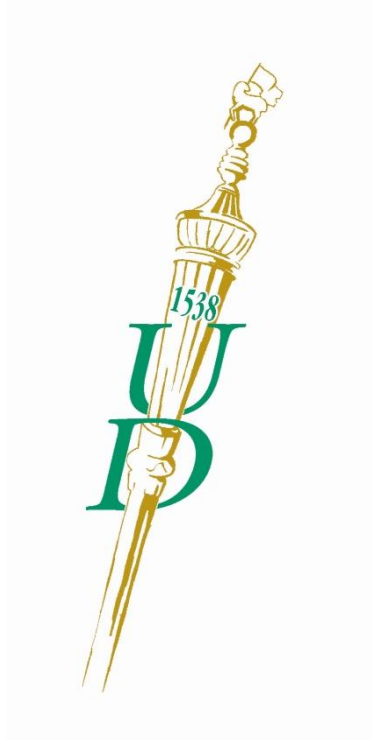


PhD Thesis

# GeoGebra in Teaching and Learning Mathematics in Albanian Secondary Schools

Pellumb Kllogjeri

Supervisor: **Dr. Péter Körtesi**  
Institute of Mathematics, University of Miskolc



The Doctoral School in Mathematics and Computer Science,  
Program in Didactics and Statistics of Mathematics,  
The University of Debrecen  
Hungary

Debrecen, 2015

# 1. Bevezetés

## 1.1 Rövid története

Albániában az Elbasani Egyetemen (University of Elbasan, Albania) dolgozom, amely annak a CEEPUS hálózatnak a tagja, melyhez a Debreceni Egyetem és a Miskolci Egyetem is tartozik. A Miskolci Egyetemen 2007 februárjától lehetőséget kaptam részt venni egy CEEPUS kooperációban és a hálózat munkájában. Egy évvel később a Miskolci Egyetemen megrendezésre kerülő CEEPUS Nyári Egyetemen (CEEPUS Summer University in Miskolc, Hungary, 2008 August 8-20) hallottam először a GeoGebra szoftverről és az azt körülölelő projektről Lavicza Zsolt előadásában. Nagy hatást gyakorolt rám a program és közben bekapcsolódhattam a tanításba, segítettem a diákoknak, hogy hogyan használják a szoftvert. Megosztottam az észrevételeimet a GeoGebrával kapcsolatban és felkértem Dr. Körtesi Péter (Miskolc GeoGebra Institute), hogy legyen a tudományos vezetőm a tervezett doktori tanulmányaimhoz, melynek témája, hogy hogyan lehetne elérhetővé tenni a szoftvert az albániai tanárok és diákok számára. Körtesi Péter és Juhász Imre professzorok ellátogattak az egyetemünkre, mint a Miskolci GeoGebra Intézet tagjai és személyes konzultációt ajánlottak fel a kutatásaimhoz. Nekem is volt alkalmam néhányszor ellátogatni a Debreceni Egyetemre és a Miskolci Egyetemre.

- Az Elbasan Egyetem kutatásom iránti érdeklődésének köszönhetően kaptam egy támogató levelet, hogy tervezzem meg és vegyek részt az albániával való együttműködések kiépítésében annak érdekében, hogy a GeoGebra albániában is elterjedjen. A munkálatok megkezdődtek és lefordítottam öt GeoGebra fájlt az Attesoro szoftver használatával. A fordításokat Judith Hohenwarter (aki a **GeoGebra** társtervezője **Dr. Markus Hohenwarter**rel) észrevételei és javaslatai alapján korrigáltam, így mára már elérhető az albán nyelvű változat.
- További, a GeoGebrával kapcsolatos alapvető tudnivalókat bemutató anyagokat is lefordítottam Markus és Judith Hohenwarter Introductory Book című könyve alapján.

**1.2 GeoGebra képzés.** Albániában én tartottam először GeoGebra képzést tanárok számára. A képzés két óra tanítást és gyakorlatot jelentett havonta. 20 tanár vett részt az elsőben és többen is fognak majd a jövőben. A megkezdett tanárképző program albániában megadta a lendületet további hasonló képzésekhez, és ahhoz, hogy a program elterjedjen az általános és középiskolai tanárok körében. Ennek köszönhetően egy nagy létszámú felhasználói tabor fog létrejönni, mely képes közreműködni a nemzetközi felhasználói közösséggel.

\*\*\* Az első előadásom konklúziói: - egyik tanár sem hallott előtte a GeoGebráról. (Néhány egyszerű geometriai konstrukciót megnézve a GeoGebrával meggyőződhetnek annak alkalmazhatóságáról és ennek hatására elkezdték a képzést.) – Úgy tekintettek a GeoGebrára, hogy azt a későbbiekben be fogják építeni és használni fogják, mint a középiskolai matematika tanárok egy további képzettsége.

Ezt a javaslatot követően megvitattam a GeoGebrával kapcsolatos kutatási feladatomat a Matematika és Informatika Tanszék vezetőjével, professzor Agron Tato-val, és a kerület Tanulmányi Igazgatóságának matematikáért felelős vezetőjével. Teljes támogatást kaptam tőlük és további matematikusoktól, hogy megkezdjem a matematika tanárok, majd később a középiskolás diákok képzését. Nagyon pozitívan álltak a programhoz és úgy vélték, hogy jótékony hatással lesz a tanítási és tanulási módszerekre. Jóváhagyták ennek létrehozását, melybe a GeoGebra, Maple, Analysis és az Algebra tartozott bele.

Eddig az albán nyelvű változat készült el, majd később a kapcsolódó weboldalak.

## 2. Pedagógiai tapasztalatok, célok, technikák és módszerek

### 2.1 Összehasonlító kísérleti kutatások

**Téma: Tanítás GeoGebrával összevetve a hagyományos módszerrel**

**A kutatás tárgya:** A GeoGebra szoftver használatának hatása a tanítási és tanulási folyamatban.

**Cél:** Az ok-okozati összefüggések felderítése és meghatározása.  
El kell dönteni, hogy a GeoGebra segítségével tartott kurzus van olyan hatékony, mint a hagyományosabb módszerek.

**Módszertan:** Egyazon középiskolának közel azonos szinten lévő diákjaiból két külön csoportot alakítottunk ki. Az egyik csoportban hagyományos tanítási módszerekkel, míg a másikban a GeoGebra szoftverrel folyt a kurzus. A kurzus végén mindkét csoport ugyanazt a vizsgát tette le.

**A csoport összetétele:** A diákok az albániai Elbasan "Dhaskal Todri" nevű középiskolájába jártak. Képet szerettünk volna kapni a diákok felkészültségéről. Egy részüket vizsgáltuk, amely így reprezentatív mintaként szolgált a teljes diákságra nézve. (A minta releváns jellemzői általában megegyeznek a teljes populáció jellemzőivel.)

**Minták:** Két osztály a "Dhaskal Todri" középiskola harmadéves diákjaiból.

**Létszámok:** A osztály (28 fő), B osztály (29 fő)

**Gyakorló könyv és fejezet:** Mathematics 3 (középiskolai tankönyv); Deriválás fejezet

**A megfigyelt változó:** Egy közös jellemző a diákokból alakított két csoportban. (A matematikai szintet a fejezetben elért jegy mutatja a két, különbözőképpen kezelt csoportban.)

Az összehasonlító kísérlethez a mérések során két adathalmaz készült.

Bár több mint egy változója van a kísérletnek, ez esetben mégis csak egyet szabad figyelembe vennünk. Öt számos összegzés (Five-Number Summary) és összehasonlító doboz ábra (comparative box plot) készült a minták vizsgálatához és értelmezéséhez.

**Mintavételi gyakorlat:** véletlenszerű kiválasztás annak érdekében, hogy az ember bevonásával történő középiskolai osztályokra bontás ne jelenjen meg jelentősen. (6 osztály van a harmadik évfolyamon, melyek közül a választás számok generálásával történt.)

**Helyszín:** Az iskola számítógépes terme (XI-A) és az osztályterem (XI-D).

**A kísérlet ideje:** 2010

## 2.2 Osztályok kialakítása; XI-A (kontroll csoport) és XI-D (kísérleti csoport). Az adatok értékelése.

A csoportok összehasonlításához a két alternatívát a hisztogramok egymásra helyezésével vethetjük össze. (Hasonlóképpen, mint a "back-to-back stem" ábrák és a levél ábrák esetében.) Az adatok csoportosítása a 3.6 és 3.7 táblázatokban láthatók a diákok tesztekben elért pontszámainak megfelelően. A 3.4 táblázat a teszt a 3.3 pedig a kontroll csoport eredményeit tartalmazza. (Lásd a tézis appendix-jeiben.)

### Összehasonlítás a kísérlet kezdetekor

A két osztály összehasonlításához az előző fejezet eredményeiből indultam ki, mivel ez volt az, amely a kontroll csoport esetében rendelkezésre állt kísérlet végrehajtásához. Szintén a tesztek eredményeit használtam a deriválással kapcsolatos fejezet esetében is. Az előző fejezetben a kontroll és a kísérleti csoport eredményeinek (jegyeinek és százalékaiknak) eloszlását a 2.1 táblázatban láthatjuk.

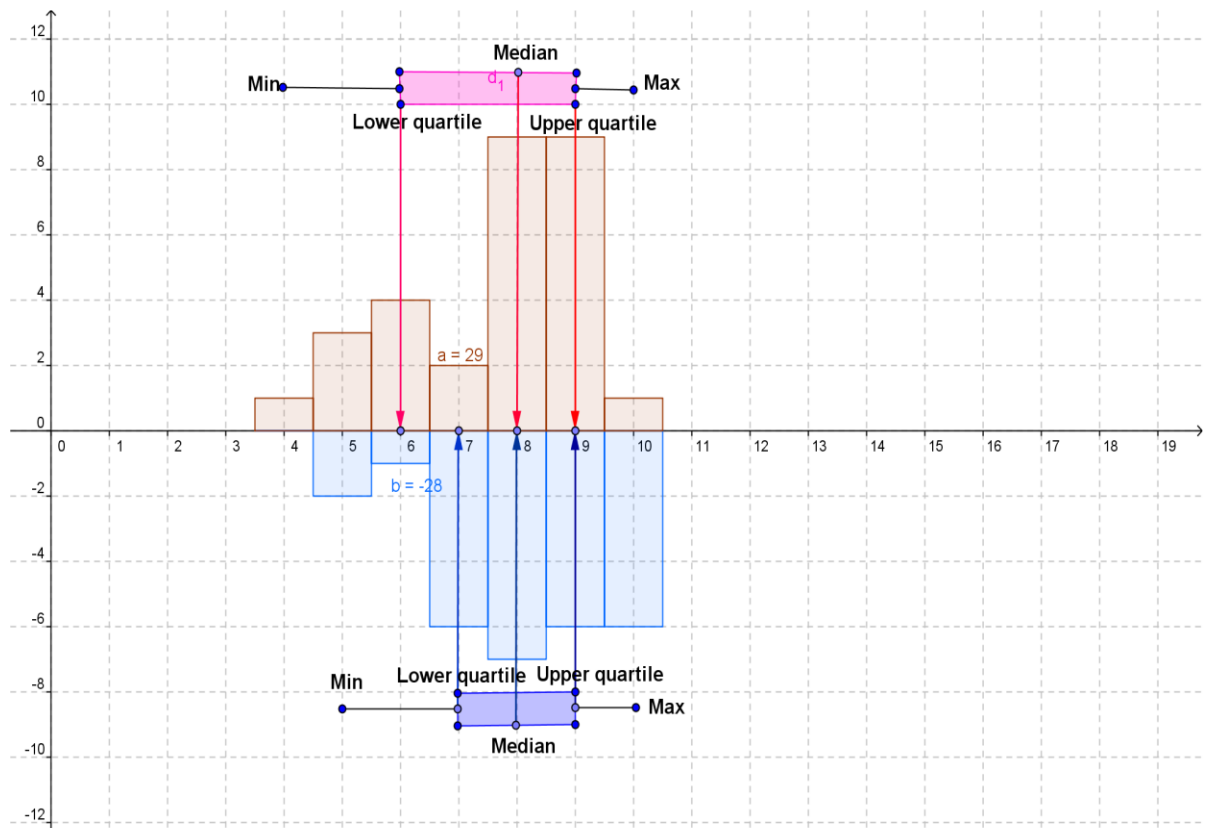
Körű pont	Osztályzatot	Kísérleti csoport Frekvenciák	Százalék	Ellenőrző Csoport Frekvenciák	Százalék
<35					
35 - < 45	4	1	3.40 %		
45 - < 55	5	3	10.34	2	7.14 %
55 - < 65	6	4	13.79	1	3.57
65 - < 75	7	2	6.90	6	21.43
75 - < 85	8	9	31.03	7	25
85 - < 95	9	9	31.03	6	21.43
95+	10	1	3.40	6	21.43
		összeg = 29		összeg = 28	

2.1..táblázat: Frekvencia és százalékos eloszlás táblázatból

A százalékokból látható, hogy a kontroll csoportnak százalékaiknak jobb az eloszlása és matematikában képzetebbek (jobb jegyekhez 7-től kezdődően magasabb százalékok tartoznak). Ez az állapot a kísérlet megkezdésekor. Észrevehető különbség van a két csoport között. Habár ez nem probléma a sejtések és a következmények kimondásához, mivel az eredmények összehasonlítása a két csoport, illetve az egyes csoportok kezdeti eredményeire vonatkozóan is megtörténik. Ez az összehasonlítás a még inkább lényeges annak belátásához, hogy az új módszert érdemes a tanítási és tanulási folyamatokba bevonni.

Figyeljük meg, hogy a fenti táblázatban a ponthatárokról csak a kísérleti osztály esetében tudunk. A kontroll csoport esetében csak a jegyek érhetők el, a pontok nem. Ebben az esetben elegendő a két csoport közötti összehasonlítást elvégezni. Ismertek a ponthatárok. Ezek segítenek a diákokat rangsorolni a matematikai tudás és képességek alapján az osztályon belül. A feladatom, hogy összehasonlítsam a két osztályt. A megfelelő gyakoriságeloszlásokat ábrázoltam és felvázoltam egy ábrát, amelyet gyakran hisztogram, vagy oszlopdiaagramként emlegetnek, ahogy azt a 2.1 ábrán láthatjuk. Készítettem "back-to-back" hisztogramot (úgynevezett bihistogram) a csoportokhoz a GeoGebra eszközeinek segítségével. Ezek segítik az adatok jellemzőinek egyszerűbb elolvasásához és megértéséhez. A hisztogram a vízszintes tengely felett a kísérleti csoport, alatta pedig a kontroll csoport. A kiszámított átlag a kísérleti csoport esetében  $X = 7.6$ , a kontroll csoport esetében pedig  $X = 8.14$ . A kísérleti csoport mediánja 8, amely így két egyenlő elemszámú részre bontja a sorozatot. A kontroll csoportnak a mediánja szintén 8. A két csoportnak megegyeznek a

medián és módusz értékei. **Összefoglalva:** a kísérleti csoport eredményei (átlag, medián, módusz) 7.6, 8, 8 és 9; a kontrol csoport esetében ezek 8.14, 8, 8.



Nézd meg a 2.1 ábra: A hisztogramok és a megfelelő doboz ábrák (GeoGebra applet-tel exportálva).

### Öt számos összegzés

Az értékek eloszlása több adathalmaz esetében hatékonyan összegezhető néhány számérték, úgynevezett összegző statisztika grafikus megjelenítésével, amelyet öt számos összegzésnek nevezünk. Ez a következő statisztikákat tartalmazza.

- **A két extrémumot** (például a minimum és maximum értékeket).
- Három értéket, amely az adatokat csoportokra bontja, melyek közel egyenlő számú értéket tartalmaznak: **alsó kvartilis, medián és felső kvartilis**.

A 2.1-es ábrán a doboz diagram mutatja a kapcsolatot az öt érték között a bihistogramnak megfelelően.

### Összegzés

*Kísérleti csoport öt értéke*

Min = 4 ; Q1 = 6; Med = 8; Q3 = 9; Max = 10

*Kontrol csoport öt értéke*

Min = 5; Q1 = 7; Med = 8; Q3 = 9; Max = 10

**Alak:** A medián és a felső kvartilis környékén az adatok sűrűn helyezkednek el. A doboz ábrákat összehasonlítva tisztán látható, hogy a különbség a két csoport között az alsó kvartilis, a minimum és az inter-kvartilis jelenti. A különbség a három érték között megegyezik, mindenütt 1 egység. A histogramnak ezen a részén, a vízszintes tengely felett a terület 5.92. A histogram tengely alatti része a kontrol csoporthoz tartozik, a területe 2.50. A diákok száma a kísérleti csoportban az alacsonyabb kategóriában több, mint kétszerny nagyobb, mint a kontrol csoport hasonló kategóriájában. A kísérleti csoportban magasabb kategóriájában kevesebb fő van, mint ugyanezen kategóriában a kontrol csoportban. Azt állapíthatjuk meg, hogy a kísérlet kezdetekor a kontrol csoport eredményei jobbak, mint a kísérleti csoporté.

### Összehasonlítás a kísérlet végén

A fejezet végén a két csoport értékeinek eloszlásának összehasonlításához (például a kísérleti és a kontrol csoport méréseihez) a két csoport hisztogramja közös tengellyel egymásra van másolva. Ezt bihisztogramnak nevezzük. A színezés és árnyalás segít elkülöníteni a két hisztogramot. A tipikus fekete-fehér hisztogramban nehéz eldönteni, hogy melyik vonal melyik hisztogramhoz tartozik. Lejjebb, a 2.2 ábrán a vízszintes tengely feletti részen világos rózsaszín színnel a kísérleti csoport, alatta pedig kék színnel a kontrol csoport hisztogramja látható. Ugyanezen ábrán megjelenítettük a doboz ábrát és az öt számú összegzést (két extrémumot, mediánt és a kvartiliseket).

Megnézve a hisztogramot a vízszintes tengely felett a következőket láthatjuk:

**Középpont:** a függőleges vonal a dobozban (a medián) az eloszlás középpontját jelöli, amely itt 8. **Terjedelem:** a doboz szélessége (interkvartilis tartomány) jelzi, hogy milyen tartományon szóródnak az értékek a tartományban. Ez itt 3.

**Alak:** nagy sűrűségben az értékek a hisztogram medián és felső kvartilis közötti részén találhatóak.

A hisztogram azt mutatja, hogy a fejezet végén a két csoport közötti matematikai tudásszint tekintetében jelentősen csökkent, a GeoGebra tanításra és tanulásra gyakorolt pozitív hatásának köszönhetően. A jobb extrémum és kvartilis közelebb van a mediánhoz, mint a bal extrémum és kvartilis, ami azt mutatja, hogy az eloszlás jobbra van ferdülve és ebből a tényből a jobb matematikai eredmények olvashatók ki.

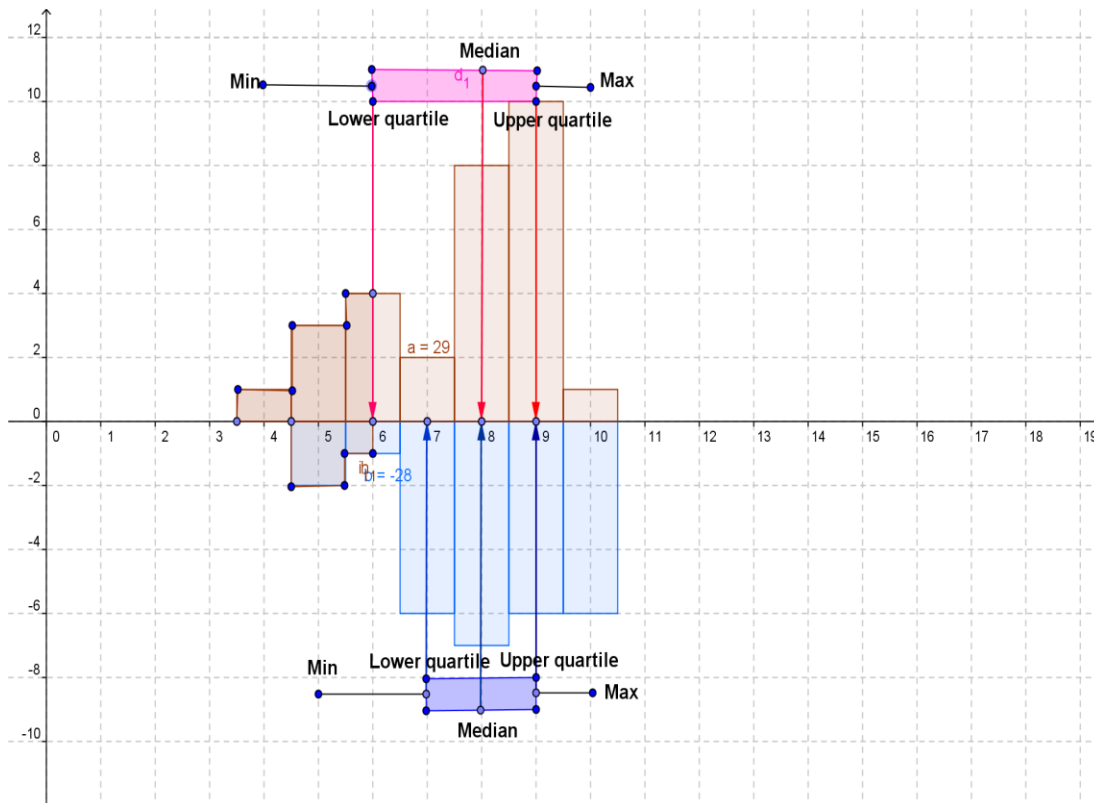
### Összegzés

*Kísérleti csoport öt értéke*

Min = 4; Q1 = 6; Med = 8; Q3 = 9; Max = 10

*Kontrol csoport öt értéke*

Min = 5; Q1 = 7; Med = 8; Q3 = 9; Max = 10



Nézd meg a 2.2 ábra: Hisztogramok (bihisztogram) és a megfelelő doboz ábrák (GeoGebra applettel exportálva)

### 2.3 A kísérleti csoport két adathalmazának összehasonlítása

A csoportok összehasonlításának a statisztikában széles körben elterjedt technikája, ahol a csoport értékei normális eloszlásúak, a független csoportos t-próba és a kétmintás t-próba.

A célunk a GeoGebra szoftver hatásának vizsgálata a tanítási és tanulási folyamatban, annak felderítése és meghatározása, hogy a GeoGebra használata az egyes tanulók matematika tudásában és matematikai képességeiben milyen változásokat okoz. Azt kell megvizsgáljunk és eldöntenünk, hogy a GeoGebra-val tartott matematikai kurzus van-e olyan hatékony, mint a hagyományosabb instrukciós módszer. A hipotézis az átlagokat vizsgálja, vagyis azt, hogy ez a két módszernél megegyezik? Az esetben a témakör a két csoport esetében ugyanaz, vagy meg van feleltetve egymásnak. Egyazon témakör kétszer kerül vizsgálatra: a fejezet elején és végén. A két mérési pont között kap helyet a GeoGebra szoftver hatásának vizsgálata a matematika tanítását és tanulását illetően.

#### A kétmintás t-próba alapja

Három típusú kérdés tehető fel az átlagokkal kapcsolatban, amelyet gyakran megkérdeznek.

1. Az átlagok a két módszerben megegyeznek?
- 2 + (3). A GeoGebra használata után kapott átlag kisebb, vagy nagyobb, mint amelyet a hagyományos módszer esetében kaptunk?

A harmadik hipotézis választjuk ( $H_0: \mu_1 > \mu_2$ ), remélve, hogy el tudjuk vetni és így érezhetjük azt, hogy nagy megbízhatósági szinten állíthatjuk azt, hogy a GeoGebra egy olyan előremutató módszer amelyet megéri megvalósítani.

Az egyoldali próbával 5%-os megbízhatósági szinten a hipotézist elvethetjük, mivel a próba statisztika ( $t = -2.8585$ ) kisebb, mint 1.673 és így megállapíthatjuk, hogy az új, GeoGebra szoftver használatára épülő módszer a matematika tanításában és tanulásában jobban növeli a matematikai ismeretek és képességek szintjét, mint a hagyományos tanítási és tanulási folyamat.

### **Más megközelítés: a különbségek vizsgálata**

Megmértük a matematikai tudásszintet az új módszer alkalmazása előtt. A fejezet végén, ahol a GeoGebra szoftver használatára sor került megmértük ismét a tudásszintet. Össze kellett hasonlítanunk az átlagos növekedését a matematikai tudásszintnek a hagyományos módszerek mellett. Ez lehetetlen, mivel az iskolának állandó programja van, amelyet teljesíteni kell és az eredményeket számon kérik, így nem volt lehetőség a fejezet megisméltésére. Emiatt a matematikai tudásszint általános növekedésének meghatározásához a kontrol csoport eredményeit, tehát a hagyományos tanítási módszert használtuk. *Ismételten tehát, a teszt biztosítja annak fennállását, hogy az új tanítási és tanulási módszer a matematika oktatásában, amely a GeoGebra szoftverre használatára épül a tanítási és tanulási folyamatban nagyobb növekedést okoz a tudásszintben és a képességekben, mint a hagyományos tanítási folyamat.*

### **Korreláció a fejezet végén kapott jegyek és a GeoGebra tesztben kapott jegyek között**

A korreláció az egyik legfontosabb és leghasznosabb statisztika. A korreláció egy számérték, amely leírja két változó közötti kapcsolat mértékét. A tézis appendix-ében a 3.12-es táblázatban szerepelnek a számításhoz szükséges adatok. Az X a diákok GeoGebra tesztben kapott eredményeihez tartozó változó, az Y pedig a fejezet végén kapott eredményekhez tartozó. Behelyettesítve a formulába a következőket kapjuk:

$$r = \frac{29 \cdot 2079 - 244 \cdot 239}{\sqrt{(29 \cdot 2124 - 244^2) \cdot (29 \cdot 2143 - 239^2)}} = \frac{1975}{3218} = 0.61$$

A vizsgált problémában a korreláció pozitív, ami azt jelenti, hogy a GeoGebra-ban szerzett jártasság növekedése együtt jár a matematikai ismeretek és képességek bővülésével. A számított érték azt jelzi, hogy van korreláció. Ez nem tökéletes, bár erős korrelációt mutat. Azt hiszem kapcsolat van a matematikai szoftver (melybe nyilván a GeoGebra is beletartozik) és a matematikai ismeretek tökéletesítésében. A program használatával a diákoknak nem kell sok időt tölteniük számítások elvégzésével, egyenetek-, egyenlet-rendszerek megoldásával, illetve azok ábrázolásával vagy egyéb algoritmusokkal.

### **2.4 Sejtések és konklúziók a teszteredmények alapján**

A próba hipotézis kapcsolatban van a két módszer által kapott átlagokkal. A két módszer azonos átlagokat ad?

Az esetemben a témakör a két csoport esetében ugyanaz, vagy meg van feleltetve egymásnak. Egyazon témakör kétszer kerül vizsgálatra: a fejezet elején és végén. A két mérési pont

között kap helyet a GeoGebra szoftver hatásának vizsgálata a matematika tanítását és tanulását illetően.

1. A histogramokat összehasonlítva a fejezet végén látható, hogy a jobb oldali szélsőérték és a kvartilis közelebb van a mediánhoz, mint a bal oldali szélsőérték és a kvartilis egymáshoz. A kísérleti csoport esetében a histogramot összehasonlítva a fejezet végén kapottat a fejezet elejével azt láthatjuk, hogy jobbra el van fordítva és ez úgy értelmezhető, mint jobb eredmény elérése a matematikai feladatok során.
2. A fő statisztikák összehasonlítása a fejezet végén a két csoportban kisebb eltéréseket mutat:

*Kísérleti csoport öt értéke (Min = 4, Q1 = 6, Med = 8, Q3 = 9, Max = 10)*

*Kontrol csoport öt értéke (Min = 5, Q1 = 7, Med = 8, Q3 = 9, Max = 10)*

3. Az első hipotézis (3): A GeoGebra szoftver használatával kapott jegyek átlaga kisebb (nagyobb) mint a hagyományos módszerrel kapott átlag? A hipotézis elvetésre került, mivel a próba-statisztika ( $t = -2.8585$ ) kisebb, mint 1.673 (kritikus érték), így megállapíthatjuk, hogy a GeoGebra szoftver használatára épülő módszer a matematika tanításában és tanulásában jobban növeli a matematikai ismeretek és képességek szintjét, mint a hagyományos tanítási és tanulási folyamat.

4. A különbségek vizsgálatával, vagyis ahol az előzetes és az utólag elvégzett mérések párokba lettek szedve hasonló következtetést adtak. *A teszt biztosítja annak fennállását, hogy az új tanítási és tanulási módszer a matematika oktatásában, amely a GeoGebra szoftverre használatára épül a tanítási és tanulási folyamatban nagyobb növekedést okoz a tudásszintben és a képességekben, mint a hagyományos tanítási folyamat.*

5. A korrelációs vizsgálatok alapján a problémában a korreláció pozitív, ami azt jelenti, hogy a GeoGebrában szerzett jártasság növekedése együtt jár a matematikai ismeretek és képességek bővülésével. A kiszámított érték azt mutatja, hogy van korreláció. Nem tökéletes, bár erős pozitív korrelációnak tekinthető. Az 1 értékhez közeledve a változók közötti korreláció erősebb. A próbák alátámasztják egymás eredményeit. Ez alapján érdemes a GeoGebrát a tanítás és tanulás során használni.

6. Összehasonlítva az ábrákat (az elsőt és a harmadikat) világos, hogy a kísérleti csoport eredményei a jobb jegyek irányába tolódtak el.

7. A kísérleti csoport előrehaladását az átlag is jelzi. Kezdetben a kísérleti csoportban ez  $\bar{X} = 7.6$  a kontrol csoportban pedig  $\bar{X} = 8.14$  volt. A fejezet végeztével a kísérleti csoport átlaga  $\bar{X} = 8.24$  a kontrol csoport átlaga pedig  $\bar{X} = 8.25$  volt, vagyis majdnem kiegyenlítődött.

### 3. A kísérletek megisméltése

#### 2010/2011-es tanév, Albánia

Három osztály került bevonásra a kísérletbe: X-A ("Dhaskal Todri" középiskola, Elbasan - tanáruk Shpetim Sulanjaku); X-A ("Jani Kilica" középiskola, Fier - tanáruk Lefter Leka); Class X-B (Általános középiskola, Librazhd - tanáruk: Luljeta Blloshmi). Egy osztály a kontrol osztály: X-B ("Dhaskal Todri" középiskola, Elbasan - tanáruk Shpetim Sulanjaku). A négy osztály csoportokként kezelve az A, B, C és D jelölésekkel szerepelnek majd a későbbiekben. (A D a kontrol csoport.)

#### 3.1 Az osztályok kiválasztásának követelményei és előzetes adatfeldolgozás

1. Az osztályok kiválasztása ismert kapcsolat alapján történt a kísérletet végzővel (Pellumb Kllogjeri) és a tanárokkal, azok beleegyezésével a kísérletbe való bevonásukra.
2. A kísérlet az "Egyenlet- és egyenlőtlenség-rendszerek" fejezetre épül. Ez a középiskola második évfolyamán sorra kerülő tananyag.
3. A csoportok matematikai ismereteiben lényeges különbség nem volt.
4. Az osztályoknak teljesen más háttérük volt, különböző városokban voltak (Elbasan, Fier és Librazhd). A kontrol csoport szintén Elbasanban volt. Különböző tanáraik és első tapasztalataik voltak a GeoGebrával való megismerkedés során.
5. A csoportok függetlenek egymástól és a kísérlet tartománya széles. A feladatunk a négy különböző csoport átlagos teljesítményének vizsgálata és következtetések levonása azt illetően, hogy melyik tanítási módszer jobb az ANOVA teszt szerint (One-way ANalysis Of VAriance). Az ANOVA akkor használatos, ha több, mint két átlagot szeretnénk összehasonlítani. Ez egy technika, amely általánosítja a t-próbát, amely alapvetően csak két átlag összehasonlítására alkalmas. Ez tehát olyan esetekben használatos, ahol több, mint két minta van. Az F (Fisher) statisztika tartozik az ANOVA-hoz, amely az  $F = \frac{MS_B}{MS_W}$  alakban definiált, ahol a számláló a csoportok közötti, a nevező pedig a csoporton belüli négyzetes átlag. Precízebben az alábbi táblázatban definiáltuk.

Az alábbi táblázat tartalmazza az elvégzett számítások eredményeit. További ábrák szükségesek az F statisztika becsléséhez.

**Összefoglaló táblázat:** az összegek és négyzetösszegek csoportonként, illetve összegezve.

A	B	C	D	Minden csoport kombinált
$N_A=36$	$N_B=29$	$N_C=29$	$N_D=38$	$N_T=132$
$\sum X_{Ai}=291$	$\sum X_{Bi}=223$	$\sum X_{Ci}=218$	$\sum X_{Di}=276$	$\sum X_{Ti}=1007$
$\sum X^2_{Ai} = 2473$	$\sum X^2_{Bi} = 1793$	$\sum X^2_{Ci} = 1639$	$\sum X^2_{Di} = 2080$	$\sum X^2_{Ti} = 7985$
$\bar{X}_A=8.08$	$\bar{X}_B=7.69$	$\bar{X}_C=7.52$	$\bar{X}_D=7.26$	

**SS<sub>B</sub>**: Négyzetek összege a csoportok között; **SS<sub>W</sub>**: Négyzetek összege a csoporton belül

$$MS_B = 9.423333 ; MS_W = 2.1478; F = \frac{MS_B}{MS_W} = \frac{9.423333}{2.1478} = 4.39$$

Összefoglaló táblázat

	SS	df	MS	F
<b>csoportok között (B)</b>	<b>28.27</b>	<b>3</b>	<b>9.423333</b>	<b>4.39</b>
<b>csoporton belül (W)</b>	<b>274.54</b>	<b>128</b>	<b>2.1478</b>	
<b>összesen</b>	<b>302.80</b>	<b>131</b>		

**F-próba:** Egy szempontú próba (ANOVA) annak vizsgálatára, hogy a csoportok átlagai megegyeznek. Az ANOVA próbában a minták minden populációból származnak és a null hipotézis az, hogy a populációk jellegükben megegyeznek, szemben azzal az alternatívával, hogy különböznek. Ha elutasítjuk a null hipotézist további vizsgálatra van szükség arra vonatkozóan, hogy megállapítsuk, hogy melyik populáció különbözik.

### 3.2 Az ANOVA feltételezései és a null hipotézis

1. Az adat normális eloszlású
2. A populációk sztenderd szórása megegyezik.

A kísérletünkben a jegy, mint véletlen változó körülbelül normális eloszlású. Ez számos tanuló és könyv alapján tényként kezelhető. Számos problémában a szórás egyenlőnek tekinthető, de mi a teendő a jelenlegi kísérletben?

**Észrevétel:** A második feltételezése az ANOVA-nak, hogy a szórások megegyeznek. A szokásos teszt nagyon bonyolult, és praktikusán nem alkalmazható így tehát a következő ökölszabály alkalmazása lehetséges.

Összehasonlítjuk a legkisebb szórás kétszeresét a legnagyobb szórással, és ezt már elegendő feltételnek tekintjük (**2 x smallest std. dev > largest std. dev**).

Az ANOVA-val tesztelt két hipotézis:

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ , az összes átlag megegyezik.

$H_a$ : Nem minden átlag egyezik meg.

A próbát három megbízhatósági szinten végeztem el:  $\alpha = 0.050$ ,  $\alpha = 0.025$  and  $\alpha = 0.010$  (3.1 ábra). A táblázatban,  $F = \frac{MS_B}{MS_W}$ , szereplő értékek a szabadságfoknak megfelelően a következő táblázatban szerepelnek:

$$F(3,128) = \begin{cases} 2.67 & \text{for } \alpha = 0.050 \\ 3.21 & \text{for } \alpha = 0.025 \\ 3.94 & \text{for } \alpha = 0.010 \end{cases}$$

A kísérletben a becült F érték (F-statisztika) 4.39 (lásd. feljebb az összegző táblázatban). Ez a változatosság mértékét mutatja meg a csoportok között, illetve azokon belül. A nagyobb arány, a nagyobb megbízhatóság így elvetjük a null hipotézist, vagyis, hogy minden átlag egyenlő és ez azt jelenti, hogy így nincs hatása. A becült F értékből a három megbízhatósági szintnek megfelelően három esetben utasíthatjuk el a null hipotézist. Így tehát elutasítjuk a  $H_0$ -t és elfogadjuk a  $H_a$ -t, vagyis a csoportok átlagai nem egyeznek meg.

### 3.3 Az átlagok összehasonlítása és az értelmezésük

Habár az ANOVA F-próbája szignifikást lehet (például elutasítjuk a  $H_0$ -t) ez nem mutatja meg, hogy pontosan mely átlagok különböznek. A különbséget ábrázolva láthatjuk, vagy formálisan következtetve. Az átlagok közötti különbségek konfidencia intervallumok módszerét használhatjuk (Simultaneous Confidence Intervals for Differences between Means). A módszer csak a  $H_0$  hipotézis elvetése után használható az F-próbával. Az átlagok összes kombinációját végigpróbálva az eltérés mértékét is megkapjuk. Az egyszerűbb eset, ha először a konfidencia intervallumot számítjuk ki és utána vizsgáljuk a szignifikáns eltéréseket.

#### A Tukey-próba feltételezései

1. A megfigyeléseknek függetlennek kell lenniük.
2. Az átlagoknak normális eloszlású populációból kell származniuk
3. A megfigyelések szórásnégyzeteinek közel egyenlőnek kell lenniük.

Ezek a feltételezések esetünkben teljesülnek. A valószínűségi változó a jegyeket reprezentálja, amelyek körülbelül normális eloszlásúak. (Ez a vizsgálatok alapján tényként kezelhető.) A szórásnégyzetek jelentősen nem térnek el egymástól. A  $q$  értéke az esetek számának, az adatok számának és a megbízhatósági szint függvényében változik. A különbségek becslése és a konfidencia intervallumok az alábbi táblázatban láthatók.

	$\bar{x}_i - \bar{x}_j$	kritikus q $q(\alpha, r, df_w)$	szabványosított hiba	95% Konfidenciatartomá ny az $\mu_i - \mu_j$		szignifik áns 0.05?
<b>A - B</b>	0.39	3.6805	0.258	-0.56	1.34	
<b>A - C</b>	0.56	3.6805	0.258	-0.39	1.51	
<b>A - D</b>	0.82	3.6805	0.2406	-0.055	1.705	<b>YES</b>
<b>B - C</b>	0.17	3.6805	0.272	- 0.83	1.170	
<b>B - D</b>	0.43	3.6805	0.255	- 0.51	1.370	
<b>C - D</b>	0.26	3.6805	0.255	- 0.673	1.20	

#### Magyarázat a táblázat:

1. Az első oszlop mutatja, hogy mely csoport átlagai kerültek összehasonlításra.
2. A következő oszlop adja a különbségek becslését, amely a két mintaátlag különbsége. Az A és B minta átlaga 8.08 és 7.69, így a különbségük 0.39.
3. A harmadik oszlopban van a **kritikus q** érték. A formulát megnézve látszik,  $q(\alpha, r, df_w)$ , hogy a kritikus érték az esetek számától, az adatok számától függ, de független az egyedi esetektől, így tehát megegyezik minden sorban az adott kísérletben. Az Albániában elvégzett kísérletben a GeoGebra hatását vizsgálva a matematika tanulására és tanítására négy csoport vett részt. Az  $\alpha = 0.5$  és  $\alpha = 0.05$  értéket választva a táblázat alapján a kritikus érték  $q(0.05, 4, 129) = 3.6805$ .
4. A negyedik oszlop tartalmazza a sztenderdizált hibát Tukey formulája alapján a konfidencia intervallumra.  
A kísérletben azt mondhatjuk, hogy a minták mérete nem egyezik meg, így a sztenderd hiba változik csoportpáronként. Az első különbségre azt kapjuk (A - B), hogy  

$$\sqrt{[(MS_W/2) \cdot (1/N_A + 1/N_B)]} = \sqrt{[(2.1478/2) \cdot (1/36 + 1/29)]} = 0.258$$
és így tovább.
5. Az ötödik oszlop tartalmazza a konfidencia intervallum két végpontját az összes differenciára.
6. Az utolsó oszlop alkalmazza a kapcsolatot a konfidencia intervallum és a szignifikancia teszt között azért, hogy lássuk, vajon a szignifikancia különbözik-e a csoportok között. Ha a konfidencia intervallum tartalmazza a 0 értéket, akkor az átlagpár nem mondható szignifikánsan különbözőnek, és fordítva. Megnézve az A és D csoport átlagának különbségét, ami A - D, a bal oldali pont szinte 0. Következésképpen nem követünk el nagy hibát, ha azt mondjuk, hogy a konferencia intervallum pozitív. Ez azt jelenti, hogy a 0 nincs

benne az intervallumban, így elvetjük a 0 hipotézist az átlagok megegyezőségére vonatkozóan. A táblázatban csak az A és D csoportnak van szignifikáns különbsége.

**Értelmezés:** Az A és D csoportok átlagai (hózzávetőlegesen az osztályoké) nem egyenlőek. Tovább, az átlagai a kísérleti osztálynak jobbak, mint a kontrol osztálynak és 95%-os konfidencia szinten kijelenthetjük, hogy a GeoGebra-val való tanítás jobb eredményt ad, mint a hagyományos.

A különbségek konfidencia intervallumai negatívból pozitív tartományba mennek, tehát tartalmazzák a 0-át. Ez azt jelenti, hogy az átlagok egyezhetnek, vagy különbözhetnek, tehát nem állíthatjuk, hogy van különbség köztük. Habár az intervallum közepe mindegyik esetben pozitív (0.9 körüli értékkel), ezért azt kell mondanunk, hogy vannak különbségek. Minden párra ez a tendencia teljesül. A hatékonysága a GeoGebrával való tanítás módszerének nyilvánvalóan belátható az A és D csoportok összevetésével, de már kevésbé a B, C és D csoportokat együtt vizsgálva. **Azt gondolom, hogy az egyik ok, a tanárok tapasztalata a GeoGebra szoftverrel.** Az első kísérleti csoport, az A, Elbasan városában 3 éve gyűjti tapasztalatokat a GeoGebra használatát illetően: képzések tanárokkal, diploma témakés diákok az Elbasan Egyetemen. A másik két osztály olyan városból jött, ahol a GeoGebrával első alkalommal találkoztak. A tanároknak nehézségekkel kellett szembenézniük a GeoGebrával tanítás során. A nehézségek ellenére a kísérleti osztályoknak jobbak voltak az eredményei, mint a kontrol osztálynak.

## 4. Összefoglaló konklúziók a tapasztalatokról, problémákról és javaslatokról

### 4.1. Az első tapasztalat, 2010. február

Az első módja két csoport összehasonlításának a fő statisztikák használata volt, úgy mint az átlag és medián, az eredmények megjelenítése bihisztogrammal és doboz ábrával. A fejezet végén a kísérleti csoport jobb eredményt mutatott, mint a kontrol csoport. Ebből vált először nyilvánvalóvá, hogy a GeoGebrával való tanítás hatékonyabb, mint a hagyományos módszer.

A csoportok matematikai szintjének átlagos javulását használtuk a hagyományos módszerrel. A kétmintás t-próba, a teszt statisztika szolgált a GeoGebrával folytatott oktatás előtti és utáni eredmények összehasonlítására. Szintén nyilvánvalóvá vált, hogy az új tanítási és tanulási módszer a GeoGebra használatával lényegesen jobb növekedést eredményez a matematikai ismeretek és képességek területén, mint a hagyományos módszer.

### 4.2 A második kísérlet: 2011. március (ismétlés)

Az okok, amiért a kísérletet meg kellett ismételni:

1. Az első kísérletben résztvevő tanár maga volt a kísérlet vezetője.
2. A kísérletben csak két osztály vett részt, ami nem tűnt elegendőnek kellően megalapozott megállapításokhoz.

Az ANOVA próbában az **F-statisztika** (Fisher statisztika) csak a  $H_0$  elutasítására alkalmas, de azt nem árulja el, hogy mely átlagok különböztek. Emiatt az átlagok különbségére számítottunk konfidencia intervallumokat, amely csak a  $H_0$  elutasítása után volt alkalmazható. A csoportok átlagainak különbségét megnézve láthatjuk, hogy az A és D (ahol a D a kontrol csoport) különbségére a konfidencia intervallum bal széle majdnem 0. Ez azt jelenti, hogy a 0 nincs benne az intervallumban, így elvethetjük a  $H_0$  hipotézist, vagyis a vizsgált átlagok nem tekinthetők egyenlőnek. Ebben a táblázatban egyedül az A és D csoportok különböznek jelentősen.

**Értelmezés:** Az A és D csoportok átlagai (hözavetőlegesen az osztályoké) nem egyenlőek. Tovább, az átlagai a kísérleti osztálynak jobbak, mint a kontrol osztálynak és 95%-os konfidencia szinten kijelenthetjük, hogy a GeoGebra-val való tanítás jobb eredményt ad, mint a hagyományos.

A hatékonysága a GeoGebrával való tanítás módszerének nyilvánvalóan belátható az A és D csoportok összevetésével, de már kevésbé a B, C és D csoportokat együtt vizsgálva. **Azt gondolom, hogy az egyik ok, a tanárok tapasztalata a GeoGebra szoftverrel.**

### **Problémák, tanulságok és javaslatok**

*\*\*\*Az első probléma az volt, hogy a kísérletben először én magam voltam a tanár. Ez erősen befolyásolta a kísérlet kimenetelét. Vélhetően a konklúzió sem teljesen mentes a szubjektív részekről.*

*\*\*\*A másik megkérdőjelezhető pont, hogy van-e pozitív differencia az eredményekben a fejezet végén, összevetve az előző fejezet végével? Nyilvánvaló, hogy a nagyobb pontok az új tanítási módszer eredményességét jelzik? Véleményem szerint az új módszer kísérletéből levont következtetés nem függ ilyesfajta összehasonlításoktól.*

*\*\*\*Az átlagos matematikai tudásszintbeli növekedés vizsgálatára nem volt olyan kísérlet, amelyben először a hagyományos módszer, majd a GeoGebra szerepelt volna. Ez amiatt volt lehetetlen megoldani, mivel az iskola programjával nem egyeztethető össze, nincs idő a fejezet ismételtesére. További probléma, hogy feltehetően az ismétlés mindenképpen jobb eredményeket fog hozni. (Az eredmények korrelálnak az ismétlésekkel.) Emiatt használtuk az átlagos növekedést a matematikai tudásszintben, mint mérőszámot. A kísérletben egy azon fejezetet tanultak meg GeoGebrával és a hagyományos módszerrel.*

*\*\*\*A második (ismételt) kísérletben ismét megmutatkozott, hogy a tanárok GeoGebrában való felkészültsége nagyon fontos a kísérlet sikeres kimeneteléhez. Az új tanítási módszer egy osztályra épült az első alkalommal, mivel én voltam az egyetlen Albániában, aki ilyet tudott tanítani. Ismét látszott, hogy a tanárok képzése mennyire fontos, annak kapcsán, hogy ebben az évben két másik városban is újdonságként került bemutatásra a GeoGebra.*

*\*\*\*Az egyszempontú F-teszt: Az ANOVA-próba azt vizsgálja, hogy néhány csoport átlaga megegyezik-e. Jóval megbízhatóbb, mint a t-próba. Az F-próba legalább három csoportban*

*elvégzett kísérleteket feltételez. (Minél több csoport van, annál jobban alá lehet támasztani a konklúziót.)*

*\*\*\*Ahogy az előzőekben említésre került az osztályok kiválasztásánál a személyes ismerettség közrejátszott, és szükséges volt a tanárok hajlandósága, hogy részt vegyenek a kísérletben. Az apró véletlenek döntően befolyásolhatják a kísérlet kimenetelét, ezért erre különösen oda kell figyelni. (A populáció minden tagjának ugyanakkora esélye kell, hogy legyen, hogy bekerül a mintába.) A tanítási módszer kísérletei során meg kell tanulni, hogy hogyan lehet kiválasztani a megfelelő osztályokat egymástól teljesen függetlenül. A javaslatom az, hogy jó megoldás úgy születhet, ha ez az Oktatási Minisztériummal és a Regionális Oktatási Igazgatósággal együtt történik.*

## LIST OF PUBLICATIONS

UNIVERSITY OF DEBRECEN

UNIVERSITY AND NATIONAL LIBRARY

Registry Number: ... FI 17198.....

Subjects: Ph.D. List of Publications

Candidate: Pellumb Klllogjeri

Neptun ID:.....

Doctoral School: Matematika és Számítástudomány Doktori Iskola

### I. List of Publications in Journals and Conference Proceedings

#### Publications included in the thesis

1. Klllogjeri P. (2008), THE POWER OF DOUBLE REPRESENTATION OF GEOGEBRA, published in the scientific bulletin DOKTORANDUSZOK FURUMA, 2008, Miskolci Egyetem, November 5 (pp. 117-122)
2. Klllogjeri P. (May 2010), GEOGEBRA: A GLOBAL PLATFORM FOR TEACHING AND LEARNING MATH TOGETHER AND USING THE SYNERGY OF MATHEMATICIANS, published in *Technology Enhanced Learning: Quality of Teaching and Educational Reform, TECH-EDUCATION 2010*, ATHENS, GREECE. Communications in Computer and Information Science, Volume 73, pp. 681-687, DOI: 10.1007/978-3-642-13166-0\_95. ISBN: 978-3-642-13165-3 (Print) 978-3-642-13166-0 (Online).
3. Klllogjeri P., Shyti B. (2010), GEOGEBRA: A GLOBAL PLATFORM FOR TEACHING AND LEARNING MATH TOGETHER AND USING THE SYNERGY OF MATHEMATICIANS – extended version, published in *Inderscience Journals, Int. Journal of Teaching and Case Studies (IJTCS)*, Vol. 2, Nos. 3/4, 2010 (pp. 225-236). **DOI: 0.1504/IJTCS.2010.033318.**
4. Klllogjeri P., Klllogjeri Q. (2011), GEOGEBRA – A VERY EFFECTIVE TOOL FOR TEACHING MATHEMATICAL CONCEPTS AND PROPERTIES, published in the Proceedings Volume of International GeoGebra Conference for Southeast Europe (Međunarodna GeoGebra Konferencija), Novi Sad, 15-16 Jan 2011, pp. 90-98 [Izdaje: Departman za matematiku i informatiku, Prirodnomatemati; ki fakultet u Novom Sadu, 21000 Novi Sad, Trg Dositeja Obradivica 4, tel (021)458136, Štampa: Stojkov, Novi Sad. Tiraž: 250 primeraka]

5. Kllogjери P, Kllogjери A. (2012), Use of GeoGebra in Teaching about Central Tendency and Spread Variability, published in the *Carpathian Journal for Mathematics in Romania – CREATIVE MATH. & INFORMATICS*, Volume **21**, No. 1, PP. 57 – 64. Online version available at <http://creative-mathematics.ubm.ro/> Print Edition: ISSN 1584 - 286X Online Edition: ISSN 1843 - 441X/e , published by Springer-Verlag: Zentralblatt MATH Database 1931 – 2014, c 2014 European Mathematical Society, FIZ Karlsruhe & Springer-Verlag/ Zbl 1274.97047
6. Kllogjери A, Kllogjери P. (Jan 2015), Statistical Inferences Supporting the Hypothesis of Teaching with GeoGebra; *Open Access Library Journal*, **2**: e1255. <http://dx.doi.org/10.4236/oalib.1101255>
7. Körtesi P., Kllogjери P. (2008), Extended Help Files in GeoGebra – short version, published in the *International Journal for Technology in Mathematics Education*, Volume 16, No 1. pp. 37-41
8. Körtesi P., Kllogjери P. (2010), Remarks on Help Files in GeoGebra, published in *RoJEd (Romanian Journal of Education)*, ISSN: 2067–8347, Volume 1 Number 2, pp. 15-22., responsible editor: Iuliana Marchis

#### Other related publications

1. Kllogjери P., Kllogjери A. (Aug 2013), Partition of a Set with N Elements into K Blocks with Number of Elements in Accordance with the Composition of Number N As a Sum of Any K Natural Summands (Another Representation of Stirling Number), published in *Recent Science/International Journal of Advanced Computing*, ISSN 2051-0845, Volume No 46, Issue No 3, pp. 1278 -1284. **IF: 2.31**
2. Kllogjери Q., Kllogjери P. (Sep 2012), GeoGebra: Calculation of Centroid, published in *European Researcher (Multidisciplinary Scientific Journal)*, Vol.(30), № 9-3; **ISSN: 2219-8229, E-ISSN: 2224-0136**, pp. 1527-1537. **IF: 2**
3. Kllogjери P. (Apr. 2008), Properties of Some Closed Polar Curves; *Mathematical Magazine, OCTOGON* 8, Vol.16, No. 1A, (pp.247-257), ISSN 1222- 5657, ISBN 978-973-88255-2-9 <http://www.uni-iskolc.hu/~matsefi/Octogon/>
4. Kllogjери P., Kllogjери A. (2010), Geogebra for Solving Problems of Physics, published in Springer: *ORGANIZATIONAL, BUSINESS, AND TECHNOLOGICAL ASPECTS OF THE KNOWLEDGE SOCIETY, Communications in Computer and Information Science*, Springer, ISBN: 978-3-642-16323-4, ISSN: 1865-0929, eBook ISBN: 978-3-642-16324-1, Volume 112, pp. 424 – 428, DOI: 10.1007/978-3-642-16324-1\_50 + The Distributed (TDG) Scholar.
5. Kllogjери P., Kllogjери A. (Jun 2014), The Quasi-Squares and their Limit Curve, published in the *International Journal of Mathematical Analysis and Applications* (American Association for Science and Technology-AASCIT), **ISSN: 2375-3927**, Vol 1, No.2, pp. 31-37; published online . (<http://www.aascit.org/journal/ijmaa>), pp. 31-37
6. Kllogjери L., Kllogjери P. (Oct 2014), Dynamic models for multiplication and division offered by GeoGebra; *American Journal of Software Engineering and Applications* 2015; 4(2-1): pp.1-6; published online, (<http://www.sciencepublishinggroup.com/j/ajsea>), doi: 10.11648/j.ajsea.s.2015040201.11; ISSN: 2327-2473 (Print); ISSN: 2327-249X (Online).
7. Kllogjери Q., Kllogjери P. (Feb 2015), Computer programs - new considerations in teaching and learning mathematics science; Published in the *American Journal of*

*Software Engineering and Applications*, 2015; 4(2-1): 7-13; Published online;  
(<http://www.sciencepublishinggroup.com/j/ajsea>); doi:  
10.11648/j.ajsea.s.2015040201.12, ISSN: 2327-2473 (Print); ISSN: 2327-249X  
(Online)

8. Klllogjari P. (2008), Partition of a Set  $S$  in Classes of Equal Number of Elements and one Residual Class by the Method of Exchanging Elements; *Scientific Bulletin of Elbasan University*, 2008/4 , pp. 34-43.
9. Klllogjari P., Körtesi P. (Mar 2010), *Mathematical Games*, published in the Proceedings of XXIV microCAD International Scientific Conference, University of Miskolc; ISBN 978-963-661- 916-9; Volume of Section H: Mathematics and Computer Science, pp. 85-90.
10. Klllogjari P. (May 2010), *The Albanian Mathematicians by the Flowside of the Mathematicians of the World (Author: Pellumb Klllogjari). Edited in Proceedings of the Conference History of Mathematics and Teaching of Mathematics, Szeged, Hungary; Editor: Department of Analysis of the Univeristy of Miskolc, CD form, ISBN 978-963-661-929-9, 22 pages.*
11. Körtesi P., Klllogjari P. (2010), *Extended Help Files in Software GeoGebra – published in Disputationes Scientifcae Universitatis Catholicae in Ruzomberok: katolicka univerzita, roe 10, e 1(Vol 10, No 1), ISSN 1335-9185, pp. 134-142.*
12. Klllogjari P. (Mar. 2010), *GeoGebra for Presenting and Interpreting Grouped Data and Solving Problems of Physics (author: Pellumb Klllogjari, University of Elbasan) – published in the Proceedings of XXIV microCAD International Scientific Conference, University of Miskolc, Volume of Section I: Physics and Physics Education, pp. 63-70.*

## II. List of Published Books

1. *An Introduction To Quasi-Quadrilaterals*, ISBN-13: 978-3-659-42488-5, ISBN-10:3659424889, EAN:9783659424885, August 2013;  
Authors: Pellumb Klllogjari and Adrian Klllogjari, Number of pages:140,  
**Publishing house**: LAP LAMBERT Academic Publishing, **Website**:  
<https://www.lap-publishing.com/>, Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121, Saarbrücken, Germany.

Deutsche National Bibliothek, Leipzig:

<http://d-nb.info/1038643848>