

Contents

1	PhD értekezés tézisei	2
1.1	Problémafelvetés	2
1.2	Az értekezés célja	2
1.3	A probléma megoldására tett lépések	3
1.4	A probléma okai, lehetséges kiutak	3
1.4.1	A matematikaoktatás tartalmi megújítása	4
1.4.2	A számítógéppel segített oktatás	5
1.4.3	A hallgatók aktív részvétele	5
1.4.4	MacTutor projektek	6
1.5	A projektmódszer használata a Miskolci Egyetemen	7
1.5.1	A projektmódszer bevezetésének célja	7
1.5.2	A projektmódszer alkalmazása	7
1.6	Konklúziók	8
2	The thesis of the PhD dissertation	10
2.1	Formulating the problem	10
2.2	The aims of the dissertation	10
2.3	Measures undertaken by universities	11
2.4	The root of the problem, and possible solutions	11
2.4.1	Renewal of the content of Mathematical teaching	12
2.4.2	Computer aided teaching	13
2.4.3	Active participation of students	13
2.4.4	MacTutor projects	14
2.5	The usage of the project method at the University of Miskolc	15
2.5.1	The aim of introducing the project method	15
2.5.2	The application of the project method	15
2.6	Conclusions	16
3	Hivatkozások	18

1 PhD értekezés tézisei

1.1 Problémafelvetés

A matematikai ismeretek és képességek szintjének hanyatlása a mérnöki egyetemek hallgatóinak körében

A műszakilag fejlett államokban (Egyesült Királyságtól, Svédországon át akár Ausztráliáig) a mérnökképzésben érdekelték egyre növekvő aggodalommal tapasztalják azt, hogy a végzett mérnökök körében mennyire visszaesett a matematikai alpműveltség és a matematika alkalmazásának képessége.

Az Egyesült Királyság Matematikai és Alkalmazott Matematikai Intézete, az IMA 1995-ben kiadott jelentése szerint a frissen végzett mérnökök körében nem volt ritka az, hogy a hiányosságokat tapasztaltak a legszükségesebb matematikai elvek és fogalmak megértésének szintjén, ezek a mérnökök nem rendelkeztek a matematika hatékony mérnöki alkalmazásának képességével.

Az **Engineering Council** részére R. Sutherland és S. Pozzi által 1995-ben elkészített jelentés világosan fogalmaz: **"Egy soha nem látott aggodalom tapasztalható a felsőoktatásban dolgozó matematikusok, tudósok és mérnökök körében a mérnökhallgatók matematikai felkészültségét illetően."**

Ez az aggodalom majdnem az egész világra érvényes, és a jelentés szerint az akkori (1995) mérnökhallgató tudásszintje jóval alatta marad a 10 évvel azelőttinek. A jelentés óta sem javult helyzet, sőt inkább súlyosbodott, a matematikai tudásszint csökkenése folytatódott.

A változások magyarázatát a jelentés két okra vezeti vissza:

- a felvételi feltételek kiszélesedése, ami lehetővé teszi a szakiskolák végzettjeinek és más nem hagyományos iskolák diákjainak bekerülését az egyetemre,
- és az egyetemi oktatást megelőző oktatásban tapasztalt kedvezőtlen változások.

A hazai tapasztalat egy-két kivétellel ugyanezt tükrözi, amint az többször elhangzott a Miskolci Egyetemen, Gödöllőn szervezett matematikaoktatási tanácskozásokon, valamint a **Rátz László Vándorgyűlés Felsőoktatási Ankétján**, a Miskolci Egyetemen (2001) és Győrben (2002) is.

A jelenség nem csak a mérnökképzésre jellemző, mert például a **tudományegyetemek néhány természettudományi képzésben** a felvételi ponthatárok tekintetében az utóbbi években még a **műszaki felsőoktatást is alulmúlták**.

1.2 Az értekezés célja

Úgy tűnik, hogy a fentiekben vázolt folyamat, a matematikai alapismeretek szintjének a drámai csökkenése **egyre nagyobb felelősséget ró az alaptárgyak, és így elsősorban a matematikát oktatókra**.

Ez a felelőssége **egyrészt az, hogy** az érettségizett fiatalok munkanélküliségét enyhítő, felpuhított felvételi rendszerben a felsőoktatásba már bekerült hallgatókat megszűrje, és **továbbtanulni csak az arra alkalmasakat engedje**, másrészt viszont - és lehet, hogy ez a fontosabb - **a minimális előképzettségre alapozva használható ismereteket, tudást közvetítsen.**

Az értekezés **a mérnökképzés matematika oktatásának néhány aktuális kérdését tekinti át**, figyelembe véve az adott témában rendezett hazai és nemzetközi konferenciákon megismert eredményeket - pl. a **Teaching Mathematics for Engineering Students**, Miskolc, 1999 [57], a **10th SEFI-MWG European Seminar on Mathematics in Engineering**, Miskolc, 2000. [47], a **Unique and Excellent**, 29. Ingenieurpädagogik 2000, IGIP-Symposium, Biel, 2000, [67], vagy az **11th SEFI-MWG European Seminar on Mathematics on Engineering**, Göteborg, 2002.

A dolgozat a **teljesség igénye nélkül ismerteti a Miskolci Egyetem Matematikai Intézete oktatóinak a témához kapcsolódó tapasztalatát a műszaki felsőoktatás utóbbi évtizedében, részletesebben kitérve az értekezés szerzőjének eredményeire.**

1.3 A probléma megoldására tett lépések

Az európai műszaki egyetemek ezt a jelenséget tapasztalván, a **következő megoldásokkal próbálkoztak** és próbálkoznak jelenleg is, pl. a **SEFI - Mathematics Working Group (SEFI-MWG)** által kidolgozott **Mathematics for the European Engineer - a Curriculum for the twenty-first century** adatai szerint:

- **a matematikai anyag egyszerűsítése**, a bonyolult kérdések helyett az alapvető fogalmak és részben a középiskolai anyag ismétlésének a beiktatása - mindez a képzés színvonalának csökkenése mellett **a kiemelkedő teljesítményt mutató hallgatók számának a drasztikus csökkenését** eredményezte.
- a gyenge eredményt elérő **hallgatók szervezett felzárkóztatása**, külön szintrehozó órák beiktatása - ez viszont az óraszám és a hallgatói/oktatói terhelés növekedésével és nagyon **kevés eredménnyel járt, mivel az adott hallgatók terhelhetősége is alacsony volt.**
- matematikatanulást **segítő oktatási központok működtetése**, pl. Mathematics Learning Support Centre Loughborough University - de ezekben kiderült, hogy **a hiányosságokkal küzdő hallgatóknak egy rendszeres és átfogó ismeretpótlásra lenne szüksége**, nem lehetett itt-ott foltozni a hiányosságokat.

1.4 A probléma okai, lehetséges kiutak

Abból a feltételezésből indulhatunk ki, hogy a hagyományos oktatási tapasztalat önmagában kevés ezeknek a kérdéseknek a megoldására és szükség van olyan, a klasszikus oktatást kiegészítő, esetleg azt helyettesítő oktatási mód-

szerek bevezetésére, amelyek a megváltozott körülményeknek jobban megfelelnek.

A jelenlegi helyzet jelentős javulásához elvezethetnek az alábbi módszerek (együtt, vagy külön, esetleg továbbiakkal kiegészítve):

- a matematikaoktatás tartalmi újragondolása
- a számítógéppel segített oktatási módszerek elterjedése
- a hallgatók aktív bevonása az oktatás különböző szintjein - "Collaborative learning".

1.4.1 A matematikaoktatás tartalmi megújítása

Ez szinte állandó jelleggel napirenden van a mérnöki egyetemeken, hiszen minden kar igyekszik a képzését a változó igényekhez igazítani, nehezen elképzelhető egy "végleges változata", és általában nem egy személy dolgozza ki, hanem az oktatók csoportja. Ezirányban megemlíthető az utóbbi években a **programozó matematikus főiskolai szak akkreditálása és beindítása**, valamint a közgazdasági programozó matematikusi egyetemi szak akkreditálásnak előkészítése, amelyekben az értekezés szerzője tevőlegesen részt vett [71].

A **Bologna- Declaration** következményeként az egyetemek előbb- utóbb igen jelentősen átalakítják az oktatás jelenlegi formáit, és ez mély tartalmi változásokat is jelent majd a tananyag strukturálásában.

A matematika tárgyak tartalmi megújítása során talán a legfontosabb a **matematikai alapfogalmak helyes kialakítása**, az értekezésben erre néhány példán keresztül térünk ki. A mérnökképzés legfontosabb fogalmának a **függvény fogalmát** tekintve, az értekezés áttekinti a függvény fogalmának szerepét a mérnöki matematikában, és néhány szokatlanul tűnő alkalmazását, pl. sorozatok, vektorok, mátrixok, gráfok definíciójára.

A **mátrixok fogalmának bevezetésére, valamint a differenciálhánypados fogalomhoz vezető kérdésekre** gyakorlati példán keresztül tesz javaslatot az értekezés.

A mátrixoknak egy érdekes alkalmazása a **komplex számok és kvaterniók fogalmának bevezetésére** példa az izomorf struktúrák alkalmazására - a modellezés egyik lehetőségeként - matematika oktatásában.

A mérnökképzésben a matematikaoktatás **műszaki példákon keresztül a hallgatók nem csak a matematikai fogalmat, tételt, de annak gyakorlati alkalmazhatóságát is megismerhetik**, ezt az értekezés szerzője mérnök-kollegák oktatói tapasztalatából vett példák átdolgozásával szemlélteti.

A **logikus gondolkodásra nevelés, a helyes következtetések tanítása** szintén fontos eleme kell legyen a tartalmi átgondolásnak, az értekezésben erről is szó esik **az induktív úton történő, intuitív tanítás mellett érvelve**, (Az egész számok egy tulajdonsága c. projekt ismertetése során).

A **mérnökképzés egy fontos kérdése** az értekezés mottójául választott Walek idézetben rejlik, **"sohasem lehet tudni, hogy mikor lép valamely elvont mennyiségtani tétel a műszaki alkalmazás terére"**, ezért nem elhanyagolható az, hogy a mérnökhallgatóknak, ahol lehet, a matematika néhány

különleges fejezetéről is szóljunk. Az értekezés a matematika néhány elvontabb fejezetének a tanításáról, így az inverz félcsoport fogalmáról és a gráfok Euler útjairól, mint a műszaki egyetemi matematikaoktatásba illeszthető fejezetekről is szól.

1.4.2 A számítógéppel segített oktatás

L. Burton és szerzőtársai 1992-ben [61], valamint Mason 1994-ben [66] megállapításai szerint az munkáltatók, és főként a mérnököket alkalmazó munkáltatók hangsúlyozzák azt, hogy olyan munkavállalókat keresnek, akik megtanultak többek közt tanulni is, rugalmasak, jó problémamegoldó és elemző képességgel rendelkeznek, valamint csapatmunkára alkalmasak. **Az új technológiai eszközök fontosak, de bevezetésük a termelésben és a tanulásban is vitatható értékű, ha nem kísérik őket a szükséges változások a tanulás-tanítás és tudás ellenőrzése terén.**

Fontos, hogy a mérnökhallgatók rendelkezzenek azzal az alapos matematikai tudással, amely képessé teszi őket a számítógépes szoftverek tudatos alkalmazására, az eredmények helyes értelmezésére és ellenőrzésére.

A számítógépes oktatás különböző kérdéseinek **kutatása az utóbbi években fellendült**, a dolgozatban e témában a Miskolci Egyetemen különböző tanácskozáson elhangzó előadások tapasztalatát elemezzük

A téma **kutatása jelenleg is folyik többek közt** a Debreceni Egyetem Matematika és számítástudomány Doktori Iskola, Matematika- didaktika programjában [68]. A Miskolci Egyetem oktatóinak és az értekezés szerzőjének ezirányú tapasztalatát tükrözi pl. [62], [64], valamint [27], [31], [54].

Az értekezés szerzője azt a következtetést vonta le a saját tapasztalatából, **hogy a számítógéppel segített oktatási formák jó része az egyéni tanulásban illetve a kisebb létszámú hallgatócsoportok oktatásában alkalmazható aktív módszerekkel párosítva sokkal hatékonyabbak.**

A szerző véleményét (létszám és hatékonyság szorzata állandó) alátámasztja többek közt:

- A távoktatás, a szakemberek tapasztalata szerint, akkor a leghatékonyabb, ha 10-15 hallgató és a tanáruk egymástól távol ugyan, de egyidőben ül a gépek előtt, és "együtt" tanul.

- A számítógépes szoftverek alkalmazásának kutatása a matematikaoktatása terén is igazolja, hogy a számítógéppel segített oktatás kisebb létszámú csoport esetén hatékonyabb [68].

1.4.3 A hallgatók aktív részvétele

A dolgozat egyik fő célja az aktív tanulási módszerek közül a projekt módszernek a részletesebb leírása, a témához kapcsolódó **Using Computer Algebra c. TEMPUS együttműködés** [27], [13], és az **Active Methods in Teaching Mathematics**, azaz **Aktív módszerek a Matematika oktatásában c. CEEPUS hálózati tevékenység** [60], valamint a szerző

saját munkája során szerzett tapasztalatai alapján pl.: [32], [36], [37], [17], [39].

A régebben végzett hallgatók véleménye azt igazolja, hogy az egyetemen, főiskolán tanult matematika ismeretek tárgyi tudás részének csak kis hányadát használták, de munkájuk során a matematikatanulás közben kialakított logikus gondolkodásnak vették igazán hasznát.

A matematikaoktatási, a logikus gondolkodásra nevelés és a matematikatörténet összekapcsolása a Mathematical MacTutorban valósul meg. Ez a matematikai szoftver merőben eltér a megszokott computer algebra szoftverektől, mivel főleg a matematika oktatása szempontjából különlegesen fontos fejezetek vizualizálásával foglalkozik, ugyanakkor tartalmaz egy nagyon részletes, interaktívan is használható matematika történeti részt, a MacTutor History of Mathematics-t.

A MacTutor programcsomag ugyanakkor lehetővé teszi a **projektmódszer** alkalmazását az oktatás hagyományosnak mondható formái kiegészítéseként. 1994-96 között az értekezés szerzője a St Andrews-i Egyetemen a MacTutor fejlesztésén dolgozott, majd 1996-ban a TEMPUS-IMG-95-H-2019 sz. program vendégtanáraként egy szemeszteren keresztül oktatta a **MacTutor Projects** című tárgyat. Ezalatt dolgozta ki a matematikai MacTutor programcsomag rövidített **magyar változatát**, a **Hungarian MacTutort** [55], amelyet azóta a Miskolci Egyetemen kisebb hallgatócsoportokkal használ [27], [32], [38].

A **magyar változatnak** az a célja, hogy azok a hallgatók, akik angolul gyengébben vagy semmit sem tudnak, anyanyelvükön megismerkedhessenek a programcsomag működésével és így képesek lehessenek akár a program egészének használatára is.

Külön érdekessége a **Mathematical MacTutornak** a **Special Curves** című fejezete, ami az interneten is elérhető, és akár interaktív módon **mintegy 70-80, a műszaki oktatásban is gyakran használt görbetípus tanulmányozását teszi lehetővé**.

1.4.4 MacTutor projektek

A **MacTutor projektek oktatása** arra irányította a szerző figyelmét, hogy a matematikaoktatás hagyományos módszereinek milyen egyszerű eszközökkel növelhető meg a hatása. A szerző kidolgozott több olyan **projektet**, amit a St Andrews-i Egyetemen, majd a Miskolci Egyetemen is használt [27], [16], [38], és az a tapasztalat, hogy több fejezet megértése sokkal gyorsabbá vált ezen az úton.

A MacTutor segítségével olyan fejezetek, mint a sorok konvergenciája, függvények közelítése Taylor polinom segítségével, vagy a határozott integrálok közelítő számítására használt módszerek összehasonlítása sokkal világosabban, alaposabban megérthetők. A szerző az **angol nyelvű MacTutor programot és a hozzákapcsolódó MacTutor projecteket** a Miskolci Egyetemen közvetlenül is hasznosítani tudta az angol nyelvű oktatásban, ahol az első három félév anyagának tanítása közben a hallgatóknak a legnehezebben érthető fejezeteket MacIntosh számítógéppel szemléltetve oktatta. Kis létszámú cso-

portról volt szó, tehát a két, használatban lévő, MacIntosh számítógépet a hallgatók aktívan használhatták, sokszor órákon kívül is.

A program lehetővé teszi azt, hogy az interaktív használat révén a hallgató egy feladatot, pl. az inga mozgását, annak vizuális tanulmányozása után, a mozgás egyenletével, és a hozzátartozó másodrendű differenciálegyenlet megoldásával együtt, egy egységes formában láthasson, és kísérletezhessen, a megoldást saját adatainak bevitelével módosítva.

Az Aktív módszerek a matematika oktatásában c. CEEPUS hálózat tevékenysége során az angol nyelvű MacTutor projekteket több ízben is használtuk a vendéghallgatók képzésének a kiegészítésére valamint a 2003 júliusában lezajlott CEEPUS Nyári egyetemen.

1.5 A projektmódszer használata a Miskolci Egyetemen

1.5.1 A projektmódszer bevezetésének célja

A MacTutor projekteket Miskolcon a MacIntosh gépek kis száma miatt **nem tudtuk nagyobb számú hallgatóval használni**. Bizonyos fejezetek MacTutorral történő szemléltetésére kivetítést használtunk, de így nem érvényesülnek a szoftver előnyei, az egyénre szabott aktív, kísérletező jellege. Ekkor merült fel az ötlet, hogy **megtartva a MacTutor projektek előnyeit**, dolgozzunk ki a hallgatók számára **néhány olyan , ún. "papír-ceruza" projekt ötletet, ami kapcsolódik az oktatott anyaghoz, de amihez a hallgató saját munkájával hozzájárulhat.**

A projekt módszert, ami tulajdonképpen a "learning by doing" elvet valósítja meg a matematikaoktatásban, egy másik elv, a "deeper understanding by explaining" elve egészíti ki, mivel a hallgatók be is mutatják társaiknak a kidolgozataikat, és ez szükségessé teszi az adott anyagrész sokkal mélyebb megértését, a hallgató nem "csak" megérti, de meg is tudja értetni másokkal.

Nem lebecsülendő a kidolgozatok bemutatásával szerzett tapasztalat, és a verbális képességek ilyen módon történő fejlesztése.

1.5.2 A projektmódszer alkalmazása

A dolgozatban a projektmódszer alkalmazásának eddigi tapasztalatai [36], [39], [37], [38], [17], mellett **kitérünk néhány sikeresebb kidolgozat részletesebb ismertetésére, kiemelve azokat a további lehetőségeket, amelyek a projektmódszertől várhatók.**

A projekt módszernek ezt a sajátos megvalósítását az is segítette, hogy a miskolci Földes Ferenc és Herman Ottó Gimnáziumban oktató kollegákkal az utóbbi 10-12 év alatt szorosan együttműködve a Miskolci Egyetem Matematikai Intézetének szervezésében létrejött egy tehetséggondozási forma középiskolás diákok számára, a **Matematikai Önképzőkör**.

Ez volt a projektmódszer kidolgozásának kísérleti terepe, ahol a matematika olyan fejezeteit ismertetjük meg a diákokkal, amelyek a középiskolai oktatáson túlnőnek, de amikre nincs idő az egyetemi oktatás alatt, bár

néha nagyon hasznosak, pl. gráfok, fraktálok, lánc törtek. Fontos az, hogy a résztvevő diákok előadták, elmagyarázták társaiknak az adott fejezetet, másoknak magyarázva újra strukturálódik az adott kérdéskör, ezt nevezzük a dolgozatban a "deeper understanding by explaining" elvnek, az irodalomból ismert "learning by doing" elnevezés mintájára.

A **Matematikai Önképzőkörben**, amelyet az **Oktatási Minisztérium A Miskolci Egyetem együttműködése középiskolákkal a tehetséggondozásban c. pályázaton** keresztül támogatott [70], lehetővé vált a két oktatási forma közti átmenet bizonyos problémáinak (tanulási módszerek egyoldalsága) a feltárása is.

1.6 Konklúziók

A középiskolai oktatás csökkenő színvonala dacára egyre **több olyan oktatási forma jelenik meg amelyekben a matematika hangsúlyosabb szerepet kap.**

A hallgatók tanulási motivációja csökken, ezt az oktatási formák bővítésével lehet részben kezelni.

Európa, sőt az egész világ szerte elindult **egy standardizálási folyamat**, ez jól követhető a CORE CURRICULUM-ban is.

Szakmák, szakirányok tűnnek el, mások meg gombamód szaporodva jelennek meg, a feltételrendszerek, elképzelések sokasága, amelyeknek egy része sajnos kidolgozatlan, átgondolatlan. Gyakori a menet közben korrigálás.

A piacorientáltság kiszolgáltatottá teszi az oktatást.

A mérnökhallgatók **matematikaoktatásának főbb céljai** levezethetők **a mérnöki tárgyak oktatóinak, és az egyetem utáni alkalmazásoknak, a felhasználói oldalon igényeiből.** Fontos az oktatás folyamatához szükséges a matematikai ismeretek koherens részhalmazának kiválasztása, elsősorban a megtaníthatóság szempontjából, az oktatás-tanulás alkalmazható módszereinek széleskörű ismerete és fontos az hallgatók képességeinek megismerése, **az előzetes tudásszint felmérése.**

Fontos, hogy a hallgatók kialakíthassák **saját munkastílusukat**, és ehhez meg kell adnunk minden segítséget.

A hallgatóknak meg kell tanulniuk TANULNI. Az egyetemi tanulási stílus kialakításában is **jelentős lehet a projekt módszer alkalmazása, annak másodlagos hatása.**

Igen lényeges az oktatási folyamat felépítése, az egymásra épülő kérdések alapos ismerete. A fogalmak pontos megadása, a tételek világos, tömör megfogalmazása.

Az oktatásra fordítható idő jobb kihasználására mindannyian valamilyen módszerrel igyekszünk a **tételek bizonyítása helyett legalább azok szemléltetését, megértését, alkalmazhatóságát megmagyarázni.** Erre adhat lehetőséget egyebek közt a **matematikatörténeti szempontok hangsúlyosabb érvényesítése, a számítógépes szemléltetés, a modellek, vagy az ellenpéldák.**

Nagyon fontos a matematika oktatásában keresni az adott műszaki tudományok főbb kutatási területén történő alkalmazások leírását, megismertetését. Fontos az elméleti tételek és a számítások eredményeinek értelmezése. Nem csak a számítási technika begyakorlása, de a kapott eredmények helyes értékelése is hozzátartozik a tanulástanítás egységéhez.

Napjainkban fontossá válik a módszerek pontossága mellett azok gyorsasága is.

A hallgatók önálló munkára nevelése olyan szoftvert és számítógépes hátteret igényelne, ami pillanatnyilag csak részben áll a hallgatók rendelkezésére. Egy erre a célra alkalmas programcsomag a **Mathematical MacTutor**, aminek korlátlan felhasználói jogával rendelkezik a Miskolci Egyetem Matematikai Intézete, és ehhez kapcsolódik, mint egy külön lehetőség, a magyar változat, ami szintén elérhető és alkalmazható.

A **MacTutor** projektek módszerét kiterjesztve a hallgatók számára kidolgozott aktív módszerek alkalmazásával, a kisdolgozatok megírásával, és bemutatásával a hallgatók mélyebben megérthetik az oktatott anyagot, és a tudásuk alkalmazhatóságáról is visszajelzést kaphatnak.

A tapasztalat az, hogy a projektmódszernek a dolgozatban ismertetett formája jól alkalmazható a hallgatók aktivizálására, a tanulás folyamat ezáltal az oktató és hallgató együttműködésévé válik. Azáltal, hogy a hallgatók kisdolgozataikat bemutatják társaiknak, több hasznos célt is megvalósítanak. Alaposabban, mélyebben el kell sajátítaniuk a kérdéses fejezetet, és meg kell találniuk azt a módot, amivel társaiknak is érdekessé tehetik annak megértését. **Megnő a hallgatók motiváltsága, a kiselőadásra készülő hallgatóké és a többi hallgatóé egyaránt.** A hallgatótársak, amellet, hogy egy új szempontból látják az adott kérdéskört és annak alkalmazásait, szembesülnek azzal az érzéssel, hogy mindezt egyik hallgatótársuk mondja el, és ráébrednek arra, hogy ez nekik is sikerülhet. Fontos tehát az, hogy a kisdolgozataikat a hallgatók bemutassák, ezáltal a **verbális képességeik és készségeik fejlődnek.**

A mérnökképzésben a **projektmódszer**, és különösen a kiscsoportos projektmódszer alkalmazása eredményesen készítheti fel a hallgatót a diplomamunkánál elvárható **önálló tanulásra, kutatásra**, és a "team work" a **csapatmunka módszereinek megismerésére.**

2 The thesis of the PhD dissertation

2.1 Formulating the problem

The Decline of Mathematical Knowledge and Skill of Engineering Students

There is a growing concern in the engineering communities of many technologically advanced countries, including Australia, Sweden and the United Kingdom, that too many graduate engineers are deficient in their mathematical knowledge base and mathematical skills.

The UK Institute of Mathematics and its Applications issued a report in 1995 expressing this concern. The engineers were perceived to lack the necessary understanding of important mathematical concepts and ideas, the ability to manipulate mathematics efficiently, and thus the facility for applying their mathematics in the engineering context.

R. Sutherland, and S. Pozzi reporting for the Engineering Council, in 1995 stated: **“There is unprecedented concern amongst mathematicians, scientists and engineers in higher education about the mathematical preparedness of new undergraduates”**.

This concern is almost universal around the world. They reported that the majority of engineering lecturers surveyed said that the mathematical knowledge of first year undergraduate engineers is weaker and more variable nowadays than it was 10 years ago. The situation has not changed since, but the decrease of mathematical knowledge continued even further.

They identified two main reasons for these changes:

- the broadening of university entrance requirements to enable students to enter through vocational or other non traditional routes; and
- curriculum changes in the students' pre-university education.

Our colleagues teaching in Hungarian universities reported similar experience in meetings held at Miskolc (1999, 2000), Gödöllő (2000), and in the Higher Education Section of the Rátz László Meeting of Mathematics Teachers at Miskolc (2001) and Győr (2002).

The phenomenon does not characterise the Engineering education only. The results of students entering some of the Natural Science faculties of universities were even lower in the past few years.

2.2 The aims of the dissertation

It seems that the above indicated problem, the dramatic decline of mathematical knowledge and skill of engineering students is leading to the increasing responsibility of those teaching mathematics to engineers.

This responsibility has got at least two faces. First the need to address the recruitment problem and selecting the students entering the university with abilities to finish their studies.

Second – and this is nonetheless important – to offer the necessary mathematical knowledge, based on minimal background preparedness.

The dissertation is an overview of some of the actual problems in the teaching of Mathematics in Engineering, taking into account the experience of national and international conferences in the subject – e.g. Teaching Mathematics for Engineering Students, 1999 Miskolc [57], the 10th SEFI- MWG European Seminar on Mathematics in Engineering, Miskolc, 2000 [47], the Unique and Excellent, the 29th IGIP- Symposium Ingenieurpädagogik 2000, Biel [67], or the 11th SEFI- MWG European Seminar on Mathematics in Engineering, Göteborg, 2002.

We will sum up the teaching experience in technical higher education of members of the Institute of Mathematics of the University of Miskolc and we will detail the related results of the author.

2.3 Measures undertaken by universities

European technical universities have not been unaware of these problems and a range of measure have been taken to address them. These measures include:

1. **reducing syllabus content, replacing some of the harder material with more**
- revision (or, for some students, vision) of lower level work;**
2. **developing additional units of study;**
3. **establishing mathematics support centres;**

Each of these measures has its own disadvantages. Reducing syllabus content may help the weaker students to pass; however, removing more advanced material disadvantages the more able students who become less well-prepared for the more advanced and more analytical parts of their engineering study.

The use of additional units of study to cover basic material means that there is no need to remove some more advanced material from the curriculum. However, this approach has a number of practical difficulties. Ideally the basic material should be covered before the "standard" mathematics course is started, but there is no time for this.

Mathematics support centres are outside the formal taught course structure. They provide students experiencing difficulties with supplementary resources and additional tuition.

However, those working in such centres know that this approach does not reach the root of the problem.

The less well-prepared students need a systematic programme of study in order to give them a coherent body of mathematical knowledge rather than one riddled with gaps.

2.4 The root of the problem, and possible solutions

We may start accepting that the classical way of teaching is not enough to face the present situation, and they must be supported by new, different teaching

methods facing the changes and expectations.

The following may remedy the present deficiencies:

- **Analysis and renewal of syllabus content**
- **Extending the use of computer based methods for teaching**
- **Introducing collaborative learning forms to increase the students' participation in the teaching process.**

2.4.1 Renewal of the content of Mathematical teaching

This measure has constantly been on the agenda of technical universities as every faculty tries to keep pace with the changing demand. This is why a “final version” can hardly be found. Also the renewed syllabi are usually the product of several people or a team of experts. In this respect, mention must be made of the launching and accreditation of the 3 year course in computer science as well as the economist programmer mathematician, which is a 5 year course recently accredited, ready to be started in September 2004. The author of the dissertation has participated in the preparatory work for both.

In consequence to the Bologna Declaration universities will necessarily introduce drastic changes in their present day educational profile. This will also mean significant changes in the content of the courses.

In the renewal of subjects within mathematics one of the most important step is the proper formulation of basic concepts of mathematics. The dissertation will throw light on this through some examples. Regarding the concept of function to be the most important in engineering training the dissertation will discuss the role of function in mathematics for engineering and some of its seemingly unusual usage, e.g. the definition of sequences, vectors, matrices and graphs.

The dissertation will suggest the introduction of the concept of matrices and the questions leading to differential quotients with the help of some practical examples.

The usage of matrices for the introduction of complex numbers and quaternions is an interesting example for the application of isomorphic structures as one possibility for modelling, within the teaching of mathematics.

The technical examples will enable the students to familiarise themselves both with the mathematical concepts, theorems and their practical application. The dissertation will give examples for this on the basis of the teaching experience of engineering colleagues.

The concept centred renewal must concentrate on the training of logical thinking and appropriate deduction. The dissertation will argue for inductive-intuitive teaching in this respect (see the discussion of the project “One characteristic of integers”)

A significant issue in engineering education is articulated in the quote from Walek, which was chosen as the epigraph to the dissertation: “ **One never knows when some abstract theorem of arithmetic will be introduced in technical application**”. This is why students must get familiar with some special chapters of mathematics. The dissertation will discuss the teaching of some of the abstract chapters of mathematics, such as the concept of inverse

semigroups and the Eulerian paths for graphs as chapters that can be introduced in engineering education.

2.4.2 Computer aided teaching

Authors like Burton et al, 1992 [61], and Mason, 1994 [66] conclude that employers of all graduates, but in particular employers of engineering graduates, are emphasising the need for employees who have learnt how to learn, are flexible, have good problem solving and analytical skills, and have the ability to work as team members. New technologies are having a significant impact but their introduction both at the workplace and in the classroom or lecture theatre can lead to the uncritical use of tools without accompanying changes in understanding about learning and, consequently, teaching and assessing needs.

It is important for the engineering students to have a thorough mathematical knowledge which enables them to become conscious users of software and to properly understand and check the results.

Recent years have seen an increased interest in the research of computer aided teaching. The dissertation will discuss the various experiences presented in several papers at conferences organised by the University of Miskolc.

Research in this topic is presently done, among others, within the Mathematics-Didactics Programme of the School of PhD studies in Mathematics and Computer Science of Debrecen University [68]. The dissertation presents the experience of lecturers of Miskolc University and those of the authors of papers in the field e.g. [62], [64], [27], [31], [54].

The author has come to the conclusion, based primarily on his own experience, that the majority of teaching methods aided by computer can be most effective in tutorial groups of relatively few participants, and especially when these are conjoined with active methods.

The author's opinion (the product of the number of participants and the efficiency coefficient is constant) has been proven by conclusions like:

- Distance learning, according to experts in the subject, is most effective when 10-15 students and their teacher are sitting in front of the computer at the same time though far away from each other, thus learning "together"
- The research in computer software applications has proved that it is most efficient in the teaching of mathematics in case of smaller groups [68].

2.4.3 Active participation of students

One of the primary aims of the dissertation was to analyse and describe the "project method" as an active way of learning on the basis of the experience of "Using Computer Algebra" Tempus co-operation [13], [27] and the "Active Methods in Teaching Mathematics" CEEPUS networking activity [60], as well as the author's own experience, e.g. [33], [36], [37], [17], [39].

The opinion of students who graduated some years ago reveal that they only make use of a part of their knowledge of mathematics gained during their university education. However they make excellent use of their logical thinking acquired by learning mathematics.

It is Mathematical MacTutor which combines the teaching of mathematics with the training of logical thinking and some aspects of the History of Mathematics. This mathematical software is completely different from the usual computer algebra software as its main objective is visualise those chapters of mathematics which are especially important for the aspect of teaching. As the same time it has a part dealing with the history of mathematics, the MacTutor History of Mathematics. This especially detailed chapter can be used in an interactive way and it is accessible on the internet as well.

MacTutor makes it possible to use the “project method” in addition to the traditional teaching methods. The author of the present dissertation was working at St Andrews University on the development of MacTutor between 1994-96, while in 1996 he was teaching MacTutor Projects during one semester as visiting lecturer within the framework of TEMPUS- IMG-95-H-2019 programme. During this period **the author developed a shorter Hungarian Version of the MacTutor, the Hungarian MacTutor [55], which since has been in use at the University of Miskolc for smaller groups of students [27], [32], [38].**

The aim of the Hungarian version is to enable students who do not have “good English” to get acquainted with the programme in Hungarian language and to be able to use the whole programme.

A special feature of the Mathematical MacTutor is its chapter “Special Curves”, which is available on the Internet and provides opportunity for the study of some 70-80 frequently used curves in an interactive way.

2.4.4 MacTutor projects

The teaching of MacTutor projects has directed the author’s attention to the fact that simple methods can increase the efficiency of traditional teaching of mathematics. **The author has developed several projects which have been used at St Andrews University and Miskolc University [27], [16], [27], and has come to the conclusion that several chapters could be understood much more quickly in this way.**

Chapters like the convergence of sequences, the approximation of functions with Taylor polynomial, or the comparison of the methods for numerical calculating of definite integrals are much clearer and can be understood better. The author could make good use of MacTutor programme and the related MacTutor projects at the University of Miskolc in the English language teaching programme. During the first three semesters the author used the MacIntosh computer to teach the undergraduates the most complicated chapters. This meant a small group of students where the students could actively use the two MacIntosh computers, which were available in their free time, too.

The programme though its interactive use makes it possible for the students

to see one task in a uniform way and make his own experiments by modifying the solution with his own data; e.g. the movement of the pendulum can be studied visually together with its differential equation order two.

During the CEEPUS network “Active methods in the Teaching of Mathematics” coordinated by the author, the English language MacTutor projects have been used in several times as an additional method for the teaching of visiting students, e.g. in Computer Algebra Driving License Summer University organised in July 2003 at Miskolc.

2.5 The usage of the project method at the University of Miskolc

2.5.1 The aim of introducing the project method

Owing to the limited number of MacIntosh computers MacTutor projects could not be taught for a great number of students at Miskolc University. For some chapters we used a projector, although the advantages of the software were not apparent in this usage; e.g. its individual experiment enhancing character. **It was at this time that overcame the idea of elaborating some so-called “paper and pencil” projects for the students which is related to the taught course and can be extended by each student individually.**

The project method, which, in fact, realises the principle of “**learning by doing**” in the teaching of mathematics, can be supported by another principle, the “**deeper understanding by explaining**”. In this phase the students present their project work to their groupmates, which makes them to familiarise their own work more deeply, so that they could make their groupmates understand it, too.

The experience gained through the presentation of the project work is duly significant in the development of their verbal skills, too.

2.5.2 The application of the project method

In addition to the experiences of the application of the project method [36], [39], [37], [38], [17], the dissertation will discuss some of the more successful project works in detail emphasising further possibilities of using the project method.

The special application of the project method was further supported by the establishment of the Self- Made Mathematics Group in the co- operation of the teachers of two secondary schools in Miskolc, Földes Ferenc Secondary Grammar School, and Herman Ottó Secondary Grammar School and the Institute of Mathematics of the University of Miskolc. This organisation aims at the development of talented secondary school pupils. **This was the experimental field for the development of the project method**, where pupils get acquainted with chapters of mathematics which are beyond the scope of secondary mathematics, but are hardly covered in the university syllabi due to time limitations, e.g. graphs, fractals, continued fractions. It was very important that

the participating students presented the given chapter to their groupmates and while explaining the questions they have restructured the whole issue in their mind. This is what the dissertation calls “deeper understanding by explaining” – principle introduced based on the example of the “learning by doing” principle.

The **Self- Made Mathematics Group**, which was supported by the Ministry of Education in the project “The co-operation of the University of Miskolc with secondary schools in the development of talented pupils” [70], made it possible to reveal some problems (one-sidedness of learning methods) between the interchange of the educational levels.

2.6 Conclusions

Despite the falling level of secondary teaching more and more educational forms appear in which mathematics is given a more dominant character.

The motivation of students to study is reducing which can be handled only by introducing newer methods.

A process of standardisation has started all over the world and in Europe, which can be seen in the CORE CURRICULUM.

New trades and specialisations are disappearing, while others seem to grow out from nowhere. The systems of conditions seem to be rather hectic. Often they get changed and modified after the phase of introduction.

Market- orientation makes education vulnerable.

The major objectives of teaching of mathematics for engineering students can be seen in the demands of the lecturers in engineering subjects, the post-university applications and the consumers’ demands. It is important to select a coherent part of mathematical knowledge, which can be well taught. It is similarly important to know a wide range of methods of teaching – and – learning and to get acquainted with students’ abilities, the testing of their prior knowledge.

It is important for the students to be able to formulate their own working method. For this they must be provided help.

Students must learn how to study. The application of the project method can be very important in their university studies together with its secondary effect.

The structure of the teaching process is very important as well as a thorough knowledge of questions based on each other. Concepts must be defined clearly as well as the clear and brief definition of theorems is important.

In order to handle the time available for teaching and for efficiency we all try to demonstrate theorems and explain their applicability instead of their proof. This is what is made easier by emphasising the aspects of the theory of Mathematics, the computerised demonstrations, the models and the counter-examples.

It is important to find the description and discussion of technological applications in the teaching of mathematics.

It is important as well to interpret the theoretical part and the results of the calculation.

The unity of teaching- learning, however includes the proper evaluation of the results in addition to the practice of the calculation technique.

Nowadays the speed of the methods have become as important as propriety.

Teaching the students how to work independently would need such software and hardware background which is only partially available. One of such programme packages which is suitable for teaching independent usage is Mathematical MacTutor. The Institute of Mathematics of the University of Miskolc owns the unlimited site licence for it, as well as the connected Hungarian version is available and can be used similarly.

Expanding the method of MacTutor projects, and adding the active methods developed for the students together with the preparation and presentation of project work would lead to the students' understanding the material better and could get feedback about the applicability of their knowledge.

In our experience the form of project method discussed in the dissertation can be used well for activating the students. Thus the process of learning will become the co-operation of teacher and student (collaborative learning). Students can realise several aims by presenting their projectwork. They have to understand better and familiarise themselves properly with the chapter in question and have to find the way to make their topic interesting for others. The motivation of the students will increase; both those presenting their project work and those listening to the presentation. The groupmates act under influence of their peers; they learn from success of their colleagues. This is why the presentation of the projectwork is important, in addition to the development of their verbal skills and abilities.

The project method used in engineering education can prepare the students for independent work, especially when used individually or in small groups, which is expected at the phase of their diploma work. It is also useful for getting acquainted with the methods of "team work".

3 Hivatkozások

References

- [1] Körtesi P.; Szigeti J.: *On permanental polynomial identities over matrix rings*, Communications in Algebra vol. 22, No.1., (1994), 159-171
- [2] Körtesi P.: *About some separation axioms in semitopological inverse semigroups*, Recherche di Matematica, vol. 45 (1995), 1, 11-17
- [3] Körtesi P.: *Some separation axioms in topological inverse semigroups*, Topology Proceedings, vol. 22. -the Proceedings of the 12ths Summer Conference on General Topology and its Applications, 1997, North Bay, Canada.201-210
- [4] Körtesi P.; Szigeti J.: *The adjacency matrix of a directed graph over the Grassmann algebra*, in: Huynh,D.V.(ed) et all., Algebra and its Applications, Proceedings of the international conference Athens, Ohio,USA, March 25-28., 1999, Providence, AMS Contemporary Mathematics 259., 319-321.
- [5] Körtesi P.: *Some Applications of Integral Sums*, Creative Mathematics, (12) 2003, NUBM, 1-5.
- [6] Körtesi P., Radeleczki S., Szilágyi Sz.: *An application of partial orders*, International Conference on Computer Science, MicroCAD, Miskolc University, March 2004, 65-69.
- [7] Körtesi P., Radeleczki S., Szilágyi Sz.: *Congruences and isotone maps on partially ordered sets*, Mathematica Pannonica, **16**/1 (2005), 39-55.
- [8] Körtesi P.: *Modelling Quaternions*, Creative Mathematics, közlés alatt (**14**) 2005, NUBM.
- [9] Körtesi P., Szigeti J.: *An elementary approach of the Fitting lemma*, benyújtva Mathematica, London.
- [10] Körtesi P.: *Parabola order 3 revisited*, Creative Mathematics, NUBM., közlésre elfogadva
- [11] Körtesi P.: *Matrix representation of quaternions*, Octogon, közlésre elfogadva

**2. MÁS HIVATKOZÁSOK SAJÁT EREDMÉNYEKRE
DOLGOZATOK, ELŐADÁSOK, KIVONATOK, KÖTETEK**

- [12] Körtesi, P.: *Separation axioms in semitopological and topological inverse semigroups*, Publ. Univ. Miskolc, vol. 35., (1994), 109-118.
- [13] Körtesi P.: *MacTutor in teaching Geometry*, Proceedings of the Special SEFI European Seminar on Geometry in Engineering Education, 1997 Smolenice, Slovak Republic, 103-104.
- [14] Körtesi, P.: *Counter-examples in Teaching Mathematics*, Proceedings of the 9-th SEFI European Seminar on Mathematics in Engineering Education, 15-17 June, 1998, Espoo, Finland, 75-79.
- [15] Körtesi, P.: Using Geometer's Sketchpad in Teaching, Proceedings of MicroCAD 2000, International Computer Science Conference, February 23-24, 2000, Miskolc, Section I: Information Technology and Information Engineering, 97-101.
- [16] Körtesi P.: *Project Work using Mathematical MacTutor*, Unique and Excellent, Ingenieurausbildung im 21. Jahrhundert, Referate des 29. Internationalen Symposiums "Ingenieurpädagogik 2000", Leuchtturm Verlag, Biel, 2000., 735-738.
- [17] Körtesi, P.: *Active Methods in Teaching Mathematics*, Abstracts of the 11-th SEFI European Seminar on Mathematics in Engineering Education, 9-12 June, 2002, Chalmers, Gothenburgh, Sweden, 10-11.
- [18] Körtesi, P.: *Teaching Basic Mathematical Notions*, 12-th SEFI European Seminar on Mathematics in Engineering Education, 15-17 June, 2004, Technical University Vienna, Austria.
- [19] Körtesi, P.: *About some separation axioms in semitopological and topological inverse semigroups*, előadás, Colocviul National de Geometrie si Topologie, (1982), Cluj, România
- [20] Körtesi, P.: *Order separation axioms in semitopological and topological inverse semigroups*, előadás, Colocviul National de Geometrie si Topologie, (1983), Brasov, România
- [21] Körtesi, P.: *Separation axioms in semitopological groups*, előadás, Colocviul National Geometrie si Topologie, (1984), Cluj, România
- [22] Körtesi, P.; Gergely, E.: *Bibliographia Bolyaiana*, előadás, Colocviul National Geometrie si Topologie, (1984), Cluj, România
- [23] Körtesi, P.: *Some order properties of inverse semigroups*, előadás, Simpozionul de Matematici si Aplicatii, (1985), Timisoara, România
- [24] Körtesi, P.; Gergely, E.: *Language and Mathematics at János Bolyai*, előadás, Simpozionul de Matematici si Aplicatii, (1985), Timisoara, România

- [25] Körtesi, P.: *A method for the visualisation of space Geometry problems*, előadás, A XVI-a Conferinta National de Geometrie si Topologie, (1985), Calimanesti, Románia
- [26] Körtesi, P.: *A theorem on permanental identities over matrix rings*, előadás Lucrarile Simpozionului de Matematica, (1993), Universitatea Petrosani, Románia
- [27] Körtesi P.: *Using Mathematical MacTutor at Miskolc University*, előadás, Abstracts of 8-th SEFI European Seminar on Mathematics in Engineering Education,(1995), Prága,
- [28] Körtesi, P.: *Junior Mathematical Congress-96 Miskolc*, Special English edition of KöMaL, 1996, Budapest.
- [29] Körtesi, P.: Junior Mathematical Congress'96 Miskolc - Hungary, Challenge for future mathematicians, plenáris előadás, Abstracts, 2-ndo Simposio Latinoamericano de ICASE, (1997), Mar del Plata, Argentina
- [30] Körtesi, P.: *About teaching Elementary Geometry*, poszter, 9-th SEFI European Seminar on Mathematics in Engineering Education, 15-17 June, 1998, Espoo, Finland.
- [31] Körtesi, P.: *Individual and distance learning of Mathematics using the Internet*, poszter, 9-th SEFI European Seminar on Mathematics in Engineering Education, 15-17 June, 1998, Espoo, Finland
- [32] Körtesi P.: *Mathematical MacTutor in teaching and individual learning*, plenáris előadás, Junior Mathematical Congress'98 Potsdam, August 17-22, 1998. Germany
- [33] Körtesi, P.: *Junior Mathematical Congress - Challenge for Future Mathematicians*, poszter, International Congress of Mathematicians, Berlin, August 18-27, 1998., Abstracts, 360-361.
- [34] Körtesi, P.: *Geometer's Sketchpad in Teaching Elementary Geometry*, előadás, Seminar on Computer Geometry, Kocovce, 1998 október 14-16, Szlovákia
- [35] Körtesi P.: *Junior Mathematical Congress'96 Miskolc*, meghívott előadás a Mathe ist TOP Konferenz, Duisburg, 2000. szeptember 25-27.
- [36] Körtesi P.: *Active methods in Teaching and Learning Mathematics*, MicroCAD'2001 International Scientific Conference, March 1-3, 2001, Miskolc
- [37] Körtesi P.: *Aktív módszerek a matematikai oktatásban*, Rátz László Vándorgyűlés Felsőoktatási Szekcióján elhangzott előadás, 2002 július 3-4. Győr
- [38] Körtesi P.: *MacTutor Project Teaching*, ICAM 3, 3rd International Conference on Applied Mathematics, October 10-13, 2002, Baia Mare and Borsa, Romania.

- [39] Körtesi P.: *Active Methods in Teaching Mathematics* , The 7th Annual Conference of the Romanian Mathematical Society Bistrita, 22-25 May 2003, Romania.
- [40] Körtesi, P.: *Axiome de separare in structuri topologice si semitopologice*, Államvizsga dolgozat, Kolozsvár, 1974
- [41] Körtesi, P.: *Mátrixgyűrűk polinomazonosságairól*, Doktori értekezés, (1993), KLTE, Debrecen
- [42] Körtesi, P.: *Az inverz félcsoportokról*, Matematikai Lapok, Kolozsvár, vol. LXXXVI, No.1. (1981), 17-19.
- [43] Körtesi, P.: *A valós együtthatós harmadfokú egyenlet gyökeiről*, Matematikai Lapok, Kolozsvár, vol. LXXXVII, No.5. (1982), 202-204.
- [44] Körtesi, P.: *A polinomiális tétel*, Matematikai Lapok, Kolozsvár, vol. LXXXVIII, No.10-11. (1983), 436-438.
- [45] Körtesi, P.: *Az egész számok egy tulajdonsága*, Matematikai Lapok, Kolozsvár, vol. XCI, No.8. (1986), 283-288.
- [46] Körtesi, P. (szerk.): *Miskolci Egyetem Matematikai Intézete 50 éve Miskolcon*, Jubileumi kötet, Miskolc, 1999, 114p.
- [47] Körtesi P. (szerk.): *Proceedings of the 10th Sefi-MWG European Seminar on Mathematics in Engineering Education*, June 14-16, 2000 Miskolc, 139p.
- [48] Körtesi, P.: *Theorems in the Geometry of the Triangle*, Contributed papers: P. Barcsánszky, Sz. Forgó, K. Kristóf, P. Miklós, G. Nagy, N. Nagy, P. Pataky, K. Raffay, Á. Sipos, I. Vitéz, Junior Mathematical Society Miskolc, 1998., Miskolc, 43p.
- [49] Körtesi, P.(szerk.): *Proceedings of the Junior Mathematical Congress*, July 3-8, 2000 Miskolc, Hungary, University of Miskolc, 125p.
- [50] Körtesi P.: *Matematika I., II., III.- tantárgy tematika* a Miskolci Egyetem által felügyelt Akkreditált Iskolarendszerű Felsőfokú Szakképzésben, Miskolci Egyetem, 1996.
- [51] Körtesi, P.: *Elemi matematika oktatása* - Matematikatanárok továbbképzése 1., Akkreditált továbbképzési program, T300730-644/1999 alapítási engedély, XXV./2./25./2000 indítási engedély
- [52] Körtesi, P.: *Válogatott fejezetek a matematikából*- Matematikatanárok továbbképzése 2., Akkreditált továbbképzési program, T300730-642/1999 alapítási engedély, T302460-1056/1999 indítási engedély
- [53] Körtesi, P.: *Valószínűesszámitás és matematikai statisztika* - Matematikatanárok továbbképzése 3. , Akkreditált továbbképzési program, T300730-643/1999 alapítási engedély, T302460-1057/1999 indítási engedély

- [54] Körtesi, P.: *Matematikai szoftverek az oktatásban*- Matematikatanárok továbbképzése 4., Akkreditált továbbképzési program, T300730-641/1999 alapítási engedély, T302460-349/1999 indítási engedély, Miskolc Egyetem, 1998
- [55] Körtesi P.: *Hungarian MacTutor, Mathematical MacTutor* c. oktatási szoftver magyar változata, 1994-96, School of Mathematics and Informatics, University of St- Andrews.
- [56] Körtesi, P.: *Ifjúsági Matematikai Kongresszus '96*, Pi matematikai folyóirat, Miskolc, 1996-97/1., 2-4.
- [57] Körtesi P. (szerk.): *Proceedings of Teaching Mathematics for Engineering Students*, Miskolc, June 2-5. 1999.
- [58] Körtesi, P.(szerk.): *Special English Issue* Edited for the Junior Mathematical Congress 2000, Pi matematikai folyóirat különszáma, 2000 Miskolc.
- [59] Körtesi, P.: *Tételek a háromszögben*, előadás, Rátz László Matematikatanárok Vándorgyűlése, Miskolc, 2001.
- [60] Körtesi P.: *A H 127 CEEPUS hálózat munkája*, in: Disszeminációs Kiadvány, TEMPUS Közalapítvány, CEEPUS Iroda, (megjelenés alatt).

3. MÁSHIVATKOZÁSOK.

- [61] Burton, L.; Cook, J.; Gallacher, J.; Jordison, R.; and Nickson, M.: *Access to Mathematics for Higher Education*, Report of a project sponsored by BP Glasgow's "Aiming for a College Education" Programme, Birmingham, University of Birmingham, University of Glasgow and Glasgow Polytechnic, 1992
- [62] Galántai, A.: *Teaching of Numerical Analysis and Optimization*, in [57], 22-28
- [63] Galántai A.: *Elsőéves hallgatók felméréséről*, előadás a Rátz László Matematikatanári Vándorgyűlés Felsőoktatási Ankétján, 2001, Miskolc
- [64] Hujter, M.: *Use Computers to Teach Optimization methods*, in [47], 80-89
- [65] *Journée de Mathématique*, Dédié au Congrès de Mathématiques Junior, Paris, 1992, a Pi matematikai folyóirat különszáma, 1992
- [66] Mason. W.H.: *A Complete Engineer*, Prism, American Society of Engineering Education, October, 1994
- [67] Melezinek A.; Ruprecht R. (ed.): *Unique and Excellent - Ingenieurausbildung im 21. Jahrhundert*, Referate des 29. Internationalen Symposiums "Ingenieurpädagogik 2000", Edited by Leuchtturm-Verlag, Biel, 2000

- [68] Perjésiné Hámori, I.: *Az internet és a komputer algebrai rendszerek bevezetése gépészmérnökök matematika oktatásába*, Doktori értekezés tézisei, Debreceni Egyetem, 2003
- [69] *Pi matematikai folyóirat különszáma*, 1996-ban a II. Európai Matematikai Kongresszus hivatalos kísérőkonferenciájaként Miskolcon megrendezett Ifjúsági Matematikai Kongresszus '96 Miskolc c.rendezvény dolgozataival.
- [70] *Pi matematikai folyóirat különszáma, 2002-2003*, I-II, a Miskolci Egyetem és középiskolák együttműködése a tehetséggondozásban c. O.M. pályázat keretében. Miskolc, 2003
- [71] *Programozó matematikus szak* - Akkreditációs anyag, Miskolci Egyetem, 1998.
- [72] Sutherland, R.; Pozzi, S.: *The changing Mathematical Background of Undergraduate Engineers*, The Engineering Council, London, 1995