SZAKDOLGOZAT

Koncsekné Csáki Mónika

2007

Debreceni Egyetem
Informatikai Kar

Az informatika alkalmazása a középiskolai matematika tanításában

Készítette:

Koncsekné Csáki Mónika

informatika tanári szakvizsga

Témavezető:

Nyakóné dr. Juhász Katalin

tudományos főmunkatárs

Debrecen, 2007

Tartalomjegyzék

Bevezetés

Napjainkban az oktatás egyik legfontosabb kérdése az, hogy szabad-e, kell-e, lehet-e alkalmazni a számítógépet, illetve egyéb informatikai eszközöket az oktatási intézményekben az informatikaórákon kívül, más tanórákon. Dolgozatomban a közoktatás egy részterületére térek ki: az informatika alkalmazását a matematika tantárgy tanítása során vizsgálom. Célom, hogy az egyes fejezeteken keresztül ismertessem az olvasóval az informatika alkalmazásának lehetőségeit, előnyeit a matematika tantárgy tanításában. Dolgozatomban az alkalmazási lehetőségek közül két dolgot emelek ki: a számítógép használatát egyrészt szemléltetés céljából, másrészt a gyakorlati munka megvalósítása érdekében. Az egyes példákat olyan részletességgel kívánom bemutatni, hogy azon matematika szakos tanároknak se okozzon nehézséget, akik korábban még nem mélyültek el az adott informatikai eszköz használatában. Tapasztalataim szerint a mai gyerekek nagy része érdeklődik a számítógépek használata iránt, sok családban van otthon számítógép, ami motiválja őket arra, hogy minél előbb elsajátítsák az alapvető gépkezelési ismereteket. Így sokan már a középiskolai tanulmányaik elején ismerik az operációs rendszer nyújtotta környezetet, képesek az elkészített munkáikat, a megszerzett információkat elmenteni, s nem idegen számukra az interneten való böngészés sem. Nem riadnak meg attól, ha nem csak az informatikaórán kell bekapcsolniuk a számítógépet, más tanórákon is számíthatunk az együttműködésükre. Természetesen mindezt elősegítik a felhasználóbarát felületek, ahol ikonok, súgók, mintaprogramok segítik az eligazodást.

A számítógép alkalmazásához a tanításban és a tanulásban több tényező együttes jelenléte szükséges: a technikai lehetőségek mellett a tananyag elsajátítására vonatkozó szakmai, szakmódszertani ismeretek, valamint az elektronikus média használatára vonatkozó speciális szabályok tudatos alkalmazása is szükséges. Az iskolák technikai felszereltségének szintje sokat javult az utóbbi években országos szinten, a kormányzat törekszik az iskolák informatikai fejlesztésének támogatására, erre jó példa az internet bevezetése. A NAT-ban is találunk utalást arra, hogy az informatika eszközigényessége és gyors fejlődése miatt szükség van az oktatási intézményekben az ilyen irányú fejlesztésekre. Az eredményes munkához szükséges biztosítani minden tanuló számára a külön gép használatát, s szükség van demonstrációra alkalmas multimédiás tanári gépre is scannerrel, kivetítővel, CD-lemezekkel. Sajnos, ez a felszereltség még nem áll rendelkezésre minden oktatási intézményben. Az intézmények arra törekszenek, hogy elsődlegesen az informatikaórák zökkenőmentes lebonyolításához szükséges eszközállomány álljon rendelkezésükre, s csak ennek biztosítása után próbálnak erőforrásokat teremteni ún. multimédiás szaktanterem kialakítására, ami lehetővé teszi más tanórákon is alkalmazni az informatikát.

Az elmúlt két évben a közoktatási intézményeknek lehetőségük nyílt arra, hogy az Európai Unió által is támogatott kompetencia alapú oktatás megvalósítására pályázzanak. A kompetencia alapú oktatás nem más, mint készség-képesség fejlesztésén alapuló oktatás a különböző műveltségterületeken. Hat alapvető kompetencia, köztük az info-kommunikációs technológiák (IKT kompetencia) fejlesztése történik saját tanórán, más tanórán, illetve tanórán kívül. E pályázatok egyik velejárója az volt, hogy az adott intézmény a saját számítógépes eszközparkját valamilyen szinten felújíthatta. Az oktatás korszerűsítése érdekében mindenki által hozzáférhető webes tananyagok is készültek és jelenleg is készülnek a különböző műveltségi területek oktatásához. Az SDT (= Sulinet Digitális Adatbázis) tananyagok között olvashatók azok a matematikai tananyagok is, amelyek feldolgozása informatikai kompetenciát is igényel a tanulóktól. Ezek kidolgozása az IKT kompetenciafejlesztés keretében történik. Azok a kollégák, akik ismereteket kívánnak szerezni az SDT tananyagok használatáról és szerkesztéséről, képzéseken vehetnek részt, melyek elvégzése során saját informatikai kompetenciájuk is kiszélesedik.

Szakdolgozatom első fejezetében az informatika alkalmazásának lehetőségeit gyűjtöttem össze a középiskolai matematika tanítása során. Az alkalmazástípusok osztályozása során mindenegyes típushoz igyekeztem feltüntetni oktatási tapasztalataim alapján, hogy a matematika mely területén és milyen célból tartom helyénvalónak alkalmazását. A második és a harmadik fejezetben konkrét alkalmazásokat (Excel, Cabri) kívánok bemutatni különböző matematikai problémák megoldásának ismertetésén keresztül. Elsősorban a számítógép grafikus megjelenítő képességét kiaknázó példákat szerepeltetek ezen fejezetekben. Az Excel program lehetséges alkalmazásaként a függvényábrázolás, az egyenletek, egyenletrendszerek megoldása és a valószínűségszámítás témakörökből választottam példákat, ezek szerepelnek a második fejezetben. A Cabri programmal pedig egyrészt a függvényábrázolás, másrészt a geometriai szerkesztések megvalósítását mutatom be a harmadik fejezetben. Dolgozatom negyedik fejezetében a már fentebb említett SDT tananyagok használatának lehetőségeiről írok. Ismertetem, hogy milyen módon lehet az SDT-t szemléltetéshez, az ismeretek elsajátíttatásához, gyakoroltatáshoz, illetve információk szerzéséhez használni, utalva az informatikai kompetenciára a matematikában.

1. Az informatika alkalmazási típusai a középiskolai matematika oktatásában

Az informatika alkalmazási lehetőségeinek áttekintése előtt megjegyezném, hogy az informatikai eszközöket nem szabad egyedül lehetséges eszköznek tekinteni a közoktatásban, s ezen belül a matematika tanításában sem; fontos arról beszélni, hogy mikor, hol, mire használjuk a számítógépet, de legalább annyira fontos az is, hogy mikor, mire nem szabad használni. Én a szakdolgozatomban a kérdés első felével szándékozom foglalkozni. Az egyes alkalmazástípusokat vizsgálhatjuk a tanár és a tanuló szemszögéből egyaránt.

Alkalmazástípusok osztályozása [1]:

- *számítások, a zsebszámológép szerepe*:

  A középiskolai matematikaórákon a zsebszámológép a tanár és a tanuló szempontjából egyaránt jelen van. A számítások túlnyomó része viszont elvégezhető fejben vagy zsebszámológéppel, nem igényli a számítógép használatát.

- *méréskiértékelés, grafikus ábrázolás*:

  Az általános célú alkalmazói rendszerek közül a táblázatkezelők alkalmasak erre a feladatra (pl. Excel).

  Példák: (1) valószínűségszámítás-statisztika témakörön belül kockadobás alapján a relatív gyakoriság megfigyelése (e témakör tanításakor a tanulók már rendelkeznek ismeretekkel a táblázatkezelő programok használatáról, így a tanári szemléltetés mellett ők maguk is bevonhatók a gyakorlati megvalósításba);

  (2) a matematikát hasznosító tudományokon belül (fizika, kémia, biológia, közgazdaságtan) egy adott jelenségre vonatkozó méréssorozat adatainak valamilyen szempontból történő kiértékelése, illetve ennek hasznosítása pl. út-idő összefüggés felállítása, majd hasznosítása egyenes vonalú egyenletes mozgásnál.

  Megjegyezni kívánom, hogy a matematika tanítása nem öncélú, hanem arról szól, hogyan tegyük képessé a diákot arra, hogy a matematikát alkalmazni tudja az élet bármely területén felmerülő olyan problémák esetén, amelyek ezt igénylik. Ezért említettem meg a statisztikai kísérlet mellett egy fizikai kísérletet is. Továbbá: ahogy a matematika nem választható le a felsorolt tudományokról, úgy sok esetben a matematikaórákról sem választhatók le e tudományok alapvető ismeretei, hiszen a szöveges feladatokban nagyon sokszor találkozunk fizikai, kémiai, biológiai, illetve közgazdaságtani problémákkal.

- *segédprogramok használata:*

  Olyan oktató programokról van szó, amelyek legtöbbször a szaktanári segítséget igénylő feladatok mechanikusan elvégezhető részét oldják meg.

  Például: függvényábrázolás esetén alkalmazhatjuk az Excel, vagy a Cabri programokat; geometriai szerkesztésekhez pedig szintén a Cabri vagy az Euklidesz nevű programokat. Itt alkalmazás alatt elsősorban a tanári szemléltetést értem, de ha időnk engedi, illetve szakkörön vagy kisebb létszámú csoportokban a tanulók is bevonhatók a programok használatába.

- *tesztek készítése és kiértékelése:*

  A tesztek alkalmazhatók például alapvető elméleti ismeretek elsajátításának mérésére, gyakoroltatására, de napjainkban is vannak olyan matematikai versenyek, amelyek tesztjellegűek (pl. Gordiusz matematikai verseny). A tesztek lehetnek szövegszerkesztővel elkészített, majd kinyomtatott papíralapú kérdéssorok, de tesztkérdéseket tehetünk fel a tanulók számára pl. az Activoit rendszer segítségével (e szavazórendszer segítségével a kérdések prezentációszerűen kivetíthetők, s a tanulók egy tojás alakú eszközzel szavazhatnak egyenként), s mindenképpen megemlíteném, hogy a Sulinet Digitális Adatbázis tananyagai is tartalmaznak tesztgyűjteményeket. Az utóbbi két alkalmazási lehetőséget azért tartottam fontosnak megemlíteni, mert ezek nemcsak a tanár informatikai ismereteit igénylik, hanem a tanár mellett a tanulók informatikai kompetenciáját is igénylik, illetve fejlesztik.

- *információközlés, tanítás:*

  Itt nem a hagyományos programozott oktatásra gondolok, hanem például az SDT tananyagainak alkalmazására a tanórákon.

- *információkeresés, információtárolás:*

  Ez alatt az interneten történő böngészésre és a talált információk mentésére gondolok, amely a tanár és a tanuló részéről egyaránt történhet. Számos érettségi vagy verseny feladatsor található meg az internet adatbázisaiban, de például matematika történeti információk is kereshetők. Napjainkban az informatika alkalmazásának ezen területe nem okoz problémát a tanulóknak, illetve könnyen elsajátítják az erre vonatkozó ismereteket.

- *automatikus problémamegoldás:*

  Példaként arra gondoltam, hogy bizonyos esetekben egy jó képességű diák egy összetett feladat megoldása során a géppel végeztetheti el a feladat sematikus részeinek megoldását.

- *számítógépes szimuláció:*

  Ennél az alkalmazástípusnál a méréskiértékelés, grafikus ábrázolás esetében fentebb említettekre hivatkoznék.

Az alkalmazói programokat abból a szempontból is vizsgálhatjuk, hogy számítógépirányítású, tanulóirányítású vagy tanárirányítású tanulást tesznek-e lehetővé. Úgy gondolom, hogy az alkalmazói programok közül azokat célszerű bevonni az oktatásba, amelyek a tanárirányítású tanulást teszik lehetővé: ebben a feladatkitűzés, a programrendszerben való útmutatás, az eredmények értékelése mind a tanár feladata.

Az alkalmazástípusok ismertetése során láthattuk, hogy az informatika alkalmazása során vagy kész programokat, alkalmazói rendszereket használunk fel szaktantárgyi problémák megoldására, jelenségek szemléltetésére, vagy azt várjuk, hogy a tanuló tudjon tájékozódni az informatikai eszközök világában és maga készítse el a problémamegoldó eszközt.

2. A Microsoft Excel alkalmazása a matematika tanításában

A középiskolában informatika tantárgy keretében kötelező tananyagként szerepel a táblázatkezelés. Mivel ennek oktatásához napjainkban a legelterjedtebb program a Microsoft Excel, így a legtöbb középiskolai gépen telepítve van ez a program. A tanulók a kilencedik és/vagy a tizedik évfolyamon informatikaóra keretében elsajátítják az Excel program használatát, így valószínűleg ismerős szoftverkörnyezettel találkoznak, amikor a matematikaórán az egyes tananyagok szemléltetéséhez az Excel programot használjuk. Ha esetleg még nem szerepelt az informatikaórákon, a tanári szemléltetésnek akkor is lehet eszköze, s a tanulóknak az is vonzó lehet, hogy a matematikaórán kezdenek el ismerkedni egy számítógépes programmal.

Olyan tananyagok tanításához célszerű alkalmazni szemléltetésként az Excelt, ahol ki lehet használni a program grafikus megjelenítő képességét. Természetesen, mivel egy táblázatkezelő programról van szó, a grafikonok, diagrammok mindig feltételeznek egy táblázatot, melynek soraiban szereplő adatok közötti kapcsolatot szemlélteti a program grafikusan.

Az Excel alkalmazásának lehetőségei közül a következőkkel foglalkozom: függvényábrázolás, egyenletek / egyenletrendszerek megoldása, valószínűségszámítás.

2.1 Függvényábrázolás

2.1.1 Az Excel függvényábrázolási technikájáról

Az Excel nem az alapfüggvény megfelelő transzformálásával állítja elő a grafikus képet, hanem az általunk beírt képlet szerinti helyettesítési értékeket figyelembe véve két koordinátájával adott pontok összességeként, illetve ezek választható módon történő összekötésével kaphatjuk meg a kívánt görbét. Ez azt jelenti, hogy az előállított függvénygörbe lényegében egy törtvonal, így az ábrázolt görbe annál jobban közelíti meg a tényleges függvénygörbét, minél sűrűbben veszünk pontokat a függvény értelmezési tartományából, azaz a táblázatunk minél több adatot tartalmaz.

2.1.2 A függvényábrázolás menete az Excelben

1) Táblázat készítése:

   A táblázat első sorában a függvény értelmezési tartományából adjuk meg azokat az értékeket, amelyekhez ki akarjuk számoltatni a függvény helyettesítési értékét. Ezek a pontok jelennek majd meg a grafikonon. Figyeljünk arra, hogy az értelmezési tartomány azon értékeit feltétlenül szerepeltessük a táblázatban, ahol a függvénynek lokális vagy globális szélsőértékei vannak. Egyébként, mivel a program a kirajzolt pontokat köti össze, torzul a grafikon. A táblázat második sorában képlet segítségével határozzuk meg a helyettesítési értékeket.

2) A táblázat kijelölése, majd a Beszúrás menü Diagram menüpontjának kiválasztása.

3) Diagramvarázsló 1. lépése: A Diagramtípusok közül kiválasztjuk a Pont(xy) típust, majd választunk a megjelenő Altípusok közül. Az alábbi két lehetőség közül válasszunk, attól függően, hogy a függvény grafikonja lineáris, vagy nem lineáris szakaszokból épül-e fel:

   - adatpontok megjelenítése és összekötése vonalakkal
   - adatpontok megjelenítése és összekötése görbített vonalakkal.

4) Diagramvarázsló 2. lépése: A forrásadatok megadása. Ha induláskor kijelöltük a táblázatot, akkor itt nincs teendőnk.

5) Diagramvarázsló 3. lépése: A diagram formázása. A formázás keretében címet adhatunk a diagramnak, illetve nevet adhatunk a tengelyeknek; választhatunk, hogy

mely tengelyek legyenek láthatóak, s melyek nem; láthatóvá tehetjük a kívánt rácsvonalakat; jelmagyarázatot jeleníthetünk meg, illetve feliratokat helyezhetünk el a diagramterületen.

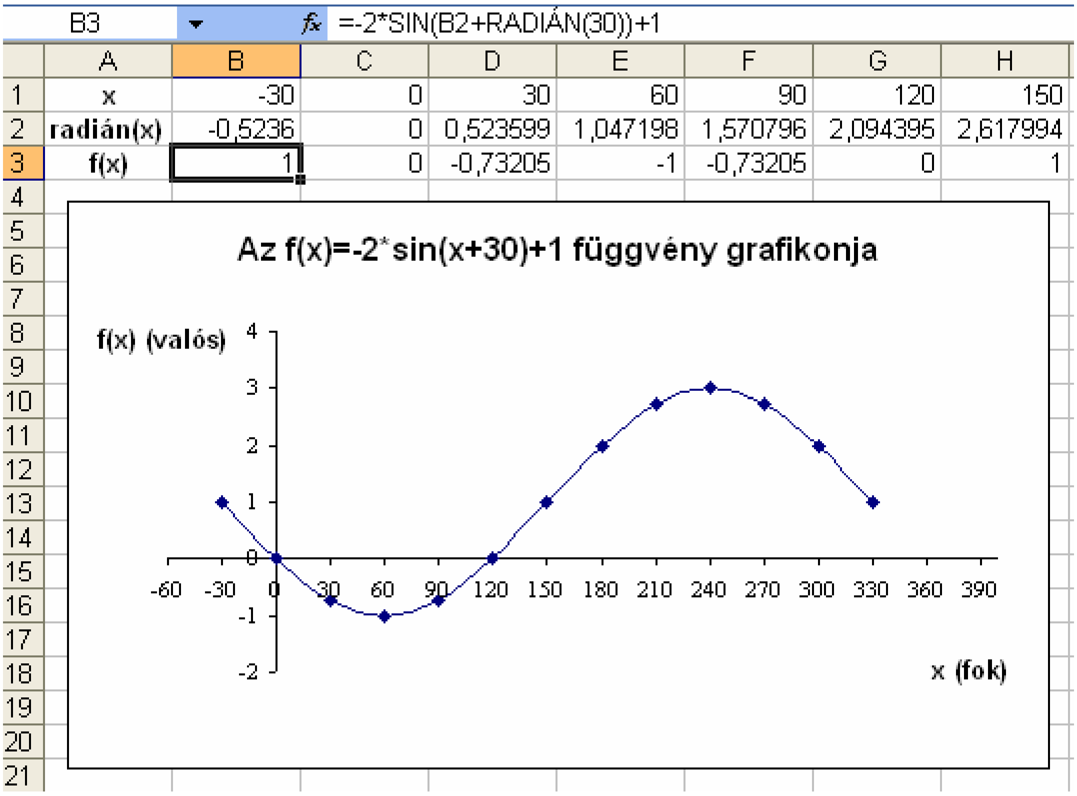
6) Diagramvarázsló 4. lépése: A diagram elhelyezése, amely történhet az aktuális munkalapon, vagy új munkalapon.

2.1.3 Példák az alkalmazásra

Matematikaórán az alábbi esetekben használhatónak tartom ezt az ábrázolási módot:

(1) Ha az alapfüggvény egy többszörös transzformáltjáról van szó, melynek ábrázolásával nem a transzformációs lépések gyakoroltatása a célunk, hanem a kész grafikonra van szükségünk, például a függvény jellemzőinek vizsgálatához.

Példa: Az $f(x) = -2\sin(x+30^{\circ})+1$ trigonometrikus függvény ábrázolása.

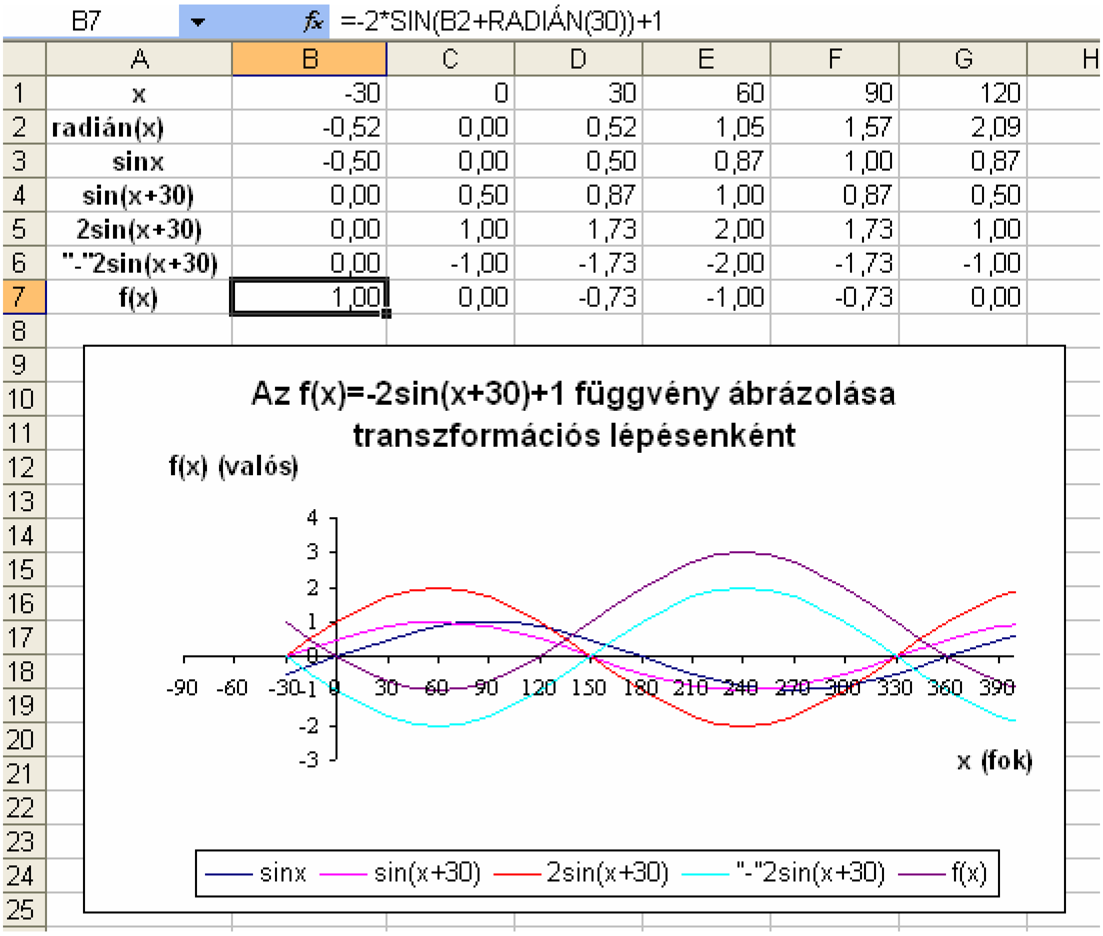


1. ábra: Függvényábrázolás az Excel programmal a helyettesítési értékek kiszámításával

Az Excel előnye, hogy ha módosítunk a képleten (természetesen minden cellában érvényesíteni kell az új képletet), akkor a grafikon automatikusan átrajzolódik az új képletnek megfelelően. Így viszonylag gyorsan tudjuk ábrázolni az alapfüggvény egy-egy újabb transzformáltját. Az eredeti ábráról viszont másolatot kell készíteni a képlet módosítása előtt, ha azt szeretnénk megőrizni.

(2) Lehet célunk a transzformációs lépések gyakoroltatása is a tanulókkal. Ehhez is szép, jól látható grafikont tudunk készíteni az Excel segítségével.

Példa: Az $f(x) = -2\sin(x + 30^\circ) + 1$ trigonometrikus függvény ábrázolása transzformációs lépésenként.


B7 =-2*SIN(B2+RADIÁN(30))+1

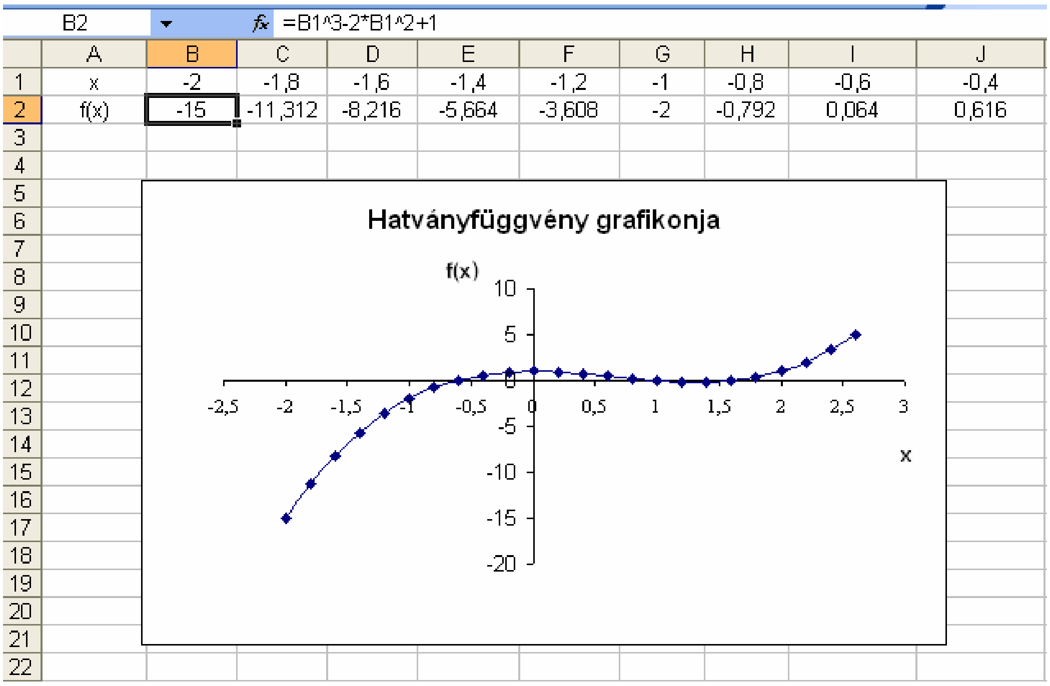
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	-30	0	30	60	90	120	
2	radián(x)	-0,52	0,00	0,52	1,05	1,57	2,09	
3	sinx	-0,50	0,00	0,50	0,87	1,00	0,87	
4	sin(x+30)	0,00	0,50	0,87	1,00	0,87	0,50	
5	2sin(x+30)	0,00	1,00	1,73	2,00	1,73	1,00	
6	"-"2sin(x+30)	0,00	-1,00	-1,73	-2,00	-1,73	-1,00	
7	f(x)	1,00	0,00	-0,73	-1,00	-0,73	0,00	

2. ábra: Függvényábrázolás az Excel programmal transzformációs lépésenként

(3) Előfordulhat, hogy a függvény nem tartozik az órán ismertetett alapfüggvények közé, s így az ábrázolása nehézséget okoz a tanulóknak. Ilyen a következő példában bemutatott hatványfüggvény, amely a középszintű érettségire készülő tanulók esetében csak a helyettesítési értékek kiszámításával ábrázolható, fakultációs óra keretében pedig az emelt szintű érettségire készülő tanulók az analízis eszközeivel (deriválás) tudják megállapítani a függvény azon jellemzőit, amelyek az ábrázoláshoz szükségesek. Mindkét esetben célszerű

alkalmazni az Excelt, első esetben időmegtakarítás céljából, második esetben pedig ellenőrzés céljából.

Példa: Az $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$ hatványfüggvény ábrázolása.


B2 =B1^3-2*B1^2+1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	-2	-1,8	-1,6	-1,4	-1,2	-1	-0,8	-0,6	-0,4
2	f(x)	-15	-11,312	-8,216	-5,664	-3,608	-2	-0,792	0,064	0,616

3. ábra: Hatványfüggvény ábrázolása az Excel program segítségével

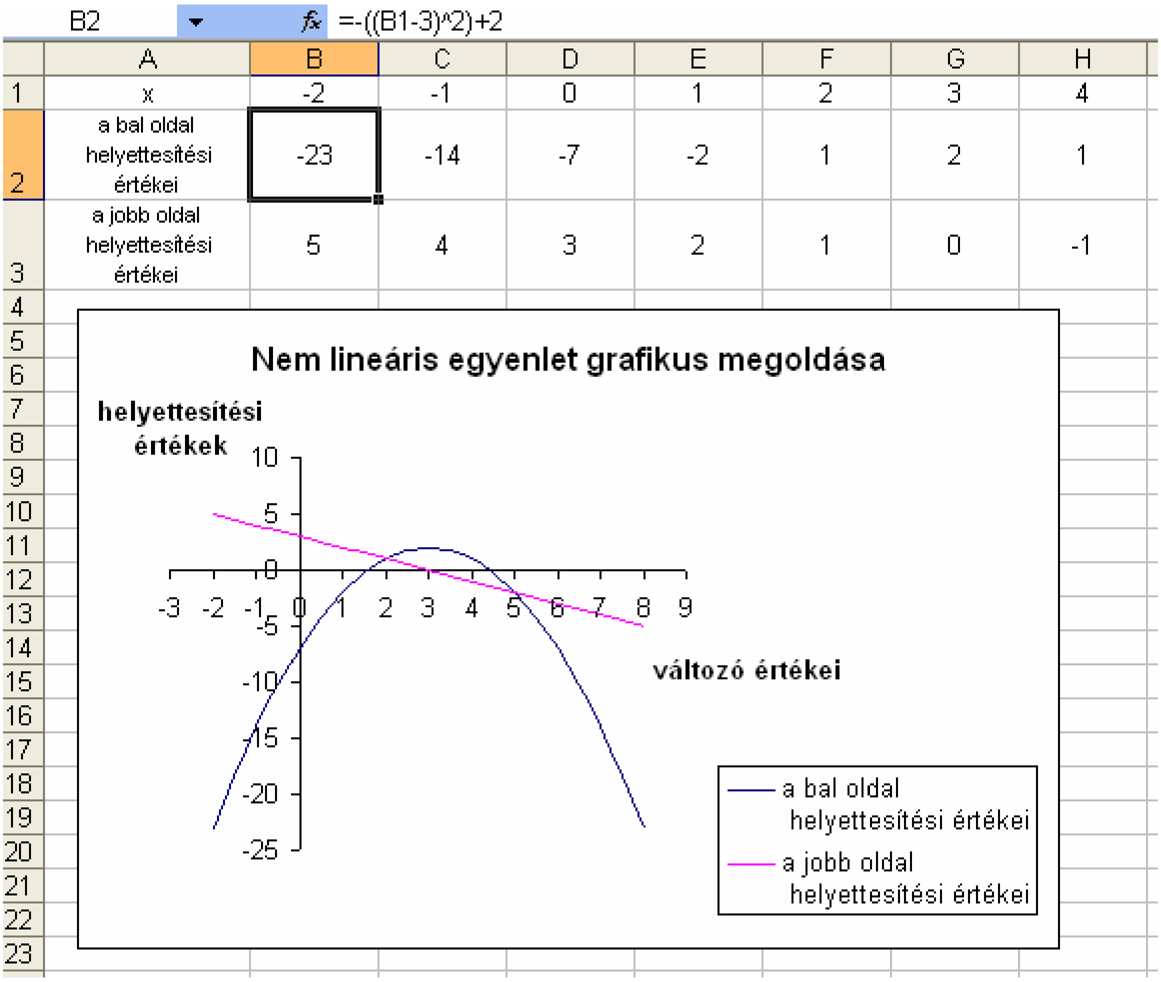
2.2 Egyenletek, egyenletrendszerek megoldása

Az előző alfejezetben láttuk, hogyan lehet az Excel segítségével függvényeket ábrázolni. Ennek ismeretében lehetőség nyílik arra is, hogy egyenleteket, illetve egyenletrendszereket oldjunk meg grafikusan az Excel eszközeivel. Előnyösnek tartom ezt a megoldást, mert az Excel jól szemlélteti a változó vizsgált értékei és az egyenlet két oldalának helyettesítési értékei közötti kapcsolatot. Mivel itt grafikus megoldási módról van szó, olyan egyenleteket célszerű választani, amelyek algebrai megoldása problémát okoz a tanulóknak.

Példák:

(1) A középiskola első osztályában azon egyenletek algebrai megoldása, amelyeknek egyik vagy mindkét oldalán egy másodfokú kifejezés áll, az ismeretek hiányában még nem lehetséges. Ezeknél csak a grafikus módszert választhatja a tanuló.

Pl.: $-(x-3)^2 + 2 = -x + 3$



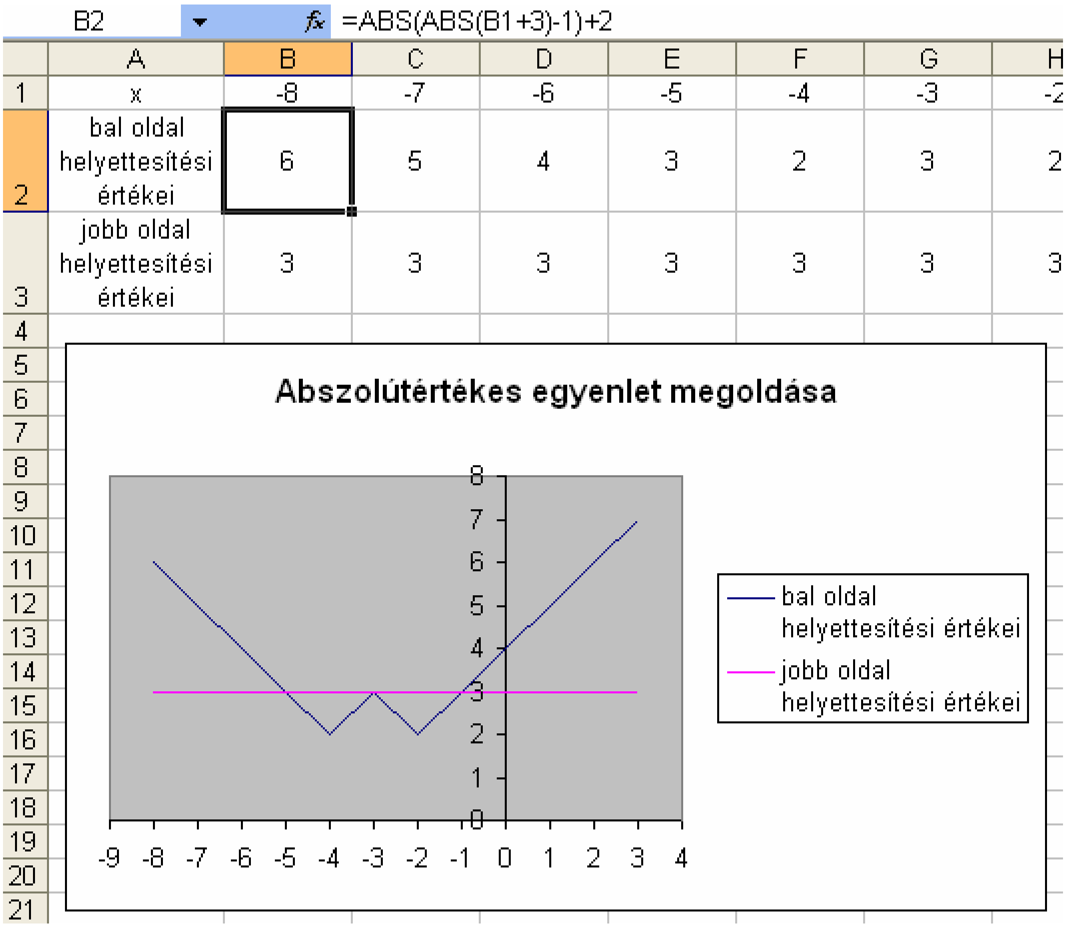
4. ábra: Nem lineáris egyenlet megoldása grafikusan az Excel programmal

(2) Tapasztalataim szerint egy átlagos képességű osztály tanulói közül elég soknak nehéz megbirkózni az abszolút értékes egyenletekkel. Ha pedig egymásba ágyazott abszolút értékes kifejezés szerepel az egyenletben, az algebrai megoldás esetleg néhány tanulónak sikerül. Ilyenkor is érdemes a grafikus megoldáshoz fordulni.

Pl.: $\left||x+3|-1\right|+2=3$

A grafikonról könnyen leolvasható, hogy az egyenletnek három megoldása van: $x_1=-5,\ x_2=-3,\ x_3=-1$.

Sőt, ha az egyenletet az $\left||x+3|-1\right|+2=C$ alakra módosítjuk, akkor az ábra alapján arra a kérdésre is könnyen tudnak válaszolni a tanulók, hogy az egyenletnek a C konstans mely értékei mellett lesz 0, 1, 2, 3 vagy 4 megoldása.



5. ábra: Abszolútértékes egyenlet megoldása grafikusan az Excel programmal

Egyenletrendszerek esetében is hasonlóan járhatunk el. Kétismeretlenes egyenletrendszer esetén mindkét egyenletből kifejezzük ugyanazon változót, s a kapott kifejezéseket egy-egy függvénynek tekintjük. Közös koordinátarendszerben ábrázolva a két függvényt, a kapott grafikonok metszéspontjának koordinátái jelentik a két ismeretlen lehetséges értékét. Lineáris egyenletekből álló egyenletrendszer esetében a tanulók szívesebben választják az algebrai megoldást, ha viszont másodfokú egyenletekről van szó, elgondolkoznak a grafikus megoldás lehetőségén is.

2.3 Valószínűségszámítás

A valószínűségszámítás és a statisztika már a törzsanyag részeként szerepel a középiskolai matematikában. A valószínűségszámítással a 10. évfolyamon találkoznak először a tanulók. Megismerkednek a véletlen jelenség, a kísérlet, az elemi esemény, a gyakoriság, a relatív gyakoriság, majd a valószínűség fogalmakkal. Ha egy matematika tankönyvet megnézünk, akkor azt tapasztaljuk, hogy a példák között gyakran szerepelnek a szerencsejátékok közé tartozó kockadobási és érmefeldobási problémák. A fogalmak tisztázása érdekében a tanulókat arra késztetjük, hogy a gyakorlatban hajtsák végre a kísérleteket, és jegyezzék fel az egyes események előfordulásának számát.

2.3.1 Példa: Kockadobás

Legyen egy kísérlet az, hogy feldobunk egy dobókockát, és figyeljük a dobott számot. Legyenek az egyes események sorra az, hogy 1-est, 2-est, 3-ast, 4-est, 5-öst vagy 6-ost dobtunk. Ismételjük meg a kísérletet 100-szor, és számoljuk össze, hogy az egyes események hányszor következtek be.

Ennek a feladatnak a kiértékeléséhez nagyon jól alkalmazható a táblázatkezelő program. Készíthetünk egy táblázatot, amelynek első sorában felsoroljuk a kockadobás elemi eseményeit (1, 2, 3, 4, 5, 6), a második sortól kezdve pedig a táblázat minden sorába egy-egy tanuló bediktálja az egyes elemi események előfordulásának számát a saját kísérletében. A táblázat kitöltése után megvizsgálhatjuk, hogy milyen számok szerepelnek az egyes oszlopokban. Az Excel lehetőségeit kihasználva, készíthetünk egy második táblázatot. Ebben a táblázatban az első táblázatban szereplő előfordulásokból meghatározzuk a relatív gyakoriságokat (relatív gyakoriság = előfordulások száma / kísérletek száma), majd az egyes elemi események alatt szereplő relatív gyakoriságokra illesztünk egy-egy grafikont. Ezek a grafikonok szemléltetni fogják, hogy kockadobásnál az egyes elemi események relatív gyakorisága az $\frac{1}{6}$ körül ingadozik.

A kockadobásra vonatkozó kísérletet a számítógép segítségével is szimulálhatjuk, ha nem állnak rendelkezésünkre tanulói kísérletek, vagy ha nagyobb számú (pl. 1000 dobásos) kísérletet akarunk megvizsgálni.

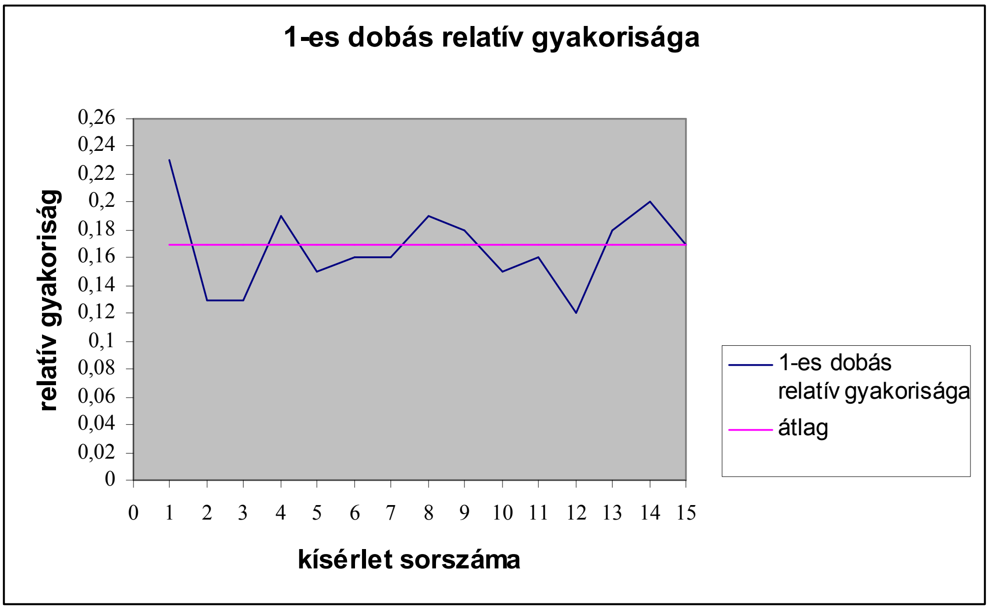
Az Excel programban van lehetőség véletlenszám generálására a VÉL() nevű függvény segítségével, amely 0-nál nagyobb vagy egyenlő, és 1-nél kisebb egyenletesen elosztott véletlenszámot ad eredményül. A véletlenszám előállítására én az alábbi képletet alkalmaztam: = 1 + INT (6*VÉL()).
Az INT függvény az argumentumában szereplő szám egészrészét adja meg, az 1 hozzáadása pedig azért szerepel a képletben, hogy a 0 ne forduljon elő a „dobott” számok között. A dobássorozatokban szereplő 1-es, 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös és 6-os értékeket a DARABTELI függvény segítségével számoltam össze.

A kockadobás számítógépes szimulációjának értékelése:

Mind a hat grafikon jól szemlélteti azt, hogy az egyes elemi események relatív gyakorisága valóban közelíti az $\frac{1}{6}$-ot ($\approx 0{,}1667$). A relatív gyakoriságok átlaga elemi eseményenként a következő lett: 0,1667, 0,18, 0,1753, 0,1587, 0,1673, 0,1520. Az alábbiakban láthatjuk a véletlenszám generálással megvalósított 15 db kísérlet eredményét táblázatba foglalva, a relatív gyakoriságok meghatározását (1-es dobás esetén) és a hat grafikon közül az 1-es dobások relatív gyakoriságát szemléltető grafikont.

H3 fx =B3/100

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		Előfordulások száma						
2		1-es dobás	2-es dobás	3-as dobás	4-es dobás	5-ös dobás	6-os dobás	1-es dobás relatív gyakorisága
3	1.	23	13	8	21	19	16	0,23
4	2.	13	16	20	19	20	12	0,13
5	3.	13	20	16	14	18	19	0,13
6	4.	19	13	13	15	21	19	0,19
7	5.	15	23	15	13	18	16	0,15
8	6.	16	26	16	15	14	13	0,16
9	7.	16	18	17	16	18	15	0,16
10	8.	19	14	22	13	17	15	0,19
11	9.	18	18	17	13	20	14	0,18
12	10.	15	23	19	12	13	18	0,15
13	11.	16	15	19	21	15	14	0,16
14	12.	12	20	24	19	9	16	0,12
15	13.	18	16	17	18	14	17	0,18
16	14.	20	16	17	17	19	11	0,2
17	15.	17	19	23	12	16	13	0,17
18	átlag							0,1667



6. ábra: A kockadobás számítógépes szimulációjának feldolgozása az Excelben

2.3.2 Példa: Érmedobás

A kockadobáshoz hasonló bevezető példa a valószínűségszámítás témakörben az érmedobás problémája. Érmedobás esetén a kísérletnek két kimenetele lehet, azaz két elemi eseménnyel írható le: fejet dobunk vagy írást dobunk. Mindkét elemi esemény azonos valószínűséggel következik be, azaz relatív gyakoriságuk ugyanazon szám körül ingadozik. Ez a szám az $\frac{1}{2}$.

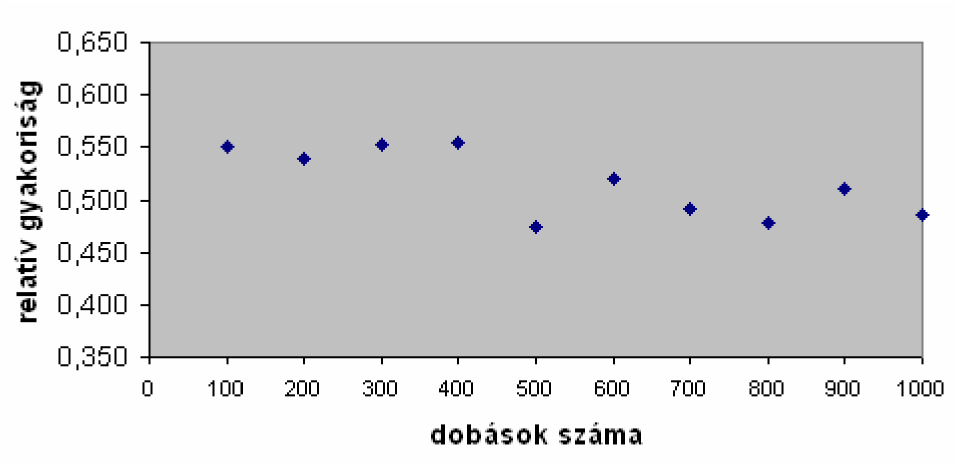
Erre a problémára is készíthetünk szemléltetésképpen számítógépes szimulációt az Excel-ben. A példa kidolgozásakor ismét a véletlenszám generátort alkalmaztam, az alábbi képletet felhasználva: =INT(2*VÉL()).
Ezzel a képlettel vagy 0-át, vagy 1-et kapunk eredményként (a 2-es szorzó biztosítja, hogy nem mindig 0 adódik).
A kísérletben a 0-át rendeltem hozzá a fejdobáshoz, az 1-et pedig az írás dobásához.
A kísérlet során táblázatban rögzítettem, hogy bizonyos dobásszámok után mennyi volt a fejek dobásának száma, majd ez alapján meghatároztam az egyes dobásszámokhoz tartozó relatív gyakoriságokat, amiket grafikonon szemléltettem.

Az érmedobás számítógépes szimulációjának értékelése:

	A	B	C
1	dobások száma	fejdobások száma:	fejdobások relatív gyakorisága
2	100	55	0,550
3	200	108	0,540
4	300	166	0,553
5	400	222	0,555
6	500	237	0,474
7	600	312	0,520
8	700	344	0,491
9	800	382	0,478
10	900	460	0,511
11	1000	486	0,486
12	átlag:		0,516
13			

7. ábra: Az érmedobás számítógépes szimulációja során generált adatok

A grafikonon látszik, hogy a fejdobások relatív gyakorisága valóban egy bizonyos állandó érték körül ingadozik, ami a két lehetséges kimenet egyenlő valószínűsége miatt az $\frac{1}{2}$.



8. ábra: A fejdobások relatív gyakorisága növekvő dobásszám esetén

Az előző két példa esetében az elemi események, azaz az érme esetében fej vagy írás dobása, illetve kocka esetében az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 számok dobása egyenlő eséllyel következtek be, s mindkét példa esetében az elemi eseményeknek, azaz a kísérlet kimeneteleinek a száma véges volt. Ekkor beszélünk klasszikus valószínűségi mezőről. Vannak azonban olyan esetek is, amikor az elemi események nem egyenlő eséllyel következnek be. Ennek szemléltetésére szolgál a harmadik példa. [5]

2.3.3 Példa: Dobás téglatesttel

Tekintsünk egy „dobótéglatestet", amelynél a legkisebb területű, egymással szemközti lapokra 1-es, illetve 6-os van írva, a középső területű, egymással szemközti lapokra 2-es, illetve 5-ös van írva, és az utolsó két, legnagyobb területű lapon 3-as, illetve 4-es szerepel. A kísérlet legyen az, hogy dobunk a „dobótéglatesttel" és figyeljük a dobott számot.

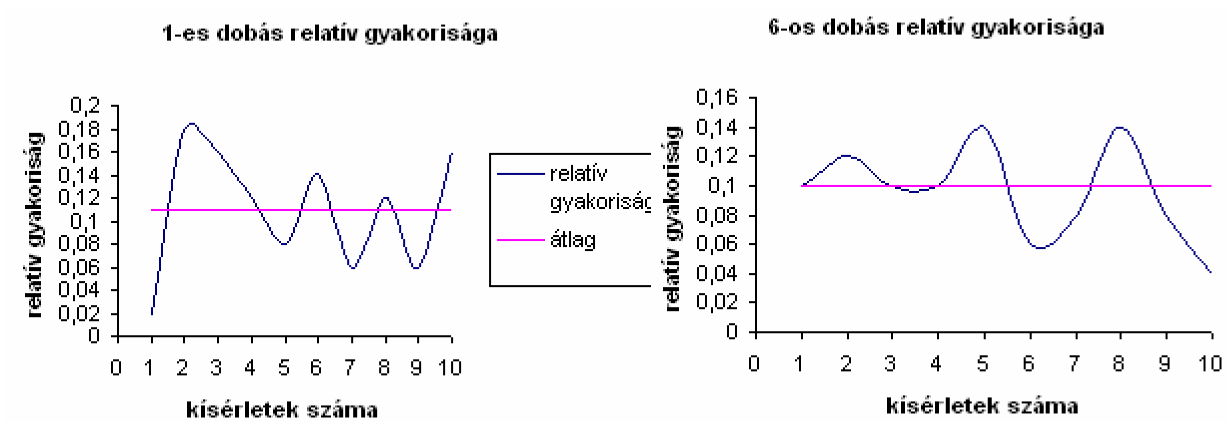
Ha sokszor elvégezzük ezt a kísérletet, akkor azt tapasztaljuk, hogy annak van a legnagyobb esélye, hogy a téglatest a legnagyobb területű lapjainak egyikén fekszik és annak van a legkisebb esélye, hogy a téglatest a legkisebb területű lapjainak egyikén fekszik. E két esély között található annak az esélye, hogy a téglatest a középső területű lapjainak egyikén fekszik. Az Excel táblázatkezelő program itt is segítségünkre lehet a számítógépes szimuláció megalkotásában, csak úgy, mint a kockadobás esetén.

A számítógépes szimuláció és vizsgálata:

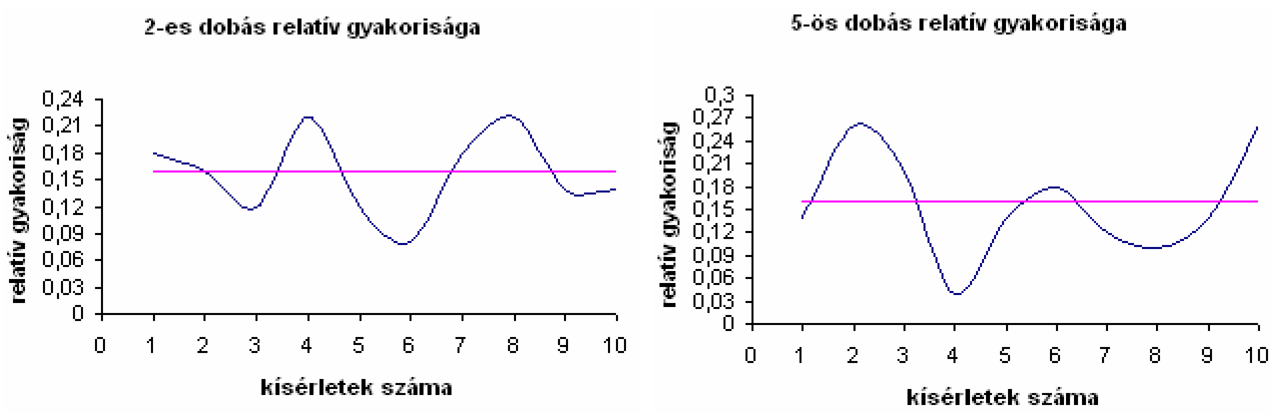
Az Excelben használatos VÉL() függvény a [0;1] tartományba eső véletlenszámot generál. A [0;1] tartományt felosztottam 6 résztartományra, úgy, hogy legyen közöttük két, egymással egyenlő kicsi, két, egymással egyenlő közepes és két, egymással egyenlő nagyobb résztartomány, melyek összege nyilvánvalóan 1. Így a következő intervallumokat alkalmaztam: [0;0,1[[0,1; 0,25[[0,25; 0,5[[0,5; 0,75[[0,75; 0,9[[0,9; 1]. Attól függően, hogy a VÉL() függvénnyel előállított szám az előbbi intervallumok közül melyikbe esett, az intervallumok sorrendjének megfelelően 1-es, 2-es, 3-as , 4-es, 5-ös vagy 6-os dobásnak tekintettem.

A dobások eredményének kiíratását az alábbi képlettel valósítottam meg:
=HA(A1<0,1;1;HA(A1<0,25;2;HA(A1<0,5;3;HA(A1<0,75;4;HA(A1<0,9;5;HA(A1<=1;6;"*")))))).
A képletben szereplő A1 cella tartalmazza a VÉL() függvénnyel előállított számot.

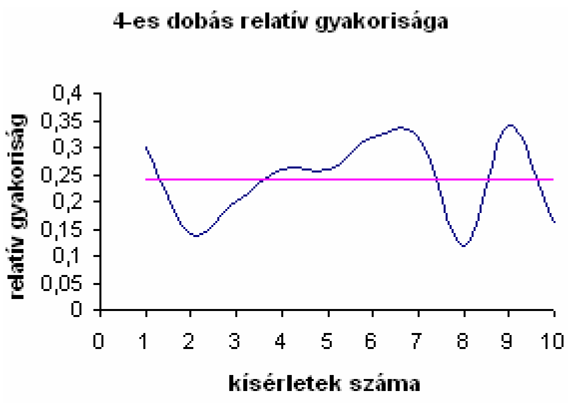
A kísérlet 50 dobásból állt, melyet 10-szer ismételtem meg. Minden kísérlet esetén összeszámoltam a DARABTELI függvény segítségével az egyes dobások előfordulását, kiszámoltam ezek relatív gyakoriságát, és az egyes elemi eseményekhez tartozó relatív gyakoriságokat egy-egy grafikonon ábrázoltam. Az alábbi grafikonok keletkeztek:



9. ábra: Az 1-es és a 6-os dobás relatív gyakorisága „dobótéglatest" esetén



10. ábra: A 2-es és az 5-ös dobás relatív gyakorisága „dobótéglatest" esetén



11. ábra: A 3-as és a 4-es dobás relatív gyakorisága „dobótéglatest" esetén

A grafikonok jól szemléltetik, hogy a nem klasszikus valószínűségi mezőben az elemi események nem azonos eséllyel következnek be, azaz a relatív gyakoriságuk nem ugyanazon érték körül ingadozik. Viszont az is látszik, hogy az egymással szemben lévő lapokhoz rendelt számok dobásának valószínűsége azonos (1-es és 6-os: 0,11; 2-es és 5-ös 0,16; 3-as és 4-es 0,25).

3. A Cabri alkalmazása a matematika tanításában

3.1 A Cabri program által kínált lehetőségek

A Cabri egy geometriai szerkesztő program, mellyel bonyolult geometriai szerkesztések végezhetők. Rajzolható vele számos geometriai objektum (pl. pont, egyenes, háromszög, sokszög, kör …), s ezen objektumok között függőségi viszonyok alakíthatók ki. Ez azt jelenti, hogy ha az egyik objektumot mozgatjuk a rajzfelületen, akkor a vele függőségi viszonyban lévő többi objektum is mozogni fog vele együtt. Az elkészített ábrák módosíthatók is: van lehetőség az egyes objektumok törlésére, tud a program távolságot mérni, s mértani helyek is készíthetők vele. Bár nem ez az elsődleges funkciója, de a geometriai szerkesztések mellett tud a program függvényt ábrázolni is. A függvényábrázolást az teszi lehetővé, hogy a program képes a geometriai objektumok jellemzőivel (pl. a pont koordinátáival, a szakasz hosszával) bonyolultabb számítások elvégzésére, így egyesíti a dinamikus geometriai rendszerek és a szimbolikus algebra jellemzőit.

Az előbb említett lehetőségek bemutatásához a Cabri Geometria II Plus nevű verziót használtam, ugyanis a Cabri eredetileg francia nyelvű program, de ennek a verziónak van magyar nyelvű demo változata, amely ingyenesen letölthető a http://www-cabri.imag.fr internet címről.

Mielőtt rátérek a konkrét alkalmazási lehetőségekre, néhány szóban ismertetem a program indításakor megjelenő képernyőn látható eszköztárat.

12. ábra: A Cabri program eszköztára

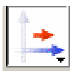
Az eszköztáron ún. ikoncsoportokat látunk, az egyes ikonok csoportba rendezése a funkciójuk alapján történt. Balról jobbra haladva az ikoncsoportokba tartozó elemek az alábbi funkciókat látják el: (1) kijelölés (2) pontok szerkesztése (3) szakaszok/sokszögek szerkesztése (4) görbék szerkesztése (5) összetett szerkesztések (6) transzformációk (7) makrók (8) tételellenőrzés (9) mérési lehetőségek (10) szövegek/címkék (11) tulajdonságok.

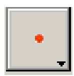
3.2 Függvényábrázolás a Cabrival

3.2.1 A függvényábrázolás technikája

A függvényábrázolás technikáját egy konkrét függvény, az $f(x) = x^3 - 4x$ hatványfüggvény (harmadfokú polinom) szerkesztésén keresztül mutatom be.

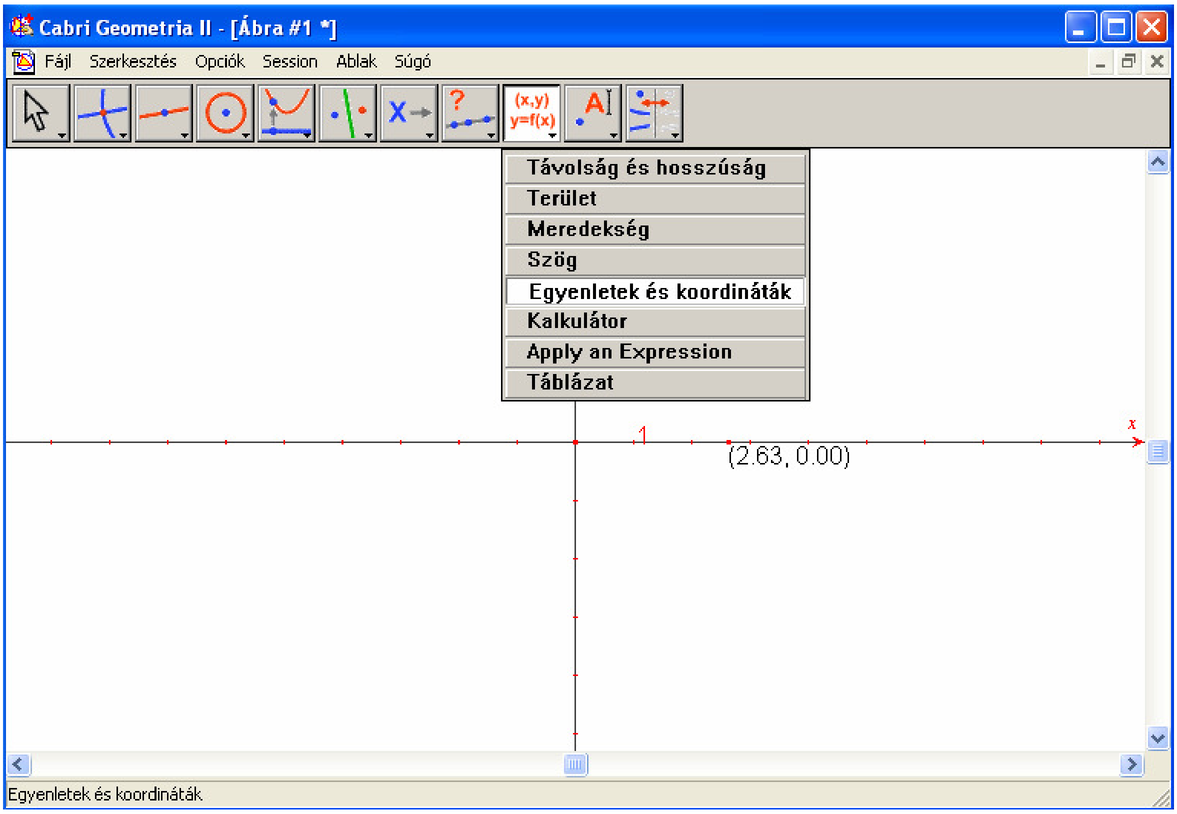
A függvényábrázolás menete lépésekre bontva [6]:

(1) Jelenítsük meg a beépített koordináta-rendszert a Tulajdonságok ikoncsoportban található *Tengelyek megjelenítése*  ikon választásával.

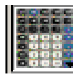
(2) Vegyünk fel egy pontot az x tengelyen a Pont szerkesztése ikoncsoport *Pont*  ikonját választva és jelenítsük meg a koordinátáit a Mérési lehetőségek ikoncsoport *Egyenletek és koordináták* 

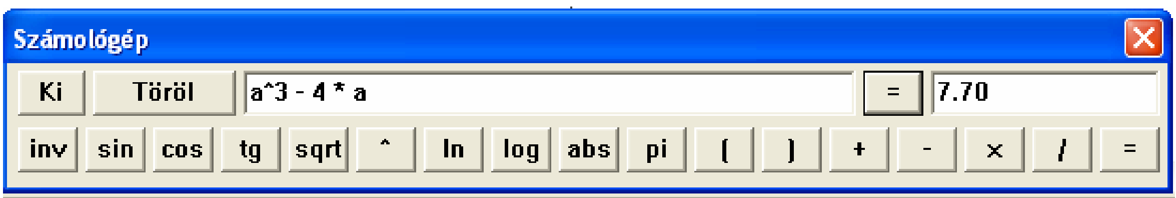
ikonját választva.

Ha a felvett pont első koordinátája egész szám, akkor a függvény mértani helyének meghatározásakor csak az egész számokhoz számol a program helyettesítési értéket, s csak az egész x koordinátájú pontokat rajzolja ki. Ha folytonos vonallal összekötött grafikont szeretnénk, akkor az x tengelyen ne egész koordinátájú pontot jelöljünk meg.



13. ábra: Függvényábrázolás Cabriban – 1. és 2. lépés

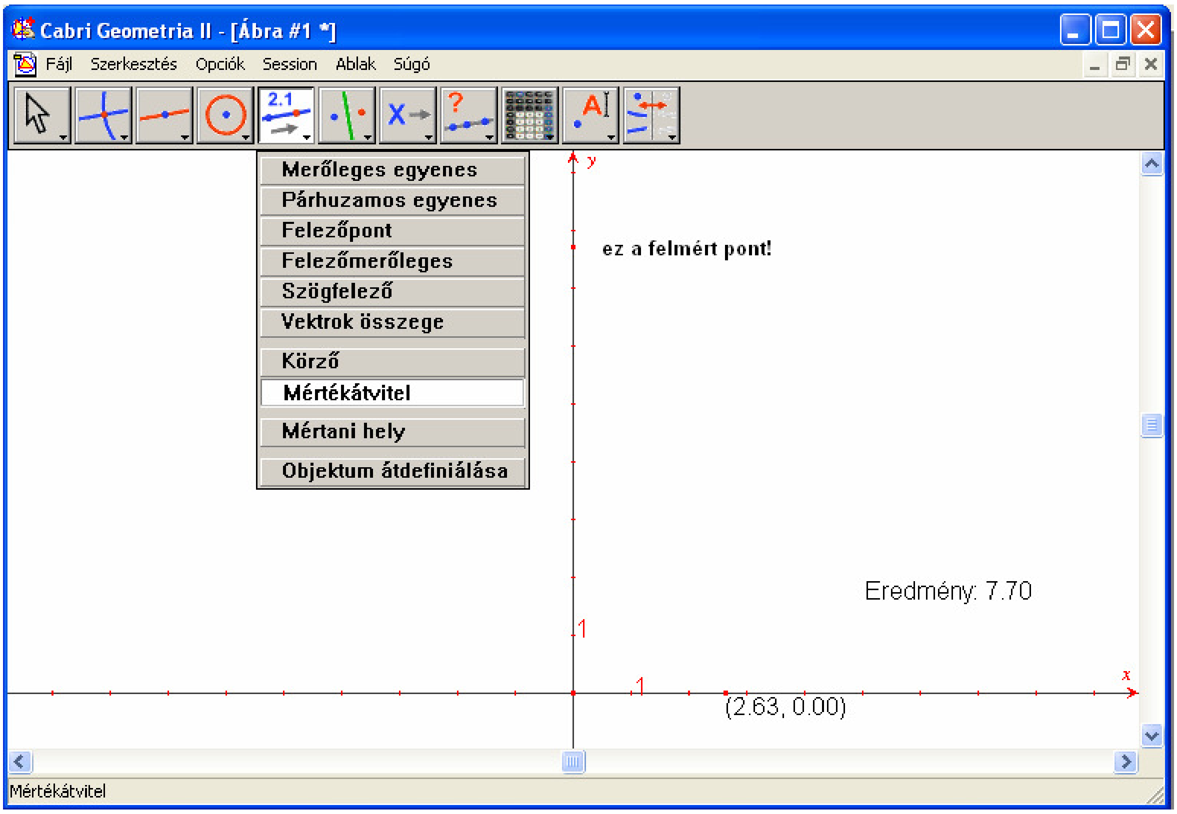
(3) Kapcsoljuk be a számológépet a Mérési lehetőségek ikoncsoport *Kalkulátor*  ikonjára kattintva, majd a számológép ablakában az üres mezőbe gépeljük be az ábrázolni kívánt függvényt megadó kifejezést. A kifejezés gépelésekor az x helyett mindig kattintsunk a tengelyen felvett pont első koordinátájára. A gépelés befejezésekor kattintsunk az egyenlőségjelre.



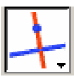
14. ábra: A Cabri program beépített számológépe (a függvényábrázolás 3. lépése)

(4) Vigyük az egeret az eredményre, nyomjuk le a bal egérgombot és húzzuk az eredményszámot a koordinátarendszerünkre.

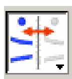
(5) Mérjük fel az eredményt az y tengelyre. Ehhez válasszuk az Összetett szerkesztések ikoncsoport *Mértékátvitel*  ikonját, majd kattintsunk először az eredmény számra, azután pedig az y tengelyre.

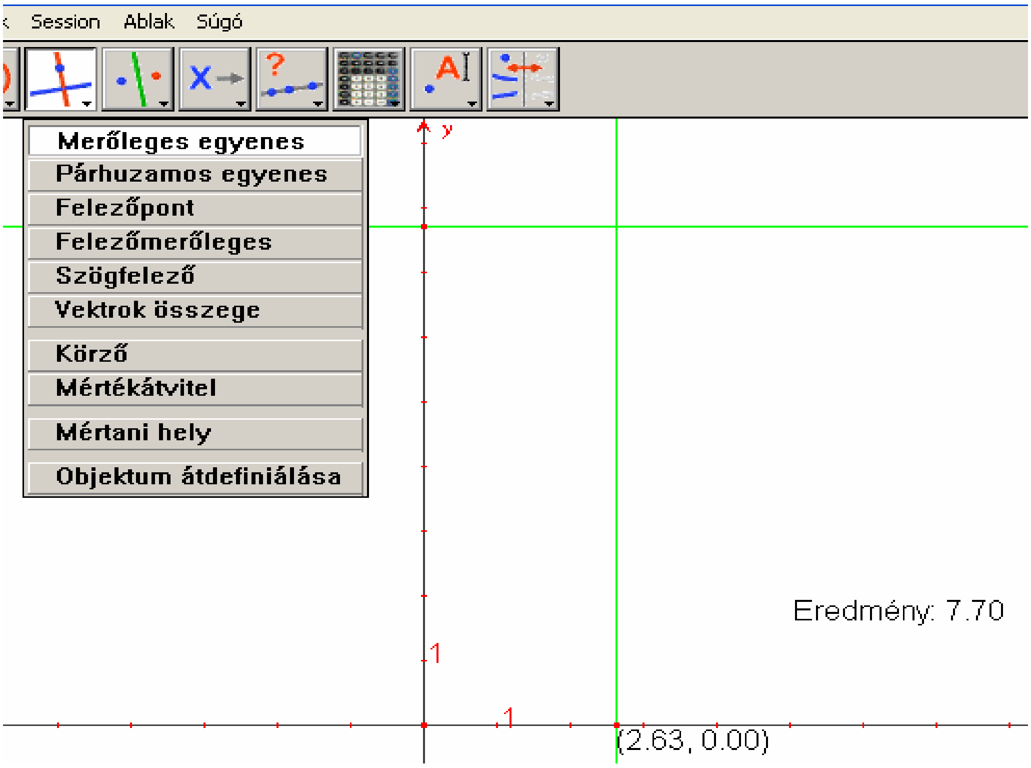


15. ábra: Függvényábrázolás a Cabriban - 4. és 5. lépés

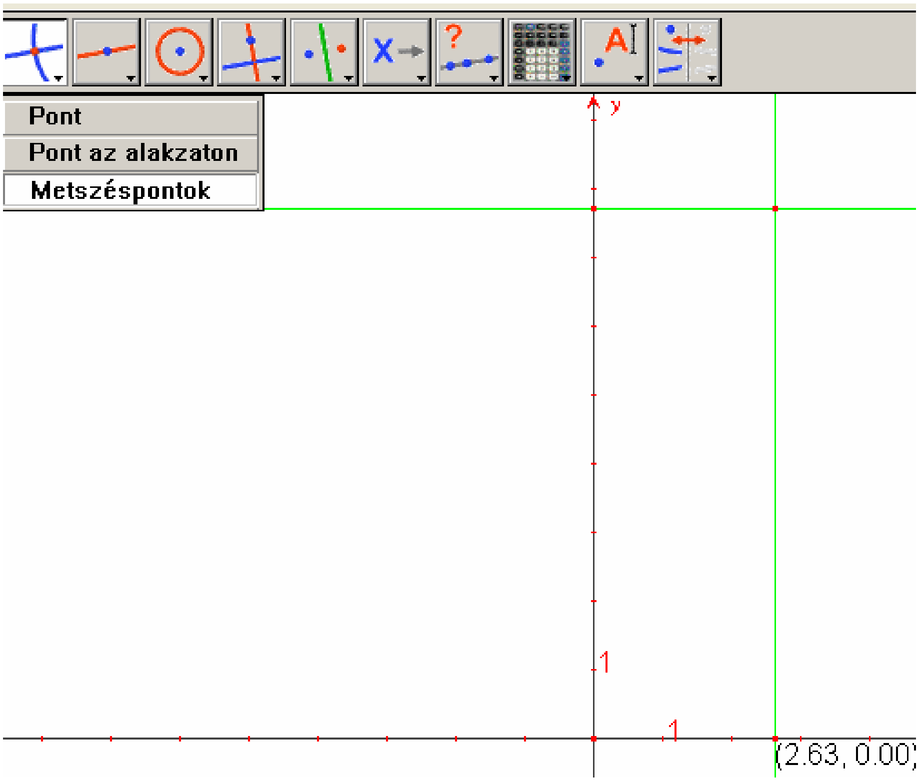
(6) Szerkesszünk merőleges egyeneseket a tengelyekre az eredeti ponton, illetve a felmért ponton át egyaránt. Ehhez válasszuk az Összetett szerkesztések ikoncsoport *Merőleges egyenes*  ikonját, majd kattintsunk a megfelelő pontra, illetve tengelyre. (16. ábra)

(7) Jelöljük meg a merőleges egyenesek metszéspontját a Pontok szerkesztése ikoncsoport *Metszéspontok* ikonját választva. (17. ábra)

(8) A merőleges egyeneseket rejtsük el a Tulajdonságok ikoncsoport *Mutat/Rejt*  ikonjára kattintva, csak a metszéspontjuk maradjon látható.

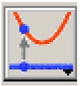


16. ábra: Függvényábrázolás Cabriban - 6. lépés

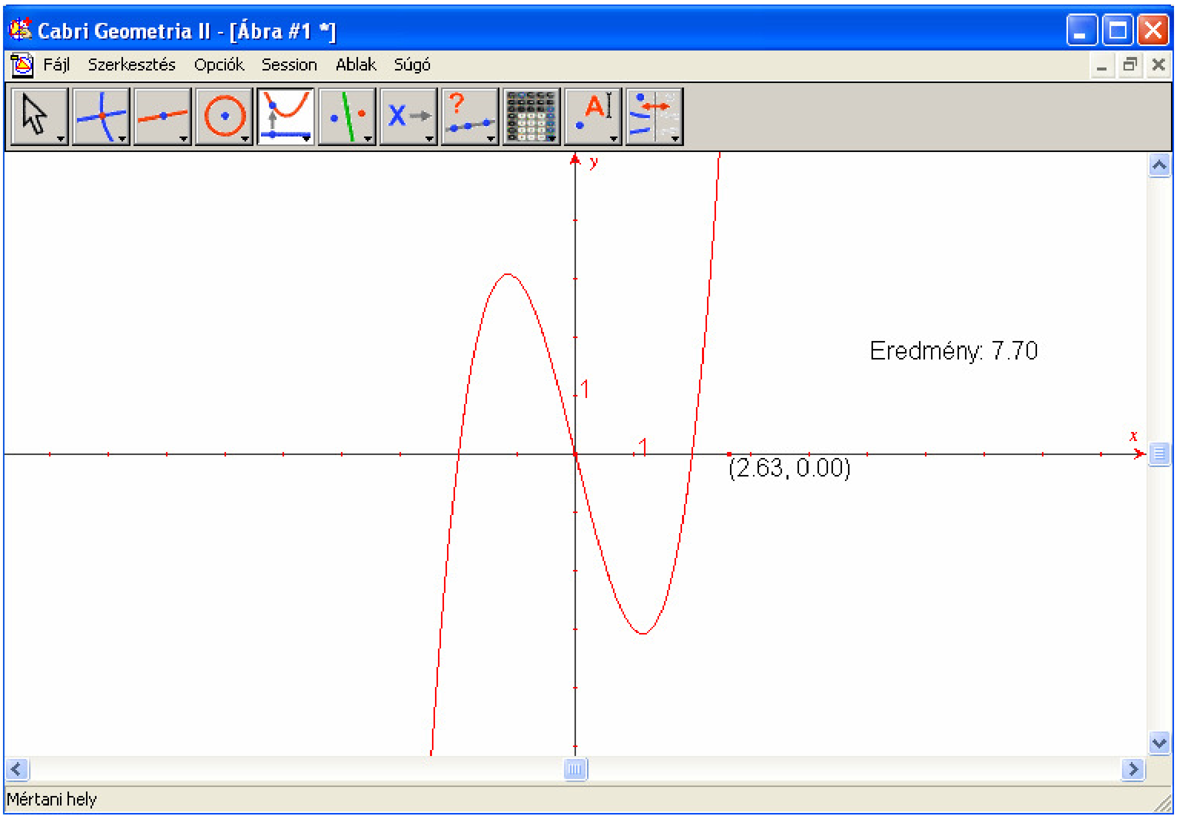


17. ábra: Függvényábrázolás Cabriban - 7. lépés

(9) Az Opciók menü Beállítások menüpontjában, s ezen belül a Mértani hely beállítások fülön állítsuk be az *Alakzatok száma a mértani helyen* értéket minél nagyobbra (ezres nagyságrend!).

(10) Készítsük el a mértani helyet, ehhez válasszuk az Összetett szerkesztések ikoncsoport *Mértani hely*  ikonját, majd kattintsunk elsőként a metszéspontra, másodjára pedig az eredeti pontra az x tengelyen.

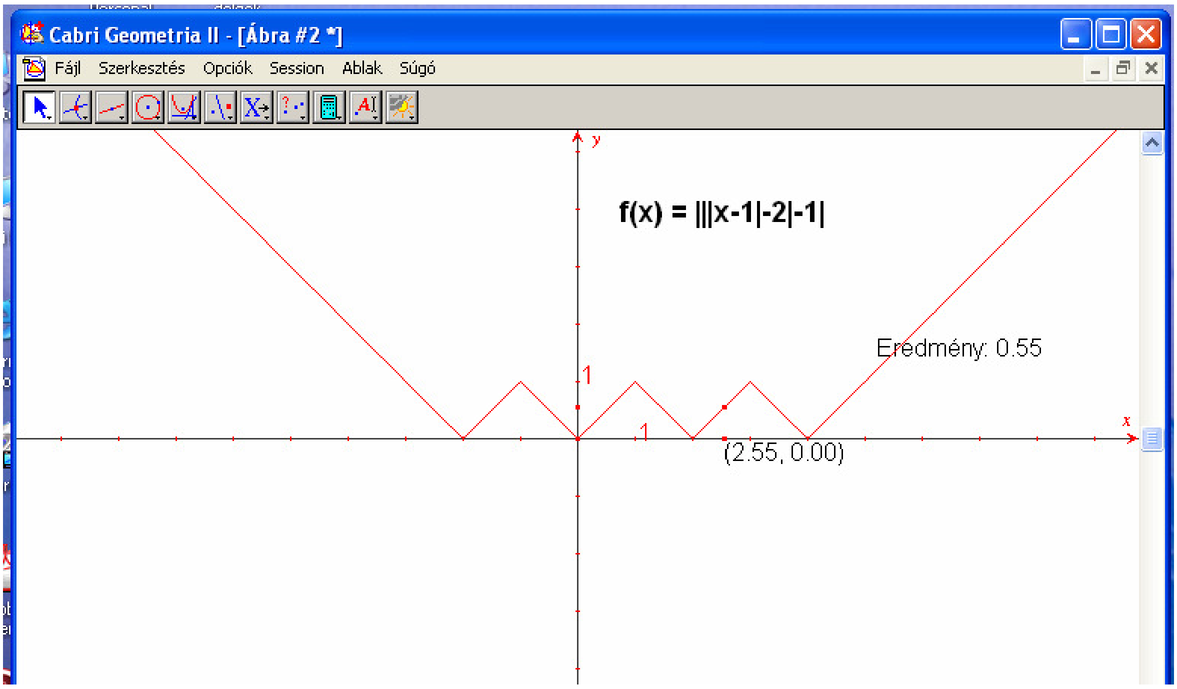
A szerkesztés végeredményeként az alábbi grafikont kapjuk:



18. ábra: Függvényábrázolás Cabriban - az eredmény

3.2.2 A Cabri alkalmazási lehetőségei a függvényábrázolás témakörben

(1) Számos függvény grafikonja gyorsan ábrázolható a program segítségével, s a kapott grafikonok alkalmasak a függvényjellemzők leolvasásának gyakoroltatására a tanulókkal. Példa: Az $f(x) = \left| \left| \left| x-1 \right| - 2 \right| - 1 \right|$ abszolútérték függvény ábrázolása valóban hosszadalmas a tanulók számára, a kész grafikonról viszont jól leolvashatók a függvényjellemzők.



19. ábra: Abszolútérték függvény transzformáltjának ábrázolása a Cabri programmal

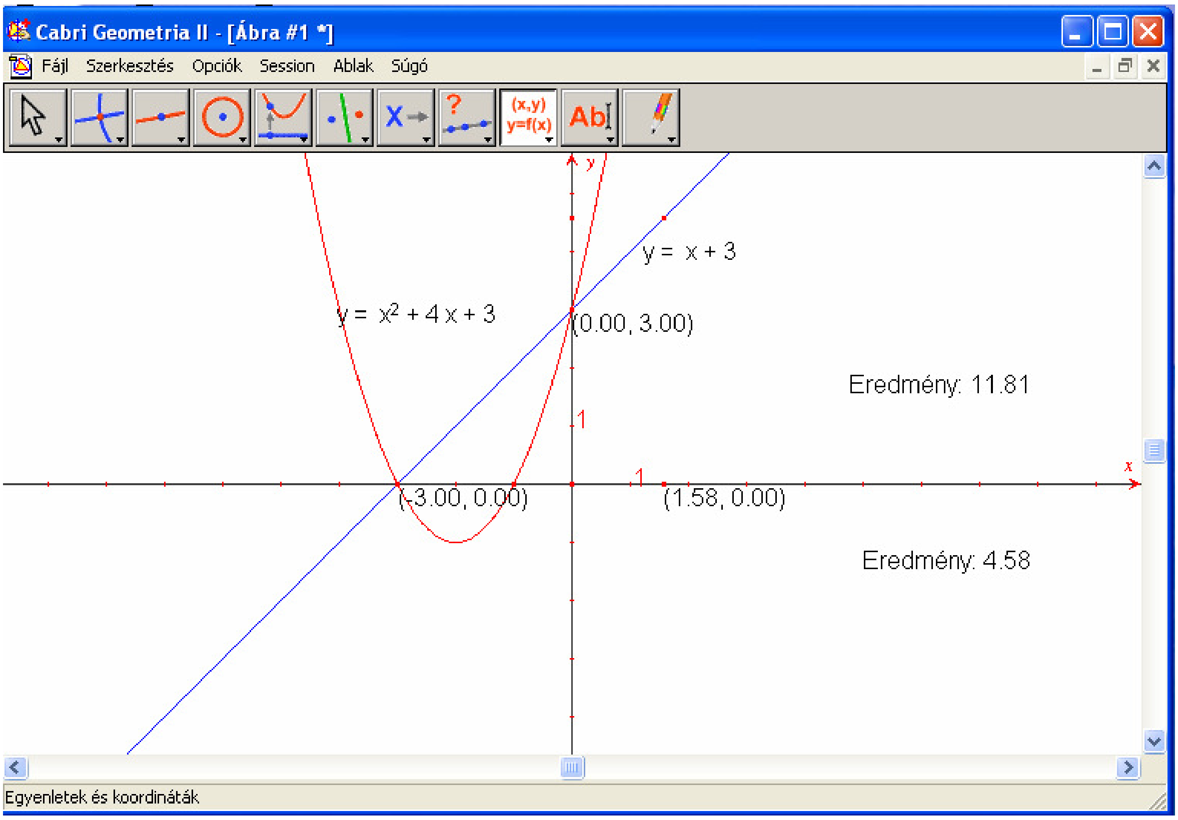
Megjegyzés: A függvényábrázolás menetét bemutató mintapéldában láttuk, hogy az ábrázolás során a Számológép mezőjébe be kell gépelni a függvényt meghatározó kifejezést. Ehhez rendelkezésre állnak nyomógombok a Számológép eszköztárán (pl. sin, cos, sqrt …), amelyek függvények és műveletek beszúrását teszik lehetővé a szerkesztendő kifejezésbe. Az itt szereplő függvények száma korlátozott, így sajnos a középiskolai tanulmányok során előfordulnak olyan függvények is, amelyek nem szemléltethetőek a Cabrival (pl. egészrész függvény).

(2) Ugyanazon koordinátarendszerben egyszerre több függvény grafikonja is megjeleníthető (az első függvény grafikonjának megszerkesztése után hasonlóképpen kell megszerkeszteni a második függvény grafikonját is), így ez a program is alkalmas egyenletek, illetve egyenletrendszerek grafikus megoldására. A program meg tudja jeleníteni az ábrázolt görbék egyenletét, illetve a kapott metszéspontok koordinátáit is. Így könnyen le tudjuk olvasni az ábráról az egyenlet, illetve egyenletrendszer megoldásait.

Ehhez a Mérési lehetőségek ikoncsoport *Egyenletek és koordináták* 

ikonját kell választanunk.

Példa: Az $(I)\ y = x^2 + 4x + 3\ (II)\ y = x + 3$ egyenletrendszer grafikus megoldása Cabrival.



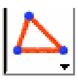
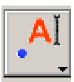
20. ábra: Egyenletrendszer megoldása grafikusan a Cabri programmal

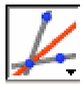
3.3 Geometriai szerkesztések a Cabrival

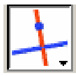
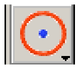
Ha végignézzük a Cabri eszköztárában lévő ikonokhoz rendelt funkciókat, akkor láthatjuk, hogy a program a geometriai szerkesztések megvalósításához, illetve oktatásához az eszközök színes palettáját kínálja. Ebben a fejezetben a program által kínált lehetőségek közül szeretnék néhányat bemutatni példákon keresztül.

3.3.1 Alapvető szerkesztési funkciók bemutatása

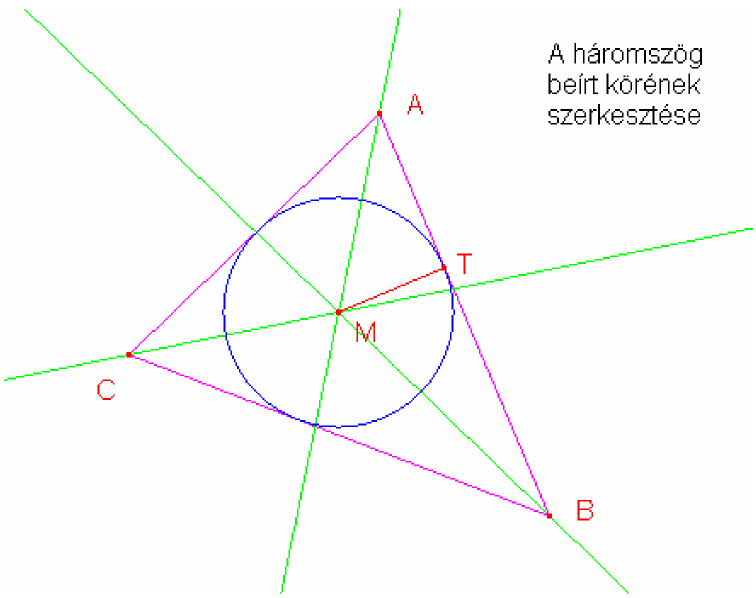
Példa: Szerkesszük meg az ABC háromszög beírt körét!

A szerkesztést egy általános háromszög rajzolásával kezdjük. Ez a Szakasz / Sokszög szerkesztése ikoncsoport *Háromszög*  ikonjának segítségével történik. A háromszög csúcspontjait a rajzolást követően azonnal megadhatjuk a Szövegek / Címkék ikoncsoport *Címkék*  ikonjának választásával. Az ábrán megjelenített szövegmezők dupla kattintással szerkeszthetőek, illetve az egérrel mozgathatóak.

A beírt kör középpontját a háromszög belső szögfelezőinek metszéspontjaként szerkesztjük meg. A szögfelezőket az Összetett szerkesztések ikoncsoport *Szögfelező*  ikonjának segítségével jelenítjük meg. Szögfelező szerkesztéséhez az említett funkció kiválasztása után az ABC szög esetében rendre az A, B, C csúcspontokra kell kattintani. A szögfelezők metszéspontját a Pont szerkesztése ikoncsoport *Metszéspont* ikonjával jelöljük meg, majd címkézzük.

A kör szerkesztése előtt megszerkesztjük az egyik érintési pontot, úgy, hogy merőlegest állítunk a szögfelezők metszéspontjából a háromszög egyik oldalegyenesére: ez az Összetett szerkesztések ikoncsoport *Merőleges egyenes*  ikonjával történik. A merőleges egyenes és az oldalegyenes metszéspontja lesz az érintési pont. A beírt kör szerkesztése a Kör szerkesztése ikoncsoport *Kör*  ikonjával történik, a metszéspontot a kör középpontjának és az érintési pontot a körív egy pontjának választva.

A szerkesztés eredményeként az alábbi ábrát kapjuk.



21. ábra: Háromszög beírt körének szerkesztése a Cabri programmal

Az ábrán szereplő alakzatok, illetve szövegek megjelenését (pl. színét) a Tulajdonságok ikoncsoport *Szín*  ikonjának segítségével módosíthatjuk.

3.3.2 Automatikus tételellenőrzés és a mérés bemutatása

Példa: Szerkesszük meg az ABC háromszög Euler-féle egyenesét!

Tétel: A háromszög magasságpontja, súlypontja és a körülírt kör középpontja egy egyenesen van. A súlypont a másik kettő távolságát harmadolja, és a körülírt kör középpontjához van közelebb. E három nevezetes pont egyenesét Euler-féle egyenesnek nevezzük.

A tételben szereplő nevezetes pontok szerkesztése során a program hasonló funkcióit kell alkalmaznunk, mint az 1. példában. Éppen ezért ennek részletezésére nem térek ki, csak egy-egy ábrával szemléltetem előállításukat.

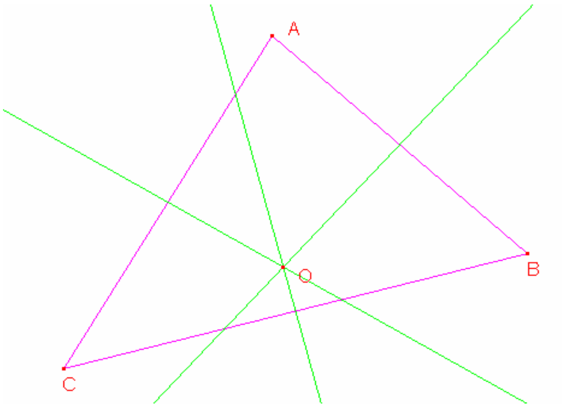
Az Euler-féle egyenest úgy veszem fel, hogy egyenest illesztek a három pont közül kettőre, például a körül írt kör középpontjára és a magasságpontra. A kapott egyenest látva felmerül a kérdés: Valóban illeszkedik erre az egyenesre a súlypont is? Ennek ellenőrzésére a program tud eszközt bocsátani a rendelkezésünkre: ez az eszköz az **automatikus tételellenőrzés funkció**. Ezt a funkciót a Tételellenőrzés ikoncsoport segítségével aktivizálhatjuk, mely lehetővé teszi az alábbiak ellenőrzését: kollinearitás, párhuzamosság, merőlegesség, ugyanolyan távolságra való elhelyezkedés valamely alakzatoktól, illeszkedés [7]. A példában az illeszkedést ellenőrizzük, így az *Illeszkedés*  ikon kiválasztása után megadjuk, hogy mely pont (súlypont) mely egyenesre (körül írt kör középpontjára és a magasságpontra illesztett egyenesre) való illeszkedését kívánjuk megvizsgáltatni a programmal. Az eredményről szöveges válasz jelenik meg a rajzterületen.

A tétel második felének vizsgálatához a Cabri egy másik funkcióját, a **mérés**t használjuk fel. A Mérés ikoncsoport segítségével lehetőség nyílik távolság és hosszúság, terület, meredekség, szög mérésére, valamint pont koordinátáinak és alakzatok egyenletének meghatározására. A példában a távolságmérést 

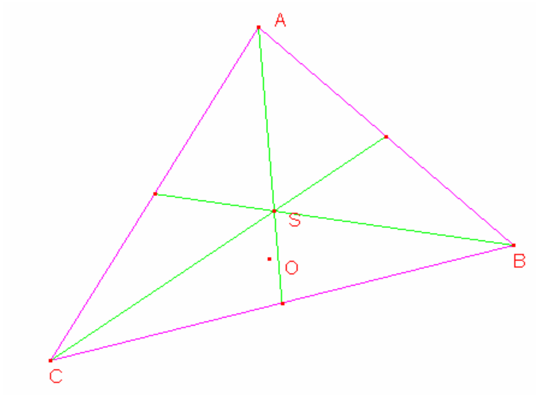
használhatjuk fel, két-két pont (magasságpont – súlypont, súlypont – körül írt kör középpontja) egymástól való távolságának meghatározásával lehet alátámasztani a tétel erre vonatkozó állítását. A mérés eredménye is megjelenik a képernyőn, az ábrával együtt megőrizhető.

A továbbiakban láthatjuk az Euler-féle egyenes szerkesztésének lépéseit szemléltető ábrákat, majd az illeszkedés vizsgálatát és a mérést bemutató egy-egy ábrát.

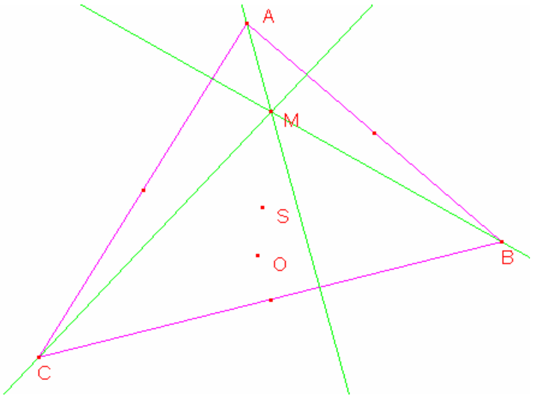
(1) körül írt kör középpontjának szerkesztése

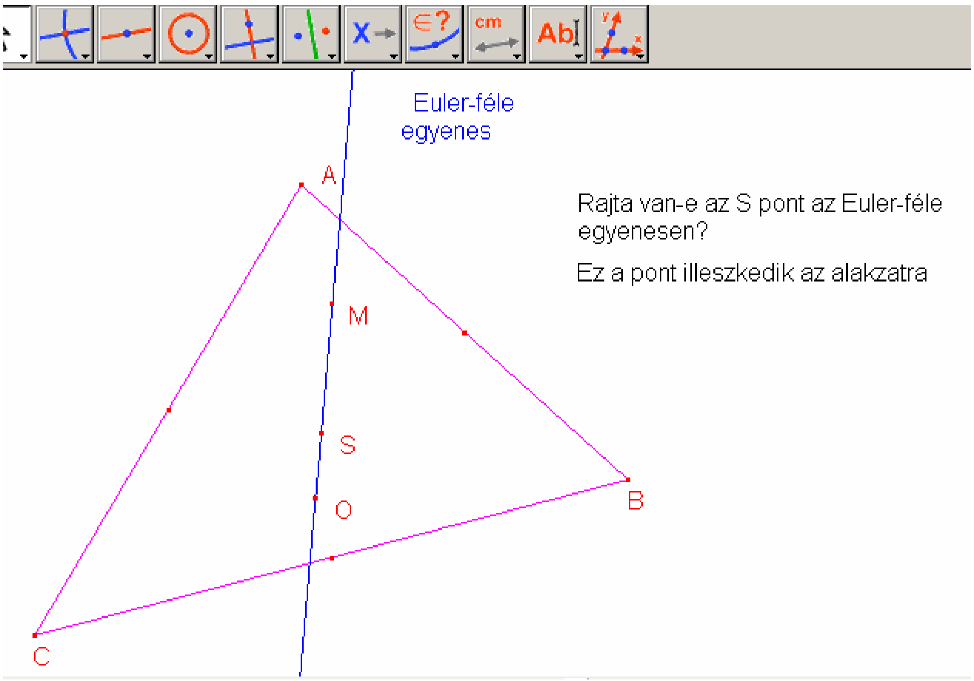


(2) súlypont szerkesztése

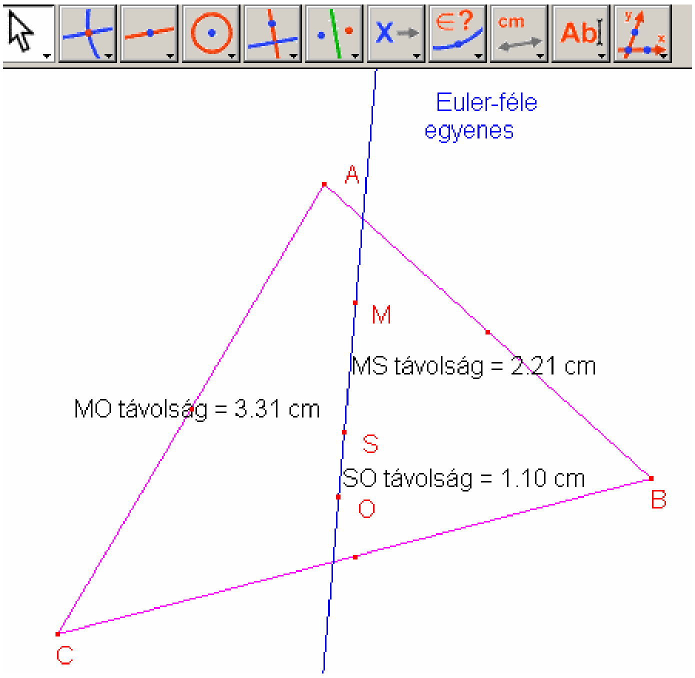


(3) magasságpont szerkesztése





22. ábra: Háromszög Euler-féle egyenesének szerkesztése a Cabri programmal, valamint pont egyenesre való illeszkedésének vizsgálata



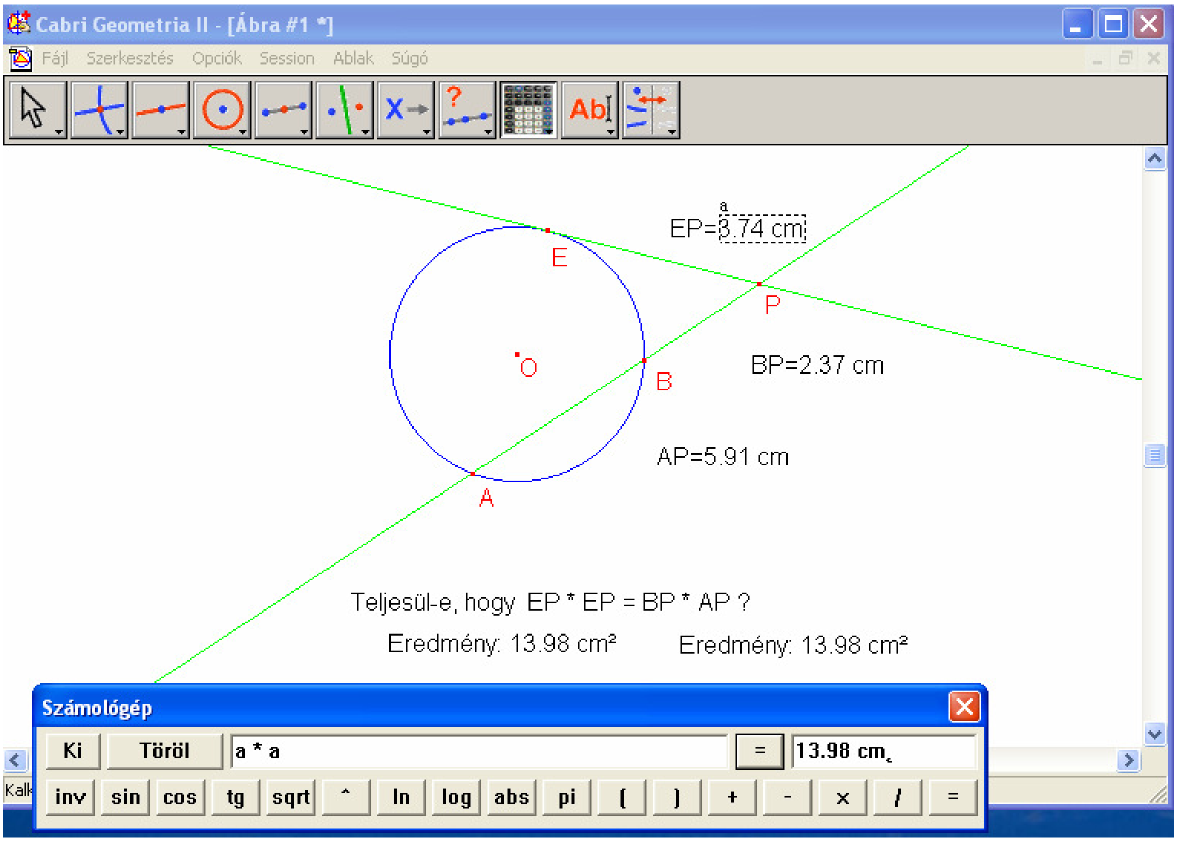
23. ábra: Távolságok mérése a Cabri programban az Euler-féle egyeneshez kapcsolódva

3.3.3 A számológép használatának bemutatása

Példa: Szerkesszünk egy körhöz adott külső pontból érintőt és szelőt, majd ellenőrizzük a körhöz húzott érintő- és szelőszakaszok tételének teljesülését!

Az érintő szerkesztésének (Thalesz-kör segítségével) és a szelő felvételének lépéseit, valamint az érintőszakasz és a szelőszakaszok hosszának mérését nem részletezem, hiszen ezek a program olyan funkcióival valósíthatók meg, amelyek már az eddigi példákban szerepeltek.

Ha már rendelkezésünkre állnak a mérési adatok, a tétel ellenőrzéséhez kapcsoljuk be a számológépet. Ezt a Mérés ikoncsoport *Kalkulátor* ikonjának kiválasztásával tehetjük meg. A számológéppel a rajzlapon található számokkal tudunk műveleteket végezni, úgy, hogy az egérrel a megfelelő számra, illetve műveletre mutatunk. Az eredmény kiíratásához az = jelre kell kattintani. Az eredmény ezután áthúzható a rajzlapra az egérrel, és a szövegdobozra duplán kattintva szerkeszthető is [8].



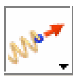
24. ábra: Számológép alkalmazása a Cabriban geometriai szerkesztések során

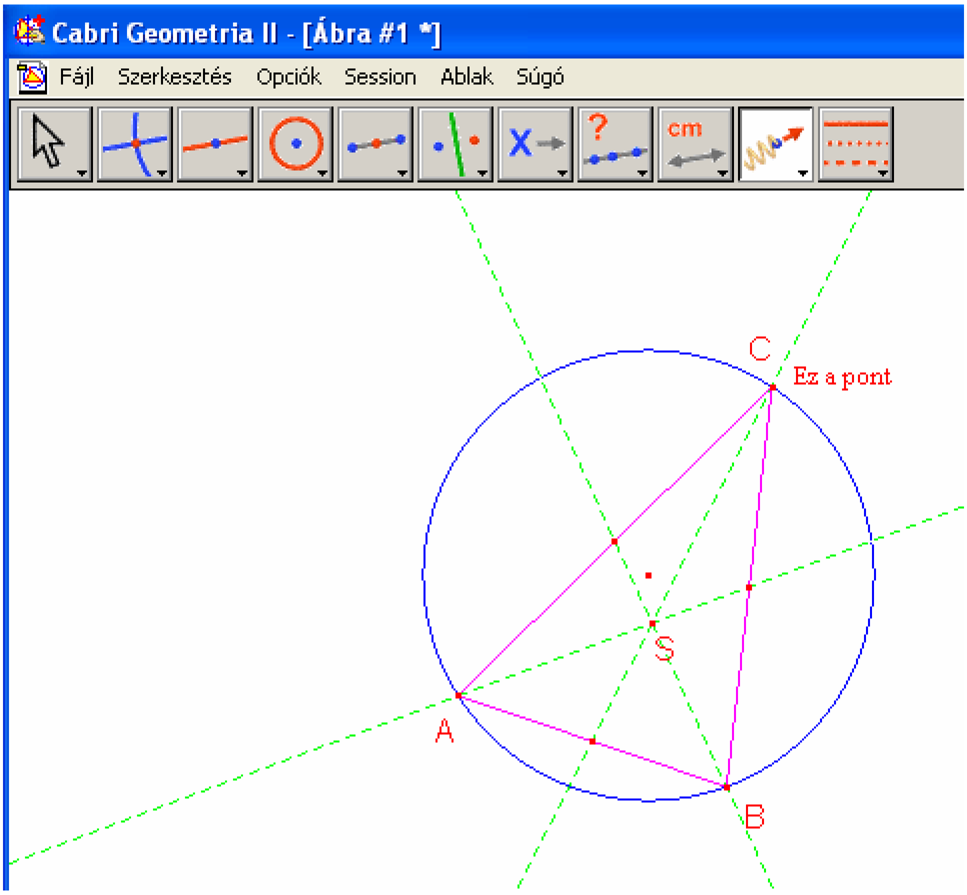
3.3.4 Az animáció és a nyomvonal meghatározásának bemutatása

Példa: Rögzítsük egy kör AB húrját és vizsgáljuk, hogy a körvonal egy C pontjának mozgatása esetén hogyan változik az ABC háromszög súlypontjának helyzete!

A kör és az ABC háromszög felvételét, valamint az ABC háromszög súlyvonalának szerkesztését nem részletezem, hiszen korábban már szerepeltek ezek a szerkesztési elemek. Ha készen vagyunk a felsoroltak megszerkesztésével, akkor a C pont mozgatása az animáció eszközeivel történik. A Cabriban az animáció jelentheti egy pont mozgatásán kívül egy objektum mozgatását is, és képes a program egyszerre több animáció elindítására is.

Pont animációja:

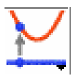
A Szövegek/címkék ikoncsoportban található Animáció  ikon kiválasztása után arra a pontra mutatunk (jelen esetben ez a C pont), amelyet mozgatni kívánunk. A rugó hosszúságának beállításával tudjuk szabályozni az animáció sebességét. Az animált pont azon az objektumon fog mozogni, amelyhez korábban hozzákapcsoltuk, illetve amelyen felvettük (a C pont esetében ez az objektum az ABC háromszög körül írt köre).



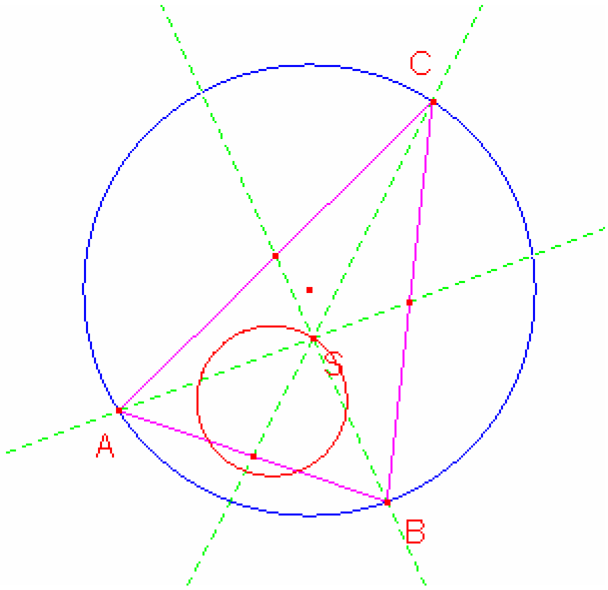
25. ábra: Pont animációja a Cabri programmal

Ha az animáció sebessége kicsi, akkor nyomon tudjuk követni a súlypont mozgását, de pontos információt akkor kapunk, ha kirajzolódik a mozgásának pályája, azaz a nyomvonala.

Mozgópont nyomvonalának (mértani helyének) meghatározása:

Az Összetett szerkesztések ikoncsoport *Mértani hely*  ikonját kell kiválasztani, majd elsőként azt a pontot kell megjelölni, amelynek látni akarjuk a mértani helyét (súlypont), másodjára pedig azt a pontot, amelyet mozgatunk (C pont).

Példánkban az alábbi ábrát kapjuk:



26. ábra: Mozgópont nyomvonalának meghatározása a Cabri programmal

A nyomvonal koordináta geometriabeli meghatározása:

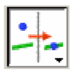
A függvényábrázolás témakörben láttuk már, hogy van lehetőség a beépített koordináta-rendszer használatára. Ennek bekapcsolása után (Tulajdonságok ikoncsoport / Tengelyek megjelenítése ikon), a program meg tudja határozni a kapott alakzat koordináta-geometriabeli egyenletét.

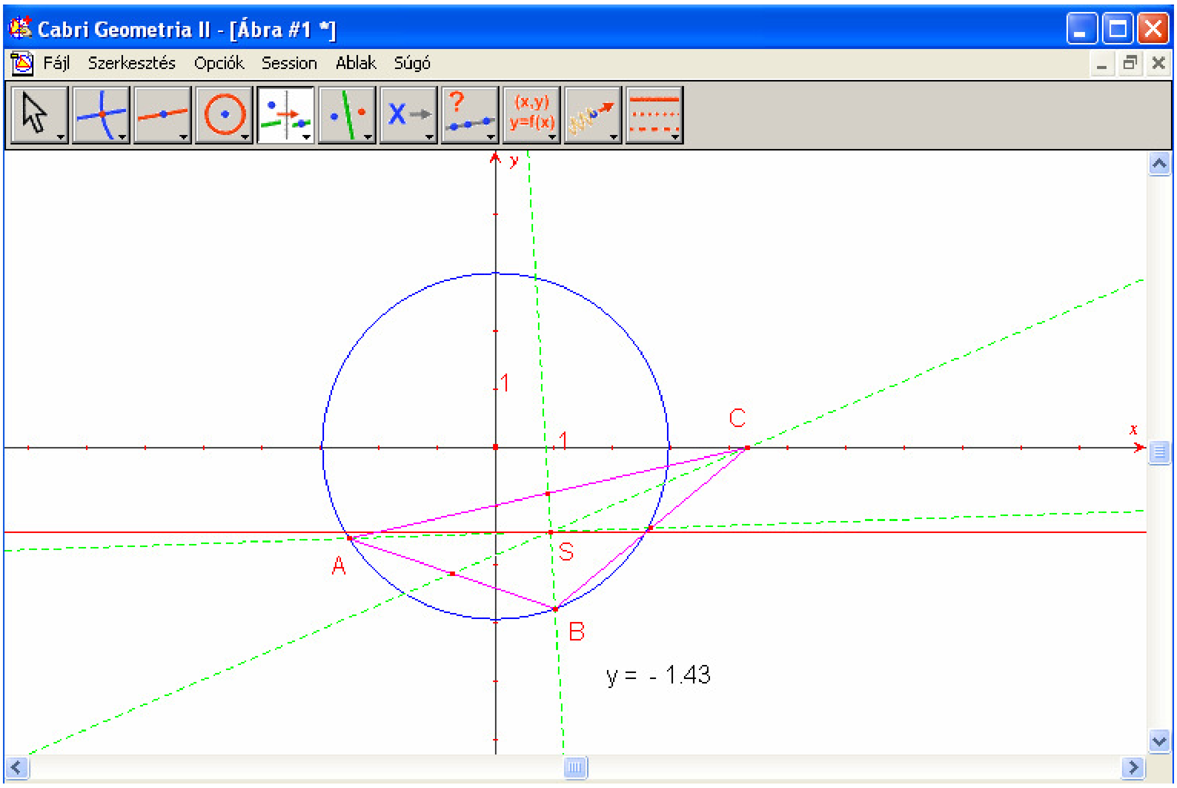
Ez a példánkban a következő:

$$3.50\,x^2 + 3.50\,y^2 + 3.45\,x + 10\,y + 4.57 = 0$$

Objektum újradefiniálásának lehetősége:

A program képes a pontok újradefiniálására [7], ami lehetővé teszi számunkra, hogy a C pont ne a kör mentén mozogjon, hanem például az X tengely (vagy az Y tengely) mentén.

Ehhez válasszuk ki az Összetett szerkesztések ikoncsoport *Objektum átdefiniálása*  ikonját, majd jelöljük meg az átdefiniálni kívánt C pontot. Ezután a megjelenő listából válasszuk ki a *Pont az alakzaton* elemet, majd mutassunk rá az X tengelyre. Ennek hatására a program átrajzolja a súlypont nyomvonalát, és amennyiben be van kapcsolva a koordinátarendszer, meghatározza az új alakzat egyenletét is.



27. ábra: Pont újradefiniálása és az új nyomvonal meghatározása

4. A Sulinet Digitális Tudásbázis (SDT) alkalmazása

4.1 Az SDT fogalma, története

A Sulinet Digitális Tudásbázis (SDT) a műveltségi területeket számos iskolai évfolyamon lefedő elektronikus tananyag-adatbázis és egyben tartalomkezelő keretrendszer. Azzal a céllal hozták létre, hogy az adatbázis leképezze az általános és középiskolák tantervét a különböző műveltségi területeken, és konkrét felhasználási útmutatókat, a tanórákon használható tananyagokat és újrahasznosítható tananyagelemeket nyújtson a pedagógusok és a diákok részére. Tananyagbázisa fejlesztőmunka eredménye, a mai napig folyamatosan fejlődik. A szakmai fejlesztésben szerepet kaptak pedagógusok, diákok, szakmai szervezetek, e-learning cégek, tartalomfejlesztők és könyvkiadók, így elmondhatjuk, hogy a rendszer szakmai koncepciója illeszkedik a magyar oktatási rendszerhez és a digitális pedagógia hazai eredményeire épít. A korszerű elektronikus tananyagok az informatika minden lehetséges eszközével támogatottak: a foglalkozások interaktív feladatokkal, szimulációkkal, tesztekkel vannak kiegészítve.

Az SDT-be csak olyan tananyagok kerülhetnek, amelyek megfelelnek egy kidolgozott szakmai, pedagógiai, s technológiai ellenőrzésnek. Fontosnak tartom megemlíteni, hogy a felhasználók a központilag létrehozott és szakmailag ellenőrzött törzsanyagokon kívül a már meglévő és/vagy általuk létrehozott új elemekből saját tananyagokat is készíthetnek, amelyeket a rendszer megjelenítő felületén vagy más felületeken is használhatnak az órán. Természetesen meg kell, hogy feleljenek az előbb említett ellenőrző rendszernek. Ezek a rugalmasan alakítható, átszerkeszthető és újra összefűzhető tananyagok időtállóak a változó tantervekkel szemben és szabadságot biztosítanak a különböző tanulási, tanítási stratégiáknak és alternatív módszereknek.

4.2 Az SDT alkalmazás elérhetősége

- Az SDT bejárata a Sulinet Oktatás honlap (www.sulinet.hu).

E szakportál egyik elsődleges célja, hogy oktatási segédanyagokat, tananyagegységeket jelentessen meg az SDT koncepció szellemében. A honlap azonban nemcsak tanítási segédanyagok gyűjtőhelye, hanem a tanárok egyéni ön-, illetve továbbképződésének színtere, egy módszertani információforrás, és az oktatásban résztvevők közti kommunikáció színtere is.

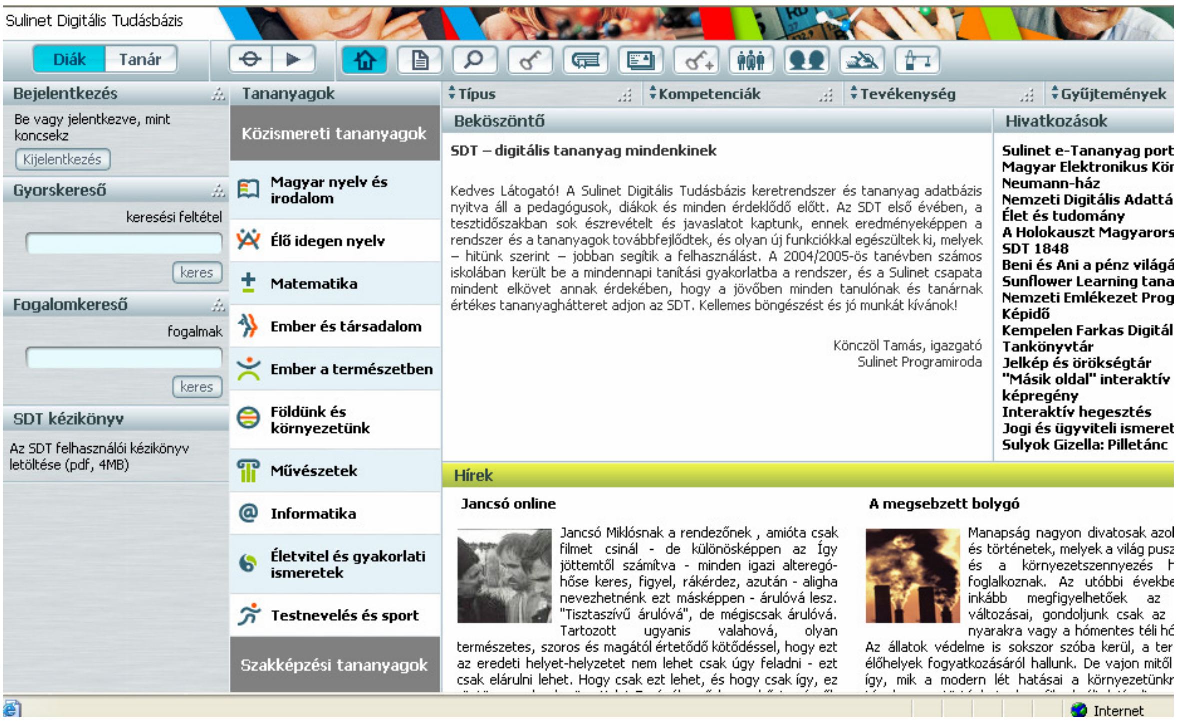
- A www.sulinet.hu/ikt-tiok elérhetőséget az alábbiak miatt emelném ki:

- A **Szoftverek** címszó alatt megtaláljuk azon szoftverek listáját, amelyekkel rendelkeznünk kell számítógépünkön az SDT használatához, illetve a tananyagszerkesztéshez.

- A **Tananyag** címszó alatt felsorolt linkek közül az utolsó az **IKT-B (SDT tevékenységek 7-12. évfolyam)** nevet viseli. Ez a link egy olyan területre mutat, ahol az IKT kompetencia fejlesztésére alkalmas tevékenységeket találunk a nem informatika tantárgyakban. Ezek a tevékenységek még tesztelés alatt állnak, de már felhasználhatók az éles SDT rendszerben lévő tananyagokkal együtt, illetve azok kiegészítésére. A tananyagok között megtaláljuk a **matematika** tantárgy feldolgozását is, a középiskola 9-12. évfolyamára vonatkozóan.

4.3 Az SDT tananyagok felépítésének ismertetése

Amennyiben az ***sdt.sulinet.hu*** címre keresünk a böngészőben, automatikusan a SDT kezdőlapjára kerülünk.



28. **ábra: Az SDT kezdőlapja**

Kezdőlap:

A kezdőlap felépítését tekintve az alábbi fontosabb elemeket tartalmazza:

- Eszköztár:

 Kezdőlap = használat során a kezdőlapra ugrik.

 Tallózás = a tananyagok között tudunk válogatni.

 Keresés (ld. később).

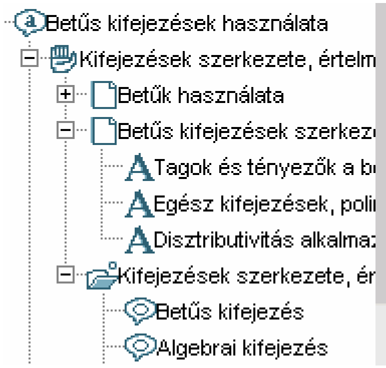
 Regisztráció = regisztrált felhasználók számára plusz szolgáltatásokat nyújt a rendszer (ld. később), ennek megfelelően bővül az eszköztár.

- Bejelentkezés: a regisztrált felhasználók számára.
- Gyorskereső: funkciója ugyanaz, mint a részletes keresésnek, amiről később lesz szó.
- SDT felhasználói kézikönyv (letölthető) [4].
- **Tananyagok**: Közismereti és szakképzési tananyagok bontásban, műveltségi területenként megjelenítve.
- Szükséges szoftverek

A tananyagok felépítése:

A tananyagok használatához fontos ismernünk azok felépítését, amely az alábbi hierarchiát követi:

Téma / Foglalkozás / Lap / Tananyag elemek [3]



29. ábra: Példa a tananyagok hierarchiájára az SDT-ben

A foglalkozásokról:

(1) A foglalkozás felépítése:

A foglakozás elején ún. *piktogrammok* találhatók, amelyek hasznos módszertani információkat ajánlanak a felhasználónak például arra vonatkozóan, hogy milyen módszerrel történhet az ismeretek közlése, milyen tanulói készségeket igényel az elsajátításuk, kik képezik a célcsoportot, kötelező vagy választható tanórai anyagról van-e szó, milyen tevékenységek és módszerek alkalmazhatók a tanórán.

A tárgy címszó alatt (amely a legtöbb esetben üres) találhatjuk az ún. *TIP-TAP*-okat. A TAP mozaikszó a tanulási program (tanulói információk) kifejezésből, a TIP (tanári információk) pedig a tanítási program kifejezésből származik. A tanulói információk címszó alatt a tanulók kapnak utasításokat pl. mit ismételjenek át, milyen fogalmakat elevenítsenek fel az új ismeretek elsajátításához; a tanári információk pedig a foglalkozást felhasználni kívánó tanár kollégának jelentenek segítséget a tananyag elsajátíttatásához.

(2) A foglalkozás megnyitása:

A foglalkozás megnyitása a  ikonra való kattintással történik. Minden foglalkozás lapokból  épül fel, amelyeken rövidebb-hosszabb tananyagrészek találhatók. A tananyag szerkesztője a lapok között logikai kapcsolatot állít fel a tananyag szerkesztésekor: azaz rögzíti, hogy egyazon foglalkozást alkotó lapok közül melyiket célszerű elsőként elsajátítani a tanulónak, illetve mi lesz a további lapok közötti kapcsolat, elsajátításuk sorrendje. Ez lényegében a programozott oktatásra épül. A lapok közötti kapcsolatot gráf segítségével rögzíti a tananyag szerkesztője, s ez a gráf szemléltetésre is szolgál a foglalkozás felépítésének áttekintéséhez. A foglalkozás megnyitásakor a kezdő tananyagrészként megjelölt lap nyílik meg elsőként. Az aktuális lap alján található ikonokra kattintva tudjuk a további lapokat megnyitni, vagy visszamenni a foglalkozás főoldalára. A foglalkozás a lapokon kívül tartalmazhat még egyéb elemeket: pl. fogalomtár, gyűjtemény.

(3) A foglalkozás letöltése:

Amennyiben a foglalkozást a későbbiekben szeretnénk alkalmazni, akkor a Foglalkozás referenciacsomagjának letöltése ikonra kell kattintani. Így lehetőségünk lesz a letöltött foglalkozás off-line, azaz internet kapcsolat nélküli lejátszásához.

A tananyagelemekről:

A lapok tartalma egy-egy kidolgozott, összefüggő tananyagrész. Valójában azonban minden lap ún. tananyagelemekből épül fel, amelyek létrehozása egyedileg történik és a lapszerkesztés művelete során készül el a felhasználásukkal egy-egy lap. A tananyagelemek tárolása is egyedileg történik a szerkesztő által létrehozott mappában, így közülük bármelyik felhasználható egy újabb lap szerkesztésekor. Tananyagelemek: pl. szöveg, kép, animáció, mozgókép, hivatkozás, hang, tesztfeladat. Ezek közül a kép, az animáció, a mozgókép és a hang önállóan is letölthető, a lap többi tananyagelemétől függetlenül. Letöltéshez elsőként az adott tananyagelem alatt található, majd az ikonokra kell kattintani.

A tananyagvázlat:

Egy-egy foglalkozással kapcsolatban a felhasználó megtekintheti a foglalkozás tananyagvázlatát, a megfelelő linkre kattintva. A tananyagvázlat két részből áll: a fogalomtérkép + magyarázat. A fogalomtérkép nem más, mint egy asszociációs gráf, amelyben a csomópontok az egyes fogalmak, az élek pedig a fogalmak közötti kapcsolatokat jelölik ki. A tananyag szerkesztésekor a fogalomgráf elkészítése azon alapszik, hogy egy új fogalmat, amit tanulunk, mindig hozzákötjük valamely már meglévő ismeretünkhöz. A magyarázat alatt a tanulóknak szóló információk jelennek meg, az ismeretek elsajátításának segítése céljából.

Foglalkozásvázlat:

Szöveges leírás, amely a foglalkozás anyagát tanítani kívánó kollégáknak szóló információkat tartalmaz.

4.4 Hasznos funkciók az SDT-ben

(1) Tallózás

A tananyagok hierarchikus felépítésének áttekintését teszi lehetővé. A Tallózás ikonra kattintva a bal oldali ablakrészben a tananyagok fastruktúrája jelenik meg előttünk, amelyben az egyes szinteket a megnevezés előtti +/- váltókapcsolóra kattintva tudjuk kinyitni, illetve bezárni.

(2) Keresés

A Keresés ikonra kattintva három szolgáltatást kínál fel a program: részletes kereső, fogalomkereső, növényhatározó.

Részletes kereső: összetett keresést tesz lehetővé az SDT teljes adatbázisában, funkciója megegyezik a kezdőlapon található gyorskeresőével. A keresés kulcsszavak alapján történik, így a Kulcsszó mező kitöltése kötelező. A Kulcsszó mező mellett célszerű a Miben keres mező (pl szöveg, kép…) kitöltése is, mert egyébként minden egyes tananyagelemet végig néz a keresendő szó után. A keresés eredménye listába rendezve jelenik meg a képernyőn, az egyes találatok tartalma a Tárgy szó előtti ikonra kattintva jeleníthető meg, majd innen letölthető.

Fogalomkereső: az általunk felsorolt fogalmak közötti kapcsolatokat keresi meg, a fogalomgráfokat alapul véve.

A további funkciók csak regisztrált felhasználók számára érhetőek el!

(3) Metaadatok, könyvjelzők használata

A tallózás eredményét megjelenítő (Tananyagok) ablak mellet balról megnyithatunk egy újabb ablakot a fehér színű, jobbra mutató nyilacskára kattintva. Ebben az ablakban találjuk a Szolgáltatások funkciót, az alábbi lehetőségekkel:

Metaadatok: rákattintva megjelenik a Tallózóban kijelölt tananyaghoz tartozó link, amely innen kimásolható és tárolható. A linket később bemásolva a böngésző címsorába, a linkhez tartozó tananyag töltődik be. (Kedvencek funkció helyett!)

Könyvjelzők: könyvjelzőket helyezhetünk el az egyes tananyagok mellé, s így ezeket a tananyagokat a könyvjelzőket tartalmazó mappából az adott könyvjelzőre kattintva azonnal megjeleníthetjük.

(4) Csoportok kezelése

Az eszköztáron a *Munkacsoportok kezelése* ikonnal indítható el ez a funkció. Minden regisztrált felhasználó létrehozhat ún. munkacsoportot, amelynek a továbbiakban ő a tulajdonosa. Ez azt jelenti, hogy a továbbiakban ő dönt arról, hogy ha valaki jelentkezik ebbe a csoportba, akkor elutasítja vagy jóváhagyja a jelentkezést.

(5) Chat

Az ugyanazon munkacsoportba tartozók tudnak egymással chat-telni.

(6) Fórum

- Moderálatlan fórum: működik egy faliújság, amit minden regisztrált felhasználó olvashat és üzenetet helyezhet fel rá. Az üzenetek nincsenek kontrollálva.

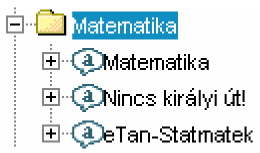
- Moderált fórum: a faliújságnak van egy moderátora, aki ellenőrzi az üzeneteket vagy előzetesen (a nem megfelelő üzenet egyáltalán nem kerül fel), vagy utólagosan (a feltett üzenetet leveszi, ha az nem felel meg a kívánalmaknak).

4.5 Az SDT alkalmazása a matematika oktatásában

Mielőtt rátérek ezen téma részletezésére, megjegyezni kívánom, hogy a matematika tananyagok megtekintéséhez szükség van a Math Player nevű szoftverre az adott számítógépen..

A tananyagok műveltségi területenként találhatók meg a *közismeret* és a *szakképzés* kategóriákon belül. A matematika a közismeret kategóriában önálló műveltségi területként jelenik meg.

A matematika mappában három téma található:



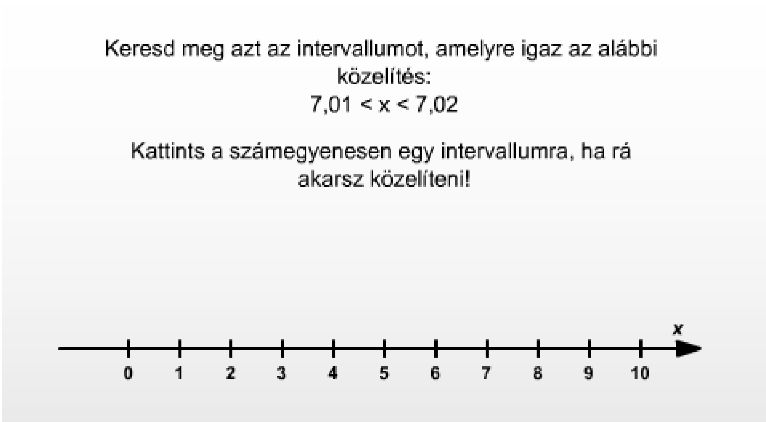
(1) A Matematika téma tartalma:

- A középiskolai matematika tantárgy által felölelt ismeretek évfolyamok szerinti bontásban, s az egyes évfolyamokon belül témakörök szerinti bontásban találhatók meg. A témakörökön belül a már korábban említett foglalkozások tartalmazzák a kidolgozott tananyagokat.

- Az egyes foglalkozások tartalmát átnézve azt tapasztaltam, hogy a tananyagok kidolgozása jóval több az ismeretek egyszerű közlésénél. Az ismeretközlést ugyanis szinte mindig követik a megértést segítő mintafeladatok megoldással együtt (feladat és megoldás ugyanazon a lapon szerepel), valamint szemléltetés céljából számos kép, illetve animáció tekinthető meg. A képek, animációk letölthetőek, s felhasználhatók esetleg újabb tananyagok szerkesztéséhez, de egyszerűen önmagukban is bemutathatóak a tanórán az aktuális tananyag szemléltetéséhez. Az animációk lejátszása a legalapvetőbb számítástechnikai ismereteket igényli (pl. egér kezelése, állomány megnyitása, bezárása).

Megjegyzés: A tananyagban szereplő animációk Shockwave Flash Object fájlok, lejátszásukhoz szükség van a Shockwave Player nevű szoftverre. A képek JPEG kiterjesztésű állományok.

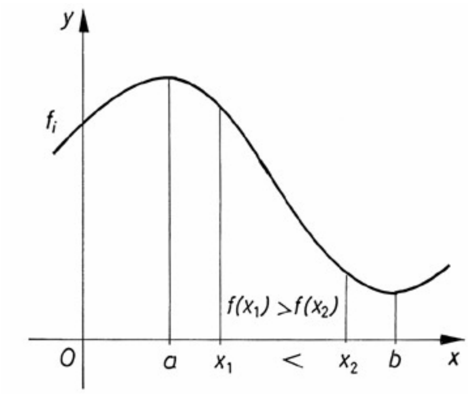
Példa animációra:



30. ábra: Animáció az SDT matematika tananyagban

Ez az animáció a számfogalom kiépítése témában szerepel szemléltetésként.

Példa képre:

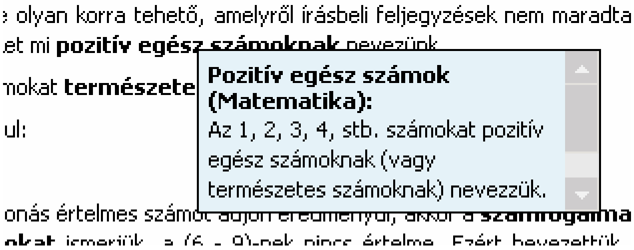


31. ábra: Kép az SDT matematika tananyagban

Ez a kép a függvények monotonitásának bemutatásánál szerepel.

- Szinte minden foglalkozásban található a foglalkozás anyagához kapcsolódó fogalmakat tartalmazó fogalomtár. Jól használhatónak tartom ezt a tananyagelemet, ugyanis áttekinthetően és logikusan, egymásra épülten jeleníti meg a fogalmakat. Az említett fogalomtárakon kívül az SDT rendszer rendelkezik egy központi fogalomtárral is. Ennek az a jelentősége, hogy amikor szöveges állományt olvasunk a tananyagban, a benne szereplő félkövér stílusú kifejezésekhez tartozhat magyarázat ebben a fogalomtárban, ami egy keretbe ágyazódva megjelenik a képernyőn, ha az egeret az adott kifejezésre visszük.

Példa:



32. ábra: Fogalom megjelenítése

- A foglalkozások egy lehetséges eleme, amelyet az ikon szemléltet, az ún. tevékenység. A tevékenység egy olyan tananyagelem, amelyben konkrét példán keresztül történik egy-egy új fogalom bevezetése.

- A Matematika témán belül közel száz érettségi/felvételi feladatot is találunk. Ezek kidolgozását azért tartom jónak, mert nemcsak a feladat megfogalmazását és a helyes végeredményt közölték a szerzők, hanem először tanári segítséget is „kérhet” a tanuló a megoldáshoz, illetve a részletes megoldást is megnézheti (mindez 4 darab külön lapon szerepel, így a tanuló végezhet önálló munkát, mert nem látja a feladattal együtt a többi információt is).

- Az utolsó téma a Matematika témán belül a Tevékenységek nevet viseli. Témakörönkénti bontásban találunk benne megoldandó feladatokat a részletes megoldásokkal együtt, de az előzőhöz képest kicsit más módszerrel. Egy-egy feladathoz két lap tartozik, az egyiken a feladat ismertetése szerepel, a másikon a megoldás, de mindkét lapon szerepelnek magyarázatok, képek, illusztrációk a megoldáshoz és hivatkozások a tananyag idevonatkozó részeire.

(2) A Nincs királyi út! téma tartalma:

Ez a téma hatalmas mennyiségű matematika történeti információt tartalmaz. Az ókori matematikától kezdve napjainkig mutatja be a matematika fejlődését. Ezek érdekes információk, de azt hiszem, hogy elsősorban a kollégák számára. Tanórára csak igen kevés információ emelhető be innen az idő hiánya miatt. Itt megjelenik egy újabb tananyagelem, a gyűjtemény, amivel eddig a matematika tananyagban még nem találkoztunk. A gyűjtemények egy része szöveges állományokat (önéletrajzokat), egy része pedig képállományokat (arcképeket) tartalmaz.

(3) Az eTan-Statmatek téma tartalma:

Digitális oktatási segédanyagot tartalmaz a statisztika modulhoz, illetve a matematikához. Felhasználhatják a matematika és a közgazdász tanárok egyaránt, illetve természetesen a tanulók. Szemléltetésképpen a kép és az animáció mellett előfordulnak magyarázó videofilmek (mozgóképek) is. Ebben a tananyagban is vannak mintafeladatok, gyakorló feladatok és teljesítmény felmérő sorok is.

4.6 Az SDT hiányosságai

Az SDT-ről szóló fejezet eddigi pontjaiban az SDT alkalmazási lehetőségeiről írtam, utalva azokra az előnyökre, amikre szert tehetünk a matematika oktatásában, ha megismerkedünk az SDT-vel. Néhány szót azonban szeretnék szólni azokról a dolgokról is, amiket hiányosságoknak tekintek ezzel az informatikai eszközzel kapcsolatban.

- Az egyes műveltségi területekhez tartozó tananyagokban többször előfordulnak ún. tesztfeladatok, a matematikában viszont ez a típusú tananyagelem nem jelenik meg. Bár a középszintű érettségin elmélet számonkérése tételesen nem történik, csak a feladatokon keresztül, az elméleti ismeretek elsajátításához, illetve ismétléséhez szerintem jól lehetne alkalmazni akár többszörös, akár egyszeres választásra épülő tesztfeladatokat is.
- A 4.4-es fejezetben már ismertettem a részletes keresés funkciót az SDT tananyagokban. Azért térek ki újból erre a funkcióra, mert a matematika tananyagokkal való ismerkedés során próbáltam alkalmazni a részletes keresést, és előnyei mellett sajnos a hátrányait is megtapasztaltam. Kulcsszó szerinti keresésről van szó. A keresést gyorsítaná, ha megjelölnénk, hogy melyik műveltségi területről szeretnénk információt kapni, a műveltségi terület megjelölése esetén viszont nem működik a keresés. Szintén a keresés gyorsítását szolgálná annak megjelölése, hogy milyen típusú tananyagelemben kérjük a megadott kifejezés keresését. Sajnos, a legtöbbször így sem kapjuk meg az összes lehetséges előfordulást. Úgy gondolom, hogy az SDT keresési rendszere némi átdolgozásra szolgál, addig is inkább a tallózást javaslom, ha valamit meg akarunk keresni a tananyagok között.

Összefoglalás

Szakdolgozatomban igyekeztem bemutatni, hogy a különböző informatikai eszközök hogyan tudják megkönnyíteni a középiskolai matematika megértését és elsajátítását a tanulók számára, illetve segíteni a tanár kollégákat a megértetés és az elsajátíttatás folyamatában. Az általam választott informatikai eszközök között szerepel olyan nem kifejezetten matematikai szoftver, amely bizonyos esetekben, egyes témakörök tanítása során segíthet a matematikai számítások elvégzésének könnyítésével, illetve függvények ábrázolásával: ez az Excel nevű táblázatkezelő program. Szerepel egy kifejezetten matematikai szoftver, amely a geometriában szemléletkialakításhoz, illetve komolyabb vizsgálódáshoz egyaránt nagyszerűen alkalmazható: ez a Cabri nevű geometriai szerkesztő program. És végül, de nem utolsó sorban szerepel egy olyan informatikai eszköz is, amely nem csak a matematikában, hanem más tudományágakban is segítséget nyújthat az oktatás terén: az SDT elektronikus tananyagok.

Úgy gondolom, hogy az imént felsorolt eszközök azon túl, hogy sokszínűsíthetik a matematika tanítását és elsajátítását a különböző témakörökben, elősegíthetik a matematikai szemlélet kialakítását is. Dolgozatomban javarészt problémák megoldásán keresztül próbáltam közelebb vinni a tisztelt olvasót ezen eszközökhöz, a gyakorlat mellett természetesen kitértem az egyes lehetőségek elméleti hátterére is. A munkában szereplő példák nem merítik ki teljesen a fenti két program által nyújtott lehetőségeket, illetve az SDT alkalmazhatóságát, hanem úgy kell rájuk tekinteni, mint egy puzzle néhány darabjára, amelyek továbbiakkal egészíthetők ki. Ha a tisztelt olvasó már járatos az említett eszközök használatában, mint informatikus, akkor remélem, hogy tudtam újat mutatni a matematika terén való alkalmazhatóságukról. Bízom benne, hogy a matematika szakos kollégák pedig dolgozatomat olvasva kedvet kapnak az informatika azon területének megismerésére is, amely kiszolgálja a matematikát, mint tudományágat.

Ezelőtt 100 évvel a matematikusnak nem volt más eszköze, mint a papír és a ceruza, melyek segítségével megjeleníthette gondolatait és átadhatta azokat a hallgatóságának. A matematika tanítása sokkal időigényesebb volt és kevésbé dekoratívan szemléltethető, mint napjainkban. A ma gyermekének viszont szüksége van arra, hogy rácsodálkozhasson dolgokra az őt körülvevő világban, s ez a matematikaórákra is vonatkozik. Nekünk tanároknak, ha fel akarjuk kelteni a tanulók érdeklődését ezen szép tudományág iránt, haladnunk kell a korral, és mutatósan, precízen kell szemléltetnünk és oktatnunk a papírt és a ceruzát felváltó informatikai eszközökkel.

Irodalomjegyzék

(1) Az informatika alkalmazási típusai a közoktatásban – ELTE TTK Informatikai Tanszékcsoport

http://www.iif.hu/rendezvenyek/networkshop/96/eloadas/09e06.pdf.

(Letöltés dátuma: 2007. március 16.)

(2) Vásárhelyi Éva: A számítógép a matematika oktatásában

http://xml.inf.elte.hu/~mathdid/vasar/szgep.pdf

(Letöltés dátuma: 2007. március 16.)

(3) Sulinet, Koplányi Emil: Sulinet Digitális Tudásbázis című prezentáció

(4) SDT felhasználói kézikönyv, 0.85 változat, Sulinet Programiroda, 2007

http://www.sulinet.hu/sdt_kezikonyv/SDT_kk_w.pdf

(Letöltés dátuma: 2007. március 20.)

(5) Gidófalvi Zsuzsa: Statisztika és valószínűség – Kompetencia alapú oktatási programcsomagok / Matematika / Diák-munkafüzet 4. negyedév

http://www.sulinovadatbank.hu/index.php?akt_menu=333

(Letöltés dátuma: 2007. március 29.)

(6) Árki Tamás: Függvényábrázolás a Cabri II Plusban

http://www.sulinet.hu/tart/fcikk/Kcn/0/25453/1

(Letöltés dátuma: 2007. április 2.)

(7) Árki Tamás: Egy régi – új dinamikus geometriai szoftver

http://www.sulinet.hu/tart/cikk/Raf/0/22584/1

(Letöltés dátuma: 2007. április 2.)

(8) Árki Tamás: Cabri Geometry II Plus: további lehetőségek

http://www.sulinet.hu/tart/cikk/Raf/0/22585/1

(Letöltés dátuma: 2007. április 2.)

(9) Varga Ferenc: Számítástechnika lépésről lépésre (alap- és középfok)