VASBETON KERESZTMETSZETEK SZILÁRDSÁGTANA

SEGÉDKÖNYV
VASBETON-SZERKEZETEK ELLENŐRZÉSÉHEZ ÉS TERVEZÉSÉHEZ

IRTA:
Dr. KARDOS FERENC

MÉRNÖKÖK, ÉPITÉSZEK ÉS MÜEGYETEMI HALLGATÓK HASZNÁLATÁRA

(14 TÁBLÁZATTAL.)

BUDAPEST, 1922.
MÜSZAKI KÖNYVKIADÓ ÉS SOKSZOROSITÓ INTÉZET KIADÁSA
I., BUDAFOKI-UT 5.

VASBETON KERESZTMETSZETEK SZILÁRDSÁGTANA

SEGÉDKÖNYV
VASBETON-SZERKEZETEK ELLENŐRZÉSÉHEZ ÉS TERVEZÉSÉHEZ

IRTA:
Dr. KARDOS FERENC

MÉRNÖKÖK, ÉPITÉSZEK ÉS MÜEGYETEMI HALLGATÓK HASZNÁLATÁRA

(14 TÁBLÁZATTAL.)

BUDAPEST, 1922.
MÜSZAKI KÖNYVKIADÓ ÉS SOKSZOROSITÓ INTÉZET KIADÁSA
I., BUDAFOKI-UT 5.

Fráter és Társa könyvnyomdája, Budapest VII. Akácfa-utca 13.

ELŐSZÓ.

A jelen munka — bár elsősorban segédkönyvnek van szánva — nem pusztán képletek és táblázatok gyüjteménye, hanem magában foglalja a vasbeton-szerkezetek elméletének azt a részét, mely a keresztmetszeti méretek és a külső erők (átmetszési eredő) közötti kapcsolatokkal foglalkozik mindazokban a fontos esetekben, melyek a szerkesztő mérnök és épitész gyakorlatában előfordulnak. A tárgyalandó szilárdsági eseteknek megfelelően a könyv három fejezetre oszlik, az I. fejezet a centrikus nyomás, a II. fejezet a hajlitás, a III. fejezet az excentrikus terhelés eseteivel foglalkozik.

A különböző feladatoknak a müszaki irodalom közkincsévé vált megoldásait igyekeztem teljesen felölelni, a figyelmes olvasó azonban ezek mellett több új megoldást is fog könyvemben találni. Ezek közül legyen szabad felhivnom a figyelmet a IV. és V. táblázatokon alapuló tervezés- és ellenőrzés-módokra, valamint az excentrikus terhelés esetén felmerülő feladatok megoldásaira.

Budapest, 1922. julius havában.

Dr. Kardos Ferenc
okl. épitész.

TARTALOMJEGYZÉK.

III. Excentrikus terhelés.

Táblázatok.

T keresztmetszetre vonatkozó táblázatok hajlítás esetére:

Derékszögü négyszög-keresztmetszetre vonatkozó táblázatok excentrikus terhelés esetére:

Értelemzavaró sajtóhibák.

A 14. oldalon az alulról számitott hatodik sorban:

az V. táblázat helyett a *IV. táblázat* olvasandó.

A 18. oldalon a (34) egyenletben, továbbá a felülről számitott nyolcadik és tizenegyedik sorban szereplő kifejezésekben:

h helyett h_1 olvasandó.

A 31. és 32. oldalakon a b mellől több helyt elmaradt az „1" index. Valamennyi

b helyett b_1 olvasandó.

A 32. oldalon a felülről számitott első, harmadik, negyedik és hetedik sorban:

μ helyett η olvasandó.

A 39. oldalon az alulról számitott harmadik sorban:

$\sigma_v' = \sigma_b \frac{x-a_2}{x}$ helyett $\sigma_v' = n\sigma_b \frac{x-a_2}{x}$ olvasandó.

A 42. oldalon a felülről számitott nyolcadik sorban:

$\left(h_1 = \frac{v}{2}\right)$·*vel* helyett $\left(h_1 - \frac{v}{2}\right)$·*lel* olvasandó.

A 45. oldalon a (80) egyenlet jobb oldalán a gyökjel tévesen megy végig, a negativ előjelü utolsó két tagra a gyökvonás már nem vonatkozik.

A 63. oldal utolsó sorában:

$N > N_0'''$ helyett $N < N_0'''$ olvasandó.

A 64. oldal második sorában

„nincs ellenmondásban azzal" helyett „nem következik abból"

harmadik sorban pedig

$N \leqq N_0'''$ helyett $N \geqq N_0'''$ olvasandó.

1. §. Bevezetés.

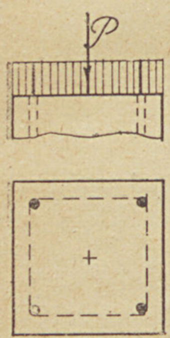
A vasbeton-keresztmetszetek méretezését háromféle szilárdsági esetben fogjuk tárgyalni: a centrikus nyomás, a hajlitás és az excentrikus nyomás vagy húzás esetében. A két utóbbi esetben kikötjük, hogy a keresztmetszet szimmetrikus és hogy az átmetszési eredő a keresztmetszet szimmetria-sikjába esik. Az átmetszési eredő és a belső-erők közti kapcsolatokat a vasbeton-szerkezetek méretezésénél általában elfogadott következő föltevések segitségével fogjuk megállapitani: 1. A keresztmetszetnek minden pontja a deformáció után is egy sikba esik. 2. A deformáció alatt a vasra, valamint a nyomásra dolgozó betonra érvényes a Hook-féle arányossági törvény, mely szerint $\sigma = E\,\lambda$; tehát az $n = \frac{E_{\text{vas}}}{E_{\text{beton}}}$ viszony állandó; rendszerint $n = 15$. (E a rugalmassági modulust, λ a fajlagos hosszváltozást jelenti.) 3. A betonban húzó-feszültség nem keletkezik.

E feltevések értelmében a deformáció folyamán a keresztmetszet egy a sikjába eső egyenes körül — a nullatengely körül — (mely a végtelenben is lehet) elfordul, a betonban keletkező feszültségek az ezen egyenessel párhuzamos egyenesek mentén egyenlők egymással és arányosak az egyenesnek a nullatengelytől való távolságával. A vasbetétek pontjaiban keletkező feszültségek szintén arányosak a pontoknak a nullatengelytől mért távolságával, a megfelelő arányossági szorzó n-szerese a betonfeszültségekhez tartozó koefficiensnek. Ha a betonkeresztmetszet pontjain a feszültséggel, a vaskeresztmetszetek pontjain a feszültség n-ed részével arányos s a keresztmetszet sikjára merőleges távolságokat mérünk fel, e távolságok végpontjai *egy* sikba esnek; mondhatjuk tehát, hogy a betonfeszültségek és az $\frac{1}{n}$ arányban redukált vasfeszültségek *sik szerint* oszlanak meg. — Ha e sik a keresztmetszetet metszi, a metszésvonal (nullatengely) egyik oldalán, minthogy húzófeszültség a betonban nem keletkezhetik, csak a vasbetétekben lép fel feszültség; a betonkeresztmetszetnek tehát csak egy *része* dolgozik. — Általános esetben, vagyis ha a feszültségi sik nem párhuzamos a keresztmetszettel, a feszültség megoszlása egy vasbetét keresztmetszetén belül nem egyenletes s igy az egy vasbetétben müködő belső-erők eredője nem esik a vasszál súlyvonalába. Minthogy azonban a vasbetétek keresztmetszeti méretei aránylag kicsinyek, a bennük működő belső-erők eredőjét mégis a sulyvonalukban vesszük fel s azt sem vesszük figyelembe, hogy a vasbetét a betonkeresztmetszetből területet foglal el; ezt másszóval igy mondhatjuk: minden vaskeresztmetszetet a maga sulypontjában egy ponttá tömöritünk, ezeknek a pontoknak azonban területet tulajdonitunk: a megfelelő vasbetét területének n-szeresét.

A vasbeton-keresztmetszetet tehát ugy tekintjük, hogy az a betonkeresztmetszetnek a nyomásra igénybevett (dolgozó) részéből s a vasbetétek sulypontjában koncentrált n-szeres vasterületekből áll. Az igy felfogott keresztmetszeten (feltevésünk szerint) a feszültség ugyanugy sik szerint oszlik meg, mint homogén keresztmetszetek fölött. Ebből az következik, hogy a tárgyalandó három szilárdsági esetben a külső erőket és a keresztmetszet méreteit a belső erőkkel ugyanazok a képletek kapcsolják össze, mint homogén keresztmetszetek esetén; az e képletekben szereplő keresztmetszeti mennyiségek (sztatikai-nyomaték, inercianyomaték) meghatározásánál természetesen a keresztmetszet fogalmának fenti értelmezését kell szemelőtt tartani. Ezzel a megállapitással a feladat elvileg megoldottnak volna tekinthető, a következőkben azonban nemcsak azzal fogunk foglalkozni, hogy e megállapitásnak megfelelőleg a homogén keresztmetszetekre ismert képleteket a vasbeton-keresztmetszetekre alkalmazható formába öntsük, hanem a tárgyalandó speciális alaku keresztmetszetek tulajságainak felhasználásával fogunk lehetőleg egyszerü és gyorsan eredményre vezető összefüggéseket megállapitani. A keresztmetszet méreteire vonatkozó kérdést minden esetben kétféleképpen fogjuk feltenni: a) valamely adott keresztmetszet méretei megfelelők-e (ellenőrzés), — b) hogyan kell választani egy keresztmetszetnek még ismeretlen méreteit, hogy a feltételeknek megfeleljen (tervezés).

I. Centrikus nyomás.

2. §.



1. ábra.

Az átmetszési eredő, N, átmegy a keresztmetszet sulypontján és merőleges a keresztmetszetre. A feszültségi sik párhuzamos a keresztmetszettel, a feszültségi ábra valamennyi ordinátája: $\sigma = \frac{P}{F}$. σ a betonkeresztmetszet pontjain magát a feszültséget, a vaskeresztmetszet pontjain a feszültség n-ed részét jelenti; F a bevezetés szerint értelmezett keresztmetszeti terület, tehát a betonterületnek és az n-szeres vasterületnek összege: $F = F_b + F_v$

A vasbeton-oszlop szilárdsági szempontból „hosszu nyomott-rud" lévén, a vizsgálatnál a *kihajlás* veszélyére is tekintettel kell lenni. Ezt a kérdést a magyar szabályzat a következő egyszerü módon rendezi: Amig az oszlopmagasságának és keresztmetszete legkisebb főméretének viszonya, $\frac{m}{v} < 15$, az oszlop *rövid*nek tekintendő, tehát centrikus terhelés esetén egyszerü nyomással van dolgunk; ha $\frac{m}{v} > 15$, az egyszerü nyomás formulái továbbra is alkalmazhatók, de σ_{mg} kisebbre veendő a rövid oszlopra megengedett alapigénybevételnél, σ_b-nél. $\frac{m}{v}$ növekedésével, σ_{mg} a következő táblázat szerint csökkentendő:

$\frac{m}{v} =$	15	20	25	30
$\sigma_{mg} =$	σ_b	$0{\cdot}8\,\sigma_b$	$0{\cdot}6\,\sigma_b$	$0{\cdot}5\,\sigma_b$

$\frac{m}{v}$-nek a táblázatban nem található értékeihez σ_{mg} interpolálással ugy határozandó meg, mintha σ_{mg} két-két táblázati érték között $\frac{m}{v}$ egyenletes növekedésével egyenletesen csökkenne.

3. §. Ellenőrzés.

Az ellenőrzés vagy a betonigénybevétel kimutatásából vagy a keresztmetszet által felvehető legnagyobb centrikus nyomóerő meghatározásából áll. A vasigénybevételt kimutatni nem szükséges, minthogy a vasra megengedett igénybevétel 20—30-szorosa a betonra megengedettnek, mig n rendszerint 15.

A betonigénybevétel

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F_b + n\,F_v} \qquad (1)$$

A megengedett legnagyobb centrikus nyomóerő

$$N_{max} = \sigma_{mg}\,(F_b + n\,F_v) \qquad (2)$$

Az (1) képletben a σ_{max} a betonban valóban *fellépő*, a (2) képletben σ_{mg} a betonban *megengedett* legnagyobb igénybevételt jelenti. Ha $\frac{m}{v} < 15$, $\sigma_{mg} = \sigma_b$; ellenkező esetben $\sigma_{mg} < \sigma_b$ és a fenti táblázatból veendő. (2. §.)

4. §. Tervezés.

Tervezéskor ismeretes az épitmény méreteiből és rendeltetéséből megállapitható mértékadó megterhelés: N és a betonigénybevételnek megengedett legnagyobb értéke: σ_b; — a keresztmetszet méretei egészben vagy részben ismeretlenek.

a) F_b és F_v ismeretlenek.

A feladat határozatlan, azaz sokmegoldásu egyrészt azért, mert az adott mennyiségeket az ismeretlenekkel összekapcsoló egyetlen összefüggés (t. i. az $F = \frac{N}{\sigma_b}$ egyenlet) nem elég F_b és F_v meghatározásához, másrészt azért, mert ha F_b és F_v már ismertek is, a betonkeresztmetszet méreteit és vasbetéteket még mindig sokféleképpen választhatjuk, hogy területük F_b illetőleg F_v-vel egyenlő legyen. A határozatlanság csökkentése végett célszerü F_v és F_b viszonyát megállapitani azáltal, hogy előre kikötjük, hogy a vas keresztmetszeti területe a betonénak hány százaléka legyen. Ez a felvétel nem teljesen tetszőleges, hanem a vasbeton-szabályzatok előirása szerint korlátozott.*)

---

*) A magyar szabályzat szerint $\frac{F_v}{F_b}$ legalább 0.008 és legfeljebb 0.04; 0·02-nél azonban nem szokás nagyobbra venni.

Ha a felvett percentszámot $100\ \varphi$-vel jelöljük, akkor $\varphi = \frac{F_v}{F_b}$ és $F = F_b + n\,F_v = F_b\,(1 + n\,\varphi) = \frac{N}{\sigma_b}$, amiből a beton-terület

$$F_b = \frac{N}{\sigma_b\,(1 + n\,\varphi)} \qquad (3);$$

a vaskeresztmetszet területe pedig

$$F_v = \varphi\,F_b \qquad (4)$$

A vaspercent ($100\ \varphi$) felvételével tehát a beton és vas szükséges területe határozattá válik; a feladat azután már csak az, hogy F_b és F_v értékekből magát a keresztmetszetet meghatározzuk. A betonkeresztmetszetre nézve ez, ha ismerjük a keresztmetszet alakját (méreteinek viszonyát), vagy ha a határozottsághoz szükséges méreteket egy kivételével felvesszük, határozott és egyszerü geometriai feladat. Az F_v -nek megfelelő vasbetétek legegyszerübben a gömbvasak keresztmetszeti területeinek táblázatából (I. táblázat) választhatók.

A (3) egyenletben szereplő $\sigma_b\ (1 + n\,\varphi)$ mennyiséget, melyben az $(1 + n\,\varphi)$ tényező puszta szám, ugy lehet felfogni, hogy az egy $\overline{\sigma}_b$ igénybevétellel egyenlő, tehát F_b -t az egyszerü nyomás formulájával, $\left(\frac{N}{\sigma}\text{-val}\right)$ határozhatjuk meg, ha σ alatt $\overline{\sigma}_b$-t értjük. $\overline{\sigma}_b$ -nek a a változó σ_b és φ értékekhez tartozó értékei táblázatba foglalhatók (II. táblázat.) E táblázat segitségével F_b -t a következőképpen számitjuk: σ_b mint a méretezési feltételek egyike ismeretes, φ-t (illetőleg $100\ \varphi$-t) felvesszük, a táblázat megadja a σ_b és φ-hez tartozó $\overline{\sigma}_b$ értéket és

$$F_b = \frac{N}{\overline{\sigma}_b} \qquad (5)$$

Előfordulhat, hogy a méretezés eredménye ellenmondásba kerül a kiindulásul felvett σ_b -vel; t. i. lehetséges, hogy a v oldalméret oly kicsire adódik, hogy az $\frac{m}{v}$ hez tartozó σ_{mg} kisebb, mint a felvett σ_b. Ebben az esetben a feladatot próbálgatással kell megoldani; annyi bizonyos, hogy a helyes v mindenesetre kisebb, mint az, amelynek megfelelő $\frac{m}{v}$-hez tartozó σ_{mg} éppen a felvett σ_b -vel egyenlő.

b) A keresztmetszet külső méretei ismeretesek.

A külső méretek ismertek lévén, F_b is ismert; csupán a vasbetéteket kell meghatározni. A (3) egyenletből

$$\varphi = \frac{1}{n}\left(\frac{N}{\sigma_{mg} F_b} - 1\right) \quad (6) \quad \text{és} \quad F_v = \varphi F_b \quad (4);$$

vagy közvetlenül:

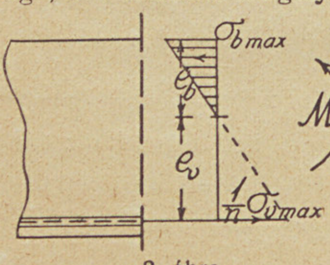
$$F_v = \frac{1}{n}\left(\frac{N}{\sigma_{mg}} - F_b\right) \quad (7)$$

Az igy kapott eredmény azonban csak akkor fogadható el, ha φ a vasbeton-szabályzatok által előirt határok közé esik. Ha ugyanis $100\ \varphi$ kisebbre adódik, mint a vaspercent megengedett legkisebb értéke, akkor a számitott φ helyett az előirt minimális vaspercentnek megfelelő érték veendő, ha pedig $100\ \varphi$ a megengedett legnagyobb vaspercentnél nagyobb, akkor a feladat az adott kikötésekkel meg nem oldható, (a keresztmetszet külső méreteit meg kell változtatni).

II. Hajlitás.

5. §.

Ha a vasbetonkeresztmetszetet a bevezetésben mondottak szerint fogjuk fel, a keresztmetszet méreteit, a hajlitónyomatékot a belső erőkkel ugyanaz az összefüggés kapcsolja össze, mint hajlitott homogén tartón: $\sigma = \frac{M}{J} y$, ahol σ a betonkeresztmetszet pontjaira nézve a feszültséget, a vaskeresztmetszet pontjaira nézve a feszültség n-ed részét jelenti; y a pontnak a neutrális-tengelytől mért távolsága, J a neutrális-tengelyre vonatkozó inercianyomaték. A neutrális-tengely merőleges a hajlitás sikjára (szimmetria-sikra) és *súlyvonala* a nyomásra igénybevett betonterületből és az n-szeres vasterületből álló keresztmetszetnek, az ugynevezett *dolgozó* keresztmetszetnek; az J inercianyomaték alatt is ennek a dolgozó keresztmetszetnek az inercianyomatékát kell érteni. A feszült-



2. ábra.

ség szélső értékei a beton nyomott szélén, illetőleg a nullatengelytől legtávolabb eső vasszálban (e_b illetőleg e_v távolságban) keletkeznek: (2. ábra.)

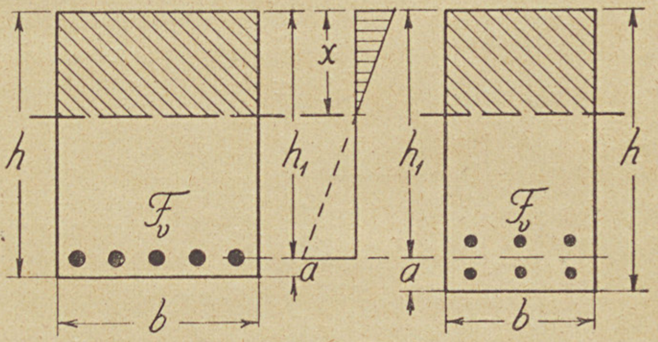
$$\left.\begin{aligned}\sigma_{b\,max} &= \frac{M \cdot e_b}{J} \\ \sigma_{v\,max} &= n\frac{M \cdot e_v}{J}\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

A) Derékszögü négyszögkeresztmetszet egyszerü vasalással.

(Gerenda és lemez).

6. §. A keresztmetszet méretei.

A keresztmetszet három mérettel van megadva: pl. a b szélességgel, a vasak területével, F_v -vel és a vasbetétek súlyvonalának a beton nyomott szélétől való távolságával, h_1-gyel, melyet a keresztmetszet elméleti magasságának fogunk nevezni.*) Ha a vasbetétek



3. ábra.

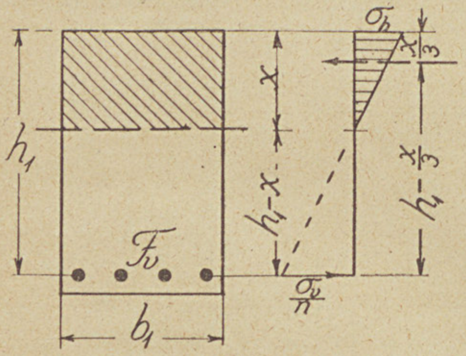
nem egy, hanem két sorban vannak elhelyezve, akkor — minthogy kiindulásunk szerint minden vasbetét n-szeres területe a maga súly-

*) A keresztmetszet teljes magassága, h, illetőleg az $a = h - h_1$ méret a számitásban nem szerepel ugyan, azonban az a méret helyes megválasztására gondot kell forditani; a vasbetéteknek ugyanis az a méret által megszabott helyen ugy kell elférniök, hogy betonnal jól körül vétessenek. Két vasbetét között 20—30 mm., a vasbetét és a beton széle között 15—20 mm. legyen a legkisebb távolság.

pontjába koncentrálandó — a két sornak megfelelően két súlyvonalat kellene megadnunk. Rendszerint azonban a valóságot eléggé megközeliti, tehát elfogadható az a feltevés, hogy a két sor vasbetétben ugyanaz a feszültség keletkezik s igy a vasszálakban keletkező belső-erők a két sor közös súlyvonalában koncentrálhatók.*) A következőkben fontos szerepe lesz a keresztmetszet említett három méretéből alkotott következő mennyiségnek: $\frac{100\, F_v}{(b\, h_1)} = \mu$, melyet mint a százszoros vasterületnek és $(b\, h_1)$-nek, a tulajdonképpen számitásba jövő beton keresztmetszeti terü'etének viszonyát, *vaspercent*nek nevezünk. — Vasbetonlemezeknek egy-egy folyóméterét szoktuk vizsgálni, a lemez-keresztmetszet tehát olyan derékszögü négyszög, melynek b mérete 100 cm.

7. §. Ellenőrzés.

A keresztmetszet adott méretei (b, h_1, F_v) nem adják meg közvetlenül a dolgozó keresztmetszetet; ennek a meghatározásához ugyanis még a neutrális-tengely helyzetének az ismerete is szükséges. A neutrális-tengely helyzetét a nyomott széltől való távolságával, x-szel adjuk meg; x abból az összefüggésből határozható meg, hogy a neutrális-tengelyre, mint a dolgozó keresztmetszet súlyvonalára vonatkozólag a neutrális-tengely és a nyomott szél közötti betonterületnek és vasbetétek n-szeresen számitott területének a sztatikai nyomaték-összege nulla. Ez a következőképpen irható fel:



4. ábra.

$$\frac{b\, x^2}{2} - n\, F_v\, (h_1 - x) = 0;$$ ebből az egyenletből

---

*) A két soru elrendezésre nemcsak ebben az esetben tesszük azt a feltevést, hogy a két sor a súlyvonalában *egy* sorrá egyesithető, hanem bármely szimmetrikus keresztmetszet bármely helyén levő két párhuzamos sorra, ha a sorok merőlegesek a keresztmetszet szimmetria sikjára és tengely távolságuk elegendő kicsiny (maximum 5—6 cm.)

$$x = \frac{n F_v}{b}\left(\sqrt{1+\frac{2bh_1}{nF_v}}-1\right) \qquad (9)$$

A (9) egyenlet átalakitható a következőképen:

$$x = \frac{n F_v}{b \cdot h_1}\left(\sqrt{1+\frac{2bh_1}{nF_v}}-1\right)h_1 = \frac{n}{100}\mu\left(\sqrt{1+\frac{200}{n\ \mu}}-1\right)h_1$$

A $\frac{n}{100}\mu\left(\sqrt{1+\frac{200}{n\ \mu}}-1\right)$ szorzónak az értéke csupán a vaspercentszámtól, μ-től függ. Ha e szorzót α-val jelöljük,

$$x = \alpha \cdot h_1 \qquad (10)$$

Tehát az $\frac{x}{h_1} = \alpha$ viszonyt a vaspercentszám meghatározza; μ nek és α-nak összetartozó értékeit a III. táblázat tartalmazza. A neutrális-tengely helyzetét e táblázat segitségével a következőképpen állapitjuk meg: Kiszámitjuk a vaspercentszámot, $\mu = \frac{100 F_v}{b \cdot h_1}$; a táblázatban megkeressük e μ értékhez tartozó α értéket és ezt behelyettesitjük a (10) egyenletbe.

A neutrális-tengelyre vonatkozólag $J = \frac{1}{3} b\ x^3 + n\ F_v\ (h_1 - x)^2$.

Minthogy $n F_v\ (h_1 - x) = \frac{1}{2}\ b\ x^2$ és $n\ F_v = \frac{\frac{1}{2} b x^2}{h_1 - x}$, tehát

$$J = \frac{1}{3}\ b\ x^3 + \frac{1}{2}\ b\ x^2 (h_1 - x) = \frac{1}{2}\ b\ x^2\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) \qquad (11)$$

J nek most talált értékét és $(e_b = x)$-et illetve $(e_v = h_1 - x)$-et a (8) egyenletekbe behelyettesitve, a feszültség szélső értékei:

A legnagyobb betonfeszültség:

$$\sigma_b = \frac{2\ M}{b\ x\left(h_1 - \frac{x}{3}\right)} \qquad (12)$$

A legnagyobb vasfeszültség:

$$\sigma_v = \frac{M}{F_v\left(h_1 - \frac{x}{3}\right)} \qquad (13)$$

Természetesen ugyanerre az eredményre kell jutnunk, ha nem a hajlitásnak homogén keresztmetszetekre vonatkozó alapképletét általánositjuk, hanem magából a vasbeton-keresztmetszetből indulunk ki. (4. ábra). A húzófeszültség eredője: $F_v\,\sigma_v$, a nyomófeszültségeké: $\frac{1}{2}b.x.\sigma_b$. A húzófeszültségek eredőjének támadópontja a vasbetétek súlyvonalába esik, a nyomófeszültségek eredője a nyomott széltől $\frac{x}{3}$ távolságban müködik. (4. ábra). A két eredő közötti távolság: $\left(h_1-\frac{x}{3}\right)$; ez az ugynevezett belső-erők-karja, melynek rövidebb jele: h_0. A két eredő erőpárt alkot, melynek nyomatéka egyenlő a hajlitónyomatékkal; tehát egyrészt

$$\frac{1}{2}\,b\,x\,.\,\sigma_b\left(h_1-\frac{x}{3}\right)=M\text{ , másrészt } F_v.\,\sigma_v\left(h_1-\frac{x}{3}\right)=M\,.$$

E két egyenlet is megadja σ_b és σ_v-nek (12) és (13) alatt felirt értékeit.

Nem szükséges mindkét igénybevételt a hajlitó-nyomatékból számitani, a nullatengely helyzete ugyanis megállapitja a $\frac{\sigma_b}{\sigma_v}$ viszonyt. Ha tehát σ_v-t (a hajlitó-nyomatékból) már meghatároztuk,

$$\left.\begin{aligned}\sigma_b&=\frac{\sigma_v\,.\,x}{n\,(h_1-x)}\\ \text{és viszont}\qquad \sigma_v&=\frac{n\,\sigma_b\,(h_1-x)}{x}\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

Az ellenőrzés ezek szerint a következő lépésekből áll: 1. x meghatározása (9) vagy (10) szerint; 2. az egyik szélső igénybevétel meghatározása (12) illetőleg (13) egyenletből; 3. a másik szélső igénybevétel kiszámitása a (14) képletből.

A vaspercent (μ) fogalmának felhasználásával a számitás lényegesen egyszerüsithető. Mint láttuk az $\frac{x}{h_1}=\alpha$ viszony értéke csak μ-nek a függvénye; hasonlóképpen csupán μ-től függ a $\frac{h_0}{h_1}$ viszonynak és a szélső igénybevételek viszonyának az értéke is. Ugyanis

$$\frac{h_0}{h_1}=\frac{h_1-\frac{x}{3}}{h_1}=\left(1-\frac{\alpha}{3}\right)\qquad(15)$$

$$\text{és} \quad \frac{\sigma_b}{\sigma_v} = \frac{x}{n(h_1 - x)} = \frac{\alpha}{n(1-\alpha)} = \gamma \qquad (16)$$

A (13) és (14) képletek ezek után átalakithatók:

$$\sigma_v = \frac{M}{\left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) F_v \, h_1} = \left(\frac{3}{3-\alpha}\right) \frac{M}{F_v \, h_1} = \beta . \frac{M}{F_v \, h_1} \qquad (17)$$

$$\sigma_b = \frac{\alpha}{n(1-\alpha)} \sigma_v = \gamma . \sigma_v \qquad (18)$$

A (17) és (18) képletek adják az ellenőrzésnek legegyszerübb módját: β és γ együtthatók, mint μ függvényei, egyszer s mindenkorra kiszámithatók és táblázatba foglalhatók (IV. táblázat). E táblázat segitségével az ellenőrzés menete a következő: Megállapitjuk μ-t és a hozzátartozó β és γ együtthatókat és kiszámitjuk a (17) illetőleg (18) képlettel σ_v -t és σ_b -t.

Abból, hogy a vaspercent (μ) valamely adott értékéhez a $\frac{\sigma_b}{\sigma_v} = \gamma$ viszonynak egy fix értéke tartozik, következik, hogy viszont a megengedett beton- és vasigénybevétel minden összetartozó értékpárjának *egy* bizonyos vaspercent felel meg, azaz a μ-nek csak egy határozott értéke mellett lehetséges, hogy a keresztmetszeten a szélső igénybevételek (σ_b és σ_v) egyidejüleg érjék el a megengedett határt. A μ értékének növekedésével illetőleg fogyásával γ értéke is nő illetőleg csökken. (IV. táblázat). Ha tehát valamely keresztmetszeten a vaspercent (μ) értéke nagyobb, mint az a μ_0 , mely a szélső igénybevételekre megengedett legnagyobb értékek viszonyának, γ_0 -nak megfelel, akkor a beton igénybevétele, ha pedig $\mu < \mu_0$, akkor a vas igénybevétele éri el előbb a megengedett felső határt Az első esetben csak a *beton*, a második esetben csak a *vas* kihasználásáról lehet szó. Ellenőrzéskor tehát tulajdonképpen elég csak az egyik igénybevételt kimutatni és pedig, ha $\mu > \mu_0$, csak σ_b -t, ha $\mu < \mu_0$, csak σ_v -t. A megengedett igénybevételek összetartozó értékei által meghatározott μ_0 értékeket a fontosabb esetekre a VI. táblázat tartalmazza.

8. §. Keresztmetszeti modulus.

Mint a homogén tartón, itt is megalkothatjuk a keresztmetszeti modulus fogalmát: a keresztmetszeti modulus az a mennyiség, mellyel a hajlitó-nyomatékot elosztva, megkapjuk a feszültség szélső értékét. A nyomott és húzott szélnek megfelelően természetesen két modulus van. A nyomott szélhez tartozó modulus, amelyet a betonra vonatkozó modulusnak is nevezünk, a (8) egyenlet értelmében: $K_b = \frac{J}{e_b}$; a húzott szélhez tartozó, vagyis a vasra vonatkozó modulust, hogy a (8) egyenletnek megfeleljen, $K_v = \frac{J}{n \cdot e_v}$-nek kell választani. A modulusok értékébe J-nek (11) alatti értékét és $e_b = x$ illetőleg $e_v = (h_1 - x)$-et helyettesitve, K_b és K_v igy irhatók:

$$K_b = \frac{1}{2}\, b\, x\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) = \frac{1}{2}\, \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) b \cdot h_1^2 = \frac{1}{2}\, \alpha\, \frac{3-\alpha}{3}\, b \cdot h_1^2 =$$

$$= \frac{1}{2}\, \frac{\alpha}{\beta}\, b \cdot h_1^2 = \delta .\, b .\, h_1^2 \tag{19}$$

$$K_v = \frac{b\, x\left(h_1 - \frac{x}{3}\right)}{2\, n\, (h_1 - x)} = \frac{\alpha^2 \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)}{2\, n\, (1 - \alpha)}\, b\, h_1^2 = \frac{1}{2}\, \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta}\, b .\, h_1^2 = \varepsilon .\, b .\, h_1^2 \tag{20}$$

A modulusok igy nyert kifejezése egészen hasonló a homogén derékszögü négyszög-keresztmetszet modulusát megadó $\frac{1}{6}\, b \cdot h^2$-hoz, az $\frac{1}{6}$ szorzó helyett a δ és ε együtthatók állanak. Ezek az együtthatók a vaspercent (μ) által meghatározott állandók; μ, δ, ε és γ összetartozó értékei az V. táblázatban vannak összefoglalva. E táblázat, melynek segitségével K_b és K_v modulusok egyszerüen kiszámithatók, egy újabb módját nyujtja az ellenőrzésnek; $\left(\sigma_b = \frac{M}{K_b} \text{ és } \sigma_v = \frac{M}{K_v}\right)$. Ez a számitásmód az eddig ismertetett eljárásokhoz képest azért járhat előnnyel, mert igy bármelyik igénybevétel közvetlenül kiszámitható anélkül, hogy előbb x et vagy a másik igénybevételt meg kellene határozni. A táblázatból az is közvetlenül megállapitható, hogy a két igénybevétel közül melyiket elég ellenőrizni. A táblázat ugyanis tartalmazza a μ-hoz tartozó $\frac{\sigma_b}{\sigma_v} = \gamma$ értéket, mely ha nagyobb, mint a *megengedett* igénybevételek viszonya, σ_b -t, ha kisebb, σ_v -t kell kimutatni. A modulusokkal az

$$\left.\begin{aligned} M &= K_b \cdot \sigma_b \\ \text{és}\quad M &= K_v \cdot \sigma_v \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

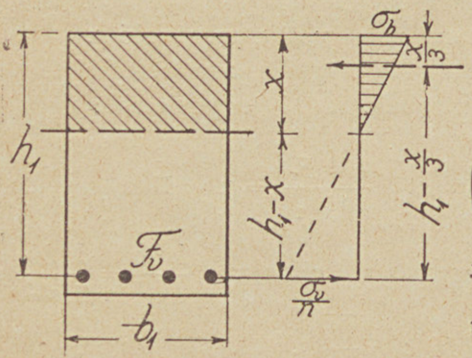
formulák alapján a keresztmetszet által felvehető legnagyobb nyomaték is meghatározható, ami szintén egy módja az ellenőrzésnek. Természetesen a két $K.\sigma$ szorzat közül a kisebb a mértékadó; aszerint, hogy γ nagyobb vagy kisebb, mint a megengedett igénybevételek $\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_v}\right)$ viszonya, vagy $K_b\ \sigma_b$ vagy $K_v\ \sigma_v$ adja a mértékadó nyomatékot.

9. §. Tervezés.

A keresztmetszet meghatározásához szükséges méretek száma három, a rendelkezésre álló összefüggéseké kettő: t. i. a σ_b és σ_v értékére vonatkozó az a két követelés, hogy egyenlők legyenek a megengedett értékkel. A feladat tehát határozatlan. Ha a keresztmetszetet meghatározó három méretnek b, h_1 és F_v -t tekintjük, a méretek közül egy (és pedig akármelyik) szabadon választható; ezáltal a feladat határozottá válik. Előfordulhat, hogy e méretek közül kettő előre meg van állapitva; ekkor a feladat túlhatározott, azaz a méretezési feltételek s a már meglevő méretek között általában ellenmondás van Ebben az esetben a méretezési feltételek közül egyet és pedig vagy a σ_b vagy a σ_v értékére vonatkozó követelést el kell ejteni, aszerint, hogy melyikre nézve áll fenn az ellenmondás A feladat leginkább a következő két alakban szokott előfordulni: a) a keresztmetszet szélessége, b, ismeretes (adott vagy felvett), b) a b szélesség mellett h_1 is ismeretes; foglalkozni fogunk azonban egy kevésbbé fontos harmadik esettel is: c) a keresztmetszet h_1 mérete ismeretes.

a) A b méret ismeretes.

A szélső feszültségeknek éppen el kell érniök a megengedett határt, ezáltal a feszültségi ábra alakja, a neutrális-tengely viszonylagos helyzete meg van határozva: $\frac{\sigma_b}{\sigma_v} = \frac{x}{n(h_1 - x)}$, ebből



5. ábra.

$$x = \frac{n\,.\,\sigma_b}{\sigma_v + n\,\sigma_b}\,h_1 \qquad (22)$$

és

$$\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) = \frac{3\,\sigma_v + 2\,n\,\sigma_b}{3\,(\sigma_v + n\,\sigma_b)}\,h_1 \qquad (23)$$

x-nek és $\left(h_1 - \frac{x}{3}\right)$-nak ezt az értékét a (12) egyenletbe helyettesitve:

$$\sigma_b = \frac{2M}{\frac{b \cdot n \cdot \sigma_b}{\sigma_v + n \cdot \sigma_b} h_1^2 \frac{3\sigma_v + 2n\sigma_b}{3(\sigma_v + n\sigma_b)}} \quad \text{és ebből}$$

$$h_1^2 = \frac{6(\sigma_v + n\sigma_b)^2}{n\sigma_b^2 (3\sigma_v + 2n\sigma_b)} \frac{M}{b},$$

$$h_1 = \frac{\sqrt{6}(\sigma_v + n\sigma_b)}{\sigma_b \sqrt{n(3\sigma_v + 2n\sigma_b)}} \sqrt{\frac{M}{b}} = 10\, c_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \qquad (24)$$

A (13) egyenletből $F_v = \dfrac{M}{\sigma_v\left(h_1 - \dfrac{x}{3}\right)}$; ez az egyenlet (23) és (24) egyenletek felhasználásával a következő alakra hozható:

$$F_v = \frac{3\sigma_b \sqrt{n}}{\sigma_v \sqrt{6(3\sigma_v + 2n\sigma_b)}} \sqrt{M \cdot b} = \frac{c_2}{10} \sqrt{M \cdot b} \qquad (25)$$

Lemezre nézve, melyre $b = 100$ cm, a (24) és (25) képletek igy alakulnak:

$$h_1 = c_1 \sqrt{M} \quad (26) \qquad \text{és} \qquad F_v = c_2 \sqrt{M} \quad (27)$$

A c_1 és c_2 szorzók a határigénybevételnk által meghatározott állandók; σ_b, σ_v és c_1, c_2 összetartozó értékei a VII. táblázatba vannak foglalva, melynck segitségével a négyszögü gerenda és lemez keresztmetszetének hiányzó két mérete a (24)—(27) képletekből egyszerüen meghatározható. E képletekbe M kg.cm-ben, b cm-ben helyettesitendő, az eredmény, h_1 és F_v, cm-ben és cm²-ben adódik.

E méretezési képletekhez egyszerübb úton is juthatunk. A határigénybevételek — mint láttuk — megszabnak egy bizonyos vaspercentet. A határigénybevételek viszonyának, γ-nak, megfelelő μ vaspercentet és β együtthatót az V. táblázat megadja, a méretezési feltételek által tehát μ és β meghatározottak. A (17) egyenletből:

$$F_v\, h_1 = \beta \frac{M}{\sigma_v} \quad \text{I, másrészt} \quad \frac{100\, F_v}{b \cdot h_1} = \mu \quad \text{II.}$$

Az I. és II. egyenleteket egymással elosztva: $\dfrac{h_1^2 b}{100} = \dfrac{\beta}{\mu} \dfrac{M}{\sigma_v}$

és ebből: $h_1 = 10 \sqrt{\dfrac{\beta}{\mu \cdot \sigma_v}} \sqrt{\dfrac{M}{b}} = 10\, c_1 \sqrt{\dfrac{M}{b}}$.

Az I. és II. egyenleteket egymással megszorozva: $\frac{100\,F_v^2}{b}=\frac{\beta\mu}{\sigma_v}M$

és ebből: $F_v=\frac{1}{10}\sqrt{\frac{\beta\mu}{\sigma_v}}\sqrt{M.b}=\frac{1}{10}c_2\sqrt{M.b}$.

A c együtthatóknak e második módon kapott értékeit viszonyba állitva, a következő egyszerü kapcsolatra jutunk:

$$\frac{c_2}{c_1}=\mu \quad (28)$$

h_1-et és F_v -t egyszerüen meghatározhatjuk az V. táblázat segitségével is a következőképpen: Konstatáljuk a megengedett igénybevételek $\frac{\sigma_b}{\sigma_v}=\gamma$ viszonyát és ehhez megkeressük a táblázatban a megfelelő δ vagy ε együtthatót. $\sigma_b=\frac{M}{K_b}=\frac{M}{\delta b h^2}$ és $\sigma_v=\frac{M}{K_v}=\frac{M}{\varepsilon . b h_1^2}$

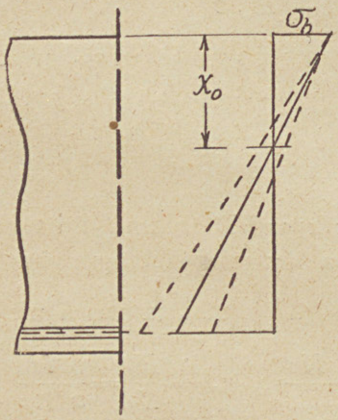
Ezen egyenlet alapján:

$$h_1=\sqrt{\frac{M}{\delta . b\,\sigma_b}} \quad (29) \text{ vagy } h_1=\sqrt{\frac{M}{\varepsilon .\, b\,\sigma_v}} \quad (30)$$

E képleteket valamelyikéből h_1-t meghatározván és az V. táblázatból a γ-nak megfelelő μ-t megállapitván, F_v -t is kiszámithatjuk: $F_v=\frac{\mu .\, b .\, h_1}{100}$. Minthogy a c_1 és c_2 együtthatók két változó (σ_b és σ_v) függvényei, igen terjedelmes táblázatra volna szükség, hogy a megengedett igénybevételeknek lehetőleg sok összetartozó értékpárjához megadjuk c_1 és c_2-t. A VII. táblázat σ_v -nak csak két értékére (1000 és 1200 kg/cm²) vonatkozik. Az V. táblázattal való tervezésnek ezzel szemben az az előnye, hogy a táblázati értékek a méretezési feltételeknek sokkal több esetére vonatkoznak, t. i. mindazokra az esetekre, melyekben a megengedett igénybevételeknek γ viszonya a táblázatot határoló 0·02093 és 0·06217 érték közé esik, egyszóval a gyakorlatban szóbajöhető összes esetekre.

b) A keresztmetszet külső méretei ismeretesek.

A tervezendő keresztmetszet méretei közül adottak b és h_1, ($h_1=h-a$). A feladat túlhatározott, F_v -t általában nem lehet ugy meghatározni, hogy mindkét anyag igénybevétele egyszerre érje el a megengedett határt. A feladat megoldása előtt a következő kérdésekre keresünk feleletet: Mekkora az az F_{v0} vaskeresztmetszet, melynek esetében a keresztmetszeten a szélső igénybevételek viszonya egyenlő a megengedett σ_b és σ_v viszonyával és mily nagy a b, h_1 F_{vo} méretü keresztmetszet által σ_b és σ_v egyidejü kihasználása mellett felvehető M_o nyomaték? F_{vo} meghatározásának egy módja a következő: A határigénybevételek γ_o viszonyához a vaspercentnek egy határozott értéke tartozik, μ_o, mely a VI. táblázatból vehető, (egyébként $\mu = \frac{50\,n\,\gamma^2}{1+n\,\gamma}$); ha μ_o ismert: $F_{vo} = \frac{\mu_o\, b\, h_1}{100}$



6. ábra.

Más úton: γ_o-hoz egy fix $\frac{x}{h_1} = \alpha_o$ viszony tartozik. α_o a VI. táblázatban található $\left(\text{egyébként } \alpha = \frac{n\,\gamma}{1+n\gamma}\right)$. — $x = \alpha_o h_1$;

minthogy $n\,F_{vo}(h_1 - x) = \frac{b\,x^2}{2}$, tehát $F_{vo} = \frac{b\,x^2}{2\,n\,(h_1 - x)} = \frac{\alpha_o{}^2}{2\,n\,(1-\alpha_o)} b h_1$.

M_o nyomaték szintén többféleképpen meghatározható: A (13) egyenlet alapján: $M_o = F_{vo}\,\sigma_v \left(h_1 - \frac{x}{3}\right)$, vagy egyszerübben, anélkül hogy előbb F_{vo} és x-et meghatároznók, a (24) egyenletből:

$$M_o = \frac{h_1{}^2}{100\,c_1{}^2}\, b \qquad (31)$$

Aszerint, hogy ez az M_o nyomaték nagyobb vagy kisebb mint az M hajlitónyomaték, melyre a keresztmetszetet méretezni kell, F_v meghatározása más- és másképpen történik:

1. $M_o > M$.

Ebben az esetben csak a vas lehet kihasználva. Ugyanis az M-hez tartozó F_v okvetlenül kisebb, mint F_{vo}, mely M_o -hoz tartozik s igy μ is kisebb μ_o -nál. Ebből viszont (l. 11. old.) következik, hogy a vas igénybevétele hamarabb éri el a megengedett határt, tehát a beton nem lehet kihasználva. Ezt közvetlenül a feszültségi ábrából is be lehet látni (6 ábra). Ha a szélső betonigénybevétel a megengedett σ_b volna, nem tudnók a nullatengely helyét kijelölni. Ugyanis, ha $x = \alpha_o\, h_1$, akkor a betonfeszültségeknek a vasszálak tengelyére vonatkozó nyomatéka M_o, tehát nagyobb M-nél; ha $x > \alpha_o\, h_1$, akkor a nyomófeszültségek nyomatéka méginkább nagyobb M-nél és végül ha $x < \alpha_o\, h_1$, σ_v túllépi a megengedett határt.

F_v meghatározása legegyszerübb az V. táblázat segitségével: $M = K_v\ \sigma_v = \varepsilon.\ b.\ h_1^2\ \sigma_v$; ebből az cgyenletből

$$\varepsilon = \frac{M}{\sigma_v\ b\ .\ h_1^2} \qquad (32)$$

ε-nek igy kiszámitott értékéhez a táblázatból kikeressük a megfelelő μ-t. $F_v = \frac{\mu\ b\ .\ h_1}{100}$. Más útja a tervezésnek a következő: A (24) egyenlet szerint $h_1 = 10\ c_1 \sqrt{\frac{M}{b}}$; ebben az egyenletben most c_1 az ismeretlen. A c_1-et meghatározó két határigénybevétel közül ugyanis csak σ_v ismeretes, σ_b -ről csak annyit tudunk, hogy kisebb a megengedettnél. A (24) egyenletből $c_1 = \frac{h_1}{10}\sqrt{\frac{b}{M}}$; c_1 nek ehhez az értékéhez a VII. táblázat megadja a megfelelő c_2-t, ami után $F_v = c_2 \sqrt{M\ .\ b}$. Egy harmadik módja F_v meghatározásának a következő közelitő eljárás: Felvesszük előre a belső-erők karját, $\left(h_1 - \frac{x}{3}\right) = h_o$ -t. A $h_o\ /\ h_1$ viszony ugyanis azalatt, amig a vaspercent, illetőleg a szélső igénybevételeknek a viszonya széles határok között változik, szinte állandó marad. (l. a IV. táblázat β oszlopát).— h_o a $0{\cdot}88\ h_1$ és $0{\cdot}91\ h_1$ határok között vehető fel. h_o felvétele után a (13) egyenlet alapján : $F_v = \frac{M}{h_o\ \sigma_v}$

2 $\qquad M_o < M$

Ebben az esetben σ_b éri el előbb a felső határt és *vas* nem lehet kihasználva; ez az előbbiekből önként következik. (Az M-hez tartozó F_v és μ okvetlen nagyobb, mint F_{vo} és μ_o , melyek M_o -nak felelnek meg). A tervezés legegyszerübb a következő uton:

$$M = K_b\ \sigma_b = \delta\ .\ b\ .\ h_1^2\ \sigma_b\ ,\ \text{tehát}$$

$$\delta = \frac{M}{b\ h_1^2\ \sigma_b} \qquad (33)$$

Az igy kiszámitott δ-hoz az V. táblázatban megkeressük μ-t és ezután $F_v = \frac{\mu\ b\ h_1}{100}$. F_v azonban közvetlenül is meghatározható. A nyomófeszültségeknek a vaskeresztmetszet súlyvonalára vonatkozó nyomatéka egyenlő a külső erők nyomatékával: $\frac{1}{2} b\, x\, \sigma_b \left(h_1 - \frac{x}{3}\right) = M$

és ebből $x = \frac{3 h_1}{2} - \sqrt{\frac{9 h_1^2}{4} - \frac{6 M}{b\, \sigma_b}}$; másrészt a (9) egyenlet szerint $x = \frac{n F_v}{b}\left(\sqrt{1 + \frac{2 b\, h_1}{n F_v}} - 1\right)$. x-nek e két értékét egyenlővé téve olyan egyenletet kapunk, melyben csak F_v ismeretlen; ebből az egyenletből

$$F_v = \frac{\frac{6 M}{\sigma_b} - \frac{9 b h_1^2}{2} + 3 b . h_1 \sqrt{\frac{9 h_1^2}{4} - \frac{6 M}{b\, \sigma_b}}}{h\, n - 2 n \sqrt{\frac{9 h_1^2}{4} - \frac{6 M}{b . \sigma_b}}} \qquad (34)$$

A feladatot azonban nem lehet az M hajlítónyomaték bármely értékére megoldani; ha ugyanis M eléri az $\frac{1}{3} b\, h^2\, \sigma_b$ értéket, a (34) képletből F_v végtelenre adódnék Ez az abszurd eredmény azt mutatja, hogy M-nek ennél az értéknél mindenesetre kisebbnek kell lennie. De ha M kisebb is, mint $\frac{1}{3} b\, h^2\, \sigma_b$, a feladat elméletileg helyes megoldása gyakorlatilag használhatatlan eredményre vezethet; ugyanis F_v oly nagyra adódhatik, hogy a vasbetétek a keresztmetszetbe az adott külsőméretek megtartásával nem helyezhetők el. Az V. táblázatból látható, hogy μ növekedése gyorsabb, mint a megfelelő δ együtthatóé, azaz a hajlítónyomaték növekedésének a szükséges F_v aránylag nagy növekedése felel meg. Használható eredményt csak akkor kapunk, ha M legfeljebb 25–30 százalékkal nagyobb M_0 -nál ellenkező esetben vagy meg kell változtatni a külső méreteket, vagy vasbetéteknek a nyomott övben való elhelyezésével is növelni kell a keresztmetszet modulusát. (l. 12. §.)

c) A keresztmetszet h_1 mérete ismeretes.

A hiányzó b és F_v méretek egyszerűen meghatározhatók a (24) és (25) képletek alapján: $b = \frac{100\, c_1^2}{h_1^2} M$ és $F_v = \frac{1}{10} c_2 \sqrt{M . b}$.

Az V. táblázat ennek a feladatnak a megoldására is használható. A határigénybevételeknek megfelelő μ-höz a táblázat megadja a hozzátartozó δ és ε együtthatót. b a következő két képlet akármelyikével számítható:

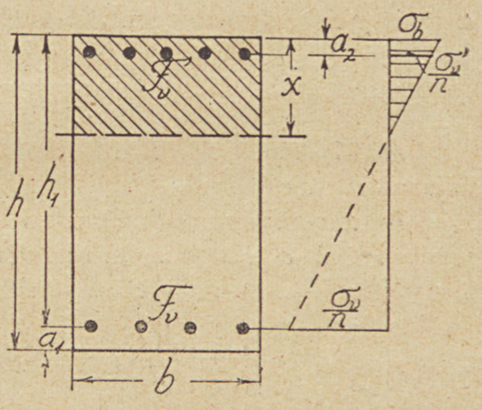
$b = \frac{M}{\delta\, h_1^2\, \sigma_b}$ és $b = \frac{M}{\varepsilon . h_1^2\, \sigma_v}$. b meghatározása után: $F_v = \frac{\mu\, b . h_1}{100}$

B) Derékszögü négyszög-keresztmetszet alsó és felső vasalással.

Gerenda és lemez.

10. §.

A keresztmetszet kétoldali vasalása két okból lehet szükséges; vagy azért, mert a külső méretek ugy vannak megszabva, hogy a keresztmetszet egyszerü vasalással a hajlitó-nyomatékot nem veheti fel, vagy azért, mert változó terhelések hatása alatt a keresztmetszeten különböző előjelü hajlitó-nyomatékok keletkezhetnek s igy hol az alsó, hol a felső részen lehet a húzott öv. A keresztmetszetnek a következő méretei fognak szerepelni a számitásban: b, h_1, a_2, F_v F_v'. F_v a húzott, F_v' a nyomott vasbetétek keresztmetszeti területe, h_1 a húzott, a_2 a nyomott vasbetétek súlyvonalának a nyomott széltől való távolsága (7. ábra)



7. ábra.

11. § Ellenőrzés.

Hogy a dolgozó keresztmetszet határozottá váljék, először meg kell állapitani a neutrális-tengely helyzetét például a nyomott széltől mért x távolsága által. Mint tudjuk, a neutrális-tengelyre vonatkozólag a dolgozó keresztmetszet sztatikai-nyomatéka zérus. Ha a húzott és a nyomott vasbetétek területét a szélekkel párhuzamos közös súlyvonalukban egyesitjük, melynek a nyomott széltől való távolsága h_1', akkor e nyomatéki egyenlet ugyanugy, t. i. a dolgozó betonterület és az n szeresen vett teljes vasterület nyomatékából irható fel, mint az egyszeresen vasalt keresztmetszeten (7. §) A kiindulás azonos lévén, a 7. §-ban megállapitott (9) és (10) képleteknek itt is állaniok kell, ha a bennük szereplő mennyiségeket helyesen értelmezzük. F_v helyébe ugyanis $(F_v + F_v')$, h_1 helyébe h_1'

kerül. Minthogy $h_1' = \frac{F_v . h_1 + F_v' a_2}{(F_v + F_v')}$, a (9) és (10) képlet igy alakulnak:

$$x = \frac{n (F_v + F_v')}{b} \left(\sqrt{1 + \frac{2 b (F_v . h_1 + F_v' a_2)}{n (F_v + F_v')^2}} - 1 \right) \quad (35)$$

és

$$x = \alpha h_1' = \alpha \frac{F_v . h_1 + F_v' a_2}{F_v + F_v'} \quad (36)$$

α itt is μ nek, a vaspercentnek a függvénye, itt azonban

$$\mu = \frac{F_v + F_v'}{100 b h_1'} \quad (37)$$

A (37) képlet szerint számitott μ-hoz tartozó α-t a III. táblázat adja meg.

Az x távolság meghatározása után akár a legnagyobb betonigénybevétel, σ_b, akár a húzott vasban keletkező feszültség, σ_v kiszámitható a (8) képletekből, melyek szerint:

$$\sigma_b = \frac{Mx}{J} \quad \text{és} \quad \sigma_v = \frac{n M (h_1 - x)}{J}$$

E képletekben szereplő

$$J = \frac{1}{3} b x^3 + n F_v (h_1 - x)^2 + n F_v' (x - a_2)^2 \quad (38)$$

Ha az egyik igénybevétel megvan, a másik természetesen a (14) képletből is számitható. A fentitől formában eltérő, de természetesen vele azonos értéket kapunk σ_b -re abból az összefüggésből, mely szerint a nyomófeszültségeknek a húzott vaskeresztmetszet súlyvonalára vonatkozó nyomatékösszege egyenlő a hajlitónyomatékkal:

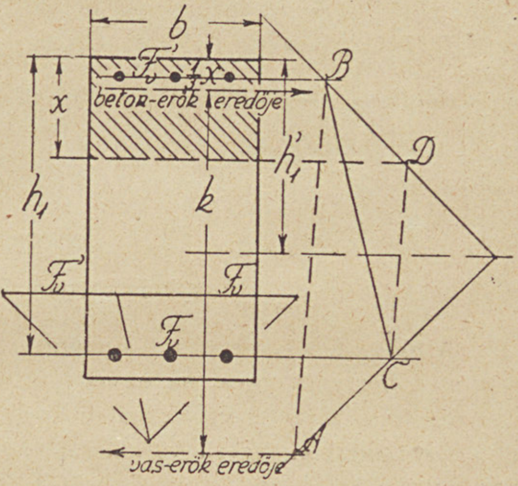
$$\frac{1}{2} b . x . \sigma_b \left(h_1 - \frac{x}{3} \right) + F_v' \sigma_v' (h_1 - a_2) = M .$$

A nyomott vasban keletkező igénybevétel: $\sigma_v' = n \sigma_b (x - a_2)$ (l. 7. ábra). σ_v' ezen értékének lehelyettesitése után az egyenlet σ_b -re megoldható:

$$\sigma_b = \frac{M}{\frac{1}{2} b x \left(h_1 - \frac{x}{3} \right) + \frac{n (x - a_2)}{x} F_v' (h - a_2)} \quad (39)$$

A nyomott vas igénybevételét (σ_v'-t) nem szükséges kimutatni. Az alul felül egyenlően (szimmetrikusan) vasalt keresztmetszetet, melyre nézve egyszerüsitések adódnak, külön fogjuk tárgyalni. (l. 14. §.)

Az ellenőrzés kevesebb munkába kerül, ha a számitó eljárást szerkesztéssel kombináljuk a következő módon: (8. ábra). F_v és F_v' területekkel arányos erőkre kötélpoligont szerkesztünk; ez a poligon egyrészt megadja a kétféle vasbetét közös súlyvonalát, másrészt (az egymással párhuzamos $\overline{AB}$ és $\overline{CD}$ egyenesek berajzolása után) a kétféle vasfeszültségek eredőjének a helyét. Elmarad tehát $h_1' = \dfrac{F_v\, h_1 + F'\, a_2}{F_v + F_v'}$ számitása és közvetlenül lemérhető a betonfeszültségek eredőjének és a vasfeszültségek eredőjének egymástól való távolsága: k. Ha h_1'-et lemértük, x-et vagy az

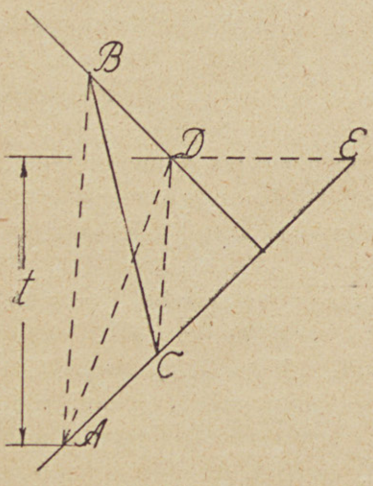


8 ábra.

$$x = \frac{n\,(F_v + F_v')}{b}\left(\sqrt{1 + \frac{2\,b\,h_1'}{n\,(F_v + F_v')}} - 1\right),$$ vagy az $x = \alpha\, h_1'$

képletből kiszámitjuk. A betonfeszültség eredőjének — $\left(\frac{1}{2}\, b\; x\; \sigma_b\right)$-nek — a vasfeszültségek eredőjére vonatkozó nyomatéka M lévén:

$$\sigma_b = \frac{2\,M}{b\; x\; k} \qquad (40)$$



9. ábra.

A vasfeszültségek eredőjének helyére vonatkozó szerkesztés helyessége még bizonyitásra szorul. (9. ábra). Az eredőnek a neutrális-tengelytől va'ó távolsága, (minthogy a feszültség a vasszálakban a tengelytől való távolságukkal arányos),

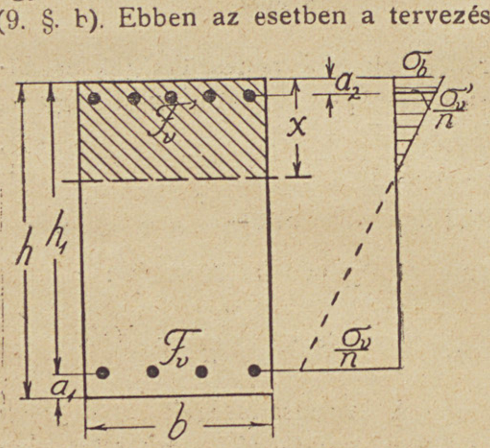
$$t = \frac{J_v}{S_v}$$

S_v, mely a vasterületeknek a neutrális tengelyre vonatkozó sztatikanyomatéka, $\overline{DE}$ hosszal arányos: $S_v = c. \overline{DE}$; J_v pedig, mely a vasterületeknek a neutrális-tengelyre vonatkozó inercianyomatéka, arányos a $BCED$ négyszög területével az arányossági szorzó $2c$. Az ADE háromszög az $\overline{AB}$ és $\overline{CD}$ egyenesek párhuzamossága következtében a négyszöggel egyenlő. Tehát $J_v = 2c \frac{t\,\overline{DE}}{2}$ és $\frac{J_v}{S_v}$ valóban egyenlő t-vel.

12. §. Tervezés.

(**Egy** hajlitónyomatékra.)

Alsó és felső vasalás — mint emlitettük (10 §.) — kétféle esetben lehet szükséges. Az egyik az az eset, melyben a keresztmetszet külső méretei ugy vannak korlátozva, hogy az a szükséges hajlitóellenállást egyszerü vasalással vagy egyáltalán nem vagy csak ugy fejtheti ki, hogy σ_v nem éri el a megengedett felső határt (9. §. b). Ebben az esetben a tervezés kérdése rendszerint a következő alakban merül fel: Adva van a keresztmetszet magassága, szélessége és adva van a súlyvonalak helyzetével a kétféle vasalás helye (10. ábra); ismeretesek tehát a számitásba jövő méretek közül b, h_1 és a_2. Meghatározandó a vasalás (t. i. F_v és F_v' területek) abból a feltételből, hogy az M hajlitónyomatékból keletkező szélső feszültségek (σ_b és σ_v) éppen elérjék a megengedett határt. Minthogy az ismeretlenek száma és a feltételi egyenletek száma is kettő, a feladat *határozott.*



10. ábra.

Kiindulásunk szerint az adott h_1 magasság kisebb, mint az, amely az adott határigénybevételek és b méret mellett a (24) képletből kiadódik; vagy ami ugyanazt jelenti: $M > M_o$, mely M_o a (31) egyenletből számitható és azt a hajlitónyomatékot jelenti, melyet a keresztmetszet b, h_1 méretekkel és egyszerü vasalással a vas- és a beton egyidejü kihasználása mellett felvehet. Az M nyomatékra méretezett kétszer-vasalt és az M_o-ra tervezett egyszerüen vasalt keresztmetszeten a nulla-tengely helyzete ugyanaz, minthogy a szélső igénybevételek ugyanazok: $x = \dfrac{n\,\sigma_b}{\sigma_v + n\,\sigma_b} h_1 = \alpha_o h_1$, α_o értéke a VI. táblázatból vehető.

A feladat egyik megoldására a következő gondolatmenettel juthatunk: A már megtervezett keresztmetszet dolgozó részét két részre bontjuk. Az első rész áll: a nyomott beton területéből és a húzott vasbetét területének abból az F_{vo} részéből, mely az M_o nyomatékhoz tartozó vasterületet jelenti; a dolgozó keresztmetszetnek ez a része felveheti az M_o nyomatékot a feltételeknek megfelelő igénybevételekkel.

$$F_{vo} = \frac{c_2}{10}\sqrt{M_o b} = \frac{c_2}{10}\sqrt{\frac{h_1 \cdot b}{100\,c_1^2}\,b} \quad \text{(a (31) egyenlet alapján)}$$

$$F_{vo} = \frac{c_2}{100\,c_1} h_1 b \qquad (41)$$

A keresztmetszet hátralevő része tehát, mely $F_v - F_{vo} = F_{v1}$ és F_v' vasterületekből áll, az M_o-n felül még megmaradó $M - M_o$ nyomatékot veheti fel a méretezési feltételeknek megfelelő módon, azaz a húzott vasban σ_v és a nyomott vasban σ_v' igénybevétellel (l. 10. ábra). A két részre osztott dolgozó keresztmetszet első részén a nulla-tengely (súlyvonal) ugyanaz, mint a teljes dolgozó keresztmetszeten, ennélfogva az F_{v1} és F_v'-ből álló második részen is ugyanez az egyenes a súlyvonal. Tehát $F_{v1}(h_1 - x) = F_v'(x \quad a_2)$ és

$$F_v' = F_{v1} \frac{h_1 - x}{x - a_2} \qquad (42)$$

Abból viszont, hogy az F_v, F_v' területekből álló keresztmetszet az $(M - M_o)$ nyomatékot veheti fel, az következik, hogy

$$\sigma_v F_{v1} (h_1 - a_2) = M - M_o \text{ és}$$

$$F_{v1} = \frac{M - M_o}{(h_1 - a_2)\,\sigma_v} \qquad (43)$$

A tervezés útja tehát a következő lépésekből áll:

1. $$M_o = \frac{h_1^2}{100\,c_1^2} b \qquad (31)$$

2. $$F_{vo} = \frac{c_2}{100\,c_1} b\,h_1 = \frac{\mu_o}{100} b\,h_1 \qquad (41)$$

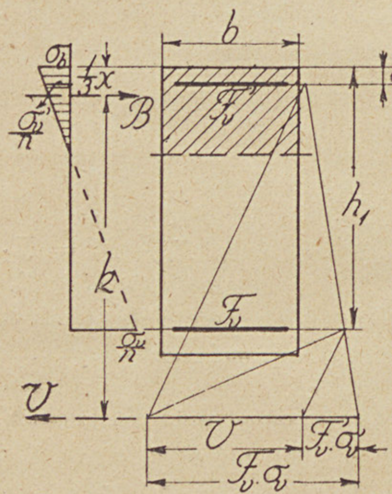
3. $$F_{v1} = \frac{M - M_o}{(h_1 - a_2)\,\sigma_v} \qquad (43)$$

4. $F_v = F_{vo} + F_{v1}$

5 $x = \alpha_o h_1 = \dfrac{n \sigma_b}{\sigma_v + n \sigma_b} h_1$

6. $F_v' = F_{v1} \dfrac{h_1 - x}{x - a_2}$ (42)

A feladatnak egy *második* megoldásához juthatunk a következő úton.— $x = \alpha_o h_1$ meghatározása után ismertté válik a beton dolgozó területe; az e területen keletkező nyomófeszültségek eredője:



11. ábra.

$$B = \frac{1}{2} b x . \sigma_b$$

A B eredő egyenese a beton nyomott szélétől $\frac{x}{3}$ távolban metszi a keresztmetszetet (11. ábra). A húzott és nyomott vasbetétekben keletkező feszültségek eredője: $V = - B$, mivel a belső erők eredője erőpár. A V és B eredők egymástól való távolsága, minthogy a belső erőpár nyomatéka egyenlő a hajlitónyomatékkal,

$$k = \frac{M}{B} = \frac{2 M}{b x \sigma_b} \quad (44)$$

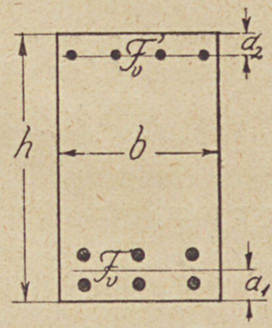
A k távolság meghatározza a V eredő helyzetét; V-t két komponensre bontva, megkapjuk a húzott ill. nyomott vasbetétekben müködő $F_v . \sigma_v$ ill $F_v' \sigma_v'$ erőket, ezekből pedig minthogy σ_v és σ_v' ismertek $\left(\sigma_v' = \sigma_v \dfrac{x - a_2}{h_1 - x} \right)$, F_v és F_v' kiszámithatók. V-nek két komponensre-bontását szerkesztéssel is (11. ábra) végezhetjük. Ha F_v, σ_v és $F_v' \sigma_v'$-t analitikusan határozzuk meg, F_v és F_v' értékére a következő kifejezéseket vezethetjük le:

$$F_v = \frac{M + \frac{1}{6} b x.^2 \sigma_b - \frac{1}{2} b. x. a_2 \sigma_b}{\sigma_v (h_1 - a_2)} \quad (45)$$

$$F_v' = \frac{M + \frac{1}{6} b x^2 \sigma_b - \frac{1}{2} b \; x \; h_1 \sigma_b}{\sigma_v (x - a_2) (h_1 - a_2)} (h_1 - x) \quad (46)$$

13. § Tervezés két különböző előjelü hajlitónyomatékra.

A feladatot csak olyan keresztmetszetre nézve oldjuk meg, melynek méretei közül csak a vasbetétek területe ismeretlen. A mértékadó (egymással ellentétes előjelü) nyomatékokat M és M'-vel jelöljük, a vasterületek jele F_v és F_v'; megállapodunk abban, hogy F_v (illetőleg F_v') alatt annak a vasalásnak a területét fogjuk érteni, melyben az M (illetőleg M') hajlitónyomaték hatása alatt keletkezik huzóigénybevétel. Azt az M mel egyértelmü hajlitó-nyomatékot, melyet a keresztmetszet egyszerü vasalással és két anyag egyidejü kihasználása mellett felvehet, M_0-nak, az M'-vel egyező előjelü hasonlóan definiált hajlitó-nyomatékot M_0'-nak nevezzük. M_0 és M_0' általában nem egyenlők, minthogy az a_1 és a_2 méretek egymástól eltérők lehetnek (12. ábra). Ha arra törekednénk, hogy mind az M, mind az M' hajlitó-nyomaték hatása alatt a beton és a húzott-vas igénybevétele éppen elérje a megengedett határt, a méretezési feltételek száma *négy* volna; ezzel szemben az ismeretlenek száma csak *kettő*: F_v és F_v'. Hogy a feladat megoldható legyen, a feltételek közül kettőt el kell ejteni; hogy melyik kettőt, az esetenként változik.



12. ábra.

A feladat megoldásához szükséges egyenletek egyszerüen felirhatók ugyan, azonban az egyenletrendszer megoldása olyan nehézséggel jár, hogy a mathematikailag teljesen szabatos számitás helyett beérjük közelitő megoldással. Föltételezzük ugyanis, hogy a húzott vas igénybevételére a nyomott öv vasalásának változtatása nincs befolyással; ez a föltevés elég közel jár a valósághoz, mert a nyomott vasbetétek súlyvonala rendszerint közel esik a betonfeszültségek eredőjéhez (a_2 és $\frac{x}{3}$ között nincs nagy eltérés) s igy a nyomott vas területének megváltozása kevéssé befolyásolja a nyomófeszültségek eredőjének a helyzetét, illetőleg a belső-erők karját. A méretezés útja aszerint változik, hogy M illetőleg M' kisebb vagy nagyobb-e, mint M_0 illetőleg M_0'. A következő négy esetet kell megkülönböztetni.

a) $M \leq M_0$ és $M' \leq M'_0$

Ebben az esetben a méretezési feltételek közül a beton kihasználására vonatkozó két követelést el kell ejtenünk, csupán arról le het szó, hogy M nyomaték esetében F_v, M' esetében F_v' területen, tehát mindig a húzott vasbetétben, az igénybevétel elérje a megengedett határt. Ezt a két követelést elég pontosan kielégitjük, ha F_v-t pusztán M, F_v'-t pedig pusztán M' alapján, mint adott magasságu és szélességü keresztmetszet egyszerü vasalását határozzuk meg. (9. §. b.)

b) $M > M_0$ és $M' \leqq M'_0$

A feladat (közelitő) megoldása ez esetben a következő. Meghatározzuk F_v és F_v' értékét az M nyomaték alapján (12. §) és meghatározzuk F_v' t az M' nyomatékból is, mint az a) esetben. F_v'-re tehát két érték adódik, melyek közül a nagyobbat választjuk. Ha az M-ből számitott F_v' nagyobb, akkor tulajdonképpen az M' nyomaték nem is mértékadó és a méretezés mind a két anyag kihasználásával *egy* nyomatékra, M-re történt. Ha az M'-ből számitott F_v' a nagyobb, a beton nem lehet kihasználva, azonban mindkét nyomaték esetén a húzott vas igénybevétele megközeliti a felső határt.

c) $M \leqq M_0$ és $M' > M_0'$

Ez az eset lényegében azonos az előzővel, csupán a jelölésben van különbség.

d) $M > M_0$ és $M' > M_0'$.

Ebben az esetben a méretezést külön az egyik és külön a másik nyomatékra elvégezve, mind a két vasterületre két-két értéket kapunk; két-két érték közül a nagyobbik a mértékadó. Ha F_v és F_v'-re ily módon választott értékek ugyanahhoz a nyomatékhoz tartoznak, akkor voltaképpen csak ez a nyomaték mértékadó; ha F_v-re M és F_v'-re M' adja a nagyobb értéket, a húzott vas igénybevétele mindkét nyomaték hatása alatt megközeliti a megengedett határt, a beton pedig egyik esetben sem lehet kihasználva. Ha azonban F_v-re M' és F_v'-re M adja a mértékadó értéket, a húzott vas kihasználására vonatkozó két kikötést kell elejteni; ekkor e közelitő eljárás rendszerint F_v és F_v' értéket annyival nagyobbra adja az éppen szükségesnél, hogy a beton igénybevétele nem közeliti olyan jól meg a megengedett határt, mint a húzott vas igénybevétele az előbbi esetekben.

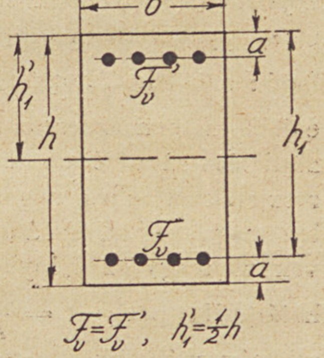
14. §. Alul-felül vasalt keresztmetszet szimmetrikus vasalással.

Az alul felül vasalt keresztmetszetnek ebben a speciális esetében az *ellenőrzés*hez szükséges számitások (11. §) némileg egyszerüsülnek. Ugyanis $F_v = F_v'$ és $a_1 = a_2 = a$ lévén, $h_1' = \frac{h}{2}$, tehát

$$x = \frac{2\,n\,F_v}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{b\,h}{2\,n\,F_v}} - 1\right] \tag{47}$$

$$\text{és} \quad J = \frac{1}{3}\,b\,x^3 + n\,F_v\,(h^2 + 2\,a^2 + 2\,x^2 - 2\,a\,h - 2\,x\,h) \tag{48}$$

Szimmetrikus vasalásu keresztmetszet *tervezése* akkor indokolt, ha a keresztmetszethez tartozó hajlitónyomatéknak két olyan szélső értéke lehetséges, melyek egymástól csak előjelben különböznek. (Pl. medencék választófala). Ha a keresztmetszetet ugy akarjuk méretezni, hogy a beton és vas ki legyen használva, nem lehet a keresztmetszet külső méreteit (h és b) és vasak helyzetét megadó a távolságot (13 ábra) előre felvenni, mert a vasalás *egy* mérettel (F-vel) meg van határozva és igy ismeretlen csak *egy* vo'na, holott a feltételi egyenletek száma *kettő*. (T. i. σ_b is, σ_v is egyenlő a megengedett határértékkel.) A méretek közül tehát csak kettőt lehet előre felvenni.



13. ábra.

A (45) és (46) egyenletek megadják egy adott hajlitónyomatékhoz és adott határigénybevételekhez az F_v és F_v' területeket b, h_1 és a_2 függvényében. Ezeket az egyenleteket a most tárgyalt esetre alkalmazva, F_v' helyett F_v-t és a_2 helyett a-t kell irnunk; x pedig $\alpha_0\,h_1$-gyel helyettesithető. (α_0 a határigénybevételek által megszabott érték, l. VI. táblázat.) E helyettesítés után a két egyenlet alkotta egyenletrendszerben a következő méretek fordulnak elő: h_1, F_v, b és a. Ha ezek közül b és a-t felvesszük, F_v és h_1 meghatározható; ez a felvétel azonban nem célszerü, mert harmadfoku egyenletre vezet. Egyszerübben jutunk eredményhez, ha b-n kivül nem a-t, hanem az $\frac{a}{h_1}$ viszonyt vesszük fel előre.

Ha $\frac{a}{h_1} = \frac{1}{10}$, akkor az egyenletrendszer gyökei

$$h_1 = \sqrt{\frac{60\,(11 - 20\,\alpha_0)}{\alpha_0\,(200\,\alpha_0^2 - 440\,\alpha_0 + 303)\,\sigma_b}}\,\sqrt{\frac{M}{b}} = 10\,d_1\sqrt{\frac{M}{b}} \tag{49}$$

$$F_v = \sqrt{\frac{20\,\alpha_0^3}{3\,(11 - 20\alpha_0)(200\alpha_0^2 - 440\alpha_0 + 303)\,\sigma_b}}\,\sqrt{M.b} = \frac{1}{10}d_2\sqrt{M.b} \tag{50}$$

Ha $b = 100$ cm, tehát lemezre vonatkozólag:

$$h_1 = d_1 \sqrt{M} \qquad (51)$$

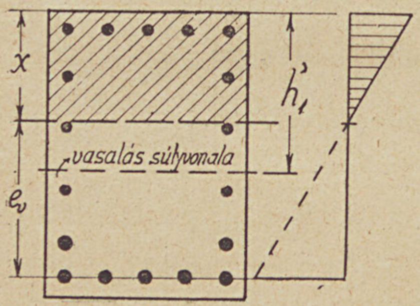
$$F_v = d_2 \sqrt{M} \qquad (52)$$

E képletekben szereplő mennyiségek kg-ban és cm-ben fejezendők ki.

A d_1 és d_2 együtthatók csupán a megengedett igénybevételektől függnek; σ_b, σ_v és d_1, d_2 összetartozó értékeit a VIII. táblázat adja meg. Megeshetik, hogy a (49) és (50) képletekből kapott eredmény gyakorlati (t. i. a vasak elhelyezése) szempontjából kifogásolható: t. i. lehet, hogy az $a = \frac{h_1}{10}$ érték túl kicsi vagy túl nagy. Az előbbi esetben az eredményt ugy korrigáljuk, hogy a két vas-sor közötti távolságot érintetlenül hagyva, az a távolságot és ezzel a keresztmetszet teljes magasságát a szükséges mértékben mindkét szélen megnöveljük, emiáltal a keresztmetszet modulusa némileg növekszik s igy az igénybevételek nem érik el egészen a megengedett határt. Ha pedig $a = \frac{h_1}{10}$ nagyobb — például Δa-val — az éppen szükségesnél, akkor a teljes h magasságot Δa-val csökkentjük, viszont a két vas-sor közötti távolságot Δa-val növeljük. Igy a h_1 magasság változatlan marad. A vas-sorok közötti távolság nagyobbodása következtében a keresztmetszeti-modulus ez esetben is valamivel nagyobb lesz az éppen szükségesnél.

C) Derékszögü négyszög-keresztmetszet többszörös vasalással.

15. §. Ellenőrzés.



14. ábra.

A derékszögü négyszög-keresztmetszetnek e legáltalánosabb esetében a vasalás a keresztmetszetben tetszőleges elosztásu, de a hajlitás síkjára vonatkozólag szimmetrikus. Legyen a vas-területek összege ΣF_v és e területek közös súlypontjának a nyomott-széltől való távolsága: h_1'. A (9) egyenlet alapján a nulla-tengelynek a nyomott-széltől való távolsága:

$$x = \frac{n.\Sigma F_v}{b}\left(\sqrt{1+\frac{2\,b\,h_1'}{n\,\Sigma F_v}}-1\right) \qquad (53)$$

A szélső igénybevételek a (8) egyenletekből számithatók:

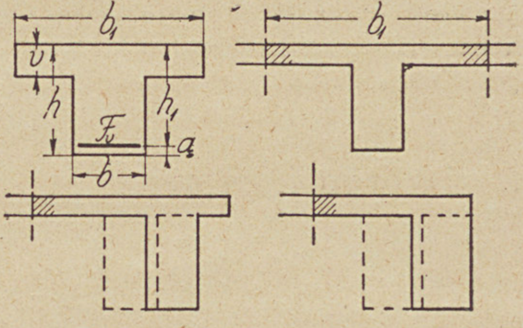
$$\sigma_b = \frac{M.\,x}{J} \quad \text{és} \quad \sigma_v = \frac{n.\,M\,e_v}{J}$$

J a dolgozó keresztmetszetnek a neutrális-tengelyre vonatkozó inercianyomatéka, tehát a nyomott beton-terület és az n-szeresen számitott vasterületek inercianyomatékának összege. e_v a neutrális-tengelytől legtávolabb eső húzott vasbetét súlypontjának a tengelytől való távolsága. Ilyen keresztmetszetek tervezése, tekintve, hogy a méretek száma jóval több a feltételi egyenletek maximális számánál, kettőnél, sokszorosan határozatlan feladat.

D) T keresztmetszet egyszerü vasalással.

16. §.

A vasbeton hajlitott-tartónak ez a tipikus keresztmetszete (15. ábra). A T szárát (függőleges részét) bordának, a fejét (vizszintes részét) lemeznek nevezzük. A leggyakoribb esetben, t. i. a bordás-lemezfödém gerendáinak a keresztmetszetén, a T alakhoz úgy jutunk, hogy a lemezből egy részt, melynek szélességét, b_1-et, empirikus szabályok állapitják meg, a bordával együttdolgozónak tekintünk.*) A keresztmetszet vizsgálatát természetesen az nem befolyásolja, hogy b_1 képzelt méret vagy egy valóban elhatárolt lemez szélessége-e. A vizsgálat szigoruan véve csak szimmetrikus keresztmetszetre vonatkozik ugyan, de reudszerint azokon a keresztmetszeteken is, melyeknél a borda és lemez függőleges szimmetria-tengelye nem esik egybe, elfogadjuk érvényesnek a szimmetrikus keresztmetszetre meg-

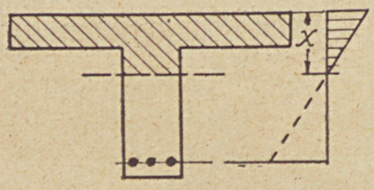


15. ábra.

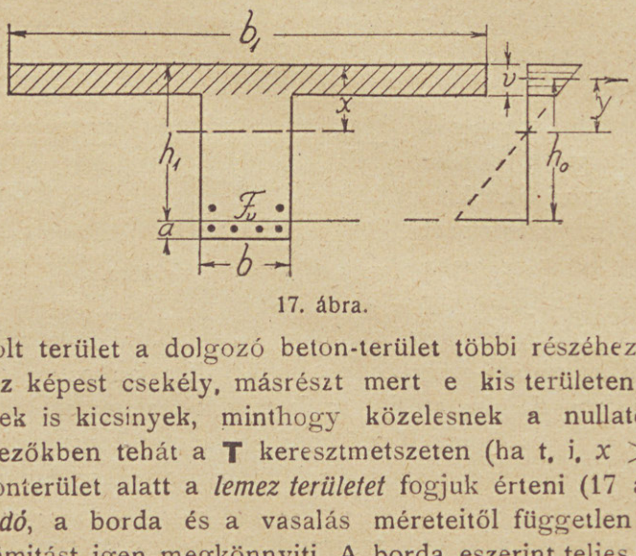
*) A magyar szabályzat szerint b_1 a következő négy méret közül a legkisebbel veendő egyenlőre: a gerenda nyilásának harmada, a szomszédos gerendák tengelytávolsága, továbbá $5\,h$ és és $16\,v$. A német szabályzat szerint a következő méretek közül kell a legkisebbet választani: $4\,h$, $8\,b$, $16\,v$ és a gerendák tengelytávolsága.

állapitandó összefüggéseket. A keresztmetszet meghatározásához szükséges méretek (15 ábra) h, $h_1 = (h-a)$, v, b_1 b és F_v.

Amidőn a keresztmetszet vizsgálata *egy* hajlitó-nyomatékra vonatkozik, feltételezzük, hogy e nyomaték olyan értelmü, hogy belőle a keresztmetszet (felső) lemez-részén keletkezik nyomóigénybevétel Ezzel ellenkező értelmü nyomaték esetén a lemez a nem-dolgozó, tehát a számitás szempontjából nem-létező betonterülethez tartoznék s igy b szélességü négyszög-keresztmetszettel volna dolgunk. Azonban nemcsak ekkor tekintendő a **T** keresztmetszet derékszögü négyszögnek, hanem akkor is, ha a lemez a nyomott oldalon van, de a neutrális-tengelynek a nyomott szélétől való távolsága $x < v$; ebben az esetben a négyszögnek b_1 a szélességi mérete. A derékszögü négyszöghöz képest uj esettel, szorosan vett **T** keresztmetszettel tehát csak akkor van dolgunk, ha $x > v$ azaz ha a neutrális-tengely a *bordába* metsz. Ebben az esetben a dolgozó betonkeresztmetszet a 16. ábrán sraffozással jelzett terület; azonban a számitás megegyszerüsitése végett e területnek a bordára eső részét (helyesebben azt, hogy e területrészen is keletkeznek belső-erők) nem fogjuk figyelembe venni. Ezzel rendszerint csak lényegtelen hibát követünk el, egyrészt mert az



16 ábra.



17. ábra.

elhanyagolt terület a dolgozó beton-terület többi részéhez, a lemez területéhez képest csekély, másrészt mert e kis területen keletkező feszültségek is kicsinyek, minthogy közelesnek a nullatengelyhez. A következőkben tehát a **T** keresztmetszeten (ha t. i. $x > v$) a dolgozó betonterület alatt a *lemez területet* fogjuk érteni (17 ábra), azaz egy *állandó*, a borda és a vasalás méreteitől független területet, ami a számitást igen megkönnyiti. A borda eszerint teljes egészében „nem-dolgozó" terület s a b méret be sem kerül a számitásba.

Az emlitett közelitő felvétel mellett rendszerint még egy közelitéssel szoktunk élni: a nyomóerők eredőjének helyét a nyomott széltől $\frac{v}{2}$ távolban vesszük fel, mintha a lemezen az igénybevétel egyenletesen oszlanék meg. Ennek megfelelően a belső erők karja,

$$h_0 = h_1 - \frac{v}{2} \tag{54}$$

A nyomó-erők eredőjének mint a 17. ábra szerinti feszültségi trapéz súlyvonalának, a nyomott széltől való pontos távolsága $\frac{v}{2}$ és $\frac{v}{3}$ közé esik, a neutrális-tengelytől mért távolsága pedig

$$y = x - \frac{v}{2} + \frac{v^2}{6(2x - v)} \tag{55}$$

és
$$h_0 = h_1 - x + y = h_1 - \frac{v}{2} + \frac{v^2}{6(2x - v)} \tag{56}$$

A belső-erők karjának ez utóbbi pontosabb értéke valamivel nagyobb az (54) szerinti közelitő értéknél.

17. §. Ellenőrzés.

Mint emlitettük, szorosabb ér elemben vett **T** keresztmetszetről csak akkor van szó, ha $x > v$. Minthogy a neutrális-tengelyre vonatkozólag a nyomott-öv sztatikai nyomatéka nagyságra egyenlő az n-szeres vasterület sztatikai nyomatékával, tehát kell, hogy $\frac{1}{2} b v^2 < n F_v (h_1 - v)$. Ellenkező esetben $x < v$ és az alábbiak helyett a 7. § ban mondottak érvényesek.

Ha az igénybevétel kimutatásához a hajlitás általános képletéből (8) akarunk kiindulni, először is a neutrális-tengely helyzetét kell meghatározni:

$$b\,v\left(x - \frac{v}{2}\right) = n F_v (h_1 - x); \quad \text{ebből}$$

$$x = \frac{b_1 v^2 + 2 n F_v h_1}{2 b v + 2 n F_v} \tag{57}$$

Az (57) egyenlet mindkét oldalából $\frac{v}{2}$-t levonva, a következő eredményre jutunk:

$$x - \frac{v}{2} = \frac{\frac{n F_v}{b v}}{1 + \frac{n F_v}{b v}}\left(h_1 - \frac{v}{2}\right) = \frac{n \frac{100 F_v}{b v}}{100 + n \frac{100 F_v}{b_1 v}}\left(h_1 - \frac{v}{2}\right) = \mu \left(h_1 - \frac{v}{2}\right)$$

$\frac{100 F_v}{b . v} = \psi$ a vasterületnek a nyomott öv területre vonatkozó percentszáma, μ tehát csak az igy értelmezett vaspercent-számnak a függvénye. ψ és μ összetartozó értékeit a IX. táblázat tartalmazza, melynek segitségével x gyorsabban számitható, mint az (57) egyenletből. Ugyanis

$$x = \mu \left(h_1 - \frac{v}{2}\right) + \frac{v}{2} \tag{58}$$

A neutrális-tengelyre vonatkozó inercia nyomaték:

$J = n F_v (h_1 - x)^2 + b_1 v \left(x - \frac{v}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} b_1 v^3$; $b v \left(x - \frac{v}{2}\right)$ helyébe a vele egyenlő $n F_v (h_1 - x)$-et helyettesithetjük s igy

$$J = n F_v (h_1 - x)\left(h_1 - \frac{v}{2}\right) + \frac{1}{12} b_1 v^3 \tag{59}$$

továbbá
$$J = n F_v (h_1 - x)\left[h_1 - \frac{v}{2} + \frac{v^2}{6(2x - v)}\right] \tag{60}$$

Ha σ_v (8) alatti képletébe J-t az (59) alatti formájában helyettesitjük, de $\frac{1}{12} b v^3$-t, mint aránylag kis mennyiséget, elhanyagoljuk a következő közelitő formulához jutunk:

$$\sigma_v = \frac{M . n (h_1 - x)}{J} = \frac{M}{F_v \left(h_1 - \frac{v}{2}\right)} \tag{61}$$

σ_v-nek pontosabb értéke a (60) egyenletből vett J alapján

$$\sigma_v = \frac{M}{F_v \left(h_1 - \frac{v}{2} + \frac{v^2}{6(2x - v)}\right)} \tag{62}$$

Ugyanerre az eredményre egyszerübben is juthatunk: A belső-erők és külső-erők erőpárjának egyenlősége értelmében $(F_v \sigma_v) h_o = M$ és $\sigma_v = \frac{M}{F_v h_o}$. Ez utóbbi egyenletbe h_o-nak (54) alatti közelitő illetőleg (56) alatti pontos értékét helyettesítve, közvetlenül megkapjuk a (61) illetőleg (62) egyenleteket. A vasigénybevétel meghatározása után

$$\sigma_b = \frac{\sigma_v\, x}{n\,(h_1 - x)} \qquad (14)$$

A pontosabb (62) képlet σ_v t valamivel kisebbre adja, mint a közelitő (61), a közelitő képlettel dolgozva tehát kedvezőtlenebb eredményt kapunk. Rendszerint megelégszünk a közelitő pontossággal.

18. §. Tervezés.

A feladatot azokra az esetekre való tekintettel fogjuk tárgyalni, amelyek a bordáslemez-födém gerendájának méretezésekor felmerülhetnek. E födémből először a lemezt tervezzük meg s igy a gerenda méretezésekor a **T** keresztmetszet nyomott övének v mérete már ismeretes. (15. és 16. ábra). A borda szélességét, b-t, mely a hajlitás esetére vonatkozó számitásokban közvetlenül nem szerepel, előre felvesszük.*) A még hátralevő méretek (b_1, h_1 és F_v) közül kettőt kellene ismeretlennek tekinteni, ha a méretezés azzal a kikötéssel történik, hogy a két anyag egyidejüleg érje el a megengedett határt. A lemezből a bordával együttdolgozó rész szélességének megállapitására vonatkozó szabály értelmében (l. 29. old. Megjegyzés) a b_1 és h_1 méretek nem mindig függetlenek egymástól. Ugyanis b_1 nem lehet nagyobb, mint a h magasság *5* vagy *4*-szerese, a $\frac{h}{h_1}$ viszony pedig szük határok között változván, állandónak tekinthető. Feltételezzük, hogy $\frac{h}{h_1}$ körülbelül *1.1*-del egyenlő, ennek megfelelően a $\frac{b_1}{h_1} = m$ viszony nem lehet nagyobb, mint *5.5* illetőleg mint *4.4*, aszerint, hogy b_1 megállapitása a magyar vagy a német szabályzat szerint történik.**) A b_1, h_1 és F_v méretek közül tehát csak az esetben szabad *kettőt* tekinteni ismeretlennek és egyet előre felvenni, ha méretezés után a $\frac{b_1}{h_1}$ viszony kisebbnek bizonyul, mint az emlitett m (tehát mint *5.5* vagy *4.4*). Ellenkező esetben ugyanis a felvett vagy meg-

*) A borda szélessége ugy veendő fel, hogy egyrészt a vasbetétek jól elhelyezhetők legyenek, másrészt a legnagyobb nyirófeszültség alatta maradjon 14 kg/cm²-nek

**) A Fővárosi Közmunkák Tanácsa 1921. márciusában kelt határozatával a b_1 méret megállapitására a német szabályzat rendelkezését fogadta el.

határozott b_1 nem volna összhangban a szabályzattal. Ha viszont előre kikötjük, hogy $\frac{b_1}{h_1} = m$ legyen, akkor mind a három méretet ismeretlennek kell tekinteni; a méretezés eredménye ez esetben csak akkor fogadható el, ha a bordával dolgozó lemez-szélesség megállapitásánál tekintetbe veendő értékek közül valóban $b_1 = m\,h_1$ a legkisebb, tehát a mértékadó. Rendszerint azonban a h_1 méretet is előre felvesszük, ezáltal a b_1 szélességnek a szabályzat szerinti értéke meghatározható s igy csupán F_v számitandó. A tervezésnek ezen normális esetén kivül — *b*) és *c*) alatt — még két másik esettel is foglalkozunk.

a) *A külső méretek és a vasalás helyzete adottak.*

Csupán F_v az ismeretlen s igy a feladat túl-határozott. A méretezési feltételek közül az egyiket el kell ejteni, hogy melyiket, az attól függ, hogy egyszerü vasalással és a két anyag egyidejü kihasználása mellett felvehető M_o hajlitónyomaték nagyobb-e vagy kisebb a szóbanforgó M hajlitónyomatéknál. Ha $M_o > M$, csupán a vas, ha pedig $M_o < M$, csupán a beton vehető igénybe a megengedett határig. (V. ö. 9. §. b) eset). M_o kiszámitásához előbb F_{vo}-t kell meghatározni, azaz azt a vasterületet, mellyel a neutrálistengely a határigénybevételek adott viszonya, γ_o, által megkivánt helyzetbe, t. i. a nyomott széltől $x = \alpha_o\,h_1$ távolságba kerül. (α_o és γ_o összetartozó értékei a VI. táblázatban vannak.)

Tehát: $n\,F_{vo}\,(h_1 - x) = b_1\,v\left(x - \frac{v}{2}\right)$ és

$$F_{vo} = \frac{b_1\,v\left(x - \frac{v}{2}\right)}{n\,(h_1 - x)} = \frac{b_1\,v\left(\alpha_o - \frac{v}{2\,h_1}\right)}{n\,(1 - \alpha_o)} \tag{63}$$

és a (61) egyenlet alapján:

$$M_o = F_{vo}\,\sigma_v\left(h_1 - \frac{v}{2}\right) = \frac{b_1 v}{n}\,\frac{\left(\alpha_o - \frac{v}{2h_1}\right)}{(1 - \alpha_o)}\left(h_1 - \frac{v}{2}\right)\sigma_v \tag{64}$$

Ha $M_o > M$, akkor

$$F_v = \frac{M}{\sigma_v\left(h_1 - \frac{v}{2}\right)} \tag{65}$$

Ha $M_o < M$, a (65) képlet nem alkalmazható, mert a vas-igénybevétel nem érheti el a megengedett határértéket, σ_v-t. A beton azonban a megengedett határig dolgozik, s igy $\frac{M}{\sigma_b} = \frac{J}{e_b}$ kiszámitható. $e_b = x$, és az (59) egyenlet alapján, ha abban $\frac{1}{12}\, b_1\, v^3$-t töröljük, (ami megfelel annak a közelitő feltevésnek, mely szerint $h_o = h_1 - \frac{v}{2}$)

$$J = n\, F_v\, (h_1 - x) \left(h_1 - \frac{v}{2}\right); \quad \text{tehát}$$

$$\frac{M}{\sigma_b} = \frac{n\, F_v\, (h_1 - x)\left(h_1 - \frac{v}{2}\right)}{x};$$

ha x helyébe bevisszük az (57) képlet által megadott értéket, ezen egyenletben csak F_v lesz ismeretlen. Az egyenletet megoldva:

$$F_v = \frac{M \, . \, b_1\, v^2}{2\, n \left[\left(h_1 - \frac{v}{2}\right)^2 \sigma_b\, b_1\, v - M \, . \, h_1\right]} \tag{66}$$

Hacsak lehetséges, a h_1 méretet oly nagyra vesszük, hogy M_o nagyobb legyen M-nél, tehát olyan keresztmetszetet tervezünk, melyben a beton nincs kihasználva. Ilyen keresztmetszetek tervezésével ugyanis (a borda magasitásához szükséges) aránylag csekély beton-többlet árán lényeges vasmegtakaritást érhetünk el.

b) h_1 és F_v ismeretlenek.

Mint emlitettük, h_1 csak akkor szerepelhet az ismeretlenek között, ha a lemez b_1 szélessége nem függ h_1-től; bordás-födém esetében tehát csak akkor lesznek az alábbiak szerint meghatározott h_1 és F_v elfogadhatók, ha h_1 m-szerese valóban nagyobbnak bizonyul, mint b_1-nek a szabályzatok szerint, de h_1 figyelmen-kivül-hagyásával előre felvett értéke. A feladat megoldása a (65) és (66) egyenletekből álló egyenletrendszer alapján történhetik; e két egyenlet most egyidejüleg fennáll, mert a méretezési feltételek szerint az M nyomaték hatása alatt σ_v és σ_b egyszerre elérik a megengedett határt. Az egyenletrendszer megoldása nehézséggel ugyan nem, de hosszabb számitó munkával jár; egyszerübben juthatunk eredményhez a következő úton:

A szélső igénybevételek adottak lévén, ismeretes α. A (63) egyenlet alapján $\psi = \frac{100\, F_v}{b_1 v}$ a következő alakban irható:

$$\frac{100\, F_v}{b_1 v} = \psi = \frac{100\left(\alpha - \frac{v}{2h_1}\right)}{n\,(1-\alpha)} \tag{67}$$

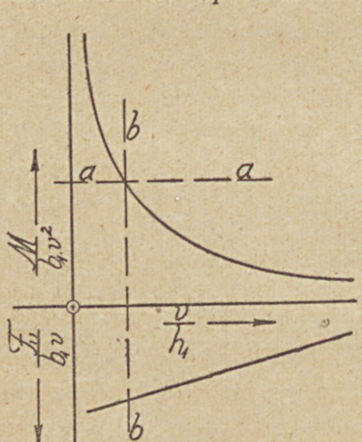
A (65) és (67) egyenletből következik, hogy

$$\frac{M}{b_1 v} = \frac{F_v}{b_1 v}\left(h_1 - \frac{v}{2}\right)\sigma_v = \frac{\left(\alpha - \frac{v}{2h_1}\right)}{n\,(1-\alpha)}\left(h_1 - \frac{v}{2}\right)\sigma_v \;;$$

ez utóbbi egyenletet v-vel osztva:

$$\frac{M}{b_1 v^2} = \frac{\alpha - \frac{1}{2}\left(\frac{v}{h_1}\right)}{n\,(1-\alpha)}\left(\frac{h_1}{v} - \frac{1}{2}\right)\sigma_v \tag{68}$$

A (67) és (68) egyenletek jobboldalán csak $\left(\frac{v}{h_1}\right)$ viszony az ismeretlen; ennek megfelelően a (67) egyenlet *egyenessel*, a (68) egyenlet másodfoku *hiperbolával* ábrázolható. A határigénybevételek különböző összetartozó értékpárjainak másmás egyenes és hiperbola felel meg, melyek egy egyenes, illetve görbe-sereget alkotnak. E vonal-seregekből álló grafikon a következőképpen szerkeszthető és a következő módon használható a méretezési feladat megoldására. Egy vizszintes abszcissza-tengelyen felmérjük a $\frac{v}{h_1}$ viszony változó értékeit; a tengelytől felfelé, illetőleg lefelé felmérjük ordinátákul $\frac{M}{b_1 v^2}$-nek, illetőleg ψ-nek azokat az értékeit, melyek a határigénybevételek egy-egy felvett értékpárja esetén a változó $\frac{v}{h_1}$-hez tartoznak. Ily módon a vizszintes tengely felett egy hiperbola-sereg a tengely alatt egy egyenes-sereg keletkezik. — Az adott hajlitó-nyomatékból és az ismert b_1 és v



18. ábra.

méretekből kiszámitjuk $\frac{M}{b_1 v^2}$ - et és a méretezési feltételeknek megfelelő hiperbolán megkeressük azt a pontot, melynek ordinátája ezzel egyenlő. Ezt a pontot az abszcissza-tengelytől $\frac{M}{b_1 v^2}$ távolságban haladó vizszintes egyenes metszi ki. (18. ábra $a-a$ egyenes.) E pontnak az abszcisszája megadja $\frac{v}{h_1}$ - et, amellyel h_1 is határozottá válik; a méretezési feltételeknek megfelelő egyenesen az ugyanezen abszcisszával biró pontnak (melyet a $b-b$ függőleges metsz ki) az ordinátája pedig φ t ábrázolja s igy a keresett F_v-t meghatározza. h_1 meghatározása után F_v más uton is megállapitható, t. i. a (65) egyenletből tisztán számitással.

A X és XI. tábla két ilyen grafikont tartalmaz; a X. táblán a vasigénybevétel 1000, a XI. táblán 1200 kg/cm², a beton-igénybevétel mindkét táblán 25-től 45 kg/cm²-ig változik. A grafikonokon $\frac{v}{h_1}$ legkisebb értéke 0.1, azaz a táblák csak addig használhatók, amig h_1 kisebb, mint a lemezvastagság tizszerese. Födémszerkezeteken 10 v-nél nagyobb h_1 nem is szokott előfordulni s igy a táblák a legtöbb esetben megadják a megoldást; $10\,v$-nél nagyobb h_1 esetében nem célszerü a bordán keletkező feszültségeket figyelmenkivül hagyni, ha pedig ezeket is tekintetbe vesszük (23. §. — 25. §.) a **T** keresztmetszetre eddig megállapitott kapcsolatok nem érvényesek. A grafikonok minden hiperbolája és egyenese csak addig a pontjáig van megrajzolva, melynek abszcisszája, $\frac{v}{h_1}$, egyenlő a határigénybevételeknek megfelelő $\frac{x}{h_1}$ viszonnyal; az e pont után következő vonalszakaszok nem használhatók, mert olyan keresztmetszeteket állapitanak meg, melyekben $x < v$ — Ha a kiindulásunknak ellentmondóan h_1 kisebbre adódnék, mint $\frac{b_1}{m}$, a követett úttól el kell térni s a feladatot a következő c) pont szerint kell megoldani.

c) Adva van v és a $\left(\frac{b_1}{h_1} = m\right)$ viszony.

A kérdést csak akkor szabad igy felállitani, ha a meghatározandó b_1 méret valóban kisebb lesz a szabályzat szerint b_1 meghatározásához kiszámitott egyéb értékeknél, azaz ha b_1 - re valóban az $m \cdot h_1$ érték a mértékadó. A (68) egyenletet $v^2\, m\, h_1$-gyel megszorozva és rendezve, a következő egyenletre jutunk:

$$M = \left(h_1 - \frac{v}{2}\right)^2 v\, m\, \sigma_b - \left(h_1 - \frac{v}{2}\right) \frac{v^2\, m\, \sigma_v}{2\, n} \quad \text{, és ebből}$$

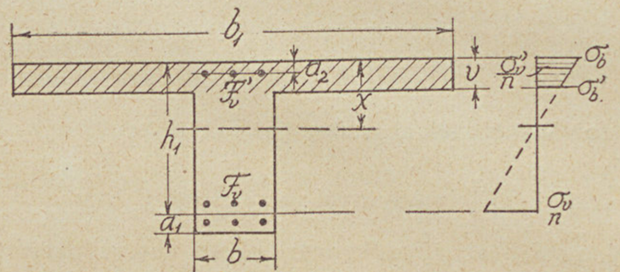
$$h_1 = \frac{v}{2} + \frac{v \cdot \sigma_v}{4\, n\, \sigma_b} + \sqrt{\frac{v^2 \sigma_v^2}{16\, n^2\, \sigma_b^2} + \frac{M}{m \cdot v \cdot \sigma_b}} \qquad (69)$$

h_1 meghatározása után, $b_1 = m\, h_1$ és $F_v = \dfrac{M}{\sigma_v \left(h_1 - \frac{v}{2}\right)}$. Ha az eredményül kapott b_1 illetőleg h_1 a kiindulásul szolgáló feltételnek ellentmondana, a feladatot a *b)* eset alá kell sorozni.

E) T keresztmetszet alsó és felső vasalással.

19. §

Az alsó és felső vasalás, ugyanugy mint a négyszögkeresztmetszeten, két okból lehet szükséges. Vagy mert M_0 kisebb mint a mértékadó M hajlitónyomaték, vagy azért, mert a keresztmetszeten



19. ábra.

különböző előjelü hajlitó nyomatékok léphetnek fel s igy két mértékadó nyomaték van. Ez utóbbi esetben csak az egyik nyomatékra nézve **T** alaku a keresztmetszet. (A másik nyomatéknak ellenálló keresztmetszet *négyszög*, mert a lemez a húzott oldalra kerülvén, nem jön tekintetbe) Amikor csak *egy* mértékadó nyomatékról van szó, akkor kikötjük, hogy az olyan értelmü, hogy hatása alatt a lemez oldalán keletkeznek nyomófeszültségek; az egész vizsgálatra vonatkozólag pedig kikötésünk, hogy a neutrális-tengely a *bordába* metsz, hogy tehát $x > v$. — A jelöléseket a 19. ábra mutatja.

20. §. Ellenőrzés.

A gondolatmenet ugyanaz, mint a négyszögü keresztmetszet esetén (11. §.) A két vasalás közös súlyvonalának a nyomott széltől való távolsága: $h_1' = \frac{F_v h_1 + F_v' a_2}{F_v + F_v'}$. Az egyszerüen vasalt keresztmetszetre vonatkozó (57) és (58) egyenletek itt is állanak, ha h_1 helyébe h_1' helyettesitünk és ψ alatt $\frac{100(F_v + F_v')}{b\,v}$ - t értünk

Tehát

$$x = \frac{b_1 v^2 + 2n(F_v + F_v')h_1'}{2b_1 v + 2n(F_v + F_v')} = \frac{b_1 v^2 + 2n(F_v h_1 + F_v' a_2)}{2b_1 v + 2n(F_v + F_v')} \qquad (70)$$

$$\text{vagy} \quad x = \eta\left(h_1' - \frac{v}{2}\right) + \frac{v}{2} \qquad (70)$$

η, mint a fentebb értelmezett ψ függvénye a IX. táblázatból vehető. A neutrális-tengelyre vonatkozó inercianyomaték,

$$J = \frac{1}{12} b_1 v^3 + b_1 v\left(x - \frac{v}{2}\right)^2 + n F_v'\left(x - a_2\right)^2 + n F_v\left(h_1 - x\right)^2 \qquad (72)$$

A szélső feszültségek a (8) illetőleg (14) egyenletek alapján:

$$\sigma_b = \frac{M.x}{J} \quad \text{és} \quad \sigma_v = \frac{n\sigma_b(h_1 - x)}{x} \qquad (\sigma_v'\text{-t nem kell kimutatni.})$$

A beton-igénybevétel képletének egy más formáját is megállapithatjuk: Miután a (70) vagy (71) egyenletből x-et és az (55) egyenletből a betonfeszültségek eredőjének a neutrális-tengelytől való távolságát, y-t kiszámitottuk, felirhatjuk, hogy a nyomó-feszültségeknek a húzott vasbetétek sulyvonalára vonatkozó nyomatékösszege M-mel egyenlő: (19. ábra).

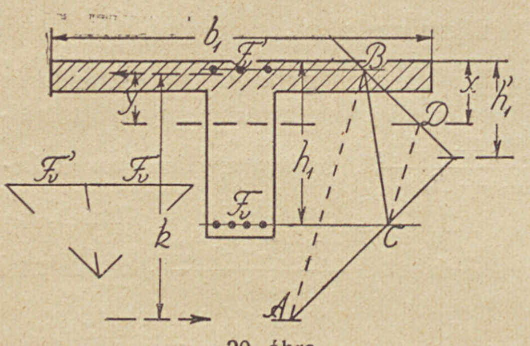
$$\frac{1}{2} b_1 v (\sigma_b + \sigma_b')(h_1 - x + y) + F_v' \sigma_v' (h_1 - a_2) = M \; .$$

A feszültségi ábra alapján

$$\sigma_b' = \sigma_b \frac{x - v}{x} \quad \text{és} \quad \sigma_v' = \sigma_b \frac{x - a_2}{x};$$

ezeket az értékeket behelyettesitve és az egyenletet σ_b-re megoldva:

$$\sigma_b = \frac{M x}{\frac{1}{2} b_1 v \frac{2x - v}{x}(h_1 - x + y) + F_v' \frac{x - a_2}{x}(h_1 - a_2)} \qquad (73)$$



20. ábra.

A feladat megoldható egy egészen hasonló szerkesztés segitségével is, mint a derékszögü négyszög-keresztmetszet esetében. A szerkesztés (l. 20. ábra és 8. ábra) megadja h_1'-t, ezt ismerve, kiszámitjuk x et. x meghatározása után megszerkesztjük a beton-feszültségek eredőjének és a vas-feszültségek eredőjének a helyét és a két eredő távolságát, k-t lemérjük. A beton-feszültségek eredője: (l. 21. ábra)

$$B = \frac{b_1 v}{2} (\sigma_b + \sigma_b') = \frac{b_1 v}{2} \sigma_b \frac{2x - v}{x} \tag{74}$$

A belső-erők nyomatéka egyenlő a hajlitó-nyomatékkal, tehát

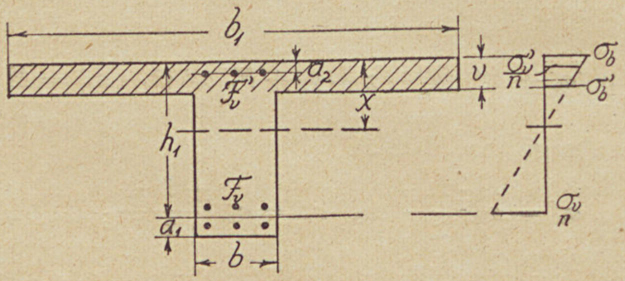
$$M = B\,k = \frac{b_1 v}{2} \sigma_b \frac{2x - v}{x} k \quad \text{és ebből}$$

$$\sigma_b = \frac{2\, M \,.\, x}{b_1 v\,(2x - v)\, k} \tag{75}$$

21. §. Tervezés.

(Egy hajlitónyomatékra.)

A kettős vasalás ebben az esetben azért szükséges, mert az egyszerü vasalással és a két anyag kihasználásával felvehető hajlitónyomaték: $M_0 < M$. A kérdést a következő alakban tesszük fel: Adva vannak



21. ábra.

a keresztmetszet külső méretei, a vasalás helyzete és meghatározandók F_v és F_v' ugy, hogy a szélső igénybevételek éppen elérjék a megengedett határt. A feladat határozott (két ismeretlen, két feltételi egyenlet) ; a kifejtendő két megoldás gondolatmenete ugyanaz, mint négyszögkeresztmetszet esetén (12. §)

Első megoldás: A keresztmetszetet két részre bontjuk. Az egyik rész a lemezterületből és a (63) egyenletből meghatározható F_{vo}-ból áll; ez a rész a két anyag egyidejü kihasználása mellett M_o nyomatékot vehet fel. A másik rész F_{v1} (húzott) és F_v' (nyomott) vasterületekből áll, melyek az $(M-M_o)$ nyomatékot veszik fel a húzott vas kihasználása mellett. A keresztmetszetnek e második részét és $(M-M_o)$ nyomatékot ugyanazok az egyenletek kapcsolják össze, mint négyszög-keresztmetszet esetén. A tervezés útja tehát a következő:

$$F_{vo} = \frac{b_1 v\left(\alpha_o - \frac{v}{2h_1}\right)}{n\,(1-\alpha_o)} \tag{63}$$

$$M_o = F_{vo}\,\sigma_v\left(h_1 - \frac{v}{2}\right) \tag{64}$$

$$F_{v1} = \frac{M - M_o}{\sigma_v\,(h_1 - a_2)} \tag{43}$$

$$F_v = F_{vo} + F_{v1}$$

$$x = \alpha_o\,h_1 = \frac{n\,\sigma_b}{\sigma_v + n\,\sigma_b}\,h_1$$

$$F_v' = F_{v1}\,\frac{h_1 - x}{x - a_2} \tag{42}$$

*A második megoldás*nál abból indulunk ki, hogy $x = \alpha_o h_1$ a megengedett igénybevételek által meghatározott s igy határozott a beton-feszültségek eredőjének, B nek a nagysága is, helye is. Ugyanis a (74) és (55) egyenletek értelmében:

$$B = \frac{b_1 v}{2}\sigma_b.\frac{2x - v}{x} \quad \text{és} \quad y = x - \frac{v}{2} + \frac{v^2}{6(2x - v)}.$$

A vas-feszültségek eredője, V nagyságra egyenlő B-vel és B egyenesétől való távolsága a (75) egyenlet alapján)

$$k = \frac{2Mx}{b_1 v\,(2x - v)\,\sigma_b} \tag{76}$$

A V erőt a húzott és a nyomott vasbetétek súlyvonalában müködő két komponensre bontva, megkapjuk $F_v\,\sigma_v$ és $F_v'\,\sigma_v'$ erőket és ezekből — minthogy σ_v és $\sigma_v' = \sigma_v \frac{x - a_2}{h_1 - x}$ ismertek — F_v és F_v' területeket. A felbontást akár számitással, akár szerkesztéssel végezhetjük (v. ö. 11. ábra). A számitás eredménye:

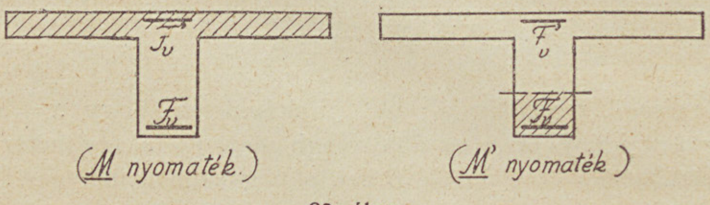
$$F_v = \frac{M}{\sigma_v (h_1 - a_2)} + \frac{b_1 v (2x - v)}{2x (h_1 - a_2)} \frac{\sigma_b}{\sigma_v} (x - y - a_2) \tag{77}$$

$$F_v' = \frac{M (h_1 - x)}{\sigma_v (h_1 - a_2)(x - a_2)} - \frac{b_1 v (2x - v)(h_1 - x)}{2x (h_1 - a_2)(x - a_2)} \frac{\sigma_b}{\sigma_v} (h_1 + y - x) \tag{78}$$

Ezek az eredmények nem egyeznek teljesen azzal az F_v és F_v' értékkel, melyet az első megoldás alapján kapunk, ott ugyanis M_0 számitásnál a belső-erők karjának közelitő értékével, $\left(h_1 = \frac{v}{2}\right)$ -vel dolgoztunk. Ha azonban a (77) és (78) egyenletekbe y-nak nem az (55) egyenlet szerinti, hanem a *közelitő* értékét, $\left(x - \frac{v}{2}\right)$-t visszük be, a második megoldás ugyanarra az eredményre vezet, mint az első.

22. §. Tervezés két különböző előjelü hajlitónyomatékra.

A mértékadó hajlitó-nyomatékok: M és M', a vasbetétek keresztmetszeti területe: F_v és F_v'. Megállapodunk abban, hogy a két nyomaték közül azt jelöljük M-mel, melynek hatása alatt a lemezben keletkeznek



22. ábra.

nyomófeszültségek, továbbá hogy F_v (illetőleg F_v') annak a vasalásnak a területe, melyben M (illetőleg M') idéz elő húzást. A kérdést a következőképpen tesszük fel: Ismeretes valamennyi külső méret és a vasalás helyzete; meghatározandó F_v és F_v' ugy, hogy a szélső igénybevételek *lehetőleg* elérjék a megengedett határt. Azt hogy a vas is és a beton is mindkét nyomaték hatása alatt ki legyen használva, nem lehet követelni, mert ez a követelés négy feltételt foglal magában, az ismeretlenek száma pedig csak kettő. (V. ö. 13. §.) A feltételek közül kettő tehát elesik, hogy melyik kettő, az esetenként válik el. Ugyanugy, mint a négyszög kereszt-metszetre vonatkozólag, itt is négy esetet különböztetünk meg aszerint, hogy M_o illetőleg M_o' kisebb vagy nagyobb M illetőleg M'-nél. M_o ill. M_o' az M ill. M'-vel egyező értelmü hajlitó-nyomatéknak azt az értékét jelenti, melyet a keresztmetszet egyszerü vasalással és a két anyag egyidejü kihasználásával felvehet. Mathematikailag teljesen szabatos számitás helyett (éppenugy, mint négyszög-keresztmetszet esetén) beérjük a feladat *közelitő* megoldásával, mely lényegében egyezik a 13. §-ban kifejtett eljárással.

a) $M \leqq M_o\,,\ M' \leqq M_o'$

M alapján F_v-t és M'-höz F_v'-t ugy határozzuk meg, mint olyan keresztmetszet egyszerü vasalását, melynek összes többi mérete ismeretes. F_v meghatározása tehát a 18. §. a) pontja, F_v é a 9. §. b) pontja szerint történik.

b) $M > M_o\,,\ M' \leqq M_o'$

Meghatározzuk F_v és F_v'-t M alapján (21. §. szerint) és F_v'-t az M' alapján is (9. §. b)). F_v'-re igy kapott két érték közül a nagyobbat választjuk.

c) $M \leqq M_o\,,\ M' > M_o'$

Meghatározzuk M alapján F_v-t (18. §. a)) és M' alapján F_v és F_v'-t (12. §.) Az F_v re kapott két érték közül a nagyobb a mértékadó.

d) $M > M_o\,,\ M' > M_o'$

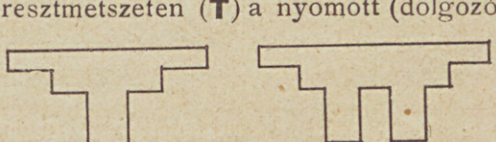
Megtervezzük a vasalást külön az M és külön az M' nyomatékra (21. §. és 12. §.) Igy mindkét vasalásra két-két értéket kapunk, melyek közül a nagyobbat választjuk.

Mind a négy esetben az anyag kihasználására vonatkozólag a 13. § ban mondottak itt is érvényesek.

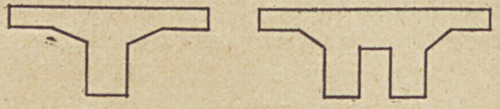
F) Összetett bordás keresztmetszetek.

23. §.

A közönséges bordás keresztmetszeten (**T**) a nyomott (dolgozó) betonterület — feltéve, hogy $x > v$ — egy a neutrális tengelytől független derékszögü négyszög; az összetett bordás-keresztmetszeteken a dolgozó betonterület a nyomott széltől a neutrális-tengelyig terjedő idom, mely vagy



23. ábra.



24. ábra.

kizárólag függőleges és vizszintes egyenesekkel (23. ábra) vagy részben ferde egyenesekkel van határolva (24. ábra.) Az e területen keletkező feszültségek eredőjének a nulla-tengelytől való távolságát (a sik szerint megoszló erőrendszerekre vonatkozó) következő összefüggés adja meg:

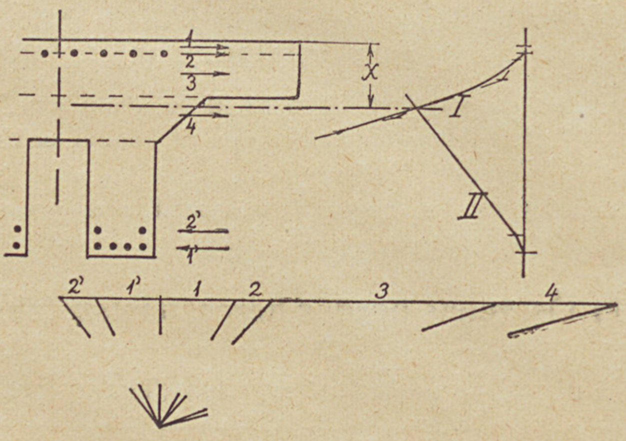
$$y = \frac{J_b}{S_b} \qquad (79)$$

J_b illetőleg S_b a nyomott betonterületnek a nulla-tengelyre vonatkozó inercia- illetőleg sztatikai-nyomatékát jelenti.

Ha a dolgozó betonterület derékszögü négyszög, vagyis ha a nulla-tengely a keresztmetszet legfelső övébe metsz be, a szilárdsági vizsgálat szempontjából a keresztmetszet egyszerü derékszögü négyszög. A következőkben ezt az esetet kizártnak tekintjük.

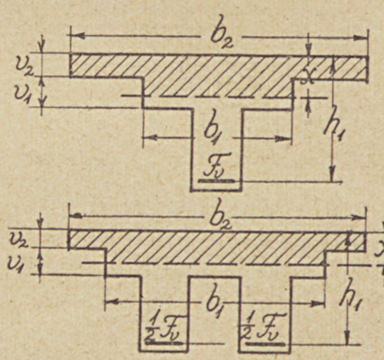
24. §. Ellenőrzés.

Első lépés: a neutrális-tengely helyzetének, az x távolságnak meghatározása. Összetettebb alaku keresztmetszeteken, különösen *ferde* határolás esetén, ezt célszerü a követkző graf kus uton végezni:



25. ábra.

A dolgozó keresztmetszet területelemeivel arányos és e területelemek sulypontján átmenő vizszintes erőkkel két kötélvonalat szerkesztünk, egyiket a nyomott, másikat a húzott széltől kiindulólag (25. ábra). A nyomott oldalról induló *I* kötélvonal megszerkesztéséhez a keresztmetszetet vizszintesekkel parallelogramm és trapéz alaku lamellákra osztjuk oly módon, hogy az esetleges nyomott vasbetétek sulyvonalai is osztóvonalak legyenek. A vektorpoligonban a betonlamellák területével és a vasbetétek területének n-szeresével arányos hosszakat abban a sorrendben mérjük össze, amelyben a megfelelő területek a nyomott széltől kiindulva egymásután következnek. A *II* kötélpoligon szerkesztéséhez a vassorok n-szeres területével arányos hosszakat mérjük vektorpoligonba a húzott oldaltól kiinduló sorrendben és az előbbi vektorokkal ellenkező értelemben. Ha — mint a 25. ábrán — a két vektorpoligont *közös* kezdőpontból *ugyanarra* az egyenesre mérjük és ha a két kötélvonalat *közös* segéderővel szerkesztjük, akkor a két kötélvonal (*I* és *II*) metszéspontja: *pontja* a neutrális-tengelynek. Az ábrából ugyanis közvetlenül beláthatό, hogy az e ponton áthuzott vizszintesre a fölötte levő betonterület és n-szeres vasterület sztatikai-nyomatéka egyenlő nagy és ellenkező értelmü az alatta levő n-szeres vasterület sztatikai-nyomatékával.



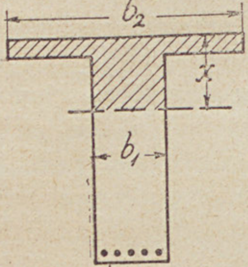
26. ábra.

Az analitikus megoldás hosszadalmas, különösen ferde határolásu keresztmetszeten, melyre nézve a kiindulásul szolgáló egyenlet harmadfoku lehet. A 26. ábrán feltüntetett keresztmetszetekre vonatkozólag, feltéve, hogy a nulla-tengely a b_1 szélességü középső részbe metsz be, x-et számitással is meghatározzuk: A nulla-tengely a dolgozó keresztmetszet sulyvonala, tehát

$$n F_v (h_1 - x) = \frac{1}{2} x^2 b_2 - \frac{1}{2} (x - v_2)^2 (b_2 - b_1), \text{ amiből } x =$$

$$= \frac{1}{2b_1}\left[\sqrt{4v_2^2(b_2 - b_1) b_2 + 8nF_v[v_2(b_2 - b_1) + h_1 b_1] + 4n^2 F_v^2} - 2 n F_v - 2v_2 (b_2 - b_1)\right] \tag{80}$$

Ez a képlet érvényes közönséges **T** keresztmetszetre is akkor, ha a bordán keletkező nyomófeszültséget is figyelembe akarjuk venni; ez akkor indokolt, ha a borda méretei a lemezéihez képest nagyok (27. ábra). Természetesen a képletben szereplő b_2 méret alatt a lemez, a b_1 méret alatt a borda szélessége értendő. A (80) egyenlet alul-felül vasalt keresztmetszetre is alkalmazható; ez esetben F_v helyébe a húzott és nyomott vasbetétek teljes területe és h_1 he-

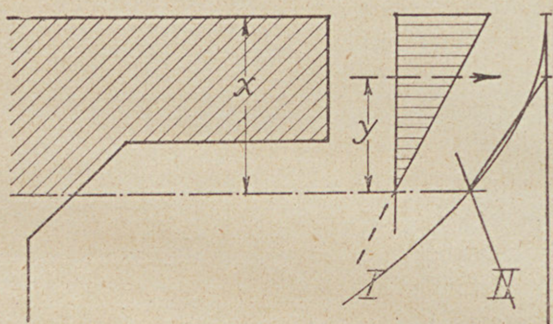


27. ábra.

lyébe e vasbetétek közös sulyvonalának a nyomott széltől mért távolsága helyettesitendő.

A nulla-tengely meghatározása után az J inercianyomatékot kiszámitva vagy megszerkesztve, σ_b és σ_v a (8) egyenletekből meghatározhatók. Ha a húzott vasak egy sorban, vagy két olyan közel levő sorban vannak elhelyezve, hogy a húzófeszültségek eredője a vasbetétek közös sulyvonalában vehető fel, akkor az ellenőrzésnek legegyszerübb utja a következő:

$$\sigma_v = \frac{M}{F_v\, h_o} \quad \text{és} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_v\, x}{n\,(h_1 - x)}$$



28. ábra.

$h_o = h_1 - x + y$; y vagy a (79) képletből számitható, vagy a Mohr-féle szerkesztéssel (terület-kiegyenlitéssel) az I kötélvonal segitségével szerkeszthető. (25. és 28. ábra.)

25. §. Tervezés.

Csak azt az esetet tárgyaljuk, melyben a vasbetétek területének kivételével a keresztmetszet valamennyi mérete adva van. A feladat megoldásához tudnunk kell, hogy az adott hajlitó-nyomaték kisebb vagy nagyobb-e, mint M_o, azaz mint az egyszerü vasalással és a két anyag egyidejü kihasználásával felvehető hajlitó-nyomaték. Méretezés előtt tehát meg kell határozni M_o-t. A határigénybevételek megállapitják a neutrális-tengely helyzetét, $x = \alpha_o\, h_1$, tehát kiszámithatjuk vagy megszerkeszthetjük J_b és S_b-t. (l. 44. old.) Az M_o nyomatéknak megfelelő vasalás,

$$F_{vo} = \frac{S_b}{n\,(h_1 - x)} \qquad (81)$$

$$\text{és} \quad M_o = F_{vo}\left(h_1 - x + \frac{J_b}{S_b}\right) \qquad (82)$$

Ha $M < M_o$, akkor elegendő *egyszerü* vasalás, melyben az igénybevétel elérheti a megengedett határt, mig ugyanakkor a beton nem lehet kihasználva. F_v meghatározása végett, a belső-erők karját, h_o-t előre felvesszük. h_o nem sokkal tér el az M_o nyomatéknak megfelelő belső-erők karjától, $\left(h_1 - x + \frac{J_b}{S_b}\right)$-től, t. i. valamivel nagyobb ennél. Nem követünk el nagy hibát, ha h_o-t körülbelül $0.9\,h_1$-nek választjuk. (V. ö. 9. §. b))

$$F_v = \frac{M}{\sigma_v\, h_o}$$

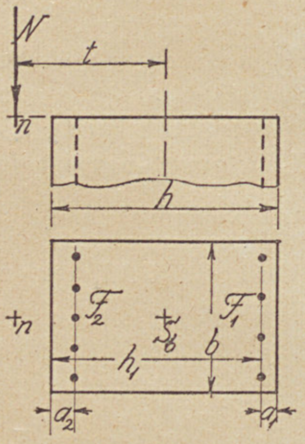
Ha $M > M_o$, a feladat két módon is megoldható, vagy F_{vo}-nál nagyobb területü *egyszerü* vasalással, vagy pedig alsó és felső vasalással. Az előbbi esetben a *vas* nem lehet kihasználva és csak akkor kapunk a gazdaságosság szempontjából megfelelő megoldást, ha M nem sokkal nagyobb, mint M_o; F_v meghatározására használható közvetlen ut nincs. — A második módon t. i. alsó és felső vasalással lehetséges, hogy a két szélső igénybevétel egyidejüleg érje el a megengedett határt. A megoldás gondolatmenete ugyanaz, mint az egyszerübb keresztmetszetek esetében (12. és 21. §.) Az M_o nyomatéknak megfelelő F_{vo} területü vasalást (l. (81) és (82)) kiegészítjük az $(M—M_o)$ többlet-nyomaték felvételére szükséges F_{v1} területü húzott és F_v' területü nyomott vasbetétekkel. A (42) és (43) egyenletek értelmében

$$F_{v1} = \frac{M - M_o}{\sigma_v (h_1 - a_2)} \quad \text{és} \quad F_v' = F_{v1}\,\frac{h_1 - x}{x - a_2}$$

III. Excentrikus terhelés.

26. §.

Az excentrikus terhelésnek a következő két esetével fogunk foglalkozni: az átmetszési eredő, N a keresztmetszet szimmetria-sikjában van és merőleges a keresztmetszetre, értelme szerint pedig vagy nyomó, vagy húzóerő. Excentrikus terhelés elsősorban keretszerkezeteken és iveken fordul elő, tehát többnyire sztatikailag határozatlan szerkezeteken. Az ilyen szerkezeteken a külső-erők egy része is, t. i. a reakcióerők függenek a keresztmetszeti méretektől ;



29. ábra.

ezért a méreteket legalább részben előre fel kell venni. Rendszerint a betonkeresztmetszetet teljesen fel szokás venni; ha állandó szélességü négyszög-keresztmetszetről van szó, elég csak a magasságot felvenni. A sztatikailag határozatlan menynyiségeket a felvett méretek alapján a homogén anyagból gondolt szerkezeten határozzuk meg s az igy kapott eredményeket érvényeseknek fogadjuk el a vasalt szerkezetre is. Az ily módon végzett vizsgálat alapján valamely keresztmetszethez az átmetszési eredő helyzetét a keresztmetszet *beton*-területének a sulypontjához viszonyitva kapjuk meg; ezért a következőkben az *N*-erőnek a betonterület sulypontjától való *t* távolságát mindig ismertnek fogjuk tekinteni. (29. ábra.)

Ha *N* nyomóerő, akkor mindaddig, mig az átdöfőpont, *n* az 1. §. szerint értelmezett *vasbeton*-keresztmetszet magidomán belül van, — ha pedig *N* huzóerő, akkor mindaddig, amig *n* a *vas*-területekből álló keresztmetszet magidomába esik*), egyszerü esettel van dolgunk: t. i. ismeretes a dolgozó-keresztmetszet és érvényesek az elemi szilárdságtanban megállapitott összefüggések. Az ellenkező esetben a neutrális-tengely metszi a keresztmetszetet, melynek *dolgozó* részét tehát előre nem ismerjük és hogy a homogén keresztmetszetekre vonatkozó összefüggésnek érvényességét erre az esetre is kiterjeszhessük, előbb a *neutrális*-tengelyt kell meghatározni, melyről előre csak annyit tudunk, hogy merőleges az *n* pontot tartalmazó szimmetria-tengelyre. (Nyomóerő esetében akkor is szabad a húzó-szilárdsággal is biró homogén testekre vonatkozó formulákkal számolni, ha *N* a magon kivül van, de oly közel a maghatárhoz, hogy a kiadódó legnagyobb húzófeszültség a betonban nem több, mint 5—6 kg/cm²)

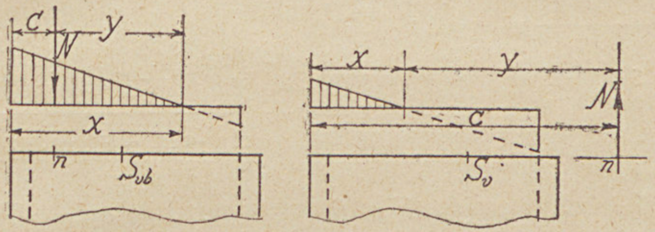
*) A *vas*terület magidomát a *beton*-keresztmetszetet körüljáró érintőnek a vas-keresztmetszet centrálellipszisére vonatkozó antipolusa irja le.

A) Ellenőrzés.

(n a magon kivül.)

27. §. A neutrális-tengely meghatározása.

Ismeretesek a keresztmetszet méretei és az n pontnak a betonterület sulypontjától mért t, illetőleg a nyomott széltől mért c távolsága. A neutrális-tengely helyzetét a nyomott széltől való x távolsága által fogjuk meghatározni, mely a c távolságból és az eredőnek a neutrális tengelytől való y távolságából tevődik össze (30. ábra). Ha N nyomóerő, akkor a keresztmetszetnek azon a szélén keletkezik nyomófeszültség, mely a teljes vasbeton-keresztmetszet sulypontjától (S_{vb}) az n ponttal egyoldalra esik, ha pedig N huzást jelent, akkor az a nyomott szél, amely a vasterületek közös sulypontjától, S_v-től az n ponttal ellenkező oldalra esik. Könnyü belátni azt

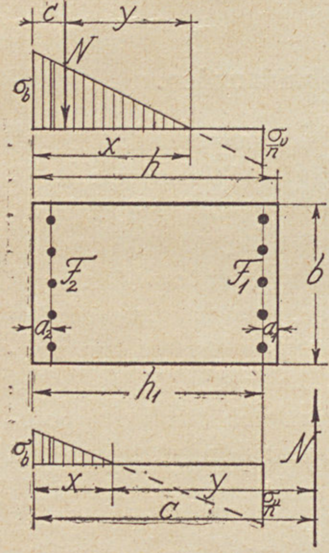


30. ábra.

is, hogy N a neutrális-tengelynek mindig ugyanazon az oldalán van, mint a vele egyező értelmü legnagyobb feszültség. Ezt szemelőtt tartva, konkrét esetben, mikor S_{vb} illetőleg S_v pont ismeretes, mindig megállapithatjuk (minden számitás nélkül), hogy a keresztmetszetnek melyik a nyomott és melyik a húzott széle s hogy a neutrális-tengely az eredőtől merre esik. Tudvalevőleg $y = \frac{J}{S}$, ahol J és S a dolgozó keresztmetszet (nyomott beton és n-szeres vasterület) inercia- és sztatikai nyomatéka a neutrális-tengelyre. Megállapodunk abban, hogy S számitásakor a nyomott területek sztatikai nyomatékát vesszük pozitivnak, továbbá abban, hogy a c távolságot húzóerő esetében mindig, nyomóerő esetében pedig akkor vesszük pozitivnek, ha n a keresztmetszeten belül van. Ezek alapján: (30. ábra)

$$x = c + y = c + \frac{J}{S} \qquad (83)$$

A (83) egyenlet jobboldalán J-ben és S-ben x inplicite bentfoglal-



31. ábra.

tatik; emiatt ez az egyenlet x-re nézve már a legegyszerübb esetben, a derékszögü négyszögkeresztmetszet esetében sem ad egyszerü megoldást. Ha a húzott illetőleg a nyomott vasbetétek területét F_1 ill. F_2-vel jelöljük és egyébként a 31. ábra szerinti jelöléseket használjuk, négyszög-keresztmetszetre nézve a (83) egyenlet a következőképpen alakul:

$$x = c + \frac{\frac{1}{3} b x^3 + n F_2 (x - a_2)^2 + n F_1 (h_1 - x)^2}{\frac{1}{2} b x^2 + n F_2 (x - a_2) - n F_1 (h_1 - x)} \quad (84)$$

Ha csak nyomott vasalás van, ha tehát $F_1 = 0$, akkor

$$x = c + \frac{\frac{1}{3} b x^3 + n F_2 (x - a_2)^2}{\frac{1}{2} b x^2 + n F_2 (x - a_2)} \quad (85)$$

Csak húzott vasalás ($F_2 = 0$) esetében:

$$x = c + \frac{\frac{1}{3} b x^3 + n F_1 (h_1 - x)^2}{\frac{1}{2} b x^2 - n F_1 (h_1 - x)} \quad (86)$$

Ha a vasalás szimmetrikus, azaz ha $F_1 = F_2 = F_v$ és $a_1 = a_2 = a$, akkor

$$x = c + \frac{\frac{1}{3} b x^3 + n F_v (2 x^2 + 2 a^2 + h^2 - 2 a h - 2 h x)}{\frac{1}{2} b x^2 + n F_v (2 x - h)} \quad (87)$$

A (84) — (87) egyenletek x-re nézve harmadfokuak, megoldásuk tehát (a Cardani-formulával) sok számitó munkával jár; ezért négyszögü keresztmetszet esetén is érdemes az általános esetre kifejtendő *grafikus* eljárást használni. (28. §) Ha azt az egyszerüsitő felvételt tesszük, hogy $a_1 = a_2 = a$ és hogy az $\frac{a}{h}$ viszony állandó $\left(\text{pl. } \frac{a}{h} = 0{\cdot}08\right)$, akkor egyoldali vagy szimmetrikus vasalás esetén,

x meghatározása grafikonok segitségével is történhetik. Ugyanis (85)—(87) egyenleteket a következőképpen alakithatjuk át:

Ha $F_1 = 0$,

$$\frac{c}{h_1} = \frac{x}{h_1} - \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{x}{h_1}\right)^3 + \frac{F_2}{bh_1} n \left(\frac{x}{h_1} - \frac{a}{h_1}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{x}{h_1}\right)^2 + \frac{F_2}{bh_1} n \left(\frac{x}{h_1} - \frac{a}{h_1}\right)} \qquad (88)$$

Ha $F_2 = 0$,

$$\frac{c}{h_1} = \frac{x}{h_1} - \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{x}{h_1}\right)^3 + \frac{F_1}{bh_1} n \left(1 - \frac{x}{h_1}\right)^2}{\frac{1}{2}\left(\frac{x}{h_1}\right)^2 - \frac{F}{bh_1} n \left(1 - \frac{x}{h_1}\right)} \qquad (89)$$

Ha $F_1 = F_2 = F_v$,

$$\frac{c}{h_1} = \frac{x}{h_1} - \frac{\frac{1}{3}\left(\frac{x}{h_1}\right)^3 + \frac{F_v}{bh_1} n \left[2\left(\frac{x}{h_1}\right)^2 + 2\left(\frac{a}{h_1}\right)^2 + \left(\frac{h}{h_1}\right)^2 - \frac{2ah}{h_1^2} - \frac{2hx}{h_1^2}\right]}{\frac{1}{2}\left(\frac{x}{h_1}\right)^2 + \frac{F_v}{bh_1} n \left(2\frac{x}{h_1} - \frac{h}{h_1}\right)} \qquad (90)$$

Az $\frac{a}{h}$ viszonyt előre felvettük, ezzel $\frac{a}{h_1}$ és $\frac{h}{h_1}$ is meg van kötve. Ha a $\frac{100\,F_2}{b\,h_1} = \mu_2$, $\frac{100\,F_1}{b\,h_1} = \mu_1$ és $\frac{100\,F_v}{b\,h_1} = \mu$ értékeket is állandóknak tekintjük, akkor a három egyenlet bármelyikében $\frac{c}{h_1}$ és $\frac{x}{h_1}$ a változók. E változókat koordinátákul felmérve, az egyenleteket egy-egy görbével ábrázolhatjuk, melyek $\frac{a}{h}$-nak és μ_1 és μ_2 illetőleg μ-nek egy-egy felvett értékéhez tartoznak. Ha $\frac{a}{h}$-t állandóan 0·08 ra választjuk, a μ_1, μ_2 és μ vaspercent-értékeket azonban változtatjuk, akkor a három egyenletnek a vaspercent szerint rendezett három görbe-sereg felel meg*) $F_2 = 0$ és $F_1 = F_2$ esetére ezek a görbék a XII. és XIII. táblán találhatók. $F_1 = 0$ esetére ilyen grafikont összeállitani nem érdemes, mert erre vonatkozólag a következő §-ban kifejtendő szerkesztés rendkivül egyszerü. E görbék (grafikonok) segitségével x meghatározható, $F_2 = 0$ esetében feltétlenül, szimmetrikusan vasalt keresztmetszeten pedig csak akkor, ha $\frac{a}{h}$

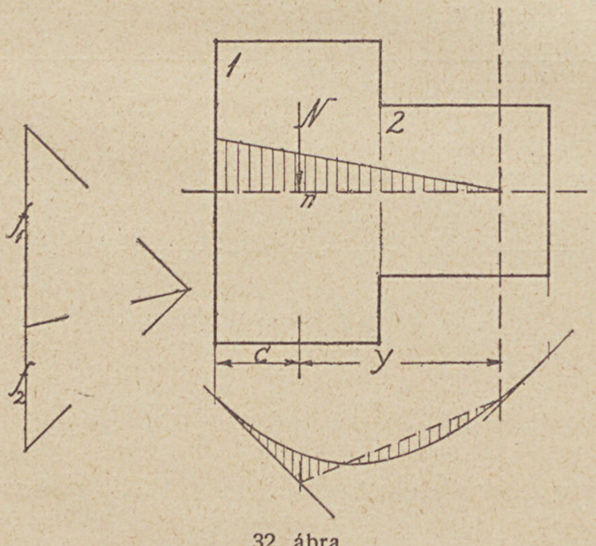
*) V. ö. Mörsch. Der Eisenbetonbau. 5. kiadás.

valóban egyenlő vagy egyenlőnek tekinthető 0·08-dal. A keresztmetszet adataiból megállapitjuk μ_1-et, illetőleg μ-t és az ennek megfelelő görbén megkeressük a $\frac{c}{h_1}$ abszcisszájú pontot; e pont ordinátája megadja az $\frac{x}{h_1}$ viszonyt, ez pedig meghatározza x-et.

28. §. A neutrális-tengely meghatározása (folytatás).

(*n* a magon kivül).

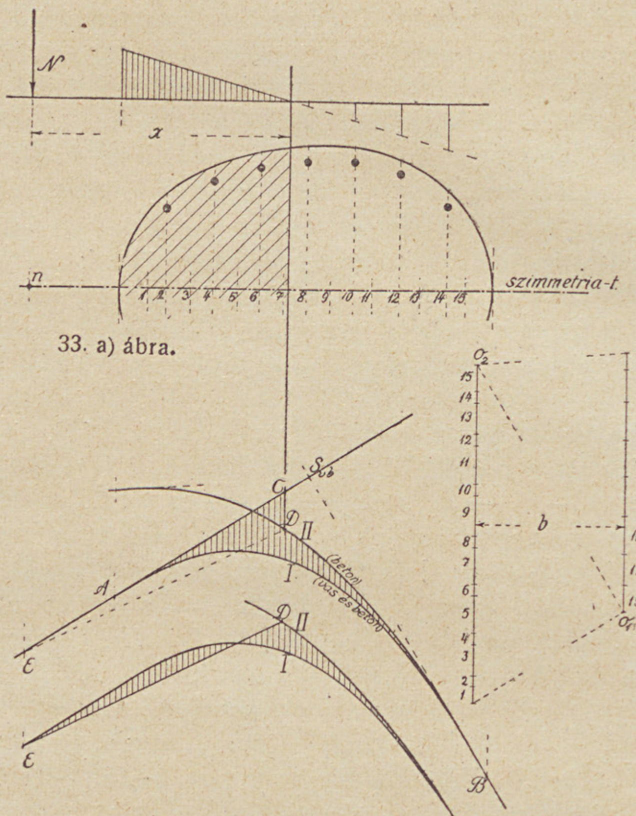
Az előbbi §. szerint a nulla-tengely analitikus meghatározása már a legegyszerübb esetben is nehézséggel jár; annál inkább áll ez összetett, különösen pedig ferde egyenesekkel vagy görbékkel is határolt keresztmetszeteken. Általában tehát indokolt számitó eljárás helyett grafikus megoldást választani, mely vonatkozni fog egészen



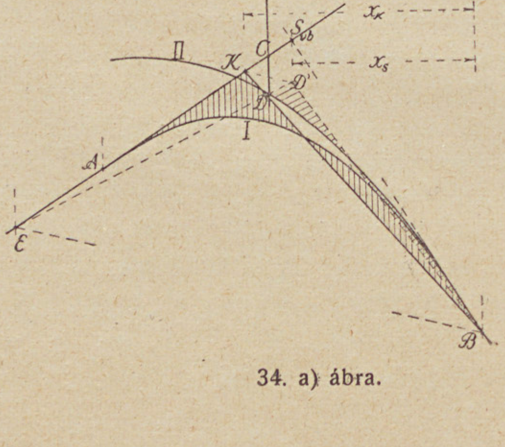
32. ábra.

tetszőleges alaku és vasalásu, de legalább egy szimmetria-tengellyel biró keresztmetszetekre. A megoldandó feladat egészen hasonló ahhoz, mely a faltestek szilárdságtanában akkor fordul elő, mikor *n* a szimmetria tengelyen a *magon kivül* van és (az anyag természeténél fogva) csak nyomó-feszültség keletkezhetik. A megoldás is hasonló, t. i. szintén az $y = \frac{J}{S}$ összefüggésen alapszik s nem is egyéb, mint a Mohr-féle terület-kiegyenlitő szerkesztésnek (32. ábra) általánositása. A faltesten (az idézett esetben) a dolgozó keresztmetszet a nullatengely *egyik* oldalán terül el és a területelemekkel arányos erők, melyekre a Mohr-féle kötélpoligon szerkesztendő, az *n* ponttól a nullatengely felé haladó sorrendben következnek. Ugyanigy van ez a csak nyomott vassal vasalt vasbeton-keresztmetszeten is, melyre tehát a *Mohr*-féle szerkesztés változatlanul érvényes. Általában azonban valamely vasbeton-keresztmetszet dolgozó része a tengely *mindkét* oldalán terül el, mégis szerkeszthetünk a dolgozó terület elemeivel arányos erőkre olyan kötélpoligont, melyben az erők az átdöfőponttól a nullatengely felé haladó értelemben következnek. A dolgozó keresztmetszetet ugyanis nyomóerő esetén a teljes vasbeton-keresztmetszet és a nem-dolgozó beton-terület külömbségének, húzóerő esetén pedig a vas-területek és a nyomott beton-terület összegének fogjuk tekinteni. Ennek megfelelően nyomóerő esetén a nyomott oldaltól kiindulva kötélvonalat szerkesztünk a *teljes* keresztmetszet pozitiv előjellel vett területelemeire [33 a) ábra: *I*] és ehhez érintőleg csatlakozó kötélgörbét a húzott oldaltól visszafelé a beton-terület negativ előjellel vett elemeire [33. a) ábra: *II*] Az *I* és *II* tehát *egy* kötélvonalat alkot, melyben az erők sorrendje 1, 2, ... 15, —15, —13 . . . Húzóerő esetén a húzott oldaltól kiinduló kötélpoligont szerkesztünk az *n*-szeres vas-keresztmetszet területelemeire [33. b) ábra: *I*] és ehhez érintőleg csatlakozó kötélgörbét a nyomott oldaltól visszafelé haladva a beton-terület ugyanolyan előjellel vett elemeire [33. b) ábra: *II*] Az *I* és *II* itt is *egy* kötélvonalat alkot, melyben az erők sorrendje 14, 12, . . . 2, 1, 3, 5, . . . (A 33. ábrákon a beton-területelemek páratlan, a vas-területelemek páros számmal vannak jelölve; az a) ábrán, hogy a vektorpoligon világosabb legyen, a *II* kötélgörbe vektorait (—15, —13 . . .) nem az *I* kötélvonal vektorainak egyenesére mértük, hanem forditott sorrendben az *I* kötélvonalhoz tartozó poluson átmenő párhuzamosra.) Könnyü belátni, hogy mindkét esetben, ha egy a keresztmetszetet metsző tetszőleges függőlegest húzunk, akkor e függőlegestől a nyomott oldal felé eső beton területből és az *n*-szeresen számitott összes vas-területből álló keresztmetszetnek a függőlegesre vonatkozó *sztatikai nyomatékát* a függőlegesből az *I* kötélvonal kezdő-oldala és a *II* kötélgörbe által lemetszett darab, *inercia-nyomatékát* pedig a kezdő-oldal, az *I* és *II* kötélvonalak és a függőleges által határolt terület ábrázolja. A sztatikai-nyomaték az emlitett vonaldarabnak *a b*-szerese, az inercianyomaték az emlitett területnek *2 a b*-szerese, ha *a* a területmérő alaphossz és *b* a vektorpoligon magassága. Ezek alapján a Mohr féle területkiegyenlitő-szerkesztés

(32. ábra) a 33. a) és b) ábrán igy alkalmazható: Az átdöfőpontot levetitjük az I kötélvonal kezdő-oldalára (E pont), az igy kapott pontból meghuzzuk az $\overline{ED}$ egyenest ugy, hogy $EDC\Delta$ egyenlő legyen az inercianyomatékot ábrázoló sraffozott területtel; ha ez az egyenlőség fennáll, $\overline{DC}$ egyenes a neutrális-tengely.

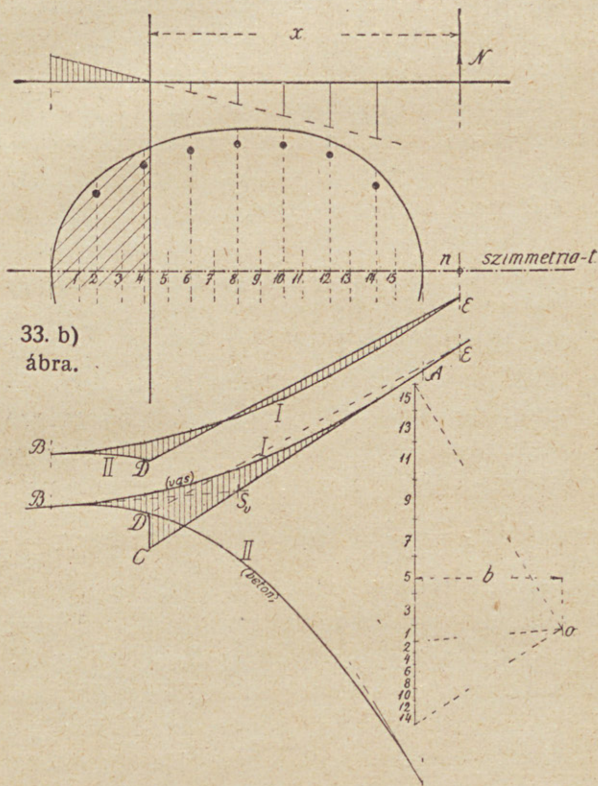


33. a) ábra.

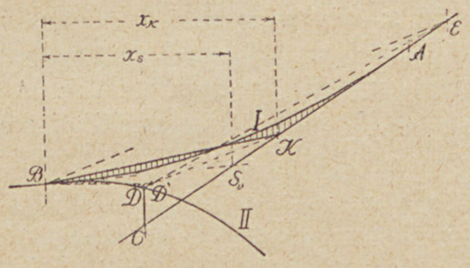


34. a) ábra.

(Ugyanis $J = 2\,ab \times EDC\Delta = 2\,ab\,\frac{\overline{DC}}{2}\,y$ és $S = ab \times \overline{DC}$, tehát valóban $\frac{J}{S} = y$). Ha az $\overline{ED}$ vonalat jól húztuk meg, akkor az I, II és $\overline{ED}$ által határolt (külön is megrajzolt és sraffozott) terület zérus nagyságu, (mert egyenlő nagy pozitiv és negativ részekből áll). Ezzel a feladat tulajdonképpen meg van oldva, a szerkesztés helyességének a kritériuma azonban nem elég éles;



33. b) ábra.



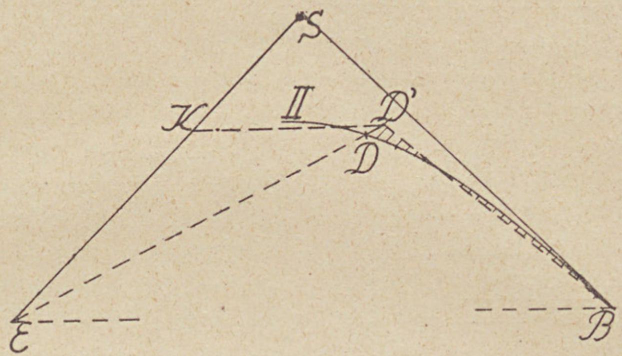
34. b) ábra.

különösen akkor nem, ha az átdöfőpont a keresztmetszeten van, mert ekkor az *I*, *II* és $\overline{ED}$ által határolt terület három darabban jelenik meg s igy zérus- vagy nem-zérus-voltát nehéz megitélni.*) Azonban a *D* pont kellő pontossággal és elég egyszerüen megállapitható egy más szerkesztéssel, melynek magyarázatához a 33. a) és b) ábrákat át kell alakitanunk. (l. a 34. a) és b) ábrákat). Meghuzzuk ugyanis az a) és b) ábrában a $\overline{BK}$ egyenest úgy, hogy az $EBK\Delta$ egyenlő legyen az $\overline{EB}$ és *I* által határolt területtel. Ha ugyancsak $\overline{EB}$ alap felett egy az $EBK\Delta$-gel egyenlő másik háromszöget is szerkesztünk ugy, hogy annak egyik oldala $\overline{ED}$ legyen, akkor e háromszög *D'* csúcsát a *K* ponttal összekötő egyenes párhuzamos $\overline{EB}$-vel és a háromszög $\overline{BD'}$ oldala által, továbbá $\overline{DD'}$ és *II* által határolt terület zérus. (Ennek az a magyarázata, hogy az $\overline{ED}$, $\overline{EB}$ és *II* által határolt terület szintén egyenlő az *EBK* háromszöggel.) Ezek alapján a *D* pont megszerkesztésére vonatkozó szabály a következő: *K*-ból párhuzamost huzunk $\overline{EB}$-vel és e párhuzamosan a *D'* pontot ugy vesszük fel, hogy $\overline{ED'}$ és $\overline{BD'}$ egyenesek által, továbbá a *II* görbe által határolt terület zérus legyen (két egyenlő részre essék szét). Az $\overline{ED'}$ egyenes a *II* görbén kimetszi a keresett *D* pontot. — A *K* pont a szimmetria-tengelyen levő és az átdöfőpont felé eső magpontnak a vetülete és pedig nyomóerő esetében a teljes vasbeton-, húzóerő esetében a tiszta vas-keresztmetszet magpontjáé. *K* pontnak a *B*-n átmenő függőlegestől való távolsága nyomóerő esetén : $x_k = \frac{J_t}{S_t}$, húzóerő esetén pedig $x_k = \frac{J_v}{S_v}$, J_t és S_t a teljes vasbetonkeresztmetszetnek, J_v és S_v a tiszta vas-keresztmetszetnek a *B*-n átmenő függőlegesre vonatkozó inercia- illetve sztatikai nyomatéka. Ha x_k-t, továbbá az S_{vb} illetőleg S_v pontoknak (l. 49. old.) ugyancsak a *B*-n átmenő függőlegestől való távolságát x_s-t, számitással határozzuk meg, akkor az *I* kötélvonalra nincs szükség s a neutrális-tengely meghatározására vonatkozó szerkesztés a következő lépésekből áll: Megszerkesztjük az *I* kötélvonal vektorpoligonát; ennek és az x_s távolságnak felhasználásával megrajzoljuk az *I* kötélvonal első és utolsó szakaszát, melyeken kijelöljük az *E* és *B* pontokat és x_k alapján a *K* pontot. A *B* pontból kiindulólag megrajzoljuk a *II* kötélgörbét és *K*-ból párhuzamosat

---

*) Hasonló szerkesztést közöl Prof. Guidi nyomán Mörsch (Der Eisenbetonbau), azzal a különbséggel, hogy nyomóerő esetén is azt a kötélvonalat alkalmazza, melyet a 33. ábrán húzás esetében szerkesztettünk. Ebben az esetben a szerkesztés nem hozható a 35. ábrán látható egyszerü alakra.

húzunk $\overline{EB}$-vel; e párhuzamosan felvesszük a D' pontot úgy, hogy a fentebb emlitett feltétel teljesüljön, azaz hogy a sraffozott területek



35. ábra.

(l. 35. ábra) egyenlők legyenek. ED' és II metszéspontján, D-n megy át a neutrális-tengely. Minthogy az összehasonlitandó területek kicsinyek, a terület-kiegyenlités igen pontosan végezhető.

29. §. A feszültség kimutatása.

Ha a neutrális-tengelyt meghatároztuk (27. és 28. §.), a feszültség a keresztmetszet bármely pontján egyszerüen meghatározható a következő ismert összefüggésből: $\sigma = \frac{N}{S} z$, (z a kérdéses pontnak a neutrális-tengelytől való távolsága.) Tehát

$$\left.\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{N}{S} z \\ \sigma_v &= n \frac{N}{S} z \end{aligned}\right\} \quad (91)$$

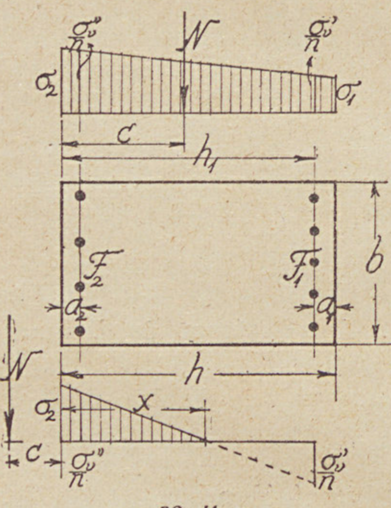
S-et, a dolgozó keresztmetszetnek a neutrális-tengelyre vonatkozó sztatikai nyomatékát, általános esetben ugyanazzal az ábrával határozhatjuk meg, mely x meghatározására szolgál. Ugyanis a neutrális-tengelyen lemetszett $\overline{CD}$ hossz (l. 33. és 34. ábrákat) arányos S-sel; $S = ab\,\overline{CD}$ (l. 55. old.) A két szélén vasalt derékszögü négyszögkeresztmetszetre vonatkozólag (30. ábra)

$$S = \frac{1}{2} b x^2 + n F_2 (x - a_2) - n F_1 (h_1 - x)$$

B) Derékszögü négyszög-keresztmetszet tervezése excentrikus nyomásra.

30. §. A keresztmetszet külső méretei és a vasalás helye adottak.

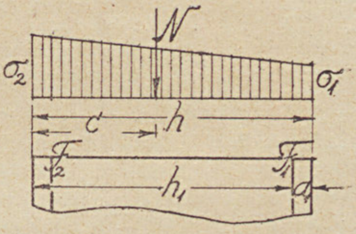
Az eredő helyzetét kiindulásunk szerint (26. §) a négyszög középvonalától való t távolsága adja meg; a számitásba azonban az n pontnak a keresztmetszetnek az n-hez közelebb eső szélétől való távolságát, c-t fogjuk bevinni, amely a t által szintén adott. Az n ponthoz közelebb eső vasalás legyen F_2, a közelebb eső szélső betonigénybevétel pedig σ_2; F_2-ben és F_1-ben az igénybevétel σ_v'' és σ_v'; a jelölésekre egyébként a 36. ábra irányadó. A méretek közül kettő az ismeretlen, F_1 és F_2; a méretezési feltételek száma is kettő volna, t. i. a két anyag kihasználására vonatkozó két követelés; ezek közül azonban általában csak az egyik hozható összhangba az N és a belső-erők közti sztatikai kapcsolattal, úgyhogy a feladat a legtöbb esetben sok-megoldásu. — Mindaddig, amig n a keresztmetszeten van, elképzelhető a betonban a keletkező nyomó-feszültségeknek sik szerint való olyan megoszlása, hogy a feszültségi testnek N legyen a súlyvonala. E feszültségi testnek a köbtartalma, abban az esetben, mikor a legnagyobb feszültség éppen σ_b, B_o. Ha $N \leqq B_o$ a keresztmetszetet csupán az előirt minimális (0·8%) vasterülettel kell vasalni. A következőkben feltesszük, hogy $N > B_o$.



36. ábra.

1.) *n a beton-keresztmetszet magján belül van.* $c > \frac{h}{3}$

Ebben az esetben csak nyomó-feszültségek keletkezhetnek, mert csak igy lehetséges, hogy a feszültségi testnek az N egyenes súlyvonala legyen. (37. ábra). $P_o = \frac{b\,h^2}{2\,(2h-3c)}\,\sigma_b$ Kiindulásunk szerint $N > B_o$; hogy tehát a betonigénybevétel a megengedett σ_b alatt maradjon, vasalásra van szükség, vagy két oldalon vagy legalább az egyiken. Minthogy csak egy méretezési feltételt állithatunk fel, t. i. azt, hogy vagy σ_2 vagy σ_1 egyenlő σ_b-vel, mig az ismeretlenek száma kettő (F_2 és F_1) a feladat sok-megoldásu. Minden megoldáshoz a neutrális-tengelynek más és más helyzete tartozik; minthogy csak nyomófeszültségek keletkezhetnek, a neutrális-tengely nem eshetik a két vasalás közé. Önkényesen kizárjuk azokat a megoldásokat, melyek a keresztmetszet széle és a vasalás közé eső neutrális-tengelyekhez tartoznak, mert ezek nem gazdaságosak, tehát gyakorlati szempontból nem megfelelők. Ha a neutrális-tengely a keresztmetszetet nem metszi, az eredő és a belső-erők közti kapcsolatot a következőképpen irhatjuk fel: A belső-erők az N-nek komponensei, tehát



37. ábra.

$$N = \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} b\, h + F_2 \sigma_v'' + F_1 \sigma_v' \qquad (92)$$

és
$$N\,(h_1 - c) = \frac{\sigma_2}{2} b\, h\left(\frac{2h}{3} - a_1\right) + \frac{\sigma_1}{2} bh\left(\frac{h}{3} - a_1\right) + F_2\, \sigma_v''\left(h_1 - a_2\right) \qquad (93)$$

A feszültségi ábra alapján:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_v' &= \frac{n}{h}\left[\sigma_1 h_1 + \sigma_2 a_1\right] \\ \sigma_v'' &= \frac{n}{h}\left[\sigma_2 (h - a_2) + \sigma_1 a_2\right] \end{aligned}\right\} \qquad (94)$$

A (92) és (93) egyenletekből álló egyenletrendszert F_1 és F_2-re megoldva és a (94) alatti értékeket behelyettesitve, a következő eredményre jutunk:

$$F_1 = \frac{6\,N\,(c - a_2) - \sigma_2\, bh\,(h - 3a_2) - \sigma_1\, bh(2h - 3a_2)}{6\,(h_1 - a_2)\,(\sigma_2\, a_1 + \sigma_1\, h_1)\, n}\, h \qquad (95)$$

$$F_2 = \frac{6\,N\,(h_1 - c) - \sigma_2\, bh\,(3h_1 - h) - \sigma_1\, bh\,(3h_1 - 2h)}{6\,(h_1 - a_2)\,[\sigma_2\,(h - a_2) + \sigma_1\, a_2]\, n}\, h \qquad (96)$$

A (95) és (96) egyenletekből világos a feladat határozatlan volta: ha az egyik σ-t σ_b-re választjuk, a másik nulla és σ_b között változhatik s igy változik F_1 és F_2 is. Itt azonban felmerül az a kérdés, hogy a meg nem kötött σ-t 0 és σ_b között teljesen szabadon választva, nem jutunk-e abszurd eredményre, t. i. nem adódik-e F_1 vagy F_2 re negativ szám. A (95) és (96) egyenletekből világos, hogy a meg nem kötött σ növelésével F_1 és F_2 csökken, mert a jobboldal számlálója csökken, nevezője növekszik. Mechanikai meggondolásból belátható, hogy ezen értékváltozás közben F_1 hamarább eléri a 0 értéket, mint F_2. — F_2 tehát nem lehet nulla, mert különben a hozzátartozó F_1 már negativ volna.

Ha ugyanis $\sigma_2 = \sigma_b$ és σ_1 értéke úgy van választva, hogy a betonfeszültségek eredője összeessék N-nel, akkor, ez az eredő, B_o, kisebb lévén N-nél, szükség van F_1 vasalásra, mert másképpen nem volna lehetséges, hogy a belső erőknek F_2 súlyvonalára vonatkozó nyomatéka egyenlő legyen a külső-erő nyomatékával, $N\ (c—a_2)$-vel. σ_1-t növelve, a betonfeszültségek eredője F_2-től távolodik és F_2 súlyvonalára vonatkozó nyomatéka növekszik; van σ_1-nek egy olyan értéke, mely mellett e nyomaték éppen eléri $N\ (c-a_2)$-t, s igy $F_1 = 0$. F_2 azonban nem zérus, mert a betonfeszültségek eredője — távolabb lévén F_2-től mint N — kisebb, mint N s igy szükség van egy $F_2\ \sigma_v''$ erőre, hogy a belső-erők összege N-nel egyenlő legyen. — Ha viszont a σ_1 feszültséget választjuk σ_b-nek és σ_2-t változtatjuk 0 és σ_b között, a beton-feszültségek eredője F_2-től távolabb van, mint N; feltéve, hogy van egy olyan σ_2 érték, mely mellett a beton-feszültségeknek F_2 súlyvonalára való nyomaték-összege egyenlő $N\ (c—a_2)$-vel, F_1 zérus lehet, azonban a megfelelő F_2 nem zérus, mert a beton-feszültségek eredője — F_2-től távolabb lévén — kisebb, mint N s igy szükség van egy $F_2\ \sigma_v''$ erőre.

A fentiek szerint tehát a változtatható σ-nak legnagyobb értéke vagy σ_b vagy pedig az az érték, mellyel a (95) egyenlet jobboldalának számlálója (és ezzel egyidejüleg F_1) nullává lesz. E számlálót nullával egyenlővé téve, a következő eredményre jutunk:

$$\sigma_1 = \frac{6\,N(c—a_2)}{b\,h\,(2h—3a_2)} — \sigma_b\,\frac{h—3\,a_2}{2\,h—3a_2} \tag{97}$$

$$\sigma_2 = \frac{6\,N(c-a_2)}{b\,h\,(h-3a_2)} — \sigma_b\,\frac{2\,h — 3\,a_2}{h—3a_2} \tag{98}$$

A (97) egyenlet arra az esetre vonatkozik, ha σ_2-re, a (98) egyenlet pedig arra az esetre vonatkozik, ha σ_1-re kötöttük ki, hogy elérje a megengedett határt, σ_b-t. Ezen egyenletek által megadott értékek azonban csak akkor mértékadók a változtatható σ-ra nézve, ha alatta maradnak σ_b-nek. Ennek mindkét esetben ugyanaz a feltétele, t. i. az, hogy

$$N \leqq \frac{\sigma_b}{2}\,b\,h\,\frac{h-2\,a_2}{c—a_2} = N_o \tag{99}$$

F_1 és F_2 meghatározása tehát a (95) és (96) egyenletekből a következőképpen történik: Az egyik szélső igénybevételt σ_b-re vesszük fel, a másik szélső igénybevételt pedig vagy 0 és σ_b, vagy 0 és a (97) (98) alatt megadott érték között vesszük fel aszerint, hogy N nagyobb vagy kisebb, mint N_o.*) — Elméleti szempontból természetesen a változó igénybevételhez tartozó valamennyi F_1, F_2 értékpár egyaránt helyes megoldása a feladatnak; gyakorlatilag célszerübb, t. i. gazdaságosabb keresztmetszetre vezet, ha a két szélső igénybevétel közül σ_2-t vesszük fel σ_b-re. Ugyancsak takarékossági szempontból célszerü a változó σ-t minél nagyobbra felvenni, tehát, ha $N \leqq N_o$, *egyoldali* vasalást tervezni; ennek azonban akadálya lehet, t. i. oszlop-keresztmetszeten mindkét oldalon kell vasalás és egyik oldali vasalás sem lehet kevesebb, mint $0{\cdot}004\, bh = F_{\min}$ Szimmetrikusan váltakozó terhelés esetén indokolt a keresztmetszetet *szimmetrikusan* vasalni.

Egyoldalt vasalt keresztmetszet. ($F_1 = 0$). Csak abban az esetben jöhet szóba, ha $N \leqq N_o$. $\sigma_2 = \sigma_b$, σ_1 értékét a (97) egyenlet megadja, a feszültségi ábra tehát határozott. A betonfeszültségek eredője:

$$B = \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} bh \quad \text{és} \quad F_2 = \frac{N - B}{\sigma_v''} .$$

Két oldalt vasalt keresztmetszet, melyben $F_1 = F_{\min}$. $\sigma_2 = \sigma_b$; σ_1 a (95) egyenletből számitható, ha abban F_1-et ($F_{\min} = 0{\cdot}004\, bh$)-val helyettesitjük. σ_1 meghatározása után a (96) egyenletből F_2 is meghatározható.

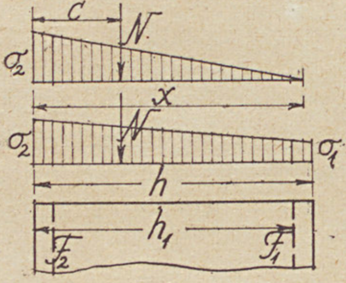
E két speciális esetben a feladatnak két megoldása van, t. i. nemcsak σ_2-t, hanem σ_1-t is felvehetjük σ_b-re. Ez esetben σ_2-t kell a (97) illetőleg (95) egyenletből meghatározni. F_2-re e második megoldás az előbbinél *nagyobb* értéket ad.

Szimmetrikus vasalás esetében a feladat *egy*-megoldásu, mert σ_2 okvetlenül nagyobb mint σ_1 s igy csak σ_2-t lehet σ_b-vel egyenlővé tenni. A feladat megoldását a (95) és (96) egyenletekből álló egyenletrendszer adja, melyben σ_1 és $F_1 = F_2 = F_v$ az ismeretlenek.

2) *Az erő* $\frac{h}{3}$ és $\frac{h_1}{3}$ *közé esik.* $\frac{h_1}{3} < c < \frac{h}{3}$

Ebben az esetben is csupán nyomó-feszültség keletkezhetik; ez az eredő helyzetéből következik. Kiindulásunk szerint

*) Szabad a változó igénybevételt 0-nál kisebbre is felvenni, t. i. $\sigma_1 = -\sigma_b \frac{a_1}{h_1}$, illetőleg $\sigma_2 = -\sigma_b \frac{a_2}{h - a_2}$ értéket behelyettesiteni, feltéve, hogy ez a σ_1 ill. σ_2 húzó-igénybevétel kisebb, mint 5—6 kg/cm² Ellenkező esetben σ_1 ill. σ_2 alsó határa: a megengedett húzó-igénybevétel.



38. ábra.

$$N > B_o = \frac{3}{2} \sigma_b \, b \, c ,$$

tehát szükség van vasalásra, melynek segitségével elérhető, hogy σ_2 vagy σ_1 elérje a megengedett határt. Ha abból indulunk ki, hogy $\sigma_1 = \sigma_b$, nem kapunk gazdaságos megoldást, ezt az esetet tehát kizárjuk. A feszültségi ábra nem terjedhet ki minden esetben az egész keresztmetszetre; ha ugyanis

$$N \leqq \frac{\sigma_b \, bh \left(\frac{h}{3} - a_2 \right)}{2 \, (c - a_2)} = N_o' \qquad (100)$$

akkor a nullatengely F_1 súlyvonala és a keresztmetszet széle közti a_1 széles sávba esik. (38. és 36. ábrák). Ugyanis a neutrális-tengely akkor van szélső helyzetében, azaz a nyomott betonterület x szélessége akkor a legnagyobb, ha a megfelelő beton-feszültségeknek F_2 súlyvonalára vonatkozó nyomaték-összege

$$\frac{\sigma_b}{2} \, b \, x \left(\frac{x}{3} - a_2 \right) = N \, (c - a_2) \qquad (101)$$

A (100) és (101) egyenletek összehasonlitásából következik, hogy a (101) egyenletből számitható $x_{max} \leqq h$.

a) Ha tehát $N \leqq N_o'$, $\sigma_2 = \sigma_b$-re választandó és a nullatengely x távolsága h_1 és x_{max} között veendő fel. E két felvétellel a feszültségi ábra meghatározott és F_2 illetőleg F_1 súlyvonalára felirt nyomatéki egyenletből (belső-erők nyomatéka egyenlő N nyomatékával) F_1 és F_2 kiszámitható:

$$F_1 = \frac{6 \, N \, (c - a_2) - \sigma_b \, bx \, (x - 3 \, a_2)}{6 \, n \, \sigma_b \, (h_1 - a_2) \, (x - h_1)} \, x \qquad (102)$$

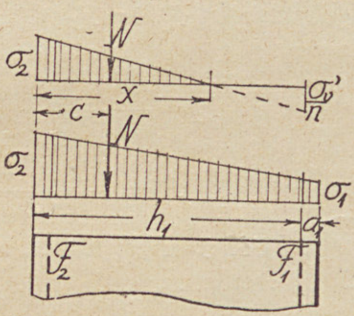
$$F_2 = \frac{6 \, N \, (h_1 - c) - \sigma_b \, bx \, (3 \, h_1 - x)}{6 \, n \, \sigma_b \, (h_1 - a_2) \, (x - a_2)} \, x \qquad (103)$$

Ha x értéke h_1-től x_{max}-ig változik, F_1 értéke végtelen és zérus között mozog.

b) Ha $N > N_o'$, a feladat megoldása ugyanaz, mint az 1. esetben, de a következő módositással: A szélső igénybevételek közül mindig σ_2-t vesszük σ_b-re és nem hagyjuk figyelmen kivül azokat a megoldásokat sem, melyek a neutrális-tengelynek F_1 és az idom széle közötti helyzeteihez tartoznak. Ha ennek megfelelően x értéke h_1 és h közé esik, F_1 és F_2 a (102) és (103) egyenletből veendő, egyéb esetekben a (95) és (96) egyenletek állanak.

3.) *c kisebb mint* $\frac{h_1}{3}$, *de nagyobb mint akár* $\frac{x_o}{3}$, *akár* a_2

$B_o = \frac{3}{2} b c \sigma_b$, $N > B_o$. Ebben az esetben, minthogy az átdöfőponttól h_1 harmadpontja a keresztmetszet közepe felé esik, lehetséges, hogy az F_1 területü vasalás húzófeszültség keletkezzék, hogy tehát a neutrális-tengely a két vasalás közé essék. σ_v' feszültség azonban nem érheti el a megengedett határt, σ_v-t, mert x nem lehet kisebb, mint $3c$ és igy okvetlenül nagyobb x_o-nál, a $\sigma_2 = \sigma_b$ és $\sigma_v' = \sigma_v$ értékek által meghatározott neutrális-tengely távolságánál. A határértéket csak a beton igénybevétele érheti el, a méretezésnél tehát csak egy kikötést tehetünk s igy a feladat sok-megoldásu. Két esetet kell megkülönböztetni, aszerint, hogy az eredő kisebb vagy nagyobb-e, mint N_o''.



39. ábra.

$$N_o'' = \frac{\sigma_b\, b\, h_1}{2\,(c - a_2)} \left(\frac{h_1}{3} - a_2 \right) \qquad (104)$$

a) $N \leqq N_o''$. Ebben az esetben a neutrális-tengely mindenesetre a két vasalás közé esik, tehát σ_v' húzást jelent. x legkisebb illetve legnagyobb értékét a következő egyenletek határozzák meg:

$$\frac{\sigma_b\, b}{2}\, x_{min} \left(\frac{x_{min}}{3} - a_2 \right) = N\,(c - a_2) \qquad (105)$$

$$\frac{\sigma_b\, b}{2}\, x_{max} \left(h_1 - \frac{x_{max}}{3} \right) = N\,(h_1 - c) \qquad (106)$$

Ha x-et a (105) egyenlet által meghatározott értéknél kisebbre, a (106) egyenlet által meghatározottnál pedig nagyobbra választanók, F_1 illetőleg F_2-re negativ érték adódnék. x_{min}-nak $F_1 = 0$, x_{max}-nak $F_2 = 0$ felel meg. A (106) egyenlet által meghatározott x_{max} érték azonban csak akkor jöhet figyelembe, ha kisebb, mint h_1. Annak, hogy ez bekövetkezzék, az a feltétele, hogy $N > N_o'''$.

$$N_o''' = \frac{\sigma_b\, b\, h_1^2}{3(h_1 - c)} \qquad (107)$$

Ez a feltétel nincs ellentmondásban azzal, hogy $N \leqq N_o''$, minthogy $N_o'' > N_o'''$. Ha $N \leqq N_o'''$, akkor x okvetlenül kisebbre veendő, mint h_1. — A feladat megoldása tehát a következő: σ_2-t egyenlővé tesszük σ_b-vel és felvesszük x-et az x_{min} és x_{max} értékek között. Ezzel a felvétellel a feszültségi ábra határozottá válik. A külső erők és belső-erők közti kapcsolatot legcélszerübb az F_1 és F_2 súlyvonalára vonatkozó nyomatéki egyenletekkel kifejezni, melyek alapján F_1 és F_2-re a már ismert (102) és (103) képleteket kapjuk:

$$F_1 = \frac{-6N(c - a_2) + \sigma_b\, b\, x\,(x - 3a_2)}{6\, n\, \sigma_b (h_1 - a_2)(h_1 - x)}\, x \qquad (102)$$

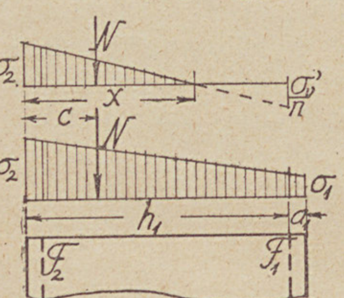
$$F_2 = \frac{6N(h_1 - c) - \sigma_b\, b\, x\,(3h_1 - x)}{6\, n\, \sigma_b (h_1 - a_2)(x - a_2)}\, x \qquad (103)$$

b) $N > N_o''$. Ebben az esetben a megoldás ugyanaz, mint a 2. b) esetben.

4.) *c kisebb, mint* $\frac{x_o}{3}$ *és nagyobb, mint* a_2.

$$\left(a_2 < \frac{x_o}{3}\right)$$

$B_o = \frac{3}{2}\, b\, c\, \sigma_b$, $N > B_o$. Hasonlóan, mint a 3.) esetben, a neutrális-tengely vagy a két vasalás közé esik vagy nem, aszerint, hogy N kisebb vagy nagyobb, mint a (104) egyenlettel meghatározott N_o''. Amikor a neutrális-tengely a két vassor közé esik, a dolgozó keresztmetszetnek a betonterületből és F_2-ből álló része, továbbá a feszültségi ábra ugyanaz, mintha a keresztmetszetet nem N erőre, hanem ugyanolyan határigénybevételekkel egy $N\,(h_1 - c)$ nagyságu hajlitónyomatékra kellene méretezni. Ez abból látható be, hogy mindkét méretezési esetben a nyomófeszültségeknek az F_1 súlyvonalára vonatkozó nyomatékösszege ugyanaz, t. i. $N\,(h_1 - c)$. F_1 azonban a két esetben nem azonos; az N erő esetében ugyanis $F_1\, \sigma_v' = B + F_2\, \sigma_v'' - N$, mig az $N\,(h_1 - c)$ hajlitó-nyomaték esetében: $F_1\, \sigma_v' = B + F_2\, \sigma_v''$. Ezek



40. ábra.

szerint a feladatnak egyik megoldása a következő: Az N erőt egy $N\ (h_1-c)$ nagyságu hajlitó-nyomatékkal és e nyomaték által meghatározott mértékben, t. i. (h_1-c)-vel eltolt, azaz a huzott vasbetét súlyvonalába eső N erővel helyettesitjük. $N\ (h_1-c)$-re megméretezzük a keresztmetszetet; az igy kapott F_2 megadja a nyomott vasterület végleges értékét, a nyomatéknak megfelelő húzott vas területéből azonban $\frac{N}{\sigma_v}$-t le kell vonni.*)

$a)$ $N \leqq N_0''$. [l. (104) egyenletet]. A neutrális-tengely a két vasalás közé esik ugyanugy, mint a 3. $a)$ esetben; x_{min} és x_{max} meghatározása azonban eltérő lehet. Lehetséges ugyanis, hogy (105) ill. (106) egyenletekből x_{min} vagy esetleg x_{max} is kisebbre adódik, mint x_0, ami anynyit jelent, hogy σ_2 nem érheti el a σ_b értéket, mert a megfelelő σ_v' előbb túllépi a megengedett σ_v határt. A (105) és (106) egyenletekben $\sigma_2 = \sigma_b$ szerepel; az emlitett esetben tehát az x_{min} ill. x_{max}-ra kapott eredmény ellenmondásban volna a kiindulásnál tett kikötéssel. Mindaddig azonban, amig

$$\frac{\sigma_b\, b}{2}\, x_0 \left(\frac{x_0}{3} - a_2\right) \leqq N\,(c-a_2) \qquad (108)$$

ez az ellenmondás nem következhetik be (v. ö. a (105) és (108) egyenleteket) és a feladat megoldása ugyanaz, mint a 3. $a)$ esetben

Ha azonban $\frac{\sigma_b\, b}{2}\, x_0\left(\frac{x_0}{3} - a_2\right) > N\,(c-a_2)$, akkor a (105) egyenlet nem áll fenn. Aszerint, hogy emellett

$$\frac{\sigma_b\, b}{2}\, x_0 \left(h_1 - \frac{x_0}{3}\right) \leqq N\,(h_1-c) \qquad (109\ \alpha)$$

vagy
$$\frac{\sigma_b\, b}{2}\, x_0 \left(h_1 - \frac{x_0}{3}\right) > N\,(h_1-c) \qquad (109\ \beta)$$

két eset lehetséges: $\alpha)$ Ha a (109 α) összefüggés áll fenn, x_{max} ugyanugy határozandó meg, mint a 3. $a)$ esetben (l. (106) egyenlet) és bizonyos, hogy $x_{min} < x_0 < x_{max}$. Ha a nullatengely a nyomott oldal felé közeledve, az x_0-nak megfelelő helyzeten túlhalad, a σ_2 igénybevétel nem lehet σ_b-vel egyenlő, hanem csupán: $\frac{\sigma_v\, x}{n\,(h_1-x)}$.

Az x_{min} meghatározására szolgáló (105) egyenlet, melyben $\sigma_2 = \sigma_b$ szerepel, ennek megfelelően igy módosul:

---

*) Erre a megoldásra nézve lásd *Stock*-nak az *Armierter-Beton* 1911. évfolyama 11, 12. számában megjelent értekezését.

$$\frac{\sigma_v\, b\, x^2_{min}}{2\, n\, (h_1 - x_{min})}\left(\frac{x_{min}}{3} - a_2\right) = N\,(c - a_2) \tag{110}$$

Mindaddig, mig x értékét x_0 és x_{max} között vesszük fel, csak a beton lehet kihasználva és a megoldást a (102) és (103) egyenletek adják. Mikor viszont x a (110) egyenletből számitott x_{min} és x_0 közé esik, a húzott vas igénybevétele érheti el a megengedett határt. Erre az esetre a (102) és (103) egyenletek csak akkor állanak, ha σ_b-t $\dfrac{\sigma_v\, x}{n\,(h_1 - x)}$-szel helyettesitjük; ezzel a módositással:

$$F_1 = \frac{-\,6\,N\,(c - a_2)\,(h_1 - x)\,n + \sigma_v\, b\, x^2\,(x - 3\,a_2)}{6\,\sigma_v\, n\,(h_1 - a_2)\,(h_1 - x)} \tag{111}$$

$$F_2 = \frac{6N\,(h_1 - c)\,(h_1 - x)\,n - \sigma_v\, b\, x^2\,(3h_1 - x)}{6\,\sigma_v\, n\,(h_1 - a_2)\,(x - a_2)} \tag{112}$$

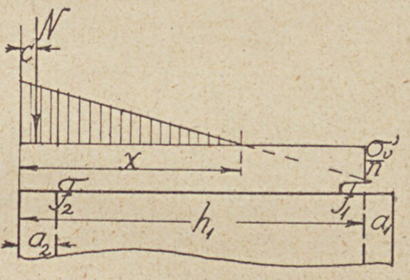
Ha a nulla tengely az x_{min} által meghatározott helyzeten is túlhalad (a nyomott szél felé), F_1 állandóan zérus és a beton nem lehet kihasználva, mindaddig, amig a tengely a (105) egyenletből kiszámitott x'_{min}-vel megadott helyzetbe nem ér. Ehhez a helyzethez ismét $\sigma_2 = \sigma_b$ tartozik s a megfelelő F_2-t a (103) egyenlet adja. $(F_1 = 0)$. A feladatnak fentebb emlitett (Stock-féle) megoldása bár x-nek minden lehetséges felvétele mellett alkalmazható, csak akkor célszerü, ha $x = x_0$. Ebben az esetben ugyanis a beton és vas egyidejüleg kihasználható s igy az $N\,(h_1 - c)$ nyomatékra való méretezés a 12. §. szerint végezhető (l. 23. old.)

β) Ha nem a (109 α) hanem a (109. β) kapcsolat áll fenn, akkor sem a (105), sem a (106) egyenlet nem érvényes és $x_{min} < x_{max} < x_0$. Ebben az esetben a két határ között bárhol vesszük is fel x-et, mindig csak a húzott vas lehet kihasználva és a megoldást a (111) és (112) egyenletek adják. x_{min} ugyanugy határozható meg, mint az előbbi esetben; x_{max}-ot vagy a (112) egyenlet jobboldalát zérussal egyenlővé téve, vagy pedig — a harmadfoku egyenletet elkerülendő — a következő felfogás alapján számithatjuk: Minthogy a nyomott öv az N erő esetén ugyanaz, mint $N\,(h_1 - c)$ hajlitó-nyomaték esetén, x_{max} a neutrális-tengelynek azt a helyzetét jelenti, melyhez tartozó $\sigma_v' = \sigma_v$ és $\sigma_2 < \sigma_b$ igénybevételekkel a keresztmetszet az $N\,(h_1 - c)$ hajlitó-nyomatékot egyszerü vasalással felveheti. A 9. §. b) pontja értelmében meg tudjuk határozni az ennek a vasalásnak megfelelő μ vaspercentet. Ugyanis a (32) egyenlet alapján kiszámitjuk ε-t és ehhez az V. táblázatban tartozó μ lesz a kérdéses vaspercent, melyhez viszont a III. táblázat megadja α-t. Ezzel a feladat meg van oldva, mert $x_{max} = \alpha\, h_1$.

b) $N > N_o''$. [l. 104) egyenletet]. Ebben az esetben a feladat megoldása ugyanaz, mint a 2. *b*) esetben.

5.) *Az átdöfőpont az a_2 szélességü sávba esik.* $0 < c < a_2$.

$B_o = \frac{3bc}{2}\sigma_b$; $N > B_o$. A neutrális-tengelynek a nyomott széltől való távolsága, x mindenesetre kisebb h_1-nél és mindaddig amig $c > \frac{a_2}{3}$, $x > a_2$. Ha azonban $c < \frac{a_2}{3}$, az x távolság kisebb is lehet, mint a_2; ehhez azonban még az is szükséges, hogy



41. ábra.

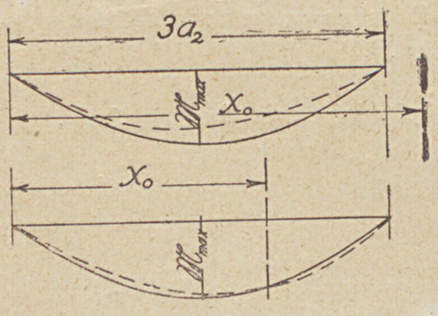
$$N \leq \frac{ba_2^2\left(h_1 - \frac{a_2}{3}\right)}{2n\,(h_1 - a_2)\,(h_1 - c)}\,\sigma_v \qquad (113)$$

Ezt az esetet, t. i. hogy a (113) kapcsolat fennálljon, kizártnak tekinthetjük s igy mondhatjuk, hogy

$$a_2 < x < h_1 \qquad (114)$$

Azt a két szélső-értéket, melyet x felvehet a következő meggondolásból határozhatjuk meg: Legyen $x = 3c$, ebben az esetben a beton-feszültségek eredője, B_o egy egyenesbe esik N-nel és kisebb N-nél, tehát szükség van mindkét oldalon vasalásra. x értékét növelve a B eredő növekszik és növekszik az F_1 terület súlyvonalára vonatkozó nyomatéka is, amiből következik, hogy F_2 értéke csökken. x értéke addig növelhető, amig F_2 zérussá nem válik, vagy amig x el nem éri a h_1 értéket; x_{max} tehát ugyanugy állapitandó meg, mint a 4. *a*) esetben.

Induljunk ki ismét az $x = 3c$ értékből. Bizonyos, hogy az ennek megfelelő beton-feszültségek eredőjének, B_o-nak F_2 súlyvonalára vonatkozó nyomatéka kisebb, mint $N\,(a_2 - c)$. (Ezért van szükség húzott vasalásra.) Ha x értékét csökkentjük, B csökken ugyan, de F_2 súlyvonalára vonatkozó nyomatékának abszolut értékéről, $\mathfrak{M}$-ről nem látható előre, hogy csökken-e vagy nem, minthogy B karja növekedik. $\mathfrak{M}$ változásáról tiszta képet alkothatunk a következő módon. Ha $x = 3a_2$, akkor $\mathfrak{M} = 0$, minthogy B karja zérus; ugyancsak zérussal egyenlő $\mathfrak{M}$ akkor is ha $x = 0$. x-et változtatjuk $3a_2$-től 0-ig s közben vagy σ_2 t, vagy σ_v'-t vesszük állandóan egyen-



42. ábra.

lőre a megengedett határértékkel, σ_b, illetőleg σ_v-vel. Az első esetben:

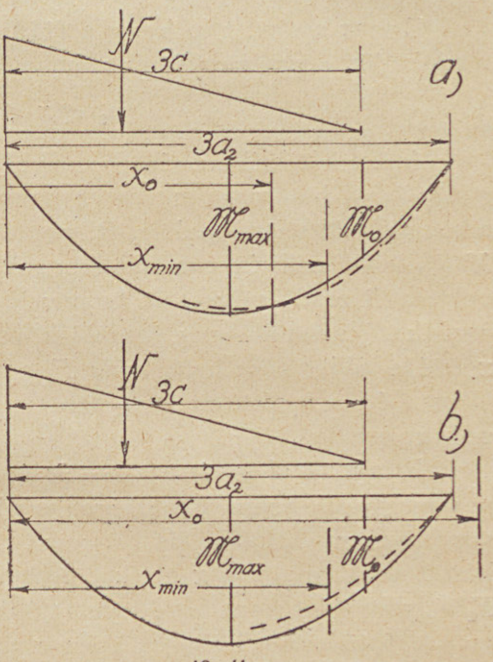
$$\mathfrak{M} = \frac{\sigma_b\, b}{2}\left(a_2\, x - \frac{x^2}{3}\right) \qquad (115)$$

A második esetben:

$$\mathfrak{M} = \frac{\sigma_v\, b}{2n\,(h_1 - x)}\left(a_2\, x^2 - \frac{x^3}{3}\right) \qquad (116)$$

A (115) egyenlet másodfoku, a (116) pedig harmadfoku parabolával ábrázolható.*) (42. ábra). A másodfoku parabolának a szóban forgó szakasza, (mely a $3a_2$ és 0 közé eső x-ekhez tartozik) szimmetrikus, a (115) egyenlet szerint számitott $\mathfrak{M}$ nyomatékok maximuma tehát $x = \frac{3a_2}{2}$ értékhez tartozik; ez a maximum

$$\mathfrak{M}_{max} = \frac{3}{8}\,\sigma_b\, b a_2^2 \qquad (117)$$



43. ábra.

A másodfoku parabolának az $x = 3c$ abszcisszához tartozó ordinátája által ábrázolt nyomaték $\mathfrak{M}_o < N\,(a_2 - c)$, minthogy $B_o < N$. — Ha $c < \frac{a_2}{2}$, akkor az $\mathfrak{M}_o$ ordináta a parabolának a keresztmetszet nyomott széle felé eső felén van. Ez esetben tehát x et $3\,c$-től 0 felé csökkentve, $\mathfrak{M}$ állandóan kisebbedik, ami azt jelenti, hogy húzó-feszültségre (F_1 vasalásra) állandóan szükség van. Amikor tehát $c < \frac{a_2}{2}$, F_1 zérus nem lehet és x bármily kicsiny lehet, hacsak nagyobb a_2-nél.

Ha $c > \frac{a_2}{2}$, akkor x-et a $3c$ értéktől kezdődőleg csökkentve, $\mathfrak{M}$ mindaddig növekszik, amig

*) A 42. és 43. ábrán a másodfoku parabola folytonos, a harmadfoku parabola szakgatott vonallal van rajzolva.

x a $3c$ és $\frac{3a_2}{2}$ határok közé esik; ha $x = \frac{3a_2}{2}$, $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_{max}$ (117.)

Két eset lehetséges:

a) $N(a_2 - c) > \mathfrak{M}_{max}$ azaz

$$N > \frac{3\,\sigma_b\,ba_2^2}{8\,(a_2 - c)} \qquad (118\ a.)$$

Ebben az esetben F_1 zérus nem lehet, és x lehet bármily kicsiny, hacsak a_2-nél nagyobb.

b) $N(a_2 - c) < \mathfrak{M}_{max}$ azaz

$$N < \frac{3\,\sigma_b\,ba_2^2}{8\,(a_2 - c)} \qquad (118\ b.)$$

Ebben az esetben a (105) egyenlet két gyöke az x-nek egy-egy oly értékét adja, amelynek $F_1 = 0$ felel meg. E két érték közül csak a nagyobbat vesszük figyelembe; ez az érték:

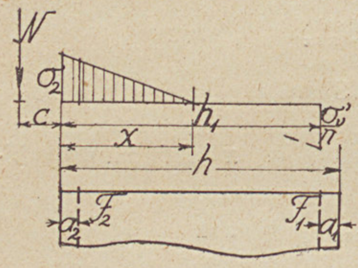
$$x_{min} = \frac{3a_2}{2} + \left[\frac{9a_2^2}{4} - \frac{6\,N\,(a_2 - c)}{\sigma_b\,b}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (119)$$

A kisebbik érték ugyanis vagy kisebb vagy nagyobb a_2-nél. Ha kisebb, akkor elméletileg nem jöhet számba; ha pedig nagyobb, gyakorlati szempontból hagyható figyelmen kivül; ugyanis a nagyobb x_{min}-hoz kisebb F_2, tehát gazdaságosabb keresztmetszet tartozik. Ha ez az x_{min} nagyobb x_o-nál (43. a) ábra) (melynek a két anyag egyidejü kihasználása felel meg), akkor x nem vehető kisebbre x_{min}-nál anélkül, hogy mindkét méretezési feltételt ($\sigma_2 = \sigma_b$ és $\sigma_v' = \sigma_v$) el ne ejtenők; azaz x_{min}-nál kisebb x-ek esetén egyik anyag sem lehet kihasználva. Más a jelentősége x_{min}-nak akkor, ha $x_{min} < x_o$. (43. b) ábra). Ebben az esetben x_{min}-nál kisebb x értékek mellett is megoldható a feladat a húzott vas kihasználásával és x_{min}-hoz két megoldás tartozik; az egyikben $\sigma_v' = \sigma_v$, a másikban — és ez a takarékosabb — $\sigma_2 = \sigma_b$ és $F_1 = 0$. Azt a határt, amelyen alul x fel nem vehető vagy a (110) egyenletből számitható x érték vagy a_2 adja meg aszerint, hogy melyik a nagyobb.

A fentiek figyelembevételével x-et felvéve, F_1 és F_2 vagy a (102), (103) vagy a (111), (112) egyenletpárból számitandók aszerint, hogy a felvett x nagyobb e vagy kisebb, mint x_o Ha $x = x_o$, azaz ha méretezési feltételül a két anyag egyidejü kihasználását tüzzük ki — ami $\frac{a_2}{2}$-nél kisebb c, vagy a (118 a.) kapcsolatnak megfelelő N esetében mindig megengedett — akkor akármelyik egyenletpár használható és előnyösen alkalmazható a Stock-féle eljárás is.

6.) *Az átdöfőpont a keresztmetszeten kivül esik.*

$c < 0$



44. ábra.

Ha a (113) kapcsolattal jelzett esetet kizártnak tekintjük, a neutrális-tengely mindig a két vasalás közé esik. Tehát ugyanugy mint az 5. esetben: $a_2 < x < h_1$. — F_1 sohasem lehet zérus, tehát x_{min}-ról nem lehet beszélni; x_{max} meghatározása, valamint a méretezés ugyanugy történik, mint az 5. és 4. a) esetben.

31. §. Szimmetrikus vasalásu keresztmetszet adott külső méretekkel.

A keresztmetszetnek csak egy mérete ismeretlen: $F_1 = F_2 = F_v$, ennélfogva a két határigénybevétel közül csak az egyik érhető el; hogy melyik, azt esetről-esetre kell eldönteni.

a) *Analitikus megoldás.*

A 30. §-ban tulajdonképpen ez a feladat már meg van oldva; áttekinthetőség kedvéért itt összefoglaljuk az eredményeket. A 30 §-ban elsőnek vett esetben a feladat megoldását a (95), (96) egyenletekből álló egyenletrendszer adja, ha abban $F_1 = F_2 = F_v$ és $\sigma_2 = \sigma_b$. Az ismeretlenek: F_v és σ_1. Ugyanez a megoldás a második, harmadik és negyedik esetben is, feltéve, hogy $N > N_o'$ ill. $N > N_o''$ [l (100) és (104) egyenletet] Ha azonban N kisebb, mint N_o', illetőleg mint N_o'', akkor a megoldást a (102), (103) egyenletek adják, melyekben x és F_v az ismeretlenek; a második és harmadik esetre ez feltétlenül vonatkozik, a negyedikre azonban azzal a kikötéssel, hogy a (108) kapcsolat fennáll. Ugyanez a megoldás az 5. esetben is, ha $x_{min} > x_o$. Ha azonban a 4. esetben $N \leq N_o''$ ugyan, de a (108) kapcsolat nem áll fenn, továbbá, ha az 5. esetben $x_{min} < x_o$ és végül, ha az átdöfőpont a keresztmetszeten kivül van (6. eset) akkor a megoldás nem ilyen egyszerü. Ezekben az esetekben $x_{min} < x_o$ s igy előbb meg kell győződni arról, hogy a szimmetrikus vasalásnak megfelelő x érték x_o-on túl van-e vagy innen, hogy tehát a (102), (103) egyenletek alkalmazandók-e, melyekben $\sigma_2 = \sigma_b$ a méretezési feltétel, vagy pedig a (111), (112) egyenletek, melyek a húzott vas kihasználását feltételezik. A kérdéses x helye felől a következőképpen tájékozódunk: Kiszámitjuk $\frac{bx_0}{2}\sigma_b$ erőt, mely a beton-feszültségek eredője akkor, ha $x = x_0$ A előforduló megengedett σ_b, σ_v értékek esetén $x_0 < \frac{h}{2}$, ennélfogva a nyomott vasban kisebb erő keletkezik, mint a húzottban. Ennek alapján könnyü belátni, hogy amig $\frac{bx_0}{2}\sigma_b \leqq N$, addig a belső-erők összege csak x_0-nál nagyobb x mellett lehet N-nel egyenlő, tehát ha $\frac{bx_0}{2}\sigma_b \leqq N$, akkor a (102), (103) egyenletpár alkalmazandó. Amikor azonban $\frac{bx_0}{2}\sigma_b > N$, akkor még ebből az összefüggésből magából nem lehet eldönteni a kérdést. Bizonyos, hogy ha a neutrális-tengely a szimetrikus-vasalás által megkivánt helyzetben van, akkor $(-N)$-nek és $\frac{bx}{2}\sigma_b$-nek eredője, továbbá a kétféle vasbetétben keletkező belső-erők eredője egy egyenesbe esik. Az előbb emlitett eredőnek F_2 súlyvonalától mért távolsága:

$$t_1 = \frac{N(a-c) + \frac{1}{2}bx\,\sigma_b\left(\frac{x}{3} - a\right)}{\frac{1}{2}bx\,\sigma_b - N},$$ az utóbbi eredő távolsága pedig:

$t_2 = \frac{(h_1-a)(h_1-x)}{h-2x}$. Ha x helyébe x_0-t irunk, t_1 általában nem lesz egyenlő t_2-vel. A feszültségi ábrából könnyü belátni, hogy aszerint, amint az x_0-lal számitott t_1 kisebb vagy nagyobb mint t_2, a szimmetrikus vasalásnak egy x_0-nál kisebb vagy nagyobb x érték felel meg. Tehát, ha $\frac{bx_0}{2}\sigma_b > N$, vagy a (*102*) (*103*) vagy a (*111*) (*112*) egyenletpár érvényes aszerint, hogy

$$\frac{N(a-c) + \frac{1}{2}bx_0\,\sigma_b\left(\frac{x_0}{3} - a\right)}{\frac{1}{2}bx_0\,\sigma_b - N} \quad \begin{matrix}\textit{nagyobb}\text{ vagy}\\ \textit{kisebb}\text{, mint}\end{matrix} \quad \frac{(h_1-a)(h_1-x_0)}{h-2x_0}.$$

Akár a (102) (103), akár a (111) (112) egyenletpár érvényes, x-re nézve harmadfoku egyenlet adódik. Az analitikus megoldás tehát azokban az esetekben, melyeknek megfelelő neutrális-tengely a keresztmetszetet *metszi*, hosszadalmas; ezért célszerü helyette a következőkben kifejtett grafikus megoldást választani.

b) *Grafikus megoldás.*

Egy szimmetrikusan vasalt keresztmetszeten, melynek minden mérete adott, tekintsük az egyik szélt nyomott-szélnek s tekintsük a neutrális-tengelynek ettől mért x távolságát akkor, ha a tengely a nyomott széltől a másik szél irányába esik, pozitivnak, ellenkező esetben pedig negativnak. Megállapodunk továbbá abban, hogy addig, amig x pozitiv, a nyomott-szélen valóban nyomófeszültséget feltételezünk s hogy viszont negativ x-eknek húzófeszültségekből álló feszültségi-eloszlás felel meg, (amely természetesen csak a vasterületre terjed ki.) Az x-nek az az értéke, amelynek megfelelő belső-erők eredője *erőpár*, legyen x_M. Amig x értéke az x_M értéktől kiindulva a pozitivszámokon át a végtelenig változik, azalatt a belső-erők eredője *nyomóerő*, mely nullától egészen

$$N_{max} = \sigma_b (h.b + 2\, n\, F_v) \qquad (120)$$

határig növekszik s melynek a nyomott-széltől való c távolsága a végtelentől a negativ számokon át $\frac{h}{2}$-ig változik. Ha viszont a neutrális-tengelyt ellenkező irányban mozgatjuk, azaz ha x-et x_M től a negativ számokon át végtelenig változtatjuk, akkor a belső-erők eredője *húzó-erő*, mely nullától egészen

$$N'_{max} = 2\, \sigma_v\, F_v \qquad (121)$$

határig növekszik s melynek c távolsága végtelentől $\frac{h}{2}$-ig csökken. A c távolság és az eredő értelme a keresztmetszeti méretektől és x-től függ, az eredő nagysága ezeken kivül még vagy σ_b-nek, vagy σ_v-nek is függvénye aszerint, hogy x nagyobb-e vagy kisebb, mint a megengedett igénybevételeknek megfelelő x_o. — A (90) egyenlet értelmében — ha $\frac{x}{h_1}$ helyett α-t és $\frac{100\, F_v}{bh_1}$ helyett μ-t helyettesitünk — amig $0 < x < h$, addig

$$\frac{c}{h_1} = \alpha - \frac{\frac{1}{3}\alpha^3 + 0{\cdot}01\,\mu\, n\left[2\,\alpha^2 + 2\left(\frac{a}{h_1}\right)^2 + \left(\frac{h}{h_1}\right)^2 - \frac{2ah}{h_1^2} - \frac{2h}{h_1}\,\alpha\right]}{\frac{1}{2}\alpha^2 + 0\,01\,\mu\, n\left(2\,\alpha - \frac{h}{h_1}\right)} \qquad (122)$$

A (83) egyenlet alapján:

ha $x > h$, akkor

$$\frac{c}{h_1}=\alpha-\frac{\frac{1}{3}\alpha^3-\frac{1}{3}\left(\alpha-1\right)^3+0{\cdot}01\,\mu\,n\left[2\alpha^2+2\left(\frac{a}{h_1}\right)^2+\left(\frac{h}{h_1}\right)^2-\frac{2ah}{h_1^2}-\frac{2h}{h_1}\alpha\right]}{\frac{1}{2}\alpha^2-\frac{1}{2}\left(\alpha-1\right)^2+0{\cdot}01\,\mu\,n\left(2\alpha-\frac{h}{h_1}\right)} \qquad (123)$$

ha pedig $x < 0$, akkor

$$\frac{c}{h_1}=\alpha-\frac{2\alpha^2+2\left(\frac{a}{h_1}\right)^2+\left(\frac{h}{h_1}\right)^2-\frac{2ah}{h_1^2}-\frac{2h}{h_1}\alpha}{2\alpha-\frac{h}{h_1}} \qquad (124)$$

Az eredő nagysága:

ha $x > x_o$, $\quad N=\frac{S}{x}\,\sigma_b \qquad (125)$

ha $x < x_o$, $\quad N=\frac{S}{(h_1-x)}\,\frac{\sigma_v}{n} \qquad (126)$

A S nek, mely a dolgozó keresztmetszetnek a neutrális-tengelyre vonatkozó sztatikai nyomatéka, a tengely különböző helyzetei szerint háromféle kifejezés felel meg, ezeket a (125), (126) egyenletekbe helyettesitve, a következő egyenleteket vezethetjük le:

Ha $x > h$, akkor:

$$\frac{N}{bh_1}=\frac{\frac{1}{2}\alpha^2-\frac{1}{2}\left(\alpha-1\right)^2+0.01\,\mu\,n\left(2\alpha-\frac{h}{h_1}\right)}{\alpha}\,\sigma_b \qquad (127)$$

Ha $x_o < x < h$, akkor:

$$\frac{N}{bh_1}=\frac{\frac{1}{2}\alpha^2+0{\cdot}01\,\mu\,n\left(2\alpha-\frac{h}{h_1}\right)}{\alpha}\,\sigma_b \qquad (128)$$

Ha $0 < x < x_o$, akkor:

$$\frac{N}{bh_1}=\frac{\frac{1}{2}\alpha^2+0{\cdot}01\,\mu\,n\left(2\alpha-\frac{h}{h_1}\right)}{n\,(1-\alpha)}\,\sigma_v \qquad (129)$$

Ha $x < 0$, akkor:

$$\frac{N}{bh_1}=\frac{0{\cdot}01\,\mu\left(2\alpha-\frac{h}{h_1}\right)}{(1-\alpha)}\,\sigma_v \qquad (130)$$

Ha a határigénybevételeket adottaknak tekintjük s az $\left(\frac{a}{h}\right)$ viszonyt, továbbá μ-t megkötjük, akkor a $\frac{c}{h_1}$-re, valamint $\frac{N}{bh_1}$-re megállapitott egyenletek jobboldalán csak α változó. Ha a változó α értékekkel meghatározott $\frac{c}{h_1}$ és $\frac{N}{bh_1}$ értékeket egy koordinátarendszerben abszciszákul és ordinátákul felmérjük, egy görbét kapunk, mely az adott határigénybevétekhez, továbbá $\frac{a}{h}$ és μ felvett értékéhez tartozik. A μ értéket változtatva, a görbéknek egy rendszerét szerkeszthetjük meg; az ezek által alkotott grafikon (l. XIV. tábla) a következőképpen használható a feladat megoldására: Konstatáljuk az adatokból $\frac{N}{bh_1}$ - et és $\frac{c}{h_1}$-et, a hosszakat *cm*-ben, az erőket kilogrammban mérve. $\frac{c}{h_1}$ és $\frac{N}{bh_1}$ koordinátákkal meghatározunk a grafikonban egy pontot, amely általában két görbe közé fog esni. A két görbének egy-egy μ érték felel meg, a kérdéses μ e kettő közé esik. Miután μ-t (szemmérték szerint) interpoláltuk, $F_v = \mu\, bh_1$. — A XIV. táblán található grafikon $\sigma_b = 50$, $\sigma_v = 1200$ kg/cm² alapján készült és olyan keresztmetszetekre, melyeken $\frac{a}{h}$ egyenlő vagy közel egyenlő $0{\cdot}08$-dal, nyomó- és húzó-erő esetében egyaránt alkalmazható, feltéve, hogy az átdöfőpont nyomó-erő esetén a *magon*, húzó-erő esetén pedig a két vasalás közötti szakaszon *kivül* esik. Hogy a nyomó-erő a magon belül támad, annak az a jele, hogy a $\frac{c}{h_1}$ és $\frac{N}{bh_1}$ ordinátákkal meghatározott pont a grafikonban az $a-a$ görbétől jobbra esik; (ebben az esetben a feladat a (95), (96) egyenlet alapján oldható meg). Mindaddig mig az emlitett pont a $b-b$ vonal fölé esik, a *betonigénybevétel* éri el a megengedett határt, ellenkező esetben a vas van kihasználva.

32. §. Szimmetrikus vasalásu keresztmetszet, melynek vasalása és egyik oldalmérete ismeretlen.

a) A b méret adott.

A feladat: h és F_v-t úgy meghatározni, hogy a két szélső igénybevétel *egyidejüleg* elérje a megengedett határt. A feladat megoldásához a (102), (103) egyenlet-párt lehet felhasználni azzal a változtatással, hogy az eredőnek a nyomott széltől való c távolságát, melyet nem ismerhetünk, $\left(\frac{h}{2}-t\right)$-vel helyettesitjük. ($t$-t ugyanis, mely N-nek a keresztmetszet súlypontjától való távolsága, adottnak kell tekintenünk.) Ezután a helyettesités után a két egyenlet jobb oldalát egyenlővé téve, a következő eredményre jutunk:

$$\frac{6\,N\left(\frac{h}{2}-t-a\right)-\sigma_b\,b\,x_o\left(x_o-3a\right)}{(x_o-h_1)}=$$

$$=\frac{6\,N\left(h_1-\frac{h}{2}+t\right)-\sigma_b\,b\,x_o\left(3\,h_1-x_o\right)}{x_o-a_2}$$

és ebből: $$6\,N\left[\frac{h_1^2}{2}+h_1\,(t-a)-2\,x_o\,t+a\,t+\frac{a^2}{2}\right]-$$

$$-\sigma_b\,b\,x_o\left[2\,x_o^2-4\,x_o\,(h_1+a)+3\,(h_1^2+a^2)\right]=0$$

Ez az egyenlet, ha a-t előre felvesszük, csupán h_1-t tartalmazza ismeretlenül, ugyanis $x_o=\alpha_o\,h_1$, ahol α_o a σ_b/σ_v viszony által meghatározott. (VI. táblázat). Igy azonban az egyenlet harmadfoku; ennek hosszadalmas megoldását elkerülendő, célszerü nem a-t, hanem az $\frac{a}{h}$ viszonyt és ezzel $\frac{h_1}{h}$ és $\frac{a}{h_1}$-t is felvenni. Ezzel a felvétellel az egyenlet h_1-re nézve másodfokuvá lesz, a benne szereplő állandókat az a/h viszony és a megadott határigénybevételek meghatározzák. h_1-nek e másodfoku egyenletből való meghatározása után az a, h és x_0 méretek is ismertekké válnak, ezeknek behelyettesitésével F_v a (102), (103), (111) és (112) egyenletek bármelyikéből kiszámitható. Megtörténhetik azonban, hogy F_v negativra adódik, ami annak a jele, hogy az adott mennyiségek (b, N, t) és a méretezési feltételek (σ_b, σ_v) nem egyeztethetők össze. Be fogjuk bizonyitani, hogy ha

$$N>\frac{3\,\sigma_b\,\alpha_o\,\frac{h_1}{h}}{3-2\,\alpha_o\,\frac{h_1}{h}}\,b\,t$$

akkor az emlitett ellenmondás bekövetkezik; [ebben az esetben módositani kell a méretezési feltételeket (σ_b-t növelni, σ_v-t csökkenteni kell) vagy nagyobbitani kell a b méretet.] Induljunk ki egy b szélességü olyan keresztmetszetből, melyen $F_v = 0$ és melyen a nyomott betonőv magassága: $x_o = \alpha_o h_1$. (α_o az adott határigénybevételekhez tartozik.) Minthogy a belső erők csupán a betonfeszültségekből állanak, szükséges, hogy a feszültségi prizma köbtartalma egyenlő legyen N-nel, a keresztmetszetre merőleges sulyvonala pedig összeessék N-nel, azaz

$$N = \frac{1}{2}\sigma_b \alpha_o h_1 b \quad \text{és} \quad t = \frac{h}{2} - \frac{\alpha_o h_1}{3} \ ;$$

e két egyenlet összevetéséből következik, hogy

$$N = \frac{3\sigma_b \alpha_o \frac{h_1}{h}}{3 - 2\alpha_o \frac{h_1}{h}} b t$$

Könnyü belátni, hogy ha N-et növeljük az adott b szélesség mellett szimmetrikus vasalással a méretezési feltételek nem elégithetők ki. Ha ugyanis az előbbi h méretet megnagyobbitjuk, a méretezési feltételeknek megfelelő betonfeszültségek eredője már nem esik össze N-nel, hanem attól a nyomott szél felé tolódik, ennélfogva a beton- és vasfeszültségek eredője, mely még inkább a nyomott szél felé esik, nem eshetik össze N-nel. Ha pedig a h méretet csökkentjük, az $\alpha_o h_1$ széles nyomottövön megoszló betonfeszültségek eredője kisebb mint N; annál inkább kisebb az összes belső erők eredője, minthogy a húzott vasban nagyobb erő keletkezik, mint a nyomottban. (Itt feltételeztük, hogy a vasban megengedett igénybevétel legalább 15-szöröse a megengedett betonigénybevételnek, vagy szabatosabban szólva, hogy $x_o < \frac{h}{2}$, aminthogy más eset nem is igen jöhet szóba).

b) **A h méret adott.**

A méretezés feltételéül nem lehet mindig kikötni a két anyag egyidejü kihasználását; ez csak akkor jöhet szóba, ha $c < \frac{x_o}{3}$. (Ha az átdöfőpont a keresztmetszeten kivül esik, ez a feltétel természetesen mindig teljesül, mert c negativ.) Feltéve, hogy $c < \frac{x_o}{3}$, a feladat két módon is megoldható, t. i. akár a (102) (103), akár a (111), (112) egyenletpár alapján. Az eredmény:

$$\left.\begin{array}{ll} & b = \dfrac{6\,N\,[(c-a)\,(x_o-a)+(h_1-c)\,(h_1-x_o)]}{\sigma_b\,x_o\,[(x_o-3\,a)\,(x_o-a)+(3\,h_1-x_o)\,(h_1-x_o)]} \\ \text{vagy:} & b = \dfrac{6\,N\,n\,(h_1-x_o)\,[(c-a)\,(x_o-a)+(h_1-c)\,(h_1-x_o)]}{\sigma_v\,x_o^2\,[(x_o-3\,a)\,(x_o-a)+(3\,h_1-x_o)\,(h_1-x_o)]} \end{array}\right\} \quad (131)$$

b meghatározása után F_v a (102), (103), (111), (112) egyenletek bármelyikéből kiszámitható.

33. §. Keresztmetszet adott külső méretekkel és egyoldali vasalással.

a) $F_1 = 0$.

A 30. §-ban kifejtettek szerint, csak bizonyos feltételek mellett lehet a méretezés kérdését igy feltenni. Mindenekelőtt világos, hogy ha az eredő nem metszi a keresztmetszetet, F_1 zérus nem lehet. Méretezési feltételül $\sigma_2 = \sigma_b$-t állitjuk fel. A 30. §-ban tárgyalt esetek közül az elsőre a feladat megoldását már részletesen kifejtettük (l. 61. old.); a 2. b), 3. b) és 4. b) esetekben a megoldás ugyanez. Tehát annak a feltételét, hogy $F_1 = 0$ lehessen ezekre vonatkozólag is a (99) kapcsolat és σ_1 értékét a (97) egyenlet adja meg. σ_1-t ismerve, a (96) egyenletből kiszámithatjuk F_2-t. Valamennyi többi esetben az $F_1 = 0$ értékhez tartozó x értéket a (119) egyenlet adja, mely a 2. a), 3. a) és 4. a) esetben mindig reális eredményre vezet, az 5. esetben azonban csak akkor, ha $c > \frac{a_2}{2}$ és $N \leq \frac{3}{8} \frac{b a_2^2}{(a_2-c)} \sigma_b$. Az x-nek igy kapott értékével a (103) egyenlet megadja F_2-t.

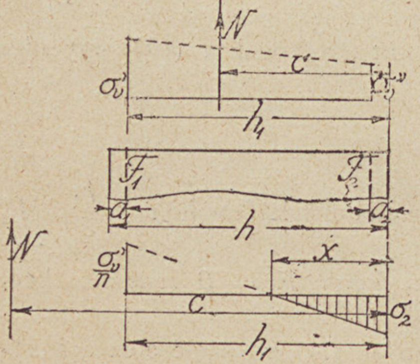
b) $F_2 = 0$.

A 30. §-ban tárgyalt első két esetben, tehát amig $c > \frac{h_1}{3}$, F_2 zérus nem lehet. Ha $c < \frac{h_1}{3}$, ahhoz, hogy $F_2 = 0$ lehessen, kell, hogy $N\ (h_1-c) < \frac{1}{3}\, b\, h_1^2 \sigma_b$; ebben az esetben a méretezés a következőképpen történik: A (31) egyenlettel kiszámitjuk az M_o nyomatékot; aszerint, hogy $N\ (h_1-c)$ kisebb vagy nagyobb M_o-nál, az igénybevételek közül σ_v' vagy σ_2 érheti el a megengedett határt, σ_v ill σ_b-t. Mindkét esetben a 9. § b) pontja szerint kell megtervezni azt a vasterületet, F_v-t, melyre szükség volna, ha a keresztmetszetnek az $N\ (h_1 - c)$ hajlító-nyomatékot kellene felvennie az egyik anyag kihasználásával. Az igy meghatározott F_v vas-területből $\frac{N}{\sigma_v'}$-t levonva, megkapjuk az F_1 területet. (Stock-féle felfogás; lásd: 65. oldal). σ_v' abban az esetben, mikor $N\ (h_1 - c) < M_o$, a megengedett σ_v-vel egyenlő, ellenkező esetben a következőképpen határozandó meg: F_v meghatározása az V. táblázatból megállapitott μ vaspercent-szám alapján történt (9. §. b); ehhez a μ-höz az V. táblázat megadja a megfelelö γ-t is és ebből: $\sigma_v' = \frac{1}{\gamma}\ \sigma_b$

C) Derékszögü négyszög-keresztmetszet tervezése excentrikus húzásra.

34. §. A keresztmetszet külső méretei és a vasalás helye adottak.

Az eredő távolságát, c-t a keresztmetszetnek az eredőtől *távolabb* eső szélétől fogjuk mérni, melyet *nyomott* szélnek fogunk nevezni, bár amig az átdöfőpont a vas-keresztmetszet magján belül van, nyomó-feszültségek nem keletkezhetnek. A *nyomott*-szél melletti vasalás területe F_2, egyébként a jelölések ugyanazok, mint nyomó-erő esetén (45. ábra). A vas-keresztmetszet-magját a *beton*-terület négy csúcspontjához a vas-keresztmetszet inercia-ellipszise által kapcsolt antipolárisok határolják; az átdöfőpontot tartalmazó tengelyen tehát a két magpont a két vasalás közé esik. N-et, minthogy az értelme felől nincsen kétség, pozitivnak vesszük.



45. ábra.

1.) *Az átdöfő-pont a két vasalás közé esik.*

A feladat sok megoldásu. Ha ugyanis N-nek az F_1 és F_2 súlyvonalába eső két komponensét $F_1\ \sigma_v'$-t és $F_2\ \sigma_v''$-t meghatároztuk, σ_v' és σ_v'' a megengedett határon belül, t. i. 0 és σ_v között végtelen sokféleképpen vehető fel. A leggazdaságosabb keresztmetszet természetesen akkor adódik, ha mindkét igénybevételt σ_v-re választjuk. Ebben az esetben:

$$F_1 = \frac{N(c-a_2)}{(h_1-a_2)\,\sigma_v} \quad (132) \qquad \text{és} \quad F_2 = \frac{N(h_1-c)}{(h_1-a_2)\,\sigma_v} \quad (133)$$

Elméletileg olyan megoldás is lehetséges, melynél a neutrálistengely a két vasaláson kivül esik ugyan, de metszi a keresztmetszetet. Ebben az esetben nyomó-feszültség is keletkezhetnék; az ennek figyelembe vételével kiadódó vas-keresztmetszetnek az átdöfőpont a magján kivül van. Gyakorlatilag azonban az igy tervezett keresztmetszetek nagy vas-szükségletük miatt nem jönnek figyelembe s mindaddig, mig az átdöfőpont a két vasalás között van, a külsőerőt csak húzó-feszültséggel ellensulyozzuk.

2.) *Az átdöfő-pont nem esik a két vasalás közé.*

Ebben az esetben a neutrális-tengely okvetlenül metszi a keresztmetszetet. Ha $N < \dfrac{b\,a_2^2\left(h_1 - \dfrac{a_2}{3}\right)\sigma_v}{2\,n\,(h_1-a_2)(c-h_1)}$, akkor a neutrálistengelynek a nyomott-széltől való távolsága x okvetlenül kisebb, mint a_2. — Ellenkező esetben x a két vasalás közé esik és szélső értéke x_{max} a következőképpen állapitható meg:

a) $N > \dfrac{\sigma_b\,b\,h_1^2}{3(c-h_1)}$. Ebben az esetben x az a_2 és h_1 értékek között szabadon felvehető.

b) $\dfrac{\sigma_b\,b\,h_1^2}{3(c-h_1)} > N > \dfrac{\sigma_b\,b\,x_o\left(h_1 - \dfrac{x_o}{3}\right)}{2(c-h_1)}$. Ebben az esetben x_{max} értékét a (106) egyenlet adja, ha abban N helyébe $-N$-et irunk.

c) $N < \dfrac{\sigma_b\,b\,x_o\left(h_1 - \dfrac{x_o}{3}\right)}{2(c-h_1)}$. Minthogy x_o ebben az esetben nagyobb, mint x_{max}, a beton igénybevétele nem érheti el σ_b-t és x_{max} annak a neutrális-tengelynek a távolságát jelenti, mely a keresztmetszeten akkor keletkezik, ha az az $N(c-h_1)$ hajlitó-nyomatékkal van igénybevéve s egyszerü vasalással ugy van vasalva, hogy e nyomaték hatása alatt a vas éppen ki van használva. x_{max} tehát ugyanugy határozandó meg, mint a 66. oldalon β esetben. Ha x értékét a megengedett határok között felvettük, tehát ugy választottuk, hogy $\left(\dfrac{b\,a_2^2\left(h_1 - \dfrac{a_2}{3}\right)\sigma_v}{2\,n\,(h_1-a_2)(c-h_1)}\right)$-nél kisebb N esetén 0 és a_2, annál nagyobb N esetén pedig a_2 és az a), b) vagy c) szerint meghatározott x_{max} közé essék, akkor a feladat határozottá válik. A megoldást a (102), (103) és (111), (112) egyenletek adják, ha ezekben N helyébe $(-N)$-et irunk:

$$\text{Ha } x \geqq x_o \quad \begin{cases} F_1 = \dfrac{6\,N\,(c-a_2) + \sigma_b\, b\, x\,(x-3\,a_2)}{6\,n\,\sigma_b\,(h_1-a_2)\,(h_1-x)}\, x & (134) \\[2ex] F_2 = \dfrac{6\,N\,(c-h_1) - \sigma_b\, bx\,(3h_1-x)}{6\,n\,\sigma_b\,(h_1-a_2)\,(x-a_2)}\, x & (135) \end{cases}$$

$$\text{Ha } x \leqq x_o \quad \begin{cases} F_1 = \dfrac{6\,N\,(c-a_2)(h_1-x)\,n + \sigma_v\, bx^2(x-3a_2)}{6\,n\,\sigma_v\,(h_1-a_2)\,(h_1-x)} & (136) \\[2ex] F_2 = \dfrac{6\,N(c-h_1)\,(h_1-x)\,n - \sigma_v\, bx^2\,(3h_1-x)}{6\,n\,\sigma_v\,(h_1-a_2)\,(x-a_2)} & (137) \end{cases}$$

Ha $x = x_o$, legegyszerübben a következő úton jutunk eredményhez: Megtervezzük a keresztmetszet vasalását az $N\,(c-h_1)$ nyomatékra úgy, hogy a két anyag egyidejüleg ki legyen használva. A nyomott vasalásra igy kapott terület maga F_2, a húzott vas területéhez azonban még $\dfrac{N}{\sigma_v}$-t hozzá kell adni, hogy F_1-et megkapjuk.

35. §. Szimmetrikus vasalású keresztmetszet adott külső méretekkel.

1.) *Az átdöfő-pont a két vasalás közé esik.*

A feladatnak sok megoldása van; valahányszor ugyanis σ_v' és σ_v'' arányát egyenlőre vesszük az N eredőnek F_1 és F_2 súlyvonalába eső két komponense viszonyával, mindannyiszor $F_1 = F_2$. A lehetséges megoldások között az a leggazdaságosabb, mely $\sigma_v' = \sigma_v$-hez tartozik. Ebben az esetben:

$$F_1 = F_2 = \frac{N\,(c-a_2)}{\sigma_v\,(h_1-a_2)} \qquad (138)$$

2.) *Az átdöfő-pont nem esik a két vasalás közé.*

A szimmetrikus vasalásnak megtelelő x értéket vagy a (134), (135) vagy a (136), (137) egyenletpár határozza meg aszerint, hogy $x > x_o$ vagy $x < x_o$. Ezen az úton azonban harmadfoku egyenletre jutunk, melynek hosszadalmas megoldását elkerülendő, célszerü a 31. §-ban ismertetett grafikonnal dolgozni, mely $\sigma_b = 50$, $\sigma_v = 1200$ kg/cm² határigénybevételek esetén és olyan keresztmetszetekre érvényes, melyeken $\frac{a}{h} = 0{,}08$. (XIV. tábla).

36. §. Szimmetrikus vasalásu keresztmetszet, melynek vasalása és egyik oldalmérete ismeretlen.

a) A b méret adott.

Az ismeretlenek száma kettő: h és F_v, tehát két méretezési feltételt állithatunk fel: kiköthetjük mindkét anyag kihasználását. A (134) és (135) egyenlet jobboldalát egymással egyenlővé téve és c helyébe, melyet itt nem ismerhetünk, $\left(\frac{h}{2} + t\right)$-t helyettesitve, a következő egyenletre jutunk:

$$6N\left[\frac{h_1^2}{2} - h_1(t+a) + 2x_o t - at + \frac{a^2}{2}\right] +$$

$$+ \sigma_b\, b x_o \left[2x_o^2 - 4x_o(h_1 + a) + 3(h_1^2 + a^2)\right] = 0$$

Célszerü az $\frac{a}{h}$ viszonyt előre felvenni, ezáltal $\frac{a}{h_1}$ is adott. Minthogy $\frac{x_o}{h_1}$ a határigénybevétekkel meghatározott $\left(\frac{x_o}{h_1} = \alpha_o\right)$, az egyenletből h_1-gyel való osztás után egy h_1-re nézve másodfoku egyenletet kapunk. h_1 meghatározása után a, h, és x_o egyszerüen kiszámithatók és ezek helyettesitésével a (134) (137) egyenletek bármelyike megadja F_v-t.

b) A h méret adott.

Csak olyan eredőről lehet szó, mely a keresztmetszetet nem a két vasalás között metszi. (Ellenkező esetben a betonkeresztmetszet nem jön tekintetbe és igy a kérdésnek nincs értelme.) Ez esetben nem mindig érhető el, hogy $\sigma_2 = \sigma_b$ és $\sigma_v' = \sigma_v$ legyen.*)

*) σ_b és σ_v sem vehető fel tetszőlegesen, t. i. kell, hogy a megfelelő x_o kisebb legyen $\frac{h}{2}$-nél, ami a szokásos értékek mellett be is következik. Ha x_o nagyobb volna $\frac{h}{2}$-nél, az annyit jelentene, hogy a nyomott vasban nagyobb erő müködik, mint a húzottban, holott a húzó-feszültségek összegének nagyobbnak kell lenni, mint a nyomófeszültségek összege.

A (134), (135) vagy a (136), (137) egyenletpár alapján ugyanis:

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{-6N[(c-a)(x_o-a)-(c-h_1)(h_1-x_o)]}{\sigma_b x_o\,[(x_o-3a)(x_o-a)+(3h_1-x_o)(h_1-x_o)]} \\ \text{vagy}\quad b &= \frac{-6N[(c-a)(x_o-a)-(c-h_1)(h_1-x_o)]\,n\,(h_1-x_o)}{\sigma_v x_o^2\,[(x_o-3a)(x_o-a)+(3h_1-x_o)(h_1-x_o)]} \end{aligned}\right\} \quad (139)$$

Könnyü belátni, hogy b-re csak akkor adódik pozitiv szám, ha

$$c > \frac{h_1^2 + a^2 - h\,x_o}{h - 2\,x_o} \qquad (140)$$

(A (140) kapcsolatot ugy nyerjük, ha a (139) egyenletek jobb oldalának számlájáról felirjuk, hogy nagyobb, mint nulla).

A méretezés feltételeül tehát a két anyag egyidejü kihasználását csak akkor lehet kikötni, ha a (140) kapcsolat fennáll. Ellenkező esetben csak a vas lehet kihasználva és σ_b oly mértékben leszállitandó, hogy a megfelelő x-szel a (140) kapcsolat kielégittessék. b meghatározása után F_v a (134) (137) egyenletek bármelyikéből kiszámitható.

37. § Keresztmetszet adott külső méretekkel és egyoldali vasalással.

Természetesen csak arról lehet szó, hogy F_2 zérus legyen, húzott vasra mindig szükség van. Hogy az F_2 vas-terület zérus lehessen, annak az a feltétele, hogy az eredő ne essék a két vasalás közé és hogy

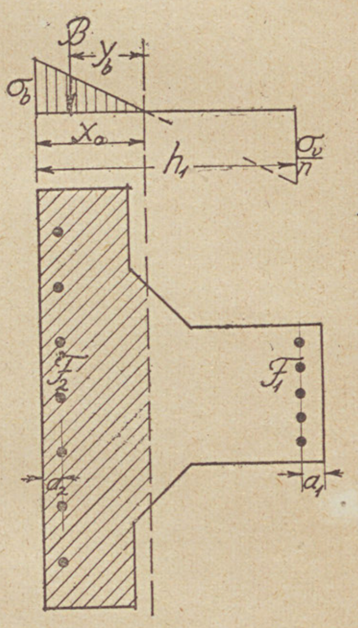
$$N\,(c-h_1) < \frac{1}{3}\,b\,h_1^2\,\sigma_b$$

Két eset lehetséges: $N(c-h_1) < M_o$ és $N(c-h_1) > M_o$. (M_o-ra nézve lásd a (31) egyenletet). Az első esetben $\sigma_v' = \sigma_v$, a másodikban $\sigma_2 = \sigma_b$ a méretezési feltétel. A méretezés egyébként teljesen úgy történik, mint a 33. §. b) esetben, tehát az $N\,(c-h_1)$ hajlitónyomaték alapján. Az ehhez tartozó vas-területhez azonban $\frac{N}{\sigma_v}$-t nem negativ, hanem pozitiv előjellel kell hozzáadni, mert az F_1 súlyvonalába (a Stock-féle felfogás szerint) áthelyezett N erőből a vasban éppúgy húzó-feszültség származik, mint az $N\,(c-h_1)$ hajlitó-nyomatékból.

D) Összetett keresztmetszet tervezése excentrikus terhelésre.

38. §.

Derékszögü négyszögnél általánosabb alaku szimmetrikus keresztmetszetre a méretezési feladatot csak a következő speciális esetben fogjuk megoldani: A keresztmetszet külső méretei, az F_1 (húzott) és az esetleg szükséges F_2 (nyomott) vasbetétek helye adottak és az eredő helye és nagysága úgy van megadva, hogy lehetséges mindkét anyagot egyidejüleg kihasználni. Hogy ezzel az esettel van-e dolgunk, azt a következő módon ismerjük fel: A határ-igénybevételek meghatározzák a neutrális-tengely helyzetét: $x_0 = \alpha_0 h_1$; ezzel meg van határozva a dolgozó beton területe. A beton-feszültségek eredője, $B = \frac{S_b}{x_0} \sigma_b$ és B-nek a neutrális-tengelytől való távolsága: $y_b = \frac{J_b}{S_b}$. (J_b és S_b a dolgozó beton-terület inercia- és sztatikai-nyomatéka a neutrális-tengelyre.) Hogy a két méretezési feltétel kielégithető legyen, annak teltételei a következők:



46. ábra.

Nyomó-erő esetén:

$$B\,(h_1 - x_0 + y_b) \leqq N\,(h_1 - c) \quad \text{és}$$

$$B\,(x_0 - a_2 - y_b) \geqq N\,(c - a_2)$$

Húzó-erő esetén:

$$B\,(h_1 - x_0 + y_0) \leqq N\,(c - h_1)$$

(E kifejezésekbe az N erő pozitiv előjellel helyettesitendő; a c távolság értelmezését lásd a 49. oldalon.)

A méretezésnek legegyszerübb útja a következő: A Stock-féle felfogás értelmében megtervezzük a keresztmetszet vasalását az $N\,(h_1 - c)$ hajlitó-nyomaték alapján (25. §) A nyomott vasalásnak így megkapjuk a helyes területét, a húzott vas területét azonban nyomó-erő esetén $\frac{N}{\sigma_v}$-vel csökkenteni, húzó-erő esetén pedig $\frac{N}{\sigma_v}$-vel növelni kell.

TÁBLÁZATOK.

I. Körkeresztmetszeti vasak táblázata.

m/m Átmérő	Súly f. m.-kint kg	Kerü-let cm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
			darab keresztmetszeti *területe* cm²-ben									
1	0.006	0.31	0.0079	0.016	0.024	0.031	0.039	0.047	0.055	0.063	0.071	0.079
2	0.025	0 63	0.031	0.063	0 094	0.126	0.157	0.188	0.219	0.25	0.28	0.31
3	0.055	0.94	0.07	0.14	0.21	0.28	0.35	0.42	0.49	0.56	0.63	0.71
4	0.099	1.26	0.13	0.25	0.38	0.50	0.63	0.76	0.88	1.00	1.13	1.26
5	0 154	1.57	0.20	0.39	0.59	0.79	0.98	1.18	1.37	1.57	1.76	1.96
6	0.221	1.89	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83
7	0.302	2.20	0.38	0.77	1.15	1.54	1.92	2.31	2.70	3.08	3.46	3.85
8	0.395	2.51	0 50	1.01	1.51	2.01	2.51	3.01	3.52	4.02	4.52	5.03
9	0.449	2.83	0.64	1.27	1.91	2.54	3·18	3.82	4.45	5.08	5-72	6.36
10	0.617	3.14	0.79	1.57	2 36	3.14	3 93	4.71	5.50	6.28	7.06	7.85
11	0.746	3.46	0.95	1.90	2.85	3 80	4.75	5.70	6.65	7.60	8.55	9.50
12	0 888	3.77	1.13	2 26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9 05	10.18	11.31
13	1.042	4.08	1.33	2 65	3.98	5.31	6 64	7.96	9 29	10.62	11.95	13.27
14	1.208	4.40	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.78	12.32	13 86	15.39
15	1 387	4.71	1.77	3.53	5.30	7.07	8.84	10.60	12 37	14.14	15.90	17.67
16	1.578	5.03	2.01	4.02	6.03	8 04	10.05	12.06	14 07	16.08	18.09	20.11
17	1.728	5.34	2.27	4.54	6.81	9.08	11.35	13,62	15.89	18.16	20.43	22 70
18	1.998	5.65	2.54	5 09	7.63	10.18	12. 2	15.27	17 81	20.36	22.90	25.45
19	2,226	5.97	2 84	5.67	8.51	11.34	14.18	17.02	19 85	22 68	25.52	28 35
20	2.466	6.28	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.85	21.99	25.13	28.27	31 42
21	2.719	6.60	3.46	6.93	10.39	13.85	17 32	20.78	24.24	27.70	31.17	34.64
22	2.984	6.91	3.80	7.60	11.40	15.21	19.01	22 81	26.61	30.41	34.21	38 01
23	3 262	7.23	4 15	8.31	12.46	16.62	20.77	24.93	29.08	33.24	37.40	41.55
24	3.551	7.54	4.52	9.05	13 57	18 10	22.62	27.14	31 66	36.19	40.72	45.24
25	3.853	7.85	4.91	9.82	14.73	19.63	24 54	29 45	34.36	39.27	44.18	49 09
26	4.168	8.17	5.31	10.62	15.93	21.24	26.55	31.86	37.16	42.47	47.78	53.09
27	4.495	8.48	5.73	11.45	17.18	22.90	28.63	34 35	40 07	45.80	51.53	57,26
28	4.834	8 80	6.16	12.31	18.47	24 63	30.79	36.94	43 10	49.26	55.42	61.58
29	5.185	9.11	6 61	13.21	19.82	26.42	33 03	39.63	46.24	52.84	59.45	66 05
30	5.549	9.42	7.07	14.14	21.21	28.27	35.34	42.41	49.48	56.55	63.62	70.69
31	5.925	9.74	7.55	15.09	22.64	30.19	37 74	45.29	52.84	60.38	67.93	75.48
32	6.313	10.05	8.04	16 08	24.13	32.17	40.21	48 26	56 30	64.34	72,38	80.42
33	6.714	10 37	8.55	17 11	25.66	34.21	42.76	51.32	59.87	68.42	76.97	85 53
34	7.127	10.68	9 08	18.16	27.24	36.32	45.40	54.48	63.56	72 63	81.71	90.79
35	7.553	11.00	9.62	19.24	28 86	38.48	48.11	57.73	67.35	76.97	86.59	96.21
36	7 991	11.31	10.18	20.36	30 54	40.72	50.89	61.07	71.25	81.43	91.61	101.79
37	8.440	11.62	10.75	21.50	32.26	43 01	53.76	64.51	75.26	86 02	96 77	107.52
38	8.903	11.94	11.34	22 68	34.02	45.36	56.71	68.05	79.39	90.73	102.07	113.41
39	9.3 8	12.25	11 95	23.89	35 84	47.78	59.73	71. 8	83.62	95.57	107 51	119.46
40	9.864	12,57	12.57	25,13	37.70	50.26	62.83	75.40	87.97	100.53	113.10	125.66

II. Táblázat. (Vasbeton-oszlop méretezéséhez.) (L. 4. §.)

$\bar{\sigma}_b = \sigma_b\,(1 + n\varphi)$ értékei kg/cm²-ben:

100 φ	Ha σ_b, azaz a beton megengedett igénybevétele kg/cm²-ben										
	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0,80	22,40	23,52	24,64	25,76	26,88	28,00	29,12	30,24	31,36	32,48	33,60
0,90	22,70	23,84	24,97	26,11	27,24	28,38	29,51	30,65	31,78	32,92	34,05
1,00	23,00	24,15	25,30	26 45	27,60	28.75	29,90	31,05	32,20	33,35	34,50
1,10	23,30	24,47	25,63	26,80	27,96	29,13	30,29	31,46	32,62	33,79	34,95
1,20	23,60	24,78	25,96	27,14	28,32	29,50	30,68	31,86	33.04	34,22	35,40
1,25	23,75	24,94	26.13	27,31	28,50	29.69	30,88	32,06	33,25	34,44	35,63
1,30	23,90	25,10	26,29	27,49	28,68	29,88	31,07	32,27	33,46	34 66	35,85
1,40	24,20	25,41	26,62	27,83	29.04	30,25	31,46	32,67	33,88	35 09	36,30
1,50	24.50	25,73	26,95	28 18	29,40	30,63	31,85	33,08	34,30	35,53	36,75
1,60	24,80	26,04	27,28	28,52	29,76	31,00	32,24	33,48	34,72	35 96	37,20
1,70	25,10	26,36	27,61	28,87	30,12	31,38	32,63	33,89	35,14	36,40	37,65
1,75	25,25	26,51	27,78	29,04	30,30	31,56	32,83	34,09	35,35	36,61	37,88
1,80	25,40	26,67	27,94	29,21	30,48	31,75	33,02	34,29	35,56	36,83	38,10
1,90	25,70	26,99	28,27	29,56	30,84	32,13	33,41	34,70	35,98	37,27	38,55
2,00	26,00	27,30	28,60	29,90	31,20	32,50	33,80	35,10	36,40	37,70	39,00

100 φ	ha σ_b, azaz a beton megengedett igénybevétele kg/cm²-ben										
	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
0,80	33,60	34,72	35,84	36,96	38,08	39,20	40 32	41,44	42,56	43,68	44,80
0,90	34,05	35,19	36,32	37,46	38,59	39.73	40,86	42,00	43,13	44,27	45,40
1,00	34,50	35,65	36,80	37,95	39,10	40,25	41,40	42,55	43,70	44,85	46,00
1,10	34,95	36,12	37,28	38,45	39,61	40,78	41,94	43,11	44,27	45,44	46,60
1,20	35,40	36,58	37,76	38,94	40,12	41,30	42,48	43,66	44 84	46,02	47,20
1,25	35.63	36,81	38,00	39,19	40.38	41,56	42,75	43,94	45,12	46,31	47,50
1,30	35,85	37,05	38,24	39,44	40,63	41,83	43,02	44,22	45,41	46,61	47,80
1,40	36,30	37,51	38,72	39,93	41,14	42,35	43,56	44,77	45,98	47,19	48,40
1,50	36,75	37,98	39,20	40,43	41,65	42,88	44,10	45,33	46,55	47,78	49,00
1,60	37,20	38,44	39,68	40,92	42,16	43,40	44,64	45,88	47,12	48,36	49,60
1,70	37 65	38,91	40,16	41,42	42,67	43,93	45,18	46,44	47,69	48,95	50,20
1,75	37,88	39,14	40,40	41,66	42,93	44,19	45,45	46,71	47,98	49,24	50,50
1,80	38,10	39,37	40,64	41,91	43,18	44,45	45,72	46,99	48,26	49,53	50 80
1,90	38,55	39.84	41,12	42,41	43,69	44,98	46,26	47,55	48,83	50,12	51,40
2,00	39,00	40.30	41,60	42,90	44,20	45,50	46,80	48,10	49,40	50,70	52,00

100 φ	ha σ_b, azaz a beton megengedett igénybevétele kg/cm²-ben										
	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
0,80	44,80	45,92	47,04	48,16	49,28	50,40	51,52	52,64	53,76	54,88	56,00
0,90	45,40	46,54	47,67	48,81	49,94	51,08	52,21	53,35	54,48	55,62	56,75
1,00	46,00	47,15	48,30	49,45	50,60	51,75	52,90	54,05	55,20	56,35	57,50
1,10	46,60	47,77	48,93	50,10	51,26	52,43	53,59	54,76	55,92	57,09	58,25
1,20	47 20	48,38	49,56	50,74	51,92	53,10	54,28	55,46	56,64	57,82	59,00
1,25	47,50	48,69	49,88	51,06	52,25	53,44	54,63	55,81	57,00	58,19	59,38
1,30	47,80	49,00	50,19	51,39	52,58	53,78	54,97	56,17	57,36	58 56	59,75
1,40	48,40	49,61	50,82	52,03	53,24	54,45	55,66	56,87	58,08	59,29	60,50
1,50	49,00	50,23	51,45	52.68	53,90	55,13	56,35	57,58	58,80	60,03	61,25
1,60	49,60	50,84	52,08	53,32	54,56	55.80	57,04	58,28	59,52	60,76	62,00
1 70	50,20	51,46	52,71	53,97	55,22	56,48	57,73	58,99	60,24	61,50	62,75
1,75	50,50	51,76	53,03	54,29	55.55	56,81	58,08	59,34	60,60	61,86	63,13
1,80	50,80	52,07	53,34	54,61	55,88	57,15	58,42	59,69	60,96	62,23	63,50
1,90	51,40	52,69	53,97	55,26	56,54	57,83	59,11	60,40	61,68	62,97	64,25
2,00	52,00	53,30	54,60	55,90	57,20	58,50	59,80	61,10	62,40	63,70	65,00

Hajlitás. Derékszögü négyszög-keresztmetszet.

III. Táblázat. (Egyszerüen vasalt keresztmetszet (I. 7. §.)

A neutrális-tengely helyzetének meghatározása a vaspercent segitségével.

$$\mu = \frac{100\,F_v}{b\,h_1}\,, \quad x = \alpha\,h_1$$

μ	α	μ	α	μ	α	μ	α	μ	α	μ	α	μ	α	μ	α
														1,30	0,4592
														1	4605
														2	4617
														3	4629
														4	4641
0,25	0,2389	0,40	0,2916	0,55	0,3320	0,70	0,3651	0,85	0,3933	1,00	0,4179	1,15	0,4397	1,35	0,4653
6	2430	1	2946	6	3344	1	3671	6	3951	1	4194	6	4410	6	4665
7	2470	2	2975	7	3368	2	3691	7	3969	2	4209	7	4424	7	4677
8	2509	3	3004	8	3391	3	3711	8	3985	3	4224	8	4437	8	4689
9	2546	4	3033	9	3414	4	3731	9	4002	4	4239	9	4451	9	4701
0,30	0,2584	0,45	0,3061	0,60	0 3437	0 75	0,3750	0,90	0,4019	1,05	0,4254	1,20	0,4464	1,40	0,4712
1	2620	6	3088	1	3460	6	3769	1	4035	6	4269	1	4477	1	4724
2	2655	7	3117	2	3482	7	3788	2	4052	7	4284	2	4491	2	4736
3	2690	8	3142	3	3504	8	3807	3	4068	8	4298	3	4504	3	4747
4	2724	9	316)	4	3526	9	3825	4	4084	9	4313	4	4516	4	4758
0,35	0,2758	0,50	0,3195	0,35	0,3547	0,80	0,3844	0,95	0,4100	1,10	0,4327	1,25	0;4529	1,45	0,4770
6	2790	1	3221	6	3569	1	3862	6	4116	1	4341	6	4542	6	4781
7	2823	2	3246	7	3590	2	3880	7	4132	2	4355	7	4555	7	4792
8	2854	3	3271	8	3610	3	3899	8	4148	3	4369	8	4567	8	4803
9	2885	4	3296	9	3631	4	3916	9	4163	4	4383	9	4580	9	4814
0,40	2916	0,55	3320	0,70	3651	0,85	3933	1,00	4179	1,15	4397	1,30	4592	1,50	0,4825

IV. Táblázat. (Egyszerüen vasalt keresztmetszet) (I. 7. §.)

Ellenörzés a vaspercent segitségével.

$$\mu = \frac{100\,F_v}{b\,h_1} \qquad \sigma_v = \beta\,\frac{M}{F_v\,h_1} \qquad \sigma_b = \gamma\,\sigma_v$$

μ	β	γ	μ	β	γ	μ	β	γ	μ	β	γ
									1,15	1,1717	0,05231
									6	1724	05260
									7	1730	052 9
									8	1736	05318
									9	1742	05347
0.25	1,0865	0,02093	0,55	1,1244	0,03313	0,85	1,1509	0,04322	1,20	1,1748	0,05376
6	0881	02140	6	1254	03349	6	1516	04354	1	1754	05405
7	0897	02186	7	1264	03385	7	1524	04385	2	1760	05434
8	0912	02232	8	1274	03421	8	1532	04417	3	1766	05462
9	0928	02278	9	1284	03456	9	1539	04448	4	1772	05491
0,30	1,0942	0,02322	0,60	1,1294	0,03491	0,90	1,1547	0,04479	1,25	1,1778	0,05519
1	0957	02367	1	1304	03526	1	1554	04510	6	1784	05548
2	0971	02410	2	1313	03561	2	1561	04541	7	1790	05577
3	0985	02453	3	1322	03596	3	1569	04572	8	1796	05605
4	0999	02496	4	1332	03630	4	1576	04603	9	1802	05633
0,35	1,1012	0,02538	0,65	1,1341	0;03665	0,95	1,1583	0,04634	1,30	1,1807	0,05661
6	1026	02580	6	1350	03699	6	1590	04664	1	1813	05689
7	1039	02622	7	1359	03733	7	1597	04695	2	1819	05718
8	1051	02663	8	1368	03767	8	1604	04725	3	1825	05746
9	1064	02703	9	1377	03801	9	1611	04756	4	1830	05774
0,40	1,1076	0,02744	0,70	1,1385	0,03834	1,00	1,1618	0,04786	1,35	1,1836	0,05802
1	1088	02784	1	1394	03868	1	1625	04816	6	1841	05830
2	1101	02823	2	1403	03901	2	1632	04846	7	1847	05858
3	1113	02863	3	1412	03934	3	1639	04876	8	1853	05886
4	1125	02902	4	1420	03967	4	1646	04906	9	1858	05914
0,45	1,1136	0,02940	0,75	1,1429	0,04000	1,05	1,1652	0,04936	1,40	1,1863	0,05942
6	1148	02979	6	1437	04033	6	1659	04966	1	1869	05969
7	1159	03017	7	1445	04065	7	1666	04996	2	1875	05997
8	1170	03055	8	1453	04098	8	1672	05025	3	1880	06025
9	1181	03092	9	1461	04130	9	1679	05055	4	1886	06053
0,50	1,1192	0,03130	0,80	1.1470	0,04163	1,10	1,1685	0,05084	1,45	1,1891	0,06080
1	1203	03167	1	1478	04195	1	1692	05114	6	1896	06108
2	1213	03204	2	1485	04227	2	1698	05143	7	1901	06135
3	1224	03241	3	1493	04259	3	1705	05173	8	1906	06163
4	1234	03277	4	1501	04290	4	1711	05202	9	1911	06190
0,55	1,1244	0,03313	0 85	1,1509	0,04322	1,15	1,1717	0,05231	1,50	1,1916	0,06217

Hajlitás. Derékszögü négyszögkeresztmetszet.

V. Táblázat. (Egyszerüen vasalt keresztmetszet.) (L. 8. és 9. §.)

Keresztmetszeti modulusok a vaspercent alapján és a vaspercentnek megfelelő szélső igénybevételek viszonya

$$\mu = \frac{100 F_v}{b h_1} \quad K_b = \partial b h_1^2 \quad K_v = \varepsilon b h_1^2 \quad \gamma = \frac{\sigma_b}{\sigma_v}$$

μ	∂	ε	γ	μ	∂	ε	γ	μ	∂	ε	γ
								1,05	0,18255	0,009011	0,04936
								6	18308	9092	4966
								7	18360	9172	4996
								8	18412	9253	5025
								9	18463	9333	5055
0,25	0,10994	0,002301	0,02093	0,65	0,15639	0,005731	0,03665	1,10	0,18514	0,009414	0,05084
6	11165	2389	2140	6	15720	5815	3699	1	18564	9494	5114
7	11332	2478	2186	7	15800	5898	3733	2	18614	9574	5143
8	11494	2566	2232	8	15878	5982	3767	3	18663	9654	5173
9	11651	2654	2278	9	15957	6065	3801	4	18713	9734	5202
0,30	0,11805	0,002742	0,02322	0,70	0,16034	0,006148	0,03834	1,15	0,18762	0,009815	0,05231
1	11955	2829	2367	1	16110	6231	3868	6	18810	9895	5260
2	12099	2917	2410	2	16187	6314	3901	7	18858	9975	5289
3	12244	3004	2453	3	16260	6397	3934	8	18905	10055	5318
4	12384	3091	2496	4	16333	6480	3967	9	18952	10134	5347
0,35	0,12521	0,003178	0,02538	0,75	0,16406	0,006563	0,04000	1.20	0,18999	0,010214	0,05376
6	12654	2265	2580	6	16478	6645	4033	1	19046	10294	5405
7	12785	2352	2622	7	16548	6728	4065	2	19092	10374	5434
8	12913	3438	2663	8	16619	6810	4098	3	19137	10454	5462
9	13038	3525	2703	9	16688	6893	4130	4	19182	10533	5491
0,40	0,13161	0,003611	0,02744	0,80	0,16756	0,006975	0,04163	1,25	0,19227	0,010613	0,05519
1	13282	3697	2784	1	16824	7057	4195	6	19272	10692	5548
2	13400	3783	2823	2	16891	7139	4227	7	19316	10772	5577
3	13516	3869	2863	3	16957	7222	4259	8	19360	10851	5605
4	13630	3955	2902	4	17023	7304	4290	9	19404	10931	5633
0,45	0,13742	0,004041	0,02940	0,85	0,17088	0,007386	0,04322	1,30	0,19447	0,011010	0,05661
6	13852	4126	2979	6	17152	7467	4354	1	19490	11089	5689
7	13960	4212	3017	7	17215	7549	4385	2	19532	11169	5718
8	140·6	4297	3055	8	17278	7631	4417	3	19574	11248	5746
9	14170	4382	3092	9	17340	7713	4448	4	19616	11327	5774
0,50	0,14273	0,004468	0,03130	0,90	0,17402	0,007794	0,04479	1,35	0,19658	0,011406	0,05802
1	14374	4552	3167	1	17463	7876	4510	6	19699	11485	5830
2	14473	4637	3204	2	17522	7957	4541	7	19740	11564	5858
3	14571	4722	3241	3	17582	8039	4572	8	19781	11643	5886
4	14668	4807	3277	4	17641	8120	4603	9	19822	11722	5914
0,55	0,14766	0,004892	0,03313	0,95	0,17700	0,008202	0,04634	1,40	0,19861	0,011801	0,05942
6	14858	4976	3349	6	17758	8283	4664	1	19901	11880	5969
7	14948	5060	3385	7	17815	8364	4695	2	19940	11959	5997
8	15039	5144	3421	8	17872	84·5	4725	3	19979	12037	6025
9	15128	5228	3456	9	17928	8526	4756	4	20018	12116	6053
0,60	0,15216	0,005313	0,03491	1,00	0,17984	0,008607	0,04786	1,45	0.20057	0,012195	0,06080
1	15303	5397	3526	1	18040	8688	4816	6	20095	12273	6108
2	15389	5480	3561	2	18094	8769	4846	7	20133	12352	6135
3	15473	0564	3596	3	18148	8850	4876	8	20171	12430	6163
4	15557	5648	3630	4	18202	8930	4906	9	20209	12509	6190
5	15639	5731	3665	5	18255	9011	4936	1,50	20246	12587	6217

Hajlitás. Derékszögü négyszög-keresztmetszet.

VI. Táblázat. (Egyszerüen vasalt keresztmetszet). (l. 7. §.)

A megengedett σ_v és σ_b igénybevételekhez tartozó

$$\gamma_o = \frac{\sigma_b}{\sigma_v}, \quad \alpha_o = \frac{x_o}{h_1} \text{ és } \mu_o = \frac{100\,F_v}{b\,h_1} \text{ értékek :}$$

σ_v kg/cm²	σ_b kg/cm²	γ_o	α_o	μ_o	σ_v kg/cm²	σ_b kg/cm²	γ_o	α_o	μ_o
	20	0,0222	0,2500	0,2778		20	0,0200	0,2308	0,2308
	25	0278	2941	4085		25	0250	2727	3409
	30	0333	3333	5556		30	0300	3103	4655
900	35	0389	3684	7164	1000	35	0350	3443	6025
	40	0444	4000	8889		40	0400	3750	7500
	45	0500	4286	1,0714		45	0450	4030	9067
	50	0556	4545	1,2626		50	0500	286	1,0714
	20	0,0182	0,2143	0,1948		20	0,0167	0,2000	0,1667
	25	0227	2542	2889		25	0208	2381	2480
	30	0273	2903	3960		30	0250	2727	3409
1100	35	0318	3231	5139	1200	35	0292	3043	4438
	40	0364	3529	6417		40	0333	3333	5553
	45	0409	3803	7778		45	0375	3600	6750
	50	0455	4054	9214		50	0417	3846	8013

VII. Táblázat. (Egyszerüen vasalt keresztmetszet) (l. 9. §.)

A megengedett σ_v és σ_b igénybevételekhez tartozó méretezési állandók: c_1 és c_2

$$h_1 = 10\, c_1 \sqrt{\frac{M}{b}}, \; F_v = 0{\cdot}1\, c_2 \sqrt{Mb}; \text{ ha } b = 100 \text{cm: } h_1 = c_1 \sqrt{M}, \; F_v = c_2 \sqrt{M}$$

σ_v kg/cm²	σ_b kg/cm²	c_1	c_2	σ_v kg/cm²	σ_b kg/cm²	c_1	c_2
	20	0,0661	0,0183		20	0,0685	0,0158
	25	0549	0224		25	0568	0194
	30	0474	0263		30	0490	0228
900	35	0420	0301	1000	35	0433	0261
	40	0380	0337		40	0390	0293
	45	0348	0373		45	0357	0324
	50	0322	0407		50	0330	0354
	20	0,0709	0,0138		20	0,0732	0,0122
	25	0586	0169		25	0604	0150
	30	0504	0199		30	0519	0177
1100	35	0445	0229	1200	35	0457	0203
	40	0401	0257		40	0411	0228
	45	0366	0285		45	0375	0253
	50	0338	0311		50	0345	0277

VIII. Táblázat. (Alul-felül egyenlően vasalt keresztmetszet.) (l. 14. §.)

A megengedett σ_v és σ_b igénybevételekhez és $\frac{a}{h_1} = \frac{1}{10}$-hez tartozó d_1 és d_2 állandók

$$h_1 = 10\, d_1 \sqrt{\frac{M}{b}}, \; F_v = 0{\cdot}1\, d_2 \sqrt{Mb}; \text{ ha } b = 100 \text{ cm, } h_1 = d_1 \sqrt{M}, \; F_v = d_2 \sqrt{M}$$

σ_v kg/cm²	σ_b kg/cm²	d_1	d_2	σ_v kg/cm²	σ_b kg/cm²	d_1	d_2
	20	0,0627	0,0174		20	0,0687	0,0131
	25	0496	0222		25	0548	0166
	30	0408	0274		30	0453	0203
1000	35	0341	0330	1200	35	0384	0242
	40	0290	0390		40	0330	0282
	45	0248	0457		45	0283	0327
	50	0212	0535		50	0251	0375

Hajlitás. T-keresztmetszet.

IX. Táblázat.

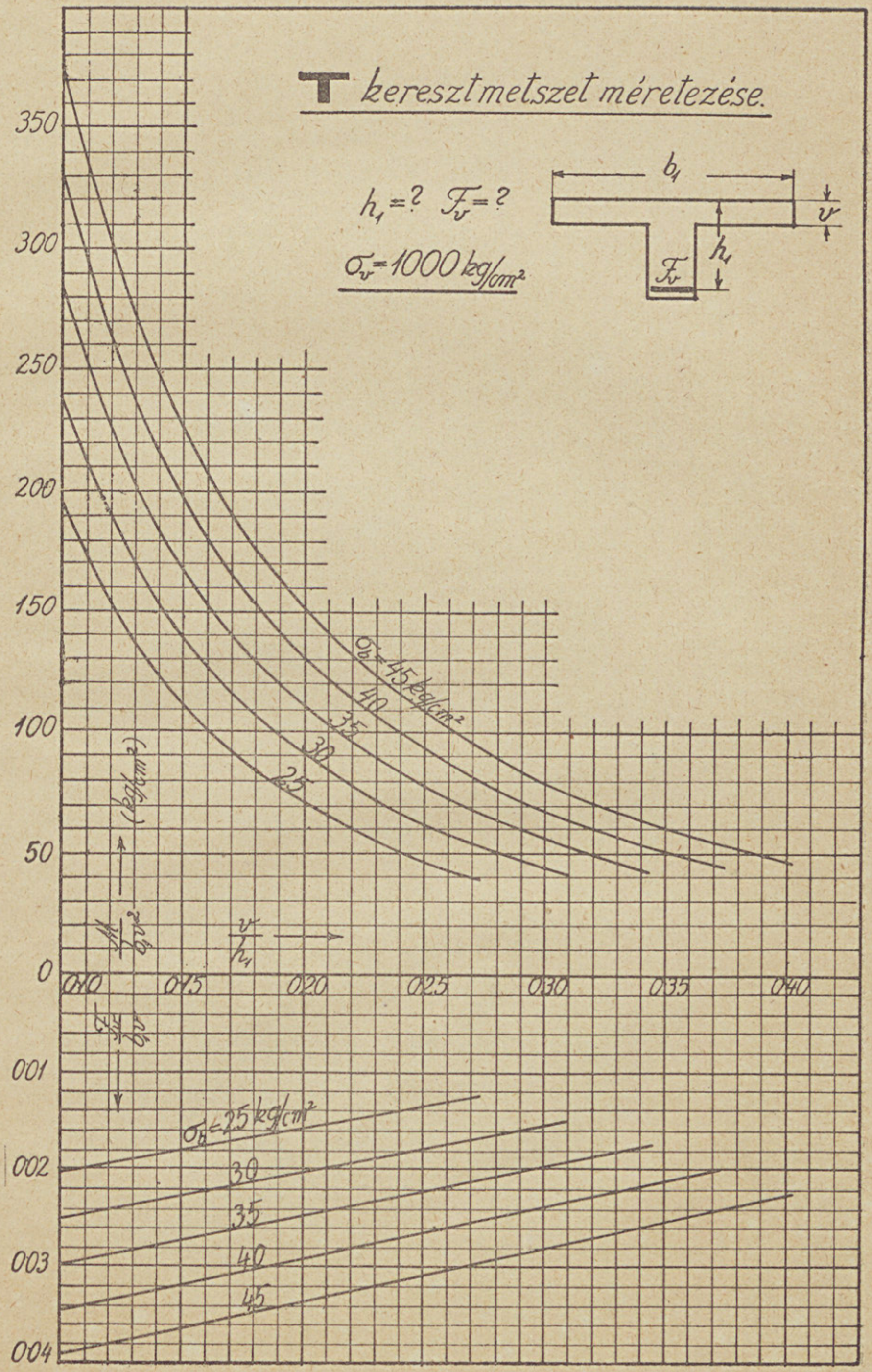
(Egyszerüen vasalt keresztmetszet) (l. 17. §.)

A neutrális-tengely helyének meghatározása a vaspercent alapján:

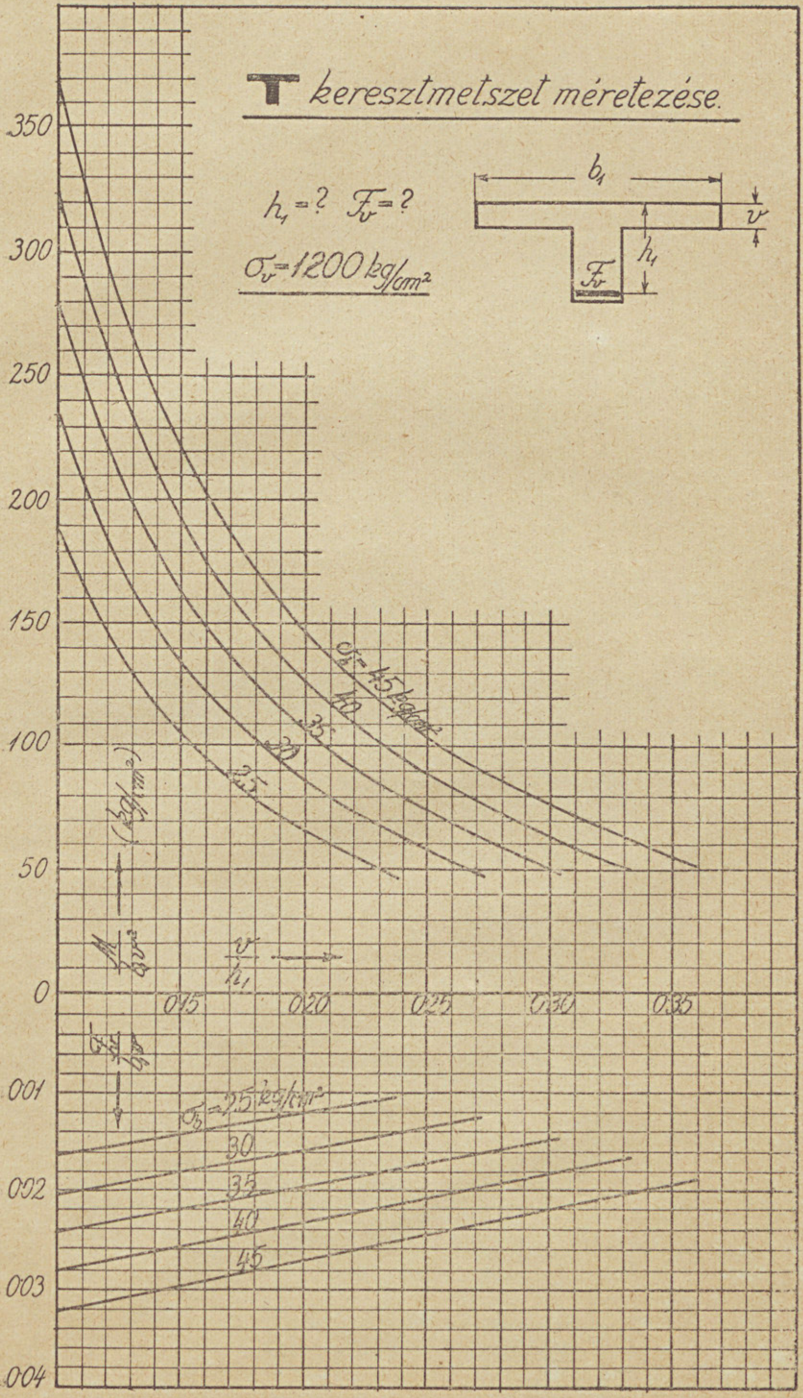
$$\psi = \frac{100\,F_v}{b_1\,v} \qquad x = \eta\left(h_1 - \frac{v}{2}\right) + \frac{v}{2}$$

ψ	η	ψ	η	ψ	η	ψ	η	ψ	η	ψ	η
0,50	0,0698	1,00	0,1304	1,50	0,1837	2,00	0,2308	2,50	0,2727	3,00	0,3103
1	0711	1	1315	1	1847	1	2317	1	2735	1	3111
2	0724	2	1327	2	1857	2	2325	2	2743	2	3118
3	0736	3	1338	3	1867	3	2334	3	2751	3	3125
4	0749	4	1350	4	1877	4	2343	4	2759	4	3132
0,55	0,0762	1,05	0,1361	1,55	0,1887	2,05	0,2352	2,55	0,2767	3,05	0,3139
6	0775	6	1372	6	1896	6	2361	6	2775	6	3146
7	0788	7	1383	7	1906	7	2369	7	2782	7	3153
8	0801	8	1394	8	1916	8	2378	8	2790	8	3160
9	0814	9	1405	9	1926	9	2386	9	2798	9	3167
0,60	0,0826	1,10	0,1416	1,60	0,1935	2,10	0,2395	2,60	0,2806	3,10	0,3174
1	0838	1	1427	1	1945	1	2404	1	2813	1	3181
2	0851	2	1438	2	1955	2	2413	2	2821	2	3188
3	0863	3	1449	3	1965	3	2421	3	2829	3	3195
4	0875	4	1460	4	1975	4	2430	4	2837	4	3202
0,65	0,0888	1,15	0,1471	1,65	0,1985	2,15	0,2438	2,65	0,2844	3,15	0,3209
6	0900	6	1482	6	1994	6	2447	6	2852	6	3216
7	0913	7	1493	7	2004	7	2455	7	2860	7	3223
8	0926	8	1504	8	2013	8	2464	8	2867	8	3230
9	0938	9	1515	9	2022	9	2473	9	2875	9	3236
0,70	0,0950	1,20	0,1525	1,70	0,2032	2,20	0,2481	2,70	0,2883	3,20	0,3243
1	0963	1	1536	1	2042	1	2490	1	2890	1	3250
2	0975	2	1 47	2	2051	2	2498	2	2898	2	3257
3	0987	3	1558	3	2060	3	2506	3	2905	3	3264
4	0999	4	1569	4	2070	4	2515	4	2912	4	3270
0,75	0,1011	1,25	0,1579	1,75	0,2080	2,25	0,2523	2,75	0,2920	3,25	0,3277
6	1023	6	1590	6	2090	6	2532	6	2928	6	3284
7	1035	7	1600	7	2099	7	2540	7	2935	7	3291
8	1047	8	1611	8	2108	8	2548	8	2943	8	3298
9	1059	9	1622	9	2.17	9	2557	9	2950	9	3304
0,80	0,1071	1,30	0,1632	1,80	0,2126	2,30	0,2565	2,80	0,2958	3,30	0,3311
1	1083	1	1642	1	2135	1	2573	1	2965	1	3318
2	1095	2	1653	2	2145	2	2582	2	2973	2	3324
3	1107	3	1663	3	2154	3	2590	3	2980	3	3331
4	1119	4	1673	4	2163	4	2598	4	2987	4	3338
0,85	0,1131	1,35	0,1684	1,85	0,2172	2,35	0,2606	2,85	0,2995	3.35	0,3344
6	1143	6	1694	6	2181	6	2614	6	3002	6	3351
7	1155	7	1704	7	2190	7	2623	7	3009	7	3358
8	1166	8	1715	8	2200	8	2631	8	3017	8	3364
9	1177	9	1726	9	2209	9	2639	9	3024	9	3371
0,90	0,1189	1,40	0,1736	1,90	0,2218	2,40	0,2647	2,90	0,3031	3,40	0,3377
1	1201	1	1746	1	2227	1	2655	1	3039	1	3384
2	12 3	2	1756	2	2236	2	2663	2	3046	2	3391
3	1224	3	1766	3	2245	3	2671	3	3053	3	3397
4	1236	4	1776	4	2254	4	2679	4	3060	4	3403
0,95	0,1247	1,45	0,1786	1,95	0,2263	2,45	0,2687	2,95	0,3068	3,45	0-3410
6	1 59	6	1796	6	2272	6	2695	6	3075	6	3417
7	1271	7	1806	7	2281	7	2703	7	3082	7	3423
8	1282	8	1816	8	2290	8	2711	8	3089	8	3430
9	1293	9	1826	9	2299	9	2719	9	3096	9	3436
1,00	0,1304	1,50	0,1837	2,00	0,2308	2,50	0,2727	3,00	0,3103	3,50	0,3443

X. Táblázat.

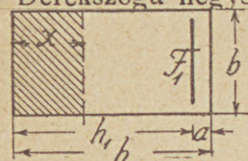

T keresztmetszet méretezése.
b₁
h₁=? F_v=?
σ_v=1000 kg/cm²
v
h₁
F_v
350
300
250
200
150
100
50
0
σ_b=45 kg/cm²
40
35
30
25
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
001
002
003
004
σ_b=25 kg/cm²
30
35
40
45

XI. Táblázat.


T keresztmetszet méretezése.
$h_1 = ?$ $F_v = ?$
$\sigma_v = 1200$ kg/cm²
b_1
v
h_1
F_v
350
300
250
200
150
100
50
0
001
002
003
004
$\frac{M}{b_1 v^2}$ (kg/cm²)
$\frac{v}{h_1}$
$\frac{F_v}{b_1 v}$
0.15
0.20
0.25
0.30
0.35
$\sigma_b = 45$ kg/cm²
40
35
30
25
$\sigma_b = 25$ kg/cm²
30
35
40
45

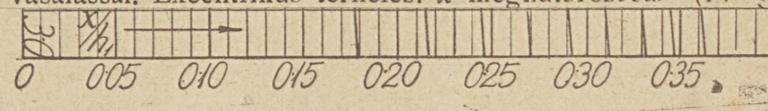
XII. Táblázat.

Derékszögü négyszög-keresztmetszet csak húzott vasalással. Excentrikus terhelés. x meghatározása. ([illegible] §)



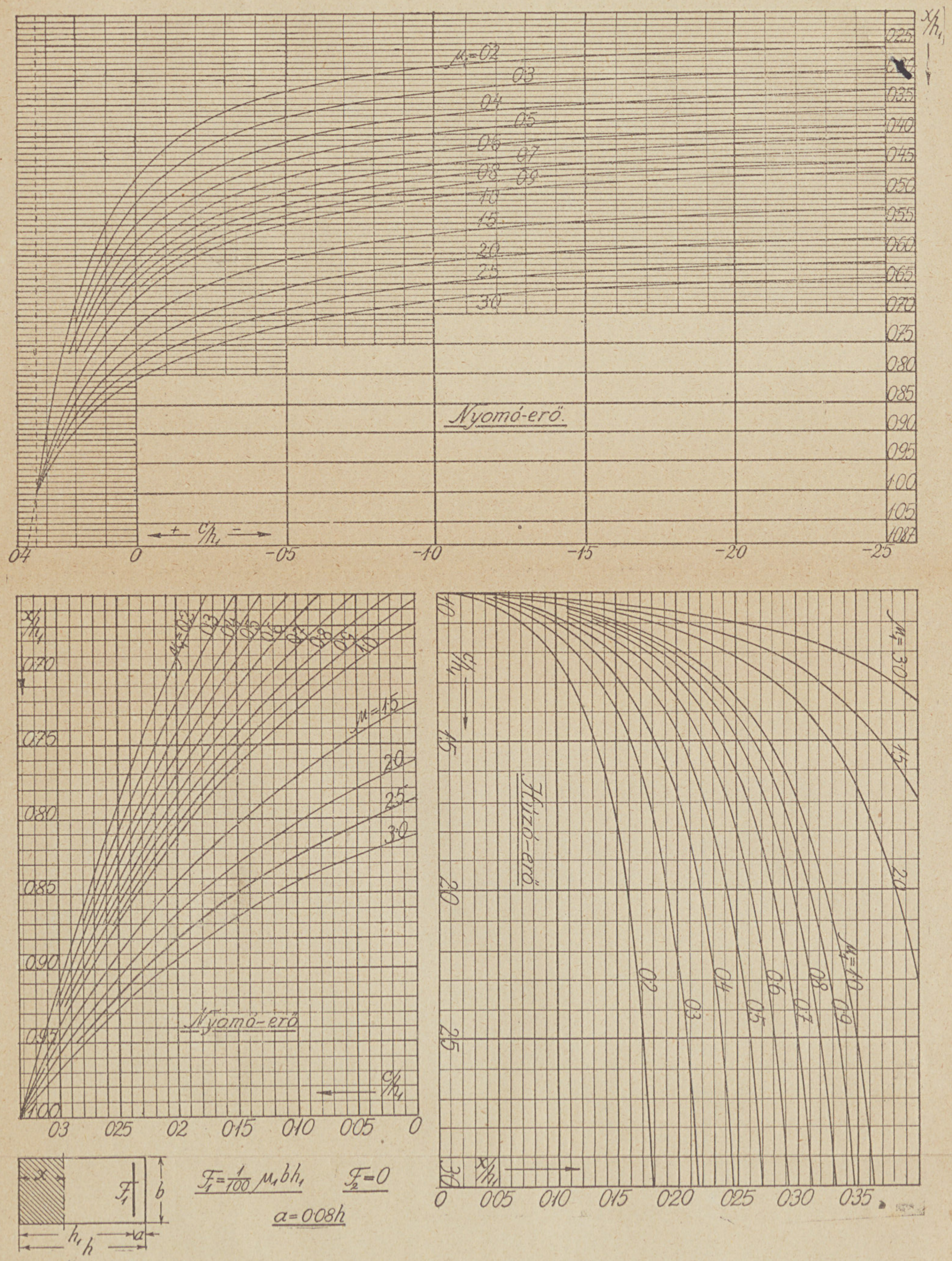
$F_1 = \frac{1}{100} \mu_1 b h_1 \qquad F_2 = 0$

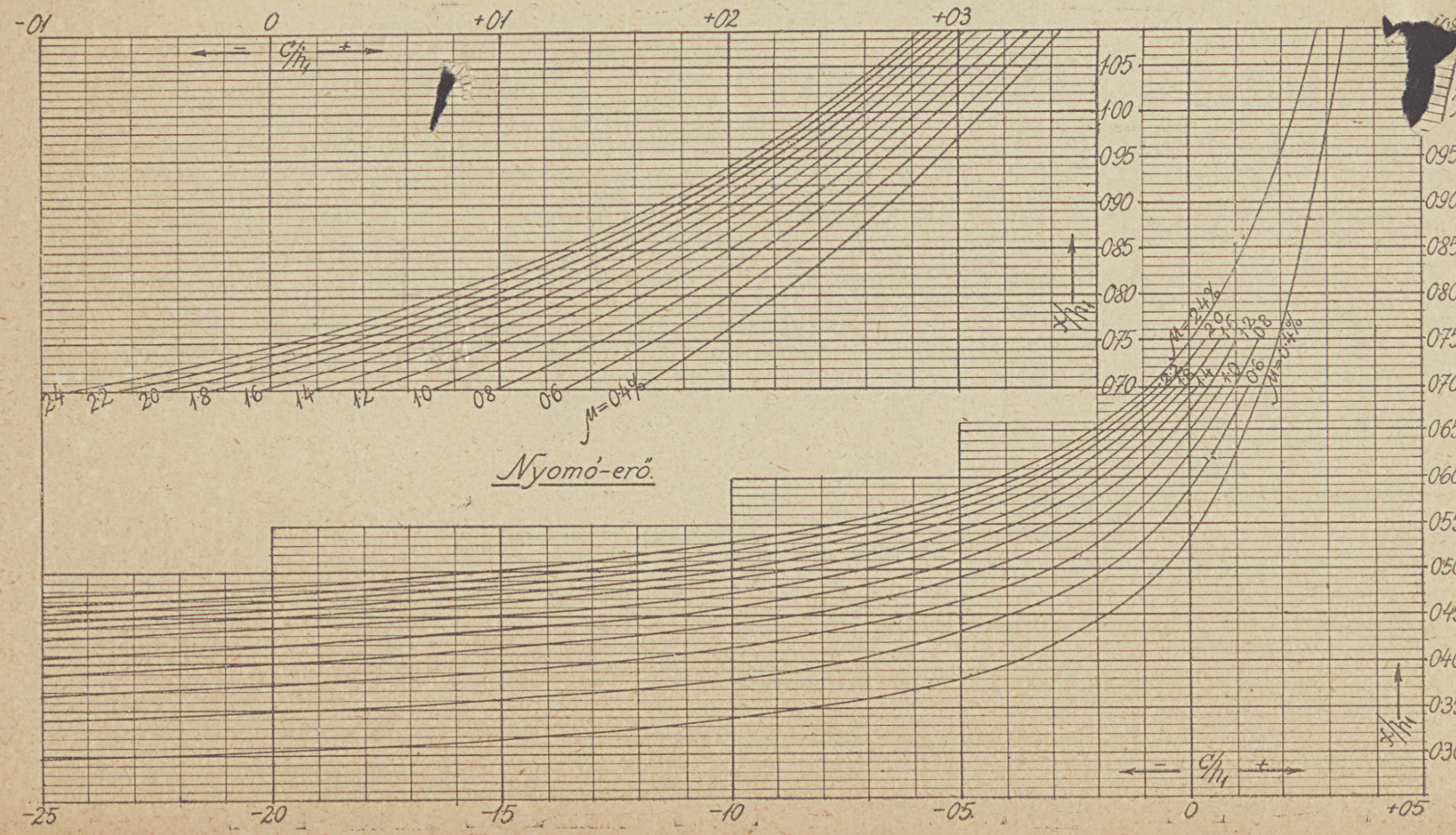
$a = 0{\cdot}08 h$

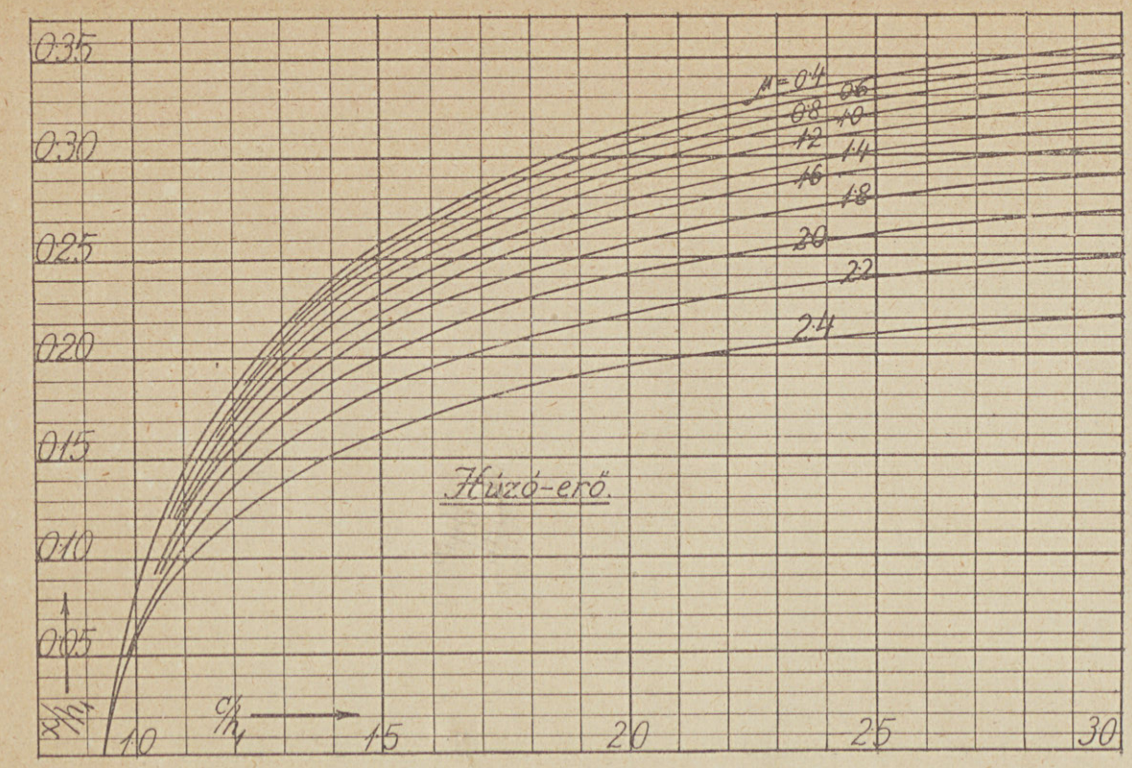


XII. Táblázat.

Derékszögű négyszög-keresztmetszet csak húzott vasalással. Excentrikus terhelés. x meghatározása. ([illegible] §)





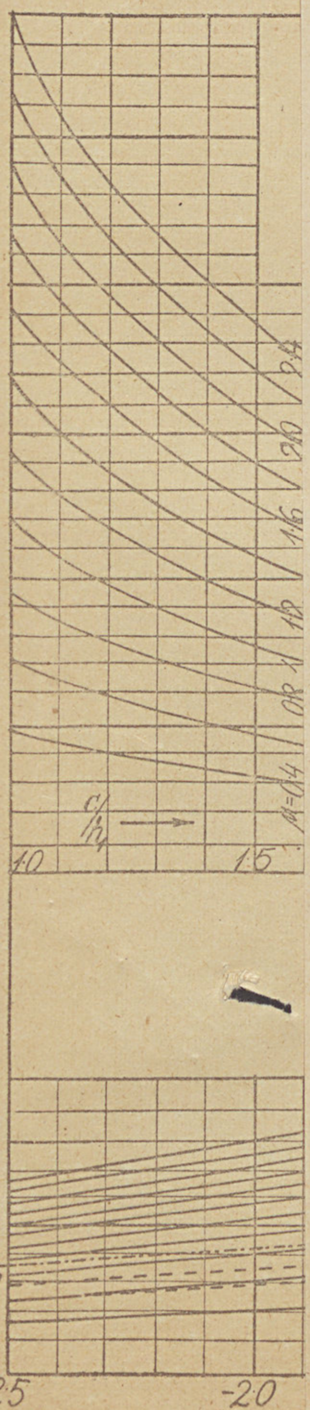


XIII. Táblázat.

Derékszögü négyszögkereszt-
metszet szimmetrikus vasalással.
Excentrikus terhelés.
x meghatározása (27. §.)

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{100} \mu\, b\, h_1 \qquad a = 0{\cdot}08\, h$$

Derékszögü négy szög re



XIV. Táblázat.

Derékszögü négy[szög]… [ke]resztmetszet szimmetrikus vasalással. Tervezés excentrikus terhelésre. $\sigma_b/\sigma_v = 50/1200$ (31. és 35. §.)