

**DE TTK**



**1949**

**A MATEMATIKA ÉRETTSÉGI VIZSGA  
ELEMZÉSE 2005-2015**

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Szerző: Csapodi Csaba

Témavezető: dr. Vancsó Ödön

DEBRECENI EGYETEM  
Természettudományi Doktori Tanács  
Matematika és Számítástudományok Doktori Iskola  
Debrecen, 2017

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi Doktori Tanács Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola *Didaktika – szakmódszertan* programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.

Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 2017. március 24.

Csapodi Csaba  
jelölt

Tanúsítom, hogy Csapodi Csaba doktorjelölt 2008-2017 között a fent megnevezett Doktori Iskola *Didaktika – szakmódszertan* programjának keretében iránnyítással végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult. Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Az értekezés elfogadását javaslom.

Debrecen, 2017. március 24.

dr. Vancsó Ödön  
témavezető

# A matematika érettségi vizsga elemzése 2005-2015

értekezés a doktori (Ph. D.) fokozat megszerzése érdekében  
matematika- és számítástudományok tudományágban

Írta: Csapodi Csaba, okleveles matematika szakos tanár

Készült a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok  
Doktori Iskolája (didaktika – szakmódszertan program) keretében.

Témavezető: dr. Vancsó Ödön

A doktori szigorlati bizottság:

elnök: Dr. Maksa Gyula .....

tagok: Dr. Ispány Márton .....

Dr. Ambrus András .....

A doktori szigorlat időpontja: 2016. december 1.

Az értekezés bírálói:

Dr. Vásárhelyi Éva .....

.....

A bírálóbizottság:

elnök: Dr. ....

tagok: Dr. ....

Dr. ....

Dr. ....

Dr. ....

Az értekezés védésének időpontja: 2017. .... .

## **Köszönetnyilvánítás**

Köszönöm témavezetőmnek, Vancsó Ödönnek, hogy ez elmúlt években kitaratóan támogatott és segített kutatómunkám sikeres elvégzésében.

Köszönöm továbbá Koncz Leventének, Ambrus Andrásnak és az édesanyámnak hogy átnézték és értékes hozzászólásokkal véleményezték az értekezésemet.

Köszönöm édesapámnak, hogy segített a tézisek angol nyelven történő megfogalmazásában.

Végül köszönöm szüleimnek és családomnak, hogy támogatták az elmúlt években végzett munkámat.

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés .....</b>	<b>1</b>
1.1. A témaválasztás indoklása .....	1
1.2. Kutatási kérdések .....	2
<b>2. Az elméleti háttér .....</b>	<b>3</b>
2.1. Az értékelés szerepe és típusai az oktatásban .....	3
2.2. A tesztelméleti szempontok .....	5
2.3. A rendszerszintű értékelés.....	8
2.4. Az érettségi vizsga Magyarországon.....	8
2.5. A (matematika) érettségi vizsga külföldön .....	10
2.6. A matematika érettségi vizsga Magyarországon.....	12
<b>3. A kétszintű matematika érettségi vizsga elemzése 2005-2015.....</b>	<b>17</b>
3.1. A vizsgák legfontosabb adatai 2005-2015. ....	17
3.2. Eredményesség az önkéntes adatszolgáltatás alapján 2012-2015.....	31
3.3. A 2012. május-júniusi írásbeli feladatsorok részletes elemzése .....	46
3.4. A szóbeli vizsgák .....	64
3.5. Értékelés, problémás területek, javaslatok ezek orvoslására.....	70
3.6. A szakmai viták .....	80
<b>4. Az érettségi vizsga néhány lehetséges fejlesztési iránya .....</b>	<b>82</b>
4.1. Az egyszintű érettségi vizsga .....	82
4.2. A számítógép lehetséges felhasználása az érettségi vizsgán.....	93
4.3. A minimumszint bevezetése.....	98
4.4. A háromszintű vizsga .....	104
4.5. Miért kötelező matematikából érettségi vizsgát tenni? .....	105
<b>5. Összefoglalás .....</b>	<b>107</b>
<b>6. Summary .....</b>	<b>110</b>
<b>Irodalomjegyzék.....</b>	<b>112</b>

# 1. Bevezetés

## 1.1. A témaválasztás indoklása

Több mint 10 év telt el 2005, a kétszintű érettségi rendszer bevezetésének éve óta.<sup>1</sup> Azóta túl vagyunk 23 vizsgaidőszakon<sup>2</sup>, érettségi vizsgát tett matematikából több mint 938 000 fő (körülbelül 4 százalékuk emelt szinten), hozzáférhető 35 középszintű és 33 emelt szintű feladatsor,<sup>3</sup> továbbá a hozzájuk tartozó értékelési útmutató.

Az elmúlt tíz év alatt nem készült átfogó elemzés az érettségi vizsgáról<sup>4</sup>. 2013 és 2015 között az Oktatási Hivatal (OH) az alábbi négy tanulmány elkészítésével és nyilvánosságra hozatalával igyekezett ezt a hiányt pótolni:

- A 2012. évi érettségi dolgozatok részletes elemzése. (Oktatási Hivatal, 2014a)
- Közép és emelt szintű értékelési skálák összehasonlítása. (Oktatási Hivatal, 2014b)
- A 2009–2012. évi vizsgaeredmények értékelése. (Oktatási Hivatal, 2014c)
- Kérdőíves vizsgálat a tanárok körében. (Oktatási Hivatal, 2014d)

2013 és 2015 között az Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet (OFI) megbízásából egy munkacsoportot vezettem. A csoport egyik feladata az volt, hogy – a fenti tanulmányok eredményeire is támaszkodva – készítsük elő a matematika érettségi vizsga leírásának és követelményeinek az esetleges, kisebb mértékű változásait. Ezt – az eltelt 10 év tapasztalatainak a figyelembevételével mellett – az is indokolta, hogy a 2012. évi új Nemzeti Alaptanterv (NAT) és az erre épülő új kerettantervek szerint tanuló diákok 2017-ben tesznek először érettségi vizsgát, így az érettségi követelményeket összhangba kellett hozni a kerettantervi tartalmakkal. A munkacsoport áttekintette az érettségi vizsgák rendszerét különböző országokban, megismerte a hazai elképzeléseket, és kidolgozott több javaslatot az érettségi fejlesztésének lehetséges irányaira.

<sup>1</sup> Az értekezésben a 2005 és 2015 közötti időszak vizsgái szerepelnek.

<sup>2</sup> Minden évben két időszakban lehet érettségi vizsgát tenni, 2006-ban volt egy téli időszak is.

<sup>3</sup> 2005-ben (a középszintű feladatsor idő előtti nyilvánosságra kerülése miatt) négy középszintű és két emelt szintű feladatsort állítottak össze az Oktatási Hivatalban (ezekből egyet-egyét csak idegen nyelven). 2006-ban (a téli vizsgaidőszakkal együtt) négy, 2007 óta minden évben három feladatsort írtak meg a vizsgázók.

<sup>4</sup> A továbbiakban amikor „érettségi vizsgáról” van szó, akkor ez alatt a legtöbbször „matematika érettségi vizsgát” kell érteni.

Mindehhez felhasználtam saját tapasztalataimat, melyeket a szóbeli vizsgáztatás, valamint az írásbeli dolgozatok javítása és felüljavítása során az elmúlt években szereztem. A munkába bevontam a matematika érettségi tételkészítő bizottságot is. A javaslatainkból – széleskörű szakmai egyeztetés után – jogszabály lett, így 2017-től már az új szabályok és követelmények szerint zajlik a matematika érettségi vizsga.

A fentiek azt bizonyítják, hogy érdemes végigtekinteni az eddig eltelt időszak feladatsorain, eredményein, és megvizsgálni, hogy bevált-e a körülbelül 20 éve kitalált és 12 éve bevezetett rendszer. Disszertációmban először az érettségi vizsgához kapcsolódó elméleti tudnivalókat foglalom össze. Ezután a kutatás során gyűjtött adatok alapján vizsgálom a 2005 és 2015 közötti időszak legfontosabb jellemzőit. Részletesen elemzem a 2012. évi írásbeli érettségi vizsga eredményeit. Ezt követően néhány problémás területet mutatok be, melyek egy részére megoldási javaslatot is teszek. Végül az érettségi vizsga jövőjét illető elképzeléseket vázolólok fel és értékelem.

## **1.2. Kutatási kérdések**

Értekezésemben az alábbi kérdésekre keresem a választ:

1. Mennyire felel meg az érettségi vizsga matematikából a kitűzött mérési és egyéb céloknak? Megbízható, objektív, érvényes mérőeszköz? Alkalmas a közoktatás lezárására és a felsőoktatásba való beléptetésre?
2. Van-e a matematika érettségi vizsgának olyan része, amely a kutatások alapján alapvető változtatásra szorul? Ha igen, akkor milyen módon lehet ezt megtenni?
3. Kimutatható-e azoknak a témaköröknek az eredményes középiskolai tanítása, melyek 2005 előtt nem szerepeltek az érettségi követelmények között (például gráfok, statisztika és valószínűségszámítás)? Megállapítható-e a kutatási eredmények alapján a szöveges, modellezést igénylő feladatok oktatásának eredményessége? Kimutatható-e valamilyen változás ezekben a kérdésekben az elmúlt 10 év során?

## 2. Az elméleti háttér

### 2.1. Az értékelés szerepe és típusai az oktatásban

A tanítás-tanulás folyamatának egyik (igen tág) alapfogalma az *értékelés*. Széles értelemben a következőket értjük alatta: valamely folyamat működésének és/vagy eredményének módszeres vizsgálata abból a célból, hogy az előzetesen meghatározott elvárásoknak megfelel-e. Az értékelés részét képezheti a folyamat javítása, továbbfejlesztése. (Weiss, 2005)

Az értékelés tehát a vizsgált pedagógiai folyamatban a visszacsatolás funkcióját látja el. Célja, hogy információt adjon a pedagógiai folyamat résztvevőinek (tanároknak, tanulóknak, szülőknek, az oktatáspolitikai döntéshozóinak) arról, hogy az adott folyamat milyen mértékben éri el a kitűzött célokat. (Csapó, 2005)

Az értékelés az oktatás különböző szintjein mást és mást jelent. *Mikroszinten* (osztályterem) a közvetlen tanár-diák kapcsolatban jelenik meg, *mezoszinten* (iskola) a tanulócsoporthoz, osztályok teljesítményét méri, *makroszinten* (országos oktatási rendszer) az egész oktatás működését jellemezheti. (Csapó, 1998)

Az értékelésnek mikroszinten kétféle funkciójáról beszélhetünk. Van természetesen *informáló* funkciója (visszacsatolás a tanár és a tanuló számára egyaránt, minősítés a szülők, a következő iskolafokozat felé), ugyanakkor erős a *motiváló* funkciója is.

A pedagógiai értékeléseket, illetve az értékeléshez kapcsolódó információgyűjtést (tesztelés) többféleképpen csoportosíthatjuk.

Beszélhetünk *leíró* (a teljesítményt bizonyos tényezők mentén, de viszonyítás nélkül számba vevő), *normatív* (a tanulók teljesítményét másik tanuló(k) teljesítményéhez viszonyító), *kritériumorientált* (az elvárt minimális követelményekből kiinduló) és *standardra vonatkoztatott* (az elvárt, hierarchizált követelményekből kiinduló) értékelésről.

Az értékelés lehet *kvalitatív* (minőségi, az eredmények kötöttség nélküli, szubjektív elemzése) vagy *kvantitatív* (mennyiségi, ha a teljesítményt valamilyen számmal vagy számszerű értékkel fejezzük ki).

Az értékelések csoportosítása történhet az *oktatási folyamatban elfoglalt helyük* szerint. A *diagnosztikus* értékelésre az oktatási folyamat valamely szakasza előtt kerül sor; célja elsősorban annak felmérése, hogy a tanulók rendelkeznek-e az újabb egység teljesítéséhez szükséges előzetes tudással; a kapott információ elsősorban a tanárnak szól. A *formatív* értékelésre az oktatási folyamat közben folyamatosan vagy legalábbis gyakran kerül sor; legfontosabb funkciója a tanulási folyamat segítése; elsősorban a diáknak szól. A *szummatív* értékelés helye az oktatási folyamat valamely egységének végén van; fő célja

egyfelől információ szerzése az adott egység során megszerzett tudásról, másfelől a minősítés; egyszerre szól a tanárnak, a tanulónak és a kívülilágnak. (Vidákovich, 1990)

Az értékelések alapját képező tesztek lehetnek *pszichológiaiak* (ezek a vizsgált személyek tulajdonságait, személyiségének vonásait vizsgálják) vagy *pedagógiaiak* (melyek a tanulók fejlődését hivatottak elősegíteni). A pedagógiai tesztek egy része a tanulók tudásának értékelésére irányul, ezeket *tudásszintmérő* teszteknek nevezzük. A tudásszintmérő tesztek között megkülönböztetjük a *tanárok által készített* és a *standardizált* tesztek. (Csapó, 2000) A standardizált tesztek hivatásos tesztkészítők által, hosszabb fejlesztési folyamat és kipróbálás eredményeként jönnek létre.

*Teszt* alatt a szakirodalom olyan mérőeszközt ért, amely valamilyen tulajdonságot, tudást megfelelő skálán mér. A tesztek (illetve bizonyos esetekben a tesztet alkotó *rész-tesztek*) *feladatokból* állnak, melyek legkisebb, önállóan is értékelhető egysége az *item*. A klasszikus tesztelmélet szerint a jól megoldott item 1 pontot ér (0 pont jár a rosszul megoldott itemre), így egy teszt összpontszáma tulajdonképpen a jól megoldott itemek száma.

Az oktatásban (ezen belül is elsősorban a közoktatásban) a fenti értékelési és teszt-típusok mindegyikével találkozhatunk. (Egy-egy teszt persze sokszor nem sorolható be egyértelműen a fenti kategóriák valamelyikébe.) Az oktatás tömegessé válásával a tesztek szerepe jelentősen megnőtt. A tanár egy-egy tanulócsoportban 10-30 (nagyon különböző képességű és tudású) diákkal áll kapcsolatban, így nyilvánvalóan nem képes a tudásuk feltérképezésére megfelelően összeállított dolgozatok, tesztek nélkül.

A magyar közoktatás speciális színfoltjaként érdemes megemlíteni a hatodik, nyolcadik és tízedik évfolyamon lebonyolított *országos (kompetencia)méréseket*, melyek a legközelebb állnak a standardizált tesztekkel szemben támasztott követelményekhez. A mérések célja az iskolák és fenntartóik számára a helyi szintű értékeléshez szükséges adatok biztosítása, és a pedagógiai mérés-értékelés módszereinek terjesztése. (Balázsai és mtsai, 2015)

Külön kategóriát képeznek azok tesztek, amelyek az *iskolafokokozatok közötti átmenetet* biztosítják. Magyarországon ilyenek a négy-, hat- és nyolcosztályos gimnáziumok központilag összeállított felvételi feladatsorai, illetve az érettségi vizsga. Ezeknek a teszteknek az a fő funkciójuk, hogy viszonylag rövid idő alatt, nagy számú tanuló tudását, képességeit megbízhatóan mérjék fel. Ezeknek a teszteknek a segítségével lehetőség van arra, hogy térben és időben távol eső teljesítményeket egységes skálán hasonlítsunk össze. Térben, mivel az ország minden tanulója az adott évfolyamon ugyanazt a tesztet oldja meg, és időben, mivel ezek segítségével (ha megfelelően lettek összeállítva) a kü-

lönböző évek teljesítménye is összehasonlítható. Ezeknek a teszteknek az eredménye (elvileg) nem függ az adott tanuló tanárának szubjektív véleményétől, a tanulóról alkotott előítéleteitől.

Az *érettségi vizsga* Magyarországon különleges helyet foglal el a pedagógiai mérések között. Egyrészt több mint másfél évszázados múltja minden más ilyen jellegű értékelés múltjánál messzebb nyúlik vissza. Másrészt a jelenlegi magyarországi közoktatásban ez az egyetlen olyan értékelés, amelyen való megfelelés valamilyen bizonyítvány kiállításával és az ezzel járó jogosultságok megszerzésével jár.<sup>1</sup> Harmadrészt az érettségi nem csupán egy vizsga, hanem sokszor a felnőtté válás jelképe is. (Csapó, 2014) Mindezek miatt az érettségi vizsgát Magyarországon megkülönböztetett figyelem övezi az oktatásírányítás és a közvélemény oldaláról egyaránt.

A magyarországi érettségi vizsga a fent említett jellemzők alapján *makroszintű, standardra vonatkoztatott, kvantitatív, szummatív, tudásszintmérő* vizsga.

## 2.2. A tesztelméleti szempontok

### 2.2.1. A klasszikus tesztelmélet

A klasszikus tesztelmélet (Horváth, 1991) alapegyenlete a következő:

$$M = V + H,$$

ahol  $M$  egy adott tulajdonság mérése során kapott (mért) értéket,  $V$  a tulajdonság valódi értékét,  $H$  a hibát jelöli. A klasszikus tesztelmélet mindehhez néhány axiómát kapcsol, ilyen például, hogy  $H$  várható értéke nulla; hogy  $V$  és  $H$  között a korreláció nulla; stb. Az elmélet szerint egy teszt akkor mér jól egy adott tulajdonságot, ha  $M$  és  $V$  jól korrelál egymással.

A teszt ilyen értelemben vett megfelelőségét reliabilitásnak (megbízhatóságnak) nevezzük, amelynek mérőszáma a reliabilitási együttható, az  $M$  és  $V$  közötti korrelációs együttható négyzetével egyenlő.

Ezzel az elmélettel a gyakorlatban az a probléma, hogy a  $V$  értékét általában nem ismerjük. Ezért a klasszikus tesztelmélet megalkotói számos, a mért értékek segítségével számítható reliabilitási mutatót dolgoztak ki, melyek segítségével a reliabilitás becsülhető.

---

<sup>1</sup> Az Oktatáskutató és Fejlesztő Intézetben (OFI) 2013 és 2015 között az általam vezetett munkacsoport foglalkozott egy a nyolcadik évfolyamos tanulók számára bevezetendő standardizált mérés lehetőségével. Ennek egyik célja az lenne, hogy az általános iskolából valamiért korábban kimaradó (azóta esetleg felnőtt) személyek igazolni tudják, hogy az első nyolc osztály legalapvetőbb ismereteivel rendelkeznek (OFI, 2015).

A XX. század 50-es éveiben kidolgozott elmélet a 60-as évek végére számos problémába ütközött. Kiderült, hogy azoknál a tudásszintmérő teszteknel, ahol az adott tulajdonság valódi értékeinek eloszlása nem normális eloszlású, ott a klasszikus tesztelmélet formulái nem használhatók. Ez vezetett a valószínűségi tesztelméletek kidolgozásához.

### 2.2.2. A valószínűségi tesztelméletek

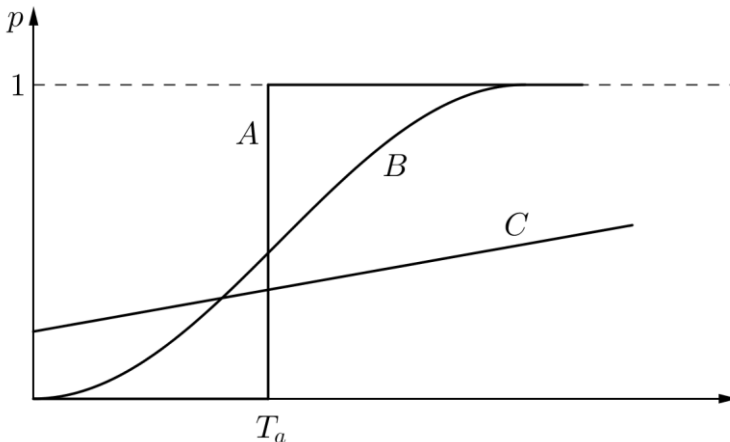
A valószínűségi tesztelméletek (Horváth, 1991; Csapó, 2005) alap gondolata az, hogy egy-egy item megoldásának a valószínűségét vizsgálja: magasabb tudásszintű tanuló egy itemet nagyobb valószínűséggel old meg, mint egy alacsonyabb tudásszintű társa. Másként fogalmazva: egy item megoldása nem determinisztikus, hanem valószínűségi jellegű.

A 2.1. ábrán három különböző item megoldásának valószínűségi görbéit ábrázoltam. A vízszintes tengelyen a tanuló tudását, a függőleges tengelyen pedig egy adott item megoldásának valószínűségét tüntettem fel.

Az  $A$  jelű görbe egy olyan item karakterisztikáját jelöli, amelyet egy adott ( $T_a$ -val jelölt) szint alatti tudással rendelkező tanuló nem, egy ennél magasabb tudású tanuló viszont biztosan meg tud oldani. Ez a görbe nyilvánvalóan egy szélsőséges esetet mutat be, a valóságban ritkán fordul elő.

Gyakrabban figyelhetünk meg  $B$  típusú,  $S$  alakú görbéket. Ezt adott esetben átlagosan szintén a  $T_a$  tudásszinttel rendelkező tanulók oldják meg, de valamilyen kisebb valószínűséggel azok is, akik ezt a szintet nem érik el, illetve az ennél magasabb szinten lévők sem biztos, hogy meg tudják oldani.

A  $C$  típusú görbe olyan itemhez tartozik, amelyet közel azonos valószínűséggel oldanak meg alacsony tudásszintű és jobb tanulók. Az ilyen karakterisztikájú itemnek tehát alacsony a differenciáló ereje.



2.1. ábra: Különböző itemek karakterisztikus görbéi

### 2.2.3. A tesztek jóságmutatói

#### Objektivitás

Egy teszt objektivitása azt jelenti, hogy a teszt eredményének függetlennek kell lennie attól, hogy ki végzi a mérést. Megkülönböztetünk adatfelvételi és értékelési objektivitást.

*Az adatfelvétel objektivitásához* az adatfelvevő feladatának, lehetőségeinek pontos leírása szükséges, továbbá az, hogy a teszt megíratását független személy végezze, ha a teszt eredménye valamilyen módon az adott csoporttal foglalkozó pedagógus munkáját is méri.

*Az értékelés objektivitásához* egyértelmű, szigorúan szabályozott javítási útmutató szükséges. Nyilvánvalóan a legjobb eredményt ezen a téren a feleletválasztós tesztek adják, azonban az ilyen típusú teszteknek egyéb hátrányai vannak.

#### Reliabilitás

Egy teszt reliabilitása a teszt megbízhatósága, azt jelenti, hogy mennyire jól méri az adott teszt, amit mér. A reliabilitásra kidolgozott mutatók (például a Cronbach- $\alpha$ ) egy 0 és 1 közötti értékkel adják meg egy teszt reliabilitás-mutatóját: az 1 közeli értékek azt jelentik, hogy a tesztet többször egymás után felvéve az adott tanulócsoporthoz eredményei mindig közel azonosak lennének. A reliabilitás a feladatok jósága mellett a tanulócsoporthoz összetételétől is függ.

#### Validitás

A teszt érvényessége (validitása) az a tulajdonsága, hogy a teszt valóban azt méri-e, amiért összeállítottuk. A tesztek validitása is mérhető egy 0 és 1 közötti mérőszámmal, ami tulajdonképpen egy speciális reliabilitás-mutató. Megkülönböztethetjük egy teszt *mintavételi validitását* (megfelelően választottuk-e ki a tesztbe kerülő feladatokat), *skálázási validitását* (a javítási útmutatóban szereplő pontozás megfelelően veszi-e figyelembe egy feladat nehézségét, fontosságát), illetve *prediktív validitását* (a teszteredmény jól jelzi-e előre egy adott tanuló jövőbeni teljesítményét, ez főleg felvételi teszteknel fontos szempont).

Egy teszt érvényességének szükséges feltétele a megbízhatósága, ami fordítva nem igaz: attól még, hogy egy teszt nem valid, megbízható lehet, legfeljebb nem azt méri (jól), amiért összeállítottuk.

## 2.2.4 Tesztek összeállítása, a vizsgafejlesztés folyamata

A szakszerűen összeállított vizsgák fejlesztésének folyamata az alábbi lépések mentén történik (Einhorn, 2012):

1. A mérési célok és követelmények rögzítése.
2. A mérőeszköz és az értékelési rendszer megtervezése.
3. A mérőeszköz fejlesztése, kipróbálása, továbbfejlesztése.
4. A mérés lebonyolítása, értékelés.
5. A mérési eredmények elemzése.

Természetesen a folyamat nem teljesen lineáris, a 3., 4. és 5. lépéseket az 1., 2. és 3. pontokra való visszacsatolási lépések követhetik. Az ellenőrzés fontos folyamat, a vizsga minőségének lényeges kritériuma.

## 2.3. A rendszerszintű értékelés

Az oktatási rendszerekben már régóta jelentkező igény, hogy a különböző iskolákból kikerülő tanulók tudását országosan (vagy akár nemzetközileg) egységes elvek alapján kidolgozott vizsgákon (is) mérjék. Egy ilyen vizsga a tanítási folyamatra is visszahat, egységesíti az iskolai oktatást.

Az oktatási rendszerek vizsgálata a létező vizsgarendszerek szempontjából több szempont alapján történhet.

- Létezik-e egyáltalán valamilyen vizsga? Ha nem, akkor mi alapján történik az értékelés?
- Ha létezik vizsga, akkor mely korosztályokat, iskolatípusokat értékeli?
- Belső (iskola által szervezett és lebonyolított) vagy külső (egy külső intézmény irányítása és felügyelete mellett történő) a vizsga?
- Egy vagy többszintű a vizsga?
- Országosan egységes-e a vizsga?
- Mit jelent a továbbtanulás szempontjából a vizsga eredményes teljesítése?

Magyarországon ilyen egységes elvek alapján kidolgozott vizsgának tekinthetők a középiskolai felvételi vizsgák, az országos (kompetencia) mérések, a nemzetközi mérések (PISA, TIMMS), valamint az érettségi vizsga. A továbbiakban már csak e legutóbbit vizsgáljuk.

## 2.4. Az érettségi vizsga Magyarországon

### 2.4.1. A kétszintű érettségi vizsga előzményei

Állami érettségi vizsga 1851 óta létezik Magyarországon. Az elmúlt másfél évszázad alatt az érettségi vizsga természetesen jelentős fejlődésen és számtalan változáson ment keresztül. (Baski, 2005; Tóttössy, 2005; Vancsó, 2014)

A rendszerváltozást megelőző évtized érettségi vizsgáját az 1978-tól kibontakozó reform határozta meg: ez a tantárgyak fakultációs lehetőségeit állította az oktatás további modernizálásának középpontjába. 1982-ben vezették be a közös érettségi-felvételi vizsgát.

1985 májusában új oktatási törvényt fogadott el az Országgyűlés, és a törvény szellemében szerkesztett Gimnáziumi és Szakközépiskolai Érettségi Vizsgaszabályzat egységes szerkezetbe foglalta az érettségit. 1993. szeptember 1-jén újabb közoktatási törvény lépett életbe. A törvényhez kapcsolódó vizsgaszabályzat 1995-ben jelent meg, de szerkezete még a korábbi idézte. Az érettségi vizsga ekkor már továbbtanulásra jogosított, de a felsőoktatási intézmények további követelményekhez köthették a felvételt. (Lajos és társai, 2002)

A végül 2005-ben bevezetett egységes, kétszintű, standardizált érettségi vizsgát az 1995-ben nyilvánosságra hozott vizsgakoncepció, majd az erre épülő 100/1997-es kormányrendelet alapozta meg. A kormányrendeletet további többéves intenzív szakmai és társadalmi vita követte, miközben a kétszintű vizsga fejlesztése és részletes kidolgozása zajlott. (Horváth, Lukács, 2005) Az érettségi eredmények 2003 óta számítanak be a továbbtanulási eredményekbe, 2005-től pedig megszűnt az érettségitől elkülönülő felsőoktatási felvételi vizsga.

#### **2.4.2. A kétszintű érettségi vizsga**

A kétszintű érettségi legfontosabb jellemzői a következők.

A vizsga *egységes*: azaz a különböző középiskolai képzési irányok, iskolatípusok diákjai azonos követelmények szerint és vizsgafeladatsorok alapján vizsgáznak. Ez a nemzetközi gyakorlatban ritkaságnak számít. (Mátrai, 2001)

A vizsga *kétszintű*: a differenciálási lehetőséget a különböző motivációjú és képzettségű diákok számára a két vizsgaszint biztosítja. A középszint az eredeti koncepció szerint a munka világába, az emelt szint pedig a felsőoktatásba való belépésre jogosított volna fel, ám a felsőoktatási intézmények túlnyomó többsége kezdetben – autonómiájával élve – nem tette kötelezővé az emelt szintű vizsgát, amely ma már ismét egyre több szakon felvételi követelmény. A középszint külsőleg kontrollált belső vizsga, az emelt szint minden vonatkozásában külső vizsga.

A vizsga *standardizált*: bárki, bárhol vizsgázik, azonos követelményeknek kell eleget tennie. Ez korábban elsősorban az egyetemi szóbeli vizsgákon nem érvényesült. 2005-ig sem az érettségi, sem a felsőoktatási felvételi vizsga mögött nem voltak kidolgozott, legitim és nyilvános követelmények. Az egységes szerkezetű, általános és részletes vizsgakövetelmények, valamint a vizsgaleírások biztosítják az egységes követelményeket.

Végül a vizsgafejlesztéshez társult egy nagyfokú *tartalmi modernizáció* is: a Nemzeti Alaptantervnek az osztálytermek szintjét csak csekély hatásfokkal elérő tartalmi váltását a kimenet-szabályozás eszközével hatékonyabban lehetett érvényesíteni. (Lukács, Vancsó, 1996)

## 2.5. A (matematika) érettségi vizsga külföldön

A középfokú tanulmányokat lezáró vizsga valamilyen formában szinte minden országban létezik. (Mátrai, 2001) Ezek a vizsgák azonban nagyon különbözőek lehetnek az egyes országokban, illetve országon belül is időről időre jelentős változáson mennek keresztül. (West, Edge, Stokes, 1999; Csapodi, 2001; Ofqual, 2012; Kákonyi, 2015) Az alábbiakban röviden bemutatom néhány európai ország ilyen típusú vizsgáit, különös tekintettel a matematika tantárgy számonkérésére. A kiválasztott országok között van olyan, ahol egyszintű, központosított vizsgarendszer működik (*Ausztria*); van, ahol – Magyarországhoz hasonlóan – a vizsga kétszintű és központi összeállítású (*Finnország*); van, ahol nem kötelező mindenkinek matematikából érettségiznie (*Franciaország*), és van, ahol egyáltalán érettségi vizsgát sem kötelező tenni a középiskola sikeres lezárásához (*Lengyelország*); olyan országra is mutatok példát, ahol számítógép használható a matematika érettségi vizsgán (*Dánia*).

### Ausztria

Ausztriában 2015-ben új, központosított, egyszintű érettségi vizsgát vezettek be (Budapesti Osztrák Iskola, 2015). Korábban a feladatsorokat a tanulók saját tanárai állították össze, a külső kontroll szintje nagyon alacsony volt. Az új rendszerben a feladatsorokat központilag állítják össze a javítási útmutatóval együtt, a dolgozatok javítása azonban továbbra is az iskolákban történik. A tanulók választhatnak, hogy három írásbeli és három szóbeli vagy négy írásbeli és két szóbeli vizsgát tesznek-e le. Mindenkinek kötelező német nyelvből, matematikából, és egy idegen nyelvből írásbeli vizsgát tenni.

Az osztrák matematika érettségi 2015 óta két részből áll. Az első részben 24 darab, elsősorban alapkészségeket mérő egyszerű feladatot kell megoldania a vizsgázónak 120 perc alatt. A második részben 4-6 egyszerűbb és összetettebb alfeladatból álló, a tanult ismeretek alkalmazását mérő feladat szerepel, melyek megoldására 150 perc áll a vizsgázók rendelkezésére. Számológép mindkét részben használható.

A vizsgát meglehetősen bonyolult szabályok szerint értékelik. Ha a vizsgázó az alapfeladatokból (ezek szerepelhetnek az első és a második részben egyaránt) nem tud legalább 16-ot jól megoldani, akkor megbukott a vizsgán, akár-milyen jól is oldotta meg az összetettebb feladatokat.

## Finnország

Finnországban az iskolák bonyolítják le a középfokú tanulmányokat lezáró vizsgákat, de a feladatsorokat központilag állítják össze. Egy tárgyból (anyanyelv) kötelező mindenkinek vizsgázni, további három tárgyat kell kiválasztani a következő négy közül: második hivatalos nyelv, idegen nyelv, matematika, általános műveltség. A nyelvi és a matematika érettségi vizsgát – a vizsgázó választása alapján – két szinten lehet letenni, minden tárgyból csak írásbeli vizsga van. Az érettségi vizsga birtokában a diák jogosultságot szerez felsőfokú tanulmányok folytatására. (Sahlberg, 2013)

A matematika érettségi vizsgán mindkét szinten három részből (A, B1 és B2) áll a vizsga. Az A részben 4 kérdést kell megválaszolni számológép használata nélkül, a B1 részben 5, a B2 részben 4 feladatból kell 3-at megoldani, számológép és függvénytábla a B részben használható. A dolgozatokat a vizsgázó saját középiskolai tanára javítja ki, de a javítást központilag ellenőrzik.

A finn érettségi rendszer nagy átalakítás előtt áll. A tervek szerint 2016 és 2019 között fokozatosan digitalizálják az érettségi vizsgát. (Britschgi, 2015)

## Franciaország

A francia közoktatást lezáró vizsgákat központilag állítják össze és javítják ki. (Files on School Education, 2005) A diák középiskolai képzésének megfelelően létezik természettudományos (*scientifique*, S), közgazdaság- és társadalomtudományi (*économique et sociale*, ES), továbbá bölcsészettudományi (*littéraire*, L) változata a vizsgáknak. Francia nyelvből mindhárom változatban kötelező vizsgát tenni, de a többi vizsgatárgy különbözik az egyes esetekben. Matematikából csak az S és ES változatok esetében kötelező mindenkinek vizsgázni, az L változatot választók számára ez csak egy a választható tárgyak közül. Érdekes, hogy a vizsga végső értékelésének kialakításába az egyes tárgyak eredménye nem ugyanakkora súllyal számít bele.

A matematika érettségi mindhárom változatban írásbeli vizsga, de a vizsgák tartalmi és formai tulajdonságai különbözők. (Franciaországi érettségi feladatsorok) Az S változatban 4 óra alatt kell négy – sok alfeladatból álló – feladatot megoldania a vizsgázónak. Az ES változatban szintén négy megoldandó feladat szerepel, melyre 3 óra áll a vizsgázó rendelkezésére. Aki az L változatban érettségizik, de a matematikát választja egyik vizsgatárgynak, az szintén az ES változatot írja meg. A vizsgázók számológépet használhatnak.

## Lengyelország

A lengyel diákoknak nem kötelező vizsgát tenni a középiskola befejezése után. Dönthetnek úgy is, hogy iskolai eredményeik alapján egy záróbizonyítványt

kérnek. Ha viszont a felsőoktatásban szeretnének továbbtanulni, akkor érettségi vizsgát kell tenniük. A lengyel érettségi vizsgák írásbeli és szóbeli részekből állnak, az írásbeli vizsgákat központilag állítják össze és értékelik, a szóbeli vizsgák tételeinek összeállítása az iskolai tanárok feladata. Írásban alapszinten kell vizsgázni lengyel nyelvből, matematikából és idegen nyelvből. Ezeken felül egy választható tárgyból (amely lehet az előbb felsorolt három tárgy egyike is) kötelező emelt szinten írásbeli vizsgát tenni. Szóbeli vizsgát kell tenni lengyel nyelvből, egy idegen nyelvből és még egy további nyelvből. (Smoczyńska, 2014)

Lengyelországban a középszintű matematika érettségi vizsgán 25 darab 1 pontos feleletválasztós feladatot, majd 9 darab 2-5 pontos kifejtendő példát kell megoldania a vizsgázónak. Emelt szinten 11 darab egyenként 3-6 pontos feladatot tartalmaz a vizsga. (Lengyelországi érettségi feladatsorok) Számológép mindkét szinten használható.

## Dánia

Dániában az érettségi vizsga összeállítása és javítása egyaránt központilag történik. A középiskolai képzés típusától és a diák választásától függően minden tárgyból három szinten lehet vizsgázni. (Ministry for Children, Education and Gender Equality, 2016)

Matematikából mindenkinek kötelező érettségi vizsgát tennie. A vizsgák két részből állnak. Az első részben csak papírt és tollat használhatnak a vizsgázók, viszont a második részben számológépet is. A számológépen bármilyen program használható, de a diákok egymással természetesen nem kommunikálhatnak.

Érdekes még megemlíteni a közeljövőben bevezetendő, jelenleg tesztelés alatt álló új jellegzetességét a vizsgának. A magasabb szinten vizsgázó diákok az érettségi előtt pár héttel kapnak majd egy matematikai tartalmú, 15-20 oldalas szöveget. A vizsga néhány feladata a kapott szöveg megértését fogja vizsgálni. (Katja Kofod Svan<sup>1</sup> – személyes közlés, 2016. 04. 14.)

## 2.6. A matematika érettségi vizsga Magyarországon

### 2.6.1. A matematika érettségi vizsga 2005 előtt

Magyarországon 1959-ig a matematika érettségi iskolai (belső) vizsga volt. Központi matematika érettségi 1959 óta létezik, és az évtizedek alatt tartalmában, szerkezetében sok változáson ment keresztül. (Lukács, 2006) Sokáig volt szóbeli része is, 1973 óta azonban a szóbeli vizsga csak az elégtelen írásbeli vizsga javítására szolgál. Szintén ebben az évben vezették be a felvételizők

---

<sup>1</sup> Katja Kofod Svan Dániában a matematika érettségi feladatsorokat összeállító bizottság tagja.

számára a közös érettségi-felvételi vizsgát, amely mind szerkezetében, mind nehézségében eltért az iskolai érettségi vizsgától. 1975-től jelent meg a szak-középsiskolákban a központi írásbeli érettségi, amely szerkezetében azonos volt a gimnáziumokéval, de 2001-ig más feladatokból állt. 1981-től kezdve a feladatokat az Összefoglaló feladatgyűjtemény matematikából című, mindenki számára ismert és hozzáférhető kötetből tűzték ki.

## 2.6.2. A kétszintű matematika érettségi vizsga

A többéves vizsgafejlesztés eredményeképpen 2005-ben bevezetett kétszintű matematika érettségi jellemzőit foglaljuk össze az alábbiakban.

*Középszinten* csak írásbeli vizsgát kell tenni a tanulóknak, mely két feladatlapból áll. Az I. feladatlap 10-12 feladatot (az elmúlt évek gyakorlatában ez mindig 12 volt) tartalmaz, amely az alapfogalmak, definíciók, egyszerű összefüggések ismeretét hivatott ellenőrizni. Az I. feladatlap megoldására 45 perc áll rendelkezésre. A II. feladatlap megoldási időtartama 135 perc. A II/A rész három, egyenként 9-14 pontos feladatot tartalmaz. A feladatok egy vagy több kérdésből állnak.<sup>1</sup> A II/B rész három, egyenként 17 pontos feladatot tartalmaz, amelyből a vizsgázó választása szerint kettőt kell megoldani. A feladatok a középszintű követelmények keretein belül összetett feladatok, általában több témakört is érintenek és több részkérdésből állnak. Az I. rész összpontszáma 30, a II. rész összpontszáma 70, így az írásbeli vizsga összpontszáma 100. Szóbeli vizsgát csak annak kellett tennie, akinek az írásbelin elért eredménye elérte a 12, de nem érte el a 25%-ot. (2012 előtt a szóbelire bocsátás feltétele a legalább 10%-os, de 20%-ot el nem érő írásbeli eredmény volt.)

Az *emelt szintű* írásbeli vizsgán a vizsgázóknak 240 perc alatt egy központi feladatsort kell megoldaniuk. A vizsgázó a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg a feladatlap két része között. Az I. részfeladatsor négy feladtból áll. Ezek az emelt szintű követelmények alapján egyszerűnek tekinthetők, többnyire a középszintű követelmények ismeretében is megoldhatók. A feladatok több részkérdést is tartalmazhatnak.<sup>2</sup> A II. részfeladatsor öt, egyenként 16 pontos feladtból áll. Ezek közül legalább kettőben a gyakorlati életben előforduló szituációból származik a probléma, így a megoldáshoz a vizsgázónak a szöveget le kell fordítania a matematika nyelvére, azaz matematikai modellt kell alkotnia, abban számításokat végeznie, s a kapott eredményeket az eredeti probléma szempontjából értelmezve kell válaszolnia a felvetett kérdésekre. A vizsgázónak az öt feladtból négyet kell kiválasztania és megoldania. A feladatok általában egy-két témakör ismeretanyagára támaszkodnak. Az I.

<sup>1</sup> A 2017-ben életbe lépő módosítások következtében a feladatok mindig több részfeladtból állnak.

<sup>2</sup> 2017-től legfeljebb egy olyan feladat lehet ebben a részben, amely nem áll több részfeladtból.

rész összpontszáma 51, a II. rész összpontszáma 64, így az írásbeli vizsga összpontszáma 115. Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik.

A javítási-értékelési útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldásait, azok lehetséges változatait, az egyes megoldási lépésekre adható részpontszámokat.

Az írásbeli vizsgán (mindkét szinten) használható segédeszközök: függvénytáblázat, szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő. Ezekről a vizsgázó gondoskodik.

Az írásbeli feladatsorok tartalmi arányait is a vizsgaleírás tartalmazza, ezek az alábbiak:

Témakör	Középszint	Emelt szint
I. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika	20%	25% <sup>1</sup>
II. Aritmetika, algebra, számelmélet	25%	20% <sup>1</sup>
III. Függvények, az analízis elemei	15%	20%
IV. Geometria, koordináta geometria, trigonometria	25%	20%
V. Valószínűség számítás, statisztika	15%	15%

Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen egyfelől vannak feladatok, amelyek több különböző, lényegesen eltérő módon is megoldhatóak, másfelől nehéz az egyes témakörök között pontosan felosztani egy összetett feladat itemeit.

Az emelt szintű szóbeli vizsga központi tétel sor alapján zajlik, mely lényegében a teljes középiskolai tananyagot felöleli. A vizsgázó a központilag összeállított és előre nyilvánosságra hozott tételek közül egy tételt húz, melyet önállóan kell kifejtenie. A szóbeli vizsgán elérhető pontszám 35, az értékelés szintén központi értékelési útmutató alapján történik.

Az emelt szintű vizsga követelményei tartalmazzák a középszintű vizsgakövetelményeket, esetenként változatlan tartalommal, magasabb műveleti szinten, nehezebb feladatokon keresztül számon kérve.

---

<sup>1</sup> 2017-től emelt szinten – a középszinthez hasonlóan – az I. témakör aránya lesz 20%, a II. témaköré pedig 25%.

A 2005-től érvényes részletes vizsgakövetelmények olyan új tartalmak megjelenését jelentették a vizsgán (úgy közép-, mint emelt szinten), melyek korábban egyáltalán nem vagy csak kisebb súllyal szerepeltek az érettségiben. Teljesen új elemnek tekinthető a gráfelmélet, a matematikai statisztika és a valószínűségszámítás, továbbá emelt szinten az analízis megjelenése, míg a korábbinál lényegesen fontosabb szerepe lett a gondolkodási módszereknek, a matematikai logikának és a kombinatorikának, valamint előtérbe kerültek a szövegértési, modellalkotási kompetenciákat számon kérő feladattípusok. A 2005-ös és 2006-os év feladatsorainak részletes elemzéséről készült tanulmányok kimutatták, hogy az új tartalmak nem okoztak extra nehézséget a tanulóknak, a régi és az új témakörökből kikerült feladatok megoldottsága közt nem mutatkozott lényeges különbség. (Lukács, 2007, 2008) A 2012. és 2015. évi eredmények tükrében én is hasonló megállapítást tettem, erről később még részletesen írok.

A korábbi írásbeli vizsgához, illetve a központi érettségi-felvételi feladatsorokhoz képest a már említettekén kívül további lényeges különbség, hogy a vizsga mindkét szintjén lehetőség van a feladatok közti választásra (egy feladat kihagyására). Ez utóbbi némiképpen megnehezíti a diákok teljesítményének összehasonlítását, hiszen tekinthetjük úgy is, hogy például középszinten három különböző feladatsor közül választhat a diák, még ha ez a különbség nem is túlságosan jelentős.

A középszintű vizsgán kikerült a követelmények közül az ismert tétel bizonyítása és a definíció kimondása, részben ezek helyett jelent meg a definíciók és tételek közvetlen, egyszerű, többségében indoklás nélküli alkalmazását megkövetelő I. részfeladatsor. Szemben a közös érettségi-felvételi feladatsor 7-8. feladatával, az emelt szintű feladatsorból kikerültek a különleges ötletet igénylő, inkább versenyfeladat jellegű feladatok. Az írásbeli vizsga javítási-értékelési útmutatója igen részletesen, jellemzően 1-2 pontos itemekre lebontva közli a megoldásokat (esetenként többet is), és igyekszik a további (nem részletezett) megoldásokat is figyelembe véve fogalmazni.

### **2.6.3. A kétszintű matematika érettségi vizsga összeállítása**

Az érettségi vizsga összeállítása bizalmi feladat. Sem a feladatsorokat összeállító bizottságok tagjainak személye, sem a készülő feladatsorok nem nyilvánosak, sőt ez utóbbiak különösen titkos minősítésűek. A munkát az Oktatási Hivatal koordinálja.

A 2.2.4. pontban bemutatott, „ideálisnak” tekinthető vizsgafejlesztési lépések csak részben valósulnak meg a matematika érettségi vizsga fejlesztése során.

A mérési célok meghatározása (1. lépés) és a mérőeszköz szerkezete (2. lépés) természetesen jogszabályban rögzítve van.

A mérőeszköz fejlesztése (3. lépés) során először a bizottság létrehozza az írásbeli feladatsorokat és azok értékelési útmutatóját. A munka során a jogszabályi megkötések mellett (érettségi vizsgakövetelmények és vizsgaleírás) csak saját szakmai tapasztalatukra hagyatkozhatnak. Az összeállított feladatsorokat több körben szakmai lektorok ellenőrzik, akik szintén csak a megérzéseikre, tapasztalataikra támaszkodhatnak. Visszajelzéseiket a bizottság beépíti a feladatsorokba. Azonban a feladatsorok kipróbálására, bemérésére nincs lehetőség az érettségi vizsga titkossága miatt.

A fejlesztési folyamat 4. lépése, a mérés lebonyolítása természetesen a jogszabályban rögzített keretek között történik.

Az ezt követő lépés lenne a mérési eredmények elemzése (5. lépés), majd a visszacsatolások elvégzése. Ennek megléte esetleges. A kétszintű érettségi vizsga bevezetését követő három évben az elemzés megtörtént. (Lukács, 2008) A 2009 és 2012 közötti időszakból csak a nyilvánosan hozzáférhető (és meglehetősen hiányos, a feladatokra lebontott pontszámot nem tartalmazó) adatok segítségével készült kutatás. (Oktatási Hivatal, 2014c) A 2012. évi feladatsorok részletes elemzése elkészült. (Oktatási Hivatal, 2014a) 2012 és 2015 között az önkéntes adatszolgáltatás keretében állnak a rendelkezésünkre adatok (ld. 3.2. fejezet). Kívánatos lenne minden évben egy reprezentatív mintán értékelni és elemezni a kitűzött feladatsorokat.

### **3. A kétszintű matematika érettségi vizsga elemzése 2005-2015.**

#### **3.1. A vizsgák legfontosabb adatai 2005-2015.**

A kétszintű érettségi bevezetésének éve, 2005 botrányos év lett. A középszintű matematika feladatsor – több más tantárgy feladatsorával együtt – idő előtt nyilvánosságra került. Ennek következtében az írásbeli vizsga eredményét érvénytelenítették és az írásbeli vizsgát egy későbbi időpontban újrairatták. Aki nek a továbbtanulásához nem volt szüksége a matematika érettségi eredményére, az választhatta a 12-es év végi osztályzatát is (középszintű) érettségi jegynek. (Nemzeti Erőforrás Minisztérium, 2005)

Mivel így a 2005. évi érettségi eredmények nehezen hasonlíthatók össze az azóta biztonságosabb kezelésű feladatsorok adataival, ezért 2006-tól vizsgálom az adatokat. (Ennek másik, praktikus oka, hogy az Oktatási Hivatal honlapján csak a 2006. évtől kezdve érhetőek el a vizsgák eredményei.)

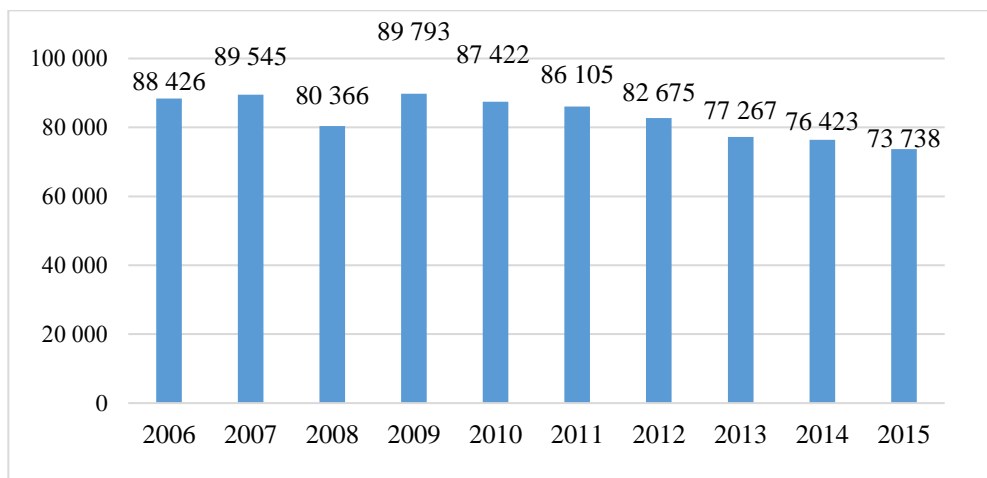
Értekezésemben elsősorban a május-júniusi vizsgák adatait elemzem. 2006-ban lehetett február-márciusban vizsgázni, ezt a lehetőséget később eltörölték. Az őszi vizsgaidőszakokban az elmúlt évtizedben évente 1000-2000 diák vizsgázott, a tavasszal vizsgázók 1,5-3 százaléka. Az ő összetételük is vegyes, eredményeik a tavaszi vizsgaidőszakban mért eredményektől jelentősen elmaradnak. (Az egyre alacsonyabb létszámot és a gyengébb eredményeket az is erősíti, hogy 2014-től nem lehet matematikából előrehozott érettségi vizsgát tenni.)

Miután a vizsgált értékek és arányok általában kicsi ingadozást mutatnak évről évre, ezért nem tűnt érdemesnek minden év összes adatát áttekinteni. Így bizonyos trendeket 2006 és 2015 között vizsgáltam, de a disszertációban a legtöbb esetben a 2015-ös adatokkal dolgozom, mivel ebből a korábbi évekre is érvényes megállapításokat lehet tenni.

### 3.1.1. Középszint

#### 3.1.1.1. A vizsgázók száma és különböző szempontok szerint megoszlása

A 3.1. ábra az egyes években, a tavaszi vizsgaidőszakban középszinten vizsgázók számát mutatja.



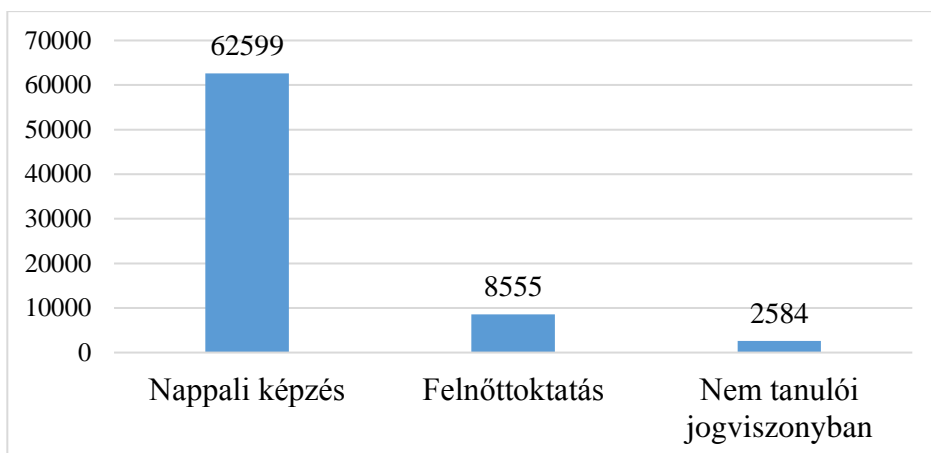
3.1. ábra: A középszinten vizsgázók száma a tavaszi vizsgaidőszakban 2006-2015.

A vizsgázók létszáma 2009 óta folyamatosan csökken, 2015-ben 18%-kal kevesebben érettségiztek középszinten, mint 2009-ben. Ennek elsősorban demográfiai oka van. A kb. 16 000 fős csökkenés csak kis részben magyarázható az emelt szintű vizsgák számának ugyanebben az időszakban tapasztalható kb. 1100 fős növekedésével.<sup>1</sup>

A 3.2. ábrán a 2015 tavaszán középszinten érettségiző 73 738 diák **munkarend szerinti eloszlása** látható. A „nappali képzés” kategóriába azok a diákok kerültek, akik nem felnőttoktatás keretei között végezték középfokú tanulmányaikat. Az elnevezés annyiban lehet megtévesztő, hogy a felnőttoktatásban részt vevők egy része is nappali képzésben (más részük esti, illetve levelező tagozaton) végzi tanulmányait.

Jól látható, hogy a vizsgázók túlnyomó része (mintegy 85%-a) gimnáziumban vagy szakközépiskolában végzi a középfokú tanulmányait, de a felnőttoktatásban részesülők aránya (2015-ben 11,6%) is jelentősnek mondható a középszintű vizsgázók körében.

<sup>1</sup> A fenti grafikonon szereplő 2015 tavaszi középszintű 73 738 vizsgaszám a ténylegesen vizsgát tevők száma. Egyes itt következő statisztikákban a nem megjelentek száma (646 fő) is benne van. Ez azonban a lényegen (arányok, tendenciák) nem változtat.



3.2. ábra: Középszinten vizsgázók száma munkarend szerint bontva – 2015.

A 3.1. táblázatból látható, hogy az elmúlt években a nappali képzés után érettségizők aránya nem sokat változott, a felnőttoktatásban részesülők aránya csökkenést, a tanulói jogviszony nélkül vizsgázók aránya határozott növekedést mutat.

Év	Összesen	Nappali képzés	Felnőttoktatás	Nem tanulói
2006	88 426	72 497	15 237	692
2007	89 545	73 829	14 854	862
2008	80 366	65 256	13 827	1281
2009	89 793	74 754	13 920	1119
2010	87 422	75 335	10 374	1713
2011	86 105	73 382	10 775	1948
2012	82 675	70 550	10 379	1746
2013	77 267	65 447	10 373	1447
2014	76 423	64 719	9442	2262
2015	73 738	62 599	8555	2584

3.1. táblázat: Középszinten vizsgázók száma munkarend szerint bontva – 2006-2015.

Érdeemes megnézni azt is, hogy a nappali képzésbe sorolt diákok milyen **iskolatípusban** végezték tanulmányaikat: gimnáziumban vagy szakközépiskolában. A 3.2. táblázatból látható, hogy e két iskolatípusba járó érettségizők aránya közel 50-50%-os volt az elmúlt 10 év során, a gimnazisták részarányának

kismértékű emelkedése mellett. (Érdekes, hogy 2006 és 2015 között a gimnazista érettségizők létszáma körülbelül 1000 fővel, a szakközépfiskolás érettségizők létszáma körülbelül 10 000 fővel csökkent.)

Év	Nappali képzés	Gimnázium		Szakközépfiskola	
2006	72 497	33 317	46,0%	39 068	53,9%
2007	73 829	35 003	47,4%	38 776	52,5%
2008	65 256	30 769	47,2%	33 948	52,0%
2009	74 754	37 393	50,0%	36 983	49,5%
2010	75 335	37 252	49,4%	37 374	49,6%
2011	73 382	36 300	49,5%	36 048	49,1%
2012	70 550	34 761	49,3%	34 837	49,4%
2013	65 447	32 558	49,7%	32 525	49,7%
2014	64 719	32 627	50,4%	31 661	48,9%
2015	62 599	32 541	52,0%	29 582	47,3%

3.2. táblázat: Nappali képzésben résztvevő középszinten vizsgázók száma iskolatípus szerint bontva - 2006-2015.

Végül **vizsgafajta** szerint válogattam szét a vizsgázókat. A 3.3. táblázatból jól látható, hogy – a korábbi évekhez hasonlóan – 2015 májusában is túlnyomó részt ún. *rendes* érettségi vizsgát tettek a diákok.<sup>1</sup>

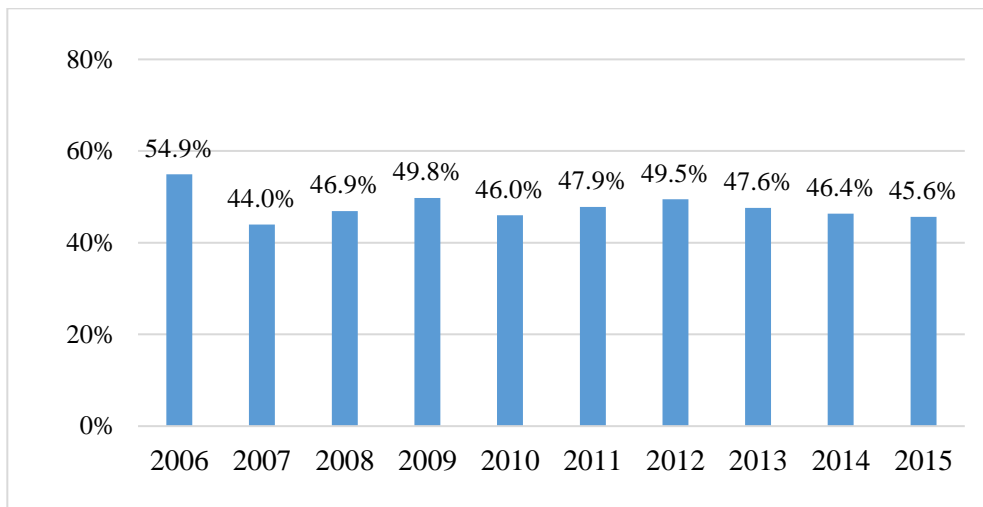
összes	rendes		ismétlő		előrehozott		javító		kiegészítő		pótló	
73734	69150	93,8%	2063	2,8%	1446	2,0%	1007	1,4%	43	0,1%	25	0,0%

3.3. táblázat: Középszinten vizsgázók száma és aránya vizsgafajta szerint bontva – 2015.

<sup>1</sup> *Rendes érettségi*: a középiskolai tanulmányok követelményeinek teljesítése után első alkalommal tett érettségi vizsga. *Ismétlő érettségi*: az érettségi bizonyítvány megszerzése után az adott tárgyból korábban már sikeresen letett érettségi vizsga azonos szinten, illetve az emelt szintű vizsga középszinten történő megismétlése. *Előrehozott érettségi*: akik rendes érettségi vizsgára jelentkeztek, ám a középiskola utolsó évfolyamán valamely tantárgyból elégtelen osztályzatot kaptak, és így nem fejezték be a középiskolai tanulmányaikat, előrehozott vizsgává minősíthető át a többi vizsgájuk. *Javító érettségi*: a vizsgázónak felrőható okból meg sem kezdett, vagy megkezdett, de be nem fejezett, illetve a megkezdett, de a követelmények nem teljesítése miatt sikertelen érettségi vizsga megismétlése. Ilyen felrőható ok lehet a vizsgáról való igazolatlan távolmaradás, vagy a szabálytalanság miatti eltiltás. Javító érettségit kell tenni az adott tárgyból bukás esetén is. *Kiegészítő érettségi*: a már érettségizettek által a bizonyítványukban nem szereplő tárgyból tett vizsga. *Pótló érettségi*: a vizsgázónak fel nem rőható okból meg sem kezdett, vagy megkezdett, de be nem fejezett érettségi vizsga folytatása. Ilyen ok lehet pl. egy betegség.

### 3.1.1.2. A vizsgázók eredményessége

A 3.3. ábra az egyes években, a tavaszi vizsgaidőszakban középszinten vizsgázók eredményességét mutatja. (Eredményesség alatt a végleges, százalékra átszámított vizsgaeredmények átlagát értem.)

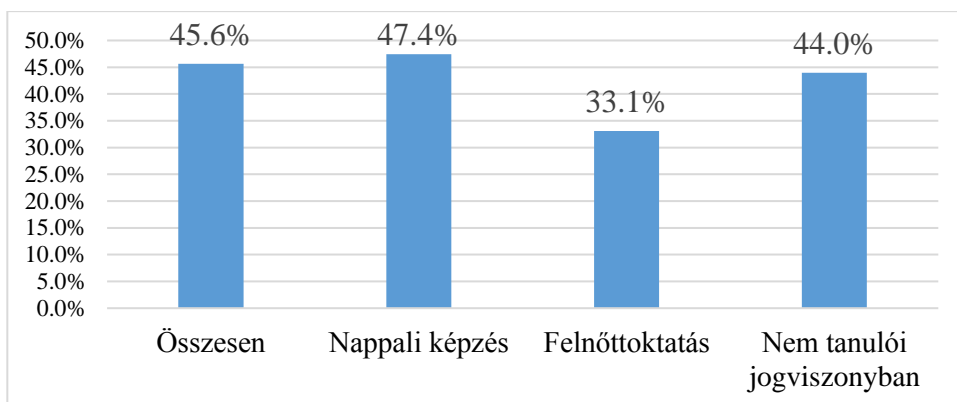


3.3. ábra: Középszinten vizsgázók eredményessége 2006-2015.

Az adatokból jól látszik, hogy – a 2006-os évtől eltekintve – a középszint átlagos eredményessége kis ingadozást mutat. Ez az érték egyébként a „nagy tárgyak”<sup>1</sup> között általában a leggyengébb eredmény. (Ezek az eredmények a feladatsorok összeállítóit is dicsérik, hiszen a feladatsorok előzetes bemérése nélkül tudnak évről évre hasonló nehézségű feladatsorokat összeállítani.) Fontos megjegyezni, hogy az eredményeknek nemcsak az átlaga, hanem a szórása is évről évre hasonló, 21-22% körüli értéket mutat.

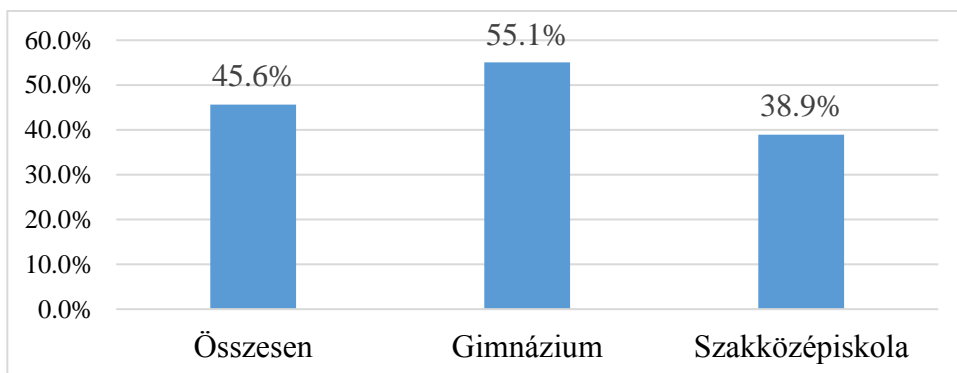
Érdeemes megvizsgálni, hogy az egyes vizsgázói csoportok teljesítménye hogyan befolyásolja a vizsga összesített eredményét. A korábbiakhoz hasonlóan itt is a munkarend és az iskolatípus alapján érdemes különválasztani a vizsgázókat.

<sup>1</sup> Az érettségizők száma szerint az első tíz tantárgy (zárójelben a 2014 május-júniusban az adott tárgyból középszinten vizsgázók száma és átlagos eredményessége): magyar nyelv és irodalom (79 236, 61%), történelem (75 417, 57%), matematika (76 423, 46%), angol nyelv (52 349, 60%), informatika (20 433, 54%), német nyelv (19 040, 56%), biológia (8393, 58%), földrajz (8067, 51%), fizika (3343, 69%), kémia (774, 54%).



3.4. ábra: Középszinten vizsgázók eredményessége munkarend szerint bontva 2015.

Mint korábban láttuk, a középszintű vizsgákon jelentős a felnőttképzésben résztvevők aránya (2015-ben 11,6%), náluk jóval kevesebben (bár szintén ezres nagyságrendben) jelentkeznek a vizsgára tanulói jogviszonnal már nem rendelkező személyek. A felnőttoktatásban tanulók átlageredménye középszinten számottevően elmarad a nappali képzésben résztvevőktől, a bukások és a szóbeli vizsgák jelentős része az ő körükből kerül ki. A tanulói jogviszonnal nem rendelkező középszintű érettségizők átlagos teljesítménye is elmarad a nappalisokétól, de jóval kisebb mértékben, mint azt később majd az emelt szintnél tapasztaljuk.

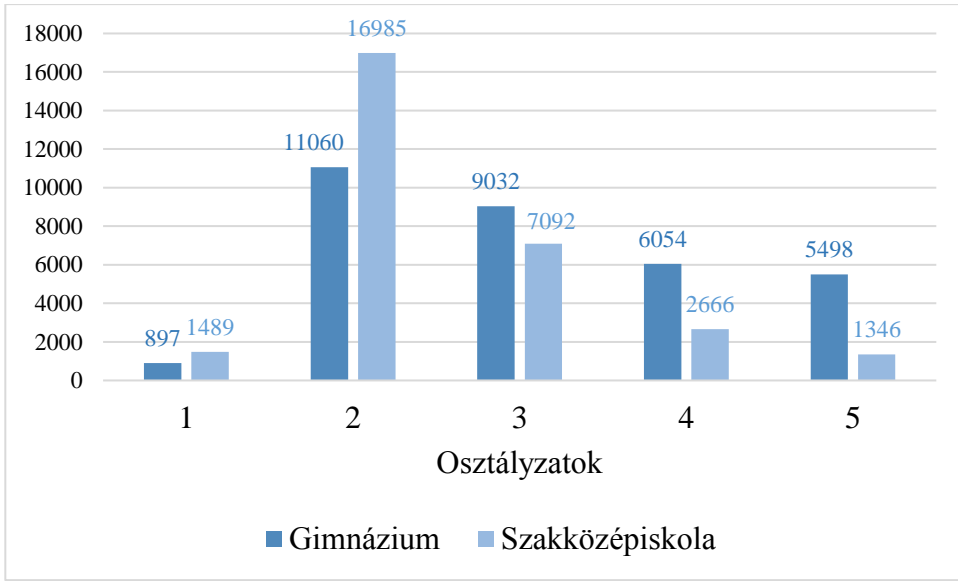


3.5. ábra: Középszinten vizsgázók eredményessége iskolatípus szerint bontva 2015.

A gimnáziumba és szakközépiskolába járók átlagteljesítménye közti különbség középszinten 15-17% körül változott az elmúlt években (tehát meglehetősen stabilnak mondható).

Az érettségi vizsga lezárása után a szerzett pontszámokat százalékra átszámítva a vizsgázó teljesítményét osztályzattal is értékelik. Közép szinten 25%

alatt elégtelen (1), 25 és 39% között elégséges (2), 40 és 59% között közepes (3), 60 és 79% között jó (4), 80%-tól jeles (5) osztályzatot kap a vizsgázó. A gimnazisták és a szakközépiskolások osztályzatait közös diagramon ábrázolva jól megmutatkozik a két iskolatípusba járó diákok teljesítményének különbsége.



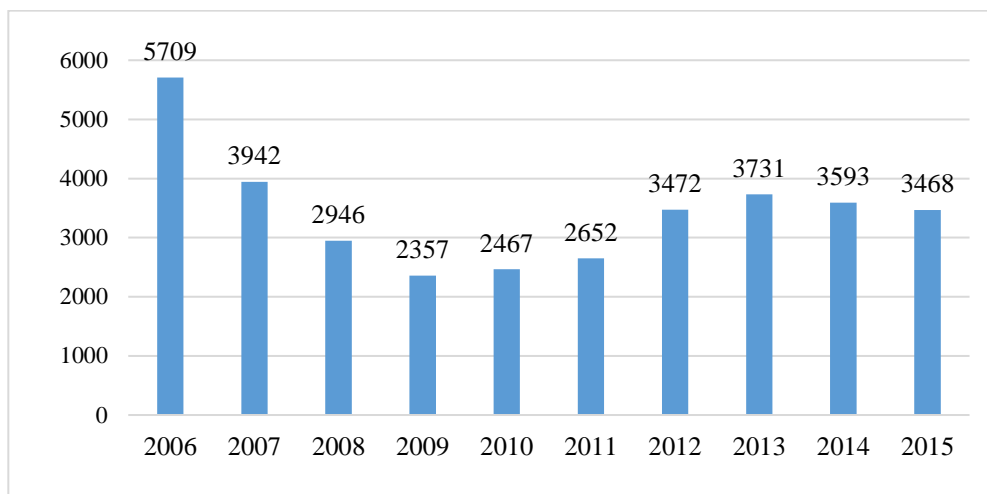
3.6. ábra: Középszinten vizsgázók érettségi osztályzata iskolatípus szerint bontva 2015.

Az adatokat tekintve megállapítható, hogy a szakközépiskolában tanuló érettségizők 62,5%-a legfeljebb elégséges osztályzatot kap az érettségimatematikából! A gimnazisták körében ugyanez az arány 36,7%.

### 3.1.2. Emelt szint

#### 3.1.2.1. A vizsgázók száma

A közép szinthez hasonlóan bemutatom az emelt szinten érettségizők számának alakulását az elmúlt 10 évben.



3.7. ábra: Az emelt szinten vizsgázók száma a tavaszi vizsgaidőszakban 2006-2015.

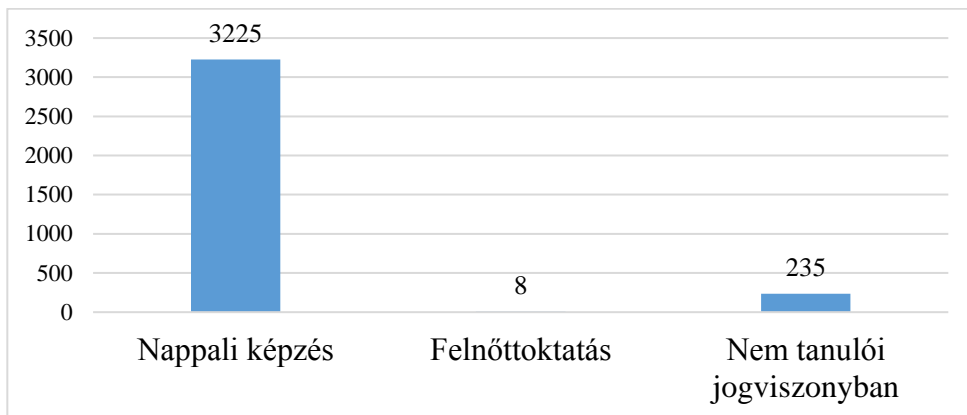
A felvételi követelmények változásának köszönhetően (egyre több képzéshez követelmény legalább egy emelt szintű vizsga) a vizsgázók 2009 és 2015 között egyre nagyobb arányban választották az emelt szintű vizsgát, és ezzel együtt 2013-ig az emelt szintű vizsgát választók száma is folyamatosan nőtt. Az adott tárgyból vett összes vizsgázó közül emelt szinten érettségizők aránya (2015-ben 4,5%) az ún. „nagy tárgyak” között még mindig az egyik legalacsonyabb a matematika esetében.

Emelt szinten is érdemes az összesített adatok mögé nézni, és áttekinteni különböző szempontok szerint (munkarend, iskolatípus, vizsgafajta) a vizsgázók számát.<sup>1</sup>

**Munkarend szerint bontva** és ábrázolva az emelt szinten érettségizők számát, látható, hogy a felnőttoktatásban részt vevők gyakorlatilag nem jelennek meg az emelt szintű vizsgán. A tanulói jogviszonyban már nem lévő jelentkezők a vizsgázói populáción belüli arányukhoz képest viszont nagyobb számban választják az emelt szintű vizsgát: vélhetően korábbi eredményeiken próbálnak

<sup>1</sup> A fenti grafikonon szereplő 2015 tavaszi emelt szintű 3468 vizsgaszám a ténylegesen vizsgát tevők száma. Egyes itt következő statisztikákban a nem megjelentek száma (292 fő) is benne van. Ez azonban a lényegen (arányok, tendenciák) nem változtat.

emelt szinten javítani, hiszen vesztenivalójuk nincs. Az ő körükben az összes vizsgajelentkezés közel 10%-a emelt szintre történt 2015-ben.



3.8. ábra: Emelt szinten vizsgázók száma munkarend szerint bontva – 2015.

**Iskolatípus szerint bontva** a vizsgázókat, azt vehetjük észre, hogy míg a teljes vizsgázói populációnak a szakközépiskolások közel a felét teszik ki, a nehezebb, emelt szintű vizsgára jelentkezők közül csak alig minden tizedik (sőt, 2015-ben már csak minden tizenötödik) szakközépiskolás.

Év	Nappali képzés	Gimnázium	Szakközépiskola
2006	5212	4210	928
		80,8%	17,8%
2007	3673	3107	505
		84,6%	13,7%
2008	2750	2437	269
		88,6%	9,8%
2009	2239	2019	184
		90,2%	8,2%
2010	2305	2089	175
		90,6%	7,6%
2011	2429	2175	197
		89,5%	8,1%
2012	3238	2827	314
		87,3%	9,7%
2013	3581	3177	356
		88,7%	9,9%
2014	3341	3013	272
		90,2%	8,1%
2015	3225	2947	221
		91,4%	6,9%

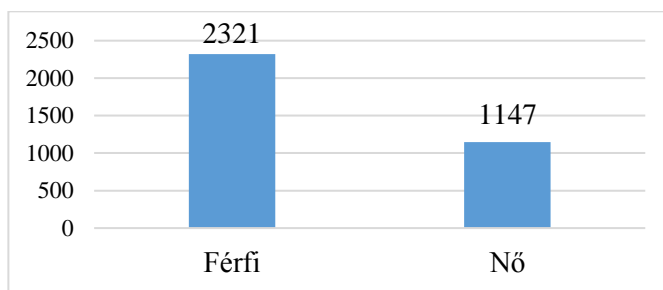
3.4. táblázat: Nappali képzésben résztvevő emelt szinten vizsgázók száma iskolatípus szerint bontva - 2006-2015.

**Vizgafajta szerint bontva** a vizsgázókat – a közép szinten tapasztalattal meg-  
egyezően – azt látjuk, hogy a vizsgázók túlnyomó többsége ún. rendes érettségi  
vizsgát tesz.<sup>1</sup>

összes	rendes		ismétlő		előrehozott		javító		kiegészítő		szintemelő	
3468	3123	90,1%	72	2,1%	59	1,7%	1	0,0%	11	0,3%	202	5,8%

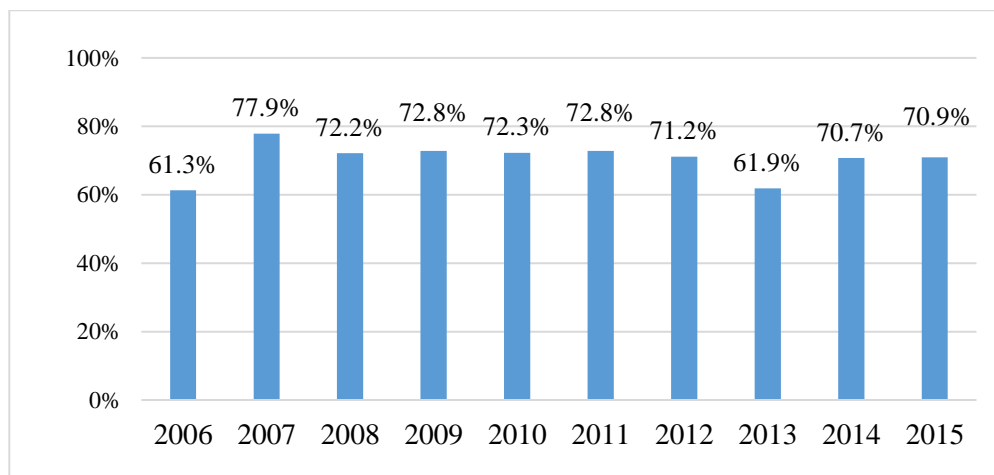
3.5. táblázat: *Emelt szinten vizsgázók száma és aránya  
vizgafajta szerint bontva – 2015.*

Végül érdekes adat, hogy matematikából évről évre emelt szinten közel kétszer  
annyi férfi érettségizik, mint nő. (Középszinten a nők száma általában megha-  
ladja a férfiak számát: 2015 májusában 35 124 férfi vizsgázóra 38 614 női vizs-  
gázó jutott.)



3.9. ábra: *Emelt szinten vizsgázók száma nemek szerint bontva – 2015.*

### 3.1.2.2. A vizsgázók eredményessége

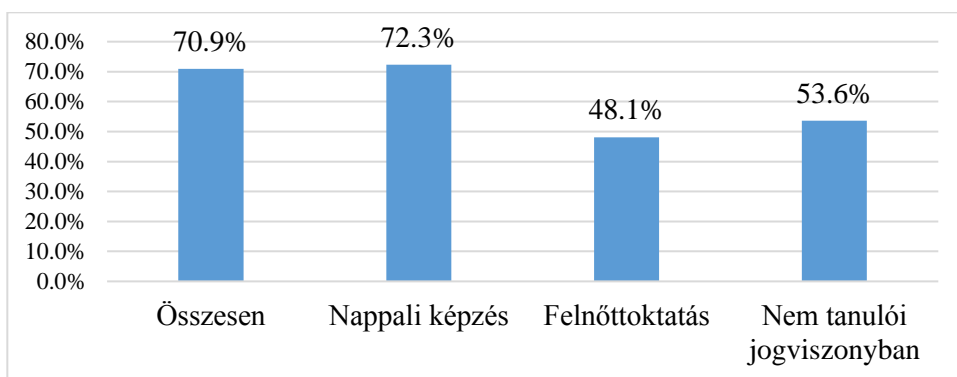


3.10. ábra: *Emelt szinten vizsgázók eredményessége 2006-2015.*

<sup>1</sup> Az egyes vizgafajták leírását ld. a középszintű résznél. *Szintemelő érettségi*: a középszinten már sikeresen befejezett vizsga letétele ugyanabból a tárgyból emelt szinten.

Az adatokból jól látszik, hogy – a 2006-os és a 2013-as évtől eltekintve – az emelt szint átlagos eredményessége kis ingadozást mutat. Ez az érték egyébként a „nagy tárgyak” között általában a legjobb eredmény.<sup>1</sup> (Ezek az eredmények a középszintűhöz hasonlóan az emelt szintű feladatsorok összeállítóit is dicsérik, hiszen a feladatsorok előzetes bemérése nélkül tudnak évről évre hasonló nehézségű feladatsorokat összeállítani. A 2013-as feladatsor alacsonyabb eredményességének okaira később visszatérek.)

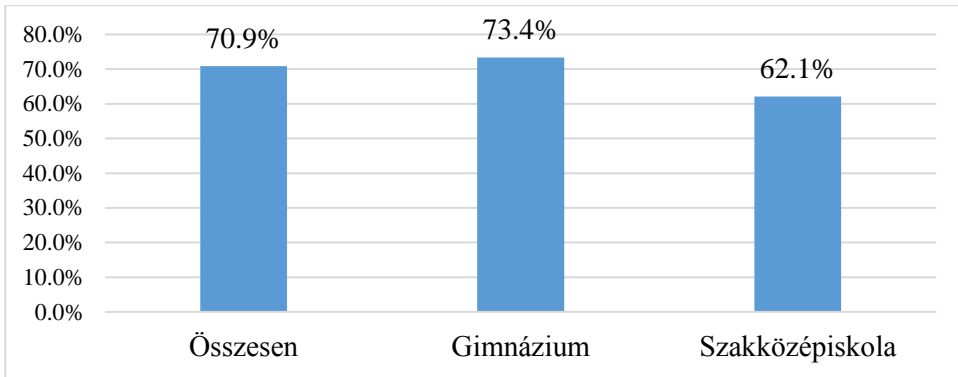
Emelt szinten is megvizsgáljuk, hogy az egyes vizsgázói csoportok milyen módon befolyásolják az összes vizsgázó eredményességét (3.11. ábra).



*3.11. ábra: Emelt szinten vizsgázók eredményessége munkarend szerint bontva 2015.*

A felnőttoktatásban részt vevők elhanyagolható számban tesznek emelt szintű vizsgát. A tanulói jogviszonnyal nem rendelkezők átlageredménye is jelentősen elmarad a nappali rendszerű képzésben résztvevők teljesítményétől. Az ő esetükben legtöbbször ismétlő, kiegészítő vagy szintemelő vizsgáról van szó. Átlageredményük arról tanúskodik, hogy egyrészt sokan vélhetően rosszul mérik fel a készségeiket, tudásukat, másrészt azt mutatja meg, hogy az iskolarendszeren kívül nagyon nehéz sikeresen felkészülni az emelt szintű vizsgára.

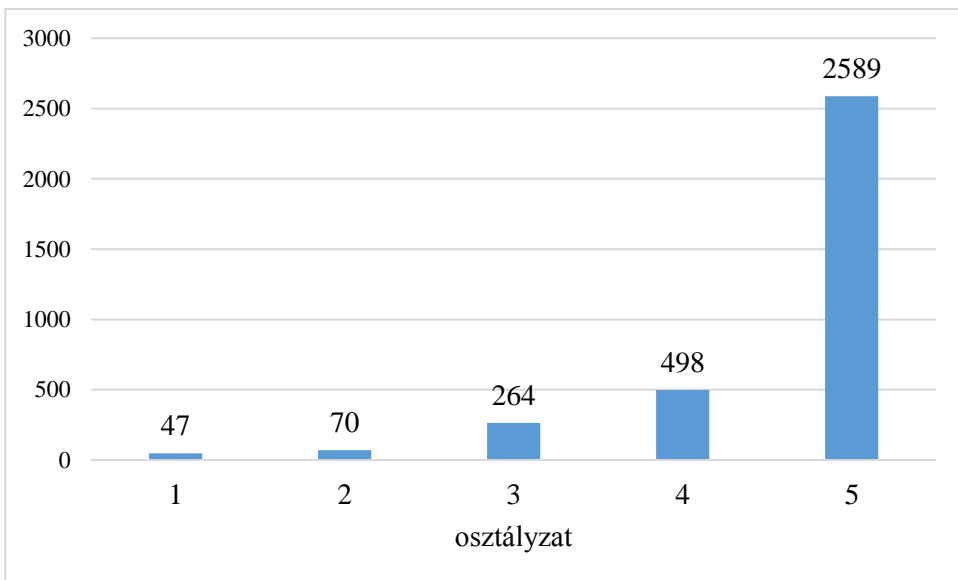
<sup>1</sup> Az érettségizők száma szerint az első tíz tantárgy (zárójelben a 2014 május-júniusban az adott tárgyból emelt szinten vizsgázók száma és átlagos eredményessége): angol nyelv (8775, 65%), történelem (5990, 62%), biológia (4923, 61%), matematika (3593, 71%), kémia (2912, 54%), német nyelv (2327, 72%), magyar nyelv és irodalom (1744, 61%), informatika (1512, 60%), fizika (1331, 69%), földrajz (320, 63%).



3.12. ábra: Emelt szinten vizsgázók eredményessége iskolatípus szerint bontva 2015.

A gimnáziumba és szakközépiskolába járók átlagteljesítménye közti különbség emelt szinten 11% és 17% között változott az elmúlt években (tehát meglehetősen stabilnak mondható). A szakközépiskolások teljesítményének szórása nagyobb a gimnáziumba járókéknál (heterogénebb vizsgázói csoportot alkotnak azok, akik szakközépiskolából jelentkeznek emelt szintre).

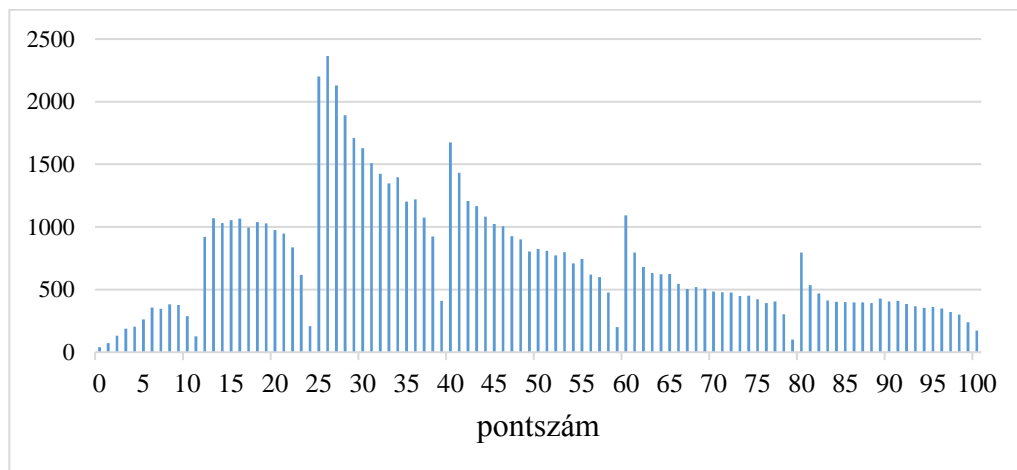
Az emelt szinten érettségizők esetében is – a százalékos eredmény mellett – osztályzattal is értéklik a vizsgázók teljesítményét. 25% alatt elégtelen (1), 25 és 32% között elégséges (2), 33 és 46% között közepes (3), 47 és 59% között jó (4), 60%-os eredménytől pedig jeles (5) osztályzatot kap a vizsgázó.



3.13. ábra: Emelt szinten vizsgázók érettségi osztályzata 2015.

Az emelt szintű osztályzatok minden évre jellemző „ferdesége” nyilvánvalóan annak a következménye, hogy kevesen választják ezt a vizsgát, és ők általában a legjobbak közül valók.

Az eredmények elemzése végén bemutatok két érdekes és tanulságos diagramot. Ezek a közép-, illetve emelt szintű írásbeli dolgozatok pontszámainak eloszlását mutatják be.



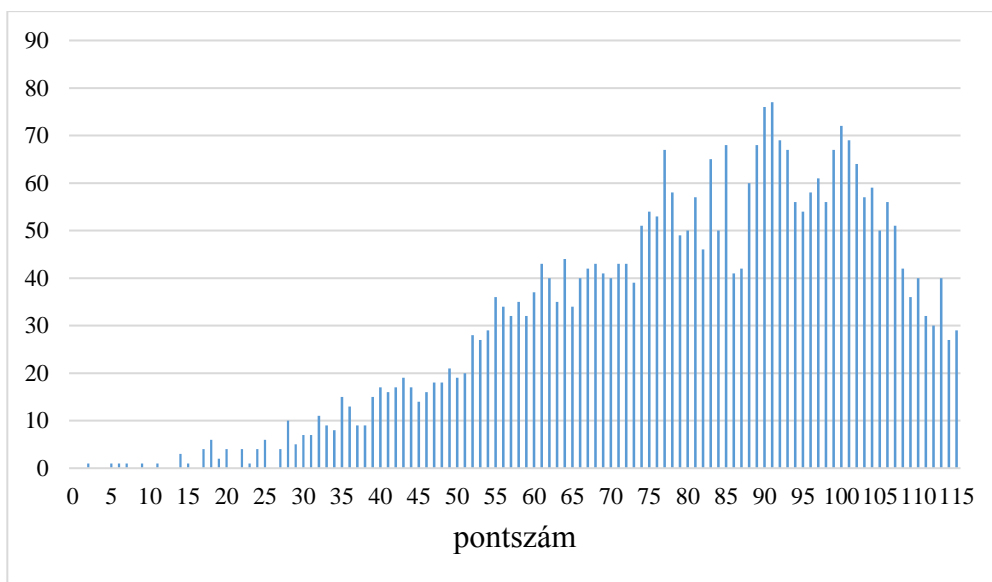
3.14. ábra: A középszintű írásbeli dolgozatok pontszámeloszlása – 2015.

A középszintű feladatsorok pontszámeloszlásán azonnal feltűnnek az egyes osztályzatok alsó ponthatárához tartozó kiugró értékek, majd az ezt követő pontszámokhoz tartozó, rendszerint szigorúan monoton csökkenő darabszámok. A jelenség kiemelése céljából álljon itt néhány pontszám és azok előfordulásának száma a dolgozatok között:

pontszám	11	12	24	25	39	40	59	60	79	80
előfordulás	126	922	209	2200	410	1676	200	1092	100	795

3.6. táblázat: A középszintű írásbeli dolgozatok néhány pontszámának előfordulása – 2015

Bár kétségtelenül sokszor csak arról van szó, hogy egy 58-59 pontosnak tűnő dolgozat esetén a javító tanár könnyebb szívvel megad további 1-2, egyébként vitatható pontot, a jelenség túlzottan erősnek tűnik, és nem erősíti a középszintű írásbeli vizsga objektivitásába vetett hitet. Ez a jelenség (ti. az egyes érdemjegyek alsó ponthatárán teljesítő vizsgázók kiugró száma) más tárgyaknál is jelentkezik. Mivel a többi tárgynál van szóbeli vizsga is, így azoknál a tárgyaknál az írásbeli eredményeket a jelenség kevésbé torzítja.



3.15. ábra: Az emelt szintű írásbeli dolgozatok pontszámeloszlása – 2015.

Az emelt szintű feladatsorok pontszámeloszlása évről évre hasonló eloszlást mutat, mindössze apró különbségek figyelhetők meg. Ez nem meglepő, hiszen – két évet leszámítva – az egyes írásbeli feladatsorok átlaga 2%-nál jobban nem tért el egymástól. A végső pontszámot érdemben befolyásoló szóbeli vizsga miatt emelt szinten nem figyelhető meg a középszinthez hasonló jelenség (egyes ponthatár-közeli pontszámok kiugróan alacsony, illetve magas előfordulása).

### 3.2. Eredményesség az önkéntes adatszolgáltatás alapján 2012-2015.

Az írásbeli érettségi vizsgákon az egyes feladatok eredményességének kutatása fontos kérdés lenne. Az Oktatási Hivatal (OH) ugyan minden évben nyilvánosságra hozza a vizsgával kapcsolatos adatok egy részét, de ezekből nem lehet mindent kiolvasni. A legnagyobb problémát az jelenti, hogy az írásbeli vizsgákról kevés adat áll a kutatók rendelkezésére. Az elérhető táblázatokban az írásbeli vizsga eredményességéről mindkét szinten vizsgázónként csak az I. illetve II. vizsgarész összesített pontszáma található meg, az egyes feladatokban elért pontszámok nem. Így nagyon nehéz az egyes témakörök, feladattípusok nehézségi szintjének és beválásának megállapítása, pedig ez nagy segítséget jelentene a feladatsorokat összeállító bizottságnak. Ez azért is lényeges kérdés, mert – biztonsági okokból – nincs lehetőség a feladatsorok előzetes bemérésére, kipróbálására, így a bizottság tagjai, illetve a feladatsorok lektorai csak saját tapasztalataikra, megérzéseikre támaszkodhatnak a feladatsorok összeállítására, illetve előzetes bírálata során. Az elmúlt évek adatait vizsgálva már megállapítottam, hogy az egyes években megírt feladatsorok összesített eredményessége mindkét szinten csekély ingadozást mutat. Ezzel együtt kívánatos lenne, ha az évente mintegy 80 000 vizsgázót mérő feladatlapok a lehető legtöbb információ felhasználásával készülnének.

Ezért döntött úgy a matematika tételkészítő bizottság 2012-ben, hogy az Oktatási Hivatal közreműködésével megkéri az iskolákat, hogy – önkéntes alapon – egy erre a célra létrehozott táblázatba írják be a náluk vizsgázó tanulók írásbeli dolgozatainak feladatonkénti pontszámát. Ezt a táblázatot azóta is évről évre megkapják az iskolák, és szerencsére igen nagy számban ki is töltik. Az adatok feldolgozása után a tapasztalatokról minden évben készül egy rövid elemzés, amit az iskolák rendelkezésére bocsát az OH.

Az alábbi táblázatokban feltüntettem, hogy az egyes években hány vizsgázó adata érkezett meg, a vizsgálatban szereplő diákok írásbeli vizsgájának milyen lett az átlagos eredményessége a teljes vizsgázói populáció létszáma és eredményessége mellett. Az önkéntes adatszolgáltatásban minden évben a május-júniusi vizsgaidőszakban magyar nyelven érettségizők pontszámai szerepelnek. (Emelt szinten vélhetően azért alacsonyabb a visszajelzési arány, mert ott a vizsgázók nagyobb hányada jelentkezett kormányhivataloknál, és tőlük eleve nem kért adatokat az Oktatási Hivatal.)

Év	Önkéntes adatszolgáltatás		Összes vizsgázó <sup>1</sup>	
	létszám	átlag	létszám	átlag
<b>2012</b>	31 092 (38,3%)	<b>49,4%</b>	81 132	<b>48,5%</b>
<b>2013</b>	25 899 (34,2%)	<b>47,1%</b>	75 740	<b>46,1%</b>
<b>2014</b>	27 263 (36,4%)	<b>46,1%</b>	74 876	<b>44,7%</b>
<b>2015</b>	24 209 (33,6%)	<b>44,6%</b>	72 025	<b>43,5%</b>

3.7. táblázat: A középszintű írásbeli dolgozatok összesített eredményessége 2012-2015.

Év	Önkéntes adatszolgáltatás		Összes vizsgázó	
	létszám	átlag	létszám	átlag
<b>2012</b>	818 (23,7%)	<b>74,1%</b>	3446	<b>70,2%</b>
<b>2013</b>	1046 (28,3%)	<b>61,9%</b>	3690	<b>58,0%</b>
<b>2014</b>	1062 (30,1%)	<b>73,1%</b>	3531	<b>69,4%</b>
<b>2015</b>	920 (27,0%)	<b>73,0%</b>	3403	<b>69,8%</b>

3.8. táblázat: Az emelt szintű írásbeli dolgozatok összesített eredményessége 2012-2015.

Bár az önkéntes adatszolgáltatás során beérkező adatok az összes vizsgázóra nézve szigorú értelemben nem tekinthetők reprezentatívnak, de a nagy minta lehetővé teszi, hogy az összes vizsgázóra vonatkozó érvényes következtetéseket vonjunk le belőlük. Az adatok érvényességét az is jelzi, hogy a 2012. évi írásbeli vizsgának (az Oktatási Hivatal megbízásából történt) részletes elemzése során az akkor kiválasztott (középszinten 996, emelt szinten 596 fős) reprezentatív minta adatai is nagy mértékű egyezést mutattak az önkéntes adatszolgáltatásból származó eredményességi adatokkal (középszinten a két adatsor közötti korrelációs együttható 0,997, emelt szinten 0,994). (Oktatási Hivatal, 2014a)

Feladat sorszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Eredményesség az OH elemzés alapján (%)	60	32	56	49	91	70	58	88	52	45	53	51	36	32	55	62	51	52
Eredményesség az önkéntes adatszolgáltatás alapján (%)	58	30	54	48	90	69	55	80	51	42	48	48	33	30	54	61	49	52

3.9. táblázat: a 2012. évi májusi középszintű írásbeli vizsga feladatainak átlagos eredményessége két különböző vizsgálatban

<sup>1</sup> A május-júniusi vizsgaidőszakban magyar nyelven vizsgázók írásbeli dolgozatának adatai.

Feladat sorszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Eredményesség az OH elemzés alapján (%)	91	81	78	82	60	70	52	63	61
Eredményesség az önkéntes adatszolgáltatás alapján (%)	92	83	80	83	63	74	60	66	64

3.10. táblázat: a 2012. évi májusi emelt szintű írásbeli vizsga feladatainak átlagos eredményessége két különböző vizsgálatban

Azt ugyanakkor minden esetben figyelembe kell venni, hogy az összes vizsgázó átlaga minden évben középszinten 1-1,5, emelt szinten 3-4 százalékponttal elmarad az önkéntes adatszolgáltatásból származó eredményektől. Ennek pontos okát nem tudom, elképzelhető, hogy a jobb eredményt elérő vizsgázók iskolái szívesebben közölnek adatokat. Emelt szinten azért lehet nagyobb ez a különbség, mert a kormányhivataloknál jelentkező (tanulói jogviszonyban nem lévő) vizsgázók (akikről nincsenek adatok) általában az átlagosnál alacsonyabb eredményt érnek el.

Az alábbi elemzésben az önkéntes adatszolgáltatás adatait használtam fel.

### 3.2.1. Középszint I. rész

A legtöbb információt a középszintű írásbeli I. részének adataiból nyerhetjük, hiszen itt minden 2-4 pontos feladat eredményessége rendelkezésünkre áll.

A 3.11. táblázat mutatja az összes feladat témakörönkénti besorolását és eredményességét, illetve azt, hogy a feladat a megoldás feltüntetésén túl megkövetelte-e a vizsgázótól, hogy gondolatmenetét is részletezze.

Témakör	Téma	Év	Feladat-szám	Eredményesség	Részletezés
Gondolkodási módszerek	Halmazműveletek	2013	1	<b>93%</b>	
	Halmazműveletek	2014	1	<b>83%</b>	
	Logikai szita	2014	5	<b>85%</b>	
	Logika	2012	4	<b>48%</b>	
	Logika	2013	8	<b>33%</b>	
	Logika	2015	3	<b>53%</b>	
	Logika	2015	5	<b>39%</b>	
	Kombinatorika	2013	10	<b>62%</b>	igen
	Gráfok	2014	10	<b>85%</b>	
	Gráfok	2015	8	<b>87%</b>	

Algebra	Algebrai tört	2012	11	<b>53%</b>	
	Algebrai tört	2015	1	<b>45%</b>	
	Képlet használata	2012	8	<b>85%</b>	
	Logaritmus	2012	10	<b>42%</b>	igen
	Logaritmus	2014	9	<b>55%</b>	
	Másodfokú egyenlet	2014	3	<b>69%</b>	igen
	Másodfokú egyenlet	2015	4	<b>45%</b>	igen
	Számelmélet	2014	7	<b>81%</b>	igen
	Számelmélet	2015	2	<b>91%</b>	
	Százalékszámítás	2012	5	<b>91%</b>	
	Százalékszámítás	2014	2	<b>85%</b>	
	Százalékszámítás	2014	6	<b>59%</b>	igen
Függvények	Jellemzés	2012	3	<b>56%</b>	
	Jellemzés	2013	7	<b>37%</b>	igen
	Jellemzés	2014	4	<b>70%</b>	
	Jellemzés	2015	6	<b>59%</b>	
	Transzformáció	2012	12	<b>51%</b>	
	Transzformáció	2013	4	<b>66%</b>	
	Transzformáció	2014	8	<b>73%</b>	
	Mértani sorozat	2012	1	<b>60%</b>	
	Mértani sorozat	2015	9	<b>50%</b>	
Geometria	Síkgeometria	2014	11	<b>60%</b>	igen
	Ívmérték	2012	6	<b>70%</b>	
	Trigonometria	2013	5	<b>54%</b>	igen
	Térgeometria	2013	9	<b>34%</b>	
	Vektorok	2015	11	<b>36%</b>	
	Egyenes egyenlete	2012	2	<b>32%</b>	igen
	Egyenes egyenlete	2013	6	<b>36%</b>	
	Kör egyenlete	2012	7	<b>55%</b>	
	Kör egyenlete	2015	10	<b>60%</b>	
Statisztika, valószínűség- számítás	Kördiagram	2013	3	<b>65%</b>	igen
	Középértékek	2013	11	<b>84%</b>	
	Statisztikai mutatók	2015	7	<b>74%</b>	
	Súlyozott átlag	2013	2	<b>72%</b>	
	Valószínűség	2012	9	<b>51%</b>	igen
	Valószínűség	2013	12	<b>76%</b>	
	Valószínűség	2014	12	<b>78%</b>	
	Valószínűség	2015	12	<b>48%</b>	igen

3.11. táblázat: A középszintű írásbeli vizsgarész I. részében szereplő feladatok eredményessége

A táblázat adatai alapján megállapíthatjuk:

- Magas megoldottság (80% felett) jellemzi a halmazos és a gráfokkal kapcsolatos feladatokat, az egyszerű százalékszámítást.
- Jó megoldottság (65-80% között) jellemző a statisztikai és az egyszerűbb valószínűségszámítási feladatokra, illetve a függvények hozzárendelési utasításának leolvasására grafikon alapján.
- Alacsony megoldottság (40% alatt) mutatható ki a koordináta geometriai, térgeometriai, illetve vektoros feladatok körében. (A legalacsonyabb, 32%-os megoldottságot a 2012/2. feladatnál tapasztaltuk, ahol a feladat egy adott ponton áthaladó, adott egyenessel párhuzamos egyenes egyenletének felírása volt. Ez a koordináta geometria témakörének egyik leg-  
alapvetőbb feladata.)
- A vizsgált 48 feladatból 35 nem kért indoklást a vizsgázótól, ezek átlagos megoldottsága 65%. A 2014/7. feladattól eltekintve az indoklást igénylő feladatok 70% alatt szerepelnek, a 13 ilyen feladat átlaga 54% lett.

Az alábbi táblázatban összefoglaltam ennek a vizsgarésznek az összes feladatát témakörönként csoportosítva. Ez szinte valamennyi feladat esetében egyértelmű, egy-két olyan feladat szerepelt az elmúlt években, amely két témakörbe is besorolható volt.

Témakör	Feladatok száma 2012-2015	Átlagos eredményesség
I. Gondolkodási módszerek	10	<b>68%</b>
II. Algebra	12	<b>66%</b>
III. Függvények, sorozatok	9	<b>56%</b>
IV. Geometria	9	<b>48%</b>
V. Statisztika, valószínűség számítás	8	<b>66%</b>

*3.12. táblázat: A középszintű írásbeli vizsgarész I. részében szereplő feladatok témakörönkénti megoszlása és pontszámokkal súlyozott átlagos eredményessége*

A táblázat adatai alapján két fontos megállapítást tehetünk.

- A kétszintű érettségi egyik újdonsága volt, hogy az I. és V. témakör feladatai nagyobb hangsúlyt kaptak az érettségi vizsgán. Úgy tűnik, hogy e feladatok a legjobban sikerülő feladatok közé tartoznak.

- Az egyik „klasszikusnak” számító (de az elmúlt évtizedek matematika-oktatásában teret vesztő) témakör, a geometria (ezen belül is a koordináta-geometria) okozza a legtöbb nehézséget a diákoknak.

### 3.2.2. Középszint II/A rész

A középszintű írásbeli feladatsor II/A részében három, egyenként 9-14 pontos feladat található. Ezek a feladatok általában egy-egy témakörből vett kérdéseket tartalmaznak, de ez alól van kivétel.

Az alábbi táblázatban feltüntettem a 2012 és 2015 közötti magyar nyelvű írásbeli feladatsorok egyes feladatainak nagyobb témakörét (ahol ez egységes volt), szűkebb témáját, az önkéntes adatszolgáltatásból származó átlagos eredményességet, valamint azt, hogy az adott feladat modellalkotást igénylő, szöveges feladat volt-e.

Témakör	Téma	Év	Feladat-szám	Eredmé-nyesség	Szöve-ges
Algebra	Egyenletek megoldása	2012	13	<b>33%</b>	
Geometria	Síkgeometriai számítások	2012	14	<b>30%</b>	
Függvények, sorozatok	Számítási és mértani sorozat	2012	15	<b>54%</b>	igen
Függvények, sorozatok	Számítási és mértani sorozat	2013	13	<b>42%</b>	
Geometria	Koordináta-geometria	2013	14	<b>36%</b>	
Algebra	Százalékszámítás	2013	15	<b>49%</b>	igen
Geometria	Koordináta-geometria	2014	13	<b>37%</b>	
Vegyes	Síkgeometriai számítás Trigonometrikus egyenlet Trigonometrikus függvények	2014	14	<b>31%</b>	
Függvények, sorozatok	Számítási és mértani sorozat	2014	15	<b>41%</b>	
Geometria	Síkgeometriai számítások	2015	13	<b>34%</b>	
Vegyes	Egyenletmegoldás Lineáris függvény	2015	14	<b>41%</b>	
Vegyes	Számítási sorozat Mértani közép	2015	15	<b>44%</b>	igen

3.13. táblázat: A középszintű írásbeli vizsgarész II/A részében szereplő feladatok eredményessége

A táblázat adatai alapján ismét érdekes megállapításokat tehetünk, habár ezek erejét csökkenti, hogy csak a teljes feladatra vonatkozó pontszám áll rendelkezésünkre, a részfeladatokban elért eredményekről nincs információnk.

- Nagyon hasonlít egyes feladattípusok megoldottsága a különböző években. Így például a sorozatok témakörébe tartozó 2014/15, 2013/13 és részben a 2015/15 feladatok megoldottsága egyaránt 41-44%-os lett. Sőt, a 2012/15-ös feladat c) részfeladatának (amely nagyon hasonlít a többi felsorolthoz) megoldottsága szintén rendelkezésre áll: 44%. (Oktatási Hivatal, 2014a)
- A koordinátageometria feladatok alacsony (és egymáshoz közeli) megoldottsága ebben a részben is megfigyelhető.
- A leggyengébben (és szintén stabilitást mutatva) a síkgeometriai számításokkal boldogultak a vizsgázók, ezek 30% körüli átlagos megoldottsága azt jelenti, hogy a vizsgázók nagy része ezekben a feladatokban alig szerez pontot.
- Azokban az években, amikor ebben a vizsgarészben szerepelt szöveges, modellalkotást igénylő feladat (2012, 2013 és 2015), azt mindig a legmagasabb megoldottsággal teljesítették a vizsgázók.

Az adatok összegyűjtése során feltűnt, hogy a rövidebb szövegű, gyakran „tisztá” matematikai feladatok (pl. 2012/13, 2013/14, 2015/14) megoldottsága nagyon alacsony, ugyanakkor a hosszabb szövegű, modellalkotást igénylő feladatok (2012/15, 2013/15, 2015/15) eredményessége viszonylag magas. Ezért megvizsgáltam az egyes feladatok szövegének karakterszáma és a feladat eredményessége közötti korrelációt. Érdekes, sőt igen meglepő, hogy viszonylag erős pozitív kapcsolatot, 0,76-os korrelációs együtthatót kaptam. Óvatosan kell kezelni ezt az adatot, hiszen összesen 12 feladatról beszélünk, de ez alapján – kis túlzással – azt mondhatjuk, hogy minél hosszabb egy feladat szövege, annál jobban sikerül a diákoknak. Úgy tűnik tehát, hogy a diákok vélhetően jobban kedvelik azokat a szöveges feladatokat, amelyekben (kevesebb matematikai elvárás mellett) részben a szövegből kinyerhető információk feldolgozása a teendő. És nemcsak szeretik ezeket a feladatokat, hanem eredményesen meg is tudják oldani. Ez a megállapítás talán meglepő ahhoz a tanári közhiedelemhez képest, hogy a diákok nem szeretik a hosszú szövegű, modellalkotást igénylő feladatokat.

### 3.2.3. Középszint II/B rész

A középszintű írásbeli feladatsor II/B részében három, egyenként 17 pontos feladat található, melyek közül kettőt kell megoldania a vizsgázónak. Ezek a feladatok általában több témakörből vett kérdéseket tartalmaznak.

Az alábbi táblázatban feltüntettem a 2012 és 2015 közötti magyar nyelvű írásbeli feladatsorok egyes feladatainak szűkebb témáit, az önkéntes adatszolgáltatásból származó átlagos eredményességet, azt, hogy a vizsgázók hány százaléka hagyta ki az adott feladatot, valamint azt, hogy az adott feladat modelltől igénylő, szöveges feladat volt-e.

Téma	Év	Feladat-szám	Eredmé-nyesség	Kihagyta	Szöveges
Halmazok Valószínűségszámítás	2012	16	<b>61%</b>	3%	
Statisztika	2012	17	<b>49%</b>	21%	igen
Térgeometria Gráfok	2012	18	<b>52%</b>	76%	igen
Gráfelmélet Valószínűségszámítás	2013	16	<b>55%</b>	15%	igen
Egyenlet, egyenlőtlenség	2013	17	<b>40%</b>	56%	
Térgeometria Valószínűségszámítás	2013	18	<b>33%</b>	29%	
Exponenciális folyamat Térgeometria Kombinatorika	2014	16	<b>40%</b>	46%	igen
Statisztika Szöveges feladat	2014	17	<b>32%</b>	21%	igen
Gondolkodási módszerek Valószínűségszámítás	2014	18	<b>27%</b>	33%	igen
Exponenciális folyamat Térgeometria	2015	16	<b>43%</b>	37%	igen
Százalékszámítás Valószínűségszámítás Szöveges feladat	2015	17	<b>39%</b>	16%	igen
Valószínűségszámítás Kombinatorika	2015	18	<b>35%</b>	46%	igen

*3.14. táblázat: A középszintű írásbeli vizsgarész II/B részében szereplő feladatok eredményessége és kihagyási aránya*

A táblázat adatai alapján megint megfogalmazhatunk néhány állítást, melyek erejét csökkenti, hogy csak a teljes feladatra vonatkozó pontszám áll rendelkezésünkre, a részfeladatokban elért eredményekről nincs információnk, továbbá az is, hogy az egyes feladatokat nem minden vizsgázó oldotta meg.

- Itt is megállapítható, hogy az I. és V. témakörbe tartozó feladatokat szívesen választják a diákok, és eredményesen is oldják meg ezeket. (Ez alól kivétel a 2014/18. feladat, amely az adott témakörön belül valóban nehezebb ismereteket kért számon.)
- A vizsgált időszak legeredményesebb feladata volt a 2012/16-os példa a) része, amellyel 8 pontot lehetett elérni, és ezt a vizsgázók 97%-a kimagasló eredményességgel, 95%-osan megoldotta. (Oktatási Hivatal, 2014a)
- A szöveges feladatok vizsgálata csak 2013-ban mutat érdekes eredményt: ebben az évben sokan választották ezt, és a másik két feladatnál sokkal jobban sikerült az ilyen típusú példa megoldása.

Itt is megvizsgáltam, hogy van-e összefüggés a feladatok szövegének hossza, az eredményesség, illetve a kihagyási arány között. Alapvetően az derült ki, hogy ezek között gyenge kapcsolat mutatható ki, egyedül a feladatok szövegének hossza és eredményessége között találtam közepesen erős negatív korrelációt (-0,52). Ez az eredmény ellentmondani látszik korábbi eredményemnek, de itt a kihagyások miatt még nehezebb általános érvényű megállapítást tenni ezzel kapcsolatban.

### 3.2.4. Emelt szint I. rész

Az emelt szintű írásbeli feladatsor I. részében négy, általában 10-14 pontos feladat található. Ezek a feladatok hol egy-egy, hol több témakörből vett kérdéseket tartalmaznak.

Az alábbi táblázatban feltüntettem a 2012 és 2015 közötti magyar nyelvű emelt szintű írásbeli feladatsorok egyes feladatainak nagyobb témakörét (ahol ez egységes volt), szűkebb témáját, az önkéntes adatszolgáltatásból származó átlagos eredményességet, valamint azt, hogy az adott feladat modellalkotást igénylő, szöveges feladat volt-e.

Témakör	Téma	Év	Feladat-szám	Eredményesség	Szöveges
Algebra	Százalékszámítás	2012	1	<b>92%</b>	igen
Vegyes	Mértani sorozat Valószínűségszámítás	2012	2	<b>83%</b>	igen
Geometria	Térgeometria	2012	3	<b>80%</b>	
Függvények	Analízis	2012	4	<b>83%</b>	

Vegyes	Egyenlőtlenség Halmazok	2013	1	<b>84%</b>	
Geometria	Síkgeometria	2013	2	<b>51%</b>	igen
Gondolkodási módszerek	Gráfok	2013	3	<b>66%</b>	
Sorozatok	Pénzügyi számítás	2013	4	<b>55%</b>	igen
Vegyes	Másodfokú egyenlet Kombinatorika	2014	1	<b>88%</b>	
Vegyes	Algebra Halmazok	2014	2	<b>75%</b>	
Vegyes	Térgeometria Statisztika	2014	3	<b>77%</b>	igen
Függvények	Analízis	2014	4	<b>78%</b>	
Algebra	Egyenletmegoldás	2015	1	<b>79%</b>	
Vegyes	Arányok Geometria	2015	2	<b>86%</b>	igen
Vegyes	Statisztika Százalékszámítás Kombinatorika	2015	3	<b>79%</b>	igen
Geometria	Koordinátageometria	2015	4	<b>80%</b>	

*3.15. táblázat: Az emelt szintű írásbeli vizsgarész I. részében szereplő feladatok eredményessége*

Az adatok alapján megfogalmazható állítások:

- Az elemzésben szereplő 16-ból 12 feladatnak a megoldottsága 75 és 88% közé esik, vagyis az emelt szinten vizsgázók témakörtől függetlenül egyenletesen és jól teljesítettek.
- Az első feladatok jól szerepeltek, mint „ráhangoló” feladatok: 2012-ben, 2013-ban és 2014-ben is ezeknek lett a legmagasabb a megoldottsága.
- A szöveges feladatok megoldottsága – a 2013-as évtől eltekintve – általában magas.
- Ami a témakörönkénti eredményességet illeti: minden témakör esetében találunk jobb és rosszabb megoldottságú feladatot egyaránt.

Érdemes a legalacsonyabb megoldottságú feladatokat külön is elemezni.

- 2013/2. feladat (51%-os megoldottság): a feladat alacsony megoldottsága több tényezőre vezethető vissza. Ez egyfelől ún. egytemes feladat, vagyis nem több részfeladatból áll, így az a vizsgázó, aki megoldása elején elvi hibát vétett, vagy egyszerűen nem tudta, hogyan fogjon a megoldáshoz, az sok pontot veszített. (A javítási tapasztalatból tudható, hogy

sok olyan vizsgázó volt, aki a körök közös külső érintőjét a körök középpontját összekötő szakasszal párhuzamosan rajzolta be.) Másfelől a geometria témakörébe tartozó feladatok egyébként is alacsonyabb megoldottságot mutatnak.

- 2013/4. feladat (55%-os megoldottság): valószínűleg a feladat szokatlansága (napi kamatláb) eredményezte az alacsonyabb megoldottságot, hiszen a matematikai tartalom (kamat- és törlesztőrészlet számítás) biztosan nem számít a nehezebb témák közé.
- 2013/3. feladat (66%-os megoldottság): bár a 66% tulajdonképpen nem számít kirívóan alacsony értéknek, azt megállapíthatjuk, hogy a feladat megoldásához szükséges ismeretekre (összefüggő gráf, kört tartalmazó gráfok, fagráf) a korábbi évek emelt szintű feladatsorai nem kérdeztek rá (miközben a követelmények között szerepelnek). Így talán a kérdések szokatlansága okozott alacsonyabb eredményességet ebben az esetben.
- Megvizsgáltuk azt is, hogy a megoldottságot befolyásolja-e az a tény, hogy egy feladat részfeladatokból áll-e vagy nem (ún. egytemes feladatok). A vizsgált négy év során az emelt szintű írásbeli vizsga I. részében a 2013/1., a 2013/2. és a 2014/2. példában nem voltak részfeladatok. A 7. táblázat adatai alapján megállapítható, hogy a 2013/2. és a 2014/2. feladat az adott év legalacsonyabb megoldottságú feladata ebben a részben.

### 3.2.5. Emelt szint II. rész

Az emelt szintű írásbeli feladatsor II. részében öt, egyenként 16 pontos feladat található, melyek közül négyet kell megoldania a vizsgázónak. Ezek a feladatok a legtöbb esetben több témakörből vett kérdéseket tartalmaznak.

Az alábbi táblázatban feltüntettem a 2012 és 2015 közötti májusi magyar nyelvű írásbeli feladatsorok egyes feladatainak szűkebb témáit, az önkéntes adatszolgáltatásból származó átlagos eredményességet, azt, hogy a vizsgázók hány százaléka hagyta ki az adott feladatot, valamint azt, hogy az adott feladat modellalkotást igénylő, szöveges feladat volt-e.

Téma	Év	Feladat-szám	Eredményesség	Kihagyta	Szöveges
Térgeometria Sorozatok	2012	5	<b>63%</b>	15%	igen
Kombinatorika Logika	2012	6	<b>74%</b>	6%	
Koordinátageometria	2012	7	<b>60%</b>	58%	
Valószínűségszámítás	2012	8	<b>66%</b>	12%	igen
Geometria Számítási sorozatok	2012	9	<b>64%</b>	10%	

Koordinátageometria	2013	5	<b>58%</b>	17%	
Geometria Mértani sor	2013	6	<b>74%</b>	29%	
Szélsőérték számítás Statisztika	2013	7	<b>64%</b>	28%	igen
Geometria Valószínűségszámítás Kombinatorika	2013	8	<b>58%</b>	10%	igen
Valószínűségszámítás	2013	9	<b>54%</b>	17%	
Egyenletmegoldás	2014	5	<b>84%</b>	5%	
Valószínűségszámítás Geometria	2014	6	<b>68%</b>	20%	igen
Számítási sorozat Kombinatorika	2014	7	<b>68%</b>	6%	igen
Koordinátageometria	2014	8	<b>45%</b>	52%	
Térgeometria Valószínűségszámítás	2014	9	<b>63%</b>	17%	igen
Analízis	2015	5	<b>69%</b>	6%	
Valószínűségszámítás	2015	6	<b>70%</b>	11%	igen
Mértani sorozat	2015	7	<b>67%</b>	12%	igen
Logika, Kombinatorika, Geometria	2015	8	<b>57%</b>	55%	
Algebra Térgeometria	2015	9	<b>67%</b>	16%	

*3.16. táblázat: Az emelt szintű írásbeli vizsgarész II. részében szereplő feladatok eredményessége és kihagyási aránya*

Megállapítások a táblázat adatai alapján:

- A vizsgában szereplő 20 feladatból 18 eredményessége 54 és 74% közé esik, itt is érvényes tehát az a korábbi megállapítás, hogy az emelt szinten vizsgázók egyenletesen jól teljesítenek az írásbeli vizsgán.
- A legalacsonyabb megoldottságú (45%) 2014/8. feladat esetében a gyengébb eredményt egyfelől a témakör (koordinátageometria) okozhatta. Másfelől az is igaz, hogy a feladat a) része egy nehéz bizonyítás volt, s bár a b) rész könnyebb volt, és az a) rész nélkül is megoldható lett volna, többen lehettek, akik a bizonyítás sikertelensége után a b) részhez hozzá sem fogtak.
- Jól látható, hogy a vizsgázók nem szívesen oldanak meg koordinátageometriai és geometriai témakörbe tartozó feladatokat, ezek kihagyási aránya minden évben a legmagasabbak közt van.

- A szöveges feladatok megoldottsága (átlagosan 65%) és a tisztán matematikai példáké (64%) közel azonos, továbbá megállapítható, hogy a vizsgázók szívesen választják (kisebb arányban hagyják ki) a szöveges feladatokat.
- Ami a témakörönként vizsgált eredményességet illeti: túl azon, hogy a feladatok nagy részét nem lehet egyértelműen besorolni valamelyik témakörbe, az emelt szint I. részéhez hasonlóan itt is igaz: sem egyértelműen jól, sem általánosan rosszul szereplő témakört nem találtam. Talán egyedül a koordinátageometria témájú feladatok megoldottsága mutat egységesen alacsony megoldottságot.

Megvizsgáltam, hogy ebben a részben van-e összefüggés a feladatok szövegének hossza, az eredményesség illetve a kihagyási arány között. Az derült ki, hogy a feladat szövegének hossza és az eredményesség, illetve a feladat szövegének hossza és a kihagyási arány között gyakorlatilag nincs kapcsolat. Ugyanakkor a feladat eredményessége és kihagyási aránya között közepes negatív korreláció (-0,57) kimutatható. Ez azt jelenti, hogy a nagyobb arányban kihagyott feladat átlagosan rosszabbul sikerül. Ez nem meglepő: a diákok emelt szinten jól fel tudják mérni, hogy melyik a nehéz feladat: 2012-ben, 2014-ben és 2015-ben is a legnagyobb arányban kihagyott feladat volt a legalacsonyabb megoldottságú. Ugyanezt a hatást erősíti az a tapasztalat, hogy azt a feladatot, amit kevesebben választanak (mert nehéznek tűnik, vagy a témaköre nem közkedvelt) a jobb készségekkel rendelkező diákok nagyobb arányban hagyják ki, így ezek megoldottsága is alacsonyabb lesz.

Ebben a részben is megvizsgáltam azon feladatok eredményességét, amelyek nem tartalmaztak részfeladatot (2012/7. és 2013/5.). 2012-ben ez volt a legalacsonyabb megoldottságú feladat, és 2013-ban sem sikerült igazán jól ez a példa a vizsgázóknak.

### **3.2.6. A középszinten nagyon gyengén teljesítők**

Megvizsgáltam külön azt is, hogy a középszinten belül nagyon gyengék (20% alatt írók) milyen eredményességgel oldották meg az egyes feladatokat az I. részben. Ezután kiválogattam azokat a feladatokat, amelyeknél az összes vizsgázó eredményességét vizsgálva az átlagosnál sokkal jobban, illetve azokat, amelyeknél – a saját átlagos eredményükhöz képest – sokkal rosszabb eredményt értek el. Ezeket mutatja a 3.17. és a 3.18. táblázat.

A táblázatok adatait vizsgálva megfigyelhető, hogy az összes vizsgázóra tett egyik megállapításom a gyengébbek körében még hangsúlyosabban jelentkezik: a gyengék a geometriai feladatokban – önmaguk átlagos eredményéhez viszonyítva – is az összes vizsgázó gyenge eredményét messze alulmúlva tel-

jesítenek. Érdekes az is, hogy egy speciális résztémában (algebrai törtek egyszerűsítése) a gyenge diákok saját átlagos teljesítményükhöz képest is mennyire alulteljesítenek. A relatívan magas megoldottságú feladatok között mindenféle típusú feladatot találunk, ezek közös tulajdonsága talán a nagyon egyszerű matematikai tartalom.

Év	Feladat sorszáma	Témakör	Téma	Eredményesség	
				Összes	Gyengék
2012	7	Geometria	Kör egyenlete	55%	6%
	11	Algebra	Tört egyszerűsítése	48%	2%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>55%</b>	<b>15%</b>
2013	3	Geometria	Körcikk középponti szöge	65%	12%
	5	Geometria	Trigonometria	54%	8%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>57%</b>	<b>23%</b>
2014	6	Algebra	Összetett százalékszámítás	59%	9%
	11	Geometria	Síkgeometria	60%	9%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>73%</b>	<b>33%</b>
2015	1	Algebra	Tört egyszerűsítése	45%	7%
	10	Geometria	Kör egyenlete	60%	14%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>56%</b>	<b>26%</b>

3.17. táblázat: A középszinten gyengén (20% alatt) teljesítők relatívan alacsony megoldottságot mutató feladatai a vizsga I. részéből, 2012-2015.

Év	Feladat sorszáma	Témakör	Téma	Eredményesség	
				Összes	Gyengék
2012	4	Gond. módszer	Logika	48%	44%
	5	Algebra	Százalékszámítás	90%	54%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>55%</b>	<b>15%</b>
2013	1	Gond. módszer	Halmazműveletek	93%	76%
	11	Statisztika	Leíró statisztika	84%	58%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>57%</b>	<b>23%</b>
2014	1	Gond. módszer	Halmazműveletek	83%	62%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>73%</b>	<b>33%</b>
2015	2	Algebra	Számelmélet	91%	75%
	8	Gond. módszer	Gráfok	87%	63%
	<b>I. rész átlag</b>			<b>56%</b>	<b>26%</b>

3.18. táblázat: A középszinten gyengén (20% alatt) teljesítők relatívan magas megoldottságot mutató feladatai a vizsga I. részéből, 2012-2015.

### 3.2.7. Az önkéntes adatszolgáltatás eredményeinek összefoglalása

1. A *középszinten* vizsgázók körében a geometria témakörébe tartozó feladatok okozzák a legtöbb nehézséget, ezek eredményessége a legalacsonyabb. A jelenség háttérében állhat egyfelől, hogy az iskolai oktatásban is háttérbe szorult a geometria oktatása az elmúlt évtizedben. Másfelől kétségtelenül a nehezebb, összetettebb, több kompetenciát igénylő feladatok tartoznak ebbe a témakörbe. A sikeresebb témakörök között szerepel az algebra, viszont meglepetést jelenthet, hogy mind a gondolkodási módszerek, mind a statisztika és valószínűség-számítás témakörébe tartozó feladatok jól sikerülnek a vizsgázóknak.

2. *Emelt szinten* egységesebb a kép. Úgy tűnik, hogy a vizsgázók minden témakörben egyenletesen teljesítenek. Az egyetlen árulkodó jel, hogy a koordináta-geometriai feladatokat nagy arányban hagyják ki a diákok a választható feladatok közül, aki pedig mégis választja, az általában alacsony eredményességgel oldja meg.

3. Ha azokat a témaköröket (logika, gráfok, statisztika és valószínűség-számítás) vizsgáljuk, melyek viszonylag újak a magyarországi matematikaoktatásban, akkor azt tapasztaljuk, hogy mindkét szinten szívesen választják a vizsgázók, és eredményesen is oldják meg az ide tartozó feladatokat. Erre két magyarázat lehet. Egyrészt az elmúlt 10 évben a tanárok és a tankönyvek is sokat fejlődtek ezeken a területeken. Másrészt viszont az is igaz, hogy – érthető óvatosságból – ezekből a témakörökből a követelmények csak az alapvető ismereteket kérik számon a – középszintű – vizsgázóktól, így a feladatok megoldása is kevesebb hagyományos matematikai (aritmetikai, geometriai, algebrai) kompetenciát igényel. Mindezek egyik következményeként a 2017-től érvényes érettségi vizsgakövetelmények ezekben a témakörökben a korábbinál – ha kis mértékben is, de – nagyobb mennyiségű ismeretet várnak el a vizsgázóktól. (Részletes érettségi vizsgakövetelmények matematikából)

4. A 2005-ben bevezetett kétszintű érettségi vizsgaleírás matematikából rögzíti a szöveges, esetleg modellalkotást igénylő feladatok arányát a feladatsorokban (középszinten 30-50%, emelt szinten 30-40%). Általános tanári közhiedelem, hogy a diákok nem kedvelik az ilyen feladatokat, és sokszor csak nehezebben tudják ezeket megoldani. Fenti elemzésem szerint a 2012 és 2015 közötti feladatok vizsgálata azt mutatja, hogy az érettségi vizsgán nem ez a helyzet. Egyfelől a diákok közép- és emelt szinten egyaránt szívesen választják a szöveges feladatokat, másfelől ezek eredményessége sokszor még magasabb is, mint a tiszta matematikai feladatok eredményessége.

5. Az elemzés azt mutatja, hogy a leggyengébben teljesítők körében a geometria feladatok az átlagosnál is rosszabbul sikerülnek. A saját teljesítményükhöz képest magasabb megoldottságot azoknál a zárt végű feladatoknál mutatnak, ahol tippeléssel is jó választ adhatnak.

### 3.3. A 2012. május-júniusi írásbeli feladatsorok részletes elemzése<sup>1</sup>

Az Oktatási Hivatal megbízásából elvégeztük a 2012. májusi érettségi írásbeli feladatlapon mérésmetodikai vizsgálatát öt vizsgatárgyból (magyar nyelv és irodalom, matematika, történelem, angol nyelv és német nyelv). A vizsgálat során a közép- és emelt szintű feladatlapon megbízhatóságát és megfelelőségét részletesen elemeztük.

A kétszintű érettségi rendszer 2005-ös bevezetése óta ebben a vizsgálatban volt mód először az érettségi feladatsorok méréselméleti elemzésére. Az érettségi vizsga esetében a leggyakrabban alkalmazott mérési módszerek a feladatlapon elkészítésénél nem alkalmazhatók. Egyfelől biztonsági okokból nem lehetséges a feladatok, feladatsorok előzetes kipróbálása, másrészt (elsősorban a felsőfokú felvételi eljárás megfelelő időben történő lebonyolítása miatt) az utólagos mérésmetodikai statisztikai korrekcióra sincs lehetőség.

A feladatsorok minőségét, egyenletes színvonalát a feladatkészítők tapasztalata és a nagyon szigorú jogszabályi környezet hivatott biztosítani. A kutatás egyik célja annak eldöntése volt, hogy vajon ezek az eszközök elegendőek-e a cél eléréséhez. (Oktatási Hivatal, 2014e)

#### 3.3.1. A középszintű feladatsor

##### 3.3.1.1. A mintavételezési eljárás

A vizsgálatunkban érintett érettségi vizsgán középszinten 82 675 vizsgázó vett részt a meg nem jelenteken és a mentességgel rendelkezőkön kívül. Közülük választottunk ki egy 996 fős mintát. A mintavételezési eljárásból eleve kizártuk azokat a vizsgázókat, akik (1) idegen nyelven írták meg a dolgozatot, (2) sajátos nevelési igényűek, (3) nem 2012-ben végeztek a középiskolában, (4) módosított profillal írták meg a dolgozatot (módosítva lett az elérhető pontszám), (5) másik iskolában vendégtanulóként írták meg az érettségit, valamint (6) nem nappali képzésben tanultak. A kizárások után még nagyon sok telephely maradt az adatbázisban. Első lépésként ezért az egyes tantárgyak kapcsán érintett telephelyeket hármass csoportokba osztottuk hasonlóságuk alapján, és minden ilyen hármass csoportból véletlenszerűen kiválasztottunk egyet. Ennek eredményeképpen harmadannyi esélyes telephelyünk maradt, amelyek még mindig megfeleltek a reprezentativitási feltételeknek. A hasonlóság szempontjai között szerepelt az egyes tárgyakban és szinteken írt dolgozatok száma és az ezeken elért átlagos eredmény hasonlósága, valamint szigorú feltétel volt, hogy az egyes csoportok mindegyik tagja azonos régióhoz és településtípushoz tartozzon.

<sup>1</sup> Ez a fejezet az Oktatási Hivatal megbízásából, Koncz Leventével közösen készített tanulmányunk rövidített változata. (Oktatási Hivatal, 2014a)

Középszinten a mintát úgy választottuk, hogy a megtartott telephelyek diákjai közül ezer darab tanulóhármast jelöltünk meg. Ehhez elsődlegesen kiválasztottunk ezer tanulót, majd a sorban utána és előtte lévő, hozzá nagyon hasonló tanulót megjelöltük 1-es és 2-es póttanulónak, akik nagyon hasonló eredményekkel rendelkeztek. Ezt követően rangsoroltuk az érintett telephelyeket aszerint, hogy a tanulóhármások 3000 tanulója közül hányan írták meg ott a dolgozatot. Utolsó lépésként a tanulóhármásokból azt az egy diákot tartottuk meg a végső mintában, aki olyan telephelyhez tartozott, amelyről a legtöbb tanuló lett kiválasztva a 3000 fős mintába, s ha többen is akadtak, akkor a kiválasztott tanuló – 1-es póttanuló – 2-es póttanuló rangsort követve jelöltük ki a megfelelő diákot.

Az így kapott 996 elemű minta régióra, településtípusra (Budapest, megyeszékhely, és egyéb kategóriákkal), a képzési típusra (gimnázium, szakközépiskola) és a vizsgán elért eredményre nézve reprezentatív.

### 3.3.1.2. A vizsgázók száma és a vizsga összesített eredményessége

A 2012. május-júniusi középszintű matematika vizsgán részt vevő 82 675 vizsgázó közül 67 838 vizsgázó felelt meg a fent említett (1)-(6) feltételeknek, közülük lett kiválasztva a 996 fős reprezentatív minta. Érdekes ezek mellett a 2012-ben elkészített, az előző fejezetben részletesen bemutatott önkéntes adatszolgáltatás megfelelő adatait is feltüntetni egy táblázatban.

Adatok típusa	Összes vizsgázó	Vizsgálati alapsokaság	Vizsgálati minta	Önkéntes adatszolgáltatás
Adatok száma	82 675	67 838	996	31 092
Írásbeli vizsga-eredmények átlaga	<b>48,86%</b>	<b>51,02%</b>	<b>51,34%</b>	<b>49,37%</b>

*3.19. táblázat: a 2012. évi középszintű írásbeli feladatsor különböző mintáinak nagysága és ezek átlagos eredményessége*

A táblázatból jól látható, hogy az összes vizsgázó eredménye csak alig tér el az önkéntes adatszolgáltatásban részt vevők átlagos eredményétől. A vizsgálati alapsokaság átlagos eredménye ezeknél magasabb. Ennek egyik nyilvánvaló oka, hogy a felnőttoktatásban részt vevő, illetve tanulói jogviszony nélkül vizsgázó 12 558 fő 36,00%-os átlaga nem szerepel az adatok között. Ezt nem elenyészelt, hogy az idegen nyelven vizsgázók 1545 fős tábora is kimaradt a vizsgálatból, az ő átlagos eredményük 66,68% volt.

### 3.3.1.3. A feladatsor egyes itemeinek a megoldottsága

Az alábbiakban itemről itemre elemezzük az egyes feladatok megoldottságát. (Matematika középszintű írásbeli érettségi vizsga, 2012. május 8.) Megoldottság alatt azt értjük, hogy egy adott itemnél a mintában szereplő vizsgázók az összes elérhető pontszám hány százalékát érték el.

#### Az I. rész feladatai

Az I. rész itemszintű megoldottsága:

Item	1.	2. ind.	2. egy.	3. min.h.	3. min.	4.A	4.B
Megoldottság	<b>60%</b>	<b>33%</b>	<b>31%</b>	<b>50%</b>	<b>62%</b>	<b>64%</b>	<b>33%</b>
Item	5.	6.	7. kp.	7. sugár	8.		
Megoldottság	<b>91%</b>	<b>70%</b>	<b>52%</b>	<b>70%</b>	<b>88%</b>		
Item	9. ind.	9. val.	10. ind.	10. x ért.	11.	12.	
Megoldottság	<b>46%</b>	<b>62%</b>	<b>41%</b>	<b>47%</b>	<b>53%</b>	<b>51%</b>	

#### *3.20. táblázat: az I. rész feladatainak itemszintű megoldottsága*

Kiválasztottam három feladatot, amelynek megoldottsági adata érdekes kérdéseket vet fel.

A 4. feladatban két állítás logikai értékét kellett meghatározni. Az A) állítást 64%, a – hasonló nehézségű – B)-t pedig mindössze 33% oldotta meg helyesen. A vizsgázók nagy része (64%-a) összesen 1 pontot szerzett meg a 2-ből, ezért felmerül annak lehetősége, hogy a feladat szövegét („Döntse el, melyik állítás igaz, melyik hamis!”) sokan félreértették, és úgy gondolták, hogy a két állítás közül az egyik igaz, a másik pedig hamis. Így valószínűleg az A) állításról eldöntötték, hogy az igaz, ezért a B)-re gondolkodás nélkül írhatták sokan, hogy hamis, miközben az is igaz volt. Erre utal az az adat is, hogy az összesen 1 pontot szerzők között majdnem 3-szor annyian voltak azok, akik csak az A) kérdésre adtak jó választ (477 diák), mint azok, akik csak a B)-re (162 diák).<sup>1</sup>

A 9. feladatban egy egyszerű valószínűségszámítási kérdéssel találkoztak a vizsgázók. A válasz megoldottsága 62%-os lett, de a hozzá tartozó indoklás megoldottsága már jóval alacsonyabb volt (46%). Erre az lehet a magyarázat, hogy a megoldási útmutató kettős vonallal választotta el a két itemet, így a hibás elindulás után a diákok egy része a kedvező és összes esetek számának elosztásáért kaphatta meg a második item 1 pontját.

<sup>1</sup> Megfigyelhető, hogy az utóbbi időszakban – talán pont elemzésünk hatására – a hasonló típusú feladatok szövegezése megváltozott, kevésbé félrevezető.

A 10. feladat – egy egyszerű logaritmusos egyenlet – nehezebbnek bizonyult, amit az indoklásnál mérhető 41%-os és a lehetséges értékek megadásánál tapasztalt 47%-os érték is mutat. A második item magasabb megoldottsága itt inkább a magyarázatok hiányát vagy hibáját jelzi.

### A II. rész feladatai

A II. rész alfeladat-szintű megoldottsága:

Item	13.a	13.b	14.a	14.b.	14.c	15.a	15.b	15.c
Megoldottság	<b>30%</b>	<b>40%</b>	<b>41%</b>	<b>40%</b>	<b>27%</b>	<b>81%</b>	<b>77%</b>	<b>43%</b>
Item	16.a	16.b	16.c	17.a	17.b	17.c	17.d	
Megoldottság	<b>95%</b>	<b>34%</b>	<b>31%</b>	<b>39%</b>	<b>58%</b>	<b>43%</b>	<b>68%</b>	
Item	18.a	18.b	18.c	18.d				
Megoldottság	<b>60%</b>	<b>37%</b>	<b>43%</b>	<b>67%</b>				

#### *3.21. táblázat: a II. rész feladatainak alfeladat-szintű megoldottsága*

A második feladatlap „A” részében található három feladat (13-15. feladat) – két 2 pontos alfeladattól eltekintve – 6 iteme nagyon hasonló megoldottságot mutat: ezek 27 és 43% között szóródnak. A 15. feladat első két részét 80% körül teljesítették a vizsgázók, ez várható volt, hiszen két igen egyszerű, tulajdonképpen matematikai ismeret nélkül is megoldható feladatról volt szó.

A 14. feladatot érdemes egy kicsit részletesebben is megvizsgálni, mivel a 3.3.1.4. részben bemutatott magyarázó ereje ennek a feladatnak lett a legmagasabb. A feladat három részből állt és síkgeometriai ismereteket kért számon (derékszögű háromszög egy adatának kiszámítása egy oldal és egy hegyesszög ismeretében, a koszinusz-tétel alkalmazása és trapéz területének kiszámítása). A c) feladat azért szerepelhetett ilyen jól az illeszkedés vizsgálat során, mert nagyon sokféleképpen lehet megoldani. A javítókulcs is két (egészen eltérő megközelítésű) megoldást részletez, de a gyakorlat azt mutatta, hogy a diákok sok különböző megoldási módot találtak az eredmény kiszámolására.

A „B” rész három feladatából (16-18.) kettőt kellett a vizsgázóknak kiválasztaniuk, az egyik feladatot kihagyhatták. A 16. feladatot mindössze 4%, a 17.-et 21%, a 18. feladatot pedig 75% hagyta ki. Ezzel szoros összefüggésben a 16.a alfeladat megoldottsága 95% feletti volt, ami azért is figyelemre méltó, mert ezzel az itemmel összesen 8 pontot lehetett szerezni. Az adatokat részletesebben áttekintve az is látható, hogy az ezt a feladatot választók 87%-a a maximálisan elérhető 8 pontot szerezte meg. Talán nem túlzás azt állítani, hogy sok diákot ez a feladat „mentett meg” az elégtelen osztályzattól vagy a szóbeli vizsgára kerüléstől. A többi 10 alfeladat megoldottsága 31 és 68% között szóródott.

Ebből a részből a 17. feladatot vizsgáljuk meg részletesebben, annak is első-sorban az a) és b) kérdését. Az adatok elemzésekor ugyanis szembeűnő, hogy a b) alfeladat megoldottsága magasabb, mint az a) feladaté. Az a) feladatban (ahol 5 szám átlagát 1 pontért, szórását további 2 pontért kellett kiszámítani) a diákok túlnyomó többsége, 697 diák 1 pontot szerzett, vagyis szinte biztosak lehetünk benne, hogy a vizsgázók 70%-a csak átlagot tud számolni, szórást (akár számológéppel) nem. Ugyanakkor a fenti 697 tanuló 36%-a (250 fő) az elérhető maximális 3 pontot megszerezte a b) feladatban, ahol öt szám ismert szórásából (ennek értéke 0 volt) és átlagából kellett az öt (egyenlő) számot felírni. A forgalomban lévő függvényűablákat megvizsgálva szembeűnő, hogy a „Szóródási mutatók” cím alatt először a „terjedelem” szerepel, mint fogalom. Valószínűsíthető (illetve saját gyakorlatból biztosan állítható), hogy a diákok egy része szórás helyett terjedelmet számolt az a) részben, de a b) részben ugyanazt kapták, mint a javítási útmutatóban szereplő eredmény, hiszen a 0 szórású adatoknak a terjedelme is 0. Érdekes elvi kérdést vet fel, hogy egy nyilvánvaló elvi hiba egy alfeladatban, majd az ebből fakadó jó megoldás egy másik alfeladatban vajon mennyi pontot ér?

#### 3.3.1.4. A középűntű feladatsor mérésűethodikai jellemzői

##### A feladatok magyarázó ereje

Egy feladat magyarázó ereje azt fejezi ki, hogy az adott feladat mennyire jelzi előre a feladatsorban elért teljes pontszámot. Minél nagyobb a magyarázó erő, annál inkább előrejelzi az adott itemre vagy feladatra kapott pontszám a teljes dolgozat pontszámát.

A magyarázó erő kiszámításának egyik módja annak vizsgálata, hogy ha lineáris regresszióűnál az adott feladatűnál elért pontszám segítségével közelítűnénk az ősszpontszámot (illetve az ősszpontszáműból kihagynánk az adott feladat pontszámát), a regresszióűs egyenes milyen százalékos arányban magyarázza a teljes ingadozást. Minél nagyobb a magyarázó erő, annál inkább előrejelzi az adott feladatra kapott pontszám az érettségi pontszámát. (Hunyadi, 2000)

A 3.22. táblázatban az egyes feladatok magyarázó erejét tűntettem fel.

feladat	feladat magyarázó erő ( $R^2$ )	
	többi feladat pontszáma	összes feladat pontszáma
1. feladat	0,228	0,322
2. feladat	0,382	0,517
3. feladat	0,285	0,382
4. feladat	0,036	0,072
5. feladat	0,045	0,081
6. feladat	0,256	0,354
7. feladat	0,455	0,580
8. feladat	0,106	0,180
9. feladat	0,303	0,429
10. feladat	0,356	0,490
11. feladat	0,441	0,580
12. feladat	0,210	0,315
13. feladat	0,418	0,627
14. feladat	0,525	0,709
15. feladat	0,448	0,626
16. feladat	0,356	0,536
17. feladat	0,348	0,553
18. feladat	0,501	0,692

3.22. táblázat: A feladatok magyarázó ereje

A többi, meglehetősen jó érték között feltűnő a 4. és 5. feladat alacsony magyarázó ereje. Ez utóbbi nem meglepő ismerve a feladat könnyűségét (egy számot kellett 12%-kal megnövelni), de a 4. feladatnál más volt a hiba, ezt már részletesen elemeztük.

#### A teszt Cronbach-alfa értéke

A Cronbach-alfa egy teszt belső konzisztenciáját méri. Képlete egy  $k$  feladat-

$$\text{ból álló tesztre: } \alpha = \frac{k}{k-1} \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^k D^2(Y_i)}{D^2(X)} \right), \text{ ahol } X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_k, D^2(X)$$

az összpontszám,  $D^2(Y_i)$  pedig az  $i$ -edik feladat pontszámának szórásnégyzete (varianciája). (Cronbach, 1951) Az  $\alpha$  értéke 0 és 1 között változhat, minél közelebb van 1-hez, annál erősebb a feladatok koherenciája. Általában a 0,9 fölötti érték kiválónak számít, míg a 0,8 fölötti jónak. Erdemes megjegyezni, hogy az itemek számának növelése önmagában is növeli az  $\alpha$  értékét, ahogy ez itt is látható az I. rész eredményeinél és a teljes feladatsornál egyaránt.

I. rész
Cronbach-alfa részkérdésenként: 0,862
Cronbach-alfa feladatonként: 0,835
Teljes feladatsor
Cronbach-alfa részkérdésenként: 0,870
Cronbach-alfa feladatonként: 0,805

A fenti ismeretek birtokában a vizsgált középszintű érettségi feladatsornak jó a Cronbach-alfa értéke.

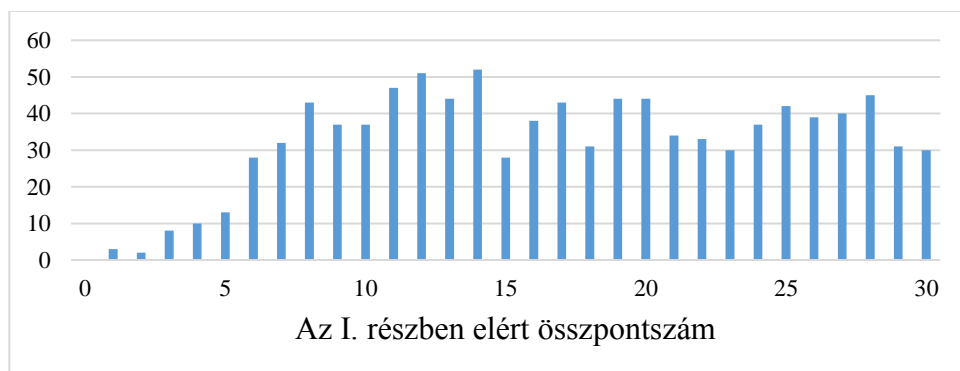
### Az egyes részekben és a teljes feladatsorban elért pontszámok vizsgálata

Az alábbi táblázat az egyes részek és a teljes feladatsor néhány alapstatisztikáját mutatja:

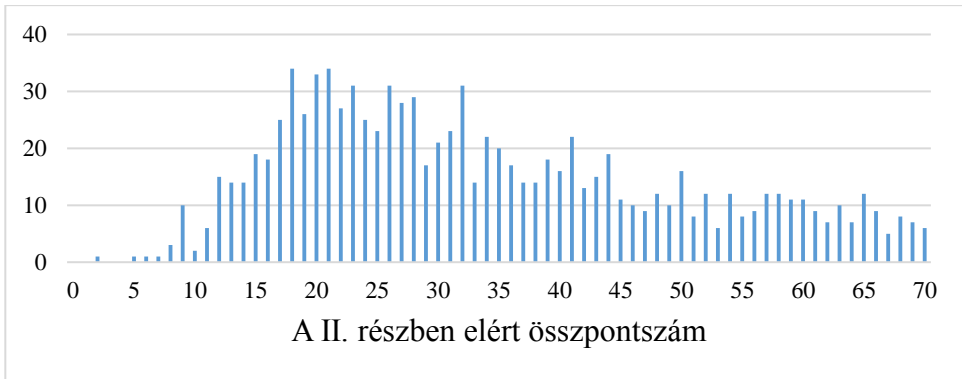
	minimum	első kvartilis	medián	átlag	harmadik kvartilis	maximum	szórás
I. rész	1	11	17	17,33	24	30	7,40
II. rész	2	21	31	34,01	44,25	70	15,71
Teljes	10	33	47	51,34	68	100	22,06

*3.23. táblázat: a 2012. évi középszintű feladatsor egyes részeinek és egészének statisztikai adatai*

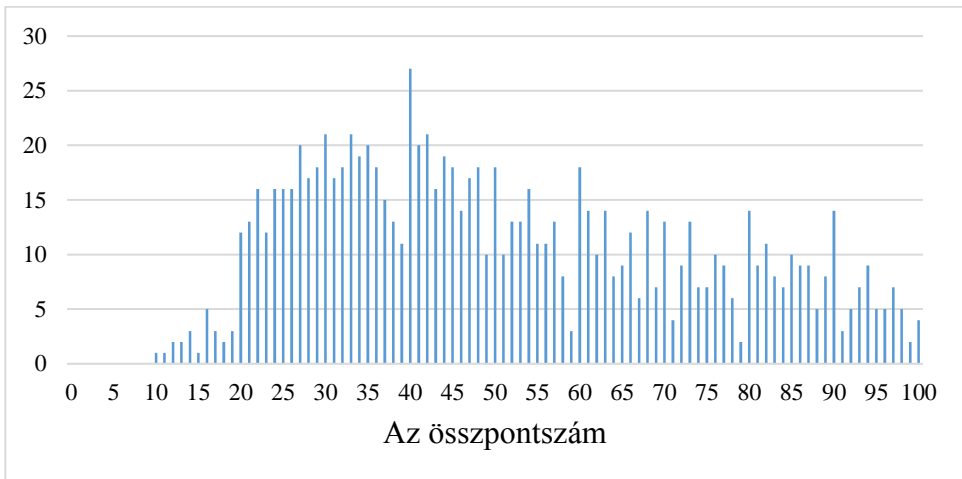
A táblázat adatainál többet mond, ha az egyes részekben az összesített pontszámok eloszlását ábrázoljuk, illetve ha kiszámoljuk ezen eloszlások ferdeségét és csúcsosságát.



*3.16. ábra: Az összesített pontszámok eloszlása az I. részben*



3.17. ábra: Az összesített pontszámok eloszlása a II. részben



3.18. ábra: Az összesített pontszámok eloszlása két részben együtt

	I. rész	II. rész	Teljes
Ferdeség	0,01	0,54	0,42
Csúcsosság	-1,11	-0,68	-0,87

3.24. táblázat: a 2012. évi középszintű feladatsor egyes részeinek és egészének további statisztikai adatai

A ferdeség azt mutatja meg, hogy mennyire szimmetrikus az eloszlás. Az I. rész pontszámai szimmetrikus eloszlást mutatnak, amit az is jelez, hogy a medián és az átlag alig térnek el egymástól. A II. rész és a teljes dolgozat pontszámai már nem ennyire szimmetrikusak, jobbra „nyúlnak el”, a medián ezek-

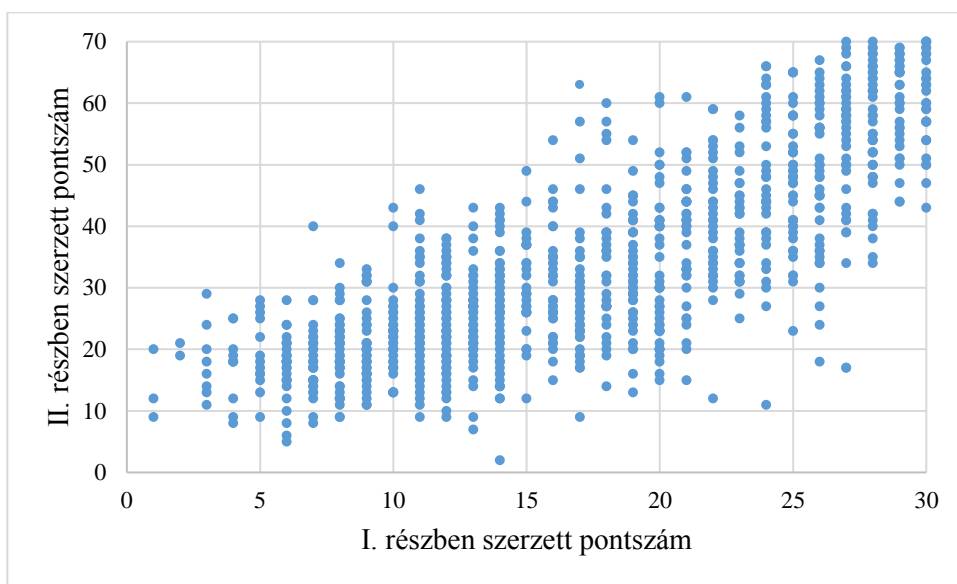
nél az adatoknál kisebb, mint az átlag. Értelemszerűen a teljes pontszám ferdesége kisebb, mint a II. rész ferdesége.

A csúcsosság azt mutatja meg, hogy az eloszlás alakja mennyire tér el a normális eloszlás haranggörbéjének csúcsosságától. Az itt tapasztalható negatív értékek a normális eloszlásnál „laposabb” eloszlást mutatnak, itt (szemmel láthatóan is) az I. rész mutatója jelez nagy eltérést, a II. részé már kisebb, a teljes pontszámé nyilvánvalóan a két érték között helyezkedik el.

Ezekkel az adatokkal kapcsolatban az a kérdés merül fel, hogy mennyire célja az érettséginek, hogy a végső eredményeket tekintve normális eloszlást mutasson?

### A feladatsor két része közötti összefüggés

A 3.19. ábrán ábrázoltuk, hogy mely párok fordultak elő első-második összpontszám kombinációként. (Az ábra nem mutatja a multiplicitásokat, a tipikus pontpárok több esetben megjelentek.)



3.19. ábra: A két részben szerzett pontszámok közötti összefüggés

A grafikus megjelenítésen túl a két részben elért pontszámok közötti kapcsolat vizsgálatához érdemes kiszámolni néhány korrelációs együtthatót.

A korrelációs együttható		
I. és II. rész pontszámai között	I. rész és a teljes pontszám között	II. rész és a teljes pontszám között
0,796	0,902	0,979

Jól látható, hogy a legszorosabb (lineáris) kapcsolat a II. rész és a teljes pontszám között figyelhető meg, ennél kicsit gyengébb az I. rész és a teljes pontszám kapcsolata. Ugyanakkor érdekes adat, hogy az I. és a II. rész pontszámai között a kapcsolat gyengébb, ezt a 3.19. grafikon pontjainak szemmel láthatóan nagy szóródása is mutatja.

### 3.3.2. Az emelt szintű feladatsor

#### 3.3.2.1. A mintavételezési eljárás

A vizsgálatunkban érintett érettségi vizsgán emelt szinten 3472 vizsgázó vett részt a meg nem jelenteken és a mentességgel rendelkezőkön kívül. Közülük választottunk ki egy 596 fős mintát. A mintavételezési eljárásból eleve kizártuk azokat a vizsgázókat, akik (1) idegen nyelven írták meg a dolgozatot, (2) sajátos nevelési igényűek, (3) nem 2012-ben végeztek, (4) módosított profillal írták meg a dolgozatot (módosítva lett az elérhető pontszám), (5) másik iskolában vendégtanulónként írták meg az érettségit, valamint (6) nem nappali képzésben tanultak.

A kizárások után még nagyon sok telephely maradt az adatbázisban, ami ellenkezett azzal a célunkkal, hogy minél kevesebb telephelyet szerettünk volna bevonni a vizsgálatba. Első lépésként ezért az érintett telephelyeket hármas csoportokba osztottuk hasonlóságuk alapján, és minden ilyen hármas csoportból véletlenszerűen kiválasztottunk egyet. Ennek eredményeképpen harmadannyi esélyes telephelyünk maradt, amelyek még mindig megfeleltek a reprezentativitási feltételeknek. A hasonlóság szempontjai között szerepelt az egyes tárgyakban és szinteken írt dolgozatok száma és az ezeken elért átlagos eredmény hasonlósága, valamint szigorú feltétel volt, hogy az egyes csoportok mindegyik tagja azonos régióhoz és településtípushoz tartozzon.

Emelt szinten az alacsony létszám miatt a középszinttől kicsit eltérő módszert kellett követnünk. A matematika esetében csak egyszerű véletlen mintavételezéshez volt elegendő tanuló. Így választottuk ki végül a vizsgálatban érintett 596 elemű mintát, mely régióra, településtípusra (Budapest, megyeszékhely, és egyéb kategóriákkal), a vizsgán elért eredményre és a képzési típusra (gimnázium, szakközépiskola) nézve reprezentatív.

#### 3.3.2.2. A vizsgázók száma és a vizsga összesített eredményessége

A 2012. május-júniusi emelt szintű matematika vizsgán részt vevő 3472 vizsgázó közül 2518 vizsgázó felelt meg a fent említett (1)-(6) feltételeknek, közülük lett kiválasztva az 596 fős reprezentatív minta. Érdekes ezek mellett a 2012-ben elkészített, az előző fejezetben részletesen bemutatott önkéntes adatszolgáltatás megfelelő adatait is feltüntetni egy táblázatban.

Adatok típusa	Összes vizsgázó	Vizsgálati alapsokaság	Vizsgálati minta	Önkéntes adat-szolgáltatás
Adatok száma	3472	2518	596	818
Írásbeli vizsga-eredmények átlaga	<b>70,2%</b>	<b>71,8%</b>	<b>71,2%</b>	<b>74,1%</b>

*3.25. táblázat: a 2012. évi emelt szintű írásbeli feladatsor különböző mintáinak nagysága és ezek átlagos eredményessége*

A táblázatból jól látható, hogy az összes vizsgázó, a vizsgálati alapsokaság és a vizsgálati minta átlagos eredménye csak alig tér el egymástól. Az önkéntes adatszolgáltatás átlagos eredménye ezeknél magasabb.

### 3.3.2.3. A feladatsor egyes itemeinek a megoldottsága

Az alábbiakban itemről itemre elemezzük az egyes feladatok megoldottságát. (Matematika emelt szintű írásbeli érettségi vizsga, 2012. május 8.) Megoldottság alatt azt értjük, hogy egy adott itemnél a mintában szereplő vizsgázók az összes elérhető pontszám hány százalékát érték el.

A feladatok itemszintű megoldottsága:

Item	1.a	1.b	2.a	2.b	3.a	3.b	4.a	4.b	4.c
Megoldottság	<b>97%</b>	<b>87%</b>	<b>86%</b>	<b>73%</b>	<b>90%</b>	<b>72%</b>	<b>84%</b>	<b>91%</b>	<b>76%</b>
Item	5.a	5.b	6.a	6.b	6.c	7.			
Megoldottság	<b>77%</b>	<b>42%</b>	<b>87%</b>	<b>70%</b>	<b>60%</b>	<b>52%</b>			
Item	8.a	8.b	8.c	9.a	9.b				
Megoldottság	<b>69%</b>	<b>59%</b>	<b>61%</b>	<b>92%</b>	<b>47%</b>				

*3.26. táblázat: az emelt szintű feladatsor feladatainak itemszintű megoldottsága*

Az 1. feladat egy bemelegítő, önbizalomszerző egyszerű szöveges feladat, melyet nagyon sikeresen, 90% fölötti eredménnyel oldottak meg a vizsgázók. Az I. rész másik három feladatának összesített eredményessége is 78 és 82% közötti. Összességében elmondhatjuk, hogy az I. rész arányai jól el voltak találva: a feladatsor legkönnyebb feladatát követte három szinten nem túl nehéz feladat, melyek mindegyike tartalmazott egy vagy két könnyebb és egy kicsit nehezebb részkérdést.

A II. rész feladatai (5-9.) lényegesen nehezebbek, eredményességük 52 és 70% között alakult. Az 5. feladat első része matematikailag nem nehéz, de szövegértésben problémákat okozhatott, a második része viszont egy nehéz témakörből (határérték-számítás) emelt szinten is nagyon szokatlan volt. Ez a rész lett a feladatsor leggyengébben megoldott iteme (42%). A 6. feladat volt

a legsikeresebb a második részben. A 7. feladat egyetlen, 16 pontos itemből állt, egy háromszög területe szélső értékének meghatározását kérte. Mindkét tény riasztó lehetett a vizsgázóknak: a legtöbben ezt a feladatot hagyták ki, de akik választották, azoknak sem sikerült jól, hiszen ez lett a feladatsor leggyengébben megoldott teljes feladata, az egyetlen, amelynek eredményessége 60% alatt maradt. A 8. feladat valószínűségszámítás volt. A feladat a) és b) része iskolapéldának tekinthető, a c)-ben kérdezett feltételes valószínűség emelt szinten is ritkaságnak számít. Ennek ellenére nem ez lett a feladat leggyengébben sikerült része. A 9. feladat egyszerű (92%-os megoldottságú, a feladatsorban második legeredményesebb) első iteme felvezette az igen nehéznek számító bizonyítást kérő b) feladatot. A b) feladat nehézsége ellenére ezt a feladatot nagyon kevesen hagyták ki.

### 3.3.2.4. A középszintű feladatsor mérésmetodikai jellemzői

#### A feladatok magyarázó ereje

Az alábbi táblázatban az emelt szintű feladatsor egyes feladatainak és részfeladatainak magyarázó erejét tüntettem fel:

feladat	feladat magyarázó erő ( $R^2$ )		feladat	feladat magyarázó erő ( $R^2$ )	
	többi feladat pontszáma	összes feladat pontszáma		többi feladat pontszáma	összes feladat pontszáma
1a	0,071	0,084	5a	0,286	0,401
1b	0,089	0,146	5b	0,279	0,398
1	0,105	0,172	5	0,421	0,601
2a	0,213	0,279	6a	0,148	0,185
2b	0,212	0,267	6b	0,179	0,237
2	0,324	0,426	6c	0,183	0,281
3a	0,044	0,058	6	0,277	0,436
3b	0,208	0,321	7	0,527	0,715
3	0,202	0,326	8a	0,093	0,148
4a	0,197	0,235	8b	0,261	0,325
4b	0,131	0,153	8c	0,254	0,363
4c	0,263	0,353	8	0,343	0,525
4	0,318	0,446	9a	0,139	0,174
			9b	0,276	0,455
			9	0,314	0,508

#### 3.27. táblázat: A feladatsor egyes itemeinek és feladatainak magyarázó ereje

Érdekes néhány nagyobb magyarázó erejű itemet megvizsgálni, mert azok minden bizonnyal jól mérik a vizsgált készséget. A legnagyobb magyarázó erővel az itemek közül (ebben a sorrendben) a 7, 9b, 5a és 5b, majd ezek után

a 8c, 4c és 8b itemek, a feladatokat tekintve (szintén csökkenő sorrendben) a 7., az 5., a 8. és a 9. feladatok rendelkeznek. Az említett itemek a 8b kivételével (amely 4 pontos) legalább 7 pontosak: az igazán jó magyarázó erő jó differenciálást feltételez, az pedig csak akkor valósulhat meg, ha van hozzá elegendő pontszám a feladatban.

Az első helyre került négy item közt szerepel a feladatsor három legnehezebbnek bizonyult iteme (nehézségi sorrend szerint 5b, 9b, 7), egyedül az 5a a kivétel. A magyarázó erő szerint soron következő három item közt találjuk a feladatsor negyedik és ötödik legnehezebbnek bizonyult itemét (8b, 8c), itt a 4c a kivétel. Feladatok szerint vizsgálva ugyanezt a kérdést, a négy legjobb magyarázó erővel bíró feladat egyben a feladatsor négy legalacsonyabb megoldottságú feladata, ráadásul a magyarázó erő szerinti csökkenő sorrend egy kivétellel megegyezik a megoldottság szerinti növekvő sorrenddel.

Első nyilvánvaló következtetésünk tehát az lehet, hogy jó magyarázó erővel elsősorban a nehéz feladatok rendelkeznek. Ez nem meglepő: leginkább a nehéz (de nem túl nehéz) feladatokra jellemző, hogy a jobb készségekkel rendelkezők jobban, a gyengébb készségűek gyengébben oldják meg, így a teljes pontszámhoz hasonlóan jól szétválasztja teljesítmény szerint a vizsgázókat. A „túl nehéz” feladatokra ugyanez már nem igaz, hiszen azt már a jobb készségűek sem tudnák elég eredményesen megoldani. Az adatok tanúsága szerint azonban ilyen túl nehéz feladat ebben a feladatsorban nem volt.

Érdeemes megnézni még az 5a és a 4c itemeket, amelyek annak ellenére rendelkeznek jó magyarázó erővel, hogy nem tartoznak a feladatsor legnehezebb kérdései közé (a 20 item közül a 9-10. legnehezebbnek bizonyultak). Az 5. feladat a) kérdése első sorban a vizsgázók szövegértési kompetenciáját tette próbára, a modellalkotás talán ebben a részfeladatban lehetett a legnehezebb. A szükséges egyenlet sikeres felírása után azonban a megoldás már könnyű volt. A 4. feladat c) kérdésében egy harmadfokú függvény deriváltjának vizsgálatával kellett egy ismeretlen paraméter értékét meghatározni.

Az átlagosnál könnyebb feladatokat a gyengébb tanulók is viszonylag jól megoldhatják, erre a feladatsorban is több példát találunk. A legkönnyebbnek bizonyult öt item (1a, 9a, 4b, 3a, 1b) magyarázó erő szerint egyaránt a legrosszabb magyarázó erejű hat item közt szerepel. Itt a kakukktojás a 8a item, amely annak ellenére igen alacsony magyarázó erejű, hogy viszonylag nehéznek bizonyult (bár a II. részben még így is a negyedik legjobban megoldott item). Ebben az itemben a binomiális eloszlás egyszerű alkalmazása a feladat: a látottak alapján az átlagosnál több gyengébb vizsgázó ért el a feladatban viszonylag magas pontszámot és fordítva. Azt is megállapíthatjuk, hogy a hat legalacsonyabb magyarázó erejű item mindegyike a (7 pontos, igen könnyű) 1b kivételével legfeljebb 5 pontos: alacsony pontszámú item nehezebben tud

jól differenciálni.

Bár arra a – nem meglepő – következtetésre jutottunk, hogy jellemzően a magasabb pontszámú, nehezebb itemek bírnak jobb magyarázó erővel az alacsonyabb pontszámú, könnyebb itemeknél, egy feladatsort értelemszerűen nem lehet csak az előbbiekből összeállítani, mert akkor a differenciálás a kívánatosnál erőteljesebb lenne, s a gyengébb készségekkel rendelkező vizsgázók túlságosan gyenge eredményt érnének el a vizsgán.

### A teszt Cronbach-alfa értéke

A feladatsor Cronbach-alfa értéke itemenkénti bontásban 0,726, feladatonkénti bontásban pedig 0,703. Ezek első ránézésre közepes értékek, több dolgot fel lehet hozni azonban a feladatsor mentségére.

Először is nem tartjuk elvárásnak a feladatsorral szemben, hogy kifejezetten egydimenziós legyen. Az emelt szintű érettségien mért készségek, kompetenciák sokfélék, nem írhatók le egyetlen mutatóval. A különböző vizsgázóknak más-más lehet az erősségük, egyetlen feladatsorral nem lehet ennek összes aspektusát megbízhatóan egyszerre mérni.

Ahogy jeleztük, az itemek számának növelésével a Cronbach-alfa értéke magától is nőne. Az érettségi feladatsorban viszont nem nagyon növelhető a jelenlegi mértéken túl az itemek száma, hiszen fontos, mérendő kompetencia az önmagukban is összetett, így elkerülhetetlenül több pontos feladatok megoldása.

Végül pedig egy mérőeszköz minősége jelentősen fejleszthető lenne, ha az éles alkalmazása előtt volna lehetőség a kipróbálására, bemérésére, és a tanulságok alapján a fejlesztésére. A jelenleg érvényes feltételek mellett azonban az érettségi feladatok előzetes kipróbálására nincs mód.

Mindezek figyelembe vételével a feladatsorra kapott Cronbach-alfa értéket elfogadhatónak tartjuk. Kiszámolhatjuk a teljes teszt mellett az egyes (többitemes) feladatok Cronbach-alfa értékét is: a három legmagasabb értéket az 5. (0,958), a 6. (0,800) és a 8. feladatban (0,756) kapjuk. Ezek az alacsony itemszám (2 illetve 3) ellenére igen magasnak számítanak, ami azt jelenti, hogy ezeknek a feladatoknak a részkérdései egymással erős összefüggést mutatnak. Az ellenkező véglet ebből a szempontból az 1. (0,260) és a 3. feladat (0,230).

### Az egyes részekben és a teljes feladatsorban elért pontszámok vizsgálata

A középszintűhöz hasonlóan az emelt szintű feladatsor is két részből áll, a két rész tulajdonságai között azonban kisebb az eltérés. A középszintű vizsgától

eltérően az emelt szintű feladatsor két része egy füzetben található, és a vizsgázó a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg az I. és a II. rész, illetve az egyes feladatok között.

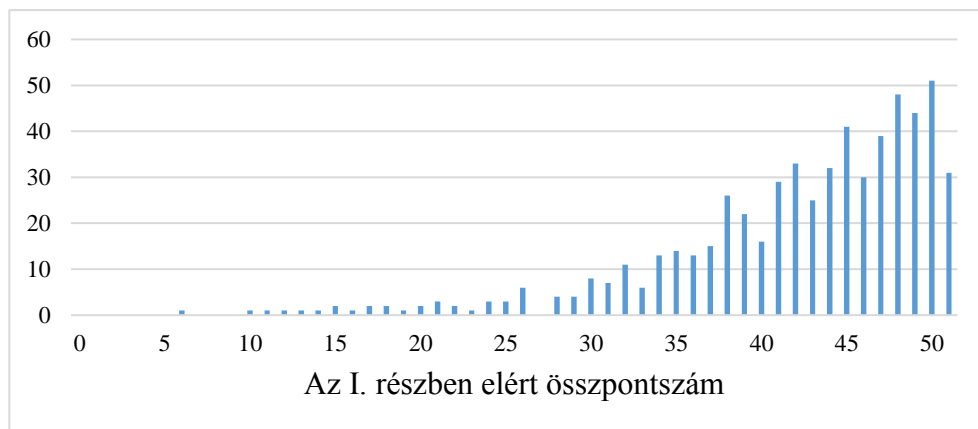
A vizsgaleírás vonatkozó részét az 1.4. fejezetben idéztük. Ez alapján azt várjuk, hogy a II. rész feladatai anyagerősségükben és összetettségükben is meghaladják az I. rész feladatainak nehézségét. Érdekes kérdés még, hogy a két részben szerzett pontszámok mennyiben függenek össze egymással és a teljes feladatsor összpontszámával. A következőkben ezeket a kérdéseket vizsgáljuk meg.

Az alábbi táblázat az egyes részek és a teljes feladatsor néhány alapstatisztikáját mutatja:

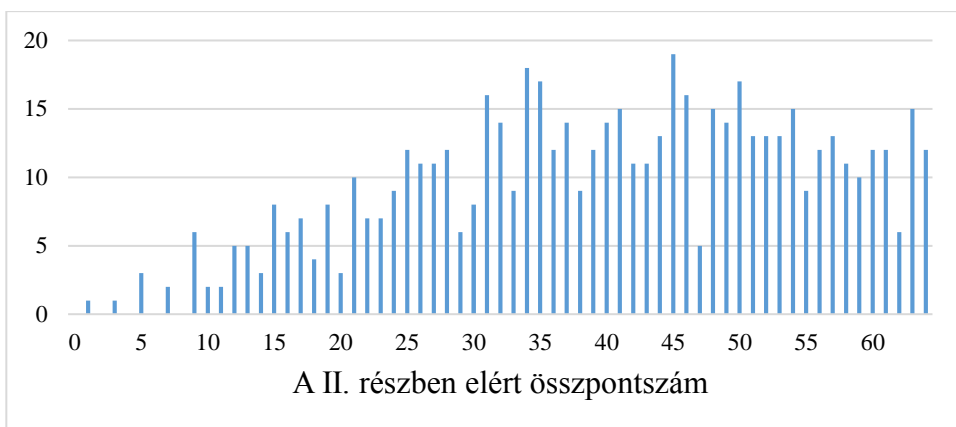
	minimum	első kvartilis	medián	átlag	harmadik kvartilis	maximum	szórás
I. rész	6	38	44	42,04	48	51	7,93
II. rész	1	29	41	39,89	52	64	14,70
Teljes	12	69	84	81,93	98,25	115	20,79

3.28. táblázat: a 2012. évi emelt szintű feladatsor egyes részeinek és egészének statisztikai adatai

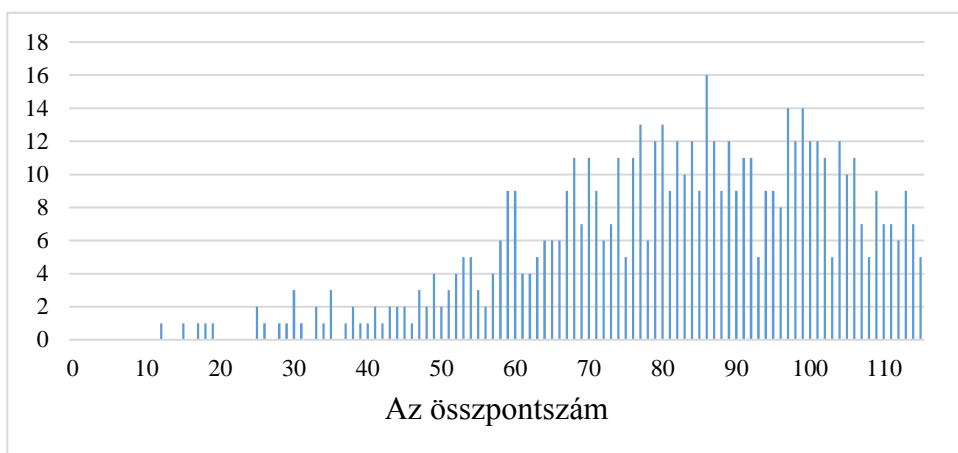
A táblázat adatainál többet mond, ha az egyes részekben az összesített pontszámok eloszlását ábrázoljuk, illetve ha kiszámoljuk ezen eloszlások ferdeségét és csúcsosságát.



3.20. ábra: Az összesített pontszámok eloszlása az I. részben



3.21. ábra: Az összesített pontszámok eloszlása a II. részben



3.22. ábra: Az összesített pontszámok eloszlása a két részben együtt

Az elvárásoknak megfelelően a feladatsor I. része könnyebbnek bizonyult a vizsgázók számára a II. résznél: az első rész átlageredménye 82,4%, a másodiké 62,3%. Az első rész itemeinek megoldottsága 72% (3b) és 97% (1a) között változott. A pontszámok eloszlása egy szinte egyenletesen emelkedő görbét mutat, legtöbbször (a mintában 51-en) 50 pontot érték el az I. részben (tehát egyetlen pontot vesztek). A pontszámok harmadik kvartilise 48, azaz összességében a mintabeli vizsgázóknak több mint a negyede (174 fő) legfeljebb 3 pontot veszett az I. részben. A medián 44, tehát a mintabeli vizsgázóknak több mint a fele (316 fő) legfeljebb 7 pontot veszett az I. részben.

	I. rész	II. rész	Teljes
Ferdeség	-1,48	-0,28	-0,67
Csúcsosság	2,55	-0,76	0,15

*3.29. táblázat: a 2012. évi emelt szintű feladatsor egyes részeinek és egészének további statisztikai adatai*

Egy adatsor ferdesége és csúcsossága azt mutatja meg, hogy az adatok eloszlása mennyire hasonlít a normális eloszláshoz. Kérdés persze, hogy mennyire célja az érettséginek, hogy a végső eredményeket tekintve normális eloszlást mutasson. E tanulmánynak nem lehet célja ezt a kérdést eldönteni, de az bizonyos, hogy az emelt szinten ez biztosan kevésbé várható, mint középszinten, hiszen az emelt szintű vizsgára – nem kizárólag, de – elsősorban a legjobb képességekkel rendelkező tanulók közül jelentkeznek. Még kevésbé várhatunk a normális eloszláshoz közelítő görbét az I. rész pontszámainál, mely az emelt szintű feladatsoron belül is egy könnyebb, ezen a szinten inkább rutinfeladatokat tartalmazó rész. A kapott eredményekből és az ábráról is látható, hogy a pontszámok eloszlása mind szimmetriájában, mind csúcsosságában valóban jelentősen eltér a normális eloszlástól.

A második rész átlagos megoldottsága éppen 20%-kal marad el az első rész eredményességétől, és a pontszámok eloszlása is látványosan egyenletesebb, a normális eloszlásra jobban hasonlít. A fejezet elején látható táblázat valamenyny statisztikai mutatója ezt támasztja alá. A II. rész itemeinek megoldottsága is jobban szór: 42% és 92% között változik, de csak mindössze három item (5a, 6a, 9a) megoldottsága haladja meg az I. rész leggyengébb itemének eredményességét, s a három közül kettőt az egész feladatsor két legnehezebbnek bizonyult iteme követ (5b, 9b).

A két rész tulajdonságai összeadódnak a teljes feladatsort nézve, így egy olyan, a normális eloszláshoz hasonló görbét kapunk, amelynek az egyik vége mintha hiányozna, tehát aszimmetrikus.

### A feladatsor két része közötti összefüggés

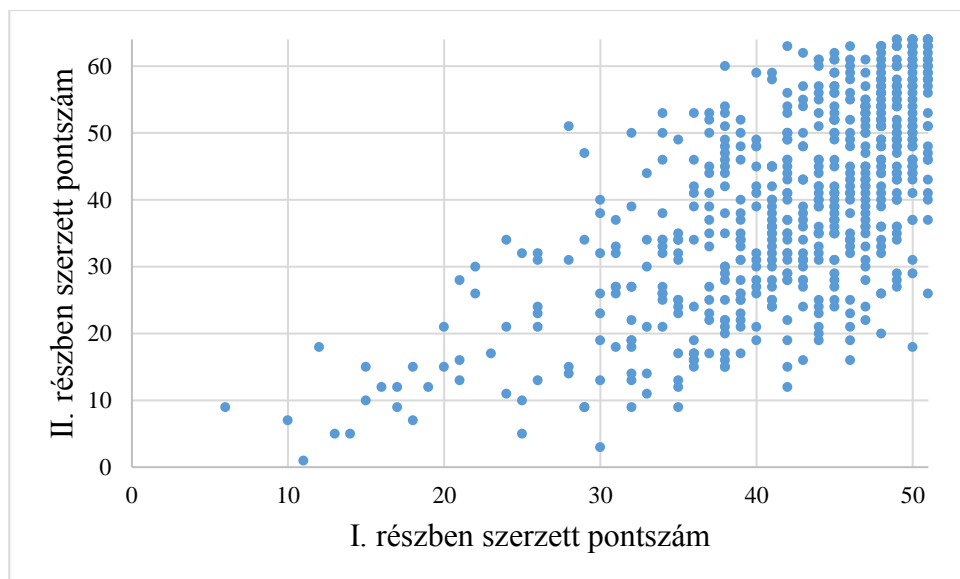
Megvizsgáltuk a feladatsor két része közti összefüggést is, hogy vajon a két rész pontszáma mennyire magyarázza a másik résznek, illetve a teljes feladatsornak a pontszámát.

A feladatsor I. része és az összpontszám között 0,846, a II. rész és az összpontszám között 0,958, míg az I. és a II. rész között 0,656 a korrelációs együttható.

Ez azt jelenti, hogy külön-külön mind az első, de különösen a második rész

pontszáma jól magyarázza a feladatsor összpontszámát, azonban a két rész közti korreláció értéke meglepően alacsony. Ennek vélhetően az az oka, hogy az első rész a feladatsor egészéhez mérten „túl könnyű”, ahol még a gyengébb képességűek is gyakran érnek el jó eredményt, s igazán a második rész rangsorol a vizsgázók között. Az első részben elért viszonylag egyenletesen magas pontszám a két rész közti gyengébb korrelációt is megmagyarázza, aminek továbbá oka lehet az is, hogy néhány kirívó adat nagy mértékben tudja csökkenteni a korreláció értékét. Kirívó adatra pedig van példa a mintában, előfordultak egyebek mellett például az alábbi pontpárok (az első szám az I., a második a II. rész pontszámát jelzi): 50-18, 46-16, 30-3 vagy 28-51, 38-60, 29-47.

A 3.23. ábra bemutatja a két részben szerzett pontszámok közti összefüggést. Az ábra nem mutatja a multiplicitásokat. A fentiekből már kiderült és az ábráról is leolvasható, hogy abból, hogy valaki magas pontszámot ért el az első részben, nem lehet jól a második rész pontszámára következtetni, míg fordítva sokkal erősebb a kapcsolat.



3.23. ábra: A két részben szerzett pontszámok közötti összefüggés

A tanulmányban elvégzett részletes elemzések azt mutatják, hogy mind a közép-, mind az emelt szintű feladatsor részleteiben és egészében (egyetlen látványos kivétellel) elfogadhatóan vagy jól működött. Az itemek és feladatok nehézsége megfelelő, az egyes feladatokon belüli itemek együttműködése harmonikus volt.

### 3.4. A szóbeli vizsgák

A szóbeli vizsgarész egészen más szerepet tölt be közép-, illetve emelt szinten, ezért vizsgálódásunkat külön kell elvégeznünk a két szinten.

#### 3.4.1. A középszintű szóbeli vizsga

Középszinten elsősorban azok tesznek szóbeli vizsgát, akik az írásbeli vizsgán 12 és 24% (2012-ig 10 és 19%) között teljesítettek. Rajtuk kívül az írásbeli vizsga letétele alól valamilyen mentességgel rendelkező tanulókat kizárólag a szóbeli vizsgán nyújtott teljesítményük alapján értékelik. Ráadásul a mentességgel rendelkező vizsgázók is csak egy tételt húznak a szóbeli vizsgán, mely tételt a saját szaktanáruk, nagyrészt az írásbeli vizsgán igen gyengén szereplő vizsgázók számára állította össze. Kijelenthetjük tehát, hogy az írásbeli mentességgel rendelkező tanulók jogosulatlan előnyhöz juthatnak a középszintű matematika érettségi vizsga során. 2015-ben a 74 443 vizsgázóból 163-nak (0,22%) volt mentessége az írásbeli vizsga alól, az ő átlagos eredményük az osztályzatot tekintve 3,29, míg az összes vizsgázóé 2,83.

A középszintű szóbeli vizsgán 50 pontot lehet elérni. Ebből 15 pontot az első három, egyszerű elméleti kérdés megválaszolásával, 30 pontot a három feladat megoldásával szerezhethet a vizsgázó. 5 pont jut a vizsgázó önálló teljesítményének, illetve kommunikációs képességeinek értékelésére. „Ha a vizsgázó a húzott tétel anyagából teljes tájékozatlanságot árul el, azaz feleletének értékelése nem éri el a szóbeli vizsgarészre adható összes pontszám 12%-át (2012-ig: 10%-át), az elnök egy alkalommal póttételt húzat vele. Ez esetben a szóbeli minősítést a póttételre adott felelet alapján kell kialakítani úgy, hogy az elért pontszámot meg kell felelni és egész pontra fel kell kerekíteni, majd a százalékos minősítést és az osztályzatot ennek alapján kell kiszámítani.” (100/1997-es kormányrendelet 36.§ (5) bekezdés)

#### Adatok és eredmények

Az alábbiakban a 2015 májusi vizsgaidőszak eredményei alapján elemzem a középszintű szóbeli vizsgát. Ez alapján érvényes megállapításokat tehetek a korábbi vizsgaidőszakokra is, mivel a szóbeli vizsgák követelményeiben és lebonyolításában az elmúlt időszakban kevés változás történt. Az egyetlen komoly módosítás 2013-ban következett be: ekkor emelkedett meg az elégségeshez (illetve a szóbelire bocsátáshoz) szükséges ponthatár, ami magával vonta a szóbeli vizsgán részt vevők számának emelkedését. Ezért helyenként a 2015-ös adatok mellett utalni fogok a 2012-es adatokra is.

2015-ben a 74 443 vizsgázóból 11 957 (16,1%) vett részt középszintű szóbeli vizsgán. (Közülük 163-an valamilyen mentesség, a többiek az írásbeli vizsga eredménye miatt.) Ez az arány meglepően magas. 2012 előtt a szóbelin részt vevők aránya mindig 10% alatt volt, 2013-ban 12,0%, 2014-ben 13,1%.

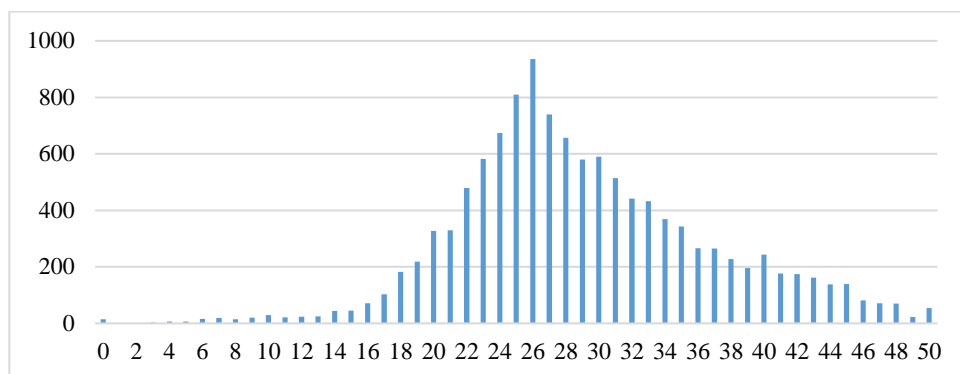
Vagyis a 2013-as – érthető – ugrást azóta is emelkedő tendencia követi, amit nem lehet csak az írásbeli feladatsor nehézségével indokolni, hiszen annak átlagos eredményessége alig változott az elmúlt években.

A 2015-ben középszintű szóbeli vizsgán megjelentek adatait tartalmazza a 3.30. táblázat.

	Összes vizsgázó	11957	
képzési típus	gimnázium	4003	<b>33%</b>
	szakközépiskola	7767	<b>65%</b>
	egyéb	187	<b>2%</b>
nem	férfi	5414	<b>45%</b>
	nő	6543	<b>55%</b>
képzési munkarend	felnettoktatás esti/levelező	1416	<b>12%</b>
	felnettoktatás nappali	623	<b>5%</b>
	nappali	9556	<b>80%</b>
	nincs tanulói jogviszonya	362	<b>3%</b>
vizsga fajtája	előrehozott	535	<b>4%</b>
	ismétlő	26	<b>&lt; 1%</b>
	javító	394	<b>3%</b>
	kiegészítő	4	<b>&lt; 1%</b>
	pótló	9	<b>&lt; 1%</b>
	rendes	10 989	<b>92%</b>
mentesség	a szóbelit írásban	5	<b>&lt; 1%</b>
	írásbeli helyett szóbeli	125	<b>1%</b>
	az írásbelit szóban	38	<b>&lt; 1%</b>
	mentesül egy részlet alól	7	<b>&lt; 1%</b>
	nincs	11 782	<b>99%</b>
vizsga nyelve	magyar	11 939	<b>100%</b>
	egyéb	18	<b>&lt; 1%</b>
vizsga érdemjegye	5	30	<b>&lt; 1%</b>
	ebből csak szóbelizett	30	
	4	39	<b>&lt; 1%</b>
	ebből csak szóbelizett	39	
	3	1257	<b>11%</b>
	ebből csak szóbelizett	43	
	2	10 263	<b>86%</b>
	ebből csak szóbelizett	53	
	1	368	<b>3%</b>
ebből csak szóbelizett	3		

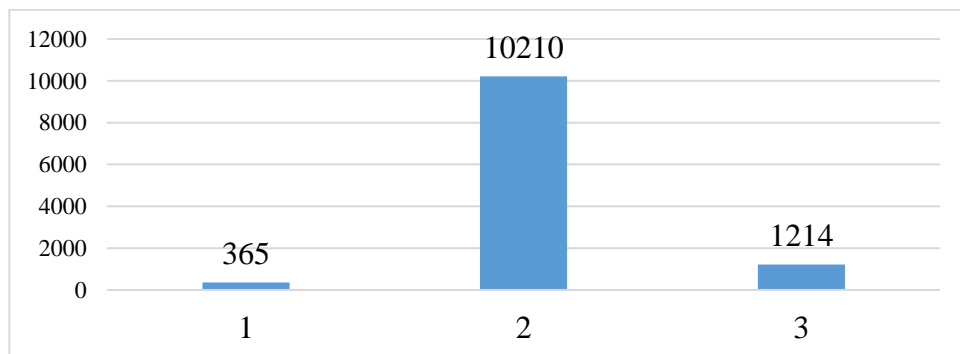
3.30. táblázat: A középszintű szóbeli vizsgázók adatai különböző szempontok szerint csoportosítva – 2015. május-június

Az alábbi grafikon a 2015-ben szóbeli vizsgán részt vevők összpontszámának eloszlását mutatja be.



3.24. ábra: A középszintű szóbeli vizsgán résztvevők összpontszámának eloszlása – 2015. május-június

A szóbeli vizsgát tevők osztályzatainak eloszlásakor külön kezeljük azokat, akik valamilyen mentesség miatt nem tettek írásbeli vizsgát, az ő érdemjegyeik a 3.24. táblázatból kiolvashatók. Az írásbeli vizsga eredménye miatt szóbelizők számára az elérhető legjobb érdemjegy a közepes (3). Az írásbelin megszerzett 12-24 ponthoz ehhez a szóbelin annyit kell szerezni, hogy elérjék a 60 pontot (a 150 pont 40%-át). Az elégséges megszerzéséhez összesen 38 pontot kell a két vizsgarészben elérni (a 150 pont 25%-át).



3.25. ábra: A középszintű szóbeli vizsgán résztvevők érdemjegyének eloszlása – 2015. május-június

Megállapítható, hogy a szóbeli vizsgát tevő érettségizők túlnyomó része elégséges (2) osztályzatot szerez matematikából.

A bukások végleges számának meghatározásához a szóbeli vizsga után elégtelen vizsgát szerzők számához hozzá kell adni azoknak a számát, akik az írásbelin nem tudtak 12 pontot elérni, így nem tehetnek szóbeli vizsgát. Ők 2015-

ben 2772-en voltak, így összesen 3140 vizsgázó kapott ebben az évben elégtelent (1) matematikából az érettségien.

### A póttétel

Póttételt azok húznak a szóbeli vizsgán, akiknek a felelete legfeljebb 5 pontot ért. 2015-ben 82 ilyen vizsgázó akadt.

Ha egy mentességgel rendelkező (s így az írásbeli vizsgán részt nem vevő) vizsgázó póttételt húz és a feleletére az elérhető 25-ből legalább 20 pontot kap (azaz összesen legalább 40 pontot szerez), akkor a vizsgájára kapott érdemjegy hármás. Erre nem volt példa 2015-ben. Az írásbeli vizsgán is részt vevő, póttételt húzó vizsgázó számára elérhető legjobb érdemjegy a kettes. 2015-ben a póttételt húzók közül 27 vizsgázó kettest, 55 pedig egyest kapott.

A póttétel kérdésére még visszatérek értekezésem végén.

### Korreláció a középszintű matematika érettségi vizsga egyes részei között

Megvizsgáltam, hogy 2015-ben az érettségi vizsga egyes részei közti korreláció (a szóbelizők körében) mennyire volt erős. Az eredményeket az alábbi táblázat tartalmazza.

		írásbeli			szóbeli				vizsga
		I. rész	II. rész	összesen	elméleti	3 feladat	komm.	összesen	összesen
írásbeli	I. rész		<b>-0,41</b>	0,45	-0,01	0,03	0,03	0,02	0,20
	II. rész			0,63	-0,02	-0,01	0,05	-0,01	0,25
	összesen				-0,03	0,02	0,08	0,01	0,42
szóbeli	elméleti					<b>0,10</b>	0,35	0,54	0,47
	3 feladat						0,38	0,87	0,77
	komm.							0,58	0,55
	összesen								0,89

*3.31. táblázat: A középszintű szóbeli vizsgázók egyes vizsgarészekben elért eredményeinek korrelációs együtthatói – 2015. május-június*

Az eredmények érdekesek. Míg a teljes vizsgázói populációban az írásbeli vizsga két részének korrelációja elég erős (általában 0,7-0,8 körüli), a szóbelizők körében erre közepesen erős negatív érték (-0,41) adódott. Ez azt mutatja, hogy ebben a teljesítménycsoportban a vizsgázók az írásbelin szinte véletlenszerűen szedegetik össze innen-onnan a pontjaikat.

A szóbeli vizsga egyes részei között is kifejezetten gyenge a korreláció, a két legfontosabb rész (a 15 pontos elmélet és a 30 pontos feladatmegoldás) között 0,10-nak adódott: ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy nincs köztük kapcsolat.

Az írásbeli vizsga és a szóbeli vizsga eredménye között pedig tényleg semmilyen összefüggés nem mutatható ki. Mivel a szóbelin résztvevő vizsgázók

pontjaik többségét a szóbeli vizsgán szerzik meg, értelemszerűen a vizsga összpontszáma a szóbeli vizsgával mutat erősebb korrelációt, az írásbelivel csak kifejezetten gyengét.

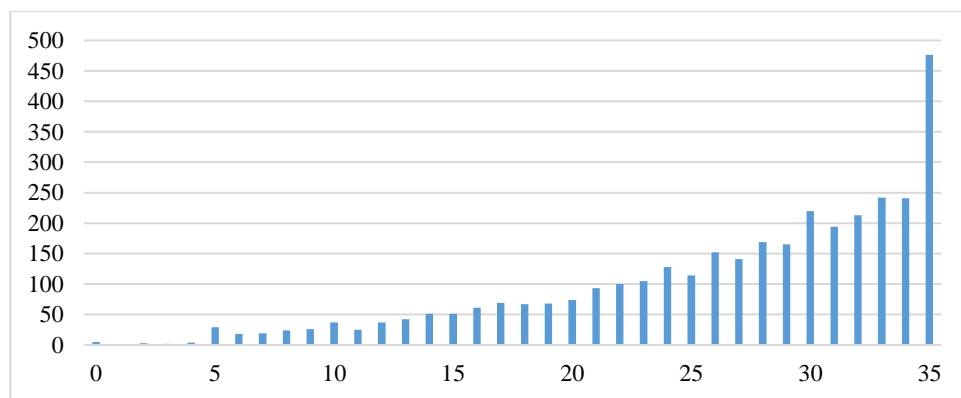
A középszintű írásbeli vizsga a maga központi javítási-értékelési útmutatójával bizonyosan megbízhatóbb és pontosabb mérőeszköz a szóbelinél. Az írásbeli vizsga javítása sem nélkülözi a szubjektív elemeket (ezt mutatja például a ponthatáron levő dolgozatok magas száma), de ennél sokkal szubjektívebb a középszintű szóbeli vizsga. Hogy e szóbeli vizsga eredményének semmilyen ki-mutatható korrelációja nincs az írásbeli eredményével, az vagy azt jelenti, hogy egy teljesen más készséget mér, mint az írásbeli, vagy pedig azt (és ez a valószínűbb), hogy egy teljesen megbízhatatlan és minden objektivitást nélkü-löző mérőeszköz.

### 3.4.2. Az emelt szintű szóbeli vizsga

Az emelt szintű szóbeli vizsgának egészen más funkciója van, mint a közép-szintűnek. Egyfelől emelt szinten minden vizsgázó szóbelizik. Másfelől az emelt szintű szóbeli kiegészíti az írásbeli vizsgát, egészen más kompetenciák és ismeretek számonkérésére ad lehetőséget.

Azok, akik mentességgel rendelkeznek az írásbeli alól, vagy az írásbeli vizs-gáról önhibájukon kívül igazoltan hiányoztak, az emelt szintű szóbeli vizsgán két tételt húznak. Az ő számuk olyan alacsony (2015-ben 3 fő kapott mentes-séget az írásbeli vizsga letétele alól), hogy nem érdemes eredményeikkel külön foglalkozni.

Az emelt szintű szóbeli vizsgán 35 pontot lehet elérni. Az alábbi grafikon a 2015 nyarán szóbeli vizsgán részt vevők összpontszámának eloszlását mutatja be. A szóbeli vizsgán ebben a vizsgaidőszakban 3468 vizsgázó jelent meg.



3.26. ábra: Az emelt szintű szóbeli vizsgán résztvevők összpontszámának eloszlása – 2015. május-június

A kapott görbe alakja távolról sem közelíti a normális eloszlást, tulajdonképpen elmondható, hogy az emelt szintű szóbeli vizsgának nincs igazán erős differenciáló hatása. A vizsgázók kb. 80%-a a 35-ből legalább 21 pontot megszerzett, ami az emelt szintű érettségi vizsgán a jeles osztályzat alsó határát jelentő 60%-ot teszi ki. Sőt, a vizsgázók csaknem fele (46%) 30 vagy több pontot ért el a szóbeli vizsgán. Külön érdekesség, hogy a vizsgázók 14%-a maximális pontszámot kapott.

#### Korreláció az emelt szintű matematika érettségi vizsga egyes részei között

Emelt szinten is megvizsgáltam, hogy 2015-ben az érettségi vizsga egyes részei közötti korreláció mennyire volt erős.

		írásbeli			szóbeli	vizsga
		I. rész	II. rész	összesen	összesen	összesen
írásbeli	I. rész		0,76	0,91	0,60	0,90
	II. rész			0,96	0,57	0,93
	összesen				0,62	0,97
szóbeli összesen						0,77

#### *3.32. táblázat: Az emelt szintű szóbeli vizsgázók egyes vizsgarészekben elért eredményeinek korrelációs együtthatói – 2015. május-június*

A táblázatból kiolvasható, hogy az emelt szintű vizsga írásbeli két része egymással és az írásbeli összpontszámával jól korrelál. A szóbeli vizsga eredményei már gyengébb összefüggést mutatnak az írásbeli eredményével, de itt nincs szó olyan gyenge értékekről, mint a középszint esetében.

#### **3.4.3. A szóbeli vizsgák összefoglaló értékelése**

A középszintű szóbeli vizsga szerepe, hogy az írásbelin gyenge (12-25% közötti) teljesítményt nyújtó diákoknak adjon egy esélyt, és így a bukottak arányát elfogadható szintre csökkentse. Ennek a szerepének a vizsga jelenlegi formájában megfelel, hiszen a majd' 12 000 szóbeliző közül 2015-ben végül „csak” 368 vizsgázó bukott meg. Azonban kétségeink lehetnek e vizsgázók matematika tudását illetően. Kijelenthető: az egész matematika érettségi vizsga méréselméleti szempontból leggyengébb láncszeme a középszintű szóbeli. Értekezésem végén visszatérek a kérdésre, és javaslatokat teszek az orvoslására.

Az emelt szintű szóbeli vizsga ezzel szemben kiállta az idők próbáját, fontos lenne megőrizni a jövőben is. Bár a vizsga értékelésében kisebb változások lesznek 2017-től<sup>1</sup>, alapvető szerkezete nem változik.

<sup>1</sup> Az értékelési szempontok között megjelenik a vizsgázó által kimondott és bizonyított tétel illetve bizonyítás nehézsége, továbbá az alkalmazások köre kibővül matematikatörténeti vonatkozások kifejtésének lehetőségével.

### 3.5. Értékelés, problémás területek, javaslatok ezek orvoslására

A fentiek során a matematika érettségi elmúlt 10 évét különböző adatok és kutatások alapján értékeltem. Ebben a fejezetben néhány olyan szempontot vázolok, amelyek empirikusan nehezen támaszthatók alá, mégis fontos kérdései az érettségi vizsgának, így a felkészítő tanárok és a vizsgázó diákok egyaránt joggal tehetik fel ezeket. A kérdések megfogalmazásán túl igyekszem valamilyen megoldási lehetőséget is adni ezekre a problémákra.

#### 3.5.1. A szintválasztás és a felkészülés nehézsége

A jelenleg érvényben lévő oktatási szabályozás bizonyos diákok és tanáraik számára egyaránt megnehezíti az érettségi vizsgára történő felkészülést, felkészítést. A középiskola 9. és 10. évfolyamán ugyanis még sok tanuló nem tudja, hogy közép vagy emelt szinten kíván-e érettségizni valamely tárgyból. A részletes érettségi vizsgakövetelmények táblázata ugyanakkor több olyan témakörből is tartalmaz emelt szintű követelményeket, melyek tanítása 9-10. évfolyamon kötelező a kerettantervek szerint. (40/2002. OM rendelet)

Néhány olyan téma, melyek szerepelnek ugyan az emelt szintű vizsgakövetelmények között, és amelyeket elvileg a 9-10. évfolyamon kellene megtanítani, de nem szerepelnek az alapórászámú kerettantervben: négyzetgyökös és abszolútértékes egyenlőtlenségek megoldása, paraméteres egyenletek, húr- és érintőnéyszögek fogalma. (51/2012. EMMI rendelet)

Ráadásul több középiskolában csak úgy tudják megoldani az emelt szintű érettségi vizsgára történő felkészítést, hogy 11. és 12. évfolyamon az alaptantervi órák mellett 2-2 órában próbálják a szükséges ismeretek elsajátítását és a nehezebb feladatok begyakoroltatását megoldani a magasabb szintű vizsgára készülő diákoknak. Nekik végképp nehézséget okoz, hogy sokszor még 9-10. évfolyamos tananyagok elsajátítását is be kell zsúfolniuk ebbe a szűk időkeretbe.

Külön probléma a tételek bizonyításának kérdése. A négyosztályos gimnáziumok számára készített alapórászámú matematika kerettantervben található megfogalmazás szerint: *„A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra.”* (51/2012. EMMI rendelet) Ezzel nem is lenne semmi gond, ha az adott 9. osztályban nem ülnének ott azok a diákok, akik emelt szinten fognak érettségizni

matematikából. Nem elvárható, hogy az összes bizonyítást csak az utolsó két évben tanulják meg.

Erre a jelenségre a jelenlegi kétszintű struktúrában nehéz megoldást találni. Az nyilvánvaló, hogy nem lenne célszerű az alapóraszámú csoportok tantervét kiegészíteni az emelt szintű követelmények között szereplő ismeretekkel. Az elképzelhető, hogy az emelt szintű érettségi követelményeit csökkentjük, kihagyva azokat az ismereteket, amelyek a 9-10. évfolyamon szerepelnek a kerettantervekben. A bizonyítások tanításának kérdését azonban ez sem oldaná meg, hiszen semmiképpen nem lehet cél, hogy az emelt szinten érettségiző diákoknak ne kelljen elsajátítaniuk a tételek bizonyítását.

Egy másik megoldás lehetne, ha nem kétszintű, hanem egyszintű érettségi rendszerben vizsgáznának a tanulók. Erről részletesebben a 4.1. fejezetben írok.

### **3.5.2. A számológép-használat**

A matematika vizsgaleírás egyik legnagyobb problémája a számológép-használat szabályozása illetve szabályozatlansága. A vizsgaleírás szerint az írásbeli vizsgán szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép használható. Egy nem matematika szakos felügyelő tanár nehezen tudja eldönteni egy számológépről, hogy az szöveges adatok tárolására és megjelenítésére alkalmas-e, és az is kérdés, hogy néhány év múlva egyáltalán lesznek-e még ilyen gépek a piacon. Az egyre nagyobb tudású számológépek egyre több feladatot maguk is meg tudnak oldani, nincs világosan szabályozva, mi fogadható el a számológépre hivatkozva és mi nem. Néhány olyan feladattípus, amit egy – a szabályoknak megfelelő számológép – meg tud oldani: másodfokú egyenlet gyökeinek kiszámítása, lineáris egyenletrendszer gyökeinek kiszámítása, határozott integrál kiszámítása.

A problémára egy lehetséges válasz a használható számológépek körének pontosabb szabályozása egy vagy több adott típus megadásával. Ugyanakkor szintén nehézséget okozhat, hogy egy ilyen számológép-lista 2-3 éven belül elavulna, tovább bonyolítaná a vizsga elején elvégzendő ellenőrzéseket, egyes piaci szereplőket indokolatlan versenyelőnybe hozna, s aligha lehetne kötelezni az összes középiskolást ugyanazon géptípus beszerzésére. Ennek a megoldásnak egy másik változata lenne, hogy az iskolák (vizsgaközpontok) maguk biztosítsák a számológépeket a vizsgázóknak.

A megoldás másik lehetséges iránya a számológépek használatának korlátozása vagy teljes betiltása. A teljes betiltás jelentősen szűkítené a kitzűzhető feladatok körét, ezért a megoldott probléma helyett újabb problémákat generálna.

Ha egy kicsit messzebből tekintve vizsgáljuk a kérdést, akkor azon kell elgondolkozni, hogy mire használjuk a zsebszámológépet a tanulási folyamatban, és mire használjuk a vizsgán?

A tanulási folyamatban a zsebszámológépek minél jobb megismerésére célszerű törekedni, célszerű megtanítani a funkciók ésszerű használatát a problémák megoldásában. Erre alapvetően akkor kerülhet sor, amikor a számológép szerepe már csak eszköz a probléma megoldásában, és nem magát a problémát oldja meg helyettünk a gép. Az egyszerű tudományos zsebszámológép első megközelítésben tehát olyan, mint egy gyorsan működő függvénytáblázat, így arról nincs is vita, hogy amit a függvénytáblázat táblázatai tartalmaznak, azt számológéppel is szabad legyen kiszámíttatni.

Ezzel szemben a vizsga egyrészt a problémamegoldás készségét méri, de mérni akarja azt is, hogy a problémamegoldás teljes folyamatát birtokolja-e a vizsgázó – beleértve az adott probléma szempontjából alacsonyabb rendű ismeretek, eljárások, rutinok birtoklását is. Ezért a zsebszámológépek egy ilyen vizsga esetében kizárólag számológép funkcióban használhatók, és nem ismerhetjük el a gép használatát „problémamegoldó” funkcióban.

A vizsgaleírás tehát bátran korlátozhatná a számológép használatát.

A vita ott kezdődik, hogy egyes „megengedett” zsebszámológépek nagyon sokat tudnak a régebbi, pl. egysoros kijelzővel rendelkező gépekhez képest.

Ezt a dilemmát úgy lehet feloldani, ha azt mondjuk, hogy a gépek használhatók a függvénytáblázatokban fellelhető táblázatok helyettesítésére (sin, cos, tg, lg és ezek inverzei), a  $\pi$  és az  $e$  szám közelítő értékének megadására. Használhatók továbbá az „alapműveletek” elvégzésére (így például: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás,  $n!$ ,  $\binom{n}{k}$  kiszámítása), továbbá a statisztikai mutatók kiszámítására (pl. 5-nél több adat esetén átlag, szórás számítására).

Egyéb esetekben a géppel elvégzett lépésekért nem kellene, hogy járjon pont (talán az így kapott eredményért sem), azok indoklás nélküli lépéseknek számítanak.

Ha tehát a feladat megoldásában szerepel például egy nullára rendezett másodfokú egyenlet megoldása, akkor azt vagy szorzattá alakítással oldja meg a vizsgázó, vagy a megoldóképletbe helyettesített alakból számológéppel vagy más módszerrel, amelyet ismertet a megoldásának leírásában (pl. Viéte-formulák).

Hasonlóképpen a  $\log_2 17$ -et csak  $\frac{\lg 17}{\lg 2}$  alakból lehetne megadni, az 5 vagy annál több darab adat szórását pedig a definíció (vagy tétel) szerint felírt valamilyen kiszámítási formulából.

A feladatlapok összeállítóinak addig is ügyelniük kell arra, hogy minél kevesebb olyan item legyen, amelyek megoldásánál a nagyobb tudású számológépet használó vizsgázók előnyben vannak.

Egy korszerű, de persze rengeteg további kérdést felvető elképzelésem is van a probléma orvosolására: egy olyan, okostelefonra vagy táblagépre telepíthető alkalmazás, amely többek között tartalmaz számológép funkciót és képlettárat is (és amely működés közben korlátozza a futtató eszköz hálózatra való csatlakozását). Egy ilyen alkalmazás további funkciókkal a többi tantárgy esetében is jól használható lenne az érettségi vizsgákon.

### 3.5.3. Az ellenőrzés kérdésköre a matematika érettségi vizsga értékelési-javítási útmutatóiban<sup>1</sup>

A matematika érettségi feladatsorokat és javítási útmutatókat készítő bizottság tagjai nincsenek könnyű helyzetben, amikor a matematikai szabatosság és a vizsgázóktól reálisan elvárható igényesség között kell egyensúlyozniuk. Egyszerre kell, hogy megfeleljenek a szakma (középiskolai és felsőoktatási tanárok) elvárásainak, miközben nem veszíthetik szem elől azt a tényt sem, hogy a diákok nagy része nem matematikusi pályára készül. A kétszintű érettségi bevezetése óta megfigyelhető, hogy a feladatsorokat és a javítási útmutatókat összeállító bizottság bizonyos kérdésekben nem alakított ki egységes álláspontot. Ez egyfelől nyilván a személyi változások következménye, másfelől viszont az érettségi vizsga jellegéből fakad. Azáltal ugyanis, hogy a matematika érettségi vizsga – néhány feladattól eltekintve – nem teszt-jellegű, az egyes pontok megítélése bizonyos esetekben vita tárgyát képezheti.

A megoldások ellenőrzésének és a válasz megadásának kérdése az egyik olyan témakör, amelynek megítélése és kezelése nem egységes sem a matematikatanárok körében, sem az elmúlt évek érettségi feladatsorainak javítási útmutatóiban. Komoly dilemma, hogy miközben fő szabályként a feladatok megoldásának ellenőrzését várjuk, az sem lenne szerencsés, ha ennek a kompetenciának az értékelése túl nagy súlyt kapna az összpontszámokban. A feladatsor elején, a vizsgázókhöz szóló *Fontos tudnivalók*-ban szerepel, hogy az eredményeket

---

<sup>1</sup> Ez a fejezet a Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok (KöMaL) 2015. novemberi számában megjelent cikk alapján készült. (Csapodi, Koncz, Kósa, Orosz, 2015a) A témát Koncz Leventével, Kósa Tamással és Orosz Gyulával részletesebben is kifejtettük. (Csapodi, Koncz, Kósa, Orosz, 2015b)

szöveges válaszként is meg kell fogalmazni, de az ehhez kapcsolódó pontos elvárások sem tisztázottak.

Az alábbiakban vázolok, néhány olyan esetet, amikor véleményem szerint lehet egyértelmű elvárásokat megfogalmazni, és kitérek olyan helyzetekre, amikor erre nem látok lehetőséget.

A matematika feladatok egy részét egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek láncolatának felírásával oldjuk meg. A feladatban kitűzött probléma megoldása során felírt egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek vagy ekvivalensek az eredeti problémával, vagy nem.

Ha a vizsgázó ekvivalens átalakításokat hajt végre (értve ez alatt az eredeti feladattal való ekvivalenciát is), akkor befejezéseként két lehetősége van: vagy ennek a tényét kell rögzítenie, vagy a kapott gyököket ellenőriznie kell az eredeti feladatba történő behelyettesítéssel (véges számú gyök esetén).

Ha a vizsgázó nem ekvivalens átalakításokat végez, akkor behelyettesítéssel kell ellenőriznie. Az ellenőrzés célja nem a számolási hibák kiszűrése, hanem az, hogy megvizsgáljuk: a feladat megoldása során kapott gyökök az eredeti feladatnak is megoldásai-e. Az ellenőrzés megtörténtének megítélése a javító tanárra van bízva, de a fő szabály: a vizsgázó tevékenysége mögött érdemi munkának kell látszania, nem elég az ellenőrzés tényének megemlítése. (Így az „ekvivalens átalakításokat hajtottam végre” tanulói megállapításra csak akkor adható az ellenőrzésért járó pont, ha a vizsgázó valóban minden szükséges feltételt figyelembe vett.)

Az egyenlet megoldásának ekvivalenciája általában egyértelmű azoknál a példánál, ahol a feladat egy „sima” (közvetlen feladatként kitűzött) egyenlet megoldása.

Összetettebb a kérdés az úgynevezett szöveges feladatok megoldása során. Ezek esetében ugyanis az ekvivalencia feltételeinek megállapítása jóval nehezebb lehet, mint a behelyettesítés elvégzése. Ezeknél a feladatoknál általában elvárás az ellenőrzés elvégzése, mégpedig az eredeti feladat szövegébe (tehát nem a felírt egyenletbe) történő behelyettesítéssel. Mint az előbb említettük, a vizsgázó dolgozatában ennek látható nyoma kell, hogy legyen. (Az utóbbi években megfigyelhető változás, hogy az értékelési útmutató az ellenőrzés végrehajtására vonatkozó részleteket is tartalmaz.)

Sok olyan feladat van, ahol az egyenleteket eszközként alkalmazzuk. Ezek megoldása során egyenleteket oldunk meg (koszinusztétel felírása, alakzatok metszéspontjának meghatározása stb.), különösebb modellalkotás nélkül. Ezeknek a feladatoknak a megoldása során (az érettségi vizsgán) általában nem

várjuk el az egyenletek megoldásának ellenőrzését. Ezt egyfelől a kialakult tanítási gyakorlat, másfelől az az elv támasztja alá, hogy ne legyen túlréprezentálva az ellenőrzési kompetencia a vizsga során. (1. példa)

Az elmúlt 10 évben kialakult szokás, hogy a középszintű érettségi I. részében az ellenőrzést az útmutató nem várja el, annak végrehajtásáért ott nem jár pont.

Azoknál a szöveges feladatoknál, melyek megoldása során egyszerű egyenleteket, egyenletrendszereket nyilvánvalóan ekvivalens lépésekkel old meg a vizsgázó, a válasz megadása helyettesítheti a visszahelyettesítéssel történő ellenőrzést vagy az ekvivalenciára való hivatkozást. (2. példa)

Egyenlőtlenségeket algebrai úton csak ekvivalens átalakításokkal oldhat meg a vizsgázó, hiszen ilyenkor nincs lehetőség az általában végtelen számú gyök behelyettesítéssel történő ellenőrzésére.

Az egyenletrendszerek kezelése is külön vizsgálendő. Az egyenletrendszerek ekvivalenciájának bonyolult elméleti háttere van. (Elég itt most ebből annyit megemlíteni, hogy egyenletrendszerrel csak egyenletrendszer lehet ekvivalens.) A „sima” egyenletrendszerek (behelyettesítéssel történő) ellenőrzéséért általában jár pont. (3. példa) Ha egy feladatban (pl. alakzatok metszéspontjának meghatározásakor) az egyenletrendszert eszközként használjuk, akkor általában nem várjuk el az ellenőrzést. (4. példa)

Szintén problémát jelenthet az irracionális gyökök kezelése. Ezeknél nem fogadható el a közelítő értékük behelyettesítése az eredeti egyenletbe, csak az egyenletek ekvivalens átalakításai és az ezekre való hivatkozás, vagy a pontos értékkel történő visszahelyettesítés.

Egyenletek grafikus megoldása esetén pont jár a leolvasott értékek visszahelyettesítéséért az eredeti egyenletbe, ez a tanítási gyakorlat alapján a megoldás része.

Az ellenőrzés és válasz megadásának bármilyen sorrendje elfogadható.

Összegzésképpen elmondható, hogy nagyon fontos a diákokban a tanítás során önellenőrzési kompetenciát kialakítani. Ennek az érettségi vizsga során történő számonkérése – a megfelelő arányban – szintén lényeges. Azt javaslom tehát, hogy a szaktanári munka során a diákoktól várjuk el a rendszeres ellenőrzést.

### Példák

1. példa (középszintű feladatsor, 2014. május), melynek a) feladata megoldása során az útmutató eltekint az egyenlet (pozitív egész) gyökének ellenőrzésétől.

- 15. a)** Egy számtani sorozat első tagja 5, differenciája 3. A sorozat első  $n$  tagjának összege 440. Adja meg  $n$  értékét!

<b>15. a)</b>		
(A szöveg alapján felírható egyenlet:)		
$440 = \frac{2 \cdot 5 + (n-1) \cdot 3}{2} \cdot n.$	1 pont	
Ebből $3n^2 + 7n - 880 = 0.$	2 pont	
A negatív gyök $\left(-\frac{55}{3}\right)$ a feladatnak nem megoldása.	1 pont	
$n = 16$	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>5 pont</b>	

2. példa (középszintű feladatsor, 2013. október), melynek a) alfeladata megoldása során az útmutató eltekint a felírt egyenlet ellenőrzésétől. Ezt indokolja egyfelől az egyenlet egyszerűsége, másfelől az, hogy a kérdés megválaszolásával a vizsgázó tulajdonképpen ellenőrzi, hogy az általa megadott értékek megfelelnek a feladat feltételeinek.

- 15.** Egy végzős osztály diákjai projektmunka keretében különböző statisztikai felméréseket készítettek az iskola tanulóinak körében.

- a)** Éva 150 diákot kérdezett meg otthonuk felszereltségéről. Felméréséből kiderült, hogy a megkérdezettek közül kétszer annyian rendelkeznek mikrohullámú sütővel, mint mosogatógéppel. Azt is megtudta, hogy 63-an mindkét géppel, 9-en egyik géppel sem rendelkeznek.

A megkérdezettek hány százalékának nincs otthon mikrohullámú sütője?

<b>15. a) első megoldás</b>		
A mosogatógéppel rendelkezők számát jelölje $x$ , a mikrohullámú sütővel rendelkezők száma ekkor $2x$ .	1 pont	
Valamelyik géppel 141-en rendelkeznek: $2x + x - 63 = 141,$	2 pont	
amiből $x = 68$ .	1 pont	
Nincs mikrohullámú sütője $(150 - 2 \cdot 68 =)$ 14 megkérdezettnek,	1 pont	
ők az összes megkérdezett kb. 9,3%-át jelentik.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

3. példa (középszintű feladatsor, 2013. október), melynek b) alfeladata megoldása során az útmutató elvárja az egyenletrendszer ellenőrzését.

**13.**

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol  $x$  és  $y$  valós számot jelöl!

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y = 16 \\ 5x - 2y = 45 \end{array} \right\}$$

**13. b) első megoldás**

(Behelyettesítő módszerrel:) $y = 16 - 3x$	1 pont	
$5x - 32 + 6x = 45$	1 pont	
$11x = 77$	1 pont	
$x = 7$	1 pont	
$y = -5$	1 pont	
Ellenőrzés.	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>6 pont</b>	

4. példa (középszintű feladatsor, 2013. október), melynek c) alfeladatánál az útmutató eltekint az egyenletrendszer megoldásának ellenőrzésétől.

**17.** Adott a koordináta-rendszerben két pont:  $A(1; -3)$  és  $B(7; -1)$ .

Az  $f$  egyenesről tudjuk, hogy illeszkedik az  $A$  pontra és merőleges az  $AB$  szakaszra.

c) Számítsa ki a  $k$  kör és az  $f$  egyenes ( $A$ -tól különböző) metszéspontjának koordinátáit!

**17. c) első megoldás**

Az $f$ egyenes egy normálvektora: $\vec{AB}(6; 2)$	1 pont	
Az $f$ egyenes egyenlete $3x + y = 0$ .	2 pont	
A metszéspont koordinátáit a $k$ kör és az $f$ egyenes egyenletéből álló egyenletrendszer megoldásával kapjuk.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Az $f$ egyenes egyenletéből $y = -3x$ .	1 pont	
Ezt a kör egyenletébe helyettesítve: $x^2 + 9x^2 - 6x - 2 \cdot (-3x) = 10$ .	1 pont	
$x^2 = 1$	1 pont	
Ennek (az 1-től különböző) megoldása $x = -1$ .	1 pont	
Így a keresett pont a $C(-1; 3)$ .	1 pont	
<b>Összesen:</b>	<b>9 pont</b>	

### 3.5.4. Az írásbeli dolgozatok javítása

Bár az érettségi dolgozatok javításáról 2006 óta átfogó felmérés nem készült, javítóként, felüljavítóként, valamint saját diákjaim emelt szintű dolgozatainak megtekintése által van rálátásom a javítás minőségére.

A középszintű dolgozatok javításának minősége komoly aggodalomra ad okot. Ennek a javításnak lényegében semmilyen kontrollja nincs: a középszintű vizsgabizottság (általában nem matematika szakos) elnökétől érdemi kontroll nem várható. Bár a jelenleg alkalmazott, többségében nyílt végű feladatok mellett a dolgozatok értékelésében elkerülhetetlen és így elfogadható némi szubjektivitás, ennek mértéke megítélésem szerint jelenleg túlzott. Ezt a véleményemet a következő jelek támasztják alá:

- A kritikus ponthatárokon és az egy ponttal alatta értékelt dolgozatok száma közti óriási különbség: a 2015 május-júniusi középszintű írásbeli vizsgán 6685 dolgozat (9,1%) volt ponthatáron (12, 25, 40, 60 vagy 80 pontos), 1045 dolgozat (1,4%) pedig egy ponttal alatta (11, 24, 39, 59 vagy 79 pontos)
- Az elégséges ponthatárának emelését 2013-ban jelentős mértékben követte a pontszámok eloszlása az alacsony teljesítménytartományokban.

Ezek a tények azt mutatják, hogy az egyes dolgozatok értékelését nem csak az abban leírtak befolyásolják, hanem nagyon erőteljesen maguk a ponthatárok is. Ez emberileg érthető, főleg ha a javító tanár saját tanítványairól van szó, szakmailag viszont aggályos.

A javítás minőségét illetően pedig aprónak tűnő, de figyelmeztető jel, hogy a 3.2. pontban bemutatott egyik önkéntes adatszolgáltatási vizsgálatban (a 2013-asban), az 1. és a 9. feladatra 81 dolgozatban (0,3%) 83 darab 1 pontra értékelt megoldás volt (tehát két dolgozatban kettő is). Ezt a lehetőséget pedig a javítási útmutató egyértelműen kizárta, amikor jelezte, hogy az adott itemre járó 2 pont nem bontható. Ez nem csak szakmai felületességet jelent, hanem – vélhetően – szándékos torzítást is: a 81 érintett dolgozat pontátlaga jóval az országos átlag alatt volt, közülük 10 dolgozat összpontszáma pedig 12, 13, 25 vagy 26 volt. Több vizsgázó ezek szerint csak az útmutató utasításainak megsértésével érte el vagy a szóbeli vizsgához vagy az elégségeshez szükséges ponthatárt. Ha ennyire egyértelmű esetben is eltérnek a javítók az útmutató előírásaitól, akkor kevésbé egyértelmű esetekben ez nagy valószínűséggel még gyakrabban előfordul. Ez a tény pedig jelentősen rontja a vizsga megbízhatóságát.

További problémát jelent, hogy a javítási gyakorlatban a hibák jelölése messze van az egységestől. Előfordul egyvonalas, kétvonalas, szaggatott vonalas, hullámvonalas aláhúzás, bekarikázás, zárójelbe tevés, áthúzás, átjavítás, kérdője-

lezés, szöveges megjegyzés – ki-ki a saját kialakult szokásai szerinti jelöléseket használja. Ezen a problémán segít, hogy 2015 óta az írásbeli feladatsorok javítási-értékelési útmutatója a *Fontos tudnivalók* 5. pontjában egységes jelöléseket kér a tanároktól.

A javítás objektivitásának és megbízhatóságának javítása a jelenlegi, érdemi kontroll nélküli keretek között elképzelhetetlen. Érdemi változás csak akkor remélhető, ha az értékelés is (legalább részben) külső lesz. Egy ilyen rendszernek több különböző erősségű változata képzelhető el. Már attól észrevehető változást remélhetnénk a javítás minőségében, ha a dolgozatok cseréje csak valamilyen lokális (iskolán vagy körzeten belüli) szinten valósulna meg, mindenesetre senki nem a saját tanítványainak a dolgozatát javítaná. Ennél erősebb, de drágább megoldás lenne a jelenlegi emelt szintű dolgozatok javításához hasonló rendszer működtetése középszinten is. Az is igaz, hogy emelt szinten is érezhető, hogy hiába központi a javítás, ha a javítók nem speciálisan képzettek, akkor a javítás színvonala még erősen hullámzó marad.

Egy átmeneti megoldás lehet a következő: minden vizsgázó dolgozatát a saját tanára javítja, de a kijavított dolgozatokat (vagy egy részüket, mondjuk 5%-át) ezután beküldik az országos vizsgaközpontba, s ott felülvizsgálják és egységesítik a dolgozatok javítását.

Az emelt szintű írásbeli dolgozatok javítása a vizsgaközpontokban, külső értékelők által történik. Sajnos a javítás minőségét mérő átfogó vizsgálat 2006 óta nem volt, de figyelmeztető jelek vannak. A javítási minőség egyik fontos – de nem egyetlen – értékmérője a tanulói észrevételek aránya. Ez az elmúlt öt évben (2011-2015) 9-12% között ingadozott. (Oktatási Hivatal, 2011-2015) Arra nézve ugyanakkor nincs adatunk, hogy matematikából ezen észrevételek hány százalékát ítélték a felülvizsgálók megalapozottnak, pedig ez még inkább mérvadá számadat lenne. Az összes tanulói észrevétel kb. 30%-ánál az eredeti értékelést hagyja helyben a felülvizsgáló tanár, kb. 70%-uknál emelkedik a pontszám, és 1% körül vannak azok a dolgozatok, ahol a felülvizsgálás a pontszám csökkenésével jár.

Sajnálatos tény, hogy (a képzések megszűnte miatt szükségszerűen) néhány év óta az emelt szintű dolgozatjavításnak és vizsgáztatásnak nem feltétele az emelt szintű vizsgáztatói képzés elvégzése. A képzés előírása mindenképpen emelné a javítások színvonalát, és egységesebbé tenné a vizsga értékelését.

### 3.6. A szakmai viták

A 2005-ben elindított kétszintű érettségivel kapcsolatban a bevezetés körül – természetesen – még komoly kritikák fogalmazódtak meg. (Csapó, 2014) Ezek a kritikus hangok az elmúlt években egyre halkabbak lettek, de továbbra is léteznek. Tulajdonképpen természetes, hogy egy ilyen nagy volumenű, az egész oktatási rendszert érintő kérdésben sokféle vélemény lát napvilágot. Az alábbiakban az elmúlt évek néhány olyan szakmai álláspontját szeretném röviden bemutatni és értékelni, amelyek a kétszintű matematika érettségi vizsgával kapcsolatban fogalmaztak meg kritikát.

Az elsősorban tehetségesebb diákokkal foglalkozó tanárok körében hallható kritika az emelt szintű írásbeli vizsga szerkezetét érinti. (Katz, 2011) A kritikában megfogalmazott javaslat szerint az emelt szintű írásbeli vizsgán szükség lenne a jelenleginél nehezebb feladatokra is, így elősegítve a legjobb tanulók differenciáltabb értékelését. A kritika annyiban mindenképpen jogos, hogy az emelt szintű írásbeli vizsgának a legmagasabb teljesítménytartományban kevés differenciáló ereje van. Azonban ez nem a feladatsorok hibája, hanem a felsőoktatási felvételi vizsgák rendszerének sajátossága: abból fakad, hogy jelenleg kevesen, csak a legjobb képességű diákok választják az emelt szintű vizsgát. A javaslattal – mely bizonyos értelemben a régi érettségi-felvételi rendszer matematika felvételi feladatsorainak felépítéséhez térne vissza – nem értek egyet. A legjobb tanulók differenciálására a tanulmányi versenyek szolgálnak, az érettségire erre nincs szükség, az érettségi vizsga bevált szerkezetét pedig néhány száz kimagaslóan tehetséges diák miatt amúgy sem érdemes megváltoztatni. Ráadásul egy ilyen üzenet a nem annyira tehetséges diákokat esetleg eltántoríthatja az emelt szintű vizsga választásától, ami nyilvánvalóan nem lehet cél.

A kétszintű érettségi bevezetése óta érik kritikák a matematika érettségi feladatsorokban szereplő példák szövegezését és a hozzájuk tartozó javítási útmutatók matematikai pontosságát. (Kántor, 2014; Kántor, K. Fazekas, 2011) A kritikák egy része természetesen jogos, bár örvendetes tény, hogy 2010 óta a hibák száma jelentősen csökkent, az utóbbi években kevesebbet találkozhatunk ilyen típusú problémákkal. Ugyanakkor azt is figyelembe kell venni, hogy a feladatokat és a javítási útmutatókat összeállító bizottság tagjai nincsenek könnyű helyzetben, amikor a matematikai szabatosság és a diákoktól elvárható pontosság között egyensúlyoznak.

A matematika érettségi vizsga méréselméleti kritikájával is találkozhatunk. (Kindrusz, 2014) Az ilyen típusú kritikákkal kapcsolatban fontos megemlíteni, hogy jelenleg az érettségi feladatsorokat összeállító bizottságnak nincs lehetősége a kitűzni kívánt feladatokat előzetesen bemérni. Így a feladatok összeál-

lítása során a szakemberek (feladatszerzők, lektorok) csak a saját megérzéseikre, szakmai tapasztalatukra, illetve a korábbi évek feladatainak elemzésére támaszkodhatnak.

Zárásképpen – a fentieket ellensúlyozandó – szeretném röviden bemutatni a 2013-ban az Oktatási Hivatal megbízásából a matematika érettségivel kapcsolatban készített online tanári kérdőíves felmérés legfontosabb adatait. (Oktatási Hivatal, 2014d) A felmérés (melyhez a kérdőívet 752 tanár töltötte ki) legfontosabb megállapítása az volt, hogy a matematika érettségi vizsga jelenleg érvényes szabályaival alapvetően elégedettek a tanárok, miközben persze bizonyos kérdésekben létezik változtatási igény. A feltett 42 kérdés közül 31-ben a válaszadók túlnyomó része (több, mint 75%), további 9 kérdésben pedig a többségük (50-75%) egyetért a jelenlegi szabályozással. Mindössze két olyan kérdés volt, amelyben a tanárok szerint változtatni kellene, a fontosabb ezek közül az, hogy a tanárok 54%-a szerint indokolt lenne a középszintű tartalmi követelmények változtatása. Abban viszont már megoszlottak a vélemények, hogy ez szűkítést, bővítést vagy átalakítást jelentene.

## 4. Az érettségi vizsga néhány lehetséges fejlesztési iránya

Akármilyen jól működik egy érettségi vizsgarendszer, nem gondolhatjuk, hogy örökéletű lesz. A nemzetközi tapasztalatok és a hazai kutatások alapján folyamatosan lehet és kell gondolkozni az érettségi vizsga lehetséges fejlesztési irányain. Az alábbiakban ezek közül vázolok néhányat.

### 4.1. Az egyszintű érettségi vizsga

A különböző oktatási fórumokon időről időre megjelenik az a gondolat, hogy meg kellene szüntetni az érettségi vizsga többszintűségét. Az alábbiakban először áttekintem a javaslat mellett és ellene felhozható érveket, majd bemutatom egy egyszintű matematika érettségi lehetséges formáját. Végül ismertetem egy egyszintű próbamérés eredményeit és tanulságait.

#### 4.1.1. Érvek az érettségi vizsga egyszintűsége mellett

**„Az emelt szint felesleges, nincs valódi funkciója.”**

*„Miután az egyetemek úgy döntöttek, hogy a középszintű érettségit is elfogadják felvételi vizsgaként, a két szint lényegében értelmét veszítette. Ha már kétszintes érettségi van, akkor valamilyen módon el kellene érni, hogy a két szint betöltse eredeti funkcióját. Ha pedig ez nem megy, akkor le kell mondani róla, nem érdemes a rendszert feleslegesen elbonyolítani.”* (Tóth, 2006, 206.)

*„A kétszintűség nem váltotta be a felvételi funkciókkal kapcsolatos várakozásokat sem. A két szint ötlete egy olyan korszakban született meg, amikor a felsőoktatásba való bejutásért még szoros verseny folyt. Akkor még racionális döntésnek tűnt, hogy a felvételi vizsgát váltsa ki egy emelt szintű érettségi. Időközben azonban a felsőoktatás kapui tágra nyíltak, és a felsőoktatási intézmények – saját jól felfogott érdekükben – többnyire nem követelik meg a felvételhez az emelt szintet.”* (Csapó, 2008, 85.)

Kétségtelen, hogy az emelt szint eredeti célja (nevezetesen a korábbi felvételi vizsgák kiváltása) oktatáspolitikai okokból nem valósulhatott meg. 2015-ben az összes érettségi vizsga mintegy 9,2%-a volt emelt szintű, matematikából még ennél is alacsonyabb az arány (kb. 4,7%). A második idézettel kapcsolatban fontosnak tartom megjegyezni, hogy a felsőoktatás kapui valóban tágra nyíltak, de sok szakon továbbra is nagyon erős a bejutási verseny.

**„Túl korán kell a diáknak választania, és ez a választás tovább erősíti a magyar oktatás szelektivitását.”**

*„Az új érettségi rendszer feleslegesen és korán kényszeríti a tanulókat a specializálódásra. (...) A kétszintűség ebben a formájában egy további szelekciós kényszert vitt be a közoktatásba, amiben könnyen belátható módon nemcsak a*

*képességek, hanem a társadalmi státus is szerepet játszik.*” (Csapó, 2008, 84-85.)

Nem vitatom, hogy a mai magyar iskolarendszer túlzottan szelektív, és nem képes megfelelően enyhíteni az esélyegyenlőtlenséget, de nem látom alátámasztva azt, hogy éppen az érettségi kétszintűsége növelné a szelektivitást és az esélyegyenlőtlenséget. A középiskolai differenciálódás és korai szelekció nem végleges és nem teljes, a különböző képességű és érdeklődésű tanulók orientálása lehetséges és kívánatos, továbbá a nemzetközi gyakorlatban is általánosan elfogadott a nálunk sokkal kevésbé szelektív iskolarendszerekben is.

Ennél a pontnál megemlítek egy olyan problémát, ami ténylegesen a kétszintűség ellen szól. Ez pedig a felkészülés nehézsége. A jelenlegi rendszerben 9. és 10. évfolyamon nehéz helyzetbe kerülnek a tanárok. Az alapóraszámú kerettantervek tanítása során sokszor nincs lehetőség az adott témakör emelt szintű követelményekhez tartozó elméleti ismereteinek, illetve feladatainak kellő mélységű elsajátítására. Erről a problémáról a 3.5. pontban már részletesebben írtam.

**„A jelenlegi kevés külső kontrollal rendelkező középszintű és a megfelelő külső kontrollal rendelkező emelt szintű vizsgát felváltaná egy megfelelő külső kontrollt jelentő egyszintű vizsga.”**

Igaz, hogy a jelenlegi rendszer egyik nagy hátránya, hogy a vizsgával szemben támasztott objektivitási kritérium középszinten csak korlátozott mértékben teljesül. Az egyszintű érettséginek nyilvánvalóan központi összeállításúnak és központilag javítottoknak kell lennie, ha ez jelentené a belépést a felsőoktatásba. A központi szervezés mindenképpen javítaná a jelenlegi rendszer objektivitását, ugyanakkor nagyon sok (logisztikai, anyagi) kérdést vet fel, mely kérdésekkel jelen értekezésben nem foglalkozom.

#### **4.1.2. Érvek az érettségi vizsga egyszintűsége ellen**

**A továbbtanuló diákok nagy arányban jelentkeznek mélyebb matematikai ismereteket igénylő felsőoktatási szakokra.**

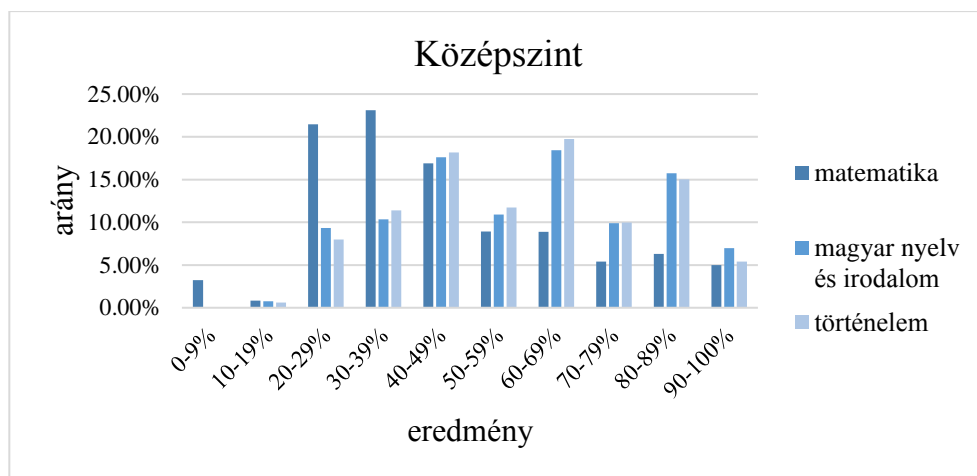
Kigyűjtöttük azon diákok számát, akiket a 2015 őszén induló felsőoktatási tanulmányokra (alap- vagy osztatlan mesterképzésben) vettek fel a következő képzési területeken: (Felvételi statisztikák)

Gazdaságtudományok	6213
Informatika	3660
Műszaki tudományok	7359
Természettudományok	1950

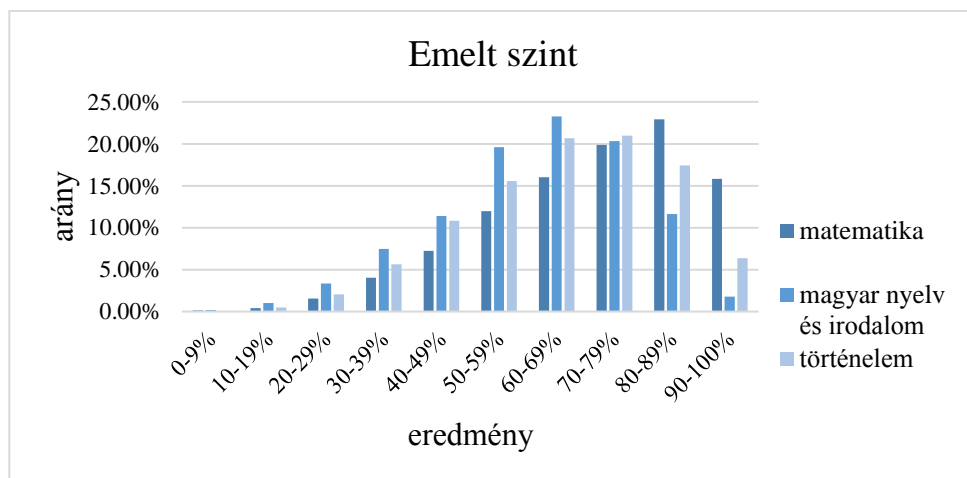
Látható, hogy a matematikát nagymértékben használó felsőoktatási tudományterületekre mintegy 19 000 diákot vettek fel, miközben 2015 májusában mindössze 3468 diák érettségizett emelt szinten matematikából!

### A matematikai teljesítmény nagy szórása

Nem tudom megítélni, hogy más tantárgyak alkalmasak-e arra, hogy a diákok tudásszintjét egységes és egyszintű vizsga megbízhatóan mérje. A matematika mindenesetre ebből a szempontból talán másként kezelendő. Megvizsgáltam és ábrázoltam a három mindenki által teljesítendő tantárgy (matematika, magyar nyelv és irodalom, történelem) közép- és emelt szintű érettségi eredményeit (2015. május-június).



4.1. ábra: Három kötelező tantárgy középszintű eredményessége 2015. május



4.2. ábra: Három kötelező tantárgy emelt szintű eredményessége 2015. május

Érdemes megfigyelni, hogy matematikából középszinten a diákok majdnem fele (48,6%) teljesített 40%-nál gyengébben. Ez az arány a másik két tárgy esetében jóval ez alatt, 20% körül volt. A másik véglet: matematikából emelt szinten a vizsgázók majdnem 40%-a (38,75%) egészen kiválóan, 80% feletti eredménnyel végzett. Magyarból ezt a vizsgázók 13%-a, történelemből a 24%-a érte el emelt szinten.

Hogyan tudná egyetlen matematika feladatsor megbízhatóan mérni azokat, akik a középszintű érettségien igen gyengén szerepeltek, és azokat, akik a ki-mondottan nehéz emelt szintű vizsgán kiváló eredményt értek el?

### **Az érettségi követelmények visszahatása a középfokú tanulmányokra**

Fontos szempont az érettségi követelmények visszahatásának ereje a közép-fokú tanulmányokra. Érdemes ezt is figyelembe venni az érettségi struktúrájának kialakításakor. Ha a magasabb teljesítményre képes diákoktól kevesebbet követelünk, mint eddig, az semmiképpen sem eredményezi az oktatás színvonalának emelkedését. Bár szemünk előtt sokszor az ideális diák lebeg, aki csakis érdeklődésből és belülről fakadó motiváció által vezérelve tanul az iskolában, a valóság többnyire nem ez. A valóság az, hogy a diákok (illetve szüleik, tanáraik) a középiskolás évek alatt „fél szemmel” az érettségire tekintenek. És ha ott azt látják, hogy alacsonyabbak a követelmények, mint amire a diák képes, akkor az alacsonyabb követelményekhez fogják igazítani a befektetett munkát is. Ez minden olyan diákra vonatkozik, aki jelenleg emelt óraszám-ban tanulja a matematikát (akár fakultáción, akár matematika tagozatos tanulóként). Nem állnak rendelkezésünkre adatok az ő létszámukról, de nyilvánvalóan többen vannak, mint az elmúlt években matematikából emelt szinten vizsgázó 3-4000 fő. Úgy becsülöm, hogy számuk évente 20 és 30 ezer között lehet. Ők azok a diákok, akik képesek lennének emelt szinten érettségizni, de a jelenlegi oktatási rendszerben erre semmi nem kényszeríti őket. Az emelt szint-hez képest csökkentett követelményrendszerű egyszintű érettségi vizsga bevezetése esetén hozzájuk nagy valószínűséggel nem jutnának el olyan ismeretek, amelyek megkönnyítenék számukra a felsőoktatásban maradáást.

#### **4.1.3. Az egyszintű vizsga javasolt szerkezete matematikából**

Az Oktatáskutató és Fejlesztő Intézetben 2013-ban és 2015-ben általam vezetett munkacsoport (melynek Koncz Levente és Kósa Tamás voltak a további tagjai) feladata volt egy egyszintű érettségi vizsga koncepciójának kidolgozása, egy a koncepción alapuló feladatsor összeállítása, és a feladatsor megírása után az eredmények kiértékelése.

##### **4.1.3.1. A koncepció**

A fenti érvek figyelembevételével az egyszintű vizsga megtervezése különösen nehéz feladat. Ha egyetlen feladatsorral szeretnénk mérni minden diákot,

akkor olyan vizsgasor koncepciót kell találni, amellyel a leggyengébb és a legjobb diákokat is (viszonylag jól, esetleg elfogadhatóan) tudjuk mérni.

Az egyszintű érettségi nyilván a jelenlegi középszintű érettségi követelményrendszerére épülhet csak, azaz felülről korlátosnak kell lennie. A részletes érettségi vizsgakövetelményekben (RÉV) megfogalmazott emelt szintű követelmények nem tartozhatnak bele a feladatanyagba, így komoly veszteséggel kell számolni, ami nagy ár. Nemcsak a továbbtanulási oldalról nagyon fontos témakörök teljes vagy részleges hiánya (pl. analízis, nehezebb valószínűség-számítás), hanem a minőségi veszteség miatt is. A feladatok nehézségi szintje csupán abban a részben haladhatja meg valamilyen mértékben a jelenlegi középszintű követelményszintet, amit igazából már a legjobbaknak szánánk. A másik oldalról nézve, a gyengébb tanulóknak esélye ugyan elvileg van a nehezebb feladatok megoldására, de a pontjaik jelentős részét várhatóan a vizsga első részeiből tudják majd megszerezni, a legjobbaknak szánt feladatokhoz pedig alig tudnak majd hozzászólni. Így a legjobbakat egy könnyű kezdéssel, míg a leggyengébbeket egy szinte reménytelen befejezéssel kell „büntetnünk”.

Az alapvető dilemmát tehát az jelenti, hogy a vizsgázók nagy része (a korábban említett adatok alapján nagyjából az 50%-uk) jelentős részben nem a saját szintjének megfelelő feladatokkal találkozik majd. Ez komoly motivációs problémát jelenthet számukra. Az egyetlen lehetséges megoldásnak az tűnt, hogy – megtartva a jelenlegi középszintű érettségi írásbeli vizsga struktúráját – a feladatsor első részén könnyítünk, a második részt kismértékben felduzzasztjuk, a harmadik részt pedig nehezítjük.

Felmerült az a lehetőség is, hogy az I. részben bizonyos kritériumszintnek kelljen a vizsgázóknak megfelelni, azaz amelyikük nem éri el például az 50%-os szintet az I. részben, az a további részekben nyújtott teljesítményétől függetlenül az írásbeli részre elégtelen osztályzatot kap. Itt nem foglalkozom azzal a kérdéssel, hogy az írásbeli vizsgán elégtelent szerző diákok milyen módon (akár szóban, akár írásbeli vizsgán) javíthatnának eredményükön.

#### 4.1.3.2. A vizsga szerkezete

Az egyszintű érettségi vizsga írásbeli vizsga. A vizsga időtartama 240 perc. Felhasználható segédeszközök: számológép, függvénytáblázat.

A vizsgadolgozat három részből áll.

I. rész: alapfokú tudás mérése, 14-18 rövid, tesztszerű, minden területet lefedő 1-2 pontos feladattal (össességében még a mostani középszintű vizsga I. részénél is egyszerűbb, indoklás nélküli feladatok), összesen 30 pontért.

II. rész: négy, tematikailag minden területet lefedő, 9-11 pontos, több alfeladatból álló, körülbelül egyenértékű feladat, melyek nehézsége a jelenlegi közép szint II. részéhez hasonló, összesen 40 pontért.

III. rész: három darab 15 pontos feladat, ebből kettőt kell megoldani. Középszintű tudással megoldható, de nehezebb, összetettebb, több alfeladatból álló feladat, a jelenlegi emelt szint nehézségében, de középszintű anyagra támaszkodva, összesen 30 pontért.

A III. rész annyiban is eltér a korábbiaktól, hogy szorosabb a pontozása, azaz ebben a részben 1-1 pontért esetenként kicsit többet kell dolgozni, mint korábban. A felső 10-20% differenciálását így próbáltuk megoldani, és nem akartuk a megszokott 100 pontos keretet meghaladni. Az ebben a részben szerezhető részpontszámok így sokszor nincsenek arányban a korábban könnyebben megkapható pontokkal.

#### 4.1.3.3. Javasolt értékelés

Az I. részben 15 pontot el kell érni az elégségeshez. Aki ezt nem éri el, az a további részekről függetlenül elégtelent kap az írásbeli vizsgára. Ez a minimumszint, a biztos „közös tudás”, ami elvárható. Szeretnénk elkerülni azt, hogy az első részben megszerzett – a javasolt minimumszintnél alacsonyabb – pontszámot a vizsgázók részben a nehezebb feladatokban kapott néhány ponttal kiegészítve éri el az elégséges szintet. Aki eléri a 15 pontot, annak az I. részben szerzett pontszáma hozzáadódik a többihez.

Az egyes osztályzatok lehetséges ponthatárai:

0 - 24	elégtelen
25 - 33	elégséges
34 - 46	közepes
47 - 59	jó
60 - 100	jeles

A javasolt vizsgaszerkezet és értékelés előnyei:

- A megfelelő minősítést megszerzőkről biztosan állítható egy közös tudás. Mivel ők az I. részben legalább 50%-os eredményt értek el, így bármely két, matematikából érettségi vizsgával rendelkező személy tudásában lenne „közös rész”.
- A rendszer nem nehezítené meg a jeles megszerzését a mostanihoz képest, hiszen az első két részben elérhető 70 pontnak a 60 pont kb. 85%-a, és nyilván egy jeles tanulóknak a III. részben is van esélye pontot sze-

rezni. Ugyanakkor ez az értékelés lehetőséget nyújthat a jobb készségekkel rendelkező diákok differenciálására a III. rész nehezebb feladatai által.

A javasolt vizsgaszerkezet és értékelés hátrányai:

- Túl széles spektrumot próbálunk egyetlen mérőeszközzel mérni: így a leggyengébbek hozzá sem tudnak szólni a III. részhez, a legjobbaknak bosszantóan triviális az I. rész. Csökkenti a motivációt és az elégedettséget, hogy nem a saját szintjének megfelelő feladatokat kap a vizsgázó.
- A III. résznek szükségszerűen a mai versenyfeladatok szintjét kell súrolnia, ha a legjobbak között próbál meg sorrendet felállítani. Kérdés, méltányos-e ilyen feladatok elé állítani azokat, akiket ilyesmire egyáltalán nem készítettek fel, a témakör az általuk tanult tananyagnak gyakorlatilag nem volt része.
- Az emelt szintű tananyagot ebben a szerkezetben azoktól sem kérjük számon, akik mégis elsajátították. Nem mérjük meg, milyen mértékben sajátították el, és nem állítunk ki róla számukra záróvizsga-bizonyítványt. A kimeneti szabályozás erős hatása révén ez súlyosan káros következményekkel járna a tanítási gyakorlatban.

#### **4.1.4. A próbavizsga**

##### 4.1.4.1. A próbavizsgálóról általánosan

A próbavizsgát 2014 áprilisában 290 fő írta meg az ország több településén, többféle iskolatípusban. Közülük 217 fő középszinten, 73 fő pedig emelt szinten érettségizett a próbavizsga után. Megállapításaimat annak tudatában teszem, hogy sem az adatok mennyisége, sem az eloszlása nem lehet egy reprezentatív mérés alapja. A 290 próbavizsgán résztvevő közül 200 diák 2014. májusi érettségi eredményét is ismerjük. (A 217 középszintű vizsgázó eredményei közül 132-t, míg a 73 emelt szintű eredmény közül 67-et sikerült megtudni.)

Az ilyen próbavizsgák egyik legnagyobb veszélye, hogy a diákok esetleg nem, vagy nem minden esetben és nem teljes mértékben veszik komolyan a feladat-sor megoldását. A dolgozatok kijavítása után úgy tűnik, hogy a vizsgázók döntő többsége komolyan vette a próbavizsgát.

##### 4.1.4.2. A középszintű vizsgára készülő diákok eredményei

Az egyszintű próbavizsgák eredményének átlaga a középszintű vizsgára készülők körében közel 51,4% lett.

A középszintű vizsgára készülők körében az I. vizsgarész megoldottsága, eredményessége magasnak mondható (80%). Az I. részre alkalmazható általunk javasolt 50%-os elégséges kritériumszintet a 217 vizsgázó közül 209 elérte.

Csupán 8 olyan diák volt, aki ebben a részben 50%-alatt teljesített ( $\approx 4\%$ ). Közülük az összes vizsgarészt tekintve 6 fő amúgy is elégtelenre teljesített, azaz körülbelül 1% azon diákok száma (2 fő), akik bár az I. részben nem érték el az 50%-os kritériumszintet, de a többi részből összességében elégséges szintet értek el.

A második vizsgarész átlagos eredményessége 50%, a harmadiké 25%-os volt, ami jól mutatja a feladatsor tervezett és jelentős nehezédesét.

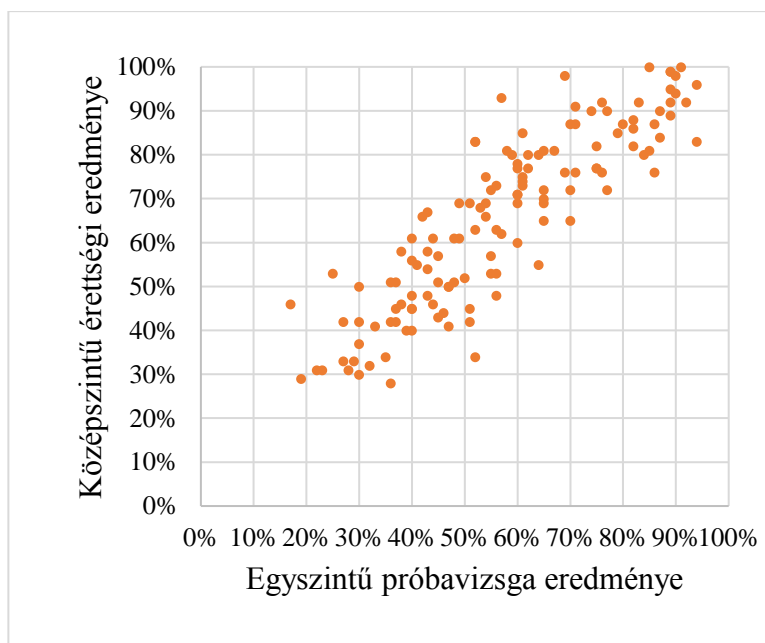
### Egyszintű – középszintű összevetés

Kísérletünkben azt vizsgáltuk, hogy elvileg és gyakorlatilag mennyire van matematikai szakmai szempontból az egyszintű érettséginek reális létjogosultsága, azaz mennyiben feleltethető meg a vázolt koncepció alapján elkészült feladatsor eredményessége a jelenlegi középszintű vizsgatípusnak. Erről gyakorlati szempontból véleményt alkotni a megírt próbavizsgák és ugyanezen diákok éles érettségi eredményeinek ismeretében tudunk. Hipotézisünket a gyakorlat is igazolta, azaz középszinten viszonylag jól korreláltak az eredmények.

A próbavizsga és az éles érettségi vizsga időpontja nagyon közel esett egymáshoz, így tekinthetjük a két eredményt az egyes diákoknál jól összehasonlítható adatnak.

A középszinten vizsgázó diákok egyszintű próbavizsga eredménye a 2014. évi saját érettségi eredményükkel erősen korrelál (0,873). Ugyanez az erős korreláció tapasztalható a (lényegében a jelenlegi középszintnek megfeleltetni szánt) egyszintű I-II. rész és a középszintű érettségi esetében (0,875). Ugyanakkor nagyon kevés az igazán kiváló – 90% feletti – dolgozat (4 fő), ami azt mutatja, hogy a középszinten vizsgázók számára a III. rész valóban nehéz volt, még a legjobbaknak is. Ez kikerülhetetlen következménye ennek a koncepciónak és azt mutatja, hogy az érettségizők több mint 98%-ánál (akik a jelenlegi középszintű érettségire készülnek) nem várható kiváló eredmény ebben az egyszintű vizsgatípusban, még annyira sem, amennyire a jelenlegi középszintű érettségi ezt megengedi. Azaz az egyszintű vizsga legmagasabb teljesítménytartománya meghaladja a jelenlegi középszint maximumát is.

Az egyszintű vizsga az esetek döntő részében rosszabbul sikerült, mint a középszintű. Átlagosan 8%-kal sikerült jobban a középszintű vizsga, mint az egyszintű próbadolgozat. A vizsgázók alig több mint 11%-ánál lett kis mértékben eredményesebb a középszintű vizsga az egyszintű próbavizsgánál.



4.3. ábra: Az egyszintű és a közép szintű eredmények pontdiagramja

Mindez azt mutatja, hogy a középszinten vizsgázók körében az egyszintű próbavizsga a jelentősen könnyített első résszel és az igen nehéz harmadik résszel együtt kicsit gyengébb, de összességében megközelítőleg hasonló eredményt ad, mint a középszintű érettségi vizsga.

#### 4.1.4.3. Az emelt szintű vizsgára készülő diákok eredményei

Az emelt szinten vizsgázók eredményei természetes módon és jelentősen jobbak a középszinten vizsgázók eredményeinél.

A teljes dolgozatra nézve 82%-os átlagteljesítmény 10%-os szórással igencsak jó, „tömör” eredmény, sokkal jobb, mint az elmúlt évek emelt szintű vizsga-eredményei.

Az emelt szinten vizsgázók 1 fő kivételével jeles minősítést értek el (60%-100%). Ez azt mutatja, hogy számukra a vizsga az érdemjegyet tekintve könnyű volt. Az emelt szinten vizsgázók körében az értékelési tartomány közel a felére szűkül, így a differenciálás lehetősége lecsökken. Azok a vizsgázók is szinte mind jelest írtak a próbavizsgán, akik aztán a saját emelt szintű érettségijükön gyenge eredményt értek el. Az egyszintű vizsga az ő körükben nem szórt kellőképpen, túl sok volt a nagyon jó eredmény.

Az I. részben átlagosan 94%, a II. részben 85%, a III. részben pedig 68% az eredményesség, ami igen magas.

### Egyszintű – emelt szintű összevetés

Kísérletünk megmutatta, hogy az egyszintű vizsga az emelt szinten vizsgázók valódi tudáskülönbségét tömöríti, lecsökkenti, ami két hatásból is fakadhat, mindkettő a kellő differenciálási lehetőség hiányára mutat rá.

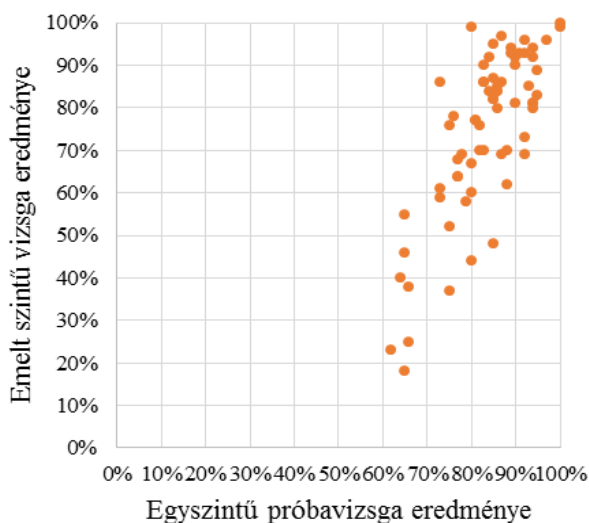
Egyrészt a feladatsor I. és II. része az emelt szintre készülők számára kifejezetten könnyű volt. A diákok sok pontot szereznek itt, azaz ez a 70 pontos egység nem igazán differenciáló jellegű. (Az összesen 70 pontos I. és II. részben az átlag 61,9 pont, a szórás 5,1 pont volt. )

Másrészt az emelt szintű vizsgatartalmak kihagyásával jelentősen csökken a feladatsor differenciáló ereje.

Ugyanez a jelenlegi emelt szintű vizsgán nem fordulhat elő. Bár abban a vizsgatípusban is vannak magas százalékban megoldott feladatok, mégis sokkal jobban mér, azaz hatékonyabban és érzékenyebben értékeli a különböző tudás-szintet és vizsgateljesítményt.

Az egyszintű vizsga eredményének 0,776-os korrelációja az emelt szintű érettségi vizsga eredményével közepesen erős összefüggést mutat. Érdekes, hogy csupán az I. és II. részt vizsgálva a korrelációs együttható csupán 0,644. A viszonylag gyenge összefüggés hátterében a vizsgázók számára könnyű I. és II. rész magas megoldottsága állhat.

Az esetek nagy részében az emelt szintű vizsga lényegesen rosszabbul sikerült az egyszintűnél. Az alábbi kétdimenziós pontdiagramon is jól megfigyelhető, általában mennyivel jobban sikerültek az egyszintű vizsgák az emelt szintű vizsgáknál.



4.4. ábra: Az egyszintű és az emeltszintű eredmények pontdiagramja

Érdekes lehet még az összesített egyszintű eredményesség összehasonlítása a középszinten és az emelt szinten érettségizők összesített valódi eredményességével. A vizsgálatban részt vevő középszinten érettségizők valódi érettségi eredményének átlaga 65,7% volt. (Ez annak a 132 diáknak az átlaga, akik érettségi eredményéről volt információnk.) Ugyanezek a diákok az egyszintű érettségín átlagosan 57,3%-ot értek el.

Emelt szinten majdnem minden diák valódi érettségi eredménye rendelkezésre állt: ők átlagosan 74%-ot értek el az írásbeli vizsgán. Ugyanők az egyszintű érettségín átlagosan 83%-ot szereztek.

#### **4.1.5. A tapasztalatok**

Az egyszintű próbafeladatsor tapasztalatai alapján az alábbi megállapításokat tehetjük.

A teljes vizsga (I-II-III. rész), illetve csak az I. és II. rész értékeléséből kiderült, hogy azokat a diákokat, akik középszinten vizsgáztak élesben, jól mérte a feladatsor. Erős korrelációt és hasonló átlageredményeket kaptunk, mint a jelenlegi középszintű vizsgán. A legfelső (90-100%) tartományban nagyon kevesen teljesítettek, alig volt kiváló eredmény. A vizsga I. része könnyebb, mint a jelenlegi I. vizsgarész, és a kísérlet során tervezett 50%-os megfelelési kritériumszintet megfelelően megalapozottnak tartom. Az egyszintű feladatsor kissé lefelé tolja az eredményeloszlást, de középszinten vizsgázó diákok körében alkalmas lehet a mérésre. Ez persze önmagában nem meglepetés, hiszen a próbavizsga struktúrája a jelenlegi középszintű érettségit mintázza könnyített I. résszel és nehezebb III. résszel.

Az emelt szintű vizsgázók körében sok kedvezőtlen eleme és hatása lehet egy esetleges egyszintű érettséginek és egy ilyen típusú feladatsornak. A feladatsor I. része túlságosa egyszerű számukra (átlagos eredményesség: 94%), a II. rész is nagyon magasan megoldott (85%), lényegében csupán a III. rész eredményei szórják a mezőnyt. Kiderült, hogy az emelt szinten vizsgázók közül szinte mindenki jeles szintet ért el, átlageredményük 82%-os, és mindehhez igen alacsony, 10%-os szórás társul, ami lényegében a 60-100%-os tartományra szűkíti le az eredményes skálát. Ilyen módon kellene a mérésnek a megfelelő differenciálást megtennie, ami az összetömörített eredményekkel mérésmetodikailag alaposan leszűkíti a lehetőségeket. Nagyon káros hatású lehet az emelt szintű vizsgatartalmak teljes kimaradása és ennek visszahatása a közoktatásra, miközben a felsőoktatásban kifejezetten ezen tananyagtartalmak ismeretére lenne szükség. Természetesen, ha az egyszintű feladatsor (a ma emelt szinten vizsgázók kedvéért) még nehezebb lenne (ehhez már valódi versenyfeladatokra lenne szükség), akkor a középszintre készülők eredményei lennének gyengébbek.

Az előzetes elvárásokat teljesítette a feladatsor. Igazolódta ugyanakkor a koncepció megjósolt hátrányai is, így – a vizsga mérésmetodikai jól teljesítése ellenére – nem változott az a véleményem, hogy a jelenlegi kétszintű vizsgát nem javaslom egyszintűre cserélni. Vagyis az ellenérveim és ellenérzésem a vizsga mérésmetodikai bevétele ellenére is fennállnak, mindezt a mérés „jó-sága” nem befolyásolta.

#### **4.2. A számítógép lehetséges felhasználása az érettségi vizsgán**

Természetes igény, hogy egy vizsgarendszer jövőjének átgondolása során ne feledkezzünk meg olyan világméretű folyamatokról, mint a vizsgáztatás digitalizálása vagy a korszerű mérés-értékelési eljárások alkalmazásának igénye. Ugyanakkor nyilvánvaló, hogy minden változtatást körültekintően, átgondoltan kell bevezetni. Az IKT (infokommunikációs technika) alkalmazásával kapcsolatban is meg kell vizsgálni a célokat, a technikai és pénzügyi lehetőségeket, a remélhető eredményeket, s az egyes lépések mellett, illetve ellen szóló érveket.

Az érettségi vizsgának és értékelésének többféle célja van. Fontos az egyén fejlődése, fejlesztése és továbblépése szempontjából, fontos a tanítás tartalmi és módszertani tervezése szempontjából, és fontos társadalmi vonatkozásban is, hiszen a továbbtanulás, illetve munkakörök betöltése az érettségi eredményei alapján válik lehetségessé. Nyilvánvaló követelmény, hogy az érettségi vizsga értékelése minél inkább objektív, igazságos és hasznos következtetések levonására alkalmas legyen.

Fontos szempont az érettségi vizsga „visszahatása” a középiskolai tanításra. Tudjuk, hogy a közoktatás szereplői (diák, szülő és tanár) a tanulmányok során sokszor az érettségi vizsgát tekintik igazodási pontnak. Vonatkozik ez az érettségi vizsga szerkezetére és a vizsgán számon kérhető tananyagra egyaránt. Ezért az érettségi vizsga szerkezetében történő bármilyen változtatási javaslat során figyelembe kell vennünk ezt a hatást is.

Az OECD országokban a mérés-értékelés (elsősorban diagnosztikus jellegű mérések esetén) határozottan a digitalizálás irányába mozdul. (Csapó, 2014) Vonzó cél, hogy egy személy szellemi képességeit, készségeit, de legalábbis pillanatnyi tudását szinte olyan objektivitással és pontossággal tudjuk mérni, mint a magasságát vagy a vérnyomását.

A számítógépek használata a mérés-értékelésben több szinten valósulhat meg. Az alábbiakban megvizsgálom ezeket a lehetőségeket a várható előnyök és hátrányok figyelembevételével. Azokkal a nyilvánvaló nehézségekkel nem foglalkozom, melyeket a minden érettségiző diákra jutó számítógépek beszerzése, a megfelelően biztonságos hálózatok kiépítésének nehézsége és költsége,

továbbá az esetleges technikai problémák kiszűrése jelent. Úgy vélem, hogy ezek a nehézségek és költségek igen jelentősek lennének. A felmerülő lehetőségeket elsősorban pedagógiai, módszertani, vizsgáztatói szempontból elemzem.

#### **4.2.1. A feladatlapok digitalizálása, a papíralapú írásbeli feladatsorok számítógépen történő megjelenítése**

Elképzelhető egy olyan rendszer, ahol a diákok nem papíron, hanem egy számítógép képernyőjén keresztül kapják meg a megoldandó feladatokat az érettségien. Ekkor két lehetőség van a válaszadásra.

- a) A válaszokat továbbra is papíron, tollal írva adják a diákok.
- b) A válaszokat (akár hosszabb kifejtést igénylő példák esetében is) begépelik, ezek tárolása számítógépen történik. Ebben az esetben a javításnak is nyilvánvalóan a gépen kell megtörténnie.

El tudom képzelni a fenti lehetőségek vegyes alkalmazását: a diák előre eldönti, hogy milyen formában kívánja megválaszolni az érettségi kérdéseit. Ebben az esetben (a számítógépes válaszadás arányának növelése érdekében) a számítógépes válaszadást választóknak a papír alapú válaszoknál hosszabb vizsgázási időt lehetne biztosítani.

Nézzük az egyes változatok előnyeit, hátrányait.

Előnyök:

- A papír alapú tesztek teljes logisztikai ügymenetének (nyomtatás, szállítás) jelentős egyszerűsödése. Elegendő lenne az elkészült dolgozatokat egy zárt és kellően biztonságos hálózaton keresztül eljuttatni a diákok előtt lévő monitorra.
- A b) esetben olyan diákok számára, akik írásban különféle hátrányokkal rendelkeznek, a számítógép segíthet válaszaik olvasható és áttekinthető formában történő rögzítésében. Erre – a diák indokolt előzetes kérése alapján – már most is van lehetőség.
- A b) esetben a megírt érettségi dolgozatok tárolása az eddiginél sokkal kisebb helyen valósulhatna meg.
- A b) esetben technikailag egyszerűen megoldható lenne a dolgozatok javításának felülvizsgálata, a dolgozatok eredményeinek gyors és átfogó vizsgálata, statisztikai elemzések készítése. A kutatók egyszerűen férhetnének hozzá tetszőleges számú érettségi dolgozathoz.

Hátrányok:

- A b) esetben nyilvánvaló problémát jelenthet, hogy a diákok gépelési sebessége sokszor elmarad a kézírás sebességétől.
- A b) esetben matematikából különösen problémás lehet az ábrák és képletek számítógépes készítése. Egy egyenlet megoldásának levezetése még a leggyakorlottabb egyén számára is hosszadalmasabb egyenletszerkesztővel, mint kézzel írva. Megoldás lehet erre a problémára, ha a diáknak nem szükséges az egyenlet megoldását lépésről lépésre leírnia.

Ezek a változatok a jelenleg érvényben lévő mindkét szinten (közép és emelt) megvalósíthatók lennének, megvalósításuk nem vonná magával szükségszerűen az írásbeli érettségi feladatok típusának, jellegének megváltoztatását.

#### **4.2.2. A számítógép segédeszközként való használata az érettségi vizsgán**

Az előző javaslatot kiegészítheti ez a változat, de attól függetlenül is megvalósítható. Lényege, hogy bizonyos feladatok megoldásánál a diák számítógépet használhat a feladat megoldásához, ahogy ez Dániában jelenleg is gyakorlat. Természetesen ez a fajta vizsgáztatás elsősorban a matematika érettségi során használható. Jelen javaslat kizárja a számítógépek internetes kapcsolódását a vizsga során. Olyasféle változashoz lenne ez hasonlítható, mint amikor a diákok számára lehetővé vált a matematika érettségien számológépet használni segédeszközként.

Nem kell hosszasan kifejteni, hogy napjainkban mennyire fontos lenne a számítógépek (értő) kezelése a diákok számára. Nem gondolom, hogy a számítógép helyettesítené bizonyos alapkészségek elsajátításának szükségességét, de sok olyan területet ismerünk, ahol használata sokkal inkább segíti, mintsem akadályozza az eredményes tanórai munkát. Elegendő itt például nagy mennyiségű adat vizsgálatát és az adatok ábrázolását említeni.

Előny:

- Ennek a változatnak a (kellő előkészítés után történő) bevezetése a fent említett visszahatás miatt nagyon erősen és pozitívan befolyásolná az IKT eszközök használatát a matematika órákon.

Hátrányok:

- A számítógép használatában kevésbé jártas (akár hátrányos helyzetű) tanulók hátrányban lennének gyakorlottabb társaikkal szemben. (Ugyanakkor ez a hátrány ma is fennállhat a számológép kezelését vagy a szövegértést illetően.)

- A tiltott segédeszközök (internet, a diákok egymás közötti kommunikációja) használatának ellenőrzése nehéz. Ez különösen igaz, ha a diákok a saját számítógépüket használhatják.

Ennek a változatnak a megvalósítása szükségszerűen magával vonná az írásbeli érettségi feladatok típusának, jellegének megváltoztatását közép- és emelt szinten egyaránt.

#### **4.2.3. A számítógép alapú tesztelés**

A számítógép alapú tesztelés (Computer Based Assessment – CBA) minden számítógépes mérést magába foglal. Ezek közül a számítógépes adaptív tesztelés (Computer Adaptive Testing – CAT) tűnik manapság a legígéretesebbnek (Weiss, 2011).

A CAT alkalmazásához szükség van kellően nagy számú, előzetesen bemért nehézségű feladatra. A tesztet író diák először egy átlagos nehézségű feladatot kap. Ha ezt jól válaszolja meg, akkor nehezebb, ha rosszul, akkor könnyebb feladatot kap következőnek. És így tovább, az igényeknek megfelelő számú feladat megoldása során (ez a megfelelő szám általában 10 és 20 között szokott lenni) a diák adott területen mérhető készség- és tudásszintje meghatározható, pillanatok alatt kiértékelhető, összehasonlítható.

A CAT előnyeit és hátrányait az alábbiakban foglalom össze: (Magyar, 2012)

Az adaptív tesztek számos fontos előnnyel rendelkeznek a hagyományos tesztekhez képest:

- Biztonságosabbá válik a tesztelés. Mivel minden vizsgázó különböző kérdéseket kap, nincs lehetőség a kérdések előzetes „betanulására”.
- Minden vizsgázó a saját sebességének megfelelően dolgozhat (a válaszadás gyorsasága további kiegészítő információ lehet).
- A vizsgázók saját szintjüknek megfelelő feladatokat kapnak. Így kiküszöbölhető, hogy a vizsgázók túl könnyű, illetve túl nehéz kérdéseket kapjanak, és ezáltal unalmassá váljon számukra a vizsga, valamint csökken a frusztráció.
- A tesztelési idő lerövidül, így kevésbé fárasztó a vizsgázók számára, és az értékelés is gyorsabbá, egyszerűbbé válik.
- Az adaptív tesztelés individualizált jellege miatt a pontosabb készség-felmérés lehetőségét teremti meg.

Azonban a CAT hátrányokkal és korlátokkal is rendelkezik, melyek közül a legfontosabbak:

- Az adaptív teszteknek jóval nagyobb az előállítási költségük, mint a fix teszteknek.
- Nincs lehetőség a tesztek visszamenőleges áttekintésére.

- A lineáris teszteknel a vizsgázónak lehetősége van kérdéseket kihagyni, és utólag visszatérni rájuk. A legtöbb adaptív teszt nem engedi ezt a lehetőséget.
- Az itemek nagyon precíz kalibrálást igényelnek.
- Az item elhelyezkedése befolyásolhatja a megoldást: ugyanaz az item a tesztben elfoglalt helyétől függően lehet könnyebben, illetve nehezebben megoldható.
- Az előző item véletlenül információt szolgáltathat a következő item számára (kereszt-információ).
- Az adaptív tesztek jelenleg nem alkalmasak minden tantárgy és készség mérésére.

Az igazi probléma az utolsó ponthoz kapcsolódik: megvalósítható-e egyáltalán a matematika érettségi adaptív teszteken keresztül?

A matematikai készségek és tudás vizsgálata hatékonyan feladatmegoldásokon keresztül vizsgálható, a feladatmegoldás lelke pedig a gondolatmenetet tükröző leírás. Sok tudáselem felmérhető zárt végű feladatokkal. Így például a jelenlegi középszintű érettségiben az I. rész feladatainak többsége megfogalmazható lenne így is. A jelenleg használt összetettebb közép- illetve emelt szintű feladatok egy része is felbontható lenne több, kisebb, zárt itemre. Nyílt végű kérdések esetében viszont mindenképpen célszerű a válaszok – leggyakrabban képleteket és ábrákat is tartalmazó – szöveges rögzítése. Ha ugyanis nem követhető nyomon a vizsgázó gondolatmenete, számolási lépései, akkor egy esetleges számolási hiba esetén a végeredmény megváltozik. Ezt a hibát nagyon nehéznek tűnik egy számítógépes teszttel megfelelően értékelni. A jelenlegi érettségi rendszer egyik nagy előnye, hogy jelentősen átformálta a magyarországi matematika oktatás értékelési módszereit. Az érettségi vizsgák javítási-értékelési útmutatói mindkét szinten kimondottan segítik a diákot abban, hogy egy számolási hiba miatt csak részpontszámokat veszítsen el, ne az adott feladatra járó teljes pontszámot.

A CAT korábban felsorolt előnyei (individualizált jelleg, saját sebesség, saját készségshinthez való alkalmazkodás) nem a vizsgáztatás, hanem a tanítási gyakorlat, a tanulók fejlesztése során érvényesülhetnének igazán.

Ennek a változatnak a megvalósítása szükségszerűen és alapvetően változtatná meg az írásbeli érettségi feladatok típusát, jellegét. Az ilyesféle vizsgáztatás eredményességéhez nagy számú és előzetesen bemért nehézségű teszt-feladatra van szükség.

### 4.3. A minimumszint bevezetése<sup>1</sup>

Az érettségi vizsga – mint arról már korábban is írtam – több funkcióival is rendelkezik. Egyrészt lezárja a középfokú tanulmányokat, másrészt belépőt jelent a felsőoktatásba, illetve bizonyos munkakörök betöltésének szükséges feltételét jelenti. Úgy véljük, hogy az első funkciót a jelenlegi középszintű matematika érettségi alapvetően jól tölti be, viszont a másodiknak nem felel meg teljes mértékben.

A jelenlegi értékelés szerint a vizsgázó I. és II. részbeli pontszámait összeadják, és ebből számítják ki a vizsga érdemjegyét. Szóbeli vizsgát azok a tanulók tesznek, akiknek az írásbeli vizsgájuk sikertelen – nem érték el az elégségeshez szükséges minimum 25 (2012-ig 20) pontot –, de az írásbeli vizsgapontszámuk legalább 12 pont (2012-ig 10 pont).

Úgy vélem, hogy a jelenlegi értékelési rendszer mellett alig állapítható meg, hogy az a diák, aki elégséges osztályzatot szerzett a matematika érettségien, milyen tudással rendelkezik. Márpedig az érettségi fent említett második funkciójának teljesítéséhez elengedhetetlenül szükséges, hogy legyen valamilyen egységes „minimumszint”, amire építhet a felsőoktatás vagy a munkaerőpiac, amikor egy érettségivel rendelkező diákot befogad.

Az alábbiakban először bemutatom, hogy a jelenlegi értékelési rendszer miért nem képes betölteni teljesen egyik funkcióját, majd javaslatokat adok az értékelés megváltoztatására.

#### 4.3.1. Mit kell tudni az elégséges osztályzathoz matematikából?

2012-ben a mintában szereplő 996 diák közül 26-an (kb. 2,6%) nem érték el az elégségeshez szükséges 20%-ot. (Végleges eredményükről nincs információnk, mert a vizsgálat nem terjedt ki a szóbeli feleletekre. Ugyanakkor a rendelkezésünkre álló nyilvános adatok alapján – mely szerint az összes vizsgázónak csak elenyésző része, a fenti aránynak nagyjából az egy tizede bukott meg a matematika érettségien – azt feltételezhetjük, hogy nagy részük legalább elégséges osztályzatot szerzett végül.) A felmérésben nem szerepelt olyan tanuló, akinek írásbeli eredménye ne érte volna el legalább a 10 pontot, így a fenti 26 tanuló szóbeli vizsgát tehetett.

Érdemes még megvizsgálni, hogy milyen hatással van az eredmények alakulására, ha az elégségeshez szükséges ponthatár alsó határát 20-ról 25%-ra emeljük, ahogy ez 2013-tól már történik. Ez a változás a mintában további 71 tanulót érintett volna (összesen tehát 97-et), ráadásul 4 olyan tanuló is volt,

---

<sup>1</sup> Ez a fejezet az Oktatási Hivatal megbízásából, Koncz Leventével közösen készített tanulmányunk egyik fejezetének rövidített változata. (Oktatási Hivatal, 2014a)

akinek összpontszáma nem érne el a szóbelire engedés minimális pontszámának szintén megemelkedő alsó határát, így ők matematikából biztosan elégtelen osztályzatot kaptak volna.

Annak vizsgálatához, hogy mit tudnak matematikából a legalább elégséges szinten vizsgázók, kiválasztottam a feladatsor I. részéből három feladatot, az 1., az 5. és a 8. sorszámút. Ezek szövege:

1. Egy mértani sorozat első tagja 3, hányadosa  $(-2)$ .  
Adja meg a sorozat első hat tagjának összegét. (2 pont)
5. András 140 000 forintos fizetését megemelték 12%-kal. Mennyi lett András fizetése az emelés után? (2 pont)
8. A testtömegindex kiszámítása során a vizsgált személy kilogrammban megadott tömegét osztják a méterben mért testmagasságának négyzetével. Számítsa ki Károly testtömegindexét, ha magassága 185 cm, tömege pedig 87 kg! (3 pont)

Három feladat, amelyek megoldása nem kíván meg különös matematikai ismeretet. Ráadásul a legmagasabb százalékban megoldott (értsd: legkönnyebb) feladatokból válogattam ezeket. Az első feladat megoldása történhet a megfelelő képletbe történő helyes behelyettesítéssel vagy a kérdéses hat szám kiszámolásával és összeadásával. Az ötödik feladat megoldása nem igényel magyarázatot, a nyolcadikhoz meg kell érteni a szöveget, észre kell venni, hogy a magasságot át kell számolni méterbe, végül el kell végezni a megfelelő műveleteket. Úgy vélem, elvárható, hogy aki ma érettségi vizsgát kap, az ezen feladatok mindegyikét (egy-egy esetleges számolási hibától eltekintve) meg tudja oldani, és így a három feladatból az elérhető 7 pontból legalább 5-öt érjen el.

Ehhez képest, ha a 996 fős mintában megnézzük, hogy a három feladat összpontszámának megoszlása hogyan alakul, akkor a következő táblázatot kapjuk:

A fenti három feladatban elért pontszám összege	Az adott pontszámot elérő diákok száma
0	15
1	10
2	35
3	32
4	68
5	247
6	175
7	414

Az általam az elégséges szinthez elegendőnek vélt tudást (a fenti 7 pontból legalább 5-nek a teljesítését) a 996 diákból 160 nem teljesíti! Közülük 26-an vannak olyanok, akik nem érik el a 20%-ot a teljes dolgozatot tekintve, de ebből a 26-ból (a teljes vizsgázói adatbázis megfelelő adatából következtetve) is körülbelül 23-an a szóbeli vizsgán megszerzik az elégségeshez szükséges pontokat.

Azt feltételezve, hogy minden vizsgázó célja, hogy legalább az elégséges szintet elérje, továbbá figyelembe véve, hogy az első rész megoldása során még nem látta a második rész feladatait, így várhatóan már az első 45 perc során tudásának legjavát igyekszik adni, kimondhatjuk, hogy a jelenlegi érettségi értékelési rendszere nem felel meg az érettségivel szemben támasztott egyik alapvető követelménynek. Nevezetesen annak, hogy a (matematika) érettségivel rendelkező felnőtt állampolgár rendelkezik a legalapvetőbb számolási és gondolkodási ismeretekkel.

#### **4.3.2. Javaslat az értékelési rendszer módosítására**

A fenti helyzet kialakulásának okát abban látjuk, hogy a vizsgázó a második részben feladatonként 1-1 pontot szerezve „szedheti össze” a 20%-hoz (2013 óta 25%-hoz) szükséges pontszámot. A feladatokra bontott eredményesség vizsgálatakor világosan látható<sup>1</sup>, hogy a gyengébben teljesítő diákok nagy része kap pontokat a javító tanártól ilyen módon, amely pontok jogosságát a dolgozatokat nem látva nem áll módunkban vitatni, de azt elgondolkodtatónak tartjuk, hogy egy diák úgy érheti el az elégséges szintet matematikából, hogy gyakorlatilag egy (al)feladatot sem tud teljes értékűen megoldani.

Ennek a helyzetnek a megváltoztatására javaslatot dolgoztam ki, melynek lényege a következő: a középszintű matematika érettségi értékelése két lépcsőben történjen. A rövid feladatokból álló, jelenleg 30 pontos első rész értékelése első lépésben külön történjen meg. Ha ebben a részben a diák nem ér el egy bizonyos százalékos eredményt (ennek nagyságáról később szólok, nevezzük most ezt az értéket „küszöbszázaléknak”), akkor a második részt a tanár már ki sem javítja, a diák elégtelennel zárja a vizsgát, vagy szóbeli vizsgán javíthat. Ez utóbbi lehetőséget az általunk javasolt rendszerben is csak akkor kaphatja meg egy diák, ha a küszöbszázalék legalább felét eléri az első részben. A kü-

---

<sup>1</sup> Az önkéntes adatszolgáltatás eredményei alapján (ld. 3.2. fejezet) 2013 tavaszán 25 899 középszintű dolgozat közül 3247 vizsgázó ért el 25-29 pontot. Közülük 20-an egy feladatban sem értek el 3 pontnál többet, 2257-en legfeljebb 4 feladatban érték el a maximális pontszámot (15 eset kivételével az I. részben). 2990 vizsgázó ért el 12-24 pontot. Közülük 95% végül a szóbelivel megszerezte legalább az elégségest, 123-an egy feladatban sem értek el 2 pontnál többet, 336-an egy feladatban sem értek el 3 pontnál többet.

szöbbszázalékot elérő diák dolgozatát a tanár tovább javítja, és a második részben elért pontszámot hozzáadja az első részben elért pontszámhoz. Az így szerzett összpontszám határozza meg a vizsgázó érdemjegyét matematikából.

Ezzel a módszerrel a korábban említett két problémát ki tudjuk küszöbölni. Egyfelől a diák akkor kapna legalább elégséges érdemjegyet, ha valóban rendelkezik a legalapvetőbb matematikai ismeretekkel, másfelől a küszöb százalék megfelelő beállításával elérhető, hogy a matematikából érettségivel rendelkezőknek legyen valamiféle „közös” tudásuk. Erre építhetne mind a felsőoktatás, mind a munka világa. Az alábbiakban a megfelelő küszöbérték megállapításával foglalkozom.

Tanulmányunkban négy lehetséges küszöbértéket és ezek hatásait vizsgáltuk: 25, 33, 50, illetve 66%-ot. (Egyértelmű, hogy „közös tudás” csak akkor lép fel, ha a küszöb százalék értéke legalább 50.) A lehetséges küszöbértékek hatásait három különböző helyzetben vizsgáltuk:

„A” vizsgálat: a jelenlegi pontszámok mellett az első részben hányan teljesítik a küszöb százalékot.

„B” vizsgálat: a 12 feladatból a 6 könnyebb feladat kiválasztása után a mintában szereplő pontszámokkal a küszöb százalék elérésének vizsgálata.

„C” vizsgálat: annak feltételezése, hogy az új rendszer következtében az első részt nagyobb odafigyeléssel oldják meg a diákok, ezért a jelenlegi pontszámokat a gyengébben teljesítők esetében megemeltük.

Az „A” vizsgálatban tehát abból indulunk ki, hogy mi történne, ha a mintában szereplő diákok esetében az első rész esetében az elégségeshez szükséges küszöbértéket 25, 33, 50 illetve 66%-ban állapítjuk meg. A szóbelire bocsátás feltétele az egyes küszöb értékek felének elérése.

Az „A” vizsgálat esetén a táblázat:

Küszöbérték (%)	Elégtelen eredményt elérő diákok száma	Szóbeli vizsgára kötelezett diákok száma	Legalább elégséges eredményt elérő diákok száma
25	0-3 pont	4-7 pont	8-30 pont
	13	83	900
33	0-4 pont	5-9 pont	10-30 pont
	23	153	820
50	0-7 pont	8-14 pont	15-30 pont
	96	311	589
66	0-9 pont	10-19 pont	20-30 pont
	176	415	405

A vizsgálat eredményeit elemezve megállapíthatjuk, hogy ha kiindulásnak a 2012-es feladatsort vesszük, akkor (a céljainkhoz minimálisan szükségesnek tekinthető 50%-os küszöbértékhez tartozó adatokat tekintve) a diákok közel 10%-a bukna meg az érettségien, 31%-uknak pedig szóbeli vizsgán kellene javítania. Ezek a számok nyilvánvalóan túl magasak ahhoz, hogy reális alternatívaként tekintsünk rájuk. Két lehetőség van: vagy a feladatok nehézségét csökkentjük (ez a „B” vizsgálat tárgya), vagy a diákok teljesítményét növeljük (ezt próbálja modellezni a „C” vizsgálat). A harmadik lehetőség a küszöbérték 33% körüli megállapítása lehetne, hiszen az ekkor biztosan megbukó diákok aránya (2,3%) és a szóbelire kötelezett diákok aránya (15%) még kezelhető mértékű marad. Ekkor persze sérül az a követelmény, hogy az érettségivel rendelkezőknél lehessen számítani valamiféle „közös tudásra”.

A „B” vizsgálatban abból indulunk ki, hogy a javaslatban megfogalmazott változtatás esetleg a feladatsor első részének könnyítését eredményezné. A könnyítést úgy modellezzük, hogy a 12 feladatból a 6 legmagasabb megoldottságot mutató példa pontszámát szorozzuk egy megfelelő értékkel. Az általunk választott hat feladat összpontszáma éppen 15, így az ezekből kapott pontszámot 2-vel szorozzuk meg. A kijelölt 6 feladat: 1. (2 pont), 5. (2 p), 6. (2 p), 7. (3 p), 8. (3 p), 9. (3 p). A kiválasztott feladatok mind az 5 nagy témakört képviselik.

A „B” vizsgálat esetén a táblázat:

Küszöbérték (%)	Elégtelen eredményt elérő diákok száma	Szóbeli vizsgára kötelezett diákok száma	Legalább elégséges eredményt elérő diákok száma
25	0-3 pont	4-7 pont	8-30 pont
	13	31	952
33	0-4 pont	5-9 pont	10-30 pont
	28	36	932
50	0-7 pont	8-14 pont	15-30 pont
	44	188	764
66	0-9 pont	10-19 pont	20-30 pont
	64	326	606

A vizsgálat eredményeit értékelve jól látható, hogy az „A” vizsgálatához képest a gyengén teljesítők aránya általában természetes módon csökken, de érdekes megfigyelni, hogy a biztosan elégtelent szerző diákok száma a 25%-os küszöbnél változatlan (13-13 fő), míg a 33%-os küszöbnél még növekszik is (23-ról 28 főre). Ebből azt a váratlannak tűnő következtetést lehet levonni, hogy a leggyengébben szereplő diákok között többen vannak olyanok, akik nem a legnagyobb arányban megoldott feladatokból szerezték a pontjaikat. Megemlítjük

még, hogy ez a modell az eredeti átlagpontoszámot (17,33) mintegy 20%-kal megemeli (20,68-ra). Úgy véljük, hogy ebben a modellben (tehát a feladatok nehézségét némileg csökkentve) már az 50%-os küszöbérték is vállalható arányokat eredményez mind a biztosan elégtelennel záró diákokat (4,4%) mind a szóbeli vizsgára kötelezetteket tekintve (18,8%).

A „C” vizsgálatban újra az összes feladat eredményéből indulunk ki, de azzal a feltételezéssel élünk, hogy egy ilyen helyzetben (amikor tehát nem számíthat arra a diák, hogy a dolgozat második részében gyűjti össze egyenként az elégségeshez szükséges pontokat) a vizsgázók jobban felkészülnek, és többet kihoznak magukból az első rész megoldása során, mint a jelenlegi helyzetben. Ezt úgy modelleztük, hogy az első részben nem megszerzett pontok számát 10%-kal csökkentettük (így továbbra is a 30 pont a megszerzhető maximum, de az eredetileg 0 pontot szerző diák is szerezne 3 pontot). Vagyis az elért pontszám 90%-ához 3 pontot még hozzáadunk.

A „C” vizsgálatához tartozó táblázat:

Küszöbérték (%)	Elégtelen eredményt elérő diákok száma	Szóbeli vizsgára kötelezett diákok száma	Legalább elégséges eredményt elérő diákok száma
25	0-3 pont	4-7 pont	8-30 pont
	0	23	973
33	0-4 pont	5-9 pont	10-30 pont
	3	93	900
50	0-7 pont	8-14 pont	15-30 pont
	23	288	685
66	0-9 pont	10-19 pont	20-30 pont
	96	451	449

A vizsgálat eredményeit értékelve az derül ki, hogy ebben a modellben jelentősen csökken a biztosan elégtelent szerző diákok aránya (ez persze természetes, hiszen az eredetileg 0 pontot szerző diák is kap most 3 pontot), de a szóbeli javításra kötelezett diákok aránya nem csökken jelentősen az 50%-os küszöb érték esetén (311-ről 288-ra). A „C” vizsgálatnál modellezett eredmények átlaga (18,6) körülbelül 7%-kal haladja meg az eredeti átlagot.

### 4.3.3. Következtetések

A fentiek alapján úgy látom, hogy elképzelhető volna, hogy a rövid feladatokból álló, jelenleg 30 pontos első rész értékelése első lépésben külön történjen meg. Ha ebben a részben a diák nem éri el a 25 százalékos eredményt, akkor a második részt a tanár már ki sem javítja, a diák elégtelennel zárja a vizsgát. Ha

a diák legalább 25%-ot elér, de 50% alatt teljesít az első részben, akkor szóbeli vizsgán javíthat. Az első részben elért legalább 50%-os eredmény esetén a tanár a második részben elért pontszámot hozzáadja az első részben elért pontszámhoz. Az így szerzett összpontszám határozza meg a vizsgázó érdemjegyét matematikából. Úgy vélem, hogy az új rendszer bevezetéséhez nem szükséges a feladatok elmúlt években megszokott nehézségén lényegesen csökkenteni. Feltételezem, hogy az új rendszer maga váltaná ki a diákok eredményesebb feladatmegoldását az első részben.

#### **4.4. A háromszintű vizsga**

Tudjuk, hogy a többszintű érettségi vizsga koncepciójának kidolgozásakor a jelenleg érvényben lévő két szinten kívül egy harmadik, ún. alapszintű vizsga bevezetésén is gondolkoztak a döntéshozók. Erre utal a vizsgaszintek elnevezése is. Ennek nyomán az alábbiakban vázolom egy a jelenlegitől eltérő érettségi vizsgaszervezet vázlatát.

Mint arról korábban már írtam, az érettségi vizsga egyik problémája, hogy egyszerre túl sok funkciónak kíván megfelelni. Egyszerre zárja le a középiskolai tanulmányokat és jelent belépést a felsőoktatás, a munka világába. Azonban a diákok nagyon különbözőek tudásukat és készségeiket tekintve (ez matematikából, mint korábban láttuk, különösen igaz), és a céljaik is nagyon különbözőek.

Az érettségiző diákok nagy része nem tud mit kezdeni a középszintű matematika érettségi írásbeli feladatsorával. Valahogy összeszed (sokszor talán tanári segítséggel) annyi pontot, hogy szóbeli vizsgát tehessen, ahol aztán valahogy eléri az elégséges szintet. Az így szerzett (matematika) érettségi értéke finoman szólva is bizonytalan. Ugyanakkor az is igaz, hogy nem lenne helyénvaló, ha tízezer-szám buknának meg az érettségi vizsgán a diákok.

A javaslatom lényege az, hogy válasszuk külön azokat a diákokat, akik az érettségi vizsgával sokszor csak a középiskolai tanulmányaikat kívánják lezárni. Ők egy alapszintű érettségi vizsgát tennének, melynek részletes kidolgozása nem fér jelen értekezés keretei közé, de alapvetően olyan kompetenciákat kérne számon (írásban), melyek a mindennapi élethez, a legfontosabb munkavállalási célokhoz szükségesek.

Középszintű érettségit annak kellene tennie, aki a középiskola után szeretne továbbtanulni olyan irányban, amely nem igényel különösebb matematikai ismereteket.

Emelt szintű vizsgát kellene tennie a műszaki, gazdasági és természettudományi szakokra felvételizőknek. E két, jelenleg is működő szint jellege és nehézsége érdemben nem változna.

#### **4.5. Miért kötelező matematikából érettségi vizsgát tenni?**

Értekezésem zárásaként még egy, talán provokatívnak tűnő kérdést teszek fel: miért kötelező matematikából érettségi vizsgát tenni? Miért pont a matematikai tudás és kompetenciák azok, amelyeket (többek között) kötelező jelleggel megkövetelünk mindenkitől, aki szeretné lezárni középiskolai tanulmányait? Hivatkozhatunk persze arra, hogy ez a hagyomány Magyarországon, és joggal érvelhetünk azzal is, hogy a matematika sok más tantárgynak és kompetenciának az alapját képezi.

Azonban az értekezésemben korábban vázoltak miatt kijelenthető: az a tény, hogy ma valaki Magyarországon érettségivel rendelkezik, kevés információt nyújt a matematika tudásáról. Főleg, ha az illető középszinten szerzett érdemjegye elégséges, ami 2015-ben a vizsgázók 40%-ára volt igaz.

Az is világos és érthető, hogy az oktatáspolitikának nem célja, hogy növelje azok számát, akik elégtelennel zárják az érettségi vizsgát. Amikor az Oktatáskutató és Fejlesztő Intézetben 2013 és 2015 között végzett munkánk során javaslatokat tettünk arra, hogy az alapvető objektivitási követelményeknek nem megfelelő középszintű szóbeli vizsga objektivitását növeljük, minden javaslatunkat visszautasították. Néhány akkor általunk felvetett javaslat:

- A középszintű szóbeli vizsgát független vizsgabizottság előtt tegyék a vizsgázók.
- Szűnjön meg a középszintű szóbeli vizsga lehetősége azon diákok számára, akik az írásbeli vizsgán nem érik el a 25%-ot.
- Egy egyszerűsített írásbeli pótvizsgán kelljen a diákoknak számot adni arról, hogy birtokában vannak-e a legegyszerűbb és legszükségesebb matematikai ismereteknek.

Ezekről a javaslatokról persze mi magunk is sejtettük, hogy túl szigorúak. Azt is javasoltuk, hogy a középszintű szóbeli vizsgán matematikából szűnjön meg a póttétel húzásának lehetősége. Ezt azzal indokoltuk, hogy – a többi tárgytól eltérően – matematikából a középszintű szóbeli maga a póttétel, hiszen ezzel a lehetőséggel azok élhetnek, akik gyengén szerepeltek az írásbeli vizsgán. Érvelésünk hiábavalónak bizonyult.

Utolsó javaslatunk a középszintű szóbeli tételek leírását érintő változásra irányult. Az érettségi vizsgaleírás (40/2002. OM rendelet) „A szóbeli tételek tartalmi jellemzői” című fejezete szerint:

*„A tétel tartalmazzon három egyszerű, az elméleti anyag elsajátítását számon kérő kérdést (definíció, illetve tétel kimondását, vagy ezek közvetlen alkalmazását megkívánó egyszerű feladatot), valamint 3 feladatot.”*

A legújabb függvénytáblázatok már a definíciók, tételek többségének kimondását is tartalmazzák. Középszintű szóbeli vizsgán ezért sokszor előfordul, hogy a vizsgáló a kérdezett definíciót, tételt a függvénytáblázatból olvassa ki. Ennek kiküszöbölésére javasoltuk, hogy ezeket ne csak kimondani, hanem valamilyen egyszerű feladatban alkalmazni is tudni kelljen, azaz:

*A tétel tartalmazzon három egyszerű, az elméleti anyag elsajátítását számon kérő kérdést (definíció, illetve tétel közvetlen alkalmazását megkívánó egyszerű feladatot), valamint 3 feladatot.*

Végül minden maradt a régiiben, aminek az oka érthető: így is matematikából a legrosszabb az érettségi jegyek átlaga, így is a legtöbb bukás matematikából van, nem cél a vizsga további nehezítése.

Mondjuk ki: ma évente több ezer diák azért kap elégségest matematikából, hogy ne bukjon meg az érettségi vizsgán, és nem azért, mert matematikai tudása alapján ezt megérdemli. És ez valóban érthető, én sem gondolom, hogy helyes volna, ha ők nem tudnának érettségi bizonyítványt szerezni. Ennek a helyzetnek a kezelésére egy megoldást látok, melyet részleteiben nem fejtek ki, csak röviden vázolok.

Az érettségi vizsga rendszere alapvetően nem változna meg (öt tárgyból, köztük matematikából kötelező vizsgát tenni, két választható szinten), de ahhoz, hogy valaki érettségi bizonyítványt kapjon, nem lenne szükséges mind az öt tárgyból legalább elégséges szinten megfelelni, elegendő lenne legalább négyből. Ez a változás azt eredményezné, hogy valódi tudásuknak megfelelően lehetne értékelni a diákokat, és ha valakinek a tudása matematikából nem éri el az általunk elégségesnek gondolt szintet, attól még érettségi bizonyítványt szerezhet, eredményesen lezárhatja középiskolai tanulmányait.

Javaslatom sok kérdést felvet, például nyilvánvalóan át kellene gondolni, hogy milyen továbbtanulási lehetőségek állnak az előtt a diák előtt, aki valamelyik tárgyból elégtelen vizsgát tesz. Itt most ezekre a kérdésekre nem áll módomban választ adni, a felvetés azonban talán további gondolkodást indít el a témához értő szakértők körében.

## 5. Összefoglalás

Az értekezésben a kétszintű matematika érettségi vizsga elmúlt 11 évét vizsgáltam kutatási eredmények és különböző adatok alapján.

Értekezésemben az alábbi kérdésekre kerestem a választ:

1. Mennyire felel meg az érettségi vizsga matematikából a kitűzött mérési és egyéb céloknak? Megbízható, objektív, érvényes mérőeszköz? Alkalmas a közoktatás lezárására és a felsőoktatásba való beléptetésre?
2. Van-e a matematika érettségi vizsgának olyan része, amely a kutatások alapján alapvető változtatásra szorul? Ha igen, akkor milyen módon lehet ezt megtenni?
3. Kimutatható-e azoknak a témaköröknek az eredményes középiskolai tanítása, melyek 2005 előtt nem szerepeltek az érettségi követelmények között (például gráfok, statisztika és valószínűségszámítás)? Megállapítható-e a kutatási eredmények alapján a szöveges, modellezést igénylő feladatok oktatásának eredményessége? Kimutatható-e valamilyen változás ezekben a kérdésekben az elmúlt 10 év során?

Az értekezésben adott válaszok ezekre a kérdésekre:

### 1. kérdés

Értekezésem legfontosabb megállapítása, hogy **a 2005-ben bevezetett kétszintű érettségi vizsga matematikából nagyrészt bevált**. A matematika érettségi vizsga emelt szinten illetve azok körében, akik középszinten legalább közepes osztályzatot szereznek **objektív, érvényes, megbízható mérőeszköz**, esetükben alkalmas a közoktatás lezárására és – az emelt szinten érettségizők körében legalábbis – a felsőoktatásba való beléptetésre is. Ezt bizonyítják azok a kutatások, amelyeket értekezésemben bemutattam. Ezt igazolja a matematika tanárok körében végzett kutatás. Szintén fontos szempont, hogy az érettségi vizsga egyike a közoktatás kevés stabil, kiszámítható elemeinek. A 2017-ben bekövetkező változások (pl. a részfeladatok nélküli példák előfordulásának a csökkentése) tovább javíthatják az érettségi vizsga minőségét.

Mindez annak ellenére van így, hogy a matematika érettségi feladatsorok készítésének folyamata elvileg nem felel meg a hasonló típusú mérőeszközök készítésével szemben támasztott követelményeknek.

Azonban **azok körében, akik elégséges osztályzatot szereznek középszinten, a vizsga nem rendelkezik a fenti jellemzőkkel**. Ha osztályzatukat az írásbeli vizsgával szerzik meg, akkor ez sokszor úgy történik, hogy feladaton-

ként egy-két pontot szerezve érik el az elégséges szintet. A külső kontroll nélküli javítások sem kellően objektívek. A vizsga legvitatottabb része a középszintű szóbeli vizsga, melyről a 3.4. pontban írtam részletesen, most csak a legfontosabb megállapítást ismétlem meg: **a középszintű szóbeli érettségi vizsga matematikából egy megbízhatatlan és minden objektivitást nélkülöző mérőeszköz.**

## 2. kérdés

Az 1. kérdésre adott válaszból kiderül, hogy melyek azok területek a matematika érettségi vizsgában, amelyek változtatásával javítani lehetne a jelenlegi helyzeten.

Az **emelt szintű vizsga** írásbeli és szóbeli részét egyaránt megfelelőnek tartom, a kutatási eredmények alapján ezek **nem szorulnak változtatásra**.

Ugyanakkor **középszinten** több olyan jelenséget is azonosítottam értekezésemben, amelyek változtatásra szorulnak, és amely **változtatásra javaslatot** is tettem. Ezek a *jelenségek* és lehetséges megoldásuk röviden:

- *az írásbeli dolgozatok javítása*: a javítás (valamilyen fokú) központi felülvizsgálata;
- *a középszintű szóbeli vizsga*: a vizsgarész objektivitásának növelése a feltételek szigorításával, a póttétel-húzás lehetőségének megszüntetése.
- *a „közös tudás” hiánya az érettségi vizsgával rendelkezők körében*: minimumszint bevezetése a középszintű írásbeli vizsga I. részében.

Vannak az érettségi vizsgának olyan kérdései, amelyek problémát jelentenek, de értekezésemben **nem tudtam** megnyugtató **javaslatot tenni** ezek rendezésére: ilyen a közép- és emelt szintű követelmények és felkészülés valamint a kerettantervi tartalmak között feszülő ellentét, vagy a számológép-használat kérdése.

## 3. kérdés

A kétszintű érettségi vizsga több szempontból is **pozitív hatást** gyakorolt a középiskolai matematika oktatásra. Egyfelől bizonyos korszerű matematikai ismeretek (gráfok, logika, statisztika és valószínűségszámítás) a vizsga követelményei miatt gyorsan és eredményesen beépültek az oktatásba, ezt az **ilyen típusú feladatok magas megoldottsági mutatói** jól mutatják. Természetesen azt is látni kell, hogy ezekből a témakörökből az érettségi követelmények keveset írnak elő, így a kitűzött feladatok megoldása is kevesebb ismeretet igényel, mint más témakörök esetében.

Az értekezésben bemutattam, hogy a kétszintű írásbeli matematika vizsga egyik újdonsága – a modellalkotást igénylő, **szöveges feladatok** meghatározott magas arányú szerepeltetése az írásbeli érettségi vizsgán – bevált. A tapasztalat azt mutatja, hogy a vizsgázók **szívesen választják** ezeket a feladatokat, és **eredményesen tudják** ezeket **megoldani**, ami arra utal, hogy **az ilyen típusú feladatok oktatása is eredményes**.

Ahhoz, hogy érdemben ki tudjuk mutatni az esetleges változást, szükségünk lenne a feladatszintű átlagos eredményességre, ilyen adatok viszont 2012 előttről nem állnak rendelkezésünkre. Azt tehát **nem sikerült kimutatni**, hogy a kérdésekben szereplő témakörök illetve feladat-típusok megoldottsága változott-e az elmúlt 10 év során vagy sem.

## 6. Summary

In my dissertation I have investigated the last 11 years of the two level final exam in mathematics on the bases of research results and different data. I was looking for answers to the following questions:

1. How adequate is the final exam in mathematics to meet the targeted measuring and other objectives. Is it a reliable, objective and valid measuring tool? Is it appropriate to conclude the public education and to qualify for the higher education?
2. Is there any part of the final exam in mathematics that is to be changed fundamentally in view of our investigations? If yes, how should it be implemented?
3. Is it possible to demonstrate educational success in teaching those new topics that were not part of the final exam requirements before the year 2005 (such as graphs, statistics, probability theory)? On the basis of the research is it possible to verify the efficiency of the teaching methods applied for the word problems that require modelling? Is it possible to point out any changes in these questions during the last 10 years?

### 1<sup>st</sup> question

The most important statement is that the two level final exam introduced in the year 2005 fulfilled the expectations for the most part. Both at higher level and among those who reached at least the medium mark at intermediate level it is a matter of fact, valid and reliable measuring tool and in their case it is adequate for concluding the public education – and at least among the candidates who took their exam at high level – to be entered to the higher education. This has been proved by the research shown in my dissertation and also the survey among the teachers of mathematics. Another important aspect is that the final exam is one of the few stable and calculable element of the public education. The changes coming about from the year 2017 (such as the reduction of the ratio of tasks without sub-tasks) will improve further the efficiency of the final exam. It is so despite the fact that the procedure of preparing the examination papers in principle does not comply with the requirements of the preparation of the measuring tools of similar type.

On the other hand it does not fulfill the expectations with respect to those who obtained only satisfactory mark at. In most of the cases this result is produced by collecting one or two points from different tasks. The scoring without outside control is not properly appropriate. The mostly debated part of the final exam is the intermediate oral final exam in mathematics, it is an unreliable measurement tool without any objectivity.

## 2<sup>nd</sup> question

From the answers to the first question it is obvious what are the problem areas in the field of the final exams in mathematics, that are to be changed to improve the existing situation. On the bases of the investigation I consider both the written and the oral part of the high level final exam as appropriate and these do not require any changes. At the same time at the intermediate level I have identified several symptoms that are to be changed and I have made suggestions for solving them. These symptoms and their possible solutions are briefly as follows:

- the correction of the examination papers: the correction needs a kind of central supervision;
- the intermediate oral final exam: increasing the objectivity of this part of the final exam by increasing the severity of the conditions, putting an end to the possibility of drawing a supplementary question;
- the lack of “common knowledge” among those possessing a final exam certificate: the introduction of the minimal level in Part I. of the intermediate level written final exam.

There are some other problematic topics of the final exam to which I could not make satisfying suggestions such as the contradiction between the requirements of the intermediate- and high level final exams and that of the curriculum of studies or the question of using calculators.

## 3<sup>rd</sup> question

From several aspects the two level final exam have a beneficial effect on the teaching of mathematics in the secondary schools. On the one hand certain modern mathematical learning material (graphs, logics, statistics, probability theory) have been quickly incorporated into the teaching, because of the requirements of the final exam. This is proved by the high success rate in solving this type of tasks. Of course it is obvious that the requirements of the final exam from this topics are quite low, therefore solving them needs less knowledge than in the case of other topics.

In the dissertation I demonstrated that one of the novelty of the two-level final exam – namely that in the written part of the final exam there is a high ratio of word problems requiring modeling – has proved to be correct. The experience showed that the candidates choose this topics willingly and they can solve them efficiently. This shows that the teaching of these topics is successful.

In order to establish the possible requirements for changes we would need the mean efficiency at question level, but such data is not available since before the year 2012. Consequently it is not possible to show how the efficiency in solving these task changed during the last 10 years.

## Irodalomjegyzék

- 100/1997. (VI. 13.) Korm. rendelet az érettségi vizsga vizsgaszabályzatának kiadásáról. Letöltve 2016. április 18-án innen:  
[http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy\\_doc.cgi?docid=99700100.KOR](http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy_doc.cgi?docid=99700100.KOR)
2011. évi CXC. törvény a nemzeti köznevelésről. Letöltve 2016. április 18-án innen: [http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy\\_doc.cgi?docid=A1100190.TV](http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy_doc.cgi?docid=A1100190.TV)
- 40/2002. (V. 24.) OM rendelet az érettségi vizsga részletes követelményeiről. Letöltve 2016. április 18-án innen:  
[http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy\\_doc.cgi?docid=a0200040.om](http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy_doc.cgi?docid=a0200040.om)
- 51/2012. (XII. 21.) EMMI rendelet a kerettantervek kiadásának és jóváhagyásának rendjéről. Letöltve 2016. április 18-án innen:  
[http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy\\_doc.cgi?docid=A1200051.EMM](http://net.jogtar.hu/jr/gen/hjegy_doc.cgi?docid=A1200051.EMM)
- Balázsi I., Lak Á. R., Ostorics L., Szabó L. D., Vadász Cs. (2015). *Országos kompetenciamérés 2014 – Országos jelentés*, Oktatási Hivatal.
- Baski V. (2005). Az érettségi 154 éves története Magyarországon. *Pedagógiai Műhely*, 30 (2), 33–43.
- Britschgi, V. (2015). The Finnish Matriculation Examination. Letöltve 2016. április 18-án innen:  
[https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston\\_tiedostot/Kehittaminen/YTL\\_presentation\\_English\\_update.pdf](https://www.ylioppilastutkinto.fi/images/sivuston_tiedostot/Kehittaminen/YTL_presentation_English_update.pdf)
- Budapesti Osztrák Iskola (2015). *Középiskolai általános képzést végző iskolák (AHS) vizsgaszabályzatának összesített jogszabályai*. Letöltve 2016. április 18-án innen:  
[http://www.osbp.hu/images/pdf/Prufungsordnung\\_ung.pdf](http://www.osbp.hu/images/pdf/Prufungsordnung_ung.pdf)
- Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika*, 16 (3), 297-334.
- Csapó B. (Szerk.). (1998). *Az iskolai tudás*. Budapest: Osiris.
- Csapó B. (2000). Tudásszintmérő tesztek. In Falus Iván (Szerk.). *Bevezetés a pedagógiai kutatás módszereibe*. (pp. 277–316). Budapest: Műszaki Könyvkiadó.
- Csapó B. (2005). *Az előzetesen megszerzett tudás mérése és elismerése*. Budapest: Nemzeti Felnőttképzési Intézet.

- Csapó B. (2008). A közoktatás második szakasza és az érettségi vizsga. In Fazekas K., Köllő J., Varga Júlia (Szerk.). *Zöld könyv a magyar közoktatás megújításáért*. Budapest: Ecostat, pp. 85-90.
- Csapó B. (Szerk.). (2014). *Az érettségi vizsgarendszer megújításának lehetőségei a technológia-alapú tesztelés segítségével*. Szegedi Tudományegyetem Oktatáseméleti Kutatócsoport.
- Csapodi Cs. (2001). *Magyarország és négy európai ország matematikaérettségijének összehasonlítása*. Szakdolgozat. Budapest, ELTE TTK.
- Csapodi Cs., Koncz L., Kósa T., Orosz Gy. (2015a). Az ellenőrzés kérdésköre a matematika érettségi vizsga javítási-értékelési útmutatóiban. *Középiszkolai Matematikai és Fizikai Lapok*, 65 (8), pp. 454-458.
- Csapodi Cs., Koncz L., Kósa T., Orosz Gy. (2015b). *Az ellenőrzés problémaköre az érettségi vizsgán*. Oktatókutatató és Fejlesztő Intézet. Letöltve 2016. április 18-án innen: [http://ofi.hu/sites/default/files/attachments/mat\\_ellenorzes\\_vegleges.pdf](http://ofi.hu/sites/default/files/attachments/mat_ellenorzes_vegleges.pdf)
- Einhorn Á. (2012). *Feladatkönyv*. Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.
- Felvételi statisztikák. [http://www.felvi.hu/felveteli/ponthatarok\\_rangsorok/elmult\\_evek/!ElmultEvek/elmult\\_evek.php?stat=8](http://www.felvi.hu/felveteli/ponthatarok_rangsorok/elmult_evek/!ElmultEvek/elmult_evek.php?stat=8)
- Franciaországi érettségi feladatsorok. Letöltve 2016. április 18-án innen: <http://www.bankexam.fr/rechercher?type=BACCALAUREAT>
- Files on School Education, No. 11. (2005) *Baccalauréat A-levels. Abitur. Bachillerato. Secondary school, education certification systems in Europe*. Ministère Éducation Nationale.
- Horváth Gy. (1991). *Az értelem mérése*. Budapest: Tankönyvkiadó.
- Horváth Zs., Lukács J. (2005) A kétszintű érettségi vizsga. *Új Pedagógiai Szemle*, 55 (4), 53-70.
- Hunyadi L. (2000). A determinációs együtthatóról. *Statisztikai Szemle*, 78 (9), 753-765.
- Kákonyi L. (2015). Érettségi vizsgák a XXI. század elején. Nemzetközi kitekintés. In *Tanterv, tankönyv, vizsga*. Bánkúti Zs., Lukács J. (Szerk.). Budapest: Oktatókutatató és Fejlesztő Intézet. (pp. 85–106).
- Kántor S. (2014). Az érettségi példasorok hibajegyzéke. Letöltve 2016. április 18-án, innen: <http://www.math.unideb.hu/media/kantor-sandor/Hibajegyzek.pdf>

- Kántor, S., K. Fazekas, A. (2011). Conventions of mathematical problems and their solutions in Hungarian secondary school leaving exams. *Teaching mathematics and computer science*, 9 (1), 137-146.
- Katz S. (2011). Javaslatok az emelt szintű matematika érettségi megújításához. Letöltve 2016. április 18-án, innen: [http://www.matekhalo.hu/index.php?option=com\\_content&view=article&id=18:javaslatok1&catid=7:altalanos-informacio&Itemid=130](http://www.matekhalo.hu/index.php?option=com_content&view=article&id=18:javaslatok1&catid=7:altalanos-informacio&Itemid=130)
- Kétszintű érettségi – Publikus statisztikák: <https://www.ketszintu.hu/publicstat.php>
- Kindrusz P. (2014). Bizonytalansági tényezők a 2014. évi matematika és történelem tantárgyak középszintű írásbeli érettségi feladatlapjainak alkalmazása kapcsán. Poszter a XIV. Országos Neveléstudományi Konferencián. Debrecen, 2014. november 6-8.
- Lajos J., Nagy A., Pongrácz L., Pósfai P., Somfai Zs., Turbók A. B. (2002) *Összefoglaló a 2001. évi gimnáziumi matematika érettségi dolgozatok javításáról*. Győr: Országos Közoktatási Értékelési és Vizsgaközpont
- Lengyelországi érettségi feladatsorok. Letöltve 2016. április 18-án innen: [http://archiwum.cke.edu.pl/images/stories/0000000000000000002012\\_matura2012/matematyka\\_pr.pdf](http://archiwum.cke.edu.pl/images/stories/0000000000000000002012_matura2012/matematyka_pr.pdf) (emelt szint) és [http://archiwum.cke.edu.pl/images/stories/0000000000000000002012\\_matura2012/matm\\_pp.pdf](http://archiwum.cke.edu.pl/images/stories/0000000000000000002012_matura2012/matm_pp.pdf) (középszint)
- Lukács J., Vancsó Ö. (1996): Új oktatási törekvések megjelenése a matematikaérettségi követelményekben. *Módszertani Lapok Matematika*, 3 (4). 1-14.
- Lukács J. (2006). Megtartva – megújulva. In Horváth Zs., Lukács J. (Szerk.) *Új érettségi Magyarországon. Honnan, hová, hogyan? Egy folyamat átlomásai. Tények és érvek*. Budapest: OKI. (pp. 105–126.)
- Lukács J. (2007). A 2005-ös érettségi eredményeinek elemzése – Matematika. In Einhorn Ágnes (Szerk.). *A 2005-ös érettségi vizsga eredményeinek elemzése*. Budapest: Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet.
- Lukács J. (2008). Az új matematikaérettségi – három év tapasztalata. In Bánkúti Zs., Lukács J. (Szerk.) *Tanulmányok az érettségiről. Hatásvizsgálat, tantárgyi vizsgák értékelése, feladatfejlesztés*, Budapest: Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet. pp. 187-206.
- Magyar A. (2012): Számítógépes adaptív tesztelés. *Iskolakultúra*, 22 (6). 52-60.

- Mátrai Zs. (2001). *Érettségi és felvételi külföldön*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó
- Matematika középszintű írásbeli érettségi vizsga, 2012. május 8. Letöltve 2016. április 18-án innen: [http://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/feladatok2012tavasz/kozep/k\\_mat\\_12maj\\_fl.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/feladatok2012tavasz/kozep/k_mat_12maj_fl.pdf)
- Matematika emelt szintű írásbeli érettségi vizsga, 2012. május 8. Letöltve 2016. április 18-án innen: [http://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/feladatok2012tavasz/emelt/e\\_mat\\_12maj\\_fl.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/feladatok2012tavasz/emelt/e_mat_12maj_fl.pdf)
- Ministry for Children, Education and Gender Equality (Dánia). (2016) *Upper Secondary Education*. Letöltve 2016. április 20-án innen: <http://eng.uvm.dk/Education/Upper-secondary-education>
- Nemzeti Erőforrás Minisztérium. (2005). *Határozat a 2005. május 10-ei matematikai írásbeli érettségi vizsgák eredményeinek megsemmisítéséről*. Letöltve 2016. április 20-án innen: <http://www.nefmi.gov.hu/kozoktatas/2005-ben-bevezetesre/-határozat-2005-majus-10>
- Office of Qualifications and Examinations Regulation (Ofqual) (2012). *International comparisons in senior secondary assessment*. Office of Qualifications and Examinations Regulation. Letöltve 2016. április 20-án innen: <https://www.gov.uk/government/publications/comparing-international-secondary-assessment-full-report>
- Oktatási Hivatal (2014a): *A 2012. május–júniusi érettségi feladatsor és az egyes feladatok mérésmethodikai vizsgálata a TÁMOP-3.1.8-09/1-2010-0004 azonosító számú projekt keretében. Matematika*. Letöltve 2016. április 18-án, innen: [www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/unios\\_projektek/tamop318/meresmethodika/zarojelentes.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/meresmethodika/zarojelentes.pdf)
- Oktatási Hivatal (2014b): *Összehasonlító elemzés matematika vizsgatárgyból*. Letöltve 2016. április 18-án, innen: [www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/unios\\_projektek/tamop318/ertekelesi\\_skalak\\_osszehasonlitasa/ertekelesi\\_skalak\\_matematika.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/ertekelesi_skalak_osszehasonlitasa/ertekelesi_skalak_matematika.pdf)
- Oktatási Hivatal (2014c): *Érettségi vizsgatárgyak elemzése 2009-2012. tavaszi vizsgaidőszakok. Matematika*. Letöltve 2016. április 18-án, innen: [http://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/unios\\_projektek/tamop318/erettsegi\\_vizsgatargyak\\_elemzese/matematika.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_vizsgatargyak_elemzese/matematika.pdf)

- Oktatási Hivatal (2014d): *A nagy létszámú vizsgatárgyakra vonatkozó felmérése elemzése*. Letöltve 2016. április 18-án, innen: [http://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/unios\\_projektek/tamop318/erettsegi\\_felmeres/nagy\\_letszamu\\_vizsgatargyak\\_elemzese.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/erettsegi_felmeres/nagy_letszamu_vizsgatargyak_elemzese.pdf)
- Oktatási Hivatal (2014e): *A 2012. május-júniusi érettségi feladatsorok megoldásainak itemszintű rögzítése, a feladatsorok és az egyes feladatok mérésmethodikai vizsgálata a TÁMOP-3.1.8-09/1-2010-0004 azonosító számú projekt keretében. Kutatási zárójelentés*. Letöltve 2016. április 18-án, innen: [http://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/unios\\_projektek/tamop318/meresmethodika/zarojelentes.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/unios_projektek/tamop318/meresmethodika/zarojelentes.pdf)
- Oktatási Hivatal (2011-2015): *A május-júniusi érettségi vizsgák legfontosabb adatai (prezentáció formájában)* Letöltve 2016. április 18-án innen: [http://www.oktatas.hu/kozneveles/erettsegi/prezentaciok\\_tanulmanyok](http://www.oktatas.hu/kozneveles/erettsegi/prezentaciok_tanulmanyok)
- Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet (OFI, 2015): *Tanulmányi standardok fejlesztése*. Letöltve 2016. április 16-án innen: <http://ofi.hu/tanulmanyi-standardok-fejlesztese>
- Részletes érettségi vizsgakövetelmények matematikából. Letöltve 2016. április 18-án innen: [http://www.oktatas.hu/pub\\_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2017/matematika\\_vk\\_2017.pdf](http://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2017/matematika_vk_2017.pdf)
- Sahlberg, P. (2013). *A finn példa*. Budapest: Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó
- Smoczyńska, A. (Ed.). (2014). *The System of Education in Poland*. Warsaw: Foundation for the Development of the Education System.
- Tóth A. (2006). A kétszintű érettségi és az új felvételi rendszer egy műegyetemi oktató szemével. *Fizikai Szemle*, 6., pp. 206-207.
- Töttössy M. (2005). A magyarországi érettségi vizsga útja a kezdetektől 2005-ig. *Mester és Tanítvány*, 2 (8), 10-27.
- Vancsó Ö. (2014). *Die Maturareform in Ungarn, Fach: Mathematik*. Habilitációs dolgozat, kézirat, Klagenfurt, Alpen-Adria Universität
- Vidákovich T. (1990). *Diagnosztikus pedagógiai értékelés*. Budapest: Akadémiai Kiadó.
- Weiss, Carol H. (2005). *Értékelés*. Országos Közoktatási Intézet.

- Weiss, D. J. (2011): Better data from better measurements using computerized adaptive testing. *Journal of Methods and Measurement in the Social Sciences*, 2 (1). 1–27.
- West, A., Edge, A., Stokes, E. (1999). *Secondary education across Europe: Curricula and school examination systems*. London: Centre for Educational Research. Letöltve 2016. április 18-án innen:  
<http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/00001195.htm>