

Doktori (PhD) értekezés tézisei

Szilárdtestek törésének és
fragmentációjának vizsgálata

Szuszik Csanád

Témavezető: Dr. Kun Ferenc



DEBRECENI EGYETEM

Fizikai Tudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2026

Bevezetés

Mechanikai igénybevétel hatására szilárdtestek eltörnek, azonban mind a törés folyamata, mind annak végeredménye függ a test anyagi jellemzőitől, a mechanikai terhelés alkalmazásának módjától és a peremfeltételektől. Két végén befogott rendezetlen szerkezetű próbatest lassan növekvő húzófeszültség hatására tipikusan két darabra törik¹, viszont nagy mennyiségű energia gyors betáplálásának hatására fragmentáció jön létre, amikor a szilárdtest nagyszámú apró darabra esik szét². E kétféle törési mechanizmusban közös, hogy kulcsszerepet játszik az anyag rendezetlen belső szerkezete és a fizikai tulajdonságainak heterogenitása. A nagyszámú repedés szimultán kialakulása, kölcsönhatása, fejlődése és összeolvadása elsősorban az erősen heterogén anyagokra jellemző. A dinamikus fragmentáció és a kváziszztatikus, lassú törési folyamatok egyaránt gyakran fordulnak elő a természetben^{3,4}, és számos ipari alkalmazás – például a bányászat vagy robbantástechnika – szempontjából is kiemelt jelentőségűek. Ez a gyakorlati relevancia adja a jelenségkör tudományos vizsgálatának egyik legfontosabb hajtóerejét.

A fragmentációs folyamatok egyik legfontosabb, kísérletek által alátámasztott jellemzője, hogy a keletkező darabok tömegeloszlása hatványfüggvényszerű viselkedést mutat, amelynek exponense meglepő módon független az anyag típusától, az energia bevitelének módjától, és a rendszer jellemző hosszskálájától^{2,5}. Számos különbö-

¹H. W. Reinhardt et al., *J. Struct. Eng.* **112**, 2462-2477 (1986).

²J. A. Aström, *Adv. Phys.* **55**, 247-278 (2006).

³C. G. Hatton et al., *J. Struct. Geol.* **15**, 1485-1495 (1993).

⁴M. J. Edwards et al., *Sci. Rep.* **10**, 13953 (2020).

⁵N. Brilliantov et al., *Proc. Natl. Acad. Sci.* **112**, 9536-9541 (2015).

ző anyaggal végzett kísérlet és realiztikus számítógépes szimuláció egyaránt azt mutatja, hogy ez az univerzalitás különösen a rideg, rendezetlen szerkezetű anyagok esetén érvényesül. Ilyenkor a hatványkitevőt elsődlegesen a fragmentálódó test dimenziója határozza meg⁶. Alkalmazástechnikai szempontból a fragmentáció során kialakuló tömeg- és méreteloszlás előrejelzése és szabályozása a legnagyobb kihívás⁷. Bár az univerzális hatványfüggvényalak miatt maga az eloszlásforma sokszempontból robusztusnak tekinthető, bizonyos jellemző paraméterek – mint az átlagos fragmenstömeg vagy a legnagyobb fragmens átlagos tömege – jól kontrollálhatók például a betáplált energia mennyiségének változtatásával.

Heterogén anyagok lassan növekvő terhelés hatására fokozatosan károsodnak, miközben mikrorepedések halmozódnak fel⁸. Ez a repedezési folyamat azonban nem sima, hanem intermittens módon zajlik: először az anyag leggyengébb pontjain keletkeznek repedések, amelyek lokálisan erősebb zónákhoz érve leállhatnak. A terhelés további növelésével újabb repedések jönnek létre, míg a meglévők hirtelen, ugrásszerűen növekedhetnek. A repedések kialakulása és növekedése hanghullámok kibocsátásával jár, amelyek akusztikus emissziós mérés technikával érzékelhetők^{9,10}. Ez a módszer alapvető betekintést nyújt a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájába. A repedésképződés során kibocsátott zaj statisztikus és dinamikai jellemzőinek vizsgálata nemcsak mérnöki rendszerek károsodásának korai detektálását teszi lehetővé, hanem hozzájárulhat természeti

⁶R. P. Linna et al., Phys. Rev. E **72**, 015601 (2005).

⁷D. L. Turcotte, J. Geophys. Res. **91**, 1921 (1986).

⁸M. J. Heap et al., Earth Planet. Sci. Lett. **307**, 71-82 (2011).

⁹D. Lockner, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. **30**, 883 (1993).

¹⁰E. K. Salje et al., Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **5**, 233-254 (2014).

katasztrófák – például földrengések vagy földcsuszamlások – előrejelzéséhez is, mivel ezek a jelenségek hasonló fizikai mechanizmusokon alapulnak^{11,12,13}.

¹¹J. Davidsen et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 125502 (2007).

¹²J. Baró et al., Phys. Rev. Lett. **110**, 088702 (2013).

¹³S. Lherminier et al., Phys. Rev. Lett. **122**, 218501 (2019).

Célkitűzések

Kutatómunkám során a gyors energia betáplálás által kiváltott fragmentációs jelenségeknek és a lassú hajtás által generált törési folyamatoknak a gyakorlat számára rendkívül fontos, intenzíven kutatott területeivel foglalkoztam.

Fragmentációs jelenségek esetén elsősorban a héjszerű struktúrák robbanás által kiváltott gyors széttörésére koncentráltam, ahol elsődleges céлом volt annak feltárása, hogy milyen mértékig lehet kontrollálni a keletkező darabok tömegének (méretének) eloszlását, ha a héj vastagságát és a robbanást jellemző deformációs sebességet változtatjuk. Kihhasználva a diszkrét elem szimulációs módszer lehetőségeit, szerettem volna megkonstruálni a felrobbanó héjak fázisdiagramját kétdimenziós beágyazó térben, és igyekeztem magyarázatot adni a végállapotban megfigyelt tömegeloszlásoknak a fragmenseket létrehozó repedési mintázat szerkezeti jellemzői alapján. Munkám gyakorlati motivációját az a tény adja, hogy a Föld körül keringő űrszemét jelentős részét a rakéta-üzemanyagtartályok robbanása során keletkező fragmensek alkotják. A kutatási eredmények hozzájárulhatnak az űrszemét-probléma hatékonyabb kezeléséhez, valamint alkalmazhatók lehetnek különböző védelmi technológiák fejlesztésében is.

A természetben előforduló geológiai kőzetek komplex mechanikai terhelésnek – nyomásnak, húzásnak és nyírásnak – vannak kitéve. A lassan változó terhelés hatására zajló repedezési folyamatok vizsgálata a szakirodalomban jellemzően egytengelyű nyomóterhelésre korlátozódik, ezért mindeddig kevés ismeret áll rendelkezésre arról, hogyan módosítják a különböző terhelési feltételek a repedési ese-

mények statisztikai és dinamikai jellemzőit, azok időbeli sorozatát és térbeli korrelációit. Ennek feltárására háromdimenziós, realisztikus mikroszerkezetű homokkőmodelleken végeztem nagyfelbontású szimulációkat, amelyek lehetővé tették a törési események időbeli és térbeli karakterisztikájának részletes vizsgálatát. Azonos mintageometriát és mikroszerkezetet alkalmazva hasonlítottam össze a húzó- és nyomóterhelésre vonatkozó eredményeket. Kiemelt célom volt annak kvantitatív meghatározása, hogy a repedési események során eldisszipált energia, valamint az események méretének, időtartamának és a köztük eltelt várakozási időnek az eloszlásai mutatnak-e szisztematikus különbségeket a kétféle terhelési mód között. Emellett elemeztem a repedések térbeli korrelációs mintázatát, a törések elrendeződését, valamint a makroszkopikus törési sík geometriáját és orientációját is. Vizsgálataim hozzájárulnak a lassú külső hajtás által indukált zajos repedezési folyamatok mélyebb megértéséhez, és ezáltal a heterogén szilárdtestek katasztrofális tönkremenetelének előrejelezhetőségéhez.

Vizsgálati módszerek

A heterogén szerkezetű szilárdtestek törési és fragmentációs jelenségeinek vizsgálata során az analitikus elméleti megközelítések lehetőségei meglehetősen limitáltak, ezért kutatómunkám elsősorban számítógépes modellezésre és szimulációra épült. Vizsgálataimhoz diszkrét elem modellezést használtam, amely lehetővé teszi nagyszámú, egymással kölcsönható repedés szimultán fejlődési folyamatának részletes, időbeli nyomon követését. A diszkrét elem modellek tipikusan mezoszkopikus léptékben rekonstruálják a vizsgált anyag struktúráját, és explicit módon definiálják az elemek közötti kölcsönhatási szabályokat.

Doktori munkám során a kutatócsoportunk által korábban kidolgozott két diszkrét elem modelltől indultam ki, amelyekben implementáltam az általam vizsgált rendszerek sajátosságait. Mindkét modell konstrukciója három lépésből áll: *(a)* a szilárdtest rendezetlen szerkezetének felépítése diszkrét elemek bevezetésével, *(b)* az elemek közötti kölcsönhatások törvényszerűségeinek, majd *(c)* a kohézív kontaktusok törési kritériumának megadása. A rendszer időfejlődését a diszkrét elemek klasszikus mozgásegyenleteinek numerikus megoldásával állítjuk elő, amihez egy ötödrendű prediktor-korrektor algoritmust használtunk.

A héjszerkezetű anyagok robbanásának szimulációjához kétdimenziós modellt használtunk, amelyben az anyagot konvex poligonok véletlenszerű rácsán diszkrétizáltuk Voronoi-konstrukció segítségével. A síkbeli hég, azaz a gyűrű geometriáját úgy alakítottuk ki, hogy egy diszkrétizált négyzetből két koncentrikus kört vágunk ki. A szomszédos poligonok között kohézív kölcsönhatást definiáltunk,

amelyet rugalmas, törhető rudakkal modelleztünk. A robbanásszerű terhelést úgy inicializáltuk, hogy poligonokhoz a gyűrű középpontjából kifelé mutató kezdeti radiális sebességkomponenst rendeltünk.

A porózus kőzetek kvázisztatikus terhelés alatti törésének szimulációjához háromdimenziós modellt alkalmaztunk. A henger alakú próbatesteket gömb alakú részecskék véletlenszerű ülepítésével hoztuk létre. Az ülepített konfigurációban a szemcsék közötti mechanikai kapcsolatok kialakításához Delaunay-háromszögelést végeztünk a gömbök középpontjaira, majd az egyes háromszögek élei mentén rugalmas, törhető rudakat vezetünk be. A próbatesteket deformációkontrollált húzóterhelésnek vetettük alá oly módon, hogy a minta alsó és felső peremén lévő néhány részecskeréteget rögzítettük, majd ezeket egymástól távolodva, a henger hosszanti tengelye mentén állandó sebességgel mozgattuk.

Kutatómunkám tisztán elméleti jellegű, de a legtöbb esetben kísérleti eredmények, illetve a gyakorlat számára fontos problémák motiválták. A realisztikus számítógépes szimulációim lehetővé tették, hogy kísérletileg nehezen mérhető mennyiségeket is nagy pontossággal határozzak meg, így kiegészítsem a kísérletileg hozzáférhető információt. Elméleti eredményeimet igyekeztem összevetni laboratóriumi kísérletekkel és terepi mérések eredményeivel. Az adatok feldolgozása és értelmezése során a statisztikus fizika, valamint a fázisátalakulások és kritikus jelenségek elméletére és módszertanára támaszkodtam.

Új tudományos eredmények

1. Diszkrét elem szimulációkkal vizsgáltam kétdimenziós beágyazó térben héjszerkezetek robbanás által kiváltott széttörési folyamatait széles skálán változtatva a deformációs sebességet és a héj (gyűrű) vastagságát.

(a) Nagy mennyiségű szimulációs adat feldolgozásával meghatároztam a deformációs sebesség és a gyűrűvastagság paraméterterében a felrobbanó gyűrűk fázisdiagramját, amely négy jól elkülönülő fázist tartalmaz: károsodásmentes fázist, a szegmentáció, a síkbeli fragmentáció, valamint a porrázúródás fázisait. A szegmentáció és a síkbeli fragmentáció között egy átmeneti régiót is azonosítottam. Az eredmények szerint míg a repedések megjelenésének küszöbrátája közel állandó marad a vastagság növelésével, a fragmentációs kritikus pont egyre alacsonyabb deformációs ráták felé tolódik. A fázisstruktúra háttérében az áll, hogy a deformációs sebesség növelésével egy dimenzionális átmenet jön létre az egydimenziós (1D) szegmentáció és kétdimenziós (2D) fragmentáció univerzálitási osztályai között. Megállapítottam, hogy létezik egy kritikus gyűrűvastagság, amely felett az 1D szegmentáció és 2D fragmentáció közötti átmenet megszűnik [2].

(b) Szimulációs eredményeim alapján az átkötő, szegmentált fragmensek tömegeloszlása jól leírható egy Weibull eloszlással, és ez a jellemző nem korlátozódik csupán a szegmentációs fázisra. A Weibull-függvényalak robusztusan

fennmarad mindaddig, amíg a rendszerben jelen vannak átkötő fragmensek – egészen a kétdimenziós fragmentáció kritikus pontjáig. Ezzel szemben a nem átkötő fragmensek tömegeloszlása hatványfüggvényt követ, exponenciális levágással. Fontos eredmény, hogy a hatványfüggvény kitevője a deformációs sebesség növelésével fokozatosan csökken, egészen addig, amíg az átkötő fragmensek teljesen eltűnnek. A fragmentációs kritikus pont elérése után a törési folyamat statisztikája egy robusztus hatványfüggvény eloszlásba megy át, amelynek kitevője a 2D fragmentációra jellemző univerzális értéket vesz fel. Az eredmények rámutatnak arra, hogy a rendszer paramétereinek megfelelő hangolásával célzottan szabályozható a fragmenstömeg-eloszlás hatványkitevője [2].

- (c) A deformációs sebesség további növelésével a gyűrű anyagának egyre nagyobb hányada zúzódik porrá a robbanás során. Megmutattam, hogy a porrázúzódás fázisát is skálatörvény jellemzi: a nem porszerű fragmensek tömeghányada exponenciálisan csökken a deformációs sebességgel, ahol azonosítható a fázishatárhoz tartozó deformációs sebesség. Numerikus analízissel megállapítottam, hogy a porrázúzódás kritikus pontja a gyűrű vastagságának hatványfüggvényeként csökken [2].

- 2. A felrobbanó gyűrűk fázisdiagramjának mélyebb megértése érdekében részletesen elemeztem a gyűrűben kialakuló repedési mintázatok szerkezetét. A fragmenseket olyan anyagdarabokként definiáltuk, amelyeket teljes mértékben repedések, illet-

ve a próbatest eredeti határfelülete határol. Ennek alapján a szegmentálódás, a fragmentáció és a porrázúzóadás közötti átmenetek a repedéshálózat morfológiai és topológiai jellemzőinek jelentős szerkezeti átalakulásaiként írhatók le. A folyamatok mélyebb megértése céljából azt vizsgáltam, miként változnak a repedések lokális és globális geometriai sajátosságai a próbatest vastagságának, valamint az alkalmazott deformációs sebességnek a függvényében.

- (a) Megmutattam, hogy alacsony deformációs sebességeknél a szegmentáció sugárirányú, közel egyenes repedések mentén következik be. A deformációs sebesség növelésével a repedések hierarchikusan elágaznak, és egyre összetettebb, fa-szerkezetű struktúrák alakulnak ki. Részletes elemzéseim feltárták, hogy ezek az elágazó repedések önhasonló, fraktál szerkezettel rendelkeznek, s a fraktáldimenziójuk a deformációs sebesség logaritmusával arányosan növekszik. Kellően nagy deformációs sebességeknél egy második fraktáltartomány is kialakul, amely a repedések sugárirányra merőleges összeolvadását, azaz egy kvázi egydimenziós hálózat létrejöttét jelzi. Az elágazó repedésszerkezet az átmeneti régiót jellemzi, ahol az átkötő és nem átkötő repedések egyidejűleg vannak jelen. A fragmentációs kritikus pont átlépésekor a kiterjedt repedések a mellékágaikon keresztül összeolvadnak, és a rendszer belép a síkbeli fragmentáció szakaszába, ahol a repedési hálózat térkitöltővé válik. További sebességnövekedés a repedéshálózat sűrűségének növelésével végül

porrázúzódot eredményez [1].

- (b) Kimutattam, hogy a repedési hálózat szerkezeti átalakulását a mikrorepedések és a makrorepedések ágai orientációjának változása kíséri. A repedéságak kis deformációs sebességeknél erősen radiális irányultságúak, amit egy gyorsan csökkenő valószínűség eloszlás jellemez. Növelve a deformációs sebességet a repedések szögeloszlása fokozatosan közelít az egyenletes eloszláshoz, ami azt mutatja, hogy a fragmentációt okozó összefüggő repedéshálózat ágainak orientációja izotróppá válik. Numerikus elemzéssel megadtam a repedések szögeloszlásának skálaszerkezetét és megmutattam, hogy a deformációs sebesség hatása hatványfüggvénnyel jellemezhető [1].
- (c) A széttörő gyűrűben keletkezett legnagyobb repedéshossz és a repedések átlagos hosszának fejlődését elemezve megmutattam, hogy a kétdimenziós fragmentáció univerzalizációs osztályába történő átmenet analógiát mutat a perkoláció jelenségével. A deformációs sebesség és a gyűrű vastagságának változtatásával a repedéshosszak második és első momentumának hányadosaként definiált átlagos repedéshossz maximumot mutat, amelynek helye megegyezik a gyűrű fragmentációs kritikus pontjával. Megmutattam, hogy a fragmentációhoz szükséges teljes repedéshossz a gyűrű vastagságának szublineáris hatványfüggvényeként növekszik [1].

3. Porózus közetek egy diszkrét elem modelljében számítógépes szimulációval vizsgáltam henger alakú minták törési folyama-

tát egytengelyű kvázisztatikus húzóterhelés alatt. A minták átlagosan 20 000 darab, gömb alakú részecskét tartalmaztak, és a statisztikus elemzést 1 000 numerikus szimuláció alapján végeztem, amelyekhez a kezdeti konfigurációkat egymástól független ülepítési szimulációkkal állítottuk elő. Az eredményeket összevettem ugyanezen minták nyomóterhelés alatti viselkedésével.

- (a) Megállapítottam, hogy a porózus közet feszültség-deformációs görbéje mind nyomás, mind húzás alatt közel lineáris azonos effektív Young modulusszal, és a nemlineáris viselkedés csak a globális tönkremenetel közvetlen közelében jelentkezik. Ugyanakkor lényeges különbség, hogy a próbatest makroszkopikus mechanikai válasza sokkal ridegebb húzófeszültség esetén, mint nyomás alatt. Ezt alátámasztja a folyáshatár és a végső szakítószilárdság arányának magasabb értéke, valamint a törést követő gyorsabb feszültségcsökkenés húzóterhelés esetén. Húzóterhelés mellett a mikrotörések alacsonyabb deformációnál indulnak meg, és a rendszer lényegesen alacsonyabb károsodást képes elviselni a teljes tönkremenetel előtt [3].
- (b) Számításaim szerint a törési folyamat kezdeti szakaszában a szerkezeti rendezetlenség dominál, ami véletlenszerűen elhelyezkedő, kis méretű repedési lavinákhoz vezet. A lavinák térbeli korrelációja a makroszkopikus töréshez közeledve hirtelen megnő, kialakítva egy régiót, ahol a megnövekedett feszültségkoncentráció újabb lavinákat indít el, és ebből fejlődik ki a katasztrofális törés. A nyomás

alatti töréssel szemben húzás esetén nem alakul ki kiterjedt törési sáv. Helyette egy viszonylag éles, lokalizált károsodási sík jelenik meg, amelyet elnyújtott ellipszoid alakú mikrorepedés-felhő jellemez. A repedési sík pozíciója és orientációja fluktuál, legnagyobb valószínűséggel a próbatest közepén jön létre, orientációja pedig közel merőleges a terhelés irányára [3].

- (c) Az egyedi repedési lavinákat a méretükkel, időtartamukkal és a mikrotörések során eldisszipált energiával jellemeztem. Megmutattam, hogy húzóterhelés esetén mind-egyik mennyiség hatványfüggvény eloszlást mutat exponenciális levágással. A nagyobb lavinák általában hosszabb időtartamúak és több energiát disszipálnak. Ezeket a korrelációkat a lavinamennyiségek hatványfüggvény kapcsolataival jellemeztem. Megjegyzendő, hogy összenyomás esetén nagyobb a repedési lavinák száma és az általuk lefedett méret-, időtartam- és energiaskála, de az eloszlások hatványkitevőinek értékei húzó- és nyomóterhelés esetén megegyeznek a hibahatárokon belül. Eredményeim alátámasztják a lavinaszerű törési események statisztikus jellemzőinek robusztusságát a külső terhelési feltételekkel szemben [3].



Nyilvántartási szám: DEENK/646/2025.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Szuszik Csanád
Doktori Iskola: Fizikai Tudományok Doktori Iskola
MTMT azonosító: 10078420

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (3)

1. **Szuszik, C.**, Szatmári, R., Pál, G., Kun, F.: From segmentation to shattering: Structural transitions in the breakup of brittle rings.
Chaos Solitons Fractals. 202 (2), 1-13, 2026. ISSN: 0960-0779.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.chaos.2025.117573>
IF: 5.6 (2024)
2. **Szuszik, C.**, Kun, F.: Control of fragment sizes of exploding rings.
Int. J. Solids Struct. 321, 1-8, 2025. ISSN: 0020-7683.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2025.113530>
IF: 3.8 (2024)
3. **Szuszik, C.**, Main, I. G., Kun, F.: Effect of the loading condition on the statistics of crackling noise accompanying the failure of porous rocks.
R. Soc. Open Sci. 10 (11), 1-17, 2023. EISSN: 2054-5703.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.230528>
IF: 2.9

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora: 12,3

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora (az értekezés alapjául szolgáló közleményekre): 12,3

A DEENK a Jelölt által a Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudánymetriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2025.12.17.



**Short thesis for the degree of doctor of
philosophy (PhD)**

**Investigation of the fracture and
fragmentation of solids**

by Csanád Szuszik

Supervisor: Ferenc Kun



UNIVERSITY OF DEBRECEN

Doctoral School of Physics

Debrecen, 2026

Introduction

Under mechanical stress, solid bodies break; however, both the process of fracture and its outcome depend on the material properties of the body, the type of the mechanical load applied and the boundary conditions. A specimen with a disordered structure clamped at both ends typically breaks into two pieces under slowly increasing tensile stress¹, whereas the rapid input of a large amount of energy results in fragmentation, where the solid breaks into many small pieces². These two fracture mechanisms share the feature that the disordered internal structure of the material and the heterogeneity of its physical properties play a key role. The simultaneous formation, interaction, and coalescence of many cracks is characteristic mainly of strongly heterogeneous materials. Both dynamic fragmentation and quasi-static, slow fracture processes frequently occur in nature^{3,4}, and they are also of key importance in numerous industrial applications — such as mining or blasting technology. This practical relevance is one of the main driving forces behind the scientific investigation of the phenomenon.

One of the most important experimentally supported characteristics of fragmentation processes is that the mass distribution of the resulting fragments exhibits a power-law behavior, with an exponent that, surprisingly, is independent of the type of material, the mode of energy input, and the characteristic length scale of the system^{2,5}.

¹H. W. Reinhardt et al., *J. Struct. Eng.* **112**, 2462-2477 (1986).

²J. A. Aström, *Adv. Phys.* **55**, 247-278 (2006).

³C. G. Hatton et al., *J. Struct. Geol.* **15**, 1485-1495 (1993).

⁴M. J. Edwards et al., *Sci. Rep.* **10**, 13953 (2020).

⁵N. Brilliantov et al., *Proc. Natl. Acad. Sci.* **112**, 9536-9541 (2015).

Numerous experiments with different materials and realistic computer simulations both show that this universality is particularly valid for brittle, disordered materials. In such cases, the power-law exponent is primarily determined by the dimensionality of the fragmenting body⁶. From an application standpoint, predicting and controlling the mass and size distribution of fragments is the greatest challenge⁷. Although the universal power-law function shape makes the distribution robust in many aspects, certain characteristic parameters — such as the average fragment mass or the average mass of the largest fragment — can be well controlled, for example, by varying the amount of input energy.

Under slowly increasing loads, heterogeneous materials gradually degrade as microcracks accumulate⁸. However, this cracking process is not continuous but rather in an intermittent manner: cracks initially form at the weakest points of the material and may halt when reaching locally stronger zones. With further loading, new cracks emerge, while existing ones may grow suddenly and abruptly. The formation and growth of cracks are accompanied by the emission of elastic waves, which can be detected using acoustic emission measurement techniques^{9,10}. This method provides fundamental insights into the microscopic dynamics of the fracture process. Investigating the statistical and dynamical characteristics of the acoustic signals generated during crack propagation not only enables the early detection of damage in engineering systems but may also

⁶R. P. Linna et al., *Phys. Rev. E* **72**, 015601 (2005).

⁷D. L. Turcotte, *J. Geophys. Res.* **91**, 1921 (1986).

⁸M. J. Heap et al., *Earth Planet. Sci. Lett.* **307**, 71-82 (2011).

⁹D. Lockner, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **30**, 883 (1993).

¹⁰E. K. Salje et al., *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **5**, 233-254 (2014).

contribute to the prediction of natural disasters — such as earthquakes or landslides — since these phenomena result from similar physical mechanisms^{11,12,13}.

¹¹J. Davidsen et al., Phys. Rev. Lett. **98**, 125502 (2007).

¹²J. Baró et al., Phys. Rev. Lett. **110**, 088702 (2013).

¹³S. Lherminier et al., Phys. Rev. Lett. **122**, 218501 (2019).

Objectives

During my research, I focused on two intensively studied areas of high practical relevance: fragmentation phenomena induced by rapid energy input and fracture processes resulting from slow mechanical loading.

In studying fragmentation phenomena, I concentrated on the rapid disintegration of shell-like structures caused by explosions. My primary goal was to investigate how the fragment mass (or size) distribution can be controlled by varying the shell thickness and the strain rate associated with the explosion. By utilizing the capabilities of the discrete element simulation method, I aimed to construct the phase diagram of exploding shells in a two-dimensional parameter space and sought to explain the observed fragment mass distributions based on the structural features of the underlying fracture patterns. The practical motivation behind this work stems from the fact that a substantial proportion of space debris orbiting Earth originates from the explosion of rocket fuel tanks. These results may support more effective management of the space debris problem and have potential applications in defense-related technologies.

Geological rocks in nature are subjected to complex mechanical loads — compression, tension, and shear. However, the study of fracture processes under slowly varying loads has predominantly focused on uniaxial compression in the literature. Consequently, little is known about how different loading modes influence the statistical and dynamical characteristics of fracture events, including their temporal evolution and spatial correlations. To address this, I performed high-resolution simulations on three-dimensional sandstone

models with realistic microstructures, enabling a detailed analysis of the spatiotemporal properties of fracture events. Using identical sample geometries and microstructures, I systematically compared the effects of tensile and compressive loading. A main objective was to quantitatively determine whether energy dissipation, as well as the distributions of event sizes, durations, and inter-event waiting times, show systematic differences between the two types of loading. Furthermore, I examined the spatial correlation patterns of fractures, their arrangement, and the geometry and orientation of the resulting macroscopic fracture planes. These investigations contribute to a deeper understanding of crackling noise phenomena under slow external loading and, more broadly, to the predictability of catastrophic failure in heterogeneous solid materials.

Methods of investigation

Due to the limited applicability of analytical theoretical approaches in studying fracture and fragmentation phenomena in heterogeneous solid materials, my research has primarily relied on computer modeling and simulation. I employed discrete element modeling, which enables detailed temporal tracking of the simultaneous development of numerous interacting cracks. Discrete element models reconstruct the structure of the studied material at the mesoscale level and explicitly define the interaction rules between elements.

In my doctoral work, I used two discrete element models previously developed by our research group, which I adapted to incorporate the specific features of the systems I investigated. The construction of both models involved three steps: (a) generating the disordered structure of the solid by introducing discrete elements, (b) defining the interaction laws between these elements, and (c) specifying the breaking criteria for cohesive contacts. The system's temporal evolution was determined by numerically solving the classical equations of motion for the discrete elements using a fifth-order predictor-corrector algorithm.

To simulate the explosion of shell-like materials, we used a two-dimensional model in which the material was discretized into a random lattice of convex polygons using a Voronoi construction. The planar shell — i.e., the ring — was created by cutting out two concentric circles from a discretized square. Cohesive interactions were defined between neighboring polygons and modeled by elastic, breakable beams. The explosive loading was initiated by assigning an initial radial velocity component to the polygons, directed out-

ward from the ring's center.

To simulate the fracture of porous rocks under quasi-static loading, we applied a three-dimensional model. Cylindrical specimens were generated by randomly sedimenting spherical particles. In the final configuration, mechanical connections between particles were established via Delaunay triangulation, and elastic, breakable beams were introduced along the edges of the resulting tetrahedra. The specimens were subjected to deformation-controlled tensile loading by fixing a few layers of particles at the top and bottom edges and then moving them apart at a constant velocity along the cylinder's longitudinal axis.

Although my research was purely theoretical, it was motivated by experimental findings or practically relevant problems. Realistic computer simulations allowed me to accurately determine quantities that are difficult to measure experimentally, thereby complementing the information available through experiments. I aimed to compare my theoretical results with laboratory experiments and field measurements. In processing and interpreting the data, I relied on the methods and theories of statistical physics, as well as the theory of phase transitions and critical phenomena.

New scientific results

1. I investigated the explosion-induced fragmentation processes of shell structures embedded in two-dimensional space using discrete element simulations, by varying the strain rate and shell (ring) thickness over a broad range.
 - (a) By processing a large amount of simulation data, I constructed the phase diagram of exploding rings within the parameter space defined by strain rate and ring thickness. The diagram contains four well-separated phases: a damage-free phase, segmentation, planar fragmentation, and shattering. I also identified a transitional region between segmentation and planar fragmentation. The results show that while the threshold for crack initiation remains nearly constant as thickness increases, the critical point of fragmentation shifts toward lower strain rates. This phase change is driven by a dimensional transition between the universality classes of one-dimensional (1D) segmentation and two-dimensional (2D) fragmentation, induced by increasing strain rate. I found that a critical ring thickness exists above which the transition region from 1D segmentation to 2D fragmentation vanishes [2].
 - (b) Based on my simulation results, the mass distribution of segmented, spanning fragments is well described by a Weibull distribution — a behavior that extends beyond the segmentation phase. The Weibull distribution remains robust as long as spanning fragments are present in

the system, up to the critical point of two-dimensional fragmentation. In contrast, the mass distribution of non-spanning fragments follows a power law with an exponential cutoff. Importantly, the power-law exponent gradually decreases with increasing strain rate until spanning fragments completely disappear. After reaching the fragmentation critical point, the fracture process statistics transition into a robust power-law regime, with an exponent that takes on the universal value characteristic of 2D fragmentation. These findings show that by tuning the system parameters, the power-law exponent of the fragment mass distribution can be deliberately controlled [2].

- (c) With further increase in strain rate, a growing fraction of the ring material is shattered during the explosion. I demonstrated that the shattering phase also obeys a scaling law: the mass fraction of non-powder fragments decreases exponentially as a function of the strain rate, allowing identification of the phase boundary. Through numerical analysis, I determined that the critical point of shattering decreases as a power-law function of the ring thickness [2].
2. To gain a deeper understanding of the phase diagram of exploding rings, I performed a detailed analysis of the crack patterns forming within the ring. Fragments were defined as material pieces bounded either by cracks or the original boundary surface of the specimen. Based on this definition, the transitions

between segmentation, fragmentation, and shattering can be interpreted as major structural transformations in the morphological and topological characteristics of the crack network. To better understand the process, I examined how the local and global geometric properties of cracks evolve depending on specimen thickness and applied strain rate.

- (a) I showed that at low strain rates, segmentation occurs along radial, nearly straight cracks. As the strain rate increases, cracks branch hierarchically, forming increasingly complex tree-like structures. Detailed analysis revealed that these branching cracks possess self-similar, fractal structures, with the fractal dimension increasing proportionally to the logarithm of the strain rate. At sufficiently high strain rates, a second fractal regime emerges, indicating the coalescence of cracks in the direction perpendicular to the radius, i.e., the formation of a quasi-one-dimensional network. This structure characterizes the transitional region where spanning and non-spanning cracks coexist. Upon crossing the fragmentation critical point, cracks merge through their branches, and the system enters the planar fragmentation phase, where the crack network becomes space-filling. Further increases in strain rate lead to shattering, driven by the growing density of the crack network [1].
- (b) I demonstrated that the structural transformation of the crack network is accompanied by changes in the orientation of micro- and macro-crack branches. At low strain

rates, the crack branches exhibit strong radial orientation, as indicated by a sharply decreasing probability distribution. As the strain rate increases, the angular distribution of cracks gradually becomes uniform, reflecting the emergence of an isotropic crack network responsible for fragmentation. Through numerical analysis, I established the scaling behavior of the crack angle distribution and showed that the effect of strain rate follows a power law [1].

- (c) By analyzing the evolution of the longest and average crack lengths in the exploding ring, I demonstrated that the transition into the universality class of two-dimensional fragmentation is analogous to percolation phenomena. Varying the strain rate and ring thickness, I showed that the average crack length — quantified as the ratio of the second to the first moment of crack lengths — reaches a maximum at the fragmentation critical point. Moreover, I found that the total crack length required for fragmentation increases as a sublinear power-law function of ring thickness [1].

3. Using a discrete element model of porous rocks, I carried out computer simulations to examine the fracture behavior of cylindrical samples under uniaxial quasi-static tensile loading. Each sample consisted of approximately 20 000 spherical particles, and the statistical analysis was based on 1 000 independent simulations, with initial configurations generated via sedimentation simulations. I compared the results to those

obtained under compressive loading.

- (a) I found that the stress-strain curve of porous rock is nearly linear under both compression and tension, exhibiting the same effective Young's modulus, with nonlinear behavior appearing only near global failure. However, the macroscopic mechanical response of the specimen is significantly more brittle under tensile stress than under compression. This is evidenced by the higher ratio of yield strength to ultimate strength and the more rapid post-fracture stress drop under tension. Microcracks initiate at lower strains under tension, and the system can tolerate substantially less damage before complete failure [3].
- (b) The simulations show that in the initial phase of the fracture process, structural disorder dominates, producing randomly located small crack avalanches. As the system approaches macroscopic failure, spatial correlations among avalanches increase abruptly, giving rise to a region of elevated stress concentration that triggers further avalanches, eventually resulting in catastrophic failure. Unlike in compressive loading, no broad fracture band develops under tension. Instead, a sharp and localized damage plane emerges, typically near the center of the specimen and oriented approximately perpendicular to the loading direction. This zone is characterized by an elongated ellipsoidal cloud of microcracks [3].
- (c) I characterized individual crack avalanches in terms of

their size, duration, and the energy they dissipate during microcrack events. I found that under tensile loading, all of these quantities follow power-law distributions with exponential cutoffs. Larger avalanches tend to last longer and dissipate more energy. I quantified these correlations using power-law relationships between avalanche properties. Under compression, the number of avalanches and the range of scales they cover (in terms of size, duration, and energy) are larger, but the power-law exponents of the distributions remain consistent under both loading conditions within the margin of error. These results support the robustness of the statistical features of avalanche-like fracture events against external loading modes [3].



Registry number: DEENK/646/2025.PL
Subject: PhD Publication List

Candidate: Csanád Szuszik
Doctoral School: Doctoral School of Physics
MTMT ID: 10078420

List of publications related to the dissertation

Foreign language scientific articles in international journals (3)

1. **Szuszik, C.**, Szatmári, R., Pál, G., Kun, F.: From segmentation to shattering: Structural transitions in the breakup of brittle rings.
Chaos Solitons Fractals. 202 (2), 1-13, 2026. ISSN: 0960-0779.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.chaos.2025.117573>
IF: 5.6 (2024)
2. **Szuszik, C.**, Kun, F.: Control of fragment sizes of exploding rings.
Int. J. Solids Struct. 321, 1-8, 2025. ISSN: 0020-7683.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2025.113530>
IF: 3.8 (2024)
3. **Szuszik, C.**, Main, I. G., Kun, F.: Effect of the loading condition on the statistics of crackling noise accompanying the failure of porous rocks.
R. Soc. Open Sci. 10 (11), 1-17, 2023. EISSN: 2054-5703.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1098/rsos.230528>
IF: 2.9

Total IF of journals (all publications): 12,3

Total IF of journals (publications related to the dissertation): 12,3

The Candidate's publication data submitted to the Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

17 December, 2025

