

A H - A T O M S Z E R K E Z E T E .

Doktori értekezés

írta

T Ó T H L A J O S

Debrecen 1926.

A 1455



A következőkben célunk annak megállapítása, hogy mik a szükséges feltételek arra nézve, hogy a $\mathcal{H}$, illetőleg a $,,, \mathcal{H}$ atomhoz hasonló szerkezetű atomokkal bíró elemek -
/: pl. egyszeresen ionizált $\mathcal{He}$ stb :/ vonalas szinképének elméletét nyerhessük anélkül, hogy a relativitás elméletét felhasználnánk. Az egyes hipotéziseket fokozatosan fogjuk felvenni, amint a továbbhaladás megkívánja.

1/ ALAPHIPOTÉZISEK.

Tegyük fel, hogy a $\mathcal{H}$, vagy a $\mathcal{H}$ hez hasonló szerkezetű atommal bíró elemek atomja, áll a $+e$ töltésű és M tömegű atommagból és egy, $-e$ töltésű és m tömegű elektromból, amely mozgást végez az atommag körül.

Vegyük fel, hogy a Coulomb-féle törvény még az olyan kis távolságban is érvényes, amilyenben ezek egymástól vannak. Akkor az elektrom és az atommag között elektromos vonzó erő lép fel, amelynek nagysága $-\frac{e^2}{r^2}$, ha a köztük levő távolság r . A gravitációs erőt külön figyelembe venni nem szükséges, mert, mint a számítások mutatják, rendkívül kicsiny az elektromos erőhöz képest.

2/ A PÁLYA EGYENLETE . =====

Vizsgáljuk meg mindennek előtt , hogy, ha más, külső erő nem lép fel, az elektromos vonzóerő hatása alatt mily mozgást végezhetnek az elektron és az atommag .

Hivatkozunk először a tömegközéppont megtartásának elvére, amelynél fogva, mivel külső erő nem hat, az atom tömegközéppontja vagy nem mozdul el, vagy egyenes vonalú

egyenletes mozgást végez.

Másrészről a felületek elvénél fogva, amint azt könnyen ki lehet mutatni, a létrejövő mozgások egy síkban történnek, így leírásukhoz elegendő két-tengelyű koordináta-rendszer. Ha x és az y a két koordináta, a fentiek alapján :

$$x \frac{dx}{dt} - y \frac{dy}{dt} = \text{const.} \quad 1.$$

vagy polárkoordináta rendszerben :

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \text{const.} \quad 2.)$$

hol x és y a polárkoordinátákat jelentik.

Állapítsuk meg az elektronnak az atommagra vonatkoztatott relativ mozgásának pályáját. Az e célra szükséges differenciál-egyenletet az energia megmaradásának elve alapján írhatjuk fel. Legyen a pálya valamely pontjában az elektron mozgási energiája E_{kin} , helyzeti energiája E_{pot} . Akkor :

$$E_{kin} + E_{pot} = E = \quad 3.)$$

Jelöljük az elektronnak az a -

tom tömegközéppontjától való távolságát $\underline{r_m}$

mel és az atommagnak a távolságát $\underline{r_M}$ -

mel Akkor:

$$r_m + r_M = r \quad 4.)$$

A tömegközéppont definíciója

szerint:

$$m \cdot r_m = M \cdot r_M \quad 5.)$$

Legyen az elektronnak a tömeg -
középpontra vonatkoztatott mozgásának sebes -
sége $\underline{v}$, az atommagé $\underline{V}$. Akkor :

$$\begin{aligned} E_{kin} &= \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} M V^2 = \\ &= \frac{1}{2} m \left[\left(\frac{dr_m}{dt} \right)^2 + r_m^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} M \left[\left(\frac{dr_M}{dt} \right)^2 + r_M^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] \quad 6.) \end{aligned}$$

Az 5. alapján világos, hogy

$$r_m = \frac{M}{m+M} r \quad ; \quad r_M = \frac{m}{m+M} r \quad 7.)$$

következőleg 6, így írható :

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \mu \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] \quad 8.)$$

ahol

$$\mu = \frac{m \cdot M}{m + M} \quad 9.)$$

Másrészről

$$E_{\text{pot.}} = -\frac{e\mathcal{E}}{r}$$

ennélfogva : $E = \frac{1}{2} \mu \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] - \frac{e\mathcal{E}}{r} =$ 10.

Bevezetve az

$$s = \frac{1}{r}$$
 11.

jelölést, tekintettel arra, hogy 2., alapján

$$\mu r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \alpha = \text{const.}$$
 12.

10., -ből: $\alpha^2 \left[s^2 + \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^2 \right] = 2\mu E + 2\mu e\mathcal{E}s$

amelyből differenciálással nyerjük a mozgás differenciálegyenletét:

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} + s = \frac{\mu e\mathcal{E}}{\alpha^2} = \mathcal{D}$$
 13.

Ennek általános megoldása:

$$s = \underline{\rho}_1 e^{i\varphi} + \underline{\rho}_2 e^{-i\varphi} + \mathcal{D}$$

ahol $\underline{\rho}_1$ és $\underline{\rho}_2$ tetszőleges, esetleg imagi - nárius állandókat jelentenek.

Szétválasztva a megoldásban a valós részt az imagimáriustól, mivel a való - ságban létrejövő mozgást csakis a valós rész

képviselheti, az elektronnak az atommagra vonatkoztatott mozgásának legáltalánosabb egyenlete :

$$s = \xi \cos \varphi + \eta \sin \varphi + D = \frac{1}{r} \quad 14.$$

ahol a ξ és η tetszőleges valós állandók s ezek és a D összes lehetséges megválasztásai adják az összes lehetséges elektron-pályákat.

Kérdezzük most már, mi a pálya alakja ?

A felvetett kérdésre a választ az analitikai geometria egyes tételeinek segítségével fogjuk megadni. Alakítsuk át e célból 14.-et , derékszögű koordinátásra úgy, hogy X, Y tengelyül válasszuk a polártengelyt, Y -t pedig úgy, hogy a X -et az óramutató járásával ellenkező irányba $+\frac{\pi}{2}$ szöggel kelljen elfordítani, hogy a Y -nal egybe essenek. Az origó legyen a polusban. Ekkor ugyanis:

- 7 -

$$x = r \cdot \cos \varphi$$

$$y = r \cdot \sin \varphi$$

A helyettesítés után a pálya egyenlete

14. alapján

$$(\xi^2 - \mathcal{D}^2)x^2 + 2\xi\eta xy + (\eta^2 - \mathcal{D}^2)y^2 - \\ - 2\xi x - 2\eta y + 1 = 0$$

15.

Ez az egyenlet (x, y) - ban má -
sodfokú, tehát a pálya csak kúpszelet lehet,
még pedig, mivel determinansa :

$$\mathcal{A} = \begin{vmatrix} \xi^2 - \mathcal{D}^2 & \xi\eta & -\xi \\ \xi\eta & \eta^2 - \mathcal{D}^2 & -\eta \\ -\xi & -\eta & 1 \end{vmatrix} = \mathcal{D}^4 \neq 0$$

16.

tehát a kúpszelet valódi: ellipszis, parabola,
vagy hyperbola. /: Arra az esetre, ha $\mathcal{D} = 0$
lenne, még vissza fogunk térni . :/

Jelöljük $\mathcal{A}_{i,k}$ -val az $\mathcal{A}$
determinans i -edik sorának k -adik
oszlopához tartozó elem aldeterminansát /:meg-

felelő előjellel :/ Akkor a kúpszelet

ellipszis, ha $A_{33} > 0$

parabola, ha $A_{33} = 0$

hiperbola, ha $A_{33} < 0$

vagy, mivel

$$A_{33} = -\mathcal{D}^2(\xi^2 + \eta^2) + \mathcal{D}^4 \quad 11.$$

a pálya alakja

ellipszis, ha $\xi^2 + \eta^2 < \mathcal{D}^2$

parabola, ha $\xi^2 + \eta^2 = \mathcal{D}^2 \quad 12.$

hiperbola, ha $\xi^2 + \eta^2 > \mathcal{D}^2$

Ezekből tehát látható, hogy a pálya alakja a $\xi^2 + \eta^2$, illetőleg a d önkényes megválasztásától, vagy valami oly feltevéstől függ, mely a $\xi^2 + \eta^2$, ill. tőleg a d értékét korlátozza. Ezen korlátozó feltételek a quantumelméleti feltevések; itt tér el a tárgyalás menete a klasszikus elméleti fizika " két test " problémájától, annyiban, hogy a feltevések számának szaporításával a tárgy-

kört erősen specializáljuk.

3/QUANTUMELMÉLETI FELTÉTELEK.

Legyen az elektron valamilyik koordinátája q_k , a hozzátartozó impulzus

$$p_k = \frac{\partial E_{kin}}{\partial q_k} \quad 19.$$

és

$$\dot{q}_k = \frac{dq_k}{dt}$$

Akkor a quantumelméleti feltételek ezek :

$$\oint p_k dq_k = n_k h \quad 20.$$

hol az n_k jelenti a q_k -hoz tartozó quantumszámot, h pedig az elemi hatásquantumot.

A jelen esetben két ilyen feltétel van :

1/ A φ koordinátához tartozó quantumszámot jelöljük n -nel s nevezzük azimutális quantumszámnak. 12. alapján :

$$p_{\varphi} = \frac{\partial E_{kin}}{\partial \varphi} = \mu r^2 \frac{\partial \varphi}{\partial t} = d = const.$$

tehát : 20 -ből

$$p_{\varphi} \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi p_{\varphi} = 2\pi d = m h$$

$$d = \frac{nh}{2\pi}$$

21.

2./ A r koordinátához tartozó
quantumszámot nevezzük radiális quantumszám -
nak s jelöljük n_r -el.

$$p_r = \frac{\partial E_{kin}}{\partial r} = \mu \frac{dr}{dt}$$

$$A \mu \frac{dr}{dt} \quad \text{értékét 10. - ből}$$

előállítva, ha abba 21. -et

helyette -

számitjuk $\oint p_r dr = \oint \sqrt{2\mu E + 2\mu \frac{e\mathcal{C}}{r} - \frac{n^2 \hbar^2}{4\pi^2 r^2}} dr =$

$$= \oint \sqrt{A + 2\frac{\mathcal{B}}{r} + \frac{\mathcal{C}}{r^2}} dr \quad 22.$$

hol

$$A = 2\mu E ; \quad \mathcal{B} = \mu e \mathcal{C}$$

$$\mathcal{C} = -\frac{n^2 \hbar^2}{4\pi^2} \quad 23.$$

A 22. integrálására alkal -

mazzuk közvetlenül az ismert formulát ^{1/}:

$$\phi = -2\pi i \left(\sqrt{E} - \frac{\beta}{\sqrt{A}} \right) \quad 24.$$

hol $\sqrt{E}$ -t negatív, $\sqrt{A}$ -t pedig pozitív előjellel kell venni. Tehát

$$n, k = -2\pi i \left(-\frac{nh}{2\pi} i - \frac{\mu e \mathcal{E}}{\sqrt{2\mu E}} \right)$$

amelyből kevés átalakítással nyerjük, hogy

$$E = -\frac{2\pi^2 \mu e^2 \mathcal{E}^2}{h^2} \cdot \frac{1}{(n + n_1)^2} \quad 25.$$

Ez, azt fejezi ki, hogy E

nem lehet tetszőleges, hanem csak olyan értéket vehet fel, amelyet a ^{25.} ,megenged, ha $\underline{n}$ és $\underline{n}_1$ helyébe 0 -től kezdve valamilyen pozitív egész számot helyettesítünk.

De nemcsak a mechanikai energia értékét tudtuk megállapítani, hanem most már

1/ A Sommerfeld: Atombau und Spektrallinien
IV. Aufl. 1924. 775.o. 10, formula.

választ tudunk adni arra a kérdésre is 25.
felhasználásával, hogy mi a pálya alakja ?

✓ AZ ELEKTRONPÁLYÁK ALAKJA.

Előfogjuk állítani $\xi^2 + \eta^2$

értékét 25 , segítségével. /: Minthogy E
értékének megállapításánál a quantumelméleti
feltételeket felhasználtuk, ezzel nyilvánva -
lón a pályák alakjának meghatározásánál is -
közvetve - figyelembe vesszük :/

A pálya egyenlete 14. alapján:

$$\frac{1}{r} = \xi \cos \varphi + \eta \sin \varphi + 0$$

ebből :

$$\frac{dr}{dt} = \left(\xi \sin \varphi - \eta \cos \varphi \right) \cdot \frac{d\varphi}{dt} \cdot r^2 \quad 26.$$

A 10. alatti egyenlet kis átalaki-
tással így is írható :

$$\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \frac{2E}{\mu} + \frac{2e^2}{r\mu}$$

behelyettesítve $\frac{dx}{dt}$ értékét 26. - ből, $r \frac{d\varphi}{dt}$ t 12. ből és 21. - ből, E értékét - 25. ből és $\frac{1}{r}$ értékét 14. - ből, $\mathcal{D}$ - értékét - 13. ből az egyszerűsítések elvégzése után nyerjük, hogy

$$\xi^2 + \eta^2 = \mathcal{D}^2 m^2 \left[\frac{1}{m^2} - \frac{1}{(m+m_1)^2} \right] \quad (27.)$$

A 18. alatti felsorolt lehetőségek közül szemmel láthatólag az első teljesül /: u.i.

$$\mathcal{D}^2 \left(\frac{n}{m+m_1} \right)^2 > 0$$

n és n_1 poz. egész - számok:/ tehát az elektron relativ mozgásának pályája csakis ellipszis lehet .

5/ A QUANTUMSZÁMOKRA VONATKOZÓ

FELTÉTELEK.

A 18. alatti második lehetőség teljesülne, ha

$$\mathcal{D}^2 \left(\frac{n}{m+m_1} \right)^2 = 0$$

lenne, vagyis beírva $\mathcal{D}$ értékét :

$$\frac{4^2 \hbar^2 \mu^2 e^2 \mathcal{E}^2}{n^2 \hbar^2 (n+n_1)^2} = 0$$

amely csakis úgy teljesülhetne, ha

$$n^2 (n+n_1)^2 = \infty$$

tehát, hogy vagy $n = \infty$ és, vagy $n_1 = \infty$ és lenne.

Ezt az esetet zárjuk ki, amindőn kimondjuk, hogy a quantumszámok végesek legyenek.

Még indokoltabbá teszi ennek az esetnek kizárását a következő megjegyzés:

Tegyük fel, hogy $n = \infty$ és, Akkor

13. alapján $\mathcal{D} = 0$, tehát

$$A = \mathcal{D}^4 = 0$$

a pálya egyenes párrá degenerálódó kupszelet.

Sőt egy később felemlítendő eredményünk szerint a pályakór, ha

$$\xi^2 + \eta^2 = 0$$

ez pedig itt teljesül, Szóval teljes bizonytalanságban vagyunk a pálya alakját illetőleg. Különben fizikailag sincs értelme ennek

az esetnek.

Végül a harmadik feltétel teljesülne, ha

$$D^2\left(\frac{n}{n+m_1}\right)^2 < 0 \quad \text{és}$$

lenne, ami megint csak akkor volna lehetséges, ha a quantumszámok között ilyen reláció állna fenn:

$$n = -\frac{m_1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{m_1}{2}\right)^2 \pm \delta i}$$

ahol δ egészen tetszőleges pozitív, vagy negatív valós számot jelent. /: m_1 - re **mem**

teszünk megszorítást :/ U.i. és teljesül, ha

$$n^2(n+m_1)^2 < 0 = -\delta^2$$

$$n(n+m_1) = \pm \delta i$$

Legyen pl.

$$n = \delta$$

akkor

$$m_1 = \pm i - n$$

Ezt az esetet azzal zárjuk ki, hogy a quantumszámok tartóznak valósak lenni. Különböző fizikailag sincs értelme az imaginárius

rius, illetőleg komplex quantumszámoknak.

✓ AZ ELEKTRONPÁLYÁK ADATAI .

Az eddigi feltevések alapján tehát az elektron pályája csakis ellipszis lehet. Állapítsuk meg, most már az analitikai geometria ismeretes tételei segítségével a pályák egyes adatait.

Visszatérve a pálya 15. alatti derékszögű koordinátás egyenletére, abból egy translatioval és egy rotatioval ilyen, alakú egyenlethez jutunk:

$$\frac{x^e}{a^e} + \frac{y^e}{b^e} = 1$$

hol a az ellipszis nagytengelye, b a kistengelye. Legyen a numerikus excentricitas:

$$\frac{\sqrt{a^e - b^e}}{a} = \varepsilon$$

29.

1/ Translatioval a koordinátarendszer origóját az ellipszis centru-

mába hozzuk. Mivel a centrum koordinátái:

$$x_c = \frac{A_{31}}{A_{33}}$$

$$y_c = \frac{A_{32}}{A_{33}}$$

30.

a transformatio formulák ezek lesznek :

$$x = \frac{A_{31}}{A_{33}} + x'$$

$$y = \frac{A_{32}}{A_{33}} + y'$$

Végrehajtva a műveleteket nyerjük,

hogy

$$(\xi^2 + \vartheta^2)x'^2 + 2\xi\eta x'y' + (\eta^2 - \vartheta^2)y'^2 + \frac{\mathcal{D}^2}{y^2 - (\xi^2 + \eta^2)} = 0$$

2/ Rotatioval elforgatjuk a koordinátatengelyeket úgy, hogy essenek egybe az ellipszis tengelyeinek irányaival. Az átalakítás elvégzése után egyenletünk ilyen alakú lesz:

$$\lambda' x''^2 + \lambda'' y''^2 + \frac{\mathcal{A}}{A_3} = 0$$

ahol a λ' és λ'' eleget tesznek a következő egyenletnek:

$$\begin{vmatrix} \xi^2 - \vartheta^2 + \lambda & \xi\eta \\ \xi\eta & \eta^2 - \vartheta^2 + \lambda \end{vmatrix} = 0$$

ahonnan:

$$\lambda' = \xi^2 + \eta^2 - \vartheta^2$$

$$\lambda'' = -\vartheta^2$$

Elvégezve a szükséges helyettesítéseket egyenletünk a következő, szokásos alakba hozható :

$$\frac{\frac{\xi^2}{\vartheta^2}}{(\xi^2 + \eta^2 - \vartheta^2)^2} + \frac{\frac{\eta^2}{-1}}{(\xi^2 + \eta^2 - \vartheta^2)} = 1 \quad 31.$$

Az ellipszis tengelyei tehát az

$$a^2 = \frac{\vartheta^2}{(\xi^2 + \eta^2 - \vartheta^2)^2}$$

$$b^2 = \frac{-1}{\xi^2 + \eta^2 - \vartheta^2}$$

$$\vartheta = \frac{4\pi^2 \mu e^2}{m^2 h^2} \quad 32.$$

és a 27. alatti egyenlettel ismeretessékké lettek. Azonnal látható, hogy a pálya kör, ha

$$\xi^2 + \eta^2 = 0$$

de mivel ξ és η valósak, ez csak akkor következhetik be, ha

$$\xi = 0 \quad ; \quad \eta = 0$$

Behelyettesítve most már $\xi^2 + \eta^2$ értékét 28.)-ből, nyerjük a nagy - és kis-tengelyt, kifejezve a quantumszámokkal:

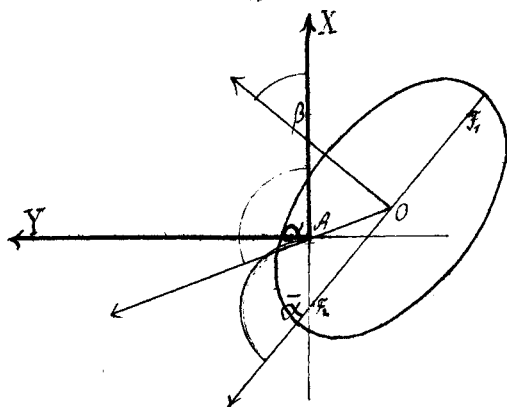
$$a = \frac{h^2}{4\pi^2 \mu e^2} (n+n_1)^2 \quad ; \quad b = \frac{h^2}{4\pi^2 \mu e^2} (n+n_1) \cdot n \quad 33.$$

Az exentricitásra pedig ez az összefüggés áll fenn :

$$1 - \varepsilon^2 = \frac{n^2}{(n+n_1)^2}$$

Állapítsuk meg az atommag helyét a relativ mozgásra nézve ! A 16.) alatt megadott derékszögű koordinátás egyenletünk oly tulajdonsága, hogy a koordinátarendszer origója épen az atommagba esik.

Mindenek előtt kimutatjuk, hogy az atommag a relativ pálya nagy - tengelyén van, az által, hogy bebizonyít-



1. ábra.

jük, hogy az $\overline{OA}$ ugyanazt a szöveget zárja be az X tengellyel, mint a nagytengely
 $\therefore A$ - ban van az atommag $:/$

Az $\overline{OA}$ egyenlete,
 mivel a centrum koordinátái az említett koordinátarendszerben (30.1)

$$x_c = \frac{A_{31}}{A_{33}}$$

$$y_c = \frac{A_{32}}{A_{33}} \quad ;$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{A_{31}}{A_{33}} & \frac{A_{32}}{A_{33}} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

vagyis

$$y = \frac{A_{12}}{A_{11}} x = (\operatorname{tg} \alpha) \cdot x$$

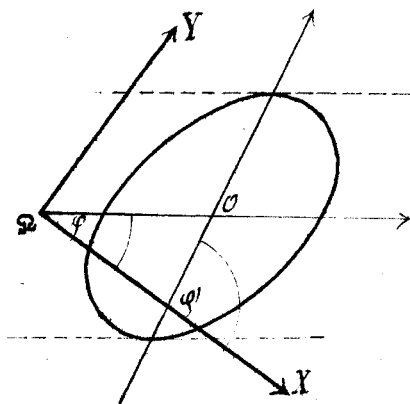
Helyettesítve A_{12} és A_{11}

értékét :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n}{\xi}$$

35.

Másrészről, ha valamely irány φ szöget zár be az X - tengellyel s a hozzátartozó konjugált irány φ' -et, akkor az utóbbi irányban eső diameter egyenlete :-



2. ábra.

ha a kupszelet egyenletét ilyen alakban írjuk :

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$$

hol

$$a_{ik} = a_{ki} \quad -:$$

$$(a_{11} \cos \varphi + a_{12} \sin \varphi)x + (a_{21} \cos \varphi + a_{22} \sin \varphi)y + \\ + (a_{31} \cos \varphi + a_{32} \sin \varphi) = 0$$

Ismeretes, hogy a kistengely
konjugált iránya a nagytengelynek. Ha tehát
a kistengely β szöget zár be a $+X$
tengellyel, a nagytengely pedig $\bar{\alpha}$ -et
/ 1. ábra/, akkor

$$\bar{\alpha} = \beta + \frac{\pi}{2}$$

s a nagytengely egyenletét így írhatjuk:

$$(a_{11} \cos \beta + a_{12} \sin \beta)x + (a_{21} \cos \beta + a_{22} \sin \beta)y + \\ + (a_{31} \cos \beta + a_{32} \sin \beta) = 0$$

Ennek iránytangense :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \bar{\alpha} &= - \frac{a_{11} \cos \beta + a_{12} \sin \beta}{a_{21} \cos \beta + a_{22} \sin \beta} = \\ &= - \frac{a_{11} \sin \bar{\alpha} - a_{12} \cos \bar{\alpha}}{a_{21} \sin \bar{\alpha} - a_{22} \cos \bar{\alpha}} = \frac{\sin \bar{\alpha}}{\cos \bar{\alpha}} \end{aligned}$$

Ebből :

$$\sin \bar{\alpha} \cdot \cos \bar{\alpha} (a_{11} - a_{22}) = a_{12} (\cos^2 \bar{\alpha} - \sin^2 \bar{\alpha})$$

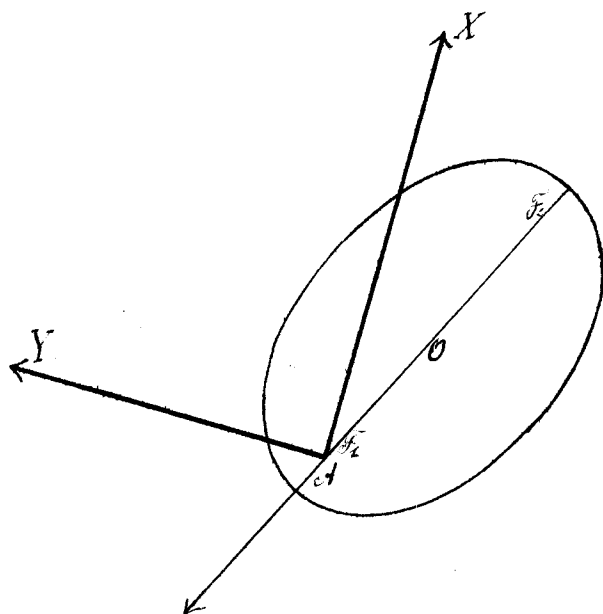
s rendezés után egyenletünk így alakul:

$$\frac{\operatorname{tg} \bar{\alpha}}{1 - \operatorname{tg}^2 \bar{\alpha}} = \frac{a_{11}}{a_{11} - a_{22}} = \frac{\xi \eta}{\xi^2 + \eta^2} = \frac{\frac{\eta}{\xi}}{1 - \left(\frac{\eta}{\xi}\right)^2}$$

tehát / 35.) alapján :/

$$\operatorname{tg} \bar{\alpha} = \frac{\eta}{\xi} = \operatorname{tg} \alpha$$

amiből világos, hogy a A pont rajta van a nagytengelyen.



3. ábr.

Rajzban tehát az eset így tüntethető fel.

/: 3. ábra :/

Most már A helyét nagyon egyszerűen állapíthatjuk meg :

$$\overline{AO}^e = \left(\frac{A_{31}}{A_{33}} \right)^e + \left(\frac{A_{32}}{A_{33}} \right)^e = \frac{\xi^e + \eta^e}{\varnothing^e - (\xi^e + \eta^e)} = a^e - c^e$$

vagyis A az egyik fókuszba esik. Tehát az elektronnak az atommagra vonatkoztatott relativ mozgása oly ellipszis pályán történik, amelynek egyik gyújtópontjában áll az atommag.

Most már az eddigi eredményekből közvetlenül feltudjuk írni az elektron relativ mozgása pályájának egyenletét polárkoordináta rendszerben. Az ellipszis fokális egyenlete u.i.

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1 + \varepsilon \cos \varphi}{1 - \varepsilon^2} \quad 36.$$

ahol a a nagytengely, ε pedig a excentricitás, amelyek az előzőkből már ismeretesek.

Tekintsük most már külön - külön az atommag és elektron tömegközéppontra vonatkoztatott mozgásának pályáját. Ezek egyenletét a 7. alapján helyettesítéssel nyerjük:

$$\frac{1}{r_M} = \frac{1}{a_M} \cdot \frac{1 + \varepsilon \cos \varphi}{1 - \varepsilon^2}$$

$$\frac{1}{r_m} = \frac{1}{a_m} \cdot \frac{1 + \varepsilon \cos \varphi}{1 - \varepsilon^2} \quad 37.$$

hol:

$$a_M = \frac{h^2}{4\pi^2 m e g} (n + n_1)^2$$

$$a_m = \frac{h^2}{4\pi^2 m e g} (n + n_1)^2 \quad 38.$$

tehát úgy az elektron, mint az atommag tömegközéppontra vonatkoztatott mozgásának pályája ellipszis, amelyek hasonlóak $\because \varepsilon$ mindkettőben ugyanaz $\therefore$, konfokálisok s közös fókuszokban van a tömegközéppont.

7/ AZ ELMÉLET ALKALMAZÁSA.

Ezen atomelméletre, amelynek kiépítésével újabban igen sokan foglalkoznak,

első sorban azért van szükség, hogy elfogadhatóan meggyarázhassuk segélyével a szinképek keletkezését. Azonban maga a megmagyarázandó terület oly nagy, hogy egy mindent megfejtő elmélet megalkotása rendkívül nehéz feladat s eddig még nem is sikerült. De ahhoz az atomelméletnek általunk eddig vázolt része is már elegendő, hogy a H és egyszere- sen ionizált He ($= He^+$) vonalas szinképét levezessük.

Mindenekelőtt megjegyezzük, hogy az elektron, mechanikai energiája gyanánt 25. alapján negatív érték adódik, ami ellenmon- dásban áll az energia fogalmával.

Ezt az ellenmondást az elmélet eddig arra való hivatkozással eliminálta, hogy az elektronnak van saját energiája is, amely- nek értéke $m \cdot c^2$ /: a relativitás elmélete alapján:/ s amelynek értéke biztosan sokszor- ta nagyobb, mint $|E|$ és pozitív, úgy, hogy ,

ha az elektron összes energiáját figyelembe vesszük, mindig pozitív értéket nyerünk. A saját energia állandó, azért az E -ben beálló változás egyuttal az összes energia változását ábrázolja.

Mi. függetlenül a relativitás elméletétől, úgy próbáljuk az itt levő látszólagos ellenmondást kiküszöbölni, hogy hivatkozunk arra, hogy az elektronnak másféle energiája is lehet, mint a mechanikai, - hő, vagy elektromos energia, - amelynek nagyságát nem ismerjük, de amelyről feltesszük, hogy nagyobb, mint $|E|$, úgy, hogy az összes energia végeredményében pozitív előjelű s E változása voltaképen az összes energia változását mutatja. /: Különben is fizikai folyamatoknál, je - lenségeknél mi mindig csak az energia változását kísérhetjük figyelemmel és mérhetjük: /

Figyelembe véve most már 25. - öt,

ebből az következik, hogy az elektron csak úgy tud valamely belső pályáról más külső pályára átmenni, ha valamilyen energia forrásból energiát vesz fel /: t.i. $|E|$ csökken, tehát az összes energia növekszik :/. Ezzel szemben, ha külső pályáról megy át belsőre, energia szabadul fel, ez alakul át a legújabb elmélet szerint valamilyen hullámhosszúságú, illetőleg frekvenciájú fénné.

Az atomelmélet úgy van megalkotva, hogy minél nagyobb legyen a megegyezés az atomok és a naprendszerek közt szerkezet tekintetében. De egy szempontból mégis lényeges eltérés van köztük, az, hogy az atomoknál a quantumelméleti feltételek következtében csak oly pályák lehetségesek amelyeken az energia bizonyos meghatározott érték, megfelelően a 4.5. formulának. Bohr alapfeltevése szerint az egyes pályák energiája közti kü-

lönbség épen egy "fénycuantum", amelynek -
 nagysága $h\nu$, hol h az elemi hatásquantum, ν pedig a rezgés szám. Ez azt jelenti, hogy, ha
 valamely külső pályáról az elektron átmegy
 valamely belső pályára, a felszabaduló energia
 fénné lesz, melynek rezgésszáma ν . Ugyan -
 azon pályák közt való átmenetel alkalmával
 mindig ugyanazon szimű fény jön létre. Az
 itt szavakban elmondott tétel nem más, mint
 Eihstein fénycuantum tételének Bohr ál-
 tal a szinképvonalak elméletében alkalmazott
 alakja .^{2/}

$$h\nu = E_k - E_v$$

39.

ahol E_k jelenti a kezdeti, E_v a végpályán
 levő energiát.

 2.

Sommerfeld: Atomban und Spektrallinien
 IV. Aufl. 1924 ; 46.o. 4 formula és 49 o .
 6, formula.

A tulajdonképeni rezgésszám formulát most már úgy nyerjük, hogy behelyettesítjük E_k és E_r értékét 25. -ből. Legyenek a kezdeti pálya quantumszámai : k, k_1 , a végpályáé : n és n_1 akkor :

$$\nu = \frac{2\pi^2\mu e^2 \tilde{c}^2}{h^3} \left[\frac{1}{(n+n_1)^2} - \frac{1}{(k+k_1)^2} \right] \quad 40.$$

Ez az eddigi feltételek alapján

előállítható legáltalánosabb rezgésszám formula, amelynek egy specialis alakját már régóta ismerik, Balmer találta 1885- ben, empirikus uton. /: $\mathcal{H}$ Balmer seriese :/ . Ezt úgy nyerjük 40. -ből, ha $M=0, \infty$ tehát

$\mu = m$, $n_1 = k_1 = 0$ és $n = 2$ helyettesítést végzünk. /: Természetesen $\mathcal{H}$ -ről lévén szó ,

$$\tilde{c} = 1 \text{ és } \tilde{e} = e \quad : /^3$$

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right) \quad 41.$$

3

$n = 2$
 $k = 3, 4, \dots$

Sommerfeld i.m.84.o. Balmer jeölése szerint

$$\lambda = h \frac{m c}{m^2 - n^2}$$

hol $n = 2$ Minthogy $\lambda = \frac{1}{\nu}$, $h = \frac{4}{R}$, ez egyezik 41. -gyel.

hol $\mathcal{R}$ jelenti a Rydberg-féle állandót. Ebben az esetben csak kóralakú pályák lehetségesek, amelyeknek közös középpontjában van az atommag. Minthogy az atomok száma igen nagy, minden időpillanatban történik mindenféle átmenet, ez az oka annak, hogy a vonalas spektrépekben minden létrejövő vonal egyidejűleg létezik, illetőleg észlelhető. Az egyes sorok pedig úgy keletkeznek, hogy a külső pályákról ugyanarra a belső pályára mennek át az elektronok. Pl. a $\mathcal{H}$ Balmer seriesénél a második pályára ($n=2$) Tehát, ha az átmenetelt a pályák számai közé tett nyíllal jelöljük, - létrejön, a

$$\mathcal{H}\alpha : 3 \rightarrow 2$$

$$\mathcal{H}\beta : 4 \rightarrow 2$$

$$\mathcal{H}\gamma : 5 \rightarrow 2$$

Ugyanezeket, amiket itt felsorol -

tunk, átvihetjük az általános esetre is azzal a megjegyzéssel, hogy a quantumszámok helyébe quantumszámösszegek teendők. Természetesen a 40 alatti formula bizonyos korrekciókkal ugyanazokat az értékeket szolgáltatja, -
mint $41/4/$

A Sommerfeld féle általánosabb elméletnek elsősorban ott van jelentősége, hogy segítségével magyarázni lehet a Zeeman és Stark effektusokat is. T.i. a mágneses, illetőleg elektromos mező által módosított - ellipszis pályákon az energia is más, mint elektromos mező nélkül, azért ugyanazon quantumszámösszegű, de különböző ellipszis pályák közti átmenetel, alkalmával kétrejövő $\nu - k$.

⁴ Hogy mennyire teljes a megegyezés az elméleti eredmények és a tapasztalat közt, erre nézve elegendő utalni az irodalomra. Pl. Sommerfeld: i.m. 86.o. 2.táblázat.

némileg különbözni fognak /: pl. ha az $(5, 3)$ quantumszámú pályáról megy át $(3, 1)$ -re, nem az lesz a rezgésszám, mint ha $(4, 3)$ -ról , $(2, 2)$ -re jut át :/, tehát a szinképvonal vonalrendszerre alakul át. Ennek részletezése - sébe azonban ez uttal nem bocsátkozunk .

Azon eredmények, amelyeket az elmélet eddig felmutatott, annak ellenére, hogy még sok, megoldandó nehézség mutatkozik, szükségessé teszik az elmélet minél szélesebb merdében való kiépítését. Ez történhetik két irányban:

1/ Keressük a többi elemek atomjának szerkezetét s azokból az illető elemek szinképeinek kiszámítását.

2/ Vannak oly kísérleti eredmények a spektroskopiában , amelyeket , vagy amelyekhez hasonlót eddigi elméletükből semmi - képen levezetni nem tudunk. /: Pl. a X

kettő s vonalai - dublettjei :/ Az elméletnek ez irányban való tovább fejlesztésére eddig az Einstein-féle specialis relativitás elméletét használták fel.

Mi szintén az utóbbi irányban óhajtunk tovább haladni s megkíséreljük oly feltételek keresését, amelyek lehetővé teszik egyrészt a relativitás elméletének mellőzését, másrészt ugyanazon eredmények legnagyobb részének levezetését, amelyet az elmélet eddig elért a relativitás elméletének felhasználásával.

8/ Az ELMÉLET KIBŐVÍTÉSE . =====

Az eddigiekben azzal a feltevéssel éltünk, hogy az olyan kis távolságokon is, amely van az atommag és az elektron közt, a fellépő elektromos erők Coulomb törvényével fejezhetők ki.

Foglalkozzunk a következőkben

azzal a kérdéssel, amennyiben fognak módosulni a formulák és eredmények, ha az erőki-fejezésben még egy a távolság harmadik hatványával fordítva arányos tagot veszünk fel, úgy, hogy az

$$E_{pot.} = -\frac{e\mathcal{E}}{r} - \frac{\mathcal{C}_1 e \mathcal{E}}{r^2} \quad 42.$$

legyen, hol az arányossági tényező

$$\mathcal{C}_1 = \mathcal{E} \cdot \mathcal{C}_0 \quad 43.$$

és $\mathcal{E}$ jelentse az elem rendszámát a periódusos rendszerben, Legyen továbbá a

$$\frac{\mathcal{C}_1}{d^2}$$

olyan, hogy a magasabb hatványait tartalmazó tagokat el lehessen hanyagolni.

Ez a feltevés eléggé kézenfekvőnek látszik, ha meggondoljuk, hogy kis távolságokról s ezekhez képest aránylag nagy elektromos mennyiségekről van szó.

Ebben az esetben tehát :

$$\begin{aligned} E &= E_{kin.} + E_{pot.} = \\ &= \frac{1}{2} \mu \left[\left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] - \frac{e\mathcal{E}}{r} - \frac{\mathcal{C}_0 e \mathcal{E} \mathcal{E}}{r^2} \quad 44. \end{aligned}$$

az elektronnak az atommagra vonatkoztatott mechanikai energiája, hol most is a β és a γ , alatti jelöléseket alkalmaztuk. Tehát 11 . és 12 , alapján 44 -ből a mozgás differenciálegyenlete :

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = \frac{\mu e \mathcal{E}}{\alpha^2} + s \left[\frac{2\mu \mathcal{E}_0 e \mathcal{E} \mathcal{Z}}{\alpha^2} - 1 \right]$$

Ha még bevezetjük a 13 . alatti jelölést :

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = \mathcal{D} + s [2 \mathcal{D} \mathcal{E}_0 \mathcal{Z} - 1]$$

Ennek az egyenletnek általános megoldása :

$$s = \rho_1 e^{(1 - \mathcal{D} \mathcal{E}_0 \mathcal{Z}) i \varphi} + \rho_2 e^{-(1 - \mathcal{D} \mathcal{E}_0 \mathcal{Z}) i \varphi} + \frac{\mathcal{D}}{1 - 2 \mathcal{D} \mathcal{E}_0 \mathcal{Z}}$$

Elválasztva ebben a valós részt az imagináriustól, a valóságban létrejövő mozgás egyenlete:

$$s = \xi \cos(1 - \mathcal{D} \mathcal{E}_0 \mathcal{Z}) \varphi + \eta \sin(1 - \mathcal{D} \mathcal{E}_0 \mathcal{Z}) \varphi + \frac{\mathcal{D}}{1 - 2 \mathcal{D} \mathcal{E}_0 \mathcal{Z}} = \frac{1}{\sigma} \quad 45.$$

vegyünk fel oly koordináta rend-

szert, amelynek pólusa összesik az adotttal
s amelynek polártengelye az előbbihez képest
+ 296° - szöggel elfordúl. Akkor az új
koordináta rendszerben az elektron atommagra
vonatkoztatott mozgásának egyenlete

$$S = \xi \cos \varphi + \eta \sin \varphi + \frac{\mathcal{G}}{1 - 296z}$$

Maradjunk meg ebben a koordináta
rendszerben. Elvégezve az előbbi meggondolá-
sokat azt találjuk, hogy a pálya

$$\left. \begin{array}{l} \text{ellipszis, ha } \xi^2 + \eta^2 < \\ \text{parabola, ha } \xi^2 + \eta^2 = \\ \text{hiperbola, ha } \xi^2 + \eta^2 > \end{array} \right\} \frac{\mathcal{G}^2}{1 - 496z} \quad 46.$$

9/

A QUANTUMELMÉLETI FELTÉTELEK

ALKALMAZÁSA.

Hogy megállapíthassuk, mi a pálya
alakja, alkalmazzuk ismét a quantumelméleti
feltételeket :

Az első feltétel szerint :

$$\lambda = \frac{nh}{2\pi}$$

hol az n azimutális quantumszám.

A második feltétel, amellyel a radiális quantumszámot vezethetjük be,

20. alapján

$$\oint \sqrt{2\mu E + \frac{2\mu e^2}{r} + \frac{2\mu e^2 \ell_0^2}{r^3} - \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 r^2}} dr = n_1 h$$

Ennek integrálására közvetlenül alkalmazzuk 22 -t illetőleg 24. etűgy hogy

$$\begin{aligned} \oint &= -2\pi i \left[-\left(2\mu e^2 \ell_0^2 - \frac{n^2 h^2}{4\pi^2} \right) i - \frac{\mu e^2}{\sqrt{2\mu E}} \right] = \\ &= -2\pi i \left[-\frac{nh}{2\pi} i + \frac{2\pi i \mu e^2 \ell_0^2}{nh} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\mu e^2}{\sqrt{2\mu E}} \right] = n_1 h \end{aligned}$$

$$\frac{(2\pi)^2 \mu e^2 \ell_0^2}{nh} - h(n + n_1) = -\frac{2\pi \mu e^2 i}{\sqrt{2\mu E}}$$

Négyzetre emelés reciprok értékét véve :

$$E = -\frac{2\pi^2 \mu e^4 \ell_0^2}{h^2 (n + n_1)^2} - \frac{4(2\pi)^2 \mu e^2 \ell_0^2 \lambda^2}{(n + n_1)^2 h^2} \left(1 + \frac{n_1}{n} \right)$$

Vezessük be a Rydberg -féle állan -

döt :⁵

$$R = \frac{2\tilde{\kappa}^c \mu e^4}{h^3} \quad 47.$$

akkor :

$$E = -\frac{\tilde{\kappa}^2 R h}{(n+m_1)^2} - \frac{4\tilde{\kappa}^4 \ell_0^c h^2 R^2}{(n+m_1)^4 c^2} \left(1 + \frac{m_1}{n}\right) \quad 48.$$

Látjuk tehát, hogyha $\ell_0 = 0$ -

teszünk 48. átmegy 25 -be. Vagyis, a második tag tisztán a Coulomb -féle erőhöz felvett " korrekcióserő " miatt jött létre. Ez a tag már csak azért is felhívja figyelmünket, mert nemcsak az $(n+m_1)$ - től függ, mint 25 , hanem $\frac{m_1}{n}$ - től is.

10/AZ ELEKTRONPÁLYA ALAKJA.

Az elektrópálya a jelen esetben is ellipszis, amit a következőképen bizonyíthatunk :

5.

Rydberg -Ritz féle szám. Sommerfeld i.m.
84.o. 3 egyenlet és 111 .o. 16 formula.

Láttuk, hogy a pálya egyenlete

$$s = \xi \cos(1 - \mathcal{D} \mathcal{L}_0 \mathcal{Z}) \varphi + \eta \sin(1 - \mathcal{D} \mathcal{L}_0 \mathcal{Z}) \varphi + \frac{\mathcal{D}}{1 - 2 \mathcal{D} \mathcal{Z} \mathcal{L}_0}$$

A 44. alapján :

$$2\mu E = \mu^2 \left[\left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 \cdot \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right] - \frac{2e\mathcal{E}\mu}{r} - \frac{2e\mathcal{E}\mu\mathcal{Z}\mathcal{L}_0}{r^2}$$

Ha figyelembe vesszük 11.-et és 12.-öt, nyerjük, hogy

$$\frac{2\mu E}{\mu^2} = \left(\frac{ds}{d\varphi} \right)^2 + s^2 - 2\mathcal{D}s - 2\mathcal{L}_0 \mathcal{Z} \mathcal{D}s^2 \quad 49.$$

hol

$$\left(\frac{ds}{d\varphi} \right) = (1 - \mathcal{D} \mathcal{L}_0 \mathcal{Z}) \left[\eta \cos(1 - \mathcal{D} \mathcal{L}_0 \mathcal{Z}) \varphi - \xi \sin(1 - \mathcal{D} \mathcal{L}_0 \mathcal{Z}) \varphi \right]$$

Mint hogy E a pálya minden pontjában ugyan az, válasszuk a

$$\varphi = 0 ; \quad r = r$$

pontot. Ezen a helyen

$$s = \xi + \frac{\mathcal{D}}{1 - 2 \mathcal{D} \mathcal{L}_0 \mathcal{Z}}$$

$$\frac{ds}{d\varphi} = (1 - \mathcal{D} \mathcal{L}_0 \mathcal{Z}) \eta \quad 50.$$

49.-ből 50.-et behelyette -

síve, nyerjük a következőket:

$$\frac{2\mu E}{\alpha^2} = (\xi^2 + \eta^2) \cdot (1 - 2\ell_0 \vartheta^2) - \vartheta^2(1 + 2\ell_0 \vartheta^2)$$

48. -ből látható, hogy E

negatív előjelű, úgy, hogy

$$(\xi^2 + \eta^2) \cdot (1 - 2\ell_0 \vartheta^2) < \vartheta^2(1 + 2\ell_0 \vartheta^2)$$

$$(\xi^2 + \eta^2) \cdot \frac{1}{1 + 2\ell_0 \vartheta^2} < \vartheta^2(1 + 2\ell_0 \vartheta^2)$$

$$(\xi^2 + \eta^2) < \vartheta^2(1 + 4\ell_0 \vartheta^2)$$

tehát :

$$\xi^2 + \eta^2 < \frac{\vartheta^2}{1 - 4\ell_0 \vartheta^2}$$

: Ez a 46. alatt felsorolt feltételek közül épen az első. Tehát az elektronpálya olyan ellipszis, amelynek periheliuma minden ^(ül)körfordulás alkalmával :

$$2\pi \ell_0 \vartheta^2 \quad 51.$$

szöggel elfordúl.

11/A FELTÉTEL ÁLTALÁNOSÍTÁSA .

Eddigi fejtegetéseinkből világos, hogy az a feltétel, amelyet bevezettünk, alkalmas egyrészt a periheliumelmozdulás levezetésére, másrészt oly energiaformulát szolgáltat, amely a quantumszámoktól külön-külön is függ. Ez utóbbinak az a jelentősége, hogy az ugyanazon quantumszámösszegű, de különböző ellipszis pályákon az energia nem lesz ugyanaz, azért az egyes szinképvonalak helyett vonalrendszerek fognak keletkezni. Mielőtt azonban ezt jobban részleteznénk, szükségesnek tartjuk feltételünket általánosabb alakban megadni.

Ezuttal csak az esettel foglalkozunk, amidőn a korrekcióerő csak legfeljebb a távolság harmadik hatványával fordítva arányos. Legyen tehát

$$E_{\text{pot.}} = -\frac{c\mathcal{E}}{r} - \mathcal{A} - \frac{\mathcal{B}}{r} - \frac{\mathcal{C}}{r^2}$$

Tegyük fel, hogy $\underline{A}$, $\underline{B}$, és $\underline{C}$ a $\underline{e \cdot \underline{C}}$ -t is tartalmazzák s a magasabb rendű hatványaikat tartalmazó tagok elhanyagolhatók $\therefore \underline{C}$ -re nézve elegendő csak annak feltevése, hogy $\frac{\underline{C}}{\underline{a^2}}$ magasabb hatványai elhanyagolhatók legyenek /

Legyen tehát

$$E_{pot.} = - e \underline{C} \left(\frac{1}{\underline{a^2}} + \underline{A}_1 + \frac{\underline{B}_1}{\underline{a}} + \frac{\underline{C}_1}{\underline{a^2}} \right) \quad 52.$$

A jelen esetben az elektronnak az atommagra vonatkoztatott mozgásának dif - ferenciálegyenlete ha bevezetjük a következő jelölést:

$$\frac{\mu e \underline{C}}{\underline{a^2}} (\underline{B}_1 + 1) = \underline{F} \quad 53.$$

$$\frac{2 \mu e \underline{C} \underline{C}_1}{\underline{a^2}} - 1 = \underline{G}$$

$$\frac{\underline{d^2 s}}{\underline{d \varphi^2}} = \underline{F} + \underline{G} s \quad 54.$$

Ennek az egyenletnek teljes megoldása :

$$s = \rho_1 e^{i \sqrt{\underline{F}} \underline{\varphi}} + \rho_2 e^{-i \sqrt{\underline{F}} \underline{\varphi}} + \frac{\underline{C} \underline{C}_1}{-\underline{G}}$$

Elválasztva a valós részt az imagináriustól, mondhatjuk, hogy a pálya egyenlete, feltéve,

hogy $-g > 0$;

$$\Delta = \xi \cos \sqrt{-g} \cdot \varphi + \eta \sin \sqrt{-g} \cdot \varphi + \frac{\mathcal{E}}{-g} \quad 55.$$

ahol a ξ és η valós számokat jelentenek

A

$$-g > 0$$

feltétel mindig teljesül, ha $\frac{\mathcal{E}_1}{d^2}$ elegendően kicsiny :

$$\frac{\mathcal{E}_1}{d^2} \ll \frac{1}{2\mu e \mathcal{E}} \quad 56.$$

Állapítsuk meg a quantumel -
méleti feltételekkel a E -t:

$$\oint \sqrt{2\mu E + 2\mu e \mathcal{E} \left(\frac{1}{r} + A_1 + \frac{B_1}{r} + \frac{\mathcal{E}_1}{r^2} - \frac{d^2}{r^2} \right)} dr = n_1 h$$

Alkalmazva 22-öt és 24 - et

$$n_1 h = -2\pi i \left[-\sqrt{2\mu e \mathcal{E} \mathcal{E}_1 - d^2} - \frac{\mu e \mathcal{E} (1 + B_1)}{\sqrt{2\mu (E + e \mathcal{E} A_1)}} \right] \quad 57.$$

amiből, ha A_1 , B_1 és $\mathcal{E}_1$ függetlenek E -től,
átalakítással nyerhető :

$$E = -e \mathcal{E} A_1 - 2\pi^2 \mu e^2 \mathcal{E}^2 (1 + B_1)^2 \left[-2\pi d \sqrt{1 - 2\mu e \mathcal{E} \frac{\mathcal{E}_1}{d^2}} - n_1 h \right]^{-2} \quad 58.$$

Mindenek előtt $\S 5$ -ből és $\S 8$ -ből már két fontos következtetést vonhatunk le :

1/ A perihelium mozgása $\mathcal{A}_1$ - től és $\mathcal{B}_1$ -től teljesen független, tehát ahhoz hogy a perihelium elmozdulását magyarázhassuk az általános esetből a legegyszerűbbet úgy nyerhetjük, ha

$$\mathcal{A}_1 = 0, \quad \mathcal{B}_1 = 0, \quad \mathcal{C}_1 \neq 0 = \text{const} \quad \S 9.$$

helyettesítünk .

2/ A szinképvonalak szerkezetének magyarázásához is teljesen elegendő az

$\S 9$ alatti, megválasztás , u.i. a $[\quad]$ -es kifejezés $\mathcal{A}_1$ -től és $\mathcal{B}_1$ - től független.

Az $\S 9$. alatti specialis eset ugyanaz, mint amit az előbb próba képen felvettünk.

12/ AZ ÁLTALÁNOS ALAKU FELTEVÉS =====

SPECIALIS ESETEI. =====

Miután az elmélet $\underline{A}_1$, $\underline{B}_1$ és $\underline{C}_1$ közt relációt nem ad, azokat vagy önkényesen választjuk meg, vagy valamely kísérleti eredmény, vagy megfigyelés alapján értéket kiszámítjuk. Mindegyikre példát fogunk bemutatni. Egyet előre is leszögezhetünk: minthogy $\underline{A}_1$, $\underline{B}_1$ és $\underline{C}_1$ végtelen sokféleképpen választható meg, végtelen sok olyan elméletet lehet konstruálni, amelyek mindegyikével meg lehet a perihelium elmozdulását és a szinképvonalak szerkezetét magyarázni. Ezek az elméletek mind hasonlóak, csak a bennük szereplő szám adatok, vagy állandók, esetleg egyes levezethető eredmények számértékei különböznek.

Válasszuk meg $\underline{A}_1$, $\underline{B}_1$ és $\underline{C}_1$ értékét önkényesen :

Tegyük fel, hogy A_i , B_i és C_i és az σ - től függetlenek, de E -vel változnak : ---

$$A_i = \sum a_i E^i$$

$$B_i = \sum b_i E^i$$

$$C_i = \sum c_i E^i$$

s most 57 -ből számítsuk ki E -t; 57 -k ilyen alakra hozható :

$$\begin{aligned} 4\tilde{\kappa}^2(d^2 - 2\mu c \mathcal{E} C_i) + 4\tilde{\kappa} m_1 h d \sqrt{1 - \frac{2\mu c \mathcal{E} C_i}{d^2}} + n_1^2 h^2 = \\ = - \frac{2\tilde{\kappa}^2 \mu c^2 \mathcal{E}^2 (1 - B_i)^2}{E + c \mathcal{E} A_i} \end{aligned} \quad 60.$$

Ha a későbbi osztóra való tekintettel a C_i -t tartalmazó tagot most még meghagyjuk, 60) -ből átalakítással nyerjük, hogy :

$$\begin{aligned} (n + n_1)^2 h^2 - 8\tilde{\kappa}^2 \mu c \mathcal{E} C_i \left(1 + \frac{n_1}{n}\right) - \frac{(2\tilde{\kappa})^4 \mu^2 c^2 \mathcal{E}^2 C_i^2}{h^2} \cdot \frac{n_1}{n^3} = \\ = - \frac{2\tilde{\kappa}^2 \mu c^2 \mathcal{E}^2 (1 + B_i)^2}{E + c \mathcal{E} A_i} \end{aligned}$$

jelöljük a rövidség kedvéért :

$$\begin{aligned} \mathcal{N} = \frac{1}{2\tilde{\kappa}^2 \mu c^2 \mathcal{E}^2} \left[(n + n_1)^2 h^2 - 8\tilde{\kappa}^2 \mu c \mathcal{E} C_i \left(1 + \frac{n_1}{n}\right) - \right. \\ \left. - \frac{(2\tilde{\kappa})^4 \mu^2 c^2 \mathcal{E}^2 C_i^2}{h^2} \cdot \frac{n_1}{n^3} \right] \end{aligned} \quad 61.$$

akkor :

$$E + e \mathcal{E} A_1 = - \frac{(1 + \beta_1)^2}{N}$$

Hogy a további számolások lehetőség szerint egyszerűek legyenek, válasszuk A_1 , $\mathcal{E}_1$ -t, és β_1 - et úgy, hogy ez az egyenlet E - ben csak másodfokú legyen.

Ezt elérjük pl. úgy, hogy

$$A_1 = a_0 + a_1 E + a_2 E^2$$

$$\beta_1 = b_0 + b_1 E$$

62.

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E} = \text{const.}$$

választjuk. Behelyettesítve és rendezve :

$$\begin{aligned} & [N a_0 e \mathcal{E} + 1 + 2 b_0 + b_0^2] + E [N (e \mathcal{E} a_1 + 1) + \\ & + 2 b_1 + 2 b_0 b_1] + E^2 [N e \mathcal{E} a_2 + b_1^2] = 0 \end{aligned}$$

vagyis egyenletünk ilyen alakú:

$$\mathcal{K} + \mathcal{L} E + \mathcal{M} E^2 = 0$$

amiből

$$E = \frac{-\mathcal{L} \pm \sqrt{\mathcal{L}^2 - 4 \mathcal{K} \mathcal{M}}}{2 \mathcal{M}}$$

Írjuk fel most már E -t

expliciten. Evégből előállítjuk az itt elő-

forduló mennyiségeket $/: \mathcal{N} \underline{A}_1, \underline{B}_1, \underline{C}_1$

-re vonatkozó azon megjegyzésből, hogy magasabb hatványaik elhanyagolhatók legyenek, következik, hogy 62.-együtthatói szintén ilyen tulajdonságúak. A másodrendűen kicsiny tagokat a későbbi osztó miatt, még most velük figyelembe :/

$$\mathcal{L}^2 = [\mathcal{N}(e^2 a_1 + 1) + 2b_1 + 2b_0 b_1]^2 =$$

$$= \mathcal{N}^2(e^2 a_1 + 1)^2 + 4\mathcal{N}e^2 a_1 b_1 + 4\mathcal{N}b_1$$

$$+ 4b_1^2 + 4\mathcal{N}b_0 b_1$$

$$\mathcal{H}\mathcal{M} = [\mathcal{N}a_0 e^2 + 1 + 2b_0 + b_0^2] \cdot [\mathcal{N}e^2 a_2 + b_1^2] =$$

$$= \mathcal{N}^2 e^2 a_0 a_2 + \mathcal{N}e^2 a_2 + 2b_0 \mathcal{N}e^2 a_2 + b_1^2$$

tehát:

$$\mathcal{L}^2 - 4\mathcal{H}\mathcal{M} = \mathcal{N}^2 + 2\mathcal{N}^2 e^2 a_1 + 4\mathcal{N}(b_1 - e^2 a_2) +$$

$$+ \mathcal{N}^2 e^2 a_1^2 - 4a_0 a_2 + 4\mathcal{N}e^2(a_1 b_1 -$$

$$- \frac{a_1 b_0}{\mathcal{L}}) + 4\mathcal{N}b_0 b_1$$

Ebből :

$$\sqrt{\mathcal{L}^2 - 4\mathcal{H}\mathcal{M}} = \mathcal{N}(1 + e^2 a_1) + 2b_1 - 2e^2 a_2 -$$

$$- 2\mathcal{N}e^2 a_0 a_2 - e^2 a_2 b_0 + 2b_0 b_1 + 2e^2 a_1 a_2 -$$

$$- \frac{2b_1^2}{\mathcal{N}} + \frac{4e^2 a_2 b_1}{\mathcal{N}} - \frac{2e^2 a_1^2}{\mathcal{N}}$$

Válasszuk most már a négyzetgyököket pozitív előjelűnek. Akkor

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L} + \sqrt{\mathcal{L}^2 - 4\mathcal{K}\mathcal{M}} = & -2e\mathcal{E}a_2 - 2\sqrt{e}\mathcal{E}^{\frac{1}{2}}a_0a_2 - \\
 & -e\mathcal{E}a_2b_0 + 2e\mathcal{E}^{\frac{1}{2}}a_1a_2 - \frac{2b_1^2}{\sqrt{e}} + \frac{4e\mathcal{E}b_1a_2}{\sqrt{e}} - \\
 & - \frac{2e\mathcal{E}^{\frac{1}{2}}a_1^2}{\sqrt{e}}
 \end{aligned}$$

végül, ha $\mathcal{L}\mathcal{M}$ -mel elosztjuk, nyerjük, hogy:

$$\begin{aligned}
 E = & -e\mathcal{E}a_0 - \frac{1}{\sqrt{e}} + \frac{e\mathcal{E}a_1}{\sqrt{e}} - \frac{b_0}{2\sqrt{e}} - \\
 & - \frac{e\mathcal{E}a_2}{\sqrt{e}} + \frac{2b_1}{\sqrt{e}}
 \end{aligned}$$

Hogy az E végleges alakját fel-
 írjuk, szükséges $\frac{1}{\sqrt{e}}$ és $\frac{1}{\sqrt{e}^2}$ megállapítása. A
 továbbiakban már, minthogy csak első megköze-
 litéssel akarunk dolgozni, az $\underline{a_i} - k$ és
 $\underline{b_i} - k$ magasabb hatványait elhanyagoljuk: 61. lól.

$$\frac{1}{\sqrt{e}} = \frac{2\tilde{\kappa}^2 \mu e^{\frac{1}{2}} \mathcal{E}^{\frac{1}{2}}}{(n+n_1)^2 h^2} + \frac{(2\tilde{\kappa})^4 \mu^2 e^{\frac{3}{2}} \mathcal{E}^{\frac{3}{2}} b_1}{(n+n_1)^4 h^4} \left(1 + \frac{n_1}{n}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{e}^2} = \frac{4\tilde{\kappa}^4 \mu^2 e^{\frac{3}{2}} \mathcal{E}^{\frac{3}{2}}}{(n+n_1)^4 h^4} + \frac{(2\tilde{\kappa})^6 \mu^3 e^{\frac{5}{2}} \mathcal{E}^{\frac{5}{2}} b_1}{(n+n_1)^6 h^6} \left(1 + \frac{n_1}{n}\right)$$

úgy, hogy :

$$E = -e\mathcal{E}a_0 - \frac{2\tilde{\hbar}^2 \mu e^2 \mathcal{E}^2}{(n+n_1)^2 \hbar^2} -$$

$$- \frac{(2\tilde{\hbar})^4 \mu^2 e^2 \mathcal{E}^3 b_1}{(n+n_1)^4 \hbar^4} \left(1 + \frac{n_1}{n}\right) + \frac{2\tilde{\hbar}^2 \mu e^2 \mathcal{E}^3 a_1}{(n+n_1)^2 \hbar^2} -$$

$$- \frac{\tilde{\hbar}^2 \mu e^2 \mathcal{E}^2 b_0}{(n+n_1)^2 \hbar^2} - \frac{4\tilde{\hbar}^4 \mu^2 e^2 \mathcal{E}^5 a_2}{(n+n_1)^4 \hbar^4} + \frac{8\tilde{\hbar}^4 \mu^2 e^4 \mathcal{E}^4 b_1}{(n+n_1)^4 \hbar^4} \quad 63.$$

válasszuk most már azt a speciális esetet, amidőn:

$$b_1 = \frac{e\mathcal{E}}{2\mu c^2} \quad , \quad b_0 = \frac{1}{\mu c^2}$$

$$a_2 = \frac{1}{e\mathcal{E} 2\mu c^2} \quad , \quad a_1 = a_0 = b_0 = 0 \quad 64.$$

akkor 63. a következő egyenletbe megy át:

$$E = - \frac{2\tilde{\hbar}^2 \mu e^2 \mathcal{E}^2}{(n+n_1)^2 \hbar^2} - \frac{8\tilde{\hbar}^4 \mu^2 e^4 \mathcal{E}^4}{(n+n_1)^4 \hbar^4 c^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{n_1}{n}\right) \quad 65.$$

Tegyük fel végül, hogy m a M mellett elhanyagolható. Ebben az esetben :

$$E = - \frac{2\tilde{\hbar}^2 \mu e^2 \mathcal{E}^2}{(n+n_1)^2 \hbar^2} - \frac{8\tilde{\hbar}^4 \mu^2 e^4 \mathcal{E}^4}{(n+n_1)^4 \hbar^4 c^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{n_1}{n}\right) \quad 65.$$

ami teljesen megegyezik a speciális relativitás elméletével levezethető energia

6
 formulával, ha megállapodunk abban, hogy
 a 64. -ben előforduló c épen a fényse-
 besség .

Az eddigiekből most már,-
 természetesen - arra következtethetnénk ,
 hogy a speciális relativitás elmélete volta-
 képen speciális esete az általánosabb alakú,
 általunk megadott feltevésnek, amelyet abból
 a 62. és 64. alatti nem minden tekintetben
 kézen fekvő megállapodásokkal vezethetünk
 le. Ha ugyanis tovább folytatjuk a gondolat-
 menetet, ugyanazon tételekhez jutunk, mint a-
 melyeket a relativitáselmélet levezet

52.) 44.) és 19.) felhasználásával :

$$\begin{aligned} p_r^2 + \frac{1}{r^2} p_\varphi^2 &= 2\mu E + \frac{2\mu c^2}{r} + \\ &+ \frac{1}{c^2} \left(E + \frac{c^2}{r} \right)^2 \end{aligned}$$

 6 Sommerfeld : im. 420. o. 6. formula,
 kevés ,jelölésbeli különbséggel.

Végig osztva $\mu^c c^2$ -nel:

$$1 + \frac{1}{\mu^c c^2} \left(p_r^c + \frac{1}{\sigma^c} p_\varphi^c \right) = \left(1 + \frac{E + \frac{c^2}{2}}{\mu^c c^2} \right)^c$$

Határozzuk meg β -t úgy, hogy

$$\frac{1}{1 - \beta^c} = 1 + \frac{1}{\mu^c c^2} \left(p_r^c + \frac{1}{\sigma^c} p_\varphi^c \right)$$

legyen ,tehát

$$\frac{\beta^c}{1 - \beta^c} = \frac{1}{c^c \mu^c} \left(p_r^c + \frac{1}{\sigma^c} p_\varphi^c \right) \quad 66.$$

Jelöljük $\underline{\mu}_1$ -gyel a következő kifejezést:

$$\underline{\mu}_1 = \mu (1 - \beta^c)^{-\frac{1}{c}} \quad 67.$$

akkor 66 -ból :

$$\begin{aligned} \beta^c &= \frac{1}{c^c \mu^c} \left(p_r^c + \frac{1}{\sigma^c} p_\varphi^c \right) = \\ &= \frac{1}{c^c} \left(\dot{r}^c + \sigma^c \dot{\varphi}^c \right) \end{aligned} \quad 68.$$

ha a 68. ,alatti kifejezést- egészen önkényesen - elnevezzük tömegnek s úgy is számolunk vele. Itt természetesen egy újabb, épen nem kézenfekvő megállapodás van. Ennek érdekes következményei vonhatók le:

68. - ből

$$\beta^c = \frac{v^c}{c^c} ;$$

tehát 67. alapján a mozgótömeg a sebes -
séggel változik. Továbbá, hogy az elérhető
légnagyobb sebesség c Stb.

Minden különösebb nehézség nél-
kül tudnánk még levezetni több ilyen csodá -
latos eredményt is, /: pl. hogy milyen össze-
függés áll fent a tömeg és a kinetikai ener-
gia közt :/amelyek mind megegyeznek a rela -
tivitás elméletének megfelelő tétéleivel .
Természetesen elhamarkodott dolog volna most
már arra következtetni, hogy a relativitás
elmélete speciális esete a mi általános ala-
kú feltevésünknek, legfeljebb csak annyit
mondhatunk, hogy az előbb tárgyalt speciális
esetnek és a relativitás elméletének egyes
tételei megegyeznek és, hogy ez a speciális
eset nem a legegyszerűbb az általánosból
levezethetők közül. De akkor ebből követke-
zik az is, hogy azon elméletek közül, melyek-

ből a szinképvonalak strukturáját le lehet vezetni, nem a relativitáselmélete a legegyszerűbb.

Végül a teljesség kedvéért megemlítjük, hogy az 63.) alatti egyenletnek legegyszerűbb alakját nyerjük, ha $a_i = 0$, $b_i = 0$, $\xi_i = \xi b_i$:

$$E = -\frac{2\pi^2 \mu e^2 \xi^2}{(m+m_1)^2 h^2} - \frac{(2\pi)^4 \mu e^2 \xi^3 b_i \xi}{(m+m_1)^4 h^4} \left(1 + \frac{m_1}{m}\right) \quad 69.$$

ami teljesen megegyezik a 48.) alatti formulával.

II. Az elmélet legegyszerűbb esete $A_i = B_i = 0$. $C_i = \text{const.}$

Térjünk át egy pillanatra a Naprendszerre. Vegyük azt az esetet, ha egy bolygó kering a Nap körül, a hatóerő a gravitációs erő. Minthogy azonban a Nap körül, azonkívül a Naprendszerben egyébütt is vannak s mozognak kisebb -nagyobb tömegek, ezeknek a vonzását is figyelembe kell Venni. Ha m a

bolygó, M_0 a Nap tömege, $\mathcal{C}_1$ pedig állandó, vegyük a korrekciós erőt

$$\frac{2mM_0\mathcal{C}_1}{r^3}$$

nak. Ugy, hogy

$$E_{\text{pot.}} = -k \frac{mM_0}{r} - \mathcal{C}_1 \frac{mM_0}{r^2} \quad 70.$$

k a gravitációs állandó. 70.) -et úgy nyerjük, 51.) -ből, hogy e helyett m -t $\mathcal{C}$ helyett M_0 -et írunk és $A_1 = B_1 = 0$.

Ekkor 53.) -ből :

$$F = k \frac{\mu m M_0}{d^2}$$

$$-g = 1 - \frac{2\mu m M_0 \mathcal{C}_1}{d^2}$$

Vegyük fel, hogy teljesül az a feltétel is, hogy a $\frac{\mathcal{C}_1}{d^2}$ magasabb hatványait tartalmazó tagok elhanyagolhatók. A pálya egyenlete :

$$s = \xi \cos \sqrt{-g} \varphi + \eta \sin \sqrt{-g} \varphi + \frac{F}{-g}$$

Egy teljes körülfordulás alatt a perihelium elfordulása 51.) alapján :

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\mu m M_0 \mathcal{C}_1}{d^2} \quad 71.$$

Ha ϖ)-ben μ , m , ab , d és $\Delta\varphi$ ismeretes, $\mathcal{C}_1$ kiszámítható.

Megfigyelésekből tudjuk, hogy a Mercur periheliuma egy évszázad alatt $42.89''$ szöggel⁷ fordul el keringése irányában. Tehát a Mercur adataiból $\mathcal{C}_1$ épen kiszámítható.

A Mercur tömege 6.000.000. ~~4~~kor. kisebb a Nap tömegénél⁸ azért

$$\mu = \frac{mab}{m+ab} = m \frac{1}{1+\frac{m}{ab}} \sim m$$

12. alapján :

$$\begin{aligned} d &= 2m\varphi = 2m \frac{\pi ab}{\tau} = \\ &= 2m\pi a^2 \frac{\sqrt{1-\varepsilon^2}}{\tau} \end{aligned}$$

ahol a jelenti a pálya nagytengelyét, ε a

⁷ Sommerfeld i.m. 413.o.8 sor szerint kb 43". Encyklopädie der mathematischen Wissen - schaften Bd.VI.2.A. H.7. 887 oldalon levő táblázat szerint 42.89". A táblázatban levő többi ~~ad~~atokkal való összehasonlíthatás céljából vesz - szük mi is ennyinek.

8/ Connaissance des temps pour l'an 1926. XV. o.

númerikus excentricitást, τ pedig a keringési időt. Tehát

$$\Delta\varphi = \frac{M\tau^2 \mathcal{E}_1}{2\pi a^2(1-\varepsilon^2)} \quad 22.$$

vagyis :

$$\mathcal{E}_1 = \frac{2\pi a^2(1-\varepsilon^2)}{M\tau^2} \cdot \Delta\varphi \quad 23.$$

Az egyes adatok, amelyekre szükségünk van, a következők:

$$\tau = 87.9692 \quad d \quad 9)$$

$$\Delta\varphi = 42.89 \cdot \frac{87.968}{365.25}$$

$$\varepsilon = 0.20561 \quad 10)$$

$$\alpha = 0.387098 \cdot a_f \quad 11)$$

hol a_f jelenti a Földpálya nagytengelyét.

9. Connaissance des temps pour l'an 1926. XII o.

10/ Connaissance des temps pour l'an 1926 XV.o. Masses des grosses planètes d'après Newcomb /

11/ Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften Bd. VI. A. A. H. 7. 848 o.

$$la_g = 13.17508 \quad 11.)$$

$$M = 334.432. m_f \quad 10.)$$

hol a m_f a Föld tömege

$$m_f = 5.98.10^{27} gr. \quad 12.)$$

Ezek felhasználásával:

$$\mathcal{C}_1 = 0.02932 \quad 14.)$$

Ha most már $\mathcal{C}_1$ -et ismerjük, a többi bolygóra is kiszámíthatjuk a perihelium elmozdulását. Végezzük a számítást úgy, hogy a Mercur perihelium elmozdulására vonatkoztathatjuk.

Legyen 12.) -ből :

$$\Delta\varphi_1 = \frac{M \varepsilon_1^2 \mathcal{C}_1}{2\pi a_1^2 (1 - \varepsilon_1^2)}$$

$$\Delta\varphi = \frac{M \varepsilon_2^2 \mathcal{C}_1}{2\pi a_2^2 (1 - \varepsilon_2^2)}$$

Mivel :

$$\frac{\varepsilon_1^2}{a_1^2} = \frac{\varepsilon_2^2}{a_2^2}$$

$$\frac{\Delta\varphi_1}{\Delta\varphi_2} = \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{1 - \varepsilon_2^2}{1 - \varepsilon_1^2} \quad 15.)$$

12.

Landolt - Börnstein : Physikalisch -
chemischen Tabellen 1923. 24.o.

Legyen a Mercur periheliumának elmozdulása egy teljes körfordulás alatt :

$$\Delta\varphi_a = 1$$

Akkor :

$$\Delta\varphi_1 = \frac{a_1}{a_1} \cdot \frac{1 - \varepsilon_1^2}{1 - \varepsilon_1^2} \quad 75.$$

Végezzünk összehasonlítást az ezen formulával nyerhető eredmények és az Encyklopädie der mathematischen Wiessenschaften Bd. VI. 2.A. H.7. 887 oldalán közölt s az általános relativitás elméletével leveztett értékek között. Kiszámíthatjuk s. i. h. szerint is :

$$\Delta\varphi_1 = 0'10331''$$

A tényleges periheliumelmozdulásokat akkor úgy nyerjük, hogy a 75- ből számítható adatot ezzel megszorozzuk. Tehát az i. h. szerint a Venus periheliumelmozdulása :

$$\Delta\varphi_1 = 0'05295''$$

75 alapján a számítható érték :

$$\Delta\varphi_1 = 0.5125 \cdot 0.10331 = \\ = 0.05296''$$

A Föld periheliuma i.h. szerint

$$\Delta\varphi_1 = 0.03831''$$

a számítások szerint

$$\Delta\varphi_1 = 0.3707 \cdot 0.10331 = \\ = 0.0383''$$

szöggel fordul el minden körülfordulás alatt.

Végül a Mars periheliumának elfordulása i.h. szerint

$$\Delta\varphi_1 = 0.02536''$$

míg a számítások eredménye :

$$\Delta\varphi_1 = 0.2454 \cdot 0.10331 = \\ = 0.02536'' \quad ^{(3)}$$

13.

A számításhoz szükséges adatokat /numerikus excentricitások, nagytengelyek/ a *Connaissance des temps* pontl. an 1926. XII és XIII o -ról vettük.

Tehát a relativitáselméletével
levezethető $\Delta\varphi$ értékek teljesen egyeznek
a mi 75. alatti formulánkból számíthatók-
kal.

Végül felvethetjük azt a kérdést,
milyen viszonyban van a " korrekciós erő "
a Newton-félével. Legyen $\mathcal{P}$ a Newton-
féle erő és $\mathcal{P}_k$ a korrekciós. Akkor :

$$\mathcal{P} = k \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

$$\mathcal{P}_k = 2k, \frac{m \cdot M}{r^3}$$

76.

$$\frac{\mathcal{P}_k}{\mathcal{P}} = \frac{2k}{r \cdot k}$$

vegyük először azt az esetet,
ha az égitést a Nap felületén lenne. Ez az
egyik határeset ,amelynél

$$r = 695,500 \text{ km} \quad (14)$$

tehát

$$\frac{\mathcal{P}_k}{\mathcal{P}} = 0.0000126$$

Ennek a viszonyzámnak elég kicsiny volta teszi lehetővé azon hipotézis felvételét, hogy a Naprendszerben $\mathcal{P}$ -n kívül $\mathcal{P}_k$ is fellép

A másik határesetben, ha $n = \infty$ * 03 mindkét erő 0 lesz, de 24.) alapján $\mathcal{P}_k$ eggyel magasabb rendűen tűnik el. azért

$$\frac{\mathcal{P}_k}{\mathcal{P}} = 0$$

is bekövetkezik.

13/ AZ ÁLTALÁNOS ALAKU FELTEVÉS

EGY ÉRDEKES ESETE.

Az eddigi fejtegetésekben azt tételeztük fel, hogy

$$\frac{\mathcal{G}_1}{d^2} < \frac{1}{2\mu e \mathcal{G}}$$

vagy másképen

$$\frac{2\mu e \mathcal{G} \mathcal{G}_1}{d^2} < 1$$

Tegyük fel a következőben azt, hogy $\underline{d}^2$
értéke olyan / változatlan $\underline{C}_1$ mellett/,
hogy

$$\frac{2\mu e^{\frac{1}{2}\sigma} \underline{C}_1}{d^2} \geq 1 \quad 17.$$

legyen.

Vegyük először az első esetet:

$$\frac{2\mu e^{\frac{1}{2}\sigma} \underline{C}_1}{d^2} - 1 = \sigma^2 > 0 \quad 18.$$

tehát 54. alapján :

$$\frac{d^2 s}{d\varphi^2} = \sigma^2 \left(s + \frac{F}{\sigma^2} \right)$$

Ennek az egyenletnek teljes megoldása :

$$s = \rho_1 e^{\sigma\varphi} + \rho_2 e^{-\sigma\varphi} - \frac{F}{\sigma^2} \quad 19.$$

válasszuk meg $\underline{\xi}$ t és $\underline{\eta}$ t

úgy, hogy

$$\xi + \eta = 2\rho_1 ; \quad \xi - \eta = 2\rho_2$$

vagy másképen :

$$\xi = \rho_1 + \rho_2 ; \quad \eta = \rho_1 - \rho_2$$

legyen: Akkor 19.) -ből lesz:

$$s = \xi \cosh(\sigma\varphi) + \eta \sinh(\sigma\varphi) - \frac{F}{\sigma^2}$$

Hogy ezt könnyebben értelmezhesük, tegyük egyszerűbbé azáltal, hogy az integrációs állandó gyanánt szereplő η - t válasszük ϱ -nak. Akkor:

$$\delta = \frac{1}{r} = \xi \cos h(\varphi) - \frac{F}{\omega^2}$$

Ismeretes, hogy, ha φ növekszik ϱ -től végtelenig, a $\cos h$ is elvesz 1- től ∞ -ig minden értéket, azaz a jobb oldal állandóan növekszik. De ha δ nő, $\frac{1}{r}$ csökken, vagyis az elektron asymptotikusan közeledik az atommaghoz, természetesen növekvő sebességgel. A pálya tehát csavarvonal, még pedig a logaritmikusspirális egy fajtája.

Még egyszerűbbé és jobban láthatóvá válik a pálya spirális volta, ha

$$\frac{2\mu e^2 \mathcal{E}_i}{d^2} = 1$$

Ebben az esetben, ugyanis:

$$\frac{d^2s}{d\varphi^2} = 0$$

tehát

$$s = \bar{A}\varphi + \bar{B}$$

azaz a pálya Archimedes-i spirális.

Hogy ezek a spirális alakú pályák mennyiben jogosultak, arra a kérdésre még vissza fogunk térni, ha $\mathcal{E}_1$ értékét meghatároztuk. Csak annyit jegyzünk még meg, hogy a klasszikus fizikában ez az eset nem lehetséges, mert, ha

$$\mathcal{E}_1 = 0$$

a spirális pályák feltétele $(??)$ nem teljesül. De annyit már most is kimondhatunk, hogy spirális pályák nemcsak a relativisztikus tárgyalásnál lépnek fel¹⁵, hanem a mi feltételünkéből is levezethetők.

---15.-----

¹⁵. Sommerfeld i.m. 466. o.

$\mathcal{L}$ értékét az atomokra vonatkozólag kétféleképpen fogjuk kiszámítani: a perihélium elmozdulásából és a szinképvonalak szerkezetéből. Az elsőt már most elvégezzük.

Az előző §-ban kimutattuk a Naprendszerre nézve, hogy $\mathcal{L}$ értékének meghatározása után a négy, belső bolygó perihélium elmozdulása gyanánt ugyan azt nyertük, mint amit az általános relativitás elmélet eredményez. Ez csak úgy lehetséges, ha $\mathcal{L}$ valamiképpen levezethető az általános relativitás elmélet állandóival.

Az Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften Bd. VI.2. A: H.7. 887 oldalán olvasható, hogy Einstein szerint:

$$\Delta\varphi = \frac{24\pi^3 a^2}{c^2 a^2 (1 - \varepsilon^2)}$$

Másrésről 72 szerint :

$$\Delta\varphi = \frac{Mc^2 \mathcal{L}}{2\pi a^2 (1 - \varepsilon^2)}$$

Ezekből következik, hogy

$$\mathcal{L}_r = \frac{3 k^2 c h}{c^2} = \text{const.} \quad 80.$$

hol k jelenti a gravitációs állandót.

Innen számítva

$$\mathcal{L}_r = 0.0297 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

amely kb. egyezik a 74 alattival.

Ismeretes, hogy a speciális relativitás elméletéből levezetett $\Delta \varphi$

csak hatodrésze az általánosból nyerhetőnek, tehát, ha $\mathcal{L}_r$ -t Sommerfeld formulájával¹⁶ hasonlítanánk össze, csak :

$$\mathcal{L}_r = 0.00495$$

adódna .

A szinképvonalak elméletének továbbfejlesztésére a speciális relativitás elméletét szokták használni, azért az ato-

16

Sommerfeld i.m. 830. o.7. formula

moknál érvényes $\underline{\ell}_r$ - et, illetőleg $\underline{\ell}_o$ - t
Sommerfeld formulájával:

$$\Delta\varphi = \frac{\hbar e^2 \mathcal{E}^2}{d^2 c^2} \quad (6.)$$

fogjuk kiszámítani.

52.) alapján:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi m e \mathcal{E} \mathcal{L}}{d^2}$$

hol

$$m \sim \mu$$

Ezekből következik, hogy

$$\mathcal{L}_o = \frac{e^2}{2 m c^2} \quad 81.$$

/: $\underline{m}$ az elektron tömege :/.

Az itt szereplő mennyiségek:

$$e = 4.774 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{ g}^{\frac{1}{2}} \text{ sec}^{-1}$$

$$m = 8.998 \cdot 10^{-28} \text{ g} \quad (7.)$$

Behelyettesítve :

$$\mathcal{L}_o = 1.407 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad 82.$$

hol:

$$\mathcal{L}_r = 2 \cdot \mathcal{L}_o$$

Most már foglalkozhatunk azzal a kérdéssel, hogy fordulhatnak-e elő spirális alakú pályák? 78.) alapján

$$\sigma^2 + 1 = \frac{2\mu e^2 \ell_0 \dot{x}}{d^2}$$

$$= \frac{e^4 \dot{x}^2}{d^2 \cdot c^2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\sigma^2 + 1}} = \frac{m \cdot h \cdot c}{2\hbar e^2 \dot{x}} = \frac{m}{\alpha \dot{x}} \quad 83.$$

ahol α a "relativisztikus állandó": ¹⁸

$$\alpha = \frac{2\hbar c^2}{h \cdot e} = 7.295 \cdot 10^{-3}$$

jelenti.

Spirális pálya nem lehetséges,

ha

$$\frac{2\mu e^2 \ell_0 \dot{x}}{d^2} < 1$$

vagyis 83.) alapján, ha

$$m > \alpha \dot{x}$$

Ez a feltétel teljesedik, ha $\underline{m}$ csak egész

szám lehet. Mert n legkisebb, ha értéke: 1,
tehát a határeset :

$$1 > \alpha \lambda$$

$$\lambda < \frac{1}{\alpha} = 13\lambda.$$

Ez pedig jóval túl esik a periodikus rendszeren. De, ha n kisebb is lehet, pl. az elméletileg lehetséges

$$n = \frac{1}{2}$$

esetében :

$$\lambda = 68 -$$

-től kezdve előfordúlhat a spirálistpálya-
/: A röntgen szinkép λ - seriesében.:/

Ezzel szemben áll azaz ellen-
vetés, hogy ekkor lehetséges volna az, hogy
egyes elektronok behulljanak az atommag-
ba, azt szétrombolják, vagy legalább is
neutralizálják, töltését csökkentsék.

Nincs kizárva, hogy később fognak is olyan
feltételeket, korlátozásokat találni, ame-

lyek a határt a periodusos rendszeren kívül tolják. Egreelőre még meglehetősen fejletlen az elméletnek ez a része, sok megoldásra váró probléma vethető fel. Ezért nem is szándékozunk ezzel a kérdéssel tovább foglalkozni, megelégszünk annak hangoztatásával, hogy az újabb atomelméletnek ez a része is tárgyalható a relativitás elmélete nélkül.

14/ A SZINKÉPVONALAK SZERKEZETE
=====

C_o MEGHATÁROZÁSA.
=====

A rezgésszám formulájának megállapítására alkalmazzuk ismét az Einstein-féle tételt, amely szerint

$$h\nu = E_{\kappa} - E_{\nu}$$

illetőleg:

$$\nu = \frac{E_{\kappa}}{h} - \frac{E_{\nu}}{h}$$

Legyenek ismét a kezdetipálya quantumszámai
 (k, k_1) , a végpályáé : (n, n_1)

ρ kifejezése két, teljesen hasonló szerkezetű tagból áll. Foglalkozzunk ezért először külön az egyikkel, /: pl. a másodikkal :/ s az így nyert megállapítások azonnal átvihetők lesznek a másikra,
 48. alapján.

$$-\frac{E_v}{h} = \frac{\tilde{\nu}^2 R}{(n+n_1)^2} + \frac{4\tilde{\nu}^4 C_0 h R^2}{(n+n_1)^4 e^2} \left(1 + \frac{n_1}{n}\right)$$

Az elsőtag nem más, mint a 25.) alatti $C_0 = 0$ esetben nyerhető érték.

A második tag még mindig csak a quantumszámok összegétől függ; korrekcióképpen lép fel. Nagyságaakkora, mint az egész korrekciós tag, kőrpálya $(n'=0)$ esetén. Értéke:

$$\frac{4\tilde{\nu}^4 C_0 h R^2}{(n+n_1)^4 e^2}$$

85.

Teljesen azt a szerepet játsza, mint a "kőrpályára vonatkozó relativitási korrekció".

Végül a harmadik tag ismét korrekció, amely 0 -val egyenlő, ha a pálya kör, de a különböző ellipszis pályákra nézve más és más; növekszik az excentricitással.

Magysága:

$$\frac{4 \pi^2 e_0 h R^2}{(n + m_1)^4 e^2} \cdot \frac{n_1}{n} \quad 86.$$

Ez a tag hozza létre a vonalak felhasadását, ez okozza, hogy az egyes szinképvonalak helyét egész vonalcsoportok /:Satelliten , Trabanten :/ foglalják el. Mindkét korrekciós tag azért lép fel, mert a Coulomb-féle erő - höz még felvettük a korrekciós erőt.

Részletezzük egy kissé a vonalak felhasadását. Evégből $(n + m_1)$ -nek különböző értékeket / 1, 2, 3, / adunk s kiszámítjuk a különböző, de ugyanazon quantumszámösszegű pályák közt levő energia-különbséget, illetőleg az annak megfelelő rezgésszám különbséget.

Mindenek előtt megemlítjük,
 hogy a quantumszámok közül

$$n = 0$$

nem lehetséges. Bizonyítható, hogy akkor
 az ellipszispályák egyenesekké degenerálnak
 s az atommag és elektron egymás felé halad -
 va épen a tömegközéppontban összeütköznenek.

$$\text{Legyen tehát } (n + n_1) = 1.$$

Most csak egy eset lehetséges, $(1, 0)$
 amely azt jelenti, hogy

$$n = 1; \quad n_1 = 0$$

Ekkor $-\frac{c_v}{h}$, a series tag, egyszerű marad.

Következik:

$$(n + n_1) = 2$$

Két eset fordulhat elő: $(2, 0)$ és $(1, 1)$

A tag kettős $/$: dublett $:/$ lesz és

$$\Delta\nu = \frac{c_0 \cdot \frac{1}{2} h R^e}{4e^e} \quad (87.)$$

Ha

$$(n + n_1) = 3$$

három eset különböztethető meg: $(3, 0)$,
 $(2, 1)$ és $(1, 2)$ Ekkor hármas /: tripllett :/
 keletkezik. A szomszédos vonalak közti rez-
 gésszám differencia :

$$\Delta \nu_1 = \frac{2 \ell_0 \tilde{x}^4 h R^2}{81 e^2}$$

$$\Delta \nu_2 = \frac{2 \ell_0 \tilde{x}^4 h R^2}{81 e^2} \cdot 3$$

ugy, hogy

$$\Delta \nu_1 : \Delta \nu_2 = 1 : 3$$

Hasonlóképen igazolhatjuk, hogy
 $(n + n_1) = 4$ esetben.

$$\Delta \nu_1 : \Delta \nu_2 : \Delta \nu_3 = 1 : 2 : 6$$

és ha $(n + n_1) = 5$:

$$\Delta \nu_1 : \Delta \nu_2 : \Delta \nu_3 : \Delta \nu_4 = 3 : 5 : 10 : 30$$

19/

és így tovább

 19.

Ugyanezekhez az eredményekhez jut
 Sommerfeld i.m. 423-425. o.

Ezekből most már a következőket állapíthatjuk meg:

Forduljon elő a multipllicitás az első, állandó tagban $(-\frac{e^2}{h} - \text{konst})$ akkor az ismétlődik a series minden egyes vonalában állandó rezgésszám különbséggel. Legkisebb az energia nivója a kőrpályának, az egyes, ugyanolyan quantumszámösszegű ellipszispályáké növekszik az excentricitásuk növekedésével. Ha tehát feltesszük azt, hogy legvalószínűbb a kőrpálya, azután következnek az egyes ellipszispályák növekvő excentricitás szerint és az elektronátmenetek a valószínűségnek megfelelően történnek, akkor a multiplettben a legnagyobb fényintenzitású vonaltól a nagyobb rezgésszámok felé esnek a kisebb fényintenzitású vonalak a megfelelő, állandó rezgésszámkülönbséggel.

Ha a változó tagban lép fel multipluitás, míg a konstans tag egyszerű :

$$(n + n_1) = 1$$

a második tagban pedig

$$(k + k_1) = 2, 3, 4, \dots$$

könnyen belátható, hogy a series első vonala kettős /duplett/ lesz, a második hármás /triplett/, a harmadik négyes /quartett/ stb.

A részvonalak rezgésszámkülönbsége rohamosan csökken, mert a nevezőben $1 / (k + k_1)^4$ szerepel. Másrészt a változótag előjele negatív, tehát, ha megtartjuk azon feltételeinket, hogy a legvalószínűbb a kör, azután az egyes ellipszispályák, a multipliett egyes vonalainak fényerőssége éppen fordított sorrendű lesz, mint előbb.

Általánosságban azonban a multipllicitás mindakét seriestagban előfordul. Legyen pl. az állandótag kettős, akkor

$$(m + m_1) = 2, (k + k_1) = 3, 4, 5, \dots$$

tehát a sorozat első vonalának mindkét rész -
vonala hármas, a másodiké négyes stb: lesz,
úgy, hogy a sorozat első vonala voltaképpen
2.3, a második 2.4 vonalból álló rendszer
lesz. Tehát az egyes, " szinképvonalakat "
alkotó vonalrendszer annyi, egymáshoz igen
közel levő részvonalból fog állani, amennyi
a sorozat tagok multiplicitásának sorozata .
A részvonalak intenzitásáról ugyanazt mond-
hatjuk, mint az előbbieknél. Arról, hogy az
elmondottak mennyiben egyeznek meg a tapasztal-
atokkal, illetőleg, hogy az elmélet mely
részvonalak létrejöttét zárja ki egyes fel-
tételekkel , most nem szándékozunk megemlé -
kezni.

Egy ízben a relativitás elmé-
letével már meghatároztuk $\mathcal{L}_0$ -t. Most, hogy
a relativitás elméletétől függetlenítsük

magunkat ,szükséges, hogy még egy uton, egy mérési eredmény felhasználásával újra meg - állapítsuk.

A $\mathcal{H}$ állandó dublett távolsága / itt. a rezgésszámkülönbség/: 87 alapján

$$\Delta\nu = \frac{\mathcal{E}_0 \cdot h \cdot R^2}{4 e^2}$$

Mínt hogy $\Delta\nu$, h , R és e mérésekből ismeretesek, innen $\mathcal{E}_0$ kiszámítható.

Sommerfeld adatai ²⁰ szerint $\Delta\nu$ -re kísérletileg a következő eredménye - ket találtak;

Gehrcke és Lau : a $\mathcal{H}$, α , β és δ vonalaira :

$$\Delta\nu = 0.293 \text{ cm}^{-1} \quad \text{ss. a.)}$$

Mc.Lennau és Shram a

$$\mathcal{H}\alpha - \text{ra} \quad 0.33 \text{ cm}^{-1}$$

$$\mathcal{H}\beta - \text{ra} \quad 0.36 \text{ cm}^{-1}$$

$H\gamma - \alpha$	0.37 cm^{-1}
$H\delta - \alpha$	0.36 cm^{-1}
$H\epsilon - \alpha$	0.35 cm^{-1}

tehát középértékben :

$$\Delta\nu = 0.354 \text{ cm}^{-1} \quad 886.$$

Ez közelíti meg legjobban a relativitás elméletével levezetett

$$\Delta\nu = 0.365 \text{ cm}^{-1} \quad 21.)$$

értéket. Mi Gehrcke **méréseit** fogadjuk el irányadónak, tehát

$$\Delta\nu = 0.293 \text{ cm}^{-1}$$

Másrészről 41. alapján :

$$R = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}$$

Vizsgáljuk meg a dimenziókat :

$$[e^4] = \text{cm}^3 \text{g sec}^{-2}$$

$$[h] = \text{cm}^2 \text{g} \cdot \text{sec}^{-1}$$

$$[R] = \frac{\text{g cm}^6 \text{g}^4 \text{sec}^{-4}}{\text{cm}^6 \text{g}^3 \text{sec}^{-3}} = \text{sec}^{-1}$$

$$[C_0] = \frac{\text{cm g sec}^{-2} \text{cm}^3}{\text{cm}^3 \text{g sec}^{-2}} = \text{cm}$$

tehát

$$[\Delta_\nu] = \frac{\text{cm cm}^4 \text{g sec}^{-1} \text{sec}^{-2}}{\text{cm}^3 \text{g sec}^{-2}} = \text{sec}^{-1}$$

Vagyis a formulában szereplő Δ_ν

" rezgésszámkülönbség ", míg a 88.) alatti adatok " hullámszámkülönbségek ". Jelöljük az elsőt Δ_ν^* -el, a másodikat Δ_ν - vel, akkor:

$$\begin{aligned} \Delta_\nu^* &= c \cdot \Delta_\nu \\ &= 0.293 \cdot 3 \cdot 10^{10} \text{ sec}^{-1} \end{aligned}$$

A szükséges adatok még :

$$m = 8.988 \cdot 10^{-28} \text{ g}$$

$$e = 4.77 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}$$

$$h = 6.55 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2 \text{g sec}^{-1}$$

$$R = 3.27 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1} \quad 22.)$$

-22- Sommerfeld: i.m. 476.o. 15 a, 13, 14 ;
III. Aufz. 266.o. 18. aatti adatok.

A $\delta Z)_{\text{be}}$ bevaló helyettesítés után :

$$\mathcal{L}_0 = 1.142 \cdot 10^{-13} \quad 89.$$

amely a $\delta Z)$ alattival nem egyezik meg. Ez természetes dolog, hisz a relativitás elméletével levezetett $\Delta \nu$ értéke más, mint a tapasztalat szerint, tehát a két uton talált $\mathcal{L}_0$ értékeknek is különböznie kell. Ha tehát $\mathcal{L}_0$ -t $\delta Z)$ alattinak választjuk, elméletileg letudjuk vezetni a $\mathcal{H}$ szinképét, dublettávolságát; viszont az is igaz, hogy, ha $\mathcal{H}e^+$ -ra akarnánk áttérni ismét eltéréseket tapasztalnánk az elméletileg nyert és a kísérletileg talált eredmények közt. Ennek az az oka, hogy az új atom - és szinképelmelet még nem teljes és ezen a ponton is kiegészítésre szorul.

De térjünk vissza tulajdonképeni tárgyunkhoz. Válasszuk meg $\Delta \nu$ -t úgy, amint

a relativitás elmélettel kiszámítható ,
akkor természetesen $\mathcal{C}_0$ -ra ugyanazt az ér-
téket nyerjük, mint a 82.) alatti . /:Ez
természetes, hiszen Sommerfeld²³ szerint

$$\Delta\nu = \frac{R\alpha^2}{16}$$

és 83.) -ből

$$\Delta\nu = \frac{\mathcal{C}_0 h R^2}{4e^2}$$

amely egyenletekből következik, hogy :

$$\mathcal{C}_0 = \frac{e^2}{2 m c^2}$$

mint 81.) alatt:/ Ezzel a $\mathcal{C}_0$ -lal természe-
tesen úgy a $\mathcal{H}$,mint az $\mathcal{H}e^+$ dublettre
általában az elméletben előforduló eredmé-
nyekre ugyanazt nyerjük, mint amit a rela-
tivitás elmélettel le lehet vezetni. Csak
egy pontban van eltérés: a mi korrekciós-
tagunk:

$$\frac{4\mathcal{C}_0 h R^2 x^4}{(n+n_1)^4 e^2} = \frac{\alpha^2 R^2 x^4}{(n+n_1)^4}$$

---23.---

Sommerfeld: i.m. 427 o. 1 egyenlet.

épen négyszerese a Sommerfeld féle relati -
vitási korrekciónak²⁴. Erre azonban csak any-
nyi megjegyzésünk van, hogy ez a tag oly kicsi,
hogy annak még négyszerese sem okoz számba -
vehető eltérést a mi, és a Sommerfeld - féle
eredmények közt. Különböztetve azt előre is je -
leztük, hogy egyes állandók, vagy eredmények
közt eltérések lehetnek az általános alakú
elmélet speciális esetei közt. A fontos itt
is csak az, hogy a relativitási korrekciónak
megfelelő korrekciós tagot a mi eljárásunk
is szolgáltatott.

15/ ÖSSZEFOGLALÁS.

Ahhoz, hogy a $\mathcal{H}$, illetőleg a $\mathcal{H}$
hez hasonló szerkezetű atomokkal bíró elemek

---24.-----
Sommerfeld: i.m. 421.o. szerint:

szinképeit elméletileg levezethessük , szükségünk volt a következő feltételekre :

A $\mathcal{H}$., illetőleg a $\mathcal{H}$ - hez hasonló szerkezetű atomokkal bíró elemek /pl

$\mathcal{H}e^+$ /atomja áll a M tömegű és e töltésű atommagból és m tömegű e töltésű elektronból ; közöttük elektromos vonzóerő lép fel, amely Coulomb törvénnyével fejezhető ki. Persze valamely elem atomjait alkotó atommagok, illetőleg elektronok egyenlő tömegűek és töltésük is egyenlő.

Az atom tömegközéppontja helyét nem változtatja, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

Fennállanak az u.n. quantumelméleti feltételek; a quantumszámok csak pozitív, valós és véges egész számok lehetnek s külön említettük, hogy

$$n = 0$$

nem lehetséges.

A dolgozat második részében foglalkoztunk a szinképvonalak szerkezetével. E végből az előbbi feltevéseket csak annyiban módosítottuk, hogy a Coulomb féle erőhöz még egy, a távolság harmadik hatványával fordított arányos korrekciós tagot vettünk fel; ezáltal csaknem minden eredményt, amit a legújabb atomelméletben a relativitás elméletével számitanak ki, levezettünk.

Sőt felírtunk egy általánosabb alakú potenciáltételt, amellyel szintén lehet vezetni az egyes eredményeket. Ennek kapcsán kimutattuk, hogy a relativitás elméleténél egyszerűbb az a feltétel, amelyet az előzőkben részleteztünk.

Tehát a szinképvonal és atom elmélet egyes kérdéseinek -amilyenek pl.

az elektronok pályájának " perihelium " mozgása ; a szinképvonalak strukturája ; az elektronok esetleges spirális mozgása; a röntgen szinkép egyes részletkérdései stb. megmagyarázására nincs szükség a relativitás elméletére, megmagyarázhatók azok a " klasszikus " fizikával is.

T A R T A L O M :
=====

1/	Alaphipotezisek	1. o.
2/	A pálya egyenlete	2. o.
3/	Quantumelméleti feltételek.....	9. o.
4/	Az elektronpályák alakja	12. o.
5/	A quantumszámokra vonatkozó feltételek	13. o.
6/	Az elektronpályák adatai	16. o.
7/	Az elmélet alkalmazása	25. o.
8/	Az elmélet kibővítése	34. o.
9/	A quantumelméleti feltételek alkalmazása	37. o.
10/	Az elektrompálya alakja	39. o.
11/	A feltétel általánosítása	42. o.

12/ Az általános alakú feltevés speciális esetei	46.o.
13/ Az általános alakú feltevés egy érdekes esete	63.o.
14/ A szinképvonalak szerkezete, <u>2</u> meghatározása	72.o.
15/ Összefoglalás	85.o.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

E R 5703/1952 GY SZ