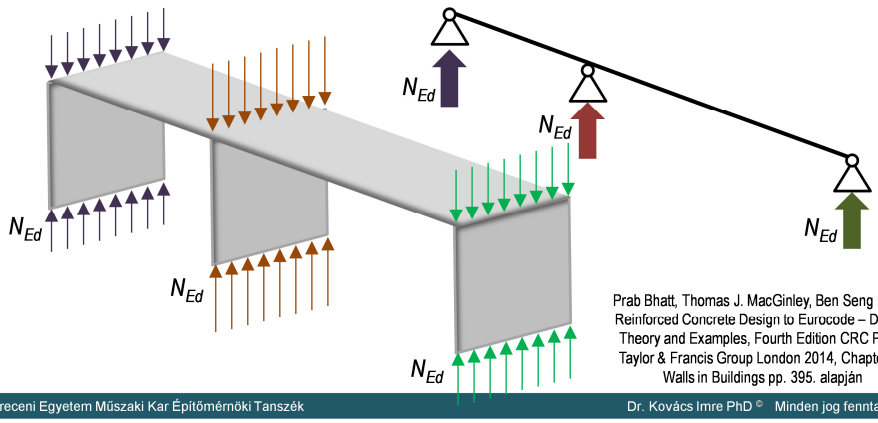


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of axial load

A függőleges falsíkú terhek meghatározása

A **függőleges falsíkú terhek**et a falszerkezetre terhelő tetőszerkezetek, gerendák, falak, födémek reakciói alapján kell meghatározni, a számítás egyszerűsítése érdekében feltételezhető, hogy a kapcsolatok nyomaték átadását nem biztosítják (csuklók).

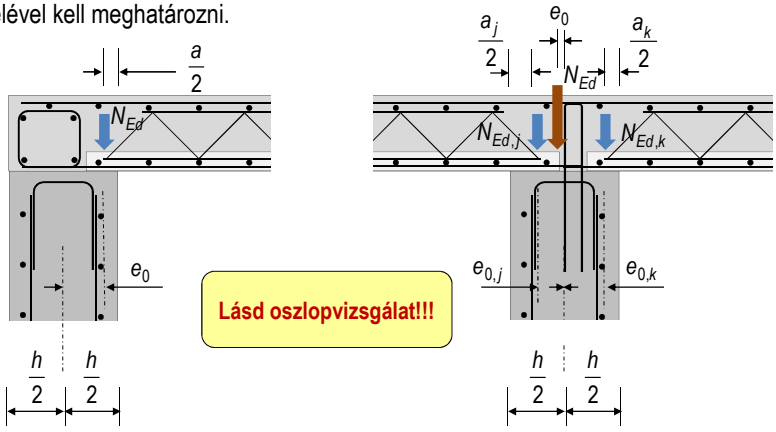


Prab Bhatt, Thomas J. MacGinley, Ben Seng Choo: Reinforced Concrete Design to Eurocode – Design Theory and Examples, Fourth Edition CRC Press Taylor & Francis Group London 2014, Chapter 10 Walls in Buildings pp. 395. alapján

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of transvers moment
A falsíkra merőleges hajlítónyomaték meghatározása

Nem folytonos falszerkezetek (pl.: csuklós fal-födém kapcsolat) esetén a falsíkra merőleges hajlítónyomatékokat a falra átadódó terhek külpontosságainak figyelembe vételével kell meghatározni.

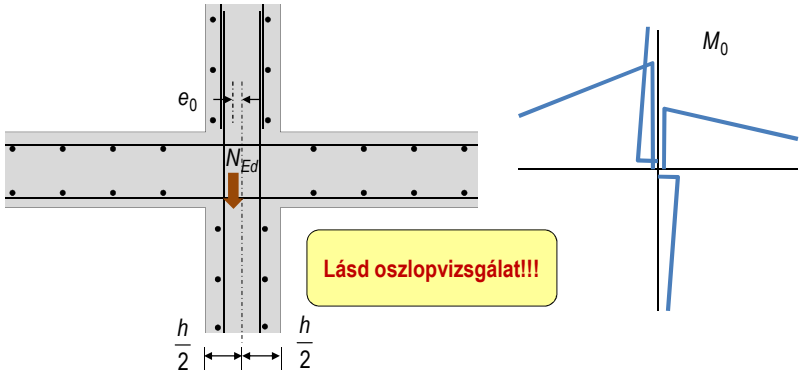


Lásd oszlopvizsgálat!!!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of transvers moment
A falsíkra merőleges hajlítónyomaték meghatározása

Folytonos falszerkezetek esetén (pl. merev fal-födém kapcsolat) a falsíkra merőleges hajlítónyomatékokat a fal ill. a falhoz kapcsolódó szerkezetek hajlítási merevségeinek figyelembe vételével , rugalmasságtani alapon kell meghatározni.



Lásd oszlopvizsgálat!!!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment

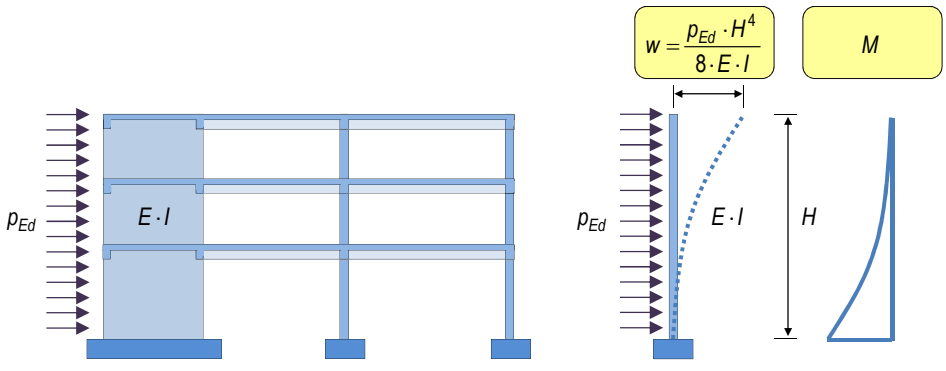
A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása

- Egy épület falszerkezeteinek falsíkú hajlítónyomatékait az épület globális vizsgálatával határozzuk meg.
- Az épület egyes falszerkezeteit a födémek síkjában egymáshoz kapcsolódó konzolok rendszerének tekintjük.
- Az épületre ható teljes vízszintes teher és eloszlásának ismeretében azt az egyes falak merevségeinek arányában szétosztjuk, ami gyakorlatilag a falkonzolok (shear wall) teher függvényeinek meghatározását jelenti (2D, 3D).
- A szétosztott terhek (teherfüggvény) ismeretében meghatározzuk a falkonzolok (shear wall) falsíkú hajlítónyomatékait.
- A további igénybevételek figyelembe vételével méretezzük a falszerkezeteket.

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment – 2D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 2D



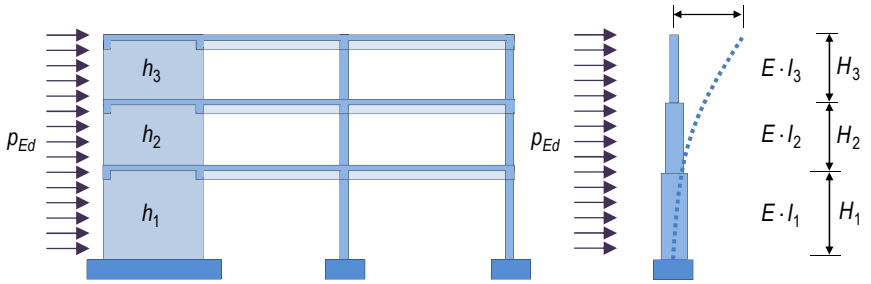
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment – 2D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 2D

Változó merevségű konzol alakváltozása | Egyenértékű konzol alakváltozása | Egyenértékű konzol merevsége

$$w = \int_0^H \frac{M_{Pi} \cdot M_{Qi}}{E \cdot I_i} dh = \frac{p_{Ed} \cdot H^4}{8 \cdot (E \cdot I)_m} \rightarrow (E \cdot I)_m = \frac{p_{Ed} \cdot H^4}{8 \cdot w}$$

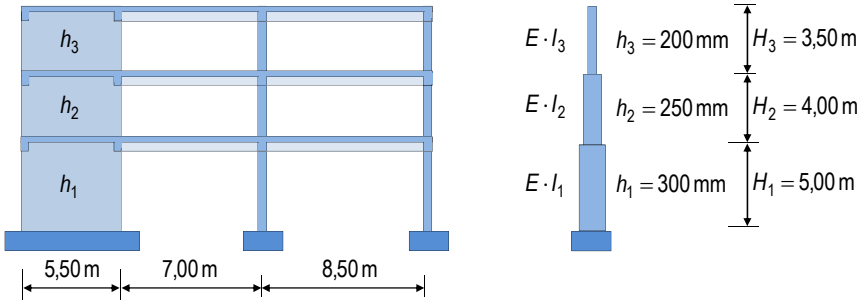


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.

1. Példa

Határozzuk meg a vázolt falszerkezettel merevített síkbeli keret merevítő falának helyettesítő merevségét!



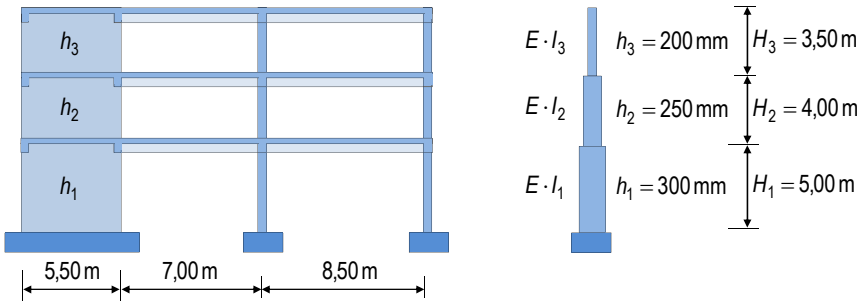
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example 1.
1. Példa

Falszakaszok tehetetlenségi nyomatéka a falsíkban:

$$I_3 = \frac{5{,}50^3 \cdot 0{,}20}{12} = 2{,}77\,\text{m}^4 \qquad I_2 = \frac{5{,}50^3 \cdot 0{,}25}{12} = 3{,}47\,\text{m}^4 \qquad I_1 = \frac{5{,}50^3 \cdot 0{,}30}{12} = 4{,}16\,\text{m}^4$$

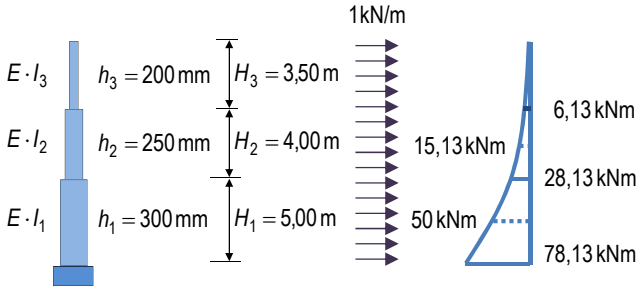


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example 1.
1. Példa

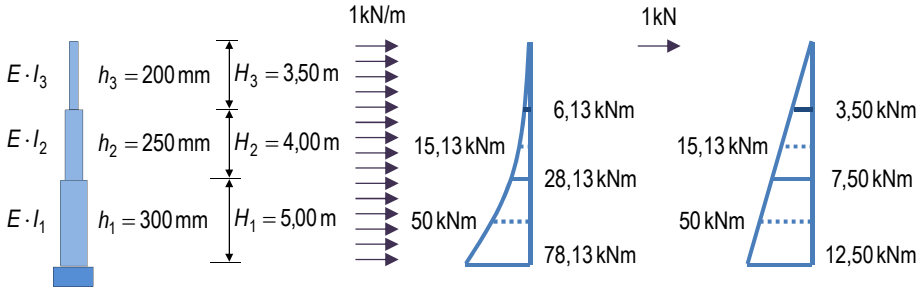
Igénybevétel egységnyi megoszló teherből:



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 1.
1. Példa

Igénybevétel egységnyi, tetőponton működő koncentrált erőből:



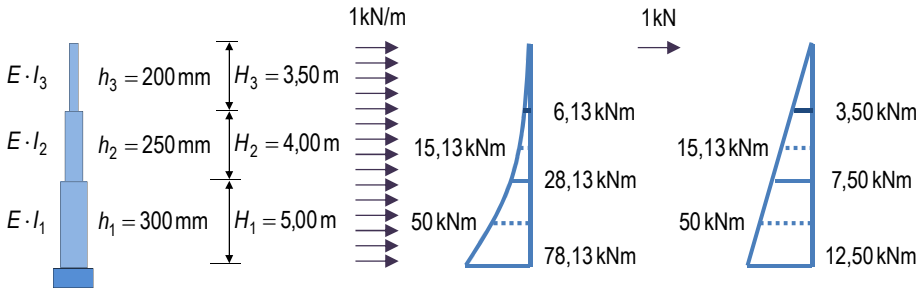
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example 1.
1. Példa

A változó merevségű konzol tetőponti eltolódásának valódi értéke:

$$w = \int_0^H \frac{M_{Pi} \cdot M_{Qi}}{E \cdot I_i} dh = \frac{1}{E \cdot 2{,}77} \cdot \frac{3{,}50^2 \cdot 6{,}13}{4} + \frac{1}{E \cdot 3{,}42} \cdot \frac{4{,}00}{6} \cdot \left[6{,}13 \cdot 3{,}50 + 2 \cdot 15{,}13 \cdot (3{,}50 + 7{,}50) + 28{,}13 \cdot 7{,}5\right] +$$
$$+ \frac{1}{E \cdot 4{,}16} \cdot \frac{5{,}00}{6} \cdot \left[28{,}13 \cdot 7{,}50 + 2 \cdot 50 \cdot (7{,}50 + 12{,}50) + 78{,}13 \cdot 12{,}50\right] = \frac{756}{E}\,\text{m}$$



 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

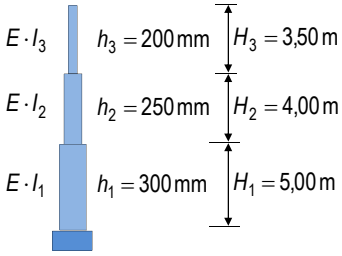
Example 1.

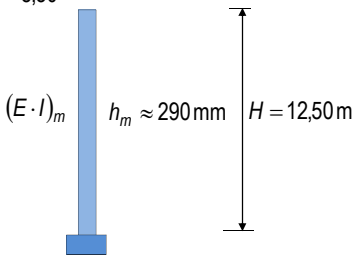
1. Példa

A változó merevségű konzollal egyenértékű állandó merevségű konzol merevsége és vastagsága

$$w = \int_0^H \frac{M_{Pi} \cdot M_{Qi}}{E \cdot I_i} dh = \frac{756}{E}\,\mathrm{m} = \frac{p_{Ed} \cdot H^4}{8 \cdot (E \cdot I)_m} \rightarrow (E \cdot I)_m = \frac{p_{Ed} \cdot H^4}{8 \cdot w} = \frac{E \cdot 1 \cdot 12{,}50^4}{8 \cdot 756} \rightarrow I_m \approx 4{,}00\,\mathrm{m}^4$$

$$I_m = \frac{5{,}50^3 \cdot h_m}{12} = 4{,}00\,\mathrm{m}^4 \rightarrow h_m = \frac{4{,}00 \cdot 12}{5{,}50^3} \approx 290\,\mathrm{mm}$$

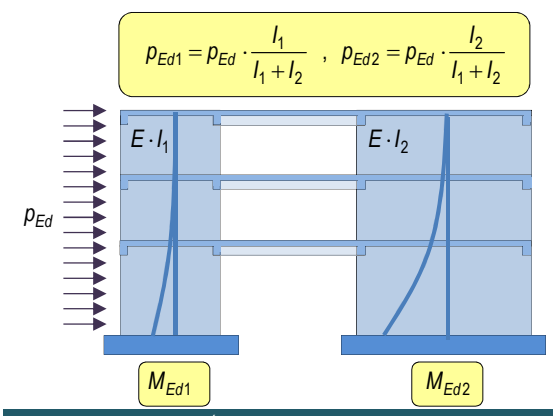


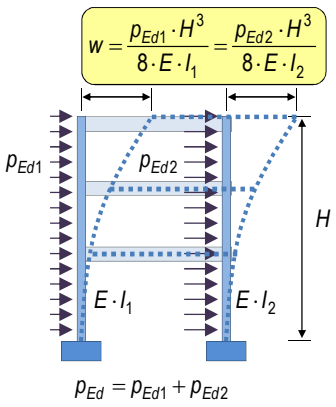


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment – 2D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 2D





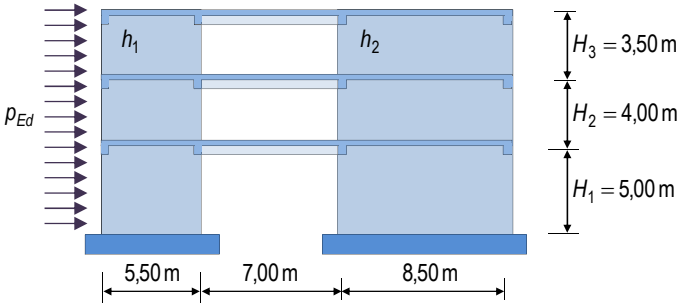
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example 2.
2. Példa

Határozzuk meg a vázolt falszerkezetekkel merevített síkbeli keret merevítő falainak falsíkú hajlítónyomatékait!

$h_1 = h_2 = 200\,\text{mm}$ $p_{Ed} = 4{,}00\,\text{kN/m}$ $E_1 = E_2 = E = \text{const.}$



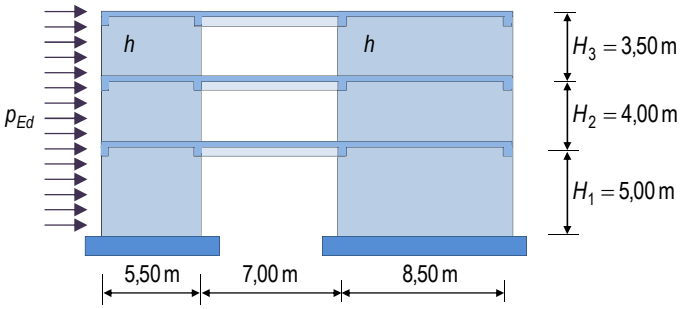
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example 2.
2. Példa

Az állandó falvastagságú merevítő falak tehetetlenségi nyomatékai a falsíkban:

$$I_1 = \frac{5{,}50^3 \cdot 0{,}20}{12} = 2{,}77\,\text{m}^4 \qquad I_2 = \frac{8{,}50^3 \cdot 0{,}20}{12} = 10{,}23\,\text{m}^4 \qquad I_1 + I_1 = 13{,}00\,\text{m}^4$$

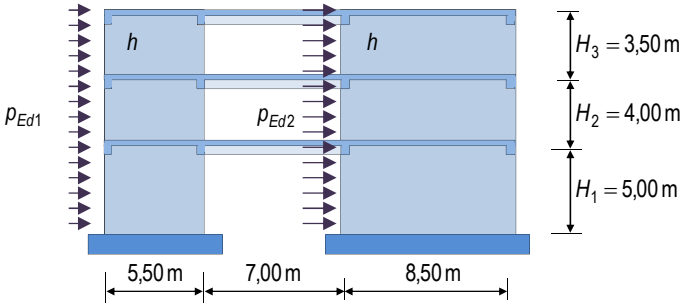


Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.
2. Példa

Az egyes merevítő falakra ható falsíkú teherhányad:

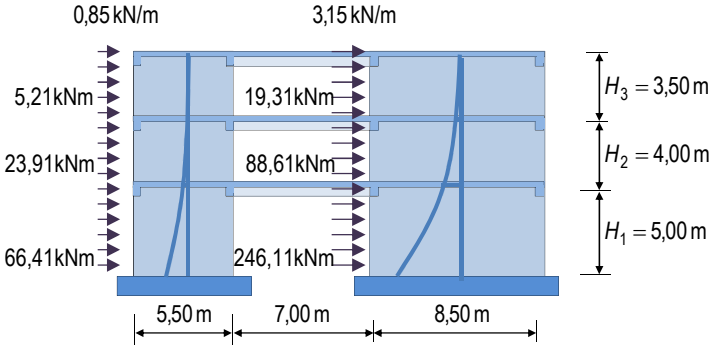
$$p_{Ed1} = p_{Ed} \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} = 4{,}00 \cdot \frac{2{,}77}{13{,}00} = 0{,}85\,\text{kN/m} \qquad p_{Ed2} = p_{Ed} \cdot \frac{l_2}{l_1 + l_2} = 4{,}00 \cdot \frac{10{,}23}{13{,}00} = 3{,}15\,\text{kN/m}$$



Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 2.
2. Példa

Az egyes merevítő falak falsíkú hajlítónyomatékai:

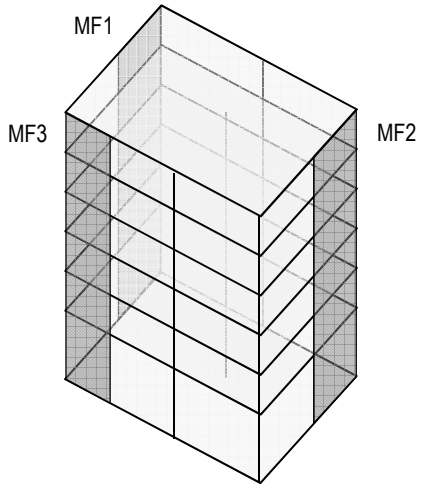


Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment – 3D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozott eset – **merevítő falak elhelyezése**



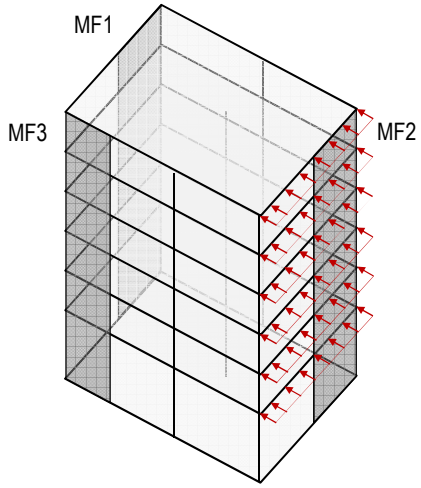
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Determination of in-plane moment – 3D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

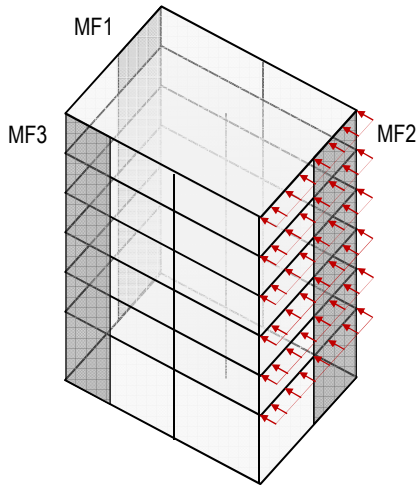
Statikailag határozott eset – **födémtárcsák vízszintes terheinek meghatározása**



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment – 3D
A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozott eset – **egy födémtárcsa vizsgálata**



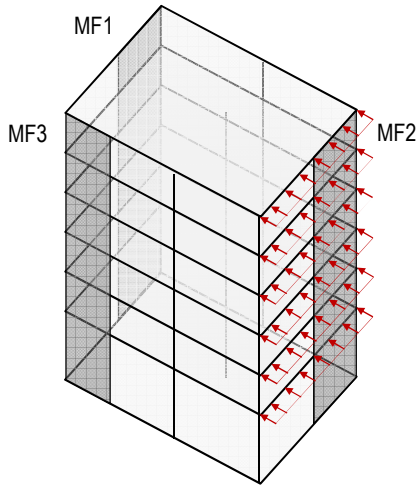


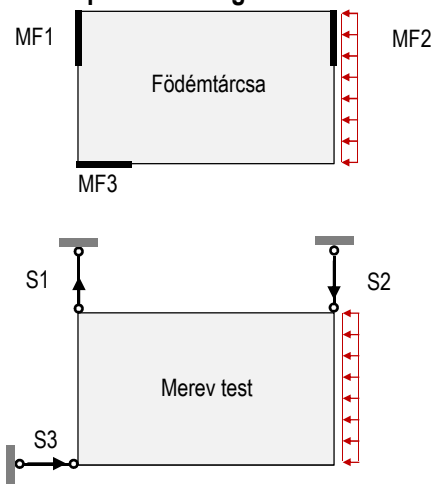
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Determination of in-plane moment – 3D
A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozott eset – **számítási modell felépítése és megoldása**

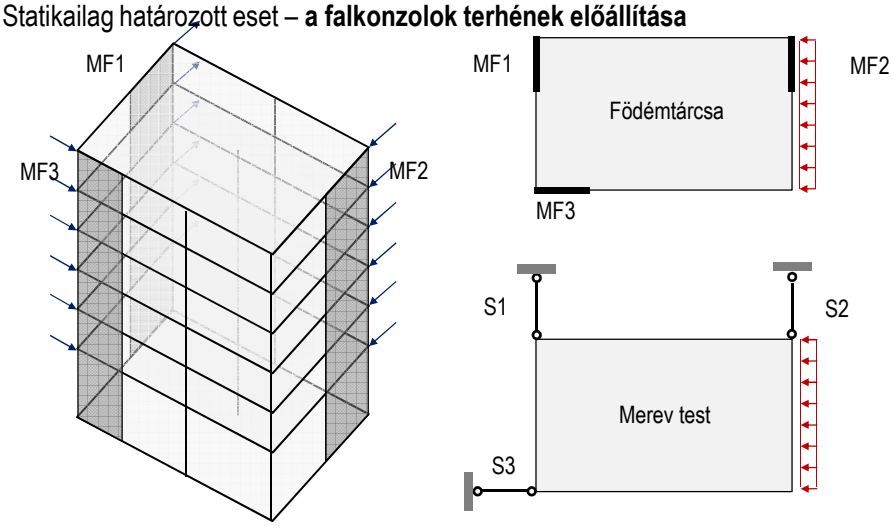




Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

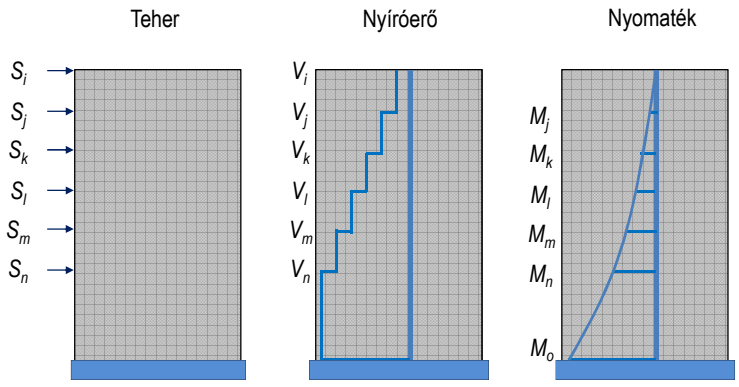
Determination of in-plane moment – 3D
A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozott eset – **a falkonzolok terhének előállítása**



Determination of in-plane moment – 3D
A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

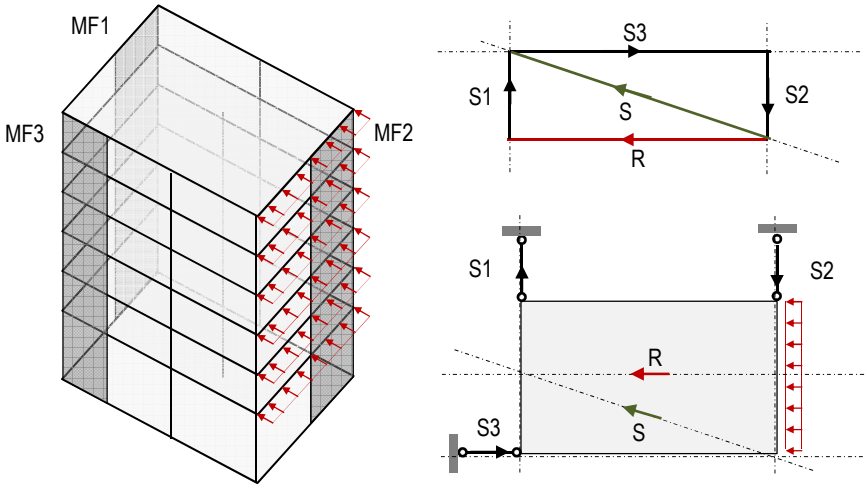
Statikailag határozott eset – **a falkonzolok falsíkú igénybevételei**



Determination of in-plane moment – 3D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozott eset – **megoldás Culmann szerkesztéssel**

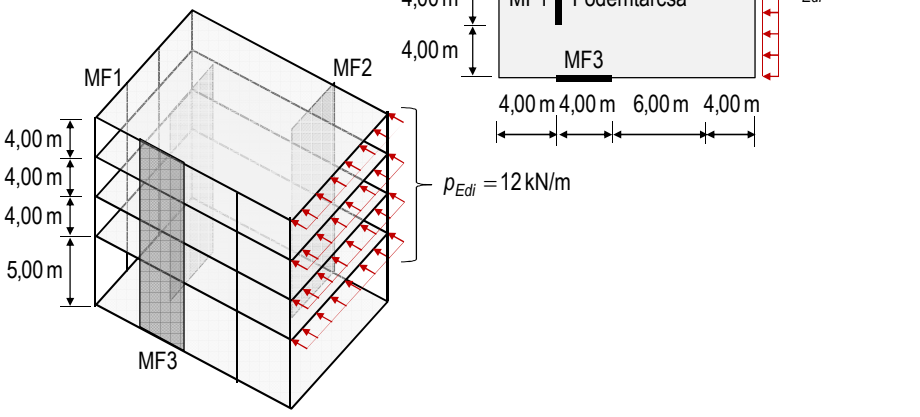


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.

3. Példa

Határozzuk meg az egyes merevítő falak adott vízszintes terhekből származó falsíkú igénybevételeit!

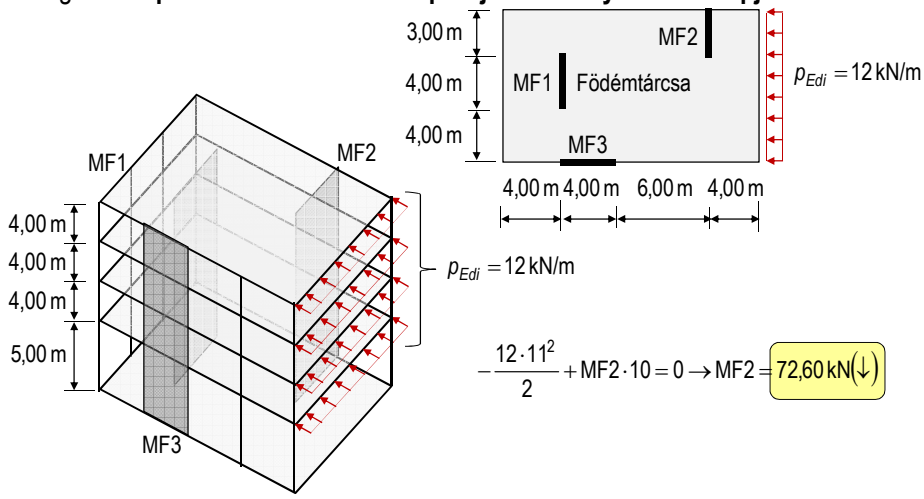


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.

3. Példa

Megoldás – **pl. MF1 és MF3 metszéspontjára felírt nyomaték alapján**

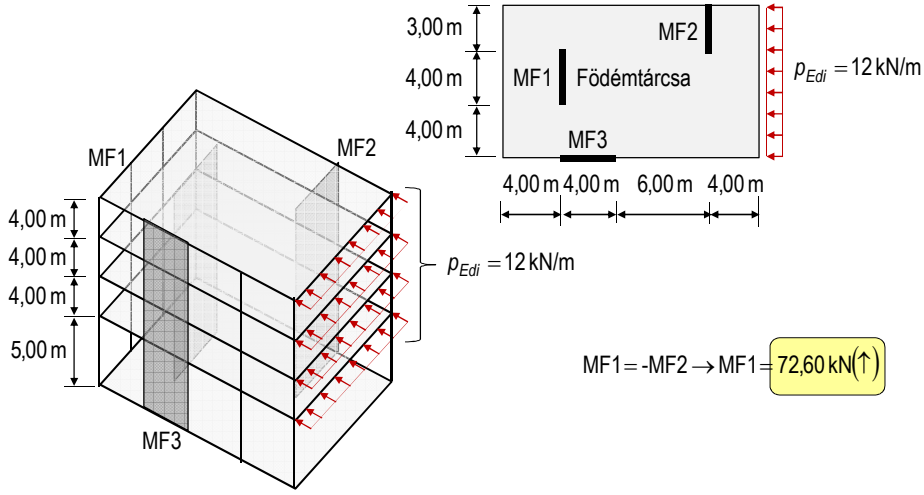


$$-\frac{12 \cdot 11^2}{2} + MF2 \cdot 10 = 0 \rightarrow MF2 = 72{,}60\,kN(\downarrow)$$

Example 3.

3. Példa

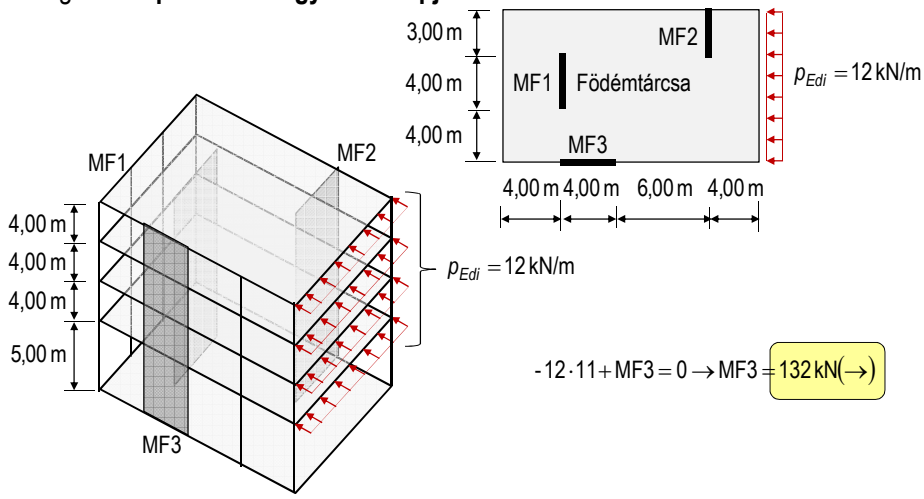
Megoldás – **pl. vetületi egyenlet alapján**



$$MF1 = -MF2 \rightarrow MF1 = 72{,}60\,kN(\uparrow)$$

Example 3.
3. Példa

Megoldás – **pl. vetületi egyenlet alapján**

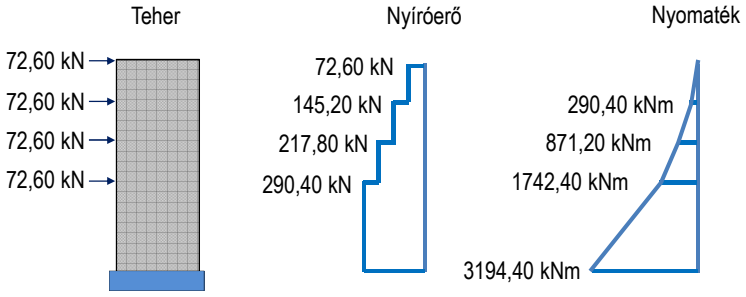


$$-12 \cdot 11 + MF3 = 0 \rightarrow MF3 = 132\,kN(\rightarrow)$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.
3. Példa

MF1 és MF2 falak terhei és igénybevételei

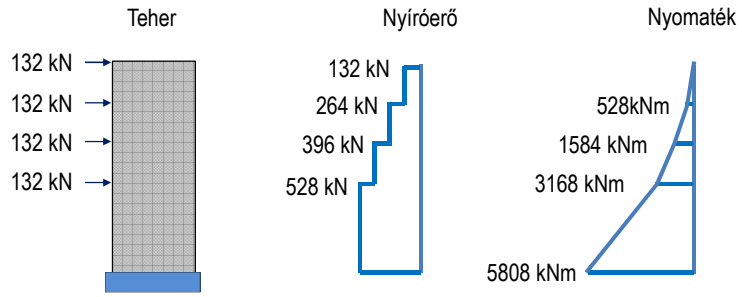


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example 3.

3. Példa

MF3 fal terhei és igénybevételei

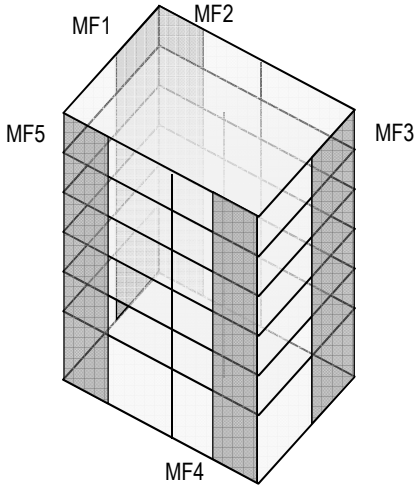


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment – 3D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozatatlan eset – **3-nál több merevítő fal**

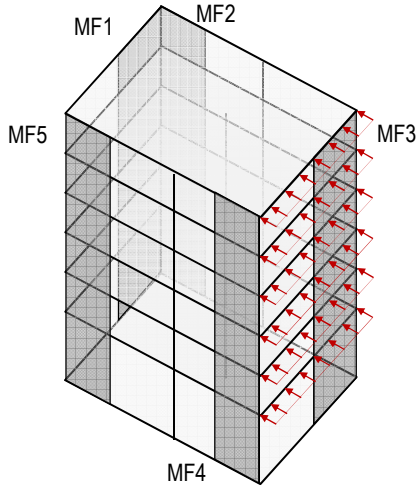


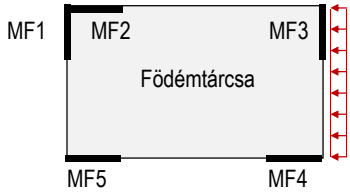
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Determination of in-plane moment – 3D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozatlan eset – **3-nál több merevítő fal**





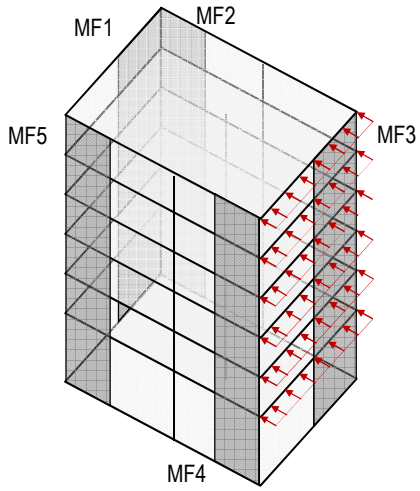
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

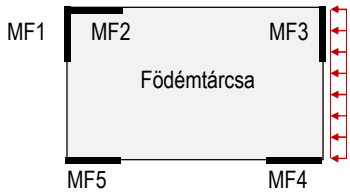
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

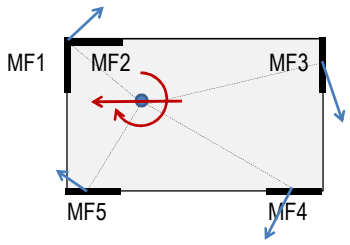
Determination of in-plane moment – 3D

A falsíkú hajlítónyomaték meghatározása – 3D

Statikailag határozatlan eset – **3-nál több merevítő fal**



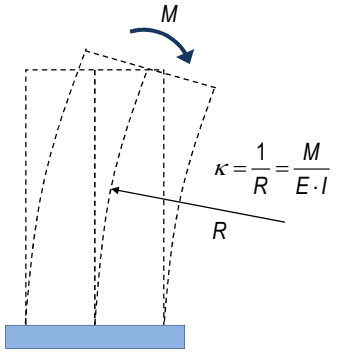




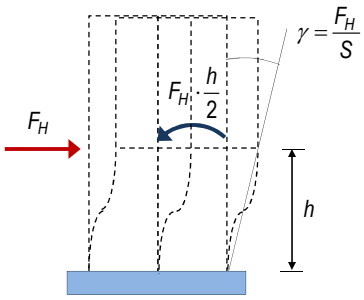
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Criteria for neglecting second order effect

A másodrendű hatások elhanyagolásának feltételei



Globális **hajlítási** alakváltozás és a hozzá tartozó hajlítási merevség



Globális **nyírási** alakváltozás és a hozzá tartozó nyírási merevség

MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.1.1 Fejezet, (1) Bekezdés, H1. ábra, 199. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Bracing system without significant shear deformation

Jelentős nyírási alakváltozás nélküli merevítőrendszer

Pl.: **nyílások nélküli merevítőfalak** esetén a globális másodrendű hatások elhanyagolhatók, ha:

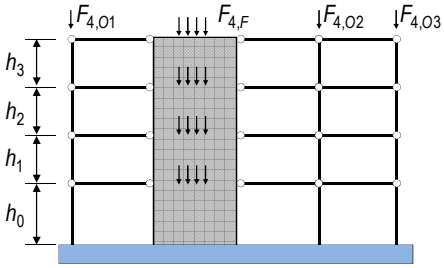
$$F_{V,Ed} \leq 0{,}10 \cdot F_{V,BB}$$

ahol:

$F_{V,Ed}$ a teljes függőleges teher (a merevített és a merevítőelemeken együtt)

$F_{V,BB}$ globális hajlítás esetén a globális kihajláshoz tartozó teher névleges értéke

Ez gyakorlatilag egy kritikus erő!!!



Pl.: $F_{V,Ed} = \sum_{i=0}^{4} F_{i,O_{1...3}} + \sum_{i=0}^{4} F_{i,F}$

MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.1.2 Fejezet, (1) Bekezdés, 199. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

The nominal global buckling load for global bending

Globális kihajláshoz tartozó teher névleges értéke

Globális hajlítás esetén a globális kihajláshoz tartozó teher névleges értéke a következőképpen vehető fel:

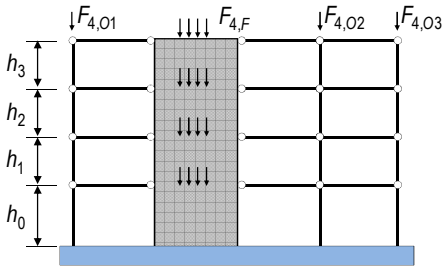
$$F_{V,BB} = \xi \frac{\sum E \cdot I}{L^2}$$

ahol:

ξ a szintszámtól, a merevségváltozástól, az alapozás befogási merevségétől és a tehereloszlástól függő tényező

$\sum E \cdot I$ a merevítőelemek hajlítási merevségeinek összege a vizsgált irányban az esetleges repedezettség hatásának figyelembevételével

L az épület teljes magassága a nyomatéki befogástól számítva



MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.1.2 Fejezet, (2) Bekezdés, 199. oldal

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Stiffness of the bracing members

A merevítő elemek hajlítási merevsége

A merevség pontos számításának hiányában egy berepedt keresztmetszetű merevítőelem esetén a következő összefüggés alkalmazható:

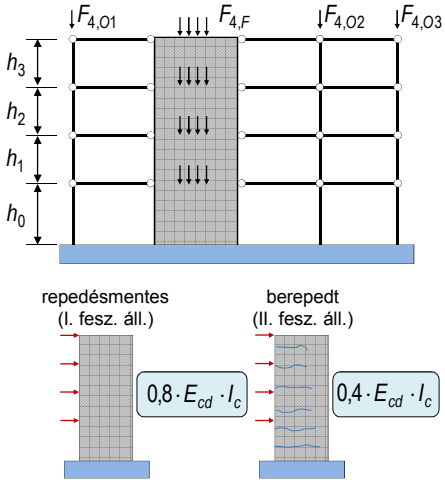
$$E \cdot I = 0{,}4 \cdot E_{cd} \cdot I_c$$

ahol:

$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{CE}}$ a beton rugalmassági modulusának tervezési értéke $\gamma_{CE} = 1{,}2$

I_c a merevítőelem inercianyomatéka repedésmentes keresztmetszet feltételezésével számítva

Ha a keresztmetszet teherbírási határállapotban előreláthatólag repedésmentes, akkor, akkor az összefüggésben szereplő **0,4** értékű állandó helyett **0,8** alkalmazható!



MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.1.2 Fejezet, (3) Bekezdés, 200. oldal

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

The nominal global buckling load for global bending

Globális kihajláshoz tartozó teher névleges értéke

Ha a merevítőelemek **merevsége a magasság mentén állandó**, és a teljes függőleges **teher szintenként azonos** mértékben növekszik, akkor ξ értékét a következőképpen lehet felvenni:

$$\xi = 7{,}8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}7 \cdot k}$$

ahol:

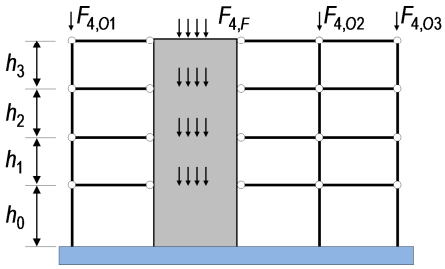
n_s a szintek száma

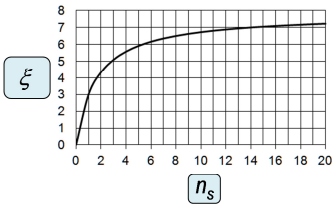
k a nyomatéki befogás relatív hajlékonysága

$$k = \frac{\theta}{M} \cdot \frac{E \cdot I}{L}$$

θ az M nyomatékhoz tartozó elfordulás

(ha a befogás merev , $k = 0$!)





MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.1.2 Fejezet, (4) Bekezdés, 200. oldal

Bracing system with significant shear deformation

Jelentős nyírási alakváltozással terhelt merevítőrendszer

Pl.: **nyílásokkal áttört merevítőfalak** esetén a globális másodrendű hatások elhanyagolhatók, ha:

$$F_{V,Ed} \le 0{,}10 \cdot F_{V,B} = 0{,}1 \cdot \frac{F_{V,BB}}{1 + F_{V,BB} / F_{V,BS}}$$

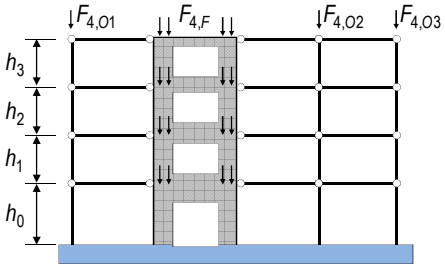
ahol:

$F_{V,B}$ globális kihajlási teher a globális hajlítás és nyírás figyelembevételével

$F_{V,BB}$ globális kihajlási teher tiszta hajlítás esetén

$F_{V,BS}$ globális kihajlási teher tiszta nyírás esetén, $F_{V,BS} = \sum S$

$\sum S$ a merevítő elemek teljes nyírási merevsége (egységnyi nyírási torzulásra jutó erő)



MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.1.3 Fejezet, (1) Bekezdés, 200. oldal

Global second order effects for buildings

Globális másodrendű hatások épületek esetén

Előző összefüggések alapján amennyiben $k = 0$:

$$F_{V,Ed} \le 0{,}10 \cdot F_{V,BB} \qquad F_{V,BB} = \xi \frac{\sum E \cdot I}{L^2} \qquad E \cdot I = 0{,}4 \cdot E_{cd} \cdot I_c \qquad \xi = 7{,}8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}7 \cdot k}$$

$$F_{V,Ed} \le 0{,}10 \cdot 7{,}8 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{1}{1 + 0{,}7 \cdot k} \cdot \frac{\sum 0{,}4(0{,}8) \cdot E_{cd} \cdot I_c}{L^2}$$

a globális másodrendű hatások figyelmen kívül hagyhatók, ha

Repedésmentes merevítőfal esetén
(I. fesz. áll. feltételezésével)

$$F_{V,Ed} \le 0{,}31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{\sum E_{cd} \cdot I_c}{L^2}$$

Berepedt merevítőfal esetén
(II. fesz. áll. feltételezésével)

$$F_{V,Ed} \le 0{,}62 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{\sum E_{cd} \cdot I_c}{L^2}$$

- Az elcsavarodás miatti stabilitásvesztés nem mértékadó, azaz a szerkezet hozzávetőlegesen szimmetrikus
- A globális nyírási alakváltozások elhanyagolhatóak (mint az olyan merevítőrendszer esetén, mely elsősorban nagy áttörések nélküli merevítőfalakat tartalmaz)
- A merevítő szerkezeti elemek az alapba mereven be annak fogva, azaz az elfordulások figyelmen kívül hagyhatók
- A merevítő szerkezeti elemek merevsége hozzávetőlegesen állandó a magasság mentén
- A teljes függőleges teher szintenként körülbelül azonos mértékben növekszik

MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.1.2 Fejezet, (1) Bekezdés, 199. oldal

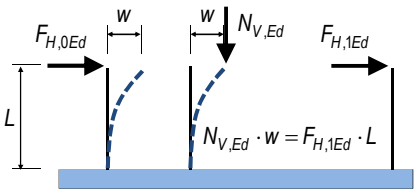
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Method for calculation of global second order effects

A globális másodrendű hatások számítási módszerei

Pl.: **nyílásokkal áttört merevítőfalak** esetén a globális másodrendű hatások a tartószerkezet fiktív, növelt értékű $F_{H,Ed}$ vízszintes erőkre való vizsgálatával vehetők figyelembe:

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 + F_{V,Ed} / F_{V,B}}$$



ahol:

$F_{H,0Ed}$ elsőrendű vízszintes erő a szél, a méreteltérések stb. következtében

$F_{V,Ed}$ a merevítő- és a merevített elemekre ható teljes függőleges erő

$F_{V,B}$ névleges kihajlási teher

amennyiben a névleges kihajlási teher nem ismert:

$$F_{H,Ed} = \frac{F_{H,0Ed}}{1 + F_{H,1Ed} / F_{H,0Ed}}$$

$F_{H,1Ed}$ Fiktív vízszintes erő, mely ugyanazokat a hajlítónyomatékokat eredményezi, mint az $F_{H,0Ed}$ erőből származó alakváltozással (elsőrendű alakváltozás) terhelt szerkezeten működő $N_{V,Ed}$ függőleges teher, és az a névleges merevségi értékek alapján van meghatározva.

MSZ EN 1992-1-1:2010 H melléklet (tájékoztatás) H.2 Fejezet, (1), (2) és (3) Bekezdés, 201. oldal

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége

faltestek súlypontjai



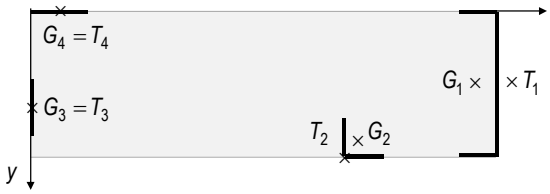
Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége

faltestek súlypontjai

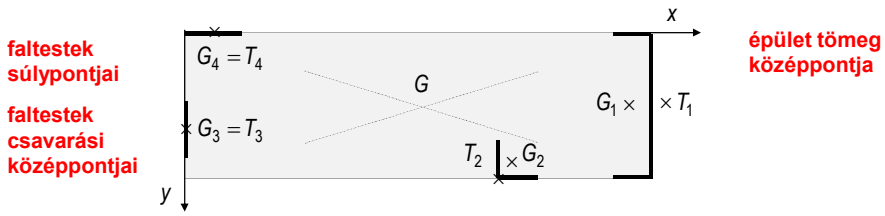
faltestek csavarási középpontjai



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége

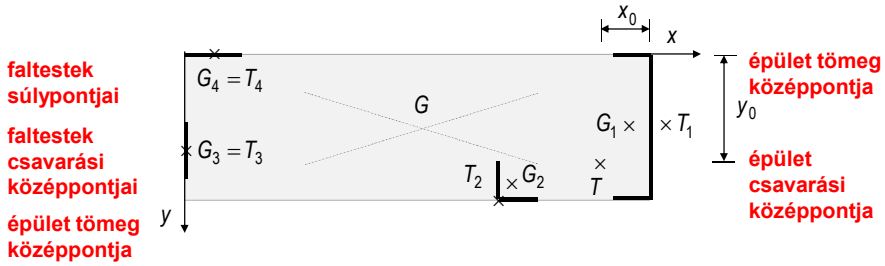


 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Torsional stiffness of the bracing system

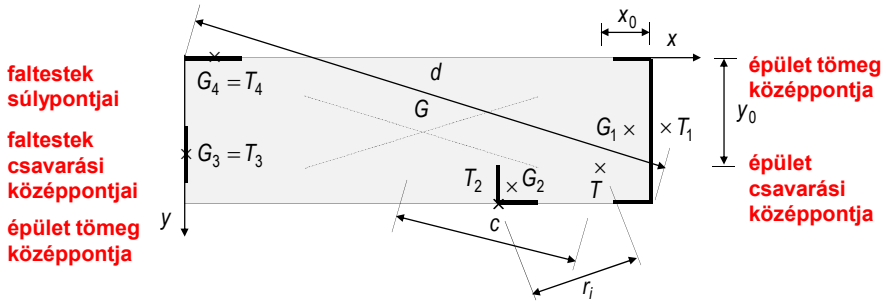
Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsional stiffness of the bracing system

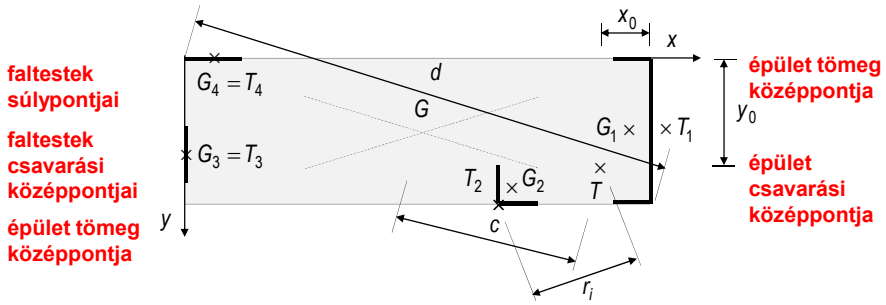
Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége

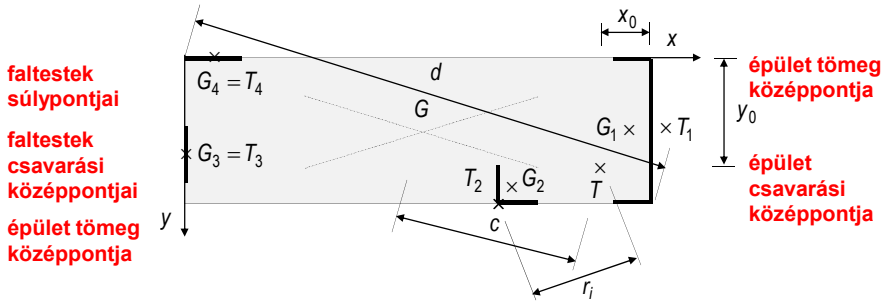


$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^{\,2}}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^{\,2}}}\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}}\qquad k^*=K_i\cdot\frac{n_s}{n_s+1{,}6}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}} \qquad k^*=K_i\cdot\frac{n_s}{n_s+1{,}6}$$

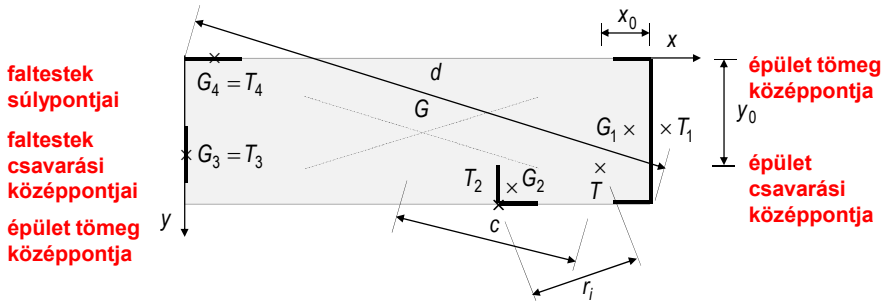
$$E_{cd}\cdot I_{\varpi}=\sum\left(E_i\cdot I_{x,i}\cdot x^2{}_{T,i}+E_i\cdot I_{y,i}\cdot y^2{}_{T,i}+E_i\cdot I_{\varpi,i}-2\cdot E_i\cdot I_{xy,i}\cdot x_{T,i}\cdot y_{T,i}\right)$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



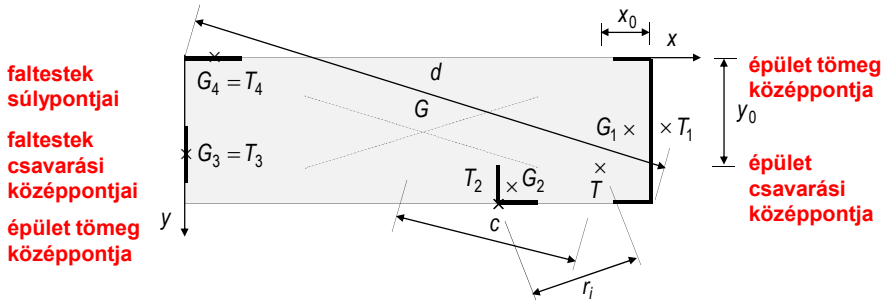
$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}} \qquad k^*=K_i\cdot\frac{n_s}{n_s+1{,}6}$$

$$G_{cd}=\frac{E_{cd}}{2\cdot(1+\mu_c)}\rightarrow\mu_c=0\rightarrow E_{cd}/G_{cd}=2\rightarrow\mu_c=0{,}2\rightarrow E_{cd}/G_{cd}=2{,}4$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}} \qquad k^*=K_i\cdot\frac{n_s}{n_s+1{,}6}$$

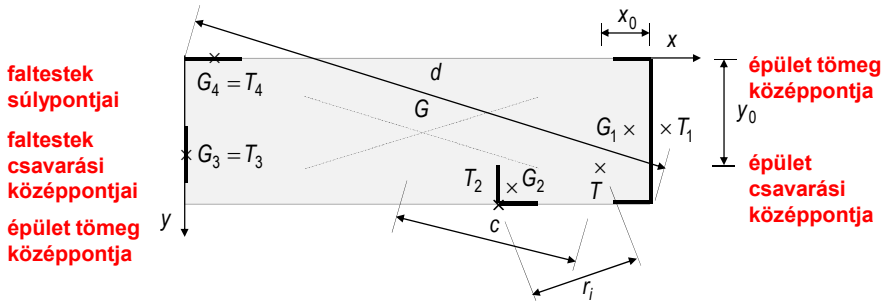
$I_T = \alpha\cdot a\cdot b^3 \left(b\leq a\right)$ Csavarási inercianyomaték, lásd prizmatikus rudak csavarása!!!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



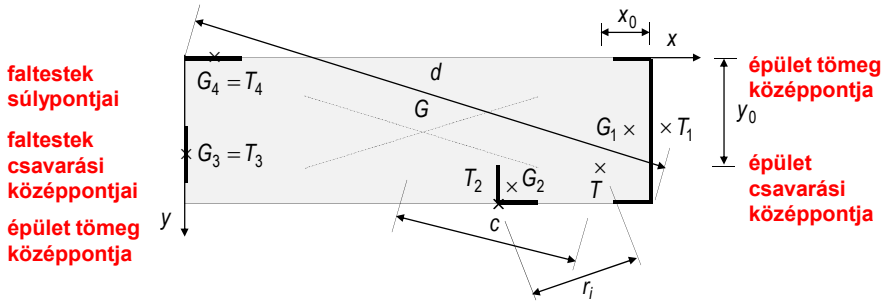
$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}}\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}} \qquad k^*=K_i\cdot\frac{n_s}{n_s+1{,}6}$$

$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{F_{V,Ed}\cdot\left(d^2/12+c^2\right)}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{F_{V,Ed,i}\cdot\left(d^2/12+c^2\right)}}\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



$$x_0 = \frac{\left(\sum E \cdot I_{x,i} \cdot x_i - \sum E \cdot I_{xy,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum E \cdot I_{y,i} - \left(\sum E \cdot I_{xy,i} \cdot x_i - \sum E \cdot I_{y,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum E \cdot I_{xy,i}}{\sum E \cdot I_{x,i} \cdot \sum E \cdot I_{y,i} - \left(\sum E \cdot I_{xy,i}\right)^2}$$

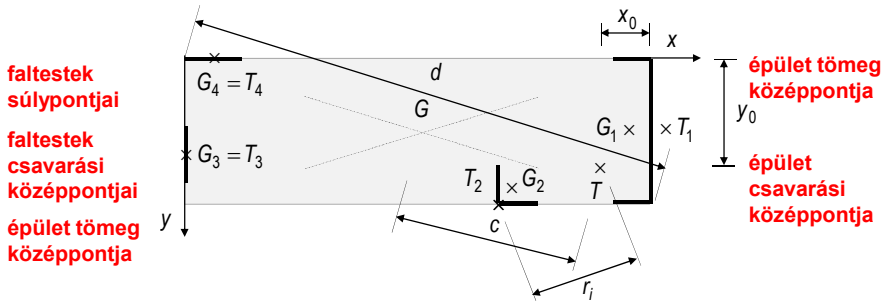
$$y_0 = \frac{\left(\sum E \cdot I_{x,i} \cdot x_i - \sum E \cdot I_{xy,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum E \cdot I_{xy,i} - \left(\sum E \cdot I_{xy,i} \cdot x_i - \sum E \cdot I_{y,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum E \cdot I_{x,i}}{\sum E \cdot I_{x,i} \cdot \sum E \cdot I_{y,i} - \left(\sum E \cdot I_{xy,i}\right)^2}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Torsional stiffness of the bracing system

Szerkezetek merevítő rendszerének csavarási merevsége



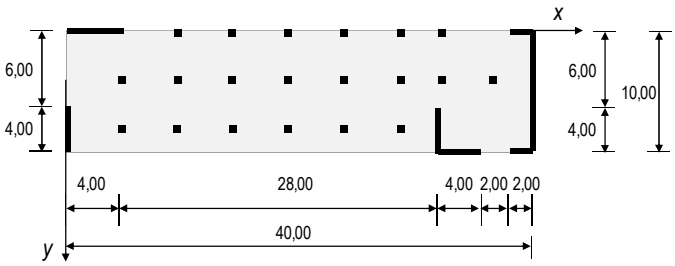
Ha $E = const.$ **és** $\sum I_{xy,i} = 0$, $\sum I_{xy,i} \cdot y_i = 0$, $\sum I_{xy,i} \cdot x_i = 0$ **akkor:**

$$x_0 = \frac{\sum I_{x,i} \cdot x_i}{\sum I_{x,i}}$$

$$y_0 = \frac{\sum I_{y,i} \cdot y_i}{\sum I_{y,i}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

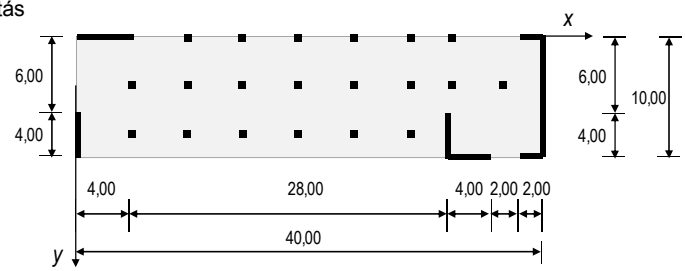


Épületmagasság:	$L = 24\,\text{m}$
Szintszám:	$n_s = 8$
Beton szilárdsági osztálya:	C20/25
A beton rugalmassági modulusának várható értéke:	$E_{cm} = 30000\,\text{N/mm}^2$
A beton rugalmassági modulusának tervezési értéke:	$E_{cd} = 25000\,\text{N/mm}^2$
Terhek karakterisztikus értéke szintenként:	$g_k + q_k = 11{,}40\,\text{kN/m}^2$
Merevítő falak vastagsága:	$v = 300\,\text{mm}$

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

1. Teherszámítás



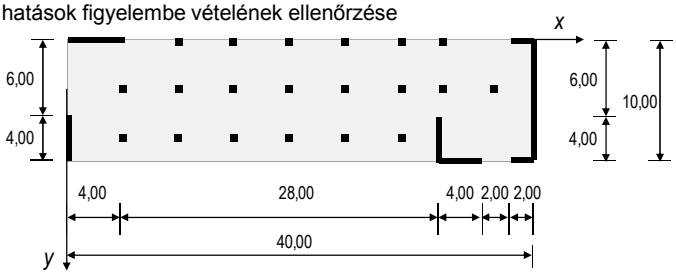
A teljes függőleges teher (a merevített és a merevítőelemeken együtt):

$$F_{V,Ed} = n_s \cdot (g_k + q_k) \cdot A = 8 \cdot 11{,}40 \cdot 10^{-3} \cdot 40 \cdot 10 = \boxed{37\,\text{MN}}$$

Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

2. Másodrendű hatások figyelembe vételének ellenőrzése



A globális másodrendű hatások elhanyagolhatóságának ellenőrzése

y irányban:

$$F_{V,Ed} = 37\,\text{MN} \le 0{,}10 \cdot F_{V,BB} = 0{,}31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{\sum E_{cd} \cdot I_c}{L^2} = 0{,}31 \cdot \frac{8}{8 + 1{,}6} \cdot \frac{25000 \cdot 54{,}18}{24^2} = 608\,\text{MN}$$

x irányban:

$$F_{V,Ed} = 37\,\text{MN} \le 0{,}10 \cdot F_{V,BB} = 0{,}31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1{,}6} \cdot \frac{\sum E_{cd} \cdot I_c}{L^2} = 0{,}31 \cdot \frac{8}{8 + 1{,}6} \cdot \frac{25000 \cdot 6{,}21}{24^2} = 70\,\text{MN}$$

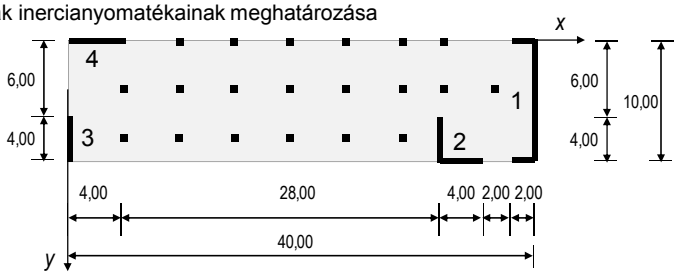
Tehát a merevítő rendszer vizsgálata során a másodrendű hatások y és x irányban is elhanyagolhatók!

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

3. Merevítő falak inercianyomatékainak meghatározása



Az **1** jelű összetett merevítőfal inercianyomatékai:

$$A = 2 \cdot 2{,}00 \cdot 0{,}30 + 0{,}30 \cdot 9{,}40 = 4{,}02\,\text{m}^2 \qquad x_{s1} = \frac{2 \cdot (0{,}30 \cdot 2{,}00 \cdot 1{,}00) + 0{,}30 \cdot 9{,}40 \cdot 0{,}15}{4{,}02} = 0{,}40\,\text{m}$$

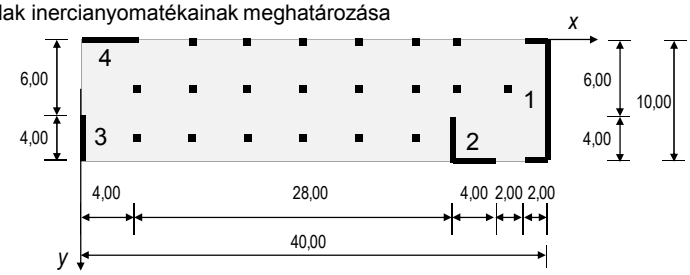
$$I_y = 2 \cdot \left[\frac{0{,}30 \cdot 2{,}00^3}{12} + 2{,}00 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}60^2 \right] + \frac{9{,}40 \cdot 0{,}30^3}{12} + 9{,}40 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}25^2 = 1{,}03\,\text{m}^4$$

$$I_x = \frac{0{,}30 \cdot 9{,}40^3}{12} + 2 \cdot \left[\frac{2{,}00 \cdot 0{,}30^3}{12} + 2{,}00 \cdot 0{,}30 \cdot 4{,}85^2 \right] = 49\,\text{m}^4 \qquad I_{xy} = 0\,\text{m}^4$$

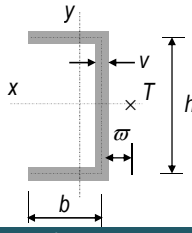
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

3. Merevítő falak inercianyomatékainak meghatározása



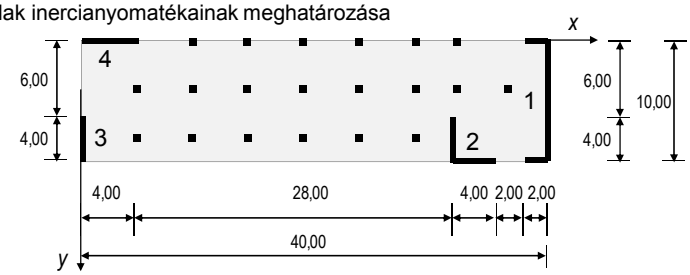
Az **1** jelű összetett merevítőfal nyírási középpontja



$$\varpi = \frac{1}{4 \cdot I_x} \cdot v \cdot h^2 \cdot b^2 = \frac{1}{4 \cdot 49} \cdot 0{,}30 \cdot 1{,}85^2 \cdot 9{,}70^2 = \boxed{0{,}49\,\text{m}}$$

Example
Példa

3. Merevítő falak inercianyomatékainak meghatározása



A **2** jelű összetett merevítőfal inercianyomatékai:

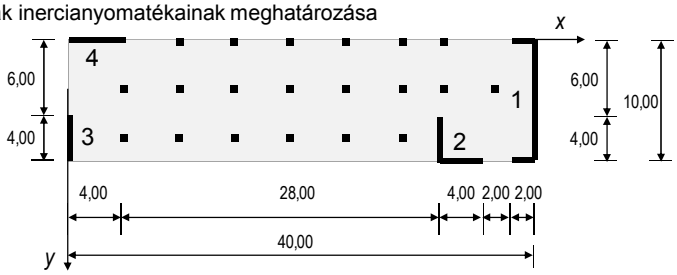
$$A = 4{,}00 \cdot 0{,}30 + 3{,}70 \cdot 0{,}30 = 2{,}31\,\text{m}^2 \quad x_{s2}' = y_{s2}' = \frac{0{,}30 \cdot 4{,}00 \cdot 2{,}00 + 0{,}30 \cdot 3{,}70 \cdot 0{,}15}{2{,}31} = 1{,}11\,\text{m}$$

$$I_x = I_y = \frac{0{,}30 \cdot 4{,}00^3}{12} + 0{,}30 \cdot 4{,}00 \cdot 0{,}89^2 + \frac{3{,}70 \cdot 0{,}30^3}{12} + 3{,}70 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}96^2 = \boxed{3{,}58\,\text{m}^4}$$

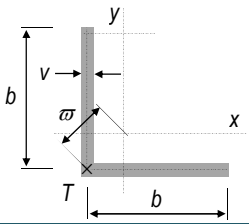
$$I_{xy} = 0{,}30 \cdot 3{,}70 \cdot -0{,}96 \cdot -1{,}04 + 0{,}30 \cdot 4{,}00 \cdot 0{,}89 \cdot 0{,}96 = \boxed{2{,}13\,\text{m}^4}$$

Example
Példa

3. Merevítő falak inercianyomatékainak meghatározása



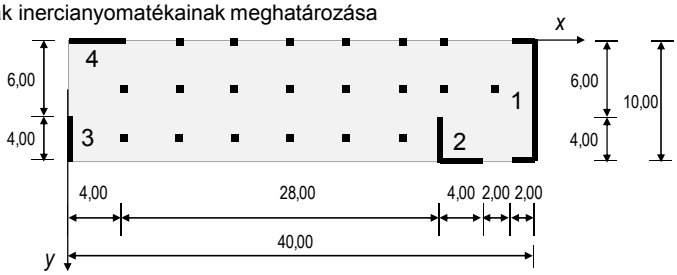
A **2** jelű összetett merevítőfal nyírási középpontja



$$\varpi = e = \frac{b}{4}\cdot\sqrt{2} = \frac{3{,}85}{4}\cdot\sqrt{2} = 1{,}36\,\text{m}$$

Example
Példa

3. Merevítő falak inercianyomatékainak meghatározása



A **3** jelű merevítőfal inercianyomatékai:

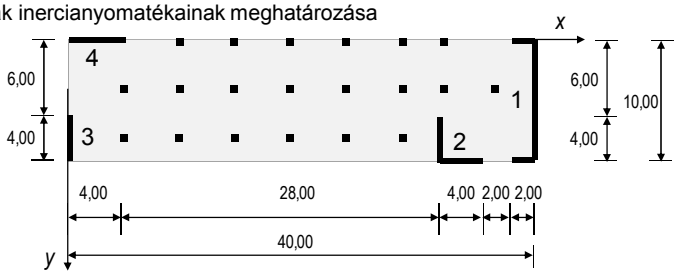
$$A = 4{,}00 = 1{,}20\,\text{m}^2$$

$$I_x = \frac{0{,}30\cdot 4{,}00^3}{12} = 1{,}60\,\text{m}^4 \qquad I_y = \frac{4{,}00\cdot 0{,}30^3}{12} = 0{,}009 \approx 0\,\text{m}^4$$

$$I_{xy} = 0\,\text{m}^4$$

Example
Példa

3. Merevítő falak inercianyomatékainak meghatározása



A **4** jelű merevítőfal inercianyomatékai:

$$A = 4{,}00 = 1{,}20\,\text{m}^2$$

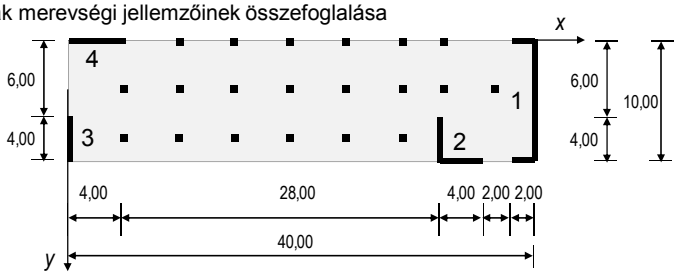
$$I_x = \frac{4{,}00 \cdot 0{,}30^3}{12} = 0{,}009 \approx \boxed{0\,\text{m}^4} \qquad I_y = \frac{0{,}30 \cdot 4{,}00^3}{12} = \boxed{1{,}60\,\text{m}^4}$$

$$I_{xy} = \boxed{0\,\text{m}^4}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

4. Merevítő falak merevségi jellemzőinek összefoglalása

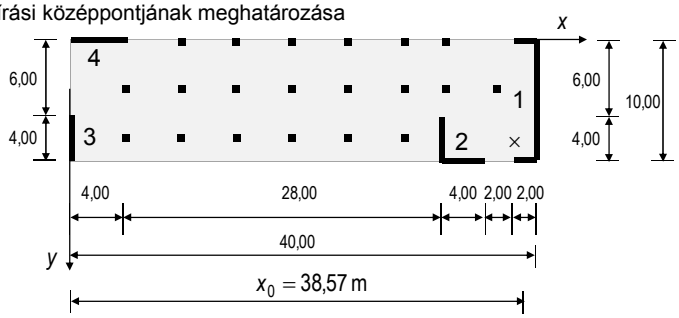


Fal jele	$I_{x,i}$	$I_{y,i}$	$I_{xy,i}$	x_i	y_i	$I_{x,i}x_i$	$I_{y,i}y_i$	$I_{xy,i}x_i$	$I_{xy,i}y_i$
1	49,00	1,03	0	40,34	5,00	1976,7	5,15	0	0
2	3,58	3,58	2,13	32,15	9,85	115,1	35,3	68,5	21,0
3	1,60	0	0	0,15	8,00	0,24	0	0	0
4	0	1,60	0	2,00	0,15	0	0,24	0	0
Σ	54,18	6,21	2,13			2092,0	40,7	68,5	21,0

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

5. Az épület nyírási középpontjának meghatározása



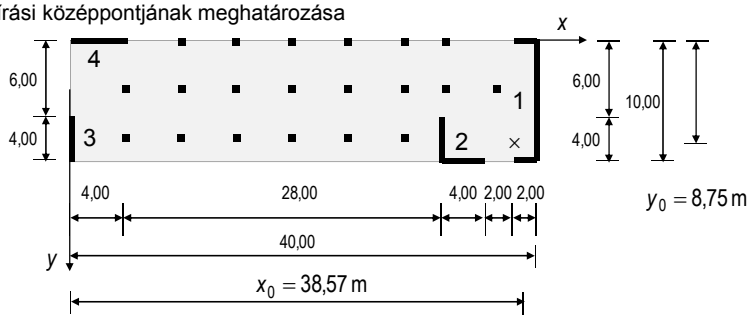
A nyírási középpont távolsága az origótól x irányban a **poláris inercianyomatékok figyelembe vételével**:

$$x_0 = \frac{\left(\sum I_{x,i} \cdot x_i - \sum I_{xy,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum I_{y,i} - \left(\sum I_{xy,i} \cdot x_i - \sum I_{y,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum I_{xy,i}}{\sum I_{x,i} \cdot \sum I_{y,i} - \left(\sum I_{xy,i}\right)^2}$$

$$x_0 = \frac{(2092{,}0 - 21{,}0) \cdot 6{,}21 - (68{,}5 - 40{,}7) \cdot 2{,}13}{54{,}18 \cdot 6{,}21 - 2{,}13^2} = \frac{12801{,}7}{331{,}9} = 38{,}57\,\text{m}$$

Example
Példa

5. Az épület nyírási középpontjának meghatározása



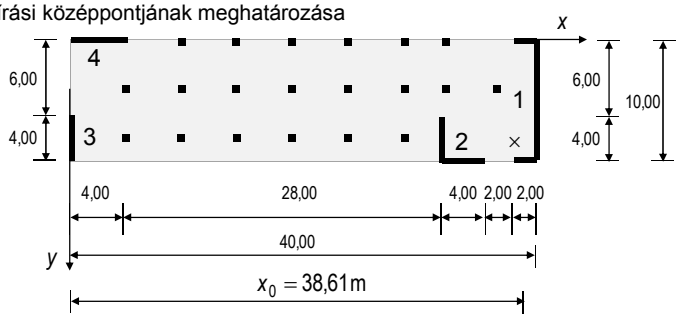
A nyírási középpont távolsága az origótól y irányban a **poláris inercianyomatékok figyelembe vételével**:

$$y_0 = \frac{\left(\sum I_{x,i} \cdot x_i - \sum I_{xy,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum I_{xy,i} - \left(\sum I_{xy,i} \cdot x_i - \sum I_{y,i} \cdot y_i\right) \cdot \sum I_{x,i}}{\sum I_{x,i} \cdot \sum I_{y,i} - \left(\sum I_{xy,i}\right)^2}$$

$$y_0 = \frac{(2092{,}0 - 21{,}0) \cdot 2{,}13 - (68{,}5 - 40{,}7) \cdot 54{,}18}{54{,}18 \cdot 6{,}21 - 2{,}13^2} = \frac{2905{,}0}{331{,}9} = 8{,}75\,\text{m}$$

Example
Példa

5. Az épület nyírási középpontjának meghatározása



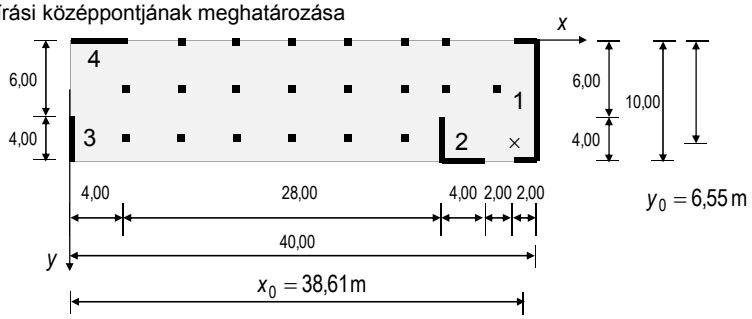
A nyírási középpont távolsága az origótól x irányban a **poláris inercianyomatékok elhanyagolásával**:

$$x_0 = \frac{\sum I_{x,i} \cdot x_i \cdot \sum I_{y,i}}{\sum I_{x,i} \cdot \sum I_{y,i}}$$

$$x_0 = \frac{2092{,}0 \cdot 6{,}21}{54{,}18 \cdot 6{,}21} = \frac{12991{,}3}{336{,}5} = 38{,}61\,\text{m}$$

Example
Példa

5. Az épület nyírási középpontjának meghatározása



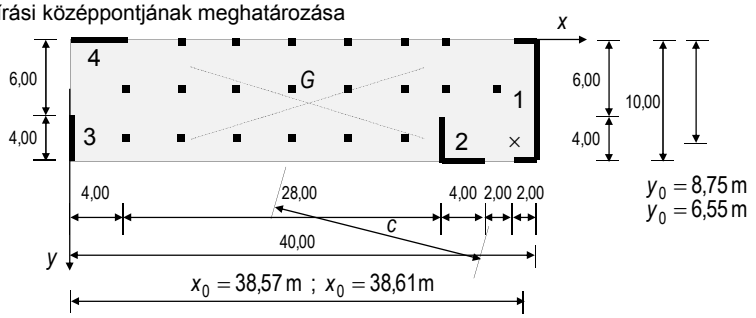
A nyírási középpont távolsága az origótól y irányban a **poláris inercianyomatékok elhanyagolásával:**

$$y_0 = \frac{\sum I_{y,i} \cdot y_i \cdot \sum I_{x,i}}{\sum I_{x,i} \cdot \sum I_{y,i}}$$

$$y_0 = \frac{40{,}7 \cdot 54{,}18}{54{,}18 \cdot 6{,}21} = \frac{2205{,}1}{336{,}5} = 6{,}55\,\text{m}$$

Example
Példa

5. Az épület nyírási középpontjának meghatározása



A nyírási középpont távolsága a geometriai középponttól:

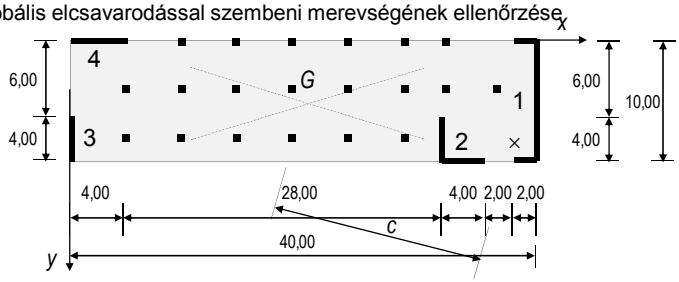
$$c = \sqrt{\left(x_0 - \frac{X}{2}\right)^2 + \left(y_0 - \frac{Y}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(38{,}57 - \frac{40}{2}\right)^2 + \left(8{,}75 - \frac{10}{2}\right)^2} = 18{,}94\,\text{m}$$

$$c = \sqrt{\left(x_0 - \frac{X}{2}\right)^2 + \left(y_0 - \frac{Y}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(38{,}61 - \frac{40}{2}\right)^2 + \left(6{,}55 - \frac{10}{2}\right)^2} = 18{,}67\,\text{m}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

6. Az épület globális elcsavarodással szembeni merevségének ellenőrzése



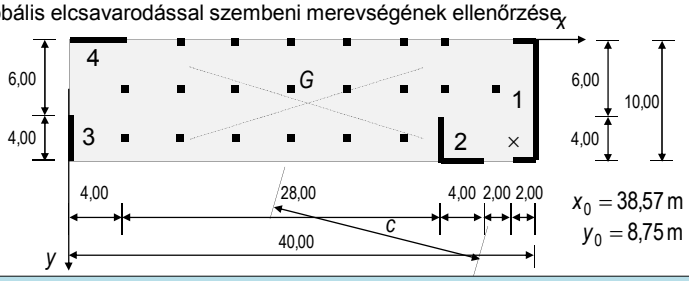
$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}} + \frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{\sum_i F_{V,Ed,i}\cdot r_i^2}} \geq \frac{1}{\sqrt{k^*}} \qquad k^* = K_i\cdot\frac{n_s}{n_s + 1{,}6}$$

$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{F_{V,Ed}\cdot\left(d^2/12 + c^2\right)}} + \frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{F_{V,Ed,i}\cdot\left(d^2/12 + c^2\right)}} \geq \frac{1}{\sqrt{k^*}}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

6. Az épület globális elcsavarodással szembeni merevségének ellenőrzése



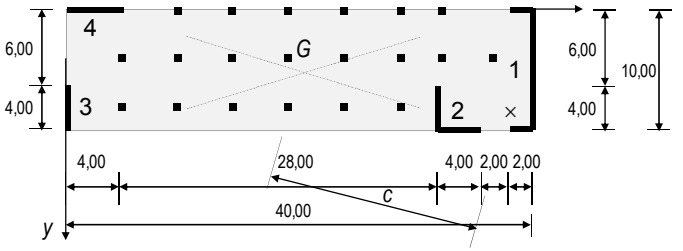
Fal jele	$I_{x,i}$	$I_{y,i}$	$x_{Tt,i}$	$y_{Tt,i}$	$I_{x,i}x_{Tt,i}$	$I_{y,i}y_{Tt,i}$	$I_{x,i}x_{Tt,i}^2$	$I_{y,i}y_{Tt,i}^2$	$I_{T,i}$
1	49,00	1,03	1,77	-3,75	86,73	-3,86	153,51	14,48	0,121
2	3,58	3,58	-6,42	1,10	-22,98	3,94	147,55	4,33	0,069
3	1,60	0	-38,42	-0,75	-61,47	0	2361,8	0	0,036
4	0	1,60	-36,57	-8,60	0	-13,76	0	118,34	0,036
Σ	54,18	6,21					2662,9	137,2	0,262

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

6. Az épület globális elcsavarodással szembeni merevségének ellenőrzése



$$I_{\varpi} = \sum\left(I_{x,i}\cdot x^2_{T,i} + I_{y,i}\cdot y^2_{T,i} + I_{\varpi,i} - 2\cdot I_{xy,i}\cdot x_{T,i}\cdot y_{T,i}\right)$$

$\sum I_{\varpi,i} \approx 0$ $\quad$ $\sum 2\cdot I_{xy,i}\cdot x_{Tt,i}\cdot y_{Tt,i} \approx 0$

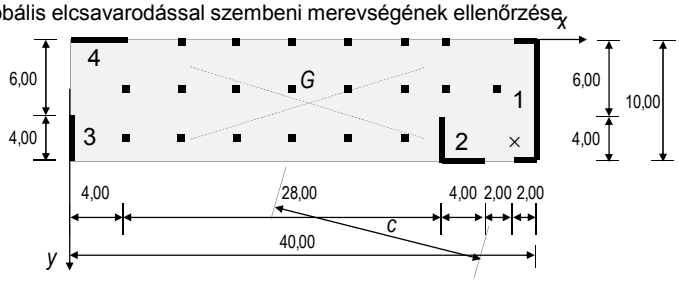
$$I_{\varpi} = \sum I_{x,i}\cdot x_{Tt,i}^2 + \sum I_{y,i}\cdot y_{Tt,i}^2 = 2662{,}9 + 137{,}2 \approx 2800\,\text{m}^6 \qquad I_T = \sum I_{T,i} \approx 0{,}262\,\text{m}^4$$

$$E_{cd} = 25000\,\text{N/mm}^2 \qquad G_{cd} = \frac{E_{cd}}{2\cdot(1+\mu_c)} = \frac{25000}{2\cdot(1+0{,}2)} = \frac{25000}{2{,}40}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

6. Az épület globális elcsavarodással szembeni merevségének ellenőrzése



$$\frac{1}{L}\cdot\sqrt{\frac{E_{cd}\cdot I_{\varpi}}{F_{V,Ed}\cdot\left(d^2/12+c^2\right)}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{G_{cd}\cdot I_T}{F_{V,Ed,i}\cdot\left(d^2/12+c^2\right)}}\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}}\qquad k^*=K_i\cdot\frac{n_s}{n_s+1{,}6}=0{,}31\cdot\frac{8}{8+1{,}6}=0{,}26$$

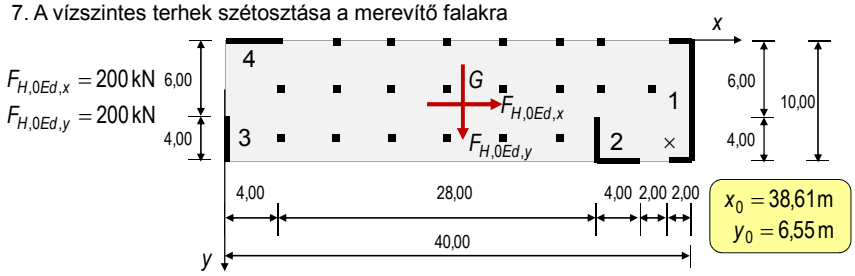
$$\frac{1}{8\cdot 3{,}00}\cdot\sqrt{\frac{25000\cdot 2800}{37\cdot\left(41{,}23^2/12+18{,}94^2\right)}}+\frac{1}{2{,}28}\cdot\sqrt{\frac{25000\cdot 0{,}262}{2{,}40\cdot 37\cdot\left(41{,}23^2/12+18{,}94^2\right)}}=2{,}56+0{,}17=2{,}73$$

$$\geq\frac{1}{\sqrt{k^*}}=\frac{1}{\sqrt{0{,}26}}=1{,}97$$

Az épület globális elcsavarodással szembeni merevsége megfelelő!

Example
Példa

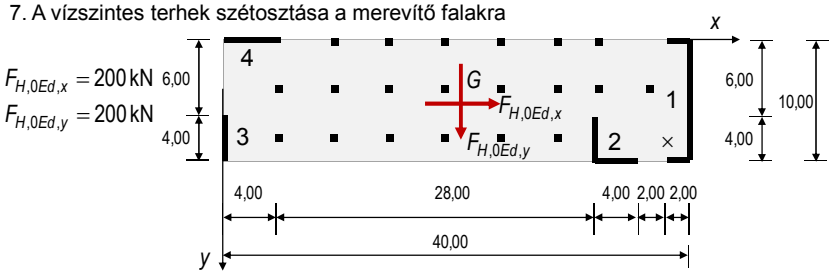
7. A vízszintes terhek szétosztása a merevítő falakra



Fal jele	$I_{x,i}$	$I_{y,i}$	$x_{Tt,i}$	$y_{Tt,i}$	$I_{x,i}x_{Tt,i}$	$I_{y,i}y_{Tt,i}$	$I_{x,i}x_{Tt,i}^2$	$I_{y,i}y_{Tt,i}^2$
1	49,00	1,03	1,73	-1,55	84,77	-1,60	146,65	2,47
2	3,58	3,58	-6,46	3,30	-23,13	11,81	149,40	38,99
3	1,60	0	-38,46	1,45	-61,54	0	2366,7	0
4	0	1,60	-36,61	-6,40	0	-10,24	0	65,54
Σ	54,18	6,21			~0	~0	2662,8	107,0

Example
Példa

7. A vízszintes terhek szétosztása a merevítő falakra

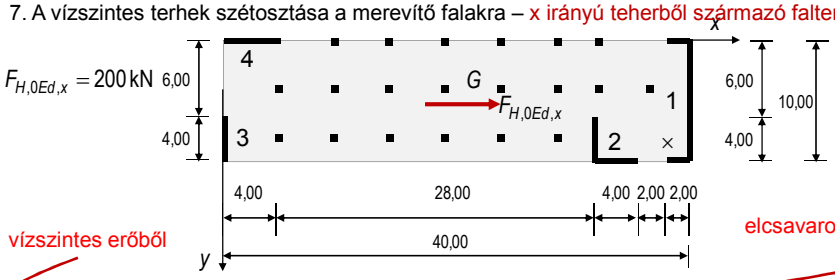


az i-edik falra jutó x irányú teherhányad az x irányú teherből	$\frac{F_{H,0Ed,x} \cdot E_{cd} \cdot I_{y,i}}{\sum_{i=1}^{n} E_{cd} \cdot I_{y,i}}$	az i-edik falra jutó x irányú teherhányad elcsavarodásból	$\frac{M_{z,0Ed} \cdot E_{cd} \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} E_{cd} \cdot I_{\varpi}}$
az i-edik falra jutó y irányú teherhányad az y irányú teherből	$\frac{F_{H,0Ed,y} \cdot E_{cd} \cdot I_{x,i}}{\sum_{i=1}^{n} E_{cd} \cdot I_{x,i}}$	az i-edik falra jutó y irányú teherhányad elcsavarodásból	$\frac{M_{z,0Ed} \cdot E_{cd} \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} E_{cd} \cdot I_{\varpi}}$
az i-edik falra jutó y irányú teherhányad elcsavarodásból	$\frac{M_{z,0Ed} \cdot E_{cd} \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} E_{cd} \cdot I_{\varpi}}$	az i-edik falra jutó x irányú teherhányad elcsavarodásból	$\frac{M_{z,0Ed} \cdot E_{cd} \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} E_{cd} \cdot I_{\varpi}}$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

7. A vízszintes terhek szétosztása a merevítő falakra – x irányú teherből származó falterhek



vízszintes erőből

$$\frac{F_{H,0Ed,x} \cdot I_{y,i}}{\sum_{i=1}^{n} I_{y,i}} = \frac{200 \cdot I_{y,i}}{6,21} = 32,21 \cdot I_{y,i}$$

x irányú falteher

elcsavarodásból

$$\frac{M_{z,0Ed} \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} I_{\varpi}} = \frac{200 \cdot -1,55 \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}}{2770} = -0,11 \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}$$

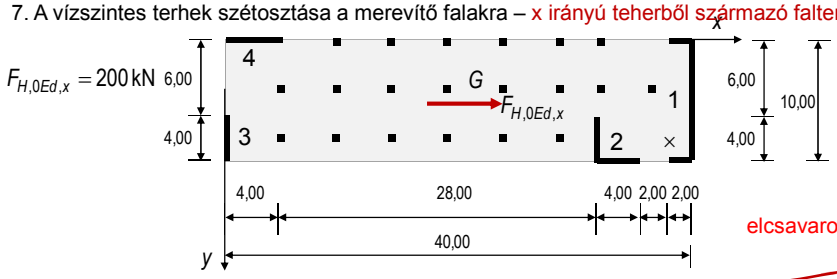
y irányú falteher

$F_{H,Ed,x,i}$	1	2	3	4	$F_{H,Ed,y,i}$	1	2	3	4
$32,21\ I_{y,i}$	33,17	115,3	0	51,55					
$-0,11\ I_{y,i}\ y_{T,i}$	0,16	-1,30	0	1,13					
	33,35	114,0	0	52,68					

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

7. A vízszintes terhek szétosztása a merevítő falakra – x irányú teherből származó falterhek



elcsavarodásból

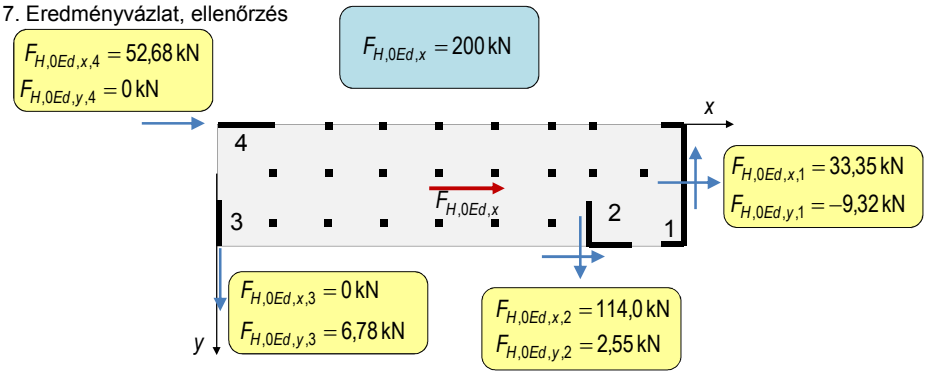
$$\frac{M_{z,0Ed} \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} I_{\varpi}} = \frac{200 \cdot -1{,}55 \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}}{2770} = -0{,}11 \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}$$

	x irányú falteher					y irányú falteher			
$F_{H,Ed,x,i}$	1	2	3	4	$F_{H,Ed,y,i}$	1	2	3	4
32,21 $I_{y,i}$	33,17	115,3	0	51,55		-	-	-	-
-0,11 $I_{y,i}\, y_{T,i}$	0,16	-1,30	0	1,13	-0,11 $I_{x,i}\, x_{T,i}$	-9,32	2,55	6,78	0
	33,35	114,0	0	52,68		-9,32	2,55	6,78	0

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

7. Eredményvázlat, ellenőrzés



$$\sum F_x - F_{H,0Ed,x} = 0 \rightarrow 33{,}35 + 114{,}0 + 0 + 52{,}68 - 200 \approx 0 \qquad \sum F_y = 0 \rightarrow -9{,}32 + 2{,}55 + 6{,}78 + 0 \approx 0$$

$$\sum M_z = -9{,}32 \cdot 1{,}73 + 2{,}55 \cdot -6{,}46 + 6{,}78 \cdot -38{,}46 + 33{,}35 \cdot -1{,}55 + 114{,}0 \cdot 3{,}30 + 52{,}68 \cdot -6{,}40 \approx -305{,}80\,\text{kNm}$$

falakra osztott terhek nyomatéka a nyírási középpontra

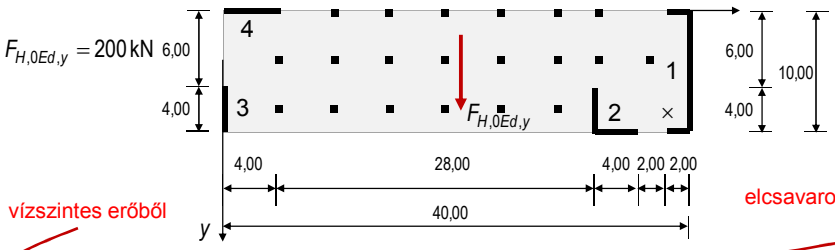
$$\sum M_z = 200 \cdot -(6{,}55 - 5) \approx -310\,\text{kNm}$$

x irányú külső teher nyomatéka a nyírási középpontra

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

7. A vízszintes terhek szétosztása a merevítő falakra – y irányú teherből származó falterhek



vízszintes erőből

$$\frac{F_{H,0Ed,y} \cdot I_{x,i}}{\sum_{i=1}^{n} I_{x,i}} = \frac{200 \cdot I_{x,i}}{54{,}18} = 3{,}69 \cdot I_{x,i}$$

x irányú falteher

elcsavarodásból

$$\frac{M_{z,0Ed} \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} I_{\varpi}} = \frac{200 \cdot -18{,}61 \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}}{2770} = -1{,}35 \cdot I_{x,i} \cdot x_{T,i}$$

y irányú falteher

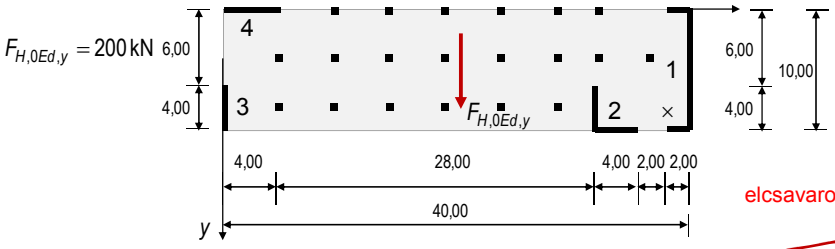
	1	2	3	4	$F_{H,Ed,y,i}$	1	2	3	4
					$3{,}69\ I_{x,i}$	180,8	13,21	5,91	0
					$-1{,}35\ I_{x,i}\ x_{T,i}$	-114,0	31,11	82,75	0
						66,80	44,32	88,66	0

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

7. A vízszintes terhek szétosztása a merevítő falakra – y irányú teherből származó falterhek



elcsavarodásból

$$\frac{M_{z,0Ed} \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}}{\sum_{i=1}^{n} I_{\varpi}} = \frac{200 \cdot -18{,}61 \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}}{2770} = -1{,}35 \cdot I_{y,i} \cdot y_{T,i}$$

x irányú falteher

y irányú falteher

	1	2	3	4	$F_{H,Ed,y,i}$	1	2	3	4
	-	-	-	-	$3{,}69\ I_{x,i}$	180,8	13,21	5,91	0
$-1{,}35\ I_{y,i}\ y_{T,i}$	2,15	-15,9	0	13,77	$-1{,}35\ I_{x,i}\ x_{T,i}$	-114,0	31,11	82,75	0
	2,15	-15,9	0	13,77		66,80	44,32	88,66	0

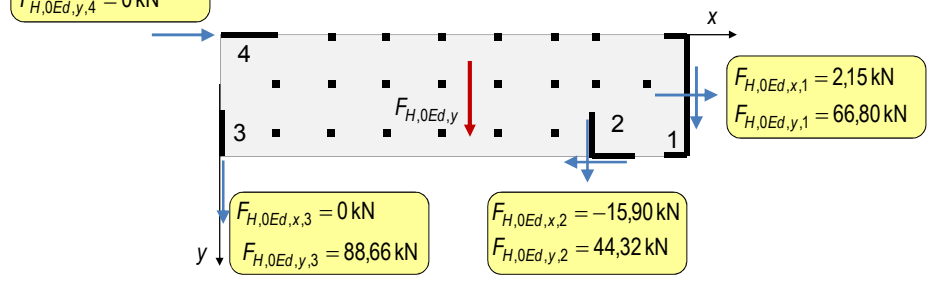
Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

7. Eredményvázlat, ellenőrzés

$F_{H,0Ed,x,4} = 13{,}77\,\text{kN}$
$F_{H,0Ed,y,4} = 0\,\text{kN}$

$F_{H,0Ed,y} = 200\,\text{kN}$



$F_{H,0Ed,x,1} = 2{,}15\,\text{kN}$
$F_{H,0Ed,y,1} = 66{,}80\,\text{kN}$

$F_{H,0Ed,x,3} = 0\,\text{kN}$
$F_{H,0Ed,y,3} = 88{,}66\,\text{kN}$

$F_{H,0Ed,x,2} = -15{,}90\,\text{kN}$
$F_{H,0Ed,y,2} = 44{,}32\,\text{kN}$

$$\sum F_x = 0 \rightarrow 2{,}15 - 15{,}90 + 0 + 13{,}77 \approx 0 \qquad \sum F_y - F_{H,0Ed,y} = 0 \rightarrow 66{,}80 + 44{,}32 + 88{,}66 + 0 - 200 \approx 0$$

$$\sum M_z = 66{,}80 \cdot 1{,}73 + 44{,}32 \cdot -6{,}46 + 88{,}66 \cdot -38{,}46 + 2{,}15 \cdot -1{,}55 - 15{,}90 \cdot 3{,}30 + 13{,}77 \cdot -6{,}40 \approx -3724{,}20\,\text{kNm}$$

falakra osztott terhek nyomatéka a nyírási középpontra

y irányú külső teher nyomatéka a nyírási középpontra

$$\sum M_z = 200 \cdot -(38{,}61 - 20) \approx -3722{,}00\,\text{kNm}$$

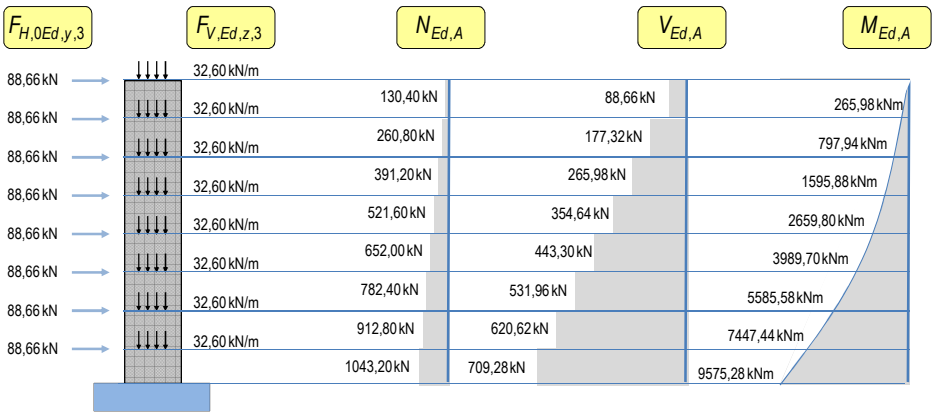
Example
Példa

8. Merevítő falak igénybevételei – pl. F3 jelű fal

A terhek pl. a teherbírási határállapot szeizmikus tervezési helyzetéből származnak!

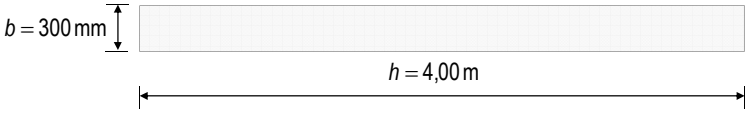
$$\sum_i G_{ki} + A_{Ed} + \sum_i \psi_{2i} \cdot Q_{ki}$$

A tervezés során a tartós és ideiglenes tervezési helyzet további kombinációit is meg kell vizsgálni!



Example
Példa

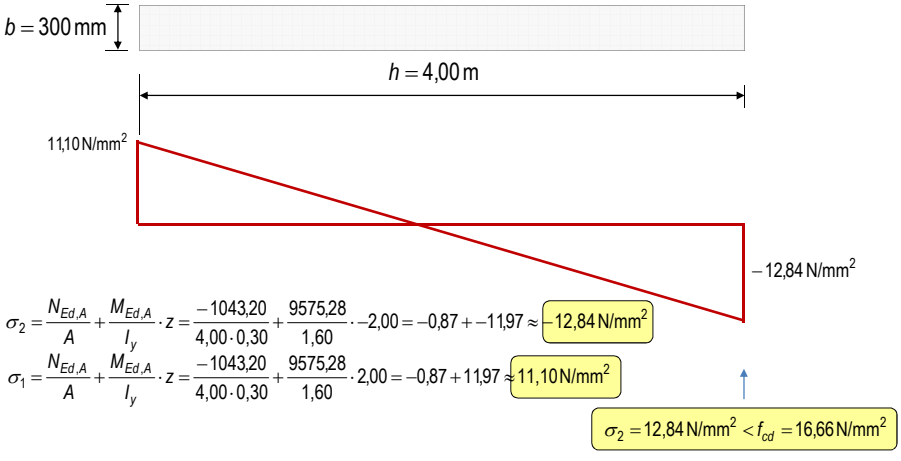
9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



$$\sigma_2 = \frac{N_{Ed,A}}{A} + \frac{M_{Ed,A}}{I_y} \cdot z = \frac{-1043{,}20}{4{,}00 \cdot 0{,}30} + \frac{9575{,}28}{1{,}60} \cdot -2{,}00 = -0{,}87 + -11{,}97 \approx -12{,}84\,\text{N/mm}^2$$

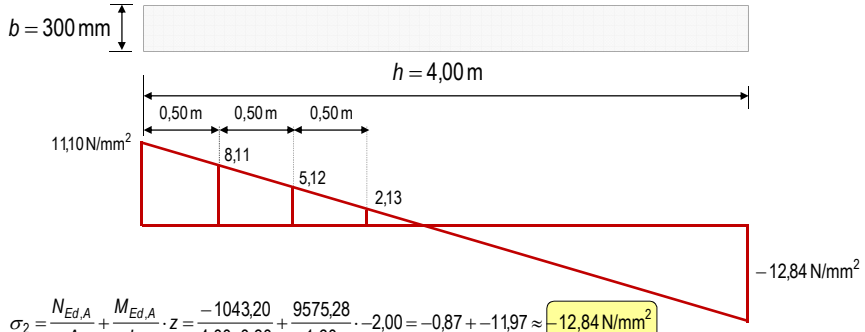
$$\sigma_1 = \frac{N_{Ed,A}}{A} + \frac{M_{Ed,A}}{I_y} \cdot z = \frac{-1043{,}20}{4{,}00 \cdot 0{,}30} + \frac{9575{,}28}{1{,}60} \cdot 2{,}00 = -0{,}87 + 11{,}97 \approx 11{,}10\,\text{N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = 12{,}84\,\text{N/mm}^2 < f_{cd} = 16{,}66\,\text{N/mm}^2$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



$$\sigma_2 = \frac{N_{Ed,A}}{A} + \frac{M_{Ed,A}}{I_y} \cdot z = \frac{-1043{,}20}{4{,}00 \cdot 0{,}30} + \frac{9575{,}28}{1{,}60} \cdot -2{,}00 = -0{,}87 + -11{,}97 \approx -12{,}84\ \text{N/mm}^2$$

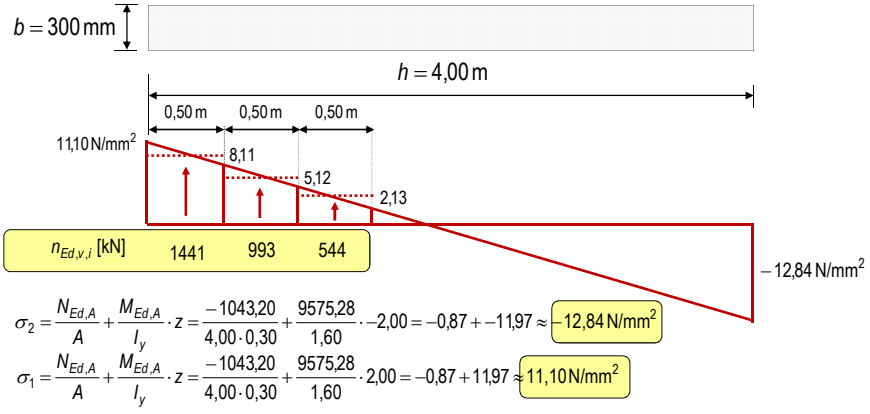
$$\sigma_1 = \frac{N_{Ed,A}}{A} + \frac{M_{Ed,A}}{I_y} \cdot z = \frac{-1043{,}20}{4{,}00 \cdot 0{,}30} + \frac{9575{,}28}{1{,}60} \cdot 2{,}00 = -0{,}87 + 11{,}97 \approx 11{,}10\ \text{N/mm}^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



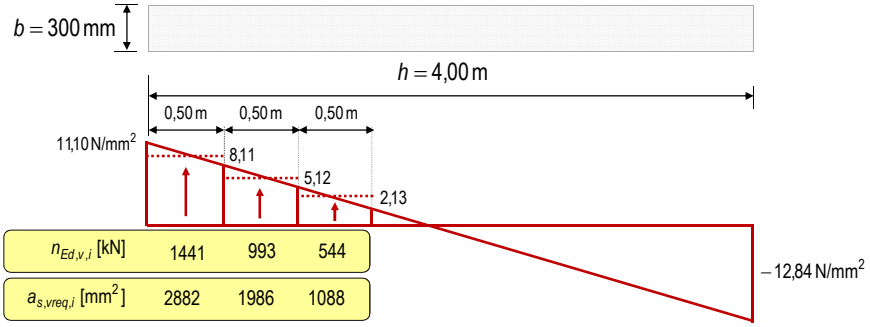
$$\sigma_2 = \frac{N_{Ed,A}}{A} + \frac{M_{Ed,A}}{I_y} \cdot z = \frac{-1043{,}20}{4{,}00 \cdot 0{,}30} + \frac{9575{,}28}{1{,}60} \cdot -2{,}00 = -0{,}87 + -11{,}97 \approx -12{,}84\ \text{N/mm}^2$$

$$\sigma_1 = \frac{N_{Ed,A}}{A} + \frac{M_{Ed,A}}{I_y} \cdot z = \frac{-1043{,}20}{4{,}00 \cdot 0{,}30} + \frac{9575{,}28}{1{,}60} \cdot 2{,}00 = -0{,}87 + 11{,}97 \approx 11{,}10\ \text{N/mm}^2$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon

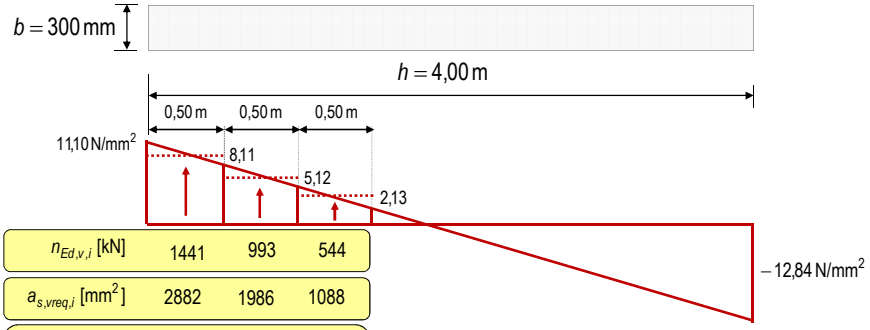


$n_{Ed,v,i}$ [kN]	1441	993	544
$a_{s,vreq,i}$ [mm²]	2882	1986	1088

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon

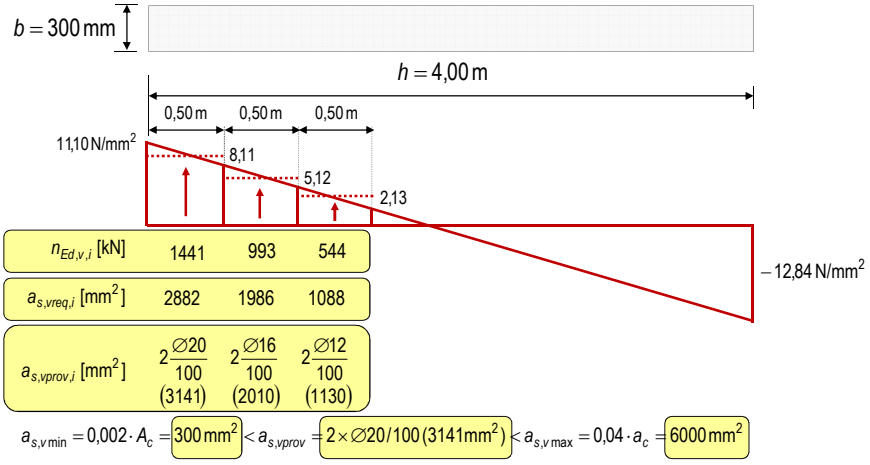


$n_{Ed,v,i}$ [kN]	1441	993	544
$a_{s,vreq,i}$ [mm²]	2882	1986	1088
$a_{s,vprov,i}$ [mm²]	$2\frac{\varnothing 20}{100}$ (3141)	$2\frac{\varnothing 16}{100}$ (2010)	$2\frac{\varnothing 12}{100}$ (1130)

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



$n_{Ed,v,i}$ [kN]	1441	993	544
$a_{s,vreq,i}$ [mm²]	2882	1986	1088
$a_{s,vprov,i}$ [mm²]	$2\frac{\varnothing 20}{100}$ (3141)	$2\frac{\varnothing 16}{100}$ (2010)	$2\frac{\varnothing 12}{100}$ (1130)

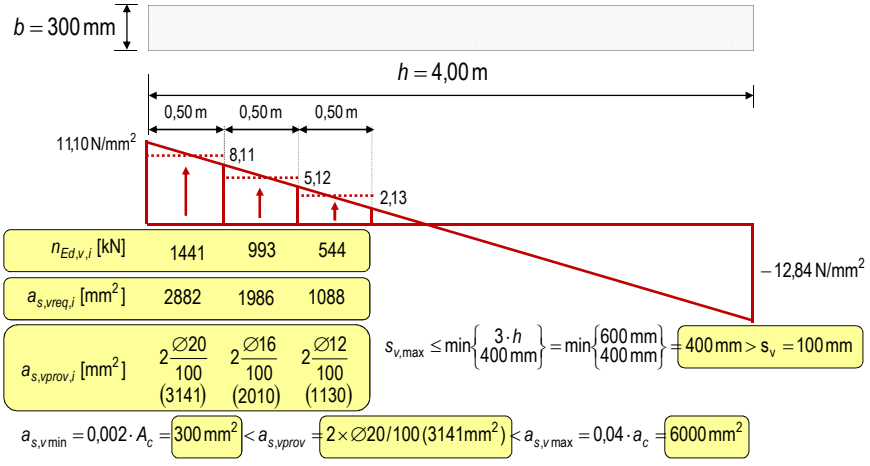
$$a_{s,v\min} = 0{,}002 \cdot A_c = 300\,\text{mm}^2 < a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 20/100\,(3141\,\text{mm}^2) < a_{s,v\max} = 0{,}04 \cdot a_c = 6000\,\text{mm}^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



$n_{Ed,v,i}$ [kN]	1441	993	544
$a_{s,vreq,i}$ [mm²]	2882	1986	1088
$a_{s,vprov,i}$ [mm²]	$2\frac{\varnothing 20}{100}$ (3141)	$2\frac{\varnothing 16}{100}$ (2010)	$2\frac{\varnothing 12}{100}$ (1130)

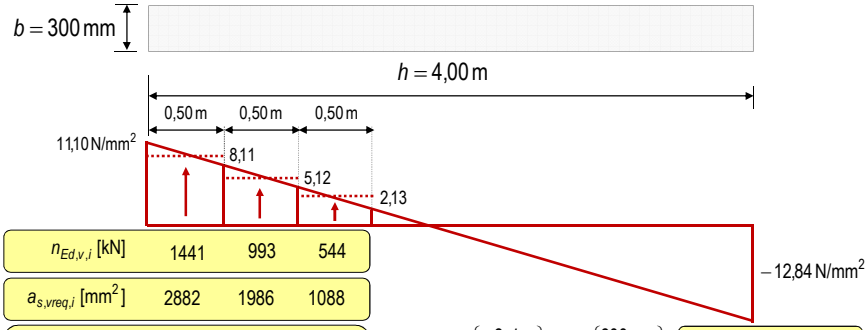
$$s_{v,\max} \le \min\left\{\begin{matrix}3\cdot h \\ 400\,\text{mm}\end{matrix}\right\} = \min\left\{\begin{matrix}600\,\text{mm} \\ 400\,\text{mm}\end{matrix}\right\} = 400\,\text{mm} > s_v = 100\,\text{mm}$$

$$a_{s,v\min} = 0{,}002 \cdot A_c = 300\,\text{mm}^2 < a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 20/100\,(3141\,\text{mm}^2) < a_{s,v\max} = 0{,}04 \cdot a_c = 6000\,\text{mm}^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



$n_{Ed,v,i}$ [kN]	1441	993	544
$a_{s,vreq,i}$ [mm²]	2882	1986	1088
$a_{s,vprov,i}$ [mm²]	$2\frac{\varnothing 20}{100}$ (3141)	$2\frac{\varnothing 16}{100}$ (2010)	$2\frac{\varnothing 12}{100}$ (1130)

$$s_{v,max} \le \min\begin{Bmatrix} 3\cdot h \\ 400\,mm \end{Bmatrix} = \min\begin{Bmatrix} 600\,mm \\ 400\,mm \end{Bmatrix} = 400\,mm > s_v = 100\,mm$$

$$a_{s,v\,min} = 0{,}002 \cdot A_c = 300\,mm^2 < a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 20/100\,(3141\,mm^2) < a_{s,v\,max} = 0{,}04 \cdot a_c = 6000\,mm^2$$

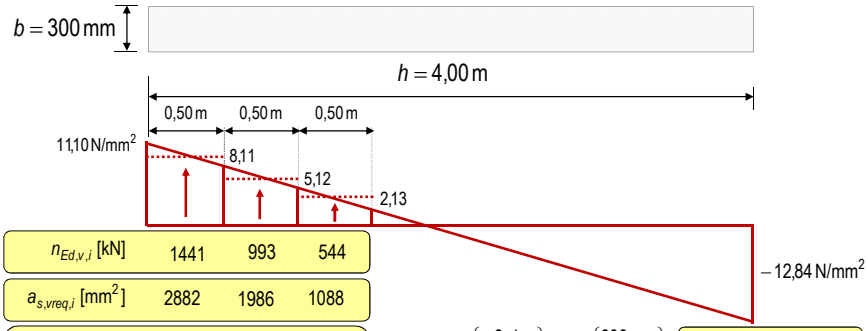
$$a_{s,h\,min} = \max\{0{,}25 \cdot a_{s,vprov}\ ,\ 0{,}001 \cdot a_c\} = \max\{786\ ,\ 300\} = 786\,mm^2/m \rightarrow 2\times\varnothing 10/200\,(786\,mm^2)$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



$n_{Ed,v,i}$ [kN]	1441	993	544
$a_{s,vreq,i}$ [mm²]	2882	1986	1088
$a_{s,vprov,i}$ [mm²]	$2\frac{\varnothing 20}{100}$ (3141)	$2\frac{\varnothing 16}{100}$ (2010)	$2\frac{\varnothing 12}{100}$ (1130)

$$s_{v,max} \le \min\begin{Bmatrix} 3\cdot h \\ 400\,mm \end{Bmatrix} = \min\begin{Bmatrix} 600\,mm \\ 400\,mm \end{Bmatrix} = 400\,mm > s_v = 100\,mm$$

$$s_{h,max} \le 400\,mm > s_h = 200\,mm$$

$$a_{s,v\,min} = 0{,}002 \cdot A_c = 300\,mm^2 < a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 20/100\,(3141\,mm^2) < a_{s,v\,max} = 0{,}04 \cdot a_c = 6000\,mm^2$$

$$a_{s,h\,min} = \max\{0{,}25 \cdot a_{s,vprov}\ ,\ 0{,}001 \cdot a_c\} = \max\{786\ ,\ 300\} = 786\,mm^2/m \rightarrow 2\times\varnothing 10/200\,(786\,mm^2)$$

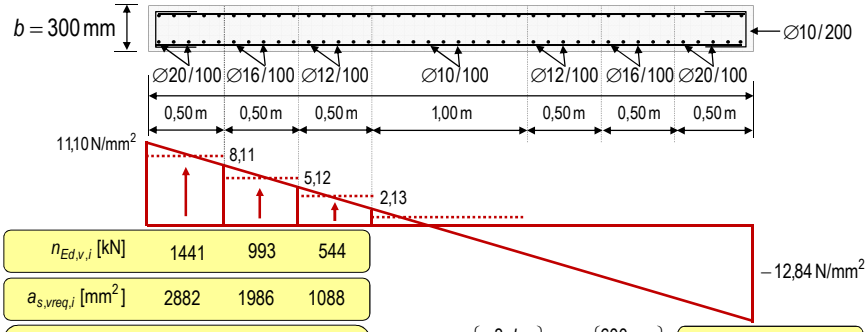
 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. — Lecture XII./ XII. Előadás

Example

Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – rugalmasságtani alapon



$n_{Ed,v,i}$ [kN]	1441	993	544
$a_{s,vreq,i}$ [mm²]	2882	1986	1088
$a_{s,vprov,i}$ [mm²]	$2\frac{\varnothing 20}{100}$ (3141)	$2\frac{\varnothing 16}{100}$ (2010)	$2\frac{\varnothing 12}{100}$ (1130)

$$s_{v,max} \le \min\begin{Bmatrix} 3\cdot h \\ 400\,mm \end{Bmatrix} = \min\begin{Bmatrix} 600\,mm \\ 400\,mm \end{Bmatrix} = 400\,mm > s_v = 100\,mm$$

$$s_{h,max} \le 400\,mm > s_h = 200\,mm$$

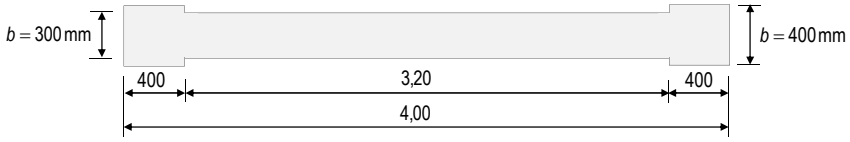
$$a_{s,v\,min} = 0{,}002 \cdot A_c = 300\,mm^2 < a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 20/100\,(3141\,mm^2) < a_{s,v\,max} = 0{,}04 \cdot a_c = 6000\,mm^2$$

$$a_{s,h\,min} = \max\{0{,}25 \cdot a_{s,vprov}\ ,\ 0{,}001 \cdot a_c\} = \max\{786\ ,\ 300\} = 786\,mm^2/m \rightarrow 2\times\varnothing 10/200\,(786\,mm^2)$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék — Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

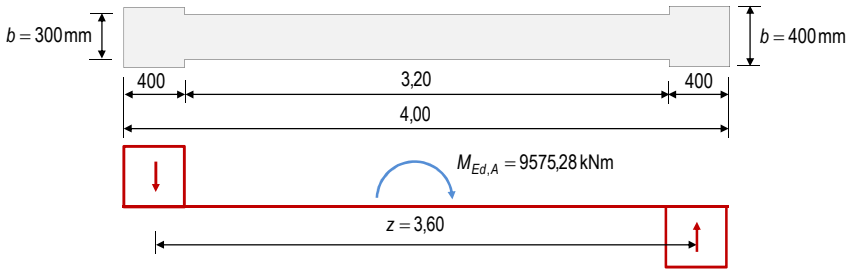
9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

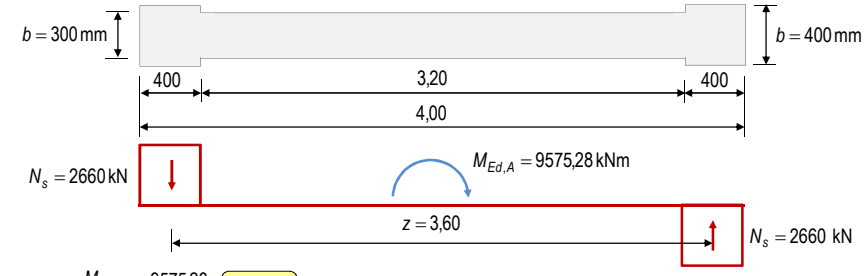
9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel

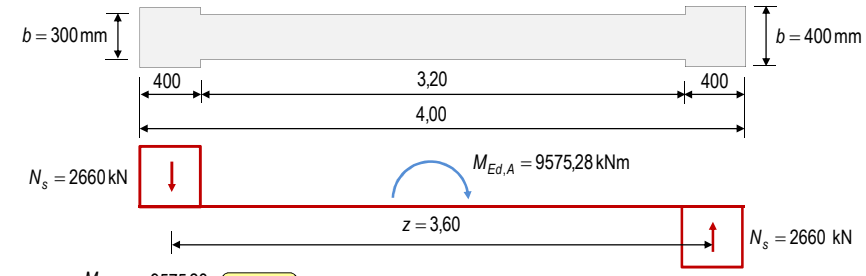


$$N_s = N_c = \frac{M_{Ed,A}}{z} = \frac{9575{,}28}{3{,}60} \approx 2660\,\text{kN}$$

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



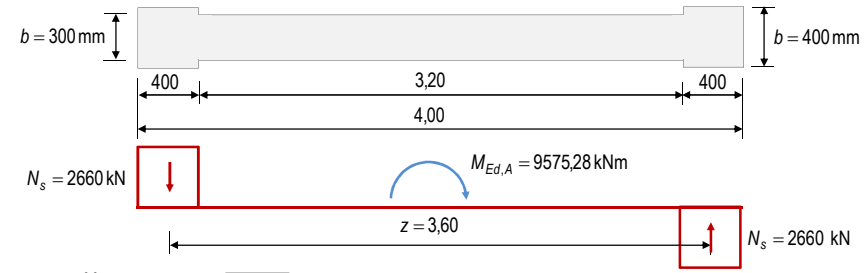
$$N_s = N_c = \frac{M_{Ed,A}}{z} = \frac{9575{,}28}{3{,}60} \approx 2660\,\text{kN}$$

$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{2660 \cdot 10^3}{500} = 5320\,\text{mm}^2 \rightarrow A_{s,prov} = 12\varnothing 25\,(5892\,\text{mm}^2)$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



$$N_s = N_c = \frac{M_{Ed,A}}{z} = \frac{9575{,}28}{3{,}60} \approx 2660\,\text{kN}$$

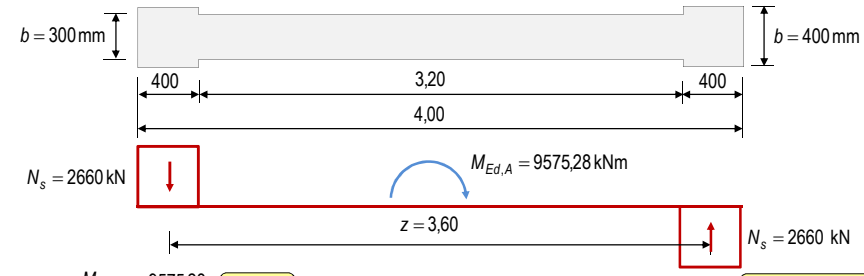
$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{2660 \cdot 10^3}{500} = 5320\,\text{mm}^2 \rightarrow A_{s,prov} = 12\varnothing 25\,(5892\,\text{mm}^2)$$

$$A_{s,\min} = \max\left\{\begin{matrix}\frac{0{,}10 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} = 532\,\text{mm}^2 \\ 0{,}002 \cdot A_c = 320\,\text{mm}^2\end{matrix}\right\} = 532\,\text{mm}^2 < A_{s,prov} = 12\varnothing 25\,(5892\,\text{mm}^2) < A_{s,\max} = 0{,}04 \cdot A_c = 6400\,\text{mm}^2$$

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



$$N_s = N_c = \frac{M_{Ed,A}}{z} = \frac{9575{,}28}{3{,}60} \approx 2660\,\text{kN} \qquad N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} + A_a \cdot \sigma_s = 400 \cdot 400 \cdot 16{,}66 + 5892 \cdot 400 \approx 5022\,\text{kN} > N_c = 2660\,\text{kN}$$

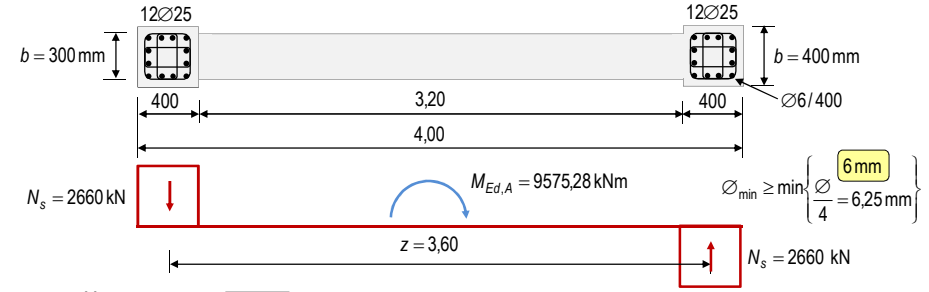
$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{2660 \cdot 10^3}{500} = 5320\,\text{mm}^2 \rightarrow A_{s,prov} = 12\varnothing 25\,(5892\,\text{mm}^2)$$

$$A_{s,\min} = \max\left\{\begin{matrix}\frac{0{,}10 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} = 532\,\text{mm}^2 \\ 0{,}002 \cdot A_c = 320\,\text{mm}^2\end{matrix}\right\} = 532\,\text{mm}^2 < A_{s,prov} = 12\varnothing 25\,(5892\,\text{mm}^2) < A_{s,\max} = 0{,}04 \cdot A_c = 6400\,\text{mm}^2$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



$$\varnothing_{min} \geq \min\left\{\begin{matrix} 6\,mm \\ \frac{\varnothing}{4} = 6{,}25\,mm \end{matrix}\right\}$$

$$N_s = N_c = \frac{M_{Ed,A}}{z} = \frac{9575{,}28}{3{,}60} \approx 2660\,kN$$

$$N_{Rd} = A_c \cdot f_{cd} + A_a \cdot \sigma_s = 400 \cdot 400 \cdot 16{,}66 + 5892 \cdot 400 \approx 5022\,kN > N_c = 2660\,kN$$

$$A_{s,req} = \frac{N_{Ed}}{f_{yd}} = \frac{2660 \cdot 10^3}{500} = 5320\,mm^2 \rightarrow A_{s,prov} = 12\varnothing 25\,(5892\,mm^2)$$

$$s_{cl,t\max} \leq \min\left\{\begin{matrix} 20 \cdot \varnothing \\ \min(b,h) \\ 400\,mm \end{matrix}\right\} = \min\left\{\begin{matrix} 500\,mm \\ 400\,mm \\ 400\,mm \end{matrix}\right\} = 400\,mm$$

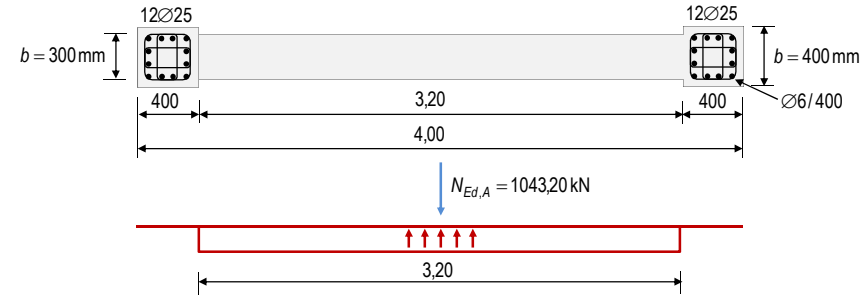
$$A_{s,\min} = \max\left\{\begin{matrix} \frac{0{,}10 \cdot N_{Ed}}{f_{yd}} = 532\,mm^2 \\ 0{,}002 \cdot A_c = 320\,mm^2 \end{matrix}\right\} = 532\,mm^2 < A_{s,prov} = 12\varnothing 25\,(5892\,mm^2) < A_{s,max} = 0{,}04 \cdot A_c = 6400\,mm^2$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

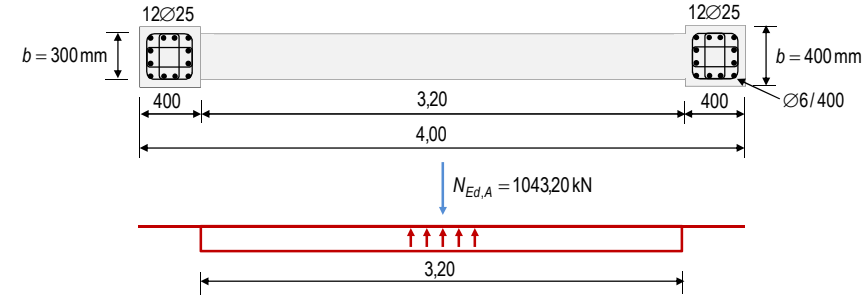
9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel

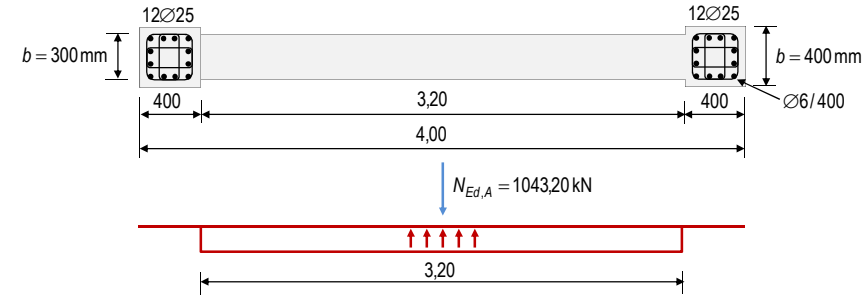


$$n_{Ed,A} = \frac{N_{Ed,A}}{h_{wall}} = \frac{1043{,}20}{3{,}20} = 326\,\text{kN/m} << n_{Rd,c} \approx 5000\,\text{kN/m}$$

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III.
Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



$$n_{Ed,A} = \frac{N_{Ed,A}}{h_{wall}} = \frac{1043{,}20}{3{,}20} = 326\,\text{kN/m} << n_{Rd,c} \approx 5000\,\text{kN/m}$$

$$a_{s,v\min} = 0{,}002 \cdot a_c = 0{,}002 \cdot 1000 \cdot 300 = 600\,\text{mm}^2/\text{m}$$

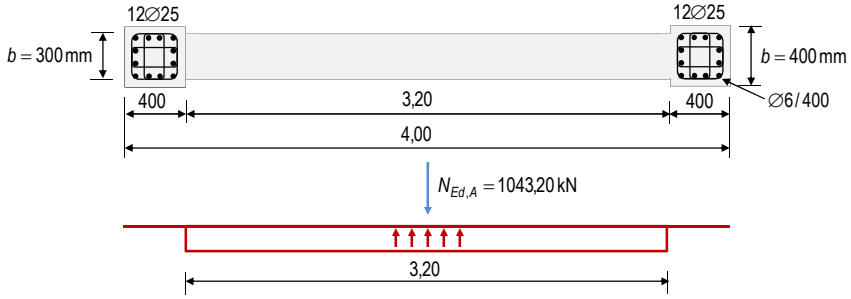
$$a_{s,vprov} = 2 \times \varnothing 10 / 250\,(628\,\text{mm}^2/\text{m})$$

$$a_{s,v\max} = 0{,}04 \cdot a_c = 0{,}04 \cdot 1000 \cdot 300 = 12000\,\text{mm}^2/\text{m}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék
Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



$$n_{Ed,A} = \frac{N_{Ed,A}}{h_{wall}} = \frac{1043{,}20}{3{,}20} = 326\,\text{kN/m} << n_{Rd,c} \approx 5000\,\text{kN/m}$$

$$s_{v,\max} \le \min\begin{Bmatrix} 3\cdot h \\ 400\,\text{mm}\end{Bmatrix} = \min\begin{Bmatrix} 600\,\text{mm} \\ 400\,\text{mm}\end{Bmatrix} = 400\,\text{mm}$$

$$a_{s,v\min} = 0{,}002\cdot a_c = 0{,}002\cdot 1000\cdot 300 = 600\,\text{mm}^2/\text{m}$$

$$a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 10/250\,(628\,\text{mm}^2/\text{m})$$

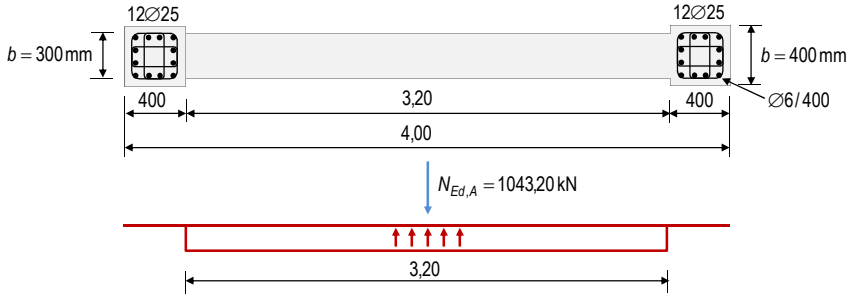
$$a_{s,v\max} = 0{,}04\cdot a_c = 0{,}04\cdot 1000\cdot 300 = 12000\,\text{mm}^2/\text{m}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Reinforced Concrete Structures III. / Vasbetonszerkezetek III. Lecture XII./ XII. Előadás

Example
Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



$$n_{Ed,A} = \frac{N_{Ed,A}}{h_{wall}} = \frac{1043{,}20}{3{,}20} = 326\,\text{kN/m} << n_{Rd,c} \approx 5000\,\text{kN/m}$$

$$s_{v,\max} \le \min\begin{Bmatrix} 3\cdot h \\ 400\,\text{mm}\end{Bmatrix} = \min\begin{Bmatrix} 600\,\text{mm} \\ 400\,\text{mm}\end{Bmatrix} = 400\,\text{mm}$$

$$a_{s,v\min} = 0{,}002\cdot a_c = 0{,}002\cdot 1000\cdot 300 = 600\,\text{mm}^2/\text{m}$$

$$a_{s,h\min} = \max\begin{Bmatrix} 0{,}25\cdot a_{s,vprov} \\ 0{,}001\cdot a_c\end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix} 157 \\ 300\end{Bmatrix} = 300\,\text{mm}^2/\text{m}$$

$$a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 10/250\,(628\,\text{mm}^2/\text{m})$$

$$a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 8/250\,(402\,\text{mm}^2/\text{m})$$

$$a_{s,v\max} = 0{,}04\cdot a_c = 0{,}04\cdot 1000\cdot 300 = 12000\,\text{mm}^2/\text{m}$$

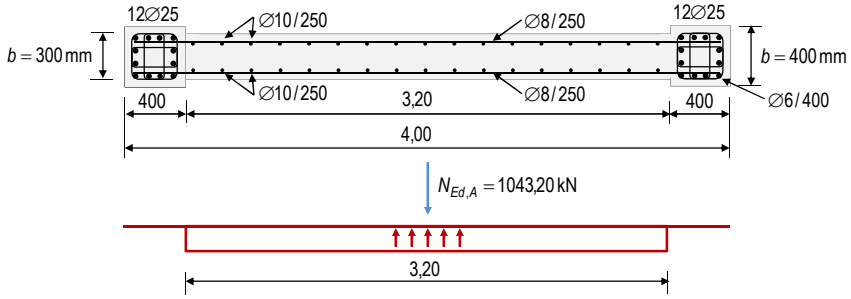
$$s_{h,\max} \le 400\,\text{mm}$$

Debreceni Egyetem Műszaki Kar Építőmérnöki Tanszék Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

Example

Példa

9. Merevítő falak méretezése – pl. F3 jelű fal méretezése – falvégi oszlop modellel



$$n_{Ed,A} = \frac{N_{Ed,A}}{h_{wall}} = \frac{1043{,}20}{3{,}20} = 326\,\text{kN/m} << n_{Rd,c} \approx 5000\,\text{kN/m}$$

$$s_{v,\max} \le \min\begin{Bmatrix} 3\cdot h \\ 400\,\text{mm} \end{Bmatrix} = \min\begin{Bmatrix} 600\,\text{mm} \\ 400\,\text{mm} \end{Bmatrix} = 400\,\text{mm}$$

$$a_{s,v\min} = 0{,}002\cdot a_c = 0{,}002\cdot 1000\cdot 300 = 600\,\text{mm}^2/\text{m}$$

$$a_{s,h\min} = \max\begin{Bmatrix} 0{,}25\cdot a_{s,vprov} \\ 0{,}001\cdot a_c \end{Bmatrix} = \max\begin{Bmatrix} 157 \\ 300 \end{Bmatrix} = 300\,\text{mm}^2/\text{m}$$

$$a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 10/250\,(628\,\text{mm}^2/\text{m})$$

$$a_{s,vprov} = 2\times\varnothing 8/250\,(402\,\text{mm}^2/\text{m})$$

$$a_{s,v\max} = 0{,}04\cdot a_c = 0{,}04\cdot 1000\cdot 300 = 12000\,\text{mm}^2/\text{m}$$

$$s_{h,\max} \le 400\,\text{mm}$$

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!

XII.

Reinforced Concrete Structures III.

Vasbetonszerkezetek III.

- Vasbeton falak -



Dr. Kovács Imre PhD
tanszékvezető
főiskolai tanár

E-mail:
dr.kovacs.imre@gmail.com

Mobil:
06-30-743-68-65

Iroda:
06-52-415-155 / 77764

WEB:
www.epito.eng.unideb.hu

 Dr. Kovács Imre PhD © Minden jog fenntartva!!!