

A TERMELÉS ÉS A KÉSZLETEK EGYIDEJŰ OPTIMALIZÁLÁSA SZIMULTÁN LINEÁRIS PROGRAMOZÁSI MODELLEL

INVENTORY AND PRODUCTION OPTIMIZATION WITH A SIMULTANEOUS LINEAR PROGRAMMING MODEL

NAGY Lajos¹, NAGY Orsolya Bernadett²

¹Ph.D., adjunktus, nagy.lajos@econ.unideb.hu

¹Kutatásmódszertan és Statisztika Tanszék, Debreceni Egyetem, Gazdaságtudományi Kar
H-4032 Debrecen, Böszörményi út 138.

²Logisztikai menedzsment MSc hallgató, nagyorsi93@gmail.com

²Debreceni Egyetem, Gazdaságtudományi Kar,
H-4032 Debrecen, Böszörményi út 138.

Kivonat: A cikkben a termelés és készletek egyidejű optimalizálását mutatjuk be szimultán lineáris programozási modellel. A kutatás során integráltan alkalmazzuk az előrejelző modelleket, a készletmodelleket és a lineáris programozást. A modellek alkalmazásával sikeresen csökkenthető az átállások száma a kiszolgálási színvonal sérülése nélkül. Ugyan valamivel magasabb a készletezési többletköltség, viszont a magasabb effektív kapacitásból származó többletbevétel révén jobb jövedelmezőség érhető el.

Kulcsszavak: lineáris programozás, előrejelzés, kiszolgálási színvonal

Abstract: In this publication we show the optimization of production and inventories with a simultaneous linear programming model. In this research predictive models, inventory models, and linear programming are used together. Using the model the number of switches can successfully be reduced without compromising service quality. Although somewhat higher are inventory costs, but higher revenue from better effective capacity, a higher profitability can be achieved.

Keywords: linear programming, forecast, service level

1. BEVEZETÉS

A dinamikus lineáris programozási modellek széles körben alkalmazhatóak az olyan problémák megoldásakor, amikor az időben egymáshoz kapcsolódó folyamatokról van szó. A folyamatok lehetnek determinisztikusak és sztochasztikusak is. Széles spektrumú alkalmazásokkal találkozhatunk a pénzügy, a logisztika, az ipari termelés, de a szolgáltatások területén is. A vasúti áruszállítás területén többperiódusos sztochasztikus modelleket alkalmazott Sayarshad és Tavakkoli-Moghaddam. Ez lehetővé tette a vasúti kocsik számának és az elosztás során az igényekben jelentkező bizonytalanság modellezését [1].

A pénzügyi tervezésben is nagyon elterjedtek az ilyen típusú modellek. Mulvey és Vladimirou dinamikus általános hálózati problémaként kezelte a pénzügyi tervezést [2]. Winston is bemutatott több lehetséges dinamikus lineáris programozási modellt, többperiódusos pénzügyi tervezésre [3].

Fishbone és Abilock az energiarendszerek elemzése során használták a többperiódusos modellezést [4]. Kimondottan a készletezési célok érvényesítésére is találkozhatunk publikációkkal [5],[6]. Mezőgazdasági alkalmazások is előfordulnak. Hagyományos mezőgazdasági kultúrák és energianövények versenyeztetésében is alkalmazták a multiperiodikus lineáris programozást [7]. Cikkünkben determinisztikus modellt alkalmazunk, ezért ezzel foglalkozunk a következő fejezetben részletesebben.

2. DETERMINISZTIKUS LINEÁRIS PROGRAMOZÁSI MODELL

A vállalkozás technológiai-, gazdasági-, pénzügyi eseményei időben változó módon, dinamikusan kapcsolódnak egymáshoz. A többperiódusos lineáris programozás lehetővé teszi a statikus egy időszakra elkészített lineáris programozási modellek kiterjesztését hosszabb időszakokra is, és ezáltal az időtényező hatásának figyelembe vételét.

A dinamikus lineáris programozási modelleknek két típusát tudjuk megkülönböztetni. A rekurzív többperiódusos modell esetén minden időszakra külön számszerű modelleket állítunk fel. A modellek száma tehát megegyezik az időszakok számával. Az első modell megoldása után, annak eredményeit felhasználva kerül sor a második modell megoldására, majd ez a folyamat folytatódik láncszerűen az utolsó modell megoldásáig. A teljes időtartam optimuma a részidőszakok optimumának az összege. Az egyes időszakok modelljei között csak előreirányuló hatás érvényesül.

Szimultán többperiódusos modell esetén a periódusok számának megfelelő számú blokkból álló kvázi diagonális mátrix modellt hozunk létre. Az egyes blokkokban találhatóak az időszakokra vonatkozó feltételek és összefüggések. Az időszakok összekapcsolását külön feltételrendszerek tartalmazzák. Az optimális programot az egész időtartamra számítjuk ki, az eredmények nem feltétlenül egyeznek meg az időszakonkénti számítások optimaival.

Mind a rekurzív, mind a szimultán modellek esetén statikus modellrészekből építkezünk. Az erőforrás felhasználását és a szükséglet tervezését szolgáló összefüggéseket hasonló módon adjuk meg, mint a statikus modellekben, de mindegyik változó egy-egy időszakhoz kapcsolódik.

A dinamikus modellek előnyei:

- többéves beruházások modellezése,
- többéves termelési folyamatok összefüggéseinek felhasználása,
- pénzügyi kapcsolatok modellezése,
- célfüggvények hosszú időtávú kezelése.

3. DÖNTÉSI PROBLÉMA

Egy ásványvizet gyártó vállalkozás igény szerinti gyártást végez. A megrendeléseket naponta összesítik, és ennek megfelelően ütemezik a következő napi gyártást. Az alkalmazott ütemezés eredményeként nagyon alacsony a készlet, azonban naponta több átállásra is szükség van, ami csökkenti a töltőrendszerek effektív kapacitását. A nyári időszakban, az áruforgalomban hét elején és hét végén magasabb az igény, mint a hét többi napján, ezekre próbálnak felkészülni a hétközi gyártások során, viszont a kis készlet miatt egy nagyobb, váratlan megrendelés esetén könnyen felborul a rendszer, ami időszakos hiányhoz vezet.

Jelen kutatásunkban heti termelési programot készítünk, napi bontásban. Ennek során figyelembe kell venni az értékesítéssel kapcsolatos feltételeket, azaz a meglévő piaci megrendeléseket, az előre jelzett megrendeléseket és a vevő-kiszolgálási színvonalat. A készleteknél az alapanyag szükségletet és a késztermék készleteket kell kezelni. A gyártási költségek minimalizálásához egyrészt adnunk kell egy ütemezést, amely megmutatja, hogy melyik nap, melyik termék típust kell legyártani, másrészt az átállási időt és az ezzel járó költségeket minimalizálni kell. Célunk az, hogy a napi gyártási terveket, az alapanyag szükségletet, valamint a készleteket egyidejűleg optimalizáljuk, a változó költségek minimalizálásával, vagy a fedezeti hozzájárulás maximalizálásával.

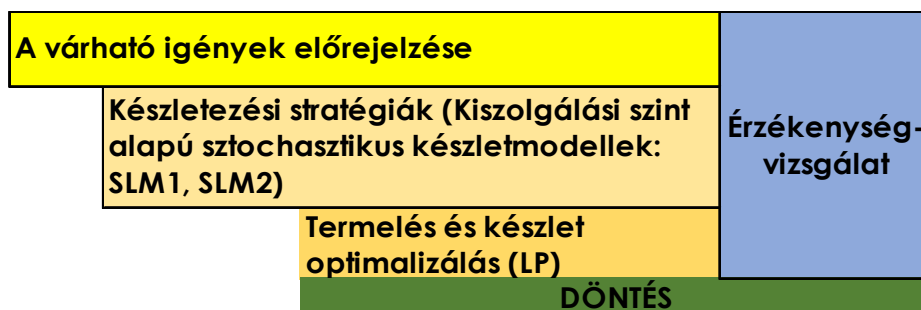
4. AZ OPTIMÁLIS PROGRAM KIVÁLASZTÁSÁNAK LÉPÉSEI

Az optimális program kiválasztása többlépéses folyamat (1. ábra).

Első lépés a várható igények előrejelzése. Az igények egy részét a megrendelések alapján, többé-kevésbé fixen meg tudjuk határozni, a másik része előrejelző modellek segítségével történik. Erre azért van szükség, hogy a napi igényeink viszonylag pontosak legyenek. Egy éves napi bontású forgalmi adatsor alapján végeztük az előrejelzési modellek tesztelését.

A következő lépésben meg kell határoznunk a készletezési stratégiáknak megfelelően, hogy milyen biztonsági készletekkel dolgozunk. Ebben a konkrét esetben kiszolgálási szint alapú sztochasztikus készletmodellekkel dolgozunk. Az SLM1 alapú modellek a hiány mennyiségét veszik alapul, az SLM2 alapú modellek pedig a készlethiányos időszakok számát. A két modell kombinált alkalmazása a célszerű.

A végső lépés a termelés és készletoptimalizálási modell felépítése és alkalmazása. A modellben felhasználásra kerülnek az első két lépésben megkapott információk.



1. ábra: Az optimális program kiválasztásnak lépései

Mind a három részhez kapcsolódik érzékenység vizsgálat. Ez arról ad számunkra információt, hogy a különböző gyakorlatban előforduló bemeneti adat változások milyen hatással vannak a kimenetekre, azaz az eredményre. Minden esetben az érzékenység vizsgálat után születik meg a tényleges döntés.

4.1. A várható igények előrejelzése

Az előrejelzések elkészítésénél az alábbi szempontokat vettük figyelembe:

- egyszerűség,
- a modell pontossága a vállalkozás gyakorlati céljait reprezentálja,
- a vállalkozás nem rendelkezik speciális szoftverrel, így az is lényeges volt, hogy a gördülő előrejelzéshez könnyen automatizálható legyen akár táblázatkezelő programban is.

Többféle előrejelző modell (mozgóátlagok, exponenciális simítás, kettős mozgóátlag, Holt-Winter's-modell) tesztelése után a Holt-Winter's modell multiplikatív változata bizonyult a leghatékonyabbnak.

A vizsgálat során 2016. évi napi forgalmi adatokkal dolgoztunk. A módszerek összehasonlítása első lépésben a reziduális variancia (MSE) segítségével történt. Ekkor került kiválasztásra az első három legjobb módszer. A következő lépésben 2017 első hónapjára végeztünk gördülő előrejelzéseket, majd ezeket hasonlítottuk a tényleges forgalmakhoz. Az elemzéskor az SLM1 és SLM2 mutatók is bekerültek az adott módszer értékelésébe az MSE mutatón kívül.

A kiválasztott módszer viszonylag könnyen kezelhető, hisz leköveti az egy éven belül az évszakok miatt kialakuló keresletnövekedést és csökkenést a trendhatás figyelembe vételével,

és dinamikusan kezeli az egy héten belül megfigyelhető szezonális hatást is. Excelben is megvalósítható, hisz a Solver bővítmény segítségével az α , β és γ alapirányzatot, trendet, és szezonhatást simító paraméterek értékei egyszerűen optimalizálhatók.

4.2. Biztonsági készlet

A biztonsági készlet meghatározásánál a kiszolgálási színvonalat vettük alapul. Az egyik kiszolgálási mutató az SLM1 a kereslet azon várható része, amelyet időben kielégítenek (%). A másik (SLM2) azon ciklusok száma egy időszakban, amelyekben hiány lép fel.

4.3. Az optimális termelési szerkezet, a szükséges alapanyag és a napi készletek meghatározása

A modell változói:

x_{jk} – a j-edik termék előállított mennyisége a k-adik időszakban

y_{jk} – a j-edik termék értékesített mennyisége a k-adik időszakban

K_{jk} – a j-edik termék zárókészlete a k-adik időszakban

A_{ik} – a i-edik alapanyag szükséglet a k-adik időszakban

$i = 1, 2, \dots, m; \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad k = 1, 2, \dots, t$

Mérlegfeltételek:

Gépsorokra vonatkozó korlátok:

$$\sum_j a_{ijk} x_{jk} \leq G_{ik} \quad (1)$$

ahol:

a_{ijk} – a j-edik termék előállításához szükséges idő az i-edik gépsoron a k-adik időszakban

G_{ik} – az i-edik gépsor kapacitása a k-adik időszakban

Az alapanyagokra vonatkozó korlátok:

$$\sum_j B_{ijk} x_{jk} - \gamma_{ik} A_{ik} \leq 0 \quad (2)$$

ahol:

B_{ijk} – a j-edik termék előállításához szükséges fajlagos alapanyag szükséglet az i-edik alapanyagból a k-adik időszakban

γ_{ik} – az i-edik alapanyag minimális beszerzési egysége a k-adik időszakban

Értékesítési korlát:

$$y_{jk} \geq D_{jk} \quad (3)$$

ahol:

D_{ijk} – a j-edik termékből a k-adik időszakra előre jelzett igény

Forgalmi egyenlegek:

A forgalmi egyenlegek meghatározásánál külön kezeljük az első időszakot és a többi időszakot, mert az első időszakban a nyitókészlet ismert.

Az első időszak forgalmi egyenlege:

$$K_0 + x_{j1} = y_{j1} + K_{j1} \quad (4)$$

Ez átrendezve úgy, hogy a nyitókészlet a jobb oldalra kerüljön, és pozitív legyen:

$$-x_{j1} + y_{j1} + K_{j1} = K_0 \quad (5)$$

A többi időszakban úgy állítjuk be a forgalmi egyenleget, hogy kihasználjuk azt, hogy a nyitókészletek megegyeznek az előző időszak zárókészletével.

$$-K_{jk-1} - x_{jk} + y_{jk} + K_{jk} = 0 \quad (6)$$

ahol:

K_0 – nyitókészlet az első időszakban

K_{jk-1} – nyitókészlet a k-adik időszakban

Alapanyag beszerzési korlát:

Ugyan mi ezzel a mérlegfeltétellel nem számoltunk a modellben, de megadható az is, hogy egy adott időszakban mekkora pénzmennyiség áll rendelkezésre az alapanyag megvásárlására. Ez a mérlegfeltétel készpénzhiány esetén segít a meglévő szűkös erőforrás legjobb kihasználásában, hisz a készpénz, mint korlátozó tényező visszahat a termelési szerkezetre. Így lehetővé válik a termelési szerkezet és az alapanyag beszerzés egyidejű rendszerszemléletű tervezése.

$$\sum_i b_{ik} \gamma_{ik} A_{ik} \leq P_k \quad (7)$$

Az effektív gépkapacitás számítása időszakonként:

$$\lambda(\sum_j \text{sgn}(x_{jk}) - 1) = S_k \quad (8)$$

Az előjel függvény zéró értéket vesz fel, ha egy termék nem kerül be a termelési szerkezetbe, és 1 lesz, ha bekerül, így megkaphatjuk a naponta gyártott termékek számát. Egy napon a gyártott termékek száma-1 átállással számoltunk. A mi esetünkben az átállási idő fix, ezért ha az átállások számát szorozzuk az egyszeri átállási idővel (λ), megkapjuk a napi összes átállási időt, amely csökkenti a napi rendelkezésre álló gépóra mennyiségét.

Biztonsági készlettel, maximális készlettel kapcsolatos feltételek:

Ezeket a feltételeket a zárókészletekre vonatkoztatva fogalmaztuk meg, a biztonsági készleteket alsó, a maximális készleteket felső korlát formájában.

A modell célfüggvénye:

$$-\sum_j \sum_k c_{jk}^v x_{jk} - \sum_j \sum_k c_{jk}^k K_{jk} - \sum_j \sum_k b_{jk} A_{jk} + \sum_j \sum_k p_{jk} y_{jk} \Rightarrow MAX! \quad (9)$$

ahol:

c_{jk}^v – alapanyag költség és készletezési költség nélkül számított fajlagos változó költség

c_{jk}^k – termékegységre jutó időarányos készletezési költség

p_{jk} – értékesítési ár

A modell célfüggvényében tehát számba vesszük a változó költségeket (készletezési és alapanyag költségek nélküli változó költség + készletezési költség + alapanyagköltség) és az árbevételt. A kettő különbsége a fedezeti hozzájárulás, tehát a bemutatott célfüggvény fedezeti hozzájárulás tartalmú.

A másik lehetőség változó költségre optimalizálni, azaz költség minimumot keresni. Ekkor a célfüggvény első három eleme változatlan, viszont az árbevétel helyett az értékesítéshez kapcsolódó fajlagos költségek szerepelnek.

5. ALAPADATOK

A kutatásban, mint már említettük, egy ásványvíz gyártásával foglalkozó vállalkozás adatait dolgoztuk fel. A cég 0,33 literes, 0,5 literes, 1,5 literes szénsavas és szénsavmentes, illetve ízesített ásványvizeket gyárt, továbbá 19 literes ballonos ásványvizet. Két gyártóvonal működik az üzemben. Az egyiken 6 gép működik, ezen gyártják a 0,33 literes és a 0,5 literes kiszerezést. A másikon 8 gép üzemel, ezen termelik a 1,5 literes és a 19 literes kiszerezésű ásványvizeket.

A gyártási bemenetben különböző alapanyagok vannak, ilyen a kupak, a preforma, a széndioxid, a víz, az ízesítőanyagok, az energia stb. Csomagolási bemenet a raklap, a fólia, a ragasztó, a fül stb. Az alkalmazottak két műszakban dolgoznak. Egy műszak 8 órás. A gyártás és a kiszállítás hétköznapi napokon van, vagyis évi 256 napon.

Az átállási idő egyik termékről a másikra 15 percet vesz igénybe, jellemzően 6 átállítás volt naponta a gyakorlatban.

6. EREDMÉNYEK

A modellt először folytonos LP modellként kezeltük, azaz nem vettük figyelembe a (8) bináris feltételt és nem kötöttünk ki egészértékűséget a változókra. A gépsorok kapacitásértékei ebben az esetben fix effektív kapacitásokat tartalmaztak. Ezt a változatot azért készítettük, hogy a duális megoldás értékelésével feltárhatók legyenek a rendszerben rejlő lehetőségek.

A következő változat már tartalmazta az átállási idővel kapcsolatos korlátot, illetve itt már az egészértékűséget is kikötöttük.

A futtatásokat gördülő tervezéssel négyhetes időtartamra végeztük, ennek alapján minden variáns 20 modell megoldását jelenti. A modellszámítások nagy száma miatt VBA segítségével automatizáltuk a folyamatokat, és az eredmények kiíratását. Az összes elemzést Excelben végeztük.

Az értékelésben három eredményt szeretnénk kiemelni. A vállalkozás tényleges eredményeit, a folytonos LP modell eredményeit, és a végső összes feltételt tartalmazó modell eredményeit. Meglepőnek tűnhet, hogy a folytonos modell esetleg rosszabb eredményeket ad, mint az egészértékű korlátozásokat is tartalmazó modell, de hangsúlyozni szeretnénk, hogy a folytonos LP modellben az előjel függvény miatt nem szerepel a kevesebb átállásból adódó kapacitásnövekedés.

A kiemelt modellek legfontosabb eredményei az 1. táblázatban találhatóak. A napi gyártott termékek átlagos számában nem mutatkozott különbség a jelenlegi helyzet és az LP eredményeiben. Abban az esetben viszont, amikor figyelembe vesszük az átállási idők kapacitásbefolyásoló hatását is (ILP), az átállások száma a felére csökken.

Az SLM1 és SLM2 kiszolgálási színvonal mutatókat is vizsgáltuk. A modellek esetén a tervezett értékeket a tényleges értékekhez hasonlítottuk, majd a 4 hét átlagát vettük. Ebben a tekintetben már érdekesebb a kép. Az LP alkalmazása esetén viszonylag nagy javulás látható, míg az ILP hasonló kiszolgálási színvonalat hozott, mint a tényleges, tehát javulást nem tudunk kimutatni.

1. táblázat: A modellfuttatások legfontosabb eredményei

Mutató	Tényleges	LP	ILP
Napi gyártott termékek száma átlagosan	6	6	3
SLM1	94%	97%	95%
SLM2	89%	92%	87%
Átállási idő megtakarítás éves	-	0 nap	12 nap
Fedezeti hozzájárulás (4 hétre)	44,6 M Ft	45,2 M Ft	46,3 M Ft

A kevesebb átállásból adódó időmegtakarítás az ILP modell esetén 12 nap, ami éves szinten közel 5%, ami jelentősnek mondható. A fedezeti hozzájárulásokat tekintve a ténylegeshez képest mindkét tervváltozat esetén növekedés figyelhető meg, az ILP alkalmazása 4% körüli többlet jövedelmet jelent. Az eredmények talán ellentmondásosnak tűnnek, hisz az „LP lazítás” kevesebb jövedelmet hoz, mint az egészértékű megoldás, azonban ne feledjük, hogy az LP-ben a gyártóvonalak kapacitása egy átlagos értéken rögzített, míg az ILP-ben változó. Ennek fényében nézve, az elérhető többletgyártásból származó többletbevételt a készletezés többletköltségével összevetve már reálisak az eredmények.

7. ÖSSZEFOGLALÁS

A cikkben egy többperiódusos matematikai programozási modell napi termelési terv készítésre vonatkozó alkalmasságát vizsgáltuk egy ásványvizet gyártó vállalkozás esetén. A modell megszerkesztésekor figyelembe vettük a piaci igényeket, a biztonsági készleteket. A célunk az volt, hogy a napi gyártási terveket, az alapanyag szükségletet és a készleteket egyidejűleg optimalizáljuk a fedezeti hozzájárulás maximumát keresve.

A modelleket 4 hetes intervallumban futtattuk gördülő tervezést alkalmazva, a megkapott eredményeket valós adatokhoz hasonlítottuk. Megállapítottuk, hogy a modell alkalmazásával csökkenthető az átállások száma a kiszolgálási színvonal csökkenése nélkül, a fedezeti hozzájárulás pedig nő. A modellezés során integráltan alkalmaztuk az előrejelzési és készletmodelleket is.

Összességében elmondhatjuk, hogy az ilyen típusú modellek alkalmazása a rövid távú gyártástervezésben hatékonyan támogatja a döntéshozókat.

8. FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] **SAYARSHAD, H. R., TAVAKKOLI-MOGHADDAM R.:** *Solving a multi periodic stochastic model of the rail-car fleet sizing by two-stage optimization formulation.* Applied Mathematical Modelling, volume 34, Issue 5, 2010, pages 1164-1174
- [2] **JOHN M. MULVEY, J.M., VLADIMIROU H.:** *Stochastic Network Programming for Financial Planning Problems.* Management Science, Volume 38, Issue 11, 1992, pages 1642-1664
- [3] **WINSTON, W. L.:** *Operations Research Applications and Algorithms.* Wadsworth Publishing Company, 1997, p. 870
- [4] **FISHBONE, L. G., ABILOCK H.:** *Markal, a linear-programming model for energy systems analysis: Technical description of the bnl version.* International Journal of Enenergy Research, Volume 5, Issue 4, 1981, pages 353–375
- [5] **NAGY, L.:** *Mikor és mennyit vásároljunk? Optimális gabonavásárlási stratégiák.* Agrártudományi közlemények, 2007/27, pages 175-181
- [6] **NAGY, L., GÁL, T.:** *Reducing the economic risk of animal husbandry by adapting acquisition strategies for optimal feed commodity.* Scientifical Papers Animal Sciences and Biotechnologies, Timisoara, 2007, pages 279-285
- [7] **CSIPKÉS, M., NAGY L.:** *Competing field crops and energy orchards by multiperiodic linear programming model and simulation programme package.* “Challenges for analysis of the economy, the businesses, and social progress” International Scientific Conference, Hungary, Szeged, 2009, pages 415-432