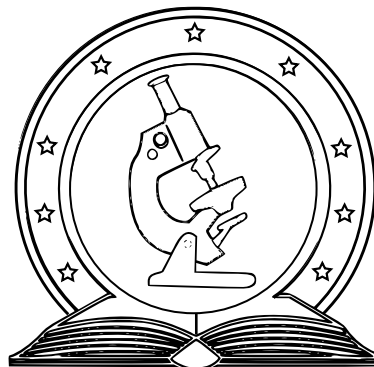




DE TTK



1949

FRAGMENTÁCIÓS JELENSÉGEK VIZSGÁLATA  
DISZKRÉTELEM-MÓDSZERREL

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Pál Gergő

Témavezető

Dr. Kun Ferenc

DEBRECENI EGYETEM

Természettudományi Doktori Tanács  
Fizikai Tudományok Doktori Iskolája

Debrecen, 2017

**Készült**

a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának  
Szilárdtestfizika és anyagtudomány programja keretében  
és a Magyar Tudományos Akadémia Atommagkutató Intézet Elméleti  
Fizikai Laboratóriumában.

**Prepared at**

the University of Debrecen  
PhD School in Physics  
and at the Laboratory of Theoretical Physics  
of the Institute for Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences



Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi Doktori Tanács Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának Szilárdtestfizika és anyagtudomány programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.

Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 2017. 06. 26.

Pál Gergő  
jelölt

Tanúsítom, hogy Pál Gergő doktorjelölt 2011-2016 között a fent megnevezett Doktori Iskola Szilárdtestfizika és anyagtudomány programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult.

Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Az értekezés elfogadását javaslom.

Debrecen, 2017. 06. 26.

Dr. Kun Ferenc  
témavezető

**FRAGMENTÁCIÓS JELENSÉGEK VIZSGÁLATA  
DISZKRÉTELEM-MÓDSZERREL**

Értekezés a doktori (PhD) fokozat megszerzése érdekében  
a fizika tudományágban.

Írta: Pál Gergő, okleveles fizikus

Készült a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának  
Szilárdtestfizika és anyagtudomány programja keretében.

Témavezető: Dr. Kun Ferenc

A doktori szigorlati bizottság:

elnök: Dr. ....

tagok: Dr. ....

Dr. ....

A doktori szigorlat időpontja: .....

Az értekezés bírálói:

Dr. ....

Dr. ....

A bírálóbizottság:

elnök: Dr. ....

tagok: Dr. ....

Dr. ....

Dr. ....

Dr. ....

Az értekezés védésének időpontja: .....

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>1</b>
<b>2. Heterogén anyagok törése és fragmentációja</b>	<b>3</b>
2.1. Fragmentációs jelenségek . . . . .	4
2.1.1. Univerzalitás . . . . .	5
2.2. Fragmentációs jelenségek sztochasztikus modelljei . . . . .	7
2.2.1. Dinamikus fragmentáció . . . . .	7
2.2.2. Folytonos fragmentáció . . . . .	10
2.3. Porózus szerkezetű anyagok törése nyomás alatt . . . . .	12
2.3.1. Kvázirideg viselkedés . . . . .	12
2.3.2. Repedési zaj . . . . .	14
2.3.3. Kapcsolat a földrengésekkel . . . . .	18
2.3.4. Törési jelenségek rácsmodelljei . . . . .	21
2.4. Diszkrétélem-modellek . . . . .	24
2.4.1. Heterogén mikrostruktúra . . . . .	24
2.4.2. Kohézív szemcsés anyag törhető kontaktusokkal . . . . .	27
2.4.3. Törési kritérium . . . . .	30
2.5. Célkitűzések . . . . .	31
<b>3. Tömegeloszlások energiafüggése</b>	<b>35</b>
3.1. Átmenet roncsolásból fragmentált fázisba . . . . .	36
3.2. Fragmensek tömegeloszlása . . . . .	39
3.3. Fragmentációs mechanizmusok . . . . .	41

3.4. Fragmensrészhalmazok szuperpozíciója . . . . .	43
3.5. Részleges tömegeloszlások univerzalitása . . . . .	47
3.6. Konklúziók . . . . .	48
<b>4. Tömeg-sebesség korrelációk</b>	<b>51</b>
4.1. A fragmenstömeg helyfüggése . . . . .	51
4.2. A fragmensek sebességeloszlása . . . . .	54
4.3. A fragmenssebességek helyfüggése . . . . .	59
4.4. Korreláció a fragmensek tömege és sebessége között . . . . .	61
4.5. Konklúziók . . . . .	63
<b>5. Törési sáv képződése</b>	<b>67</b>
5.1. Törési folyamat egytengelyű nyomás alatt . . . . .	67
5.2. Törési sáv . . . . .	69
5.3. A fragmensek méretének statisztikája . . . . .	75
5.4. A fragmensek geometriája . . . . .	77
5.5. Konklúziók . . . . .	79
<b>6. A repedési zaj rekordstatisztikája</b>	<b>81</b>
6.1. Rekordesemények . . . . .	82
6.2. A rekordok száma . . . . .	84
6.3. A rekordok méreteloszlása . . . . .	87
6.4. A makroszkopikus törés megközelítése . . . . .	88
6.5. Konklúziók . . . . .	94
<b>7. Összefoglalás</b>	<b>97</b>
<b>8. Summary</b>	<b>103</b>
<b>9. Köszönetnyilvánítás</b>	<b>109</b>
<b>10. Melléklet</b>	<b>111</b>
<b>11. Publikációs jegyzék</b>	<b>119</b>

# 1. fejezet

## Bevezetés

Mechanikai igénybevétel hatására szilárdtestek eltörnek, azonban mind a törés folyamata, mind annak végeredménye függ a test anyagi jellemzőitől, a mechanikai terhelés alkalmazásának módjától és a peremfeltételektől. Két végén befogott rendezetlen szerkezetű próbatest lassan növekvő húzófeszültség hatására tipikusan két darabra törik, viszont ha a terhelést dinamikusan alkalmazzuk, fragmentáció jön létre, amikor a szilárdtest nagy számú apró darabra esik szét. A fragmentációs jelenségek létrejöttében az anyag rendezetlen belső szerkezete és fizikai tulajdonságainak heterogenitása kulcsfontosságú, hiszen nagy számú repedés szimultán keletkezése, kölcsönhatása, fejlődése és összeolvadása csak erős heterogenitást mutató anyagokban lehetséges. Aprózódás elérhető úgy is, ha egy testből kis mértékű energiaközléssel egyszerre csak kisebb darabokat törünk le, de ezt a folyamatot sokszor megismételjük. Mind a gyors, mind a lassú fragmentáció gyakran előfordul a természetben és számos ipari alkalmazásuk lehetséges, ami a jelenségkör tudományos vizsgálatának hajtóereje[1].

A fragmentációs folyamatokra vonatkozó legfontosabb kísérleti eredmény az, hogy a keletkezett darabok tömegének eloszlása hatványfüggvény-viselkedést mutat, amelynek exponense nem függ az anyagi minőségtől, az energiabetáplálás módjától és a releváns hosszúságskálától. A legkülönbözőbb anyagokkal végzett kísérletek és realisztikus számítógépes szimulációk

megmutatták, hogy az univerzalitás a ridegen törő, rendezetlen szerkezetű anyagok esetén áll fenn. Ilyenkor a hatványfüggvény exponensét elsősorban a fragmentálódó test dimenziószáma határozza meg. A mérés technika fejlődésével ma már a dinamikus fragmentációs folyamatokban is lehetőség van arra, hogy nagysebességű kamerák alkalmazásával meghatározzuk egyedi fragmensek sebességét is. Az alkalmazások szempontjából a keletkezett darabok sebességének eloszlása mellett különösen fontos a tömeg és a sebesség korrelációjának kvantitatív jellemzése. Az univerzalitás hátterének, korlátainak és sérülésének megértése, valamint a fragmensek tömeg-sebesség korrelációjának feltárása a fragmentációs kutatások homlokterében állnak. A lassú, folytonos fragmentáció egy speciális esete játszódik le szilárdtestek egytengelyű, vagy háromtengelyű összenyomásakor. A makroszkopikus törés kritikus pontjához közeledve a repedések egyetlen sávba, az úgynevezett törési sávba koncentrálnak, amelynek belsejében az anyag apró darabokra zúzódik. A földkéreg lemezeinek egymáshoz nyomódó pereménél lassuló folyamat játszódik le, így a törési sáv kialakulásának és belső szerkezetének megértése elősegíti a földrengések előrejelzését célzó kutatásokat.

Doktori munkám keretében ezekbe a kutatásokba kapcsolódtam be. A statisztikus fizika megközelítéseit, módszereit használva számítógépes szimulációkkal vizsgáltam heterogén anyagok dinamikus fragmentációját és lassú összenyomásakor lejátszódó törési folyamatának dinamikáját, valamint időbeli és térbeli fejlődését. Dolgozatom következő fejezetében összefoglalom a kutatásaim szakirodalmi kérdéseit, motivációit és megfogalmazom a célkitűzéseket. Ebben a fejezetében kerülnek bemutatásra az elméleti vizsgálatok módszerei, közöttük a saját munkámban kiterjedten használt diszkrét elem-módszer. Első közelítésben először a dinamikus fragmentációval, majd a lassú összenyomásakor kapott eredményeimet ismertetem a publikációim alapján.

## 2. fejezet

# Heterogén anyagok törése és fragmentációja

A természetben előforduló anyagok és a mesterségesen előállított anyagok jelentős része nagyfokú heterogenitással rendelkezik. Méretskálától függően a heterogenitás megjelenhet diszlokációk, mikrorepedések, szemcsehatárok, vagy üregek formájában, ráadásul időben változhat is: a diszlokációk vándorolhatnak, mikrorepedések keletkezhetnek és regenerálódhatnak, a rácsközi atomok diffundálhatnak, stb. A szilárdtestek törésének és fragmentációjának vizsgálata során a releváns rendezetlenség fluktuációinak időskálája mindig igen nagy a megfigyelt folyamatéhoz képest. Ebben az esetben a rendezetlenséget fagyottnak hívjuk, és időfüggetlenként kezelhetjük [2]. A rendezetlenség jelenléte miatt a terhelt mintában a feszültség a gyenge pontoknál megjelent mikrorepedések körül koncentrálódik, így ezek további repedések kiindulópontjaivá válnak.

Kutatómunkám során olyan anyagok törési és fragmentációs jelenségeit vizsgáltam, amelyek nagy mértékű heterogenitással rendelkeznek és mechanikai válaszuk kvázirideg. A kvázirideg viselkedés azt jelenti, hogy lassan növekvő terhelés alatt mechanikai válaszukban nemlinearitás csak a makroszkopikus törés kis környezetében jelenik meg, ami a rendezetlenség által okozott fokozatos repedés következménye.

## 2.1. Fragmentációs jelenségek

Egy szilárd test darabokra történő széttörését fragmentációnak nevezzük. A rideg, azaz lineárisan rugalmas anyagok fragmentációja alapvetően két típusba sorolható: az úgynevezett azonnali, vagy dinamikus fragmentáció akkor következik be, ha a testtel rövid idő alatt nagy mennyiségű energiát közlünk. Ez elérhető például úgy, hogy a testre ütést mérünk egy kalapáccsal, lövedéket lövünk bele, robbanóanyaggal felrobbantjuk, vagy ha a testet ütköztetjük egy másikkal (például egy kemény fallal). Az energia-közlés következtében egy lökéshullám jön létre, amely nagy számú repedést hagy maga után, s e repedések mentén a test darabokra esik szét. Aprózódás elérhető úgy is, ha egy testből kis mértékű energia-közléssel egyszerre csak kisebb darabokat törünk le, de ezt a folyamatot sokszor megismételjük. Ez az úgynevezett lassú, vagy folytonos fragmentáció, amelynek során időben rendezett fragmensfeltörések generációit lehet azonosítani. Az egyes generációk fragmentációs eseményeiben mindig kis mértékű energia-közlés történik, ami kevés számú fragmenst és általában kis méretcsökkenést eredményez a kiinduló test méretéhez képest. Ilyen lassú fragmentáción mennek keresztül a kavicsok egy hegyi folyó medrében a sorozatos, kis energiájú ütközések hatására. A folyamat lejátszódhat egy szilárdtest belsejében is, ha lassan növekvő nyomásnak tesszük ki. Ilyenkor egy kezdeti, térben rendezetlen repedezést követően a deformáció és a repedések egy úgynevezett törési sávba koncentrálnak, ahol az anyag fokozatosan apró darabokra törik szét.

Fragmentációs jelenségek a természetben igen széles méretskálán fordulnak elő: a mikrovilág hosszú láncmolekuláinak töredezése lejátszódik élő szervezetekben, de a vegyipar is alkalmazza molekulák fragmentációját. A Föld felszínét különböző méretű kőzetfragmensek borítják hordalék, homok, kavics és szikladarabok formájában. Még nagyobb méretskálán a földkéreg is tektonikai lemezekké fragmentált. A Naprendszer aszteroidái számos ütközést szenvedtek el történetük során, így a ma látott méretük fragmentációs események következménye. Végül, asztronómiai méretskálán a hatalmas csillagok fragmentációs eseményei a szupernóva-robbanások és számos jel utal

arra, hogy az univerzum ettől nagyobb méretű struktúrái is a gravitáció által hajtott aggregációs és fragmentációs folyamatokkal függenek össze.

Fragmentációs folyamatokat kiterjedten használnak az iparban, főleg a bányászatban és az ércfeldolgozásban. A fragmentációs folyamatok dinamikus és folytonos osztályokba sorolását is eredetileg bányászati alkalmazások során vezették be, ahol a dinamikus fragmentációt a kőzetek robbantásával, a folytonos fragmentációt pedig a szétrobbantott kőzetdarabok sorozatos zúzásával és őrlésével lehet azonosítani. Az őrlődés, mint folytonos fragmentáció lejátszódik természeti jelenségekben is, például a tektonikai törési szakadékoknál mélyen a földkéregben, ahogy a tektonikai lemezek egymásra csúsznak, és összezúzzák a kontakt zóna kőzeteit.

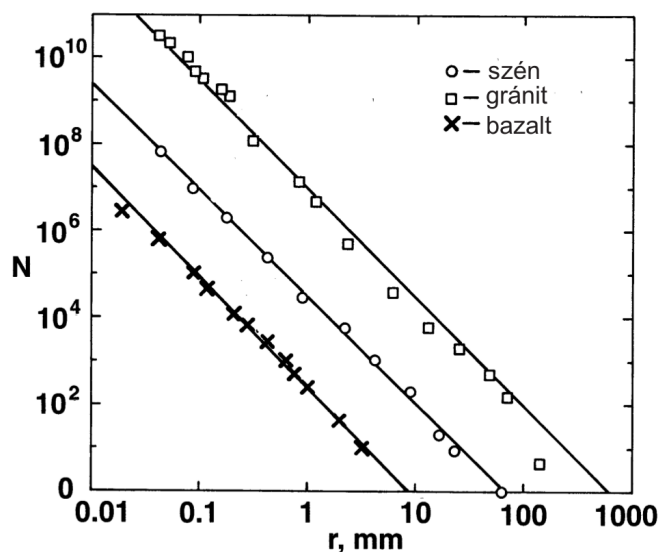
### 2.1.1. Univerzalitás

Az elmúlt évtizedek kísérleti vizsgálatai arra a meglepő eredményre vezettek, hogy az egyes fragmensek méretének vagy tömegének gyakoriságát jellemző méreteloszlás, illetve tömegeloszlás hatványfüggvény szerint csökken

$$p(m) \sim m^{-\tau}, \quad (2.1)$$

függetlenül az anyagi minőségtől, az energiabetáplálás módjától és a releváns mikroszkopikus kölcsönhatásoktól [3–12]. Így például a bányában robbantott széndarabok méretének eloszlása ugyanolyan hatványfüggvény, mint a Naprendszerben keringő, számos ütközést elszenvedett aszteroidák átmérőjének eloszlása [14]. A fragmensek méreteloszlásának hatványfüggvény alakja a mérnöki és bányászati közösségekben régóta ismert volt Gates-Gaudin-Schuhmann törvényként [15–17], azonban ennek általános érvényét csak a közelmúlt statisztikus fizikai vizsgálatainak eredményeként sikerült feltárni [14, 18, 19].

Szilárdtestek fragmentációjának beható vizsgálata további érdekes eredményekkel szolgált. Kimutatták, hogy a fragmensméret-eloszlás csak akkor lesz hatványfüggvény, ha a szét tört test kellően rendezetlen mikroszkopikus



2.1. ábra. Különböző anyagokon végzett dinamikus fragmentációs kísérletekben keletkező tömegeloszlások. Az energia betáplálása lövedékbelövés-sel, illetve robbantással történt. Minden esetben több nagyságrenden át hatványfüggvény-viselkedést tapasztalunk egy univerzális exponenssel [14].

tulajdonságokkal rendelkezik (például beton, üveg, kerámia, gránit, bazalt, ... ) és rideg törést mutat, azaz lineárisan rugalmasan viselkedik az eltörésig. Ilyenkor az eloszlás csökkenésének gyorsaságát jellemző  $\tau$  hatványkitevő értékét elsősorban a test  $d$  dimenziója határozza meg, amelynek alapján a fragmentációs folyamatokat négy univerzalizációs osztályba lehet sorolni: egydimenzióban, például vékony, hosszú üvegrudak törésekor, az exponens értéke  $\tau \approx 1.5$ ; a vékony üveglapok törésével megvalósítható kétdimenziós esetben a mérések  $\tau \approx 1.5 - 2.0$  eredményre vezettek, míg háromdimenziós tömbi anyagok fragmentációjakor a mért exponens nagyobb  $\tau \approx 2.3 - 2.7$ . Erre az univerzalizációra látunk példát a 2.1 ábrán, ahol három különböző anyagot, szenet, gránitot és bazaltot fragmentáltak úgy, hogy az energia-

betáplálás is három különböző módon történt: a szenet bányában robbantották, a bazalt egy kocka alakú próbatest volt, amelybe laboratóriumban lövedéket lőttek, a gránitot pedig föld alatti atomrobbantásban fragmentáltak az 1950-es években. Mindhárom esetben hatványfüggvény-viselkedést kapunk és az eloszlások  $\tau$  exponense is közel azonos  $\tau \approx 2.55$ . Egy negyedik univerzalitási osztályt képez a zárt hélyak univerzalitási osztálya, amelyet  $\tau \approx 1.35 \pm 0.05$  jellemez [13].

A fragmentációs jelenségekre megfigyelt univerzalitás megértése, a lehetséges univerzalitási osztályok felderítése, valamint az univerzalitás korlátainak kijelölése máig az elméleti kutatások fő hajtóereje [14, 20]. A tudományos vonatkozásain kívül a fragmentációs jelenségek értelmezésének nagy jelentőségük van az iparban, mert aprítás, őrlés, szemcsefelszabadítás és hasonló folyamatok alapjául szolgál [21–25]. A bányászatban és az ércfeldolgozásban a heterogén rideg anyagok irányított összezúzása különösen fontos, amikor egy bizonyos méretcsökkenést mérsékelt energiaráfordítással kell elérni [1, 14].

## 2.2. Fragmentációs jelenségek sztochasztikus modelljei

Az elmúlt évtizedekben számos lehetséges mechanizmust javasoltak az univerzális hatványfüggvény-tömegeloszlások magyarázatára. Ezeket a mechanizmusokat legegyszerűbben az úgynevezett sztochasztikus modellek keretében lehet megfogalmazni, amelyek a heterogenitás fontosságára építve a széttörési jelenséget egy sztochasztikus folyamatként kezelik és a törés fizikájának részleteit elhanyagolják.

### 2.2.1. Dinamikus fragmentáció

Az első teljeskörű tanulmány a fragmensek méreteloszlásáról Mottnak tulajdonítható az 1940-es években [26–28], aki vastag héjak fragmentációs kísérleteiről számol be. Eredményeit összehasonlította az egydimenziós

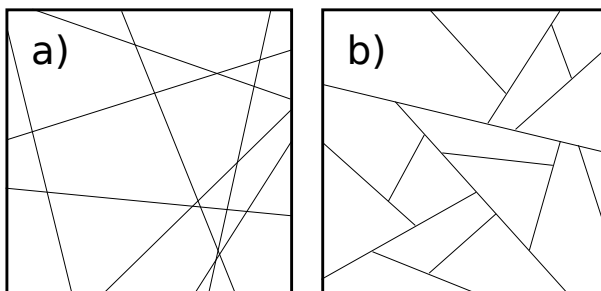
Poisson-folyamatéval és bevezetett egy egyszerű kétdimenziós fragmentációs modellt, amelyben véletlenszerűen elhelyezett vonalak, mint repedések szabdalnak szét egy négyzet alakú lapot [29] (lásd a 2.2(a) ábrát). Megmutatta, hogy ez a tisztán sztochasztikus modell

$$N(S) \sim \sqrt{S} K_1(\sqrt{S}) \quad (2.2)$$

kumulatív méreteloszlást eredményez, ahol  $S$  a fragmensek területe,  $K_1$  pedig a módosított Bessel függvény. Az eredmény gyakorlatilag megegyezik az egydimenziós Poisson folyamat eredményeként kapott

$$N(S) \sim \exp(-\sqrt{S}) \quad (2.3)$$

fragmensméret-eloszlással, azaz a tisztán véletlen darabolódás sem egy-sem két dimenzióban nem magyarázhatja a kísérletekben megfigyelt skálafüggetlen viselkedést.

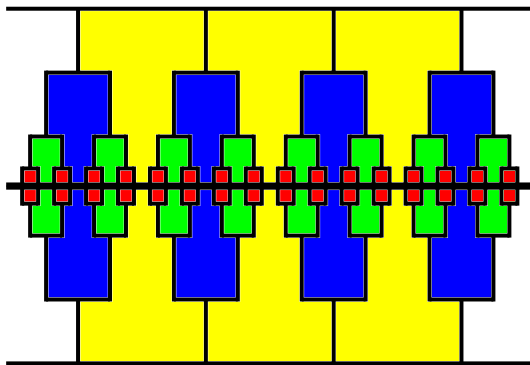


2.2. ábra. Fragmentációs jelenségek sztochasztikus modelljei. (a) A legegyszerűbb esetben egy négyzet alakú próbatestet véletlenszerűen elhelyezett egyenes szakaszokkal szabdalunk darabokra. (b) A modell realiztikusabb változata figyelembe veszi, hogy a repedés növekedése leáll, ha szabad felületre, például egy másik repedéshez, ér.

Grady és Kipp [30] kiterjesztette Mott modelljét változtatva a repedéseket reprezentáló vonalak konstrukcióját. A modellek közül a legrealisztikusabbak azok, amelyek nem engedik meg a vonalak metszését, azaz figyelembe

veszik, hogy egy repedés növekedése megáll, ha szabad felületre ér (lásd a 2.2(b) ábrát). Ezek a modellek jellemzően a kétdimenziós Poisson folyamat-hoz hasonló  $N(S) \sim \exp(-S)$  méreteloszlást adnak eredményül, azaz ez a kevés fizika nem elegendő a hatványfüggvény létrejöttéhez.

Számos további próbálkozást követően az egyik legsikeresebb sztochasztikus fragmentációs modellt Aström és csoportja dolgozta ki [4, 31–33]. A modell arra a megfigyelésre épül, hogy a gyorsan terjedő repedések instabillá válnak amikor a repedés hegye egy kritikus sebesség fölé gyorsul. Ez az úgynevezett Yoffe-instabilitás akkor következik be, amikor a repedés sebessége megközelíti az anyagbeli felületi hullámok sebességét [4, 32]. Az instabilitás abban nyilvánul meg, hogy a repedés hegye felhasad és a repedés elágazik. Egy dinamikus fragmentációs folyamatban a rendszer tágulása miatt a repedések mellékágai ismét gyorsulnak, ezért újra elágazhatnak és egy kvázi önazonos geometriai struktúrát hoznak létre, amelyben a fragmensek a repedések-mellékágainak összeolvadásával jönnek létre (lásd a 2.3 ábrát). A repedési szerkezet önazonosságát feltételezve analitikusan meg-



2.3. ábra. A repedések elágazás-összeolvadás mechanizmusának sematikus ábrázolása. A fragmenseket az elágazásokkal keletkezett közel önazonos repedési fa ágainak összeolvadása hozza létre [4, 31–33]. Az egymást követő generációk fragmenseit különböző színekkel jelöltük.

mutatták, hogy a repedések elágazás-összeolvadás mechanizmusa univerzális

fragmenstömeg-eloszlást eredményez, melynek exponense csak a rendszer dimenziószámától függ  $\tau = (2d-1)/d$ . Ebben a fizikai képben a nagy fragmensekre megfigyelt exponenciális levágást a repedések energiadisszipáció miatt megálló végei eredményezik. Az exponenciálisan levágott hatványfüggvény mellé egy, a feltöredezési folyamat elején nukleálódó egyedi repedések összeolvadásának Poisson folyamatából eredő additív exponenciális tagot javasoltak a tömegeloszlásba. Így a fragmensek tömegeloszlásának teljes alakja, melyet a [32]-ben vezettek be, a következő

$$p(m) = \beta m^{-\tau} e^{-\frac{m}{m_1}} + (1 - \beta) e^{-\frac{m}{m_2}}, \quad (2.4)$$

ahol  $m_1$  az instabil repedések elágazásából és összeolvadásából származó fragmensek tömegének levágása, míg  $m_2$  az összeolvadó egyedi repedések által generált fragmensek levágási tömege. A  $\beta$  paraméter kontrollálja a két mechanizmus relatív fontosságát. A [32] cikk numerikus szimulációival különböző paraméterbeállítások mellett szerzett fragmenstömeg-eloszlások minden esetben igen jól illeszthetők a 2.4 egyenlettel és számos kísérletben is demonstrálták a 2.4 összefüggés érvényességét.

### 2.2.2. Folytonos fragmentáció

Az azonnali fragmentációval szemben a folytonos fragmentációban a fragmensek jól definiált feltörések sorozatával jönnek létre. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy a folytonos fragmentációt elméleti szempontból a rideg anyag sok darabkáján vett kicsiny (lokális) azonnali fragmentációk nagy számosságú halmazaként kezelhetjük. A feltörési sorozatok természetesen nagyon eltérő jellemzőkkel rendelkezhetnek, de általában három különböző típusú modell jelenik meg a szakirodalomban: *(i)* korrelálatlan feltörési előzmény, *(ii)* kaszkád fragmentáció és *(iii)* statisztikus rátaegyenletek.

A korrelálatlan feltörési előzmény definíciója az, hogy a minta anyagának minden infinitezimális tartománya egy feltörési előzménnyel rendelkezik. A fragmensek korábbi feltöréseinek összes száma egy összegzett, korrelálatlan véletlen változó, amely így Gauss eloszlást követ. Ilyen modell írja le azokat

a fragmentációs folyamatokat, amelyben a fragmenseket véletlenszerűen választva törnek fel, annak emlékezte nélkül, hogy előzőleg mely fragmensek kerültek kiválasztásra és feltöresre.

A kaszkádfragmentációt a feltöresi előzménybeli erős korreláció jellemzi úgy, hogy csak a fragmensek egy részének további törése van megengedve. A kaszkádfragmentáció az alábbi mintát követi: az első generációban egy test  $a$  egyenlő méretű darabra törik fel. A kialakuló fragmensek mindegyike  $p$  valószínűséggel törhet tovább, ezért átlagosan  $1 - p$  hányadukra a fragmentáció leáll. A  $p$  arányú rész tovább törik  $pa^2$  darab egyenlő,  $a^2$  méretű fragmensre, és így tovább. A folyamat végállapotában azok a fragmensek szerepelnek egy adott mérettel, amelyek törése a mérethez tartozó fragmentáció számára leállt. Ez a modell beépítve tartalmazza a skálainvarianciát, azért hatványfüggvény-tömegeloszlásokat eredményez, amelynek exponense  $\tau = \frac{\ln a}{\ln(1/p)}$ .

A szakirodalom legfontosabb eredményeit a rátaegyenletek átlagtér típusú megközelítéséből sikerült kinyerni [34]. A rátaegyenletek konstrukciójához  $c(x, t)$  jelöli egy fragmentálódó rendszerben az  $x$  tömegű fragmensek koncentrációját a  $t$  időpillanatban. A  $c(x, t)$  koncentrációt térben állandónak tekintjük. Ez egy olyan feltételezés, amely megvalósulhat egy erősen keverő őrlési folyamatban. Továbbá alapváltozóként megtartva egyedül a klasztertömeget, figyelmen kívül hagyjuk a fragmensek alakjának változatosága által okozott lehetséges hatásokat. Ezeknek a feltételeknek megfelelően,  $c(x, t)$  időfejlődése leírható az alábbi lineáris intergo-differenciálegyenlettel, amelyet rátaegyenletnek is nevezünk

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial t} = -a(x)c(x, t) + \int_x^\infty c(y, t)a(y)f(x|y)dy. \quad (2.5)$$

Itt  $a(x)$  jelöli az általános időfüggetlen rátát, amellyel  $x$  kisebb részekre törnek, azaz  $a(x)dt$  arányos annak valószínűségével, hogy az  $x$  tömegű klaszter a  $dt$  időintervallumban törik, míg  $f(x|y)$  a relatív feltöresi ráta, azaz annak feltételes valószínűsége, hogy  $x$  áll elő  $y$  feltöreséből. Az első tag a 2.5 egyenlet jobb oldalán emiatt az  $x$  tömegű fragmensek törés miatti veszteségét

írja le, míg a második tag felelős az  $x$ -től nagyobb darabok feltörése miatt létrejövő  $x$ -klaszterek keletkezéséért.

Tisztán kettős feltörés esetében, ahol minden törési esemény pontosan két fragmenst hoz létre, a rátaegyenlet egy alternatív, kényelmes alakba írható:

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial t} = -c(x, t) \int_0^x F(y, x - y) dy + 2 \int_x^\infty c(y, t) F(x, y - x) dy. \quad (2.6)$$

Itt  $F(x, y)$  a ráta amellyel az  $x+y$  tömegű fragmens két fragmenssé törik szét, egy  $x$  tömegűre és egy  $y$  tömegűre. A feltörési ráták a 2.6 összefüggésben összekapcsolhatók az  $a(x) = \int_0^x F(y, x - y) dy$  összefüggéssel, és a kettős feltörés esetében  $f(x|y) = f(y - x|y)$ .

A 2.5 egyenletből származó fragmensméret-eloszlást az  $a(x)$  és  $f(x|y)$  (vagy ezzel ekvivalens módon  $F(x, y)$ ) magfüggvények részletei határozzák meg. Alakjuk megadása nélkül csak az általános feltételek megtalálása lehetséges, amelynél a fragmensek méreteloszlása megközelíti a hosszú idők határesetének alakját. Ennek okán tekintélyes mennyiségű munkát fektettek a rátaegyenleteknek konkrét fizikai motiváció miatti törési magfüggvényekre való megoldására. Egzakt megoldásokat találtak olyan modellekre, amelyek leírják olyan folyamatokat, mint az ércaprítás, porrá őrlés, és korom keletkezése.

Mint láttuk, számos mechanizmusra épülő modell ad elfogadhatóan jó leírást a fragmentációs minták statisztikájának változásáról, azonban a folyamat dinamikáját, a betáplált energia szerepét, a végállapotú fragmensek térbeli eloszlását és sebességét, valamint a fragmentációs folyamat időfejlődését tartalmazó összkép értelmezése nem lehetséges velük.

## 2.3. Porózus szerkezetű anyagok törése nyomás alatt

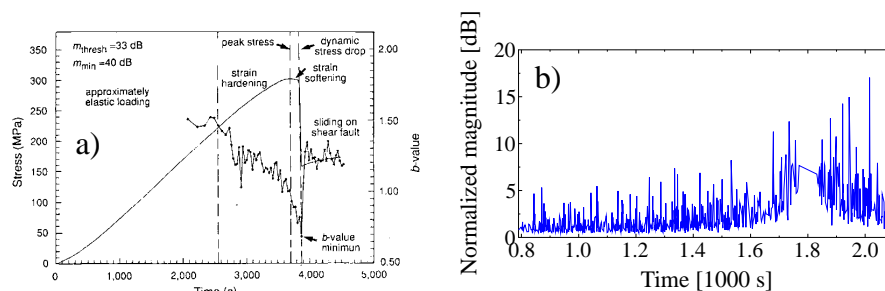
### 2.3.1. Kvázirideg viselkedés

A porózus szerkezetű anyagok nyomás alatti károsodása és törése nagyon fontos szerepet játszik természeti katasztrófák, mint például a földcsuszam-

lások és földrengések létrejöttében. Előnyös tulajdonságaik miatt számos helyen alkalmaznak ilyen anyagokat a mérnöki gyakorlatban is építési anyagként [35–39]. A porózus anyagok erős heterogenitást mutatnak, amelynek egyik leggyakoribb formája az, hogy az anyag szemcsékből áll, amelyek mérete egy széles tartományon változhat. A földcsuszamlások és földrengések szempontjából legfontosabb homokkő esetén például a szemcseméret néhány mikrométertől a milliméter tartományig terjed és a méreteloszlás függvényalakja jól közelíthető a lognormális eloszlással. A szemcséket egy cementmátrix rögzíti egymáshoz, azonban a szemcsék illeszkedése és a cementanyag térkitöltése nem tökéletes, ami porozitást eredményez.

### Porózus anyagok törése

Laboratóriumi körülmények között tipikusan henger alakú próbatesteket háromtengelyű, vagy a henger hossz tengelyével párhuzamos irányban egytengelyű nyomásnak tesznek ki. Háromtengelyű terhelés esetén a nyomóerő alkalmazása mellett a próbatest oldalfalára konstans nyomást alkalmaznak, amelyet hidrosztatikusan lehet megvalósítani. Ez a terhelési mód a legrealisztikusabb megvalósítása a terepi viszonyoknak, amelyet egy anyagdarab a Föld egy kéreglemezében, vagy egy hegyoldalban tapasztal. Kísérleti és elméleti vizsgálatok megmutatták, hogy a heterogenitás mértéke alapvetően befolyásolja a anyagok törési folyamatát. Az alacsony rendezettségű anyagok jellemzően egy hirtelen elinduló és sebesen terjedő repedéssel törnek el [40]. Ilyenkor a törés egy instabilitásként, katasztrofálisan következik be. A nagy rendezetlenségű anyagok, mint például a porózus anyagok törése ezzel szemben a terhelés alkalmazásakor komplex folyamatként játszódik le [41, 42]. Először korrelálatlan mikrorepedések nukleálódnak a minta térfogatában a gyenge pontokon, tipikusan a szemcsehatárok, mikrorepedések közelében. A terhelés növelése a már meglévő mikrorepedések növekedését okozza, míg új nukleációk továbbra is történnek. A kritikus feszültség közelében a repedések összeolvadásával egyetlen makroszkopikus repedés jön létre, amely mentén a próbatest eltörik.



2.4. ábra. (a) Homokkő mechanikai válasza lassú, deformáció-kontrollált nyomás alatt háromtengelyű terheléssel [35]. A próbatest kvázirideg viselkedést mutat, ahol nemlinearitás csak a konsztitutív görbe maximuma közelében figyelhető meg. A jobboldali skálán a repedési zajesemények energia eloszlásának  $b$  exponense van ábrázolva. (b) Homokkőn mért repedési zaj idősorának egy kis részlete kinagyítva. Mind az események magnitúdója, mind a közöttük eltelt várakozási idő erős fluktuációkat mutat.

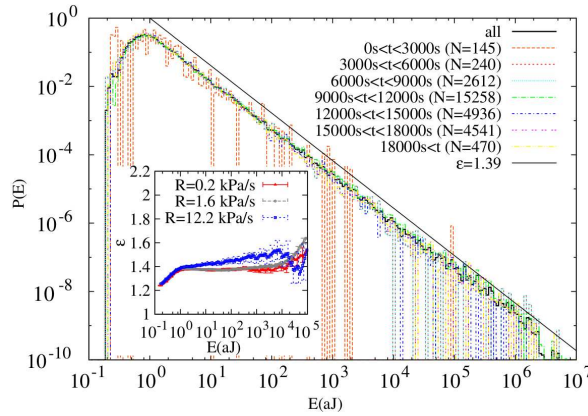
Az általunk is vizsgált homokkő nyomás alatt tipikusan kvázirideg viselkedést mutat, ahol nemlinearitás csak a  $\sigma(\varepsilon)$  feszültség-deformáció görbe maximuma közelében jelenik meg a 2.4(a) ábrán látható módon. A nemlineáris viselkedést a repedések keletkezése és terjedése okozza, majd a görbe maximumánál egy makroszkopikus repedés jön létre, amely mentén a próbatest két darabra esik. Az 2.4(a) ábrán töréskor a feszültség nem esik le nullára a háromtengelyű terhelés miatt. Ilyenkor a test két darabja elcsúszik egymáson.

### 2.3.2. Repedési zaj

A repedések keletkezése és terjedése hanghullámok kibocsátásával jár, amit a kísérletek során akusztikus jelekként mérhetünk. Ez az úgynevezett akusztikus emisszió a stabil, szakaszos repedezés miatt általános velejárója a heterogén anyagok törésének, amelynek mérése a legfőbb információforrás a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájáról [35, 43, 44]. A 2.4(b) ábrán a homokkő nyomás alatti törését kísérő repedési zaj idősorának egy részlete

látható. Az egyedi csúcsok magasságai repedési események magnitúdóját jellemzik. Megfigyelhető, hogy mind a csúcsok magassága, mind a közöttük eltelt várakozási idő erős fluktuációkat mutat.

Kísérleti és elméleti vizsgálatok megmutatták, hogy heterogén anyagokon mind nyomó, mind húzó terhelés alatt mért repedési zaj közös jellemzője, hogy skálafüggetlen statisztikai tulajdonságokkal rendelkezik: a zajjellemzők valószínűségi eloszlása hatványfüggvény-viselkedést mutat egy véges méret által kontrollált exponenciális levágással. Erre láthatunk egy nagyon szép példát a 2.5 ábrán, ahol a zajmérés Vycor próbatest nyomása során történt. A zajesemények  $E$  energiájának  $p(E)$  valószínűségi sűrűségfüggvénye 5-6



2.5. ábra. Vycor próbatest összenyomása közben mért akusztikus események energiájának eloszlása a teljes kísérlet alatt és az idősor 7 különböző alszakaszán [45]. Az egyenes az 1.39 exponensű hatványfüggvényt reprezentálja. A betétábrában az exponens illesztett értéke látható az alsó  $E_{min}$  küszöb függvényeként három kísérletre, ahol csak  $E_{min}$  energia fölötti eseményeket vettek figyelembe az illesztésben.

nagyságrenden keresztül nagyon jól közelíthető hatványfüggvénnyel

$$p(E) \sim E^{-\alpha}, \quad (2.7)$$

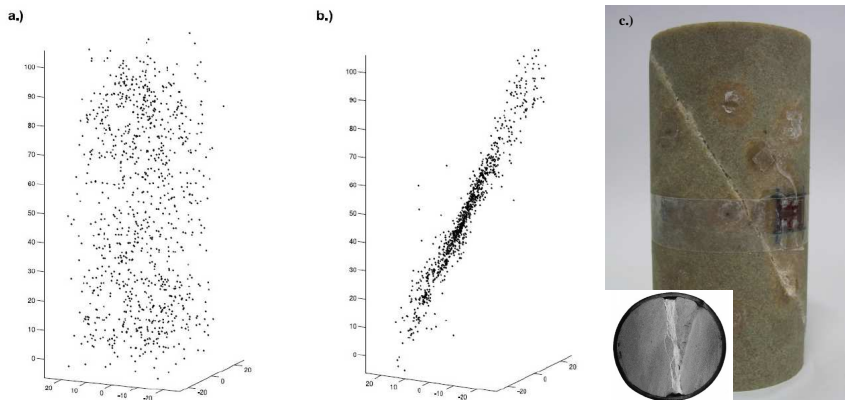
ahol az  $\alpha$  exponens értéke  $\alpha \approx 1.39$ . Hasonló viselkedést mutat az esemé-

nyek közötti  $T$  várakozási idő  $p(T)$  eloszlása is  $p(T) \sim T^{-z}$ . A skálafüggetlen viselkedést a legkülönbözőbb heterogén anyagokon végzett mérések is megerősítették a papírtól a poliuretán habon át a betonig, ahol az  $\alpha$  és a  $z$  exponensek értéke tipikusan 1 és 2 közé esik.

Laboratóriumi kísérletek kimutatták, hogy a törési folyamat során a roncsolódás térbeli struktúrája és a hozzájuk tartozó akusztikus események idősorának statisztikai és dinamikai tulajdonságai egyaránt összetett fejlődésen mennek keresztül a makroszkopikus töréshez közeledve [35, 39, 46]. E fejlődési folyamat kvantitatív értelmezése elengedhetetlen a közelgő katasztrofális törést előre jelző módszerek tervezéséhez [39]. A akusztikus emissziós technika segítségével lehetőség van arra is, hogy térben lokalizáljuk a mikrorepedéseket. A 2.6(a, b) ábrán minden egyes pont egy repedési eseményt jelöl, amelyet az akusztikus technikával lokalizáltak homokkő deformációkontrollált háromtengelyű nyomása közben. Jól megfigyelhető, hogy a terhelési folyamat kezdetén a mikrorepedések véletlenszerűen keletkeznek a test teljes térfogatában (2.6(a, b) ábra). Azonban a makroszkopikus töréshez közeledve a korrelációk dominálnak, azaz a roncsolás egy keskeny sávba lokalizálódik, ahol a repedések összeolvadásával egy törési, vagy nyírási sáv jön létre [35–39]. A sáv mentén a két, gyakorlatilag épen maradt darab elcsúszik egymáson. A törési sáv jól megfigyelhető a 2.6(c) ábrán, ahol a próbatest darabjait összeragasztották. A roncsolódás nagyrészt a sáv belsejében koncentrálódik, ahol a nagy repedéskoncentráció miatt az anyag fragmentálódott. Ez a fragmentáció a korábban tárgyalt lassú, vagy folytonos fragmentációval analóg, mert lassan fejlődő, ismételt töredezés eredményeként jön létre. Geológiai anyagokon végzett laboratóriumi kísérletekben azt találták, hogy a törési sáv fragmenseinek méreteloszlása hatványfüggvény

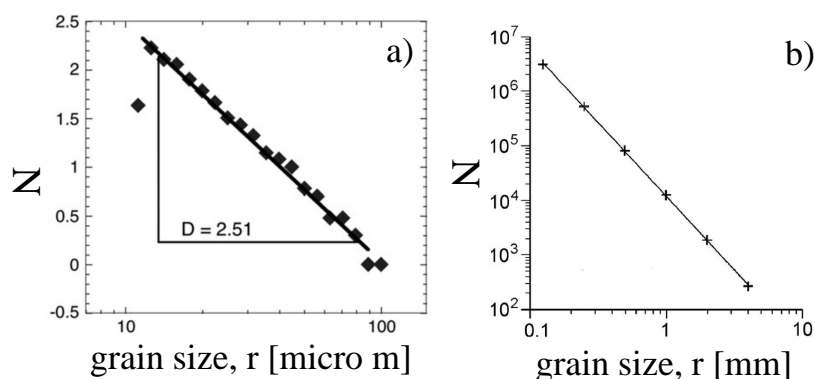
$$p(r) \sim r^{-D}, \quad (2.8)$$

ahol  $r$  a fragmens lineáris kiterjedését jelöli. Erre láthatunk példát a 2.7(a) ábrán, ahol homokkő törési sávjában létrejött fragmensek méreteloszlását ábrázolták. Az exponens értéke  $D \approx 2.5$  közelébe esik [14].



2.6. ábra. *(a, b)* Akusztikus emisszió térbeli lokalizációja homokkő háromtengelyű nyomása során. *(a)* A törési folyamat elején mikrorepedések véletlenszerű nukleációja történik a minta teljes térfogatában. *(b)* A törés kritikus pontjához közeledve az akusztikus események egy sávba koncentrálnak, ahol egy makroszkopikus repedés jön létre, amely mentén a test két nagyobb darabra törik szét. *(c)* Az ismét összerakott, rekonstruált próbatesten jól megfigyelhető a törési sáv. A betétábrán az összerakott és tengelyre merőlegesen elvágott próbatest felülnézetből látható.

A sáv létrejötte azt jelzi, hogy a törési folyamat előrehaladásával egyre inkább az egymást követő repedési események korrelációja dominálja a folyamatot. A korreláció nemcsak a térbeli pozícióban jelenik meg, de az akusztikus események idősorában az események átlagos energiája növekszik, a köztük eltelt várakozási idő pedig csökken a globális törés kritikus pontjához közeledve. A korrelációk hatásának egy nagyon fontos megnyilvánulása az úgynevezett *b*-érték anomália: ha a repedési események energiájának eloszlását nem a teljes törési folyamatra határozzuk meg, hanem az idősor egymást követő ablakaiban (például rögzített, néhány 100 eseményt tartalmazó ablakokban), akkor hatványfüggvényt kapunk eredményül exponenciális levágással, de az exponens értéke csökken a kritikus pont felé közeledve [35, 38, 39]. A változás jelentős mértékű, ezért jól kimutatható, ahogyan azt



2.7. ábra. Fragmensek méreteloszlása homokkőben létrejött törési sáv belsőjében (a) [47], és egy geológiai törésvonal közeteiben (b) [48]. Mindkét esetben hatványfüggvény-viselkedést tapasztalunk közel azonos exponensekkel.

a 2.4(a) ábra jobboldali skáláján ábrázolt adatok is illusztrálják homokkő esetére. Ezeket az időbeli változásokat javasolták a közelgő katasztrófikus törés egy lehetséges előrejelzésének is [39, 49].

### 2.3.3. Kapcsolat a földrengésekkel

Heterogén anyagok nyomás alatt bekövetkező törése fontos szerepet játszik mérnöki konstrukciók szerkezeti elemeinek stabilitásában, ugyanakkor számos természeti katasztrófa alapját is képezik. Földcsuszamlások és földrengések háttérben általában három tengelyű nyomási igénybevétel hatására lejátszódó repedezés áll, így a törési folyamat megértése segítheti természeti katasztrófák természetének feltárását és pontosabb előrejelzésüket is. A földrengések példáján illusztráljuk, hogy az ilyen jellegű természeti katasztrófákat a heterogén anyagok töréséhez hasonló skálatörvények jellemzik.

### Földrengések kialakulása

A Föld szilárd, külső kérgé nem egységes, hanem néhány nagyobb és több kisebb lemezdarabra töredezett. Ezek a kéreglemezek, az úgynevezett litoszféra lemezei, a meleg és képlékeny asztenoszférán úsznak. Az asztenoszférában a föld belső hője áramlásokat okoz, amelyek hatására a kéreglemezek egymáshoz képest elmozdulnak. Az évenkénti néhány centimeres sebességgel történő mozgás hatására a lemezek egymáshoz nyomódhatnak, távolodhatnak egymástól, vagy elcsúszhatnak egymáson.

Földrengések tipikusan a kőzetlemezek határain, a lemezek találkozásánál alakulnak ki. Közeledő lemezek esetén a vékonyabb lemez alábukik a vastagabbnak és a kialakuló úgynevezett szubdukciós zónában, a két lemez lassú összenyomódásának hatására fokozatosan hatalmas mechanikai feszültség épül fel. Egy kritikus feszültség elérésekor a lemezhatáron fellépő súrlódási erő már nem tudja megtartani a lemezeket egymáson, ezért a letapadt lemez hirtelen megcsúszik, vagy eltörik. Ekkor a tárolt deformációs energia egy része lökéshullámok formájában szabadul fel, amit a Föld felszínén rengésként érzékelünk. Ilyen mechanizmus irányítja a Japán csendes-óceáni partvidéke mentén keletkező földrengéseket.

Hasonló mechanizmus működik az egymáson elcsúszó kőzetlemezek esetén is. Amikor az összenyomódó lemezek egymással ellentétes irányban mozognak, lassan mechanikai feszültség épül fel. Amikor a lemezhatáron fellépő hatalmas súrlódás már nem képes stabilizálni a deformálódó lemezeket, a felhalmozott feszültség csúszással vagy töréssel relaxálódik. A Szentandrás-törésvonal Kaliforniában a legszebb példa erre az esetre.

A kőzetlemezek határán fellépő nagy nyomóerők miatt a lemezek anyaga fragmentálódik, így a törésvonalakat lassú fragmentációs folyamatok eredményeként létrejött kőzetdarabok töltik ki. A törésvonalakban a fragmensek méreteloszlását széles méretskálán vizsgálhatjuk. A 2.7(b) ábrán példaként a Nojima törésvonalból vett kisméretű minta fragmenseinek méreteloszlását láthatjuk. Az összenyomósos töréshez hasonlóan hatványfüggvény-eloszlást kapunk, amelynek  $D$  exponense közel esik a laboratóriumi eredményekhez

$D \approx 2.4$ . A törésvonalak szerkezete, fragmenseinek méreteloszlása, a törésvonalak orientációja a nyomófeszültség irányához képest olyan jellemzők, amelyek erősen befolyásolják földrengések létrejöttét, ezért megértésük alapvető jelentőségű.

### Földrengések skálatörvényei

A földrengések legfontosabb jellemzője az  $M$  magnitúdójuk, amely a földrengésben felszabaduló deformációs energia logaritmusával arányos  $M \sim \log E_d$ . A szeizmológiai mérések alapján megállapított legfontosabb tapasztalati törvény, a Gutenberg-Richter törvény szerint a különböző magnitúdójú földrengések gyakorisága exponenciális eloszlást mutat  $N(M) \sim 10^{-bM}$ . Mivel az  $E_d$  energia  $E_d \sim 10^{3M/2}$  alakban függ  $M$ -től, a földrengésben felszabadult energia hatványfüggvény eloszlással rendelkezik

$$p(E_d) \sim E_d^{-3b/2}, \quad (2.9)$$

ahol a  $b$  Gutenberg-Richter exponens értéke az egész Földön 1 körül fluktuál a  $b = 0.8 - 1.1$  tartományon. A földrengések energiája a laboratóriumi mérésekben regisztrált akusztikus események energiájával analóg mennyiség. A 2.7, 2.9 összefüggések azt mutatják, hogy törési jelenségekre az energiaeloszlás hatványfüggvény-viselkedése 8-9 nagyságrenden át érvényes. Fontos megjegyezni, hogy a 2.4 (a) ábrán bemutatott  $b$ -érték-anomáliát először a földrengésekre fedezték fel (innen az elnevezés). Ilyenkor egy nagy magnitúdójú törést (főrengést) megelőző idősorban alkalmazzák az ablakos kiértékelést, ahol a  $b$  exponens csökkenése figyelhető meg a főrengéshez közeledve.

Egymást követő földrengések időbeli korrelációját jellemzi az úgynevezett Omori-törvény. A szintén tapasztalati úton megállapított törvény szerint a nagyobb rengéseket követően a törésvonal relaxálódik, amelyet utórengések csökkenő frekvenciája jelez. Az időegységre eső utórengések  $n$  száma a főrengés  $t_c$  idejétől mért  $t - t_c$  idő függvényeként a következő kifejezéssel írható le

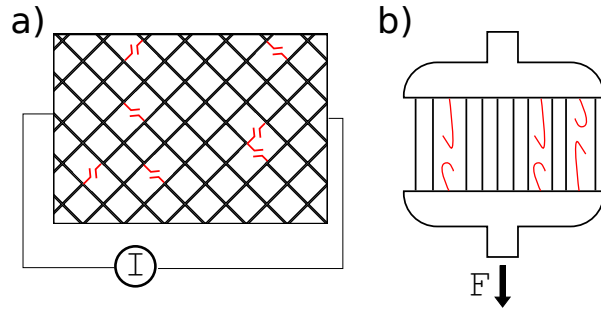
$$n(t - t_c) = \frac{A}{\left(1 + \frac{t-t_c}{c}\right)^p}, \quad (2.10)$$

ahol  $c$  a relaxációs folyamatot jellemző karakterisztikus időskála,  $A$  pedig a rengések frekvenciája a főrengés közelében. A fenti Omori-törvény a  $t-t_c > c$  időkre hatványfüggvény-lecsengést jelent  $p$  exponenssel, ahol az exponens értéke 1 közelébe esik. Az Omori-törvény következménye, hogy a rengések közötti  $T$  várakozási idő  $p(T)$  eloszlását is hatványfüggvény-viselkedés jellemzi (az alsó és felső levágás között), hasonlóan a törési jelenségekhez.

A fejezetben azt mutattuk be, hogy a földrengések kipattanásakor egy korábban létrejött, letapadt repedési felület aktiválódik, vagy egy új repedés jön létre, amelynek méretskálája a 100-1000 kilométer nagyságrendjébe esik. A földrengésekkor mért szeizmikus jelek a törési kísérletek akusztikus emisszióinak felelnek meg. Az elmúlt két évtized laboratóriumi és terepi mérései alátámasztották, hogy a két jelenségkör között a méretskála a fő különbség, mind a törések belső szerkezete, mind az akusztikus és szeizmikus jelek statisztikus jellemzői kvalitatív, több esetben pedig kvantitatív módon egyeznek egymással. Saját kutatómunkám során porózus kőzetek nyomás alatti törését vizsgáltam úgy, hogy eredményeim alapján földrengésekre is lehet következtetéseket levonni.

#### 2.3.4. Törési jelenségek rácsmodelljei

Heterogén anyagok törésének tanulmányozása során nagyon fontos szerepet játszanak az úgynevezett sztochasztikus rácsmodellek, különösen a repedési lavinák statisztikai vizsgálatának elengedhetetlen eszközei. Törési jelenségek diszkrét, sztochasztikus rácsmodelljeiben a vizsgált anyag diszkrétizációja valamilyen reguláris rácson történik, ahol a rácselemek (rácspontok és a közöttük lévő élek) fizikai tulajdonságainak kontrolljával lehet az anyag mechanikai jellemzőit és heterogenitását figyelembe venni. Az ilyen modellek egyik fontos típusa az úgynevezett véletlen ellenállás-hálózat (Random Fuse Model, RFM), amelyet De Arcangelis és csoportja vezetett be [50]. A modellben egy sarkára állított négyzetrács élei elektromos ellenállásokat reprezentálnak, amelyek a rendszerre kapcsolt, lassan növekvő feszültség vagy áramerősség hatására egy véletlenszerű lokális küszöbáram elérésekor kiég-



2.8. ábra. A véletlen ellenálláshálózat (a) és a szálkötegmodell (b) illusztrációja.

nek 2.8. Minden kiegészési esemény után a hálózatra felírt Kirchhof törvény segítségével újraszámoljuk a még ép ellenállások áramát és újra azonosítjuk és eltávolítjuk azokat, amelyek az áram újraosztódása miatt kiégnek. Ezt az eljárást folytatjuk, amíg kiégett ellenállások egy összefüggő útvonala (repedés) jön létre a rács két átellenes oldala között. Az RFM a rugalmas rudak rácsának skalár analógja, ahol az egyedi ellenállások kiégése a növekvő külső feszültség, illetve áramerősség hatására a feszültség-, illetve deformációkontrollált törési folyamat megvalósítása [50]. Az RFM-el végzett számítógépes szimulációkkal tisztázták, hogy a repedések felületének szerkezetét egy univerzális durvasági exponens jellemzi [51], valamint sikerült kimutatni, hogy heterogén anyagok makroszkopikus teherbíró képességét erősen befolyásolja a repedések hegyénél létrejövő mikrorepedés-felhő (fracture process zone, FPZ) [52]. Megmutatták, hogy az ellenállások kiégése lavinákban történik, amelyek méretének eloszlása hatványfüggvény-viselkedést mutat [52].

A sztochasztikus modelleknek egy intenzíven használt másik osztálya az úgynevezett szálkötegmodell (fiber bundle model, FBM) [53–59]. Az FBM keretében a próbatestet párhuzamos szálak kötegeként diszkrétizálják, ahol a szálak azonos Young modulusszal, de véletlenszerű törési küszöbökkel rendelkeznek. Lassan növekvő külső terhelés hatására a szálak fokozatosan meg-

nyúlnak, míg egy ponton a leggyengébb szál eltörik. A köteg egésze viszont ki kell egyenlítse a külső terhelést, ezért a törött szál által tartott terhelés újraosztódik az ép szálakon. Ez további szálak eltörését eredményezheti, amit újabb terhelés-újraosztódás követ. Így egyetlen szál eltörésének hatására egy repedési lavina jön létre a rendszerben, ami akkor áll le, ha az ép szálak mindegyike meg tudja tartani a lokális terhelését. Miután a rendszer stabilizálódik, a külső terhelés ismét növelhető. A terhelés újraosztódásnak két nagyon fontos határesetét tanulmányozták a szakirodalomban: egyenletes terhelés-újraosztódás esetén a törött szál terhelésén az épek egyenlő arányban osztoznak, így a feszültségtér mindvégig homogén marad. A másik határesetben a törött szál terhelése csak a saját lokális környezetének ép szálain osztódik el egyenletesen. Ez a lokális terhelés-újraosztódás erős feszültségkoncentrációt eredményez a repedések mentén [53, 54, 60, 61]. Az egyenletes terhelés-újraosztódás (equal load sharing, ELS) felel meg a szálkötegmodell átlagtér-közelítésének, ami lehetővé teszi, hogy a törési folyamat több érdekes jellemző mennyiségét analitikusan is meghatározzuk.

A szálkötegmodell segítségével elsősorban repedési lavinák statisztikus tulajdonságait lehet vizsgálni. Hansen és csoportja megmutatta, hogy az ELS modellben a lavinák  $\Delta$  méretének  $p(\Delta)$  eloszlása hatványfüggvényt követ  $p(\Delta) \sim \Delta^{-\xi}$  egy univerzális  $\xi = 5/2$  exponenssel a törési küszöbök eloszlásának egy széles osztályára [53]. LLS esetén a numerikusan kapott eloszlások szintén hatványfüggvénynek bizonyultak, viszont az exponens lényegesen nagyobb,  $\xi = 9/2$  [54]. Pradhan és csoportjának egy érdekes eredménye, hogy a lavinaméret eloszlásának exponense átcsapást mutat egy alacsonyabb érték felé  $\xi = 5/2 \rightarrow 3/2$  ha nem az összes lavinát tekintjük egyben, hanem a kiértékelést a makroszkopikus törés egyre kisebb és kisebb környezetére korlátozzuk [55, 56].

A sztochasztikus modellek jelentős eredményeket értek el a rendezetlenség szerepének és a rendszerméret hatásának tisztázásában a törési folyamatban. Azonban az anyag belső szerkezetének és a törés dinamikájának egy egyszerűsített képére épülnek, ezért kutatómunkám során más modellezési

eljárást kellett választanom.

## 2.4. Diszkrételem-modellek

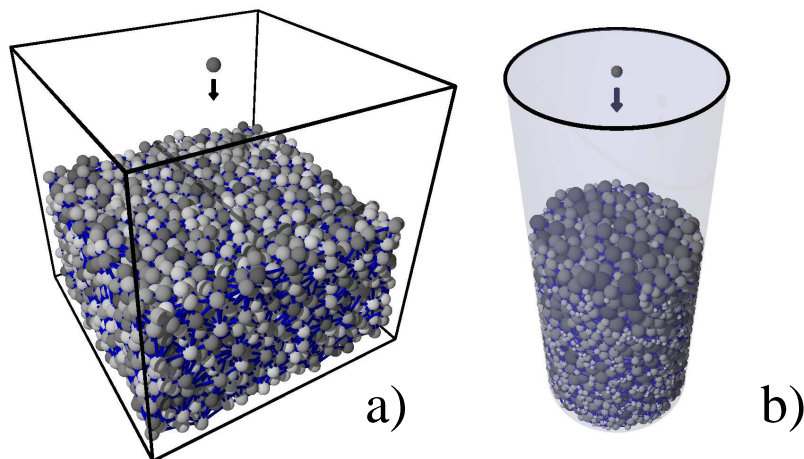
Doktori munkám során a Diszkrételem-modellt (DEM) alkalmaztam törés és fragmentációs jelenségek vizsgálatára, mert ez a modellezési eljárás képes megragadni a heterogén anyagok mikrostruktúráját és a törési folyamat dinamikáját is [73]. A modell konstrukciója alapvetően három lépésből áll: (i) előállítjuk az anyag heterogén mikroszerkezetének egy számítógépes reprezentációját, (ii) kölcsönhatásokat vezetünk be a rendszer diszkrét elemei között, (iii) a repedéskeletkezés figyelembe vételéhez meghatározzuk a részecske-részecske kontaktusok törési kritériumát. Az általam használt háromdimenziós modellt kutatócsoportunk a közelmúltban fejlesztette ki. A modell bemutatása a [9, 74] publikációk alapján történik.

### 2.4.1. Heterogén mikrostruktúra

Az üledékes kőzetek struktúrájának a diszkrételem-modellbeli valósághű előállításához gömb alakú részecskéket ülepítettünk egy tartályba, amely hasáb, vagy henger alakú volt. A  $H$  magasságú hasáb alja egy  $L$  oldalélű négyzet volt, a hengert pedig  $D$  átmérővel és  $H$  magassággal állítottuk elő. Az ülepítési folyamat során a gömbök egyesével esnek a hasáb fedőlapján választott véletlenszerű kezdőhelyről az alatta lévő növekvő részecskerétegre. A beeső részecskék a többi részecskével és a tartály falával ütközve disszipálják a kinetikus energiájukat. A részecske  $R$  sugarát véletlenszerűen generáljuk egy adott  $p(R)$  valószínűségi sűrűségfüggvény szerint [75]. Laboratóriumi mérések alapján üledékes kőzetek szemcséinek  $p(R)$  méreteloszlása jól közelíthető log-normális eloszlással, így a henger alakú próbatest esetén, amelyek geológiai mintákat reprezentálnak, mi is ezt implementáltuk [76]. Fragmentációs folyamatok vizsgálata során hasáb alakú próbatesteket konstruáltunk, amelyek anyaga tetszőleges rideg heterogén anyag lehet. Ekkor  $p(R)$  egyenletes eloszlás a  $0.95\bar{R} - 1.05\bar{R}$  intervallumon, ahol  $\bar{R}$  az átlagos sugár. A

2.9 ábra illusztrálja a mintakészítés folyamatát, ahol a gömbök színe a sugár nagyságának megfelelően változik.

Az  $m_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) tömegű részecskék  $\vec{F}_i^g = m_i \vec{g}$  gravitációs erő hatására



2.9. ábra. A heterogén mikrostruktúrát egyesével hozzáadott részecskék ülepítésének molekuláris dinamikai szimulációjával valósítottuk meg (a) egy  $H$  magasságú és  $L$  oldalhosszúságú négyzet alapú hasáb és (b) egy  $D$  átmérőjű henger alakú tartályban.

végzett ballisztikus mozgásának generálásához molekuláris dinamikai szimulációt végzünk, ahol  $\vec{g}$  a gravitációs gyorsulást jelenti. A részecskék zérus kezdősebességgel indulnak, majd ütközések sorozatán keresztül jutnak el a végső egyensúlyi helyzetükbe a véletlenszerű pakolásban. A szimulációban lágy részecskeérintkezési-modellt használunk, tehát a részecskék átfedhetnek, amikor egymáshoz nyomódnak, és ez alapján lép fel közöttük taszítóerő. Az  $i$  és  $j$  részecske, melyeknek sugarai  $R_i$  és  $R_j$ , helyzetvektoraik  $\vec{r}_i$ ,  $\vec{r}_j$  kontaktusban vannak mozgásuk során, amikor a  $\xi = R_i + R_j - r_{ij}$  átfedési távolság pozitív. Itt  $r_{ij}$  jelöli a részecskék  $r_{ij} = |\vec{r}_{ij}|$  távolságát, ahol  $\vec{r}_{i,j} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$ . A részecskék kölcsönhatását a Hertz-féle kontaktus törvény adja meg, amely a viszkoelasztikus disszipációt is magában foglalja [77]: A

$j$  részecske által  $i$ -re gyakorolt  $\vec{F}_{ij}^c$  kontaktuserő a  $\xi$  átfedési távolság függvényében a következő módon adható meg:

$$\vec{F}_{ij}^c = -k_{ij}^p \left( \xi^{3/2} + A\sqrt{\xi}\xi \right) \vec{n}_{ij}. \quad (2.11)$$

A  $k_{ij}^p$  kontaktusmerektség a részecskék anyagi és geometriai tulajdonságaitól függ  $k_{ij}^p = 2E_p\sqrt{R_{eff}}/3(1-\nu_p^2)$  összefüggés szerint, ahol  $1/R_{eff} = 1/R_i + 1/R_j$ ; továbbá  $E_p$  és  $\nu_p$  jelölik a részecskék anyagának Young modulusát és Poisson-számát. Az  $\vec{n}_{ij} = \vec{r}_{ij}/|\vec{r}_{ij}|$  egységvektor megadja a kontaktus irányítotttságát. Az erőtvény 2.11 képletében a kinetikus energia disszipációját a  $\xi$ -függő tag biztosítja, ahol  $A$  tartalmazza az anyag viszkoelasztikus tulajdonságait. Az egyszerűség kedvéért az ülepítési folyamatban az erő tangenciális komponensét figyelmen kívül hagyjuk. Ahhoz, hogy a kívánt geometriájú próbatesteket előállítsuk, a visszapattanó részecskék a tartály falával is kölcsönhatásban állnak. A fal által az  $i$  részecskére gyakorolt erőt a fallal való átfedéssel arányosnak tekintjük [75]. Az általunk használt modellben a próbatest alakja szabályozható a hasáb és henger alakú tartályok  $L$  és  $H$ , valamint  $D$  és  $H$  paramétereinek változtatásával. Az ülepedés időfejlődését a mozgásegyenleteknek az egyes részecskékre vonatkozó numerikus megoldásával kaptuk

$$m_i\ddot{\vec{r}} = \sum_j \vec{F}_{ij}^c + \vec{F}_i^w + \vec{F}_i^g, \quad (2.12)$$

ahol a jobb oldal első tagjának  $j$  feletti összegzése befutja az  $i$  részecske minden kontaktusát. A 2.12 egyenletet az ülepedő részecskére oldjuk meg úgy, hogy a következő réteg részecskéit rögzítettnek vesszük. A szimulációkban harmadrendű prediktor-korrektor módszert használtunk a 2.12 egyenlet numerikus megoldásához, amely biztosítja a stabilitást és a nagy pontosságot [78]. A módszerünkkel generált végső hasáb alakú próbatestet a 2.10 ábra szemlélteti.

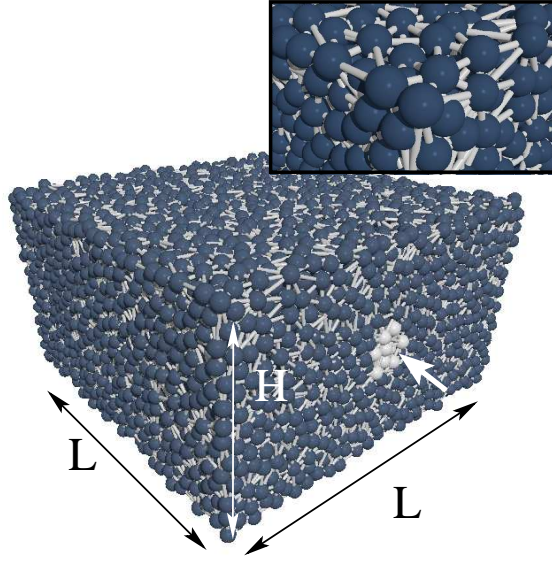
A részecskéket egyesével ülepítő technikának számos előnye van véletlenszerű részecskepakolás előállításakor: a pattogó részecske egyedül csak a tartályban lévő felső réteggel tud kölcsönhatásba lépni, így a mélyebben fekvő

rétegekben a részecskék mozdulatlanak tekinthetők, és így a kontaktusok feltérképezésekor kihagyhatóak. Mivel ezek pozíciója változatlan marad, a szimuláció futásideje lineárisan skálázódik a részecskék számával. Miután az ülepedő részecske kinetikus energiája egy kicsi határérték alá esik, a részecske mozgását leállítjuk. Ilyen konfigurációban a részecske jellemzően átfed a környező részecskékkel a gravitáció jelenléte miatt. A feszültségmentes pakolás megvalósítása érdekében a részecskesugár megváltoztatása nélkül kissé elmozdítottuk az ülepedő részecskét a rá ható eredő kontaktus erő irányába, amíg minden átfedés meg nem szűnt. Az ülepítési technika hatékonysága lehetővé tette  $10^6$  részecske pakolásának megvalósítását hozzávetőlegesen 6 órányi CPU idő alatt egy Intel Xeon (hat magos) processzor egyetlen magján. E módszer hátránya, hogy a részecskék  $p(R)$  méreteloszlása nem lehet tetszőlegesen széles függvény. A túl nagy részecskék megakadályozzák az ülepedő részecskéket a körülöttük lévő üres terek kitöltésében, amely fizikai jelentőséggel nem bíró nagy lyukak keletkezéséhez vezet. A másik végletben, a túl kicsi részecskék nagy eséllyel esnek a nagyok között lévő lyukakba, és a tartály aljára ülepednek. Ilyen módon apró részecskék halmozódhatnak fel a próbatest aljánál, miközben a nagyobbak megmaradnak a próbatest felső részében, ami mesterséges szegregációra vezet [75].

Szimulációk alapján henger alakú próbatestek előállításakor a legkisebb  $R_{min}$  és legnagyobb  $R_{max}$  részecskesugár hányadosát  $R_{max}/R_{min} = 20$  értékre rögzítettük, és az  $R_{min} - R_{max}$  tartományt a logaritmikus  $p(R)$  eloszlás maximumának helyére centráltuk. A pakolási struktúra analízisével megállapíthatjuk, hogy a numerikusan kapott részecske méreteloszlás tökéletesen követi az analitikus függvényalakokat és véletlenszerű mikrostruktúra próbatesten belüli homogenitása is megfelelően magas fokú [14, 75, 76].

#### 2.4.2. Kohézió szemcsés anyag törhető kontaktusokkal

A részecskék között fellépő kohéziós erő megragadásához először Dealunay-tetraéderezést végzünk a részecskék tömegközéppontjain három dimenzióban. A részecskék közötti összetapadást egy-egy összekötő rugalmas rúd



2.10. ábra. A diszkrét elem modellünkben  $L$  oldalhosszúságú és  $H$  magasságú hasáb alakú próbatestet készítünk. A rendezetlen mikrostruktúrát a részecskék egyesével történő ülepítésével kialakított feszültségmentes pakolás biztosítja. A kohéziót a törhető, rugalmas rudak biztosítják, melyeket részecskepárok közé feszítünk ki Delaunay-tetraéderezés alapján. A lövedékbelövést az egyik oldal közepén kiválasztott részecskének és a vele összekötött részecskéknek adott kezdősebességgel szimuláljuk.

valósítja meg, melyet a tetraéderek élei mentén helyezünk el. A rudak fizikai tulajdonságait a részecskék pakolásának véletlenszerű mikrostruktúrája határozza meg: Az egyensúlyi hossz  $l_{ij}^0$  az  $i$  és  $j$  részecske között a kezdőállapotbeli középpontjaik  $l_{ij}^0 = |\vec{r}_i^0 - \vec{r}_j^0|$  távolsága, míg az  $S_{ij}$  keresztmetszetet a részecsquesugarak határozzák meg  $1/S_{ij} = 1/(R_i^2 \pi) + 1/(R_j^2 \pi)$ . Így tehát a részecskepakolás véletlenszerű mikrostruktúrája miatt lép fel véletlenszerűség a rudak geometriájában, amely így megjelenik a fizikai mennyiségek számértékében is, például a rúd merevségében és torziós modulusában. A rudak dinamikája az Euler-Bernoulli rudakra alapul [8, 77, 79], ami a [80, 81] megközelítés háromdimenziós általánosítása. A rudak deformációjá-

nak kvantitatív jellemzéséhez egy-egy lokális koordinátarendszert rögzítünk a végpontjaiban lévő mindkét részecskéhez. Ahogy a részecskék translációs és rotációs mozgást végeznek, a rudak megnyúlnak, összenyomódnak, nyíródnak, hajlanak és csavaródnak, ezáltal erők és forgatónyomatékok lépnek fel. A tengelyirányú  $\vec{F}_{ij}^b$  erő, melyet az  $i$  és  $j$  részecskét összekötő rúd az  $i$  részecskére kifejt, kifejezhető a rúd  $\Delta l_{ij} = r_{ij} - l_{ij}^0$  megnyúlásának függvényeként az alábbi alakban:

$$\vec{F}_{ij}^b = -k_{ij}^b \Delta l_{ij} \vec{n}_{ij}. \quad (2.13)$$

A rúd merevség  $k_{ij}^b$  az  $E_b$  Young modulustól és a rúd geometriai tulajdonságaitól függ  $k_{ij}^b = E_b S_{ij} / l_{ij}^0$ . Egy disszipatív erőkomponenst is hozzáadtunk a 2.13 egyenlethez, ami hasonló a pakolás előállításakor használthoz. A rugalmassági erőket és forgatónyomatékokat a rudak végpontjainak orientációjának változásainak követéséből határozhatjuk meg a részecskéknek a testhez rögzített  $\vec{e}_x^b, \vec{e}_y^b, \vec{e}_z^b$  koordinátarendszereiben, ahol  $\vec{e}_x^b$  a rúd irányára illeszkedik [77]. Abban az egyszerű esetben, amikor a rúd mindkét vége elfordul az  $\vec{e}_x^b$  tengely körül a testhez rögzített koordinátarendszerben  $\Theta_i^z$  és  $\Theta_j^z$  szögekkel, az  $i$  részecskére az alábbi formájú erőket és forgatónyomatékokat eredményezi [77]:

$$\vec{Q}_i^{z,b} = 3E_b I_{ij} \frac{\Theta_i^z + \Theta_j^z}{(l_{ij}^0)^2} \vec{e}_y^b, \quad (2.14)$$

$$\vec{M}_i^{z,b} = E_b I_{ij} \frac{\Theta_i^z + \Theta_j^z}{l_{ij}^0} \vec{e}_z^b + \left( \vec{Q}_i^{z,b} \times |\vec{r}_{ij}| \vec{e}_x^b \right), \quad (2.15)$$

ahol  $I_{ij}$  jelöli a rúd tehetetlenségi nyomatékát. A torzió az  $\vec{e}_x^b$  tengely körüli relatív elfordulás következtében lép fel, ami az alábbi nyomatékot eredményezi:

$$\vec{M}_i^{x,b} = G_{ij} I_{ij}^t \frac{\Theta_i^x - \Theta_j^x}{l_{ij}^0} \vec{e}_x^b, \quad (2.16)$$

ahol  $G_{ij}$  a rúd nyírási modulusa, és  $I_{ij}^t$  jelöli a rúd tengelyére vonatkoztatott torziós nyomatékot. A rúd erőket és forgatónyomatékokat vissza kell transzformálni a részecskepakolás globális koordinátarendszerébe, amelyben

a mozgásegyenleteket megoldjuk a translációs és rotációs szabadsági fokokra [78]. Ugyanazt a harmadrendű prediktor-korrektor módszert használtuk a megoldáshoz, mint amelyet a kezdeti pakolás kialakításához, kiegészítve quaternionokkal a forgási szabadsági fokok kezelésére [78].

### 2.4.3. Törési kritérium

Ahhoz, hogy megragadjuk a modellben a repedésképződést, a rudak eltörnek, amikor a rendszer időfejlődése során túlfeszített állapotba kerülnek. A rudak törését nagyrészt a megnyúlás és a meghajlítás okozza, így von Mises típusú törési feltételt szabtuk ki, melyet az irodalomban is széles körben használnak [79–81]

$$\left(\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{th}}\right)^2 + \frac{\max(|\Theta_i|, |\Theta_j|)}{\Theta_{th}} > 1. \quad (2.17)$$

Itt a rúdnek a  $\varepsilon_{ij}$  tengelyirányú feszültségét  $\varepsilon_{ij} = \Delta l_{ij}/l_{ij}^0$  alakban határozzuk meg, míg  $\Theta_i$  és  $\Theta_j$  a rúd két végének az általánosított hajlítási szögei. A 2.17 egyenlet első és második tagja fejezi ki rendre a megnyúlás és a hajlítás járulékát. A töréskor  $\varepsilon_{th}$  és  $\Theta_{th}$  törési küszöbök szabályozzák a két törési módus relatív fontosságát, mivel a törési küszöb növelése csökkenti a hozzá tartozó törési módus járulékát. A modellben kizárólag szerkezeti rendezetlenség van jelen, tehát a törési  $\varepsilon_{th}$  és  $\Theta_{th}$  küszöbök minden rúd esetében egyforma konstans értékek  $\varepsilon_{th} = 0.003$  és  $\Theta_{th} = 2^\circ$ . A 2.17 törési feltételt minden iterációs lépésben kiértékeljük a megnyújtott rudakra és azokat, amelyek teljesítik a törési feltételt, eltávolítjuk a szimulációból. A rudak sorozatos törésének eredményeképpen repedések formálódnak a mintában. Azok a részecskék, amelyek rúddal nincsenek összekötve, akár amiatt, hogy mindegyik eltört, akár amiatt, hogy kezdetben sem volt hozzá rúd kapcsolva, a Hertz-kontaktuson keresztül lépnek egymással kölcsönhatásba, amint bemutattuk a 2.4 fejezet első részében a pakolás előállításánál [77]. A rudak és részecskék anyagi paramétereit, mint a Young modulust, Poisson számot, és csillapítási konstanszt a [8, 79] cikkekben leírtak szerint választottuk meg.

## 2.5. Célkitűzések

Kutatómunkám során a gyors és lassú fragmentációs jelenségeknek a gyakorlat számára rendkívül fontos, intenzíven kutatott területeivel foglalkoztam. Munkám motivációjául több érdekes kísérleti eredmény szolgált, amelyek a jelenségkör mélyebb megértése szempontjából is fontos problémákat vetettek fel.

A gyors energiabetáplálással kiváltott dinamikus fragmentációs folyamatok esetén a közelmúltban több olyan kísérleti eredmény született, amelyek a tömegeloszlás exponensének energiafüggését mutatták ki [62–64]. Azt találták, hogy az energia növelésével a hatványfüggvény exponensének értéke növekszik, majd az eloszlás exponenciálissá válik [63]. A mérési eredményeket két dimenzióban végzett számítógépes szimulációk is alátámasztották [65]. Ezek az eredmények megkérdőjelezik a korábban megalapozottnak tűnt univerzalitás érvényességét és a fragmentációs jelenségek fázisátalakulásokkal mutatott analógiáját is. Doktori munkám egyik fontos célkitűzése annak tisztázása, hogy mi okozza az univerzalitás sérülését, milyen feltételek esetén jöhet létre energiafüggő tömegeloszlás. A kérdés elméleti fontossága mellett gyakorlati jelentőséggel is bír, a tömegeloszlás exponensének értékét használják a mérnöki tervezésben.

Gyakran előfordul, hogy a fragmensek méretének, tömegének és alakjának leírásán túlmutató információ is szükséges a fragmentációs események hatásának tanulmányozásához. Például az aszteroidák ütközése utáni fragmensfelhő időfejlődése csak a létrehozott darabkák sebességére alapozva határozható meg [66]. Hasonló probléma lép fel sziklafalak hirtelen összeomlásakor, vagy földcsuszamlás által kiváltott sziklalavináknál [67, 68], ahol a fragmensek sebességének ismerete létfontosságú a szikladarabok másodlagos fragmentációjának mennyiségi jellemzéséhez és a lavinák lefutási távolságának és pusztító erejének becsléséhez [67, 68]. Az űrszemét fő forrását a földkörüli pályán történt robbanások, azaz fragmentációs események adják. Az űrszemétfelhő időfejlődését és az általa jelentett veszélyt csak a fragmensek sebességeloszlásának, valamint a tömeg és sebesség korreláció-

jának ismeretében lehet meghatározni. Ércek, kőzetek őrlésekor az ütközésekkel keltett fragmensek további ütközéseket szenvedhetnek el, ahol a másodlagos fragmentáció eredményének számításához szintén elengedhetetlen a tömeg-sebesség korreláció ismerete. Nagy számú laboratóriumi kísérletet végeztek változatos fajtájú heterogén anyagokon, nagysebességű képalkotó technikákkal a fragmenssebességek megállapítására [64, 69–71]. Néhány kísérlet hatványfüggvény-korrelációt tárt fel a fragmensek tömege és sebessége között, azaz a fragmensek átlagos sebessége a tömegük bizonyos hatványa szerint csökkent [69–71]. Más tanulmányok azonban gyenge vagy semmilyen korrelációt nem találtak [64, 72] és rámutattak a hiányzó, azaz a fényképezés során nem rögzített fragmensek okozta hiányos kísérleti információ problémájára, amely az eredményeket eltorzítja [72]. Célul tűztem ki a gyors fragmentációban keletkezett darabok sebességének részletes vizsgálatát és annak tisztázását, milyen feltételek esetén jöhet létre tömeg-sebesség korreláció.

A lassan növekvő nyomás alatt lejátszódó fragmentációs folyamatok esetén laboratóriumi körülmények között vizuálisan könnyű azonosítani a próbatest felszínén a törési sávot, amely magába foglalja a fragmenseket, a kvantitatív jellemzéshez azonban ez nem elegendő. Céлом volt kifejleszteni egy eljárást, amely legalább számítógépes szimulációk esetén pontosan megadja a törési sáv térbeli helyét és irányát, ami aztán kiinduló pontul szolgál a részletesebb vizsgálatokhoz. A fragmensek tömegeloszlása mellett tisztázni akartam az alakjuk törvényszerűségeit is. A laboratóriumi eredmények geológiai méretekre történő felskálázásához a vizsgálatokat különböző rendszerméreteknél akartam elvégezni, hogy skálatörvényeket tudjak megállapítani.

A nyomás alatti fragmentáció egy lassan fejlődő törési folyamat eredménye. Állandó sebességű összenyomás esetén mikroskálán a repedések lavinákban keletkeznek, amelyek a makroszkopikus töréshez közeledve a törési sávban lokalizálódnak. Kutatómunkám fontos célkitűzése volt a törési sáv kialakulásához majd a makroszkopikus töréshez vezető dinamika jellemzése. Ehhez a repedési lavinák idősorának fejlődését elemeztem, ahol elsősorban a

rekord méretű, azaz a korábbiaknál nagyobb események megjelenésére koncentráltam. A rekordok statisztikai elemzésével arra kerestem választ, lehet-e azonosítani a törési sáv kifejlődésének, azaz a makroszkopikus törésnek előjeleit, amelyet felhasználhatunk a gyakorlatban akár katasztrófák előrejelzésére is.

A szakterületen az analitikus számítások lehetőségei erősen korlátozottak, a 2.2 és a 2.3.4 fejezetben tárgyalt sztochasztikus modellek pedig nem alkalmasak a kitűzött problémák vizsgálatára. Ezért elsősorban a heterogén anyagoknak a 2.4 fejezetben bemutatott realiztikus diszkrétélem-modelljére támaszkodtam, amelyet kutatócsoportunk korábban fejlesztett ki. Az általános modellben implementáltam az általam vizsgált rendszereket majd a szimulációval kapott eredményeket egy független feldolgozó programmal, off-line módon dolgoztam fel. Több kutatási probléma megoldásánál alapvető fontosságú volt a nagy rendszerméret. Ehhez a szimulációs programot OpenMP használatával párhuzamosítottuk, ami lehetővé tette, hogy a részecskék számát  $10^4$ -től  $2.5 \times 10^5$ -ig változtathassam. A számítógépes szimulációkhoz erősen támaszkodtam a debreceni, a budapesti, és a szegedi szuperszámítógépekre.

Kutatómunkám tisztán elméleti jellegű, de a legtöbb esetben konkrét kísérleti eredmények, illetve a gyakorlat számára fontos problémák motiválták. A realiztikus számítógépes szimulációim lehetővé tették, hogy kísérletileg nehezen mérhető mennyiségeket is nagy pontossággal határozzak meg, így kiegészítsem a kísérletileg hozzáférhető információt. Ilyen például a fragmensek sebessége, ahol mérésekkel csak a keletkezett darabok egy kisebb részhalmaza követhető, míg a szimulációkban részletesen tudtam elemezni a darabok teljes sokaságának statisztikáját. Elméleti eredményeimet igyekeztem összevetni laboratóriumi kísérletek és terepi mérések eredményeivel. Eredményeim fontos részeként olyan adatfeldolgozó eljárásokat dolgoztam ki, amelyek laboratóriumi mérések kiértékelésére is használhatóak.



## 3. fejezet

# Tömegeloszlások energiafüggése

Az irodalmi összefoglalásban már felhívtuk rá a figyelmet, hogy kísérletek tanúsága szerint gyors energiabetáplálás esetén bizonyos körülmények között sérül a fragmensek tömegeloszlásának univerzalitása: a tömegeloszlás hatványfüggvény-viselkedést mutat a kis tömegek tartományán, de az exponens értéke növekszik a betáplált energia mennyiségével, majd végül exponenciálissá válik [63]. Ezt korábban két dimenzióban végzett szimulációk is megerősítik [65]. Az a sejtésünk, hogy az energiafüggés bizonyos értelemben csak látszólagos, a háttérben a repedési szerkezet átalakulása áll, ugyanakkor a keletkező fragmensek bizonyos részalmazain belül az univerzalitás érvényes marad. A probléma tisztázására háromdimenziós DEM szimulációkkal vizsgáltam lövedék belövése által okozott fragmentációs folyamatokat úgy, hogy széles tartományban változtattam a belövés sebességét és a próbatest geometriai jellemzőit. A kvázi-kétdimenziós lapszerű testektől a hasáb alakú tömbi mintákig vizsgáltam a vastagság hatását a tömegeloszlás megfigyelt exponensére és a kialakuló repedési mintázatra [9, 74].

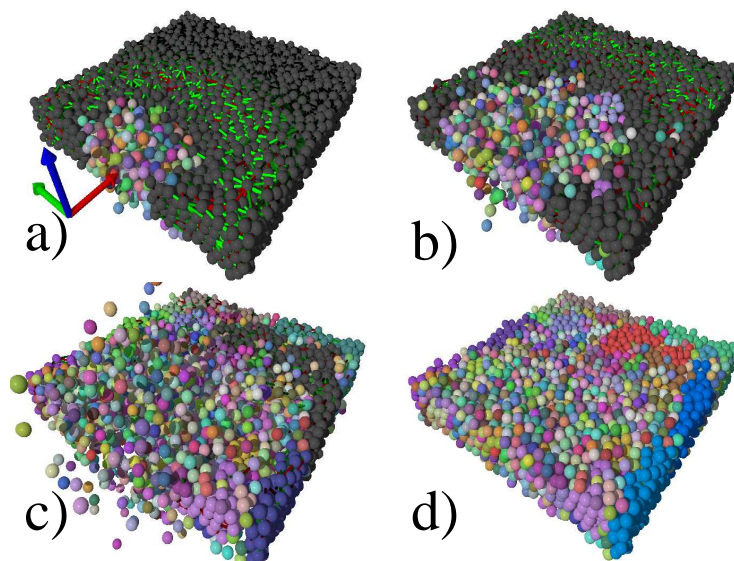
### 3.1. Átmenet roncsolásból fragmentált fázisba

Annak tisztázására, milyen hatással van a próbatest geometriája a fragmentációs folyamatra, szimulációkat végeztünk a 2.4.1 fejezetben bemutatott hasáb alakú próbatestekkel széles tartományon változtatva a test magasságát és a lövedékbelövés  $v_0$  sebességét: A hasáb négyzet alapjának oldalhosszát  $L/\langle d \rangle = 30$  konstans értéken tartjuk, a minta magasságát a  $H/\langle d \rangle = 3 - 15$  tartományon változtattuk. A hosszúság jellegű mennyiségeket a próbatestet felépítő részecskék  $\langle d \rangle$  átlagátmérőjéhez, a sebességeket pedig az anyagbeli rugalmas hullámok terjedési sebességéhez viszonyítva adjuk meg.

A 3.1 ábra szemlélteti a  $H/\langle d \rangle = 3$  vékony próbatest  $v_0/c = 0.2$  sebességű lövedékbelövés hatására létrejött időfejlődését. A minta feltöredezik nagy számú kicsi darabra, köszönhetően az ütközéskor létrejövő lökeshullámnak, melynek eredményeképpen széles méreteloszlású fragmensek keletkeznek. A 3.1 (d) ábrán látható továbbá a végállapotból újra összerakott próbatest, ahol a fragmensek könnyen azonosíthatóak. Természetesen a feltöredezettség mértéke erősen függ a  $v_0$  ütközési sebesség nagyságától: alacsony  $v_0$  sebességnél a minta csak roncsolódik az ütközés helye körül, azaz néhány rúdelem eltörik, és kevés számú részecskéből álló kicsi fragmensek távoznak, de a test nagy része megtartja az integritását. A fragmentáció eléréséhez, ahol a legnagyobb fragmens is jelentősen kisebb a próbatest eredeti méreténél, az ütközési sebességnek meg kell haladnia egy kritikus  $v_c$  értéket. A töredezettség számszerű jellemzéséhez meghatároztuk a fragmensek  $\langle M_2/M_1 \rangle$  átlagos tömegét, mint a fragmenstömegek  $M_2$  második és  $M_1$  első momentumának hányadosát, amely azt fejezi ki, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott részecske várható értékben mekkora tömegű fragmensnek az eleme. A fragmenstömegek  $k$ -edik  $M_k$  momentuma egyetlen szimuláción belül az alábbi képlettel van definiálva

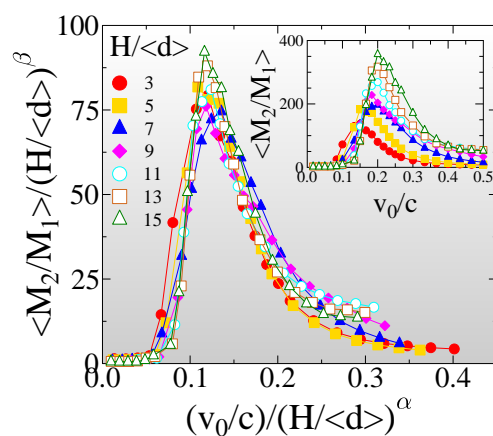
$$M_k = \sum_i m_i^k - m_{max}^k, \quad (3.1)$$

ahol  $m_i$  jelöli az  $i$ -edik darabka tömegét, és a legnagyobb maradékfrag-



3.1. ábra. A  $H/\langle d \rangle = 3$  legkisebb próbatest lövedékbelövés utáni időfejlődése háromdimenziós térbe ágyazva. A  $v_0/c = 0.2$  ütközési sebesség értéke kicsivel a fragmentáció  $v_c$  kritikus pontja fölött van. Az összenyomott rudak zölddel, a megnyújtottak pirossal színezve teszik láthatóvá a lökéshullám terjedését. A részecskék aszerint színezettek, hogy melyik fragmenshez tartoznak, míg a fragmensek színét véletlenszerűen választottuk egy palettáról. (d) szemlélteti a fragmentáció végállapotából újra összeillesztett próbatestet, amelyen a részecskék az eredeti helyükön szerepelnek.

mens  $m_{max}$  tömegét mindig kihagyjuk az átlagolásból, mert kis sebességgel meglökött végtelen nagy próbatest határesetében, a keletkező fragmensektől eltérően végtelen tömeghez tartana. Az összegzés az összes többi fragmens fölött történik. A két momentum  $M_2/M_1$  aránya szimulációnként külön lett meghatározva és átlagolva a fragmentációs események fölött minden  $v_0$  ütközési sebesség esetében. A 3.2 ábra belső ábráján látható, hogy fokozatosan növekvő  $v_0$  esetében az átlagos fragmenstömeg növekszik a nagyobb méretű fragmensek létrejötte miatt. A 3.1 egyenletben az átlagos



3.2. ábra. Beágyazott ábra: Az  $\langle M_2/M_1 \rangle$  átlagos fragmenstömeg a  $v_0$  ütközési sebesség függvényeként minden vizsgált  $H$  lap vastagságra. A főpanel ugyanazt az adatsort jeleníti meg átskálázva a  $H$  lapvastagság megfelelő hatványaival, amivel elérjük a görbék egymásra esését.

fragmenstömeg csökkenő ágát domináns fragmensek hiánya okozza. Így az éles maximum helyzetét meghatározva azonosíthatjuk a  $v_c$  kritikus ütközési sebességet, amelynél a teljes töredezettséget először elérjük. Az eredmények azt mutatják, hogy a rendszer a ütközési sebesség változtatásával átmegy a roncsolási fázisból ( $v_0 < v_c$ ), melyet egy domináns darab jelenléte ural, a fragmentált fázisba ( $v_0 > v_c$ ), melyben a legnagyobb fragmens is jelentősen kisebb a test kezdeti méreténél. A roncsolásból fragmentált fázisba történő átmenetet számos különböző típusú rendszerre igazolták mind kísérletek [4, 82–87] mind számítógépes szimulációk [3, 5, 6, 8, 20, 79, 80, 88, 89] által. A 3.2 ábra beágyazott ábráján a  $v_c$  kritikus sebesség  $H$ -val növekszik, mert a próbatest teljes  $M_{tot}$  tömege növekszik a lap vastagságával  $M_{tot} \propto L^2 H$ . A 3.2 ábra főpanelén látható, hogy  $v_0$  és  $\langle M_2/M_1 \rangle$  értékeit  $H$  lapvastagság megfelelő hatványával átskálázva a beágyazott ábra különböző  $H$  vastagsághoz tartozó görbéi összeejtethők egy mestergörbére. A jó minőségű skálázás

az alábbi skálaformula érvényességét jelzi

$$\langle M_2/M_1 \rangle(v_0, H) = H^\beta \phi(v_0/H^\alpha), \quad (3.2)$$

ahol  $\phi(x)$  jelöli a skálafüggvényt. Az exponenseket numerikusan meghatározva  $\alpha = 0.2(3)$  és  $\beta = 0.5(2)$  adja a legjobb egymásra esést a 3.2 ábrán. A 3.2 egyenletből következik, hogy a kritikus  $v_c$  ütközési sebesség hatványfüggvényként növekszik a próbatest vastagságával

$$v_c \propto H^\alpha. \quad (3.3)$$

A belövesi sebesség releváns skálájának meghatározása után a tömegeloszlás  $p(m)$  valószínűség sűrűségi függvényét vizsgáljuk meg a fragmentált fázisban, hogy megértsük, miként fejlődik az ütközési sebesség és a próbatest vastagság függvényében.

### 3.2. Fragmensek tömegeloszlása

A 3.3 ábrán látható a fragmensek  $p(m)$  tömegeloszlása a próbatest  $H$  vastagságának különböző értékére számos  $v_0$  ütközési sebességnél. A tömegeloszlások egy általános jellemzője, hogy a  $v_0 < v_c$  roncsolási fázisban  $p(m)$  két elkülönülő részből áll: egy vagy néhány nagy tömegű maradékfragmens miatt a tömegeloszláson egy csúcs formálódik a nagy tömegek tartományában  $m/M_{tot} \approx 1$ , míg a kis fragmensek eloszlása egy gyorsan csökkenő. A két tartományt egy üres hézag választja el, amely fokozatosan eltűnik, ahogy a kritikus ütközési sebességet alulról megközelítjük. Megfigyelhető, hogy a  $v_0 > v_c$  fragmentált fázisban a kisméretű fragmensek tömegeloszlása hatványfüggvény jellegű

$$p(m) \propto m^{-\tau}, \quad (3.4)$$

amelyet egy levágási tartomány követ. A széles tartományra kiterjedő hatványfüggvény először a kritikus pontban jelenik meg.

Eredményeink fontos jellemzője, melyet a 3.3 (a) ábra mutat be, hogy vékony



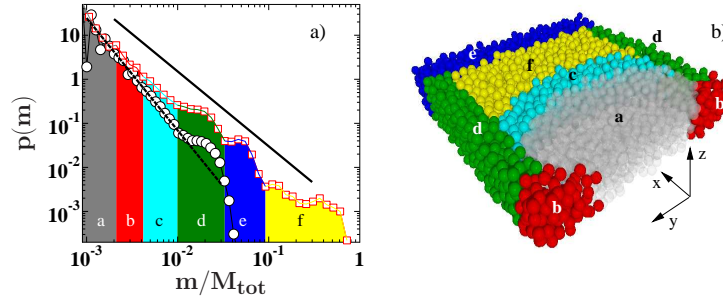
3.3. ábra. A fragmensek tömegeloszlása számos ütközési sebesség mellett négy különböző  $H/\langle d \rangle$  lapvastagságra: (a) 3, (b) 5, (c) 11, (d) 15. A roncsolt fázisban az eloszlások két elkülönülő részből állnak, azaz a nagy maradékfragmenseknek  $m/M_{tot} \approx 1$  körül van csúcsuk, míg a kis fragmensek eloszlása meredeken csökken. A két tartományt egy üres hézag választja el, amely fokozatosan eltűnik, ahogy a  $v_c$  kritikus sebességet alulról megközelítjük. A szaggatott egyenes vonalak (a) 1.7 és 2.4, (b) 1.7, (c) 1.9 és (d) 1.9 exponensű hatványfüggvényeket jelölnek.

$H$  próbatestnél egy fokozatos növekedést látunk a tömegeloszlás exponensében: a  $v_c$  kritikus pontban, amikor a hatványfüggvény először megjelenik, az exponens értéke  $\tau = 1.7$ , ami  $v_0$  további növelésével  $\tau = 2.4$ -ig nő. A próbatest vastagságát növelve viszont fokozatosan eltűnik  $\tau$  függése az ütközési sebességtől, ami jól látható a 3.3 (b,c,d) ábrákon. A  $H/\langle d \rangle \geq 11$  vastagabb próbatesteknél csak egyetlen  $\tau = 1.9$  exponens érték marad meg. Növelve  $v_0$ -t a legnagyobb fragmens tömegének csökkennie kell, amely okozhatja az

exponens látszólagos növekedését egyszerűen az eloszlások eltolódó levágása miatt, azonban a [8] cikkel ellentétben vizsgálatunk során kimutattuk, hogy a 3.3 ábrán látható  $\tau$  exponens változása a  $p(m)$  eloszlásfüggvény valódi viselkedése, mert nem lehet kitranszformálni az átlagos fragmenstömegeggel való átskálázással.

### 3.3. Fragmentációs mechanizmusok

Számítógépes szimulációinkkal kiderítettük, hogy a  $\tau$  exponensnek az ütközési sebesség függvényében megfigyelt változását két különböző fragmentációs mechanizmus közötti átmenet okozza, amelyet a minta geometriájának és a beágyazó tér dimenziójának összjátéka okoz. A 3.1 (b) ábrán látható, hogy rögtön az ütközés után a minta roncsolódik a becsapódási hely közelében, azaz egy kicsi térfogatban a felszíntől kiindulva minden rúd eltörik, és egyedi részecskék (a modellben por) távoznak a mintából. Az ütközés létrehoz egy lökeshullámot, amely fokozatosan csillapodik a rudak törésén és nagyobb térfogatba való szétterülésén keresztül. Elegendően nagy  $v_0$  esetén, azaz a kritikus pont közelében az összenyomódási hullám végigmegy a mintán, és tágulási hullámként verődik vissza a minta szabad felületéről. Ebben a sebességtartományban a végső repedési mintázatot az összenyomási és visszavert tágulási hullámok interferenciája határozza meg. Ennek a mechanizmusnak a következményeként a  $H \ll L$  vékony lapoknál a kritikus ütközési sebességnél a feltöredezést egy viszonylag szabályos repedési mintázat határozza meg, amely gyakorlatilag kétdimenziós. Ennek a fragmentációs mechanizmusnak az illusztrációjára a 3.4 (a) ábra a  $p(m)$  tömegeloszlást mutatja be a kritikus sebességnél a  $H/\langle d \rangle = 3$  vastagságra a 3.4 (b) ábrán a mintával együtt, amelyen a különböző térbeli tartományok fraktumensei különböző színnel vannak megjelölve. Megfigyelhető, hogy  $p(m)$  hatványfüggvény-viselkedést mutat a fragmenstömegek széles tartományán, viszont jól elkülönülő maximumok tarkítják. Részletes vizsgálat során megállapítottuk, hogy a maximumok keletkezése egyértelműen a kétdimenziós repedési struktúra szabályosságaiból adódik a lapszerű vékony próbatestek-



3.4. ábra. (a) A kritikus  $v_c$  pontban kapott fragmensek  $p(m)$  tömegeloszlása a legkisebb  $H/\langle d \rangle = 3$  vastagságra. A  $p(m)$  tömegeloszlás tömegtartományaiba domináns járulékot adó fragmensek a próbatest jól meghatározott térbeli tartományyaiból származnak. (b) Ezeket a tartományokat kiemeltük egy egyedi mintán ugyanazokkal a színekkel, mint a tömegeloszlás hozzájuk tartozó tartományait. Összehasonlításképpen a legmagasabb  $v_0/c = 0.5$  ütközési sebességhez tartozó tömegeloszlást is megadtuk, ahol a hatványfüggvény szakasza jelentősen meredekebb. Az egyenes vonalakhoz tartozó exponensek  $\tau = 1.7$  és  $\tau = 2.4$ .

nél, azaz a fragmensek mindig ugyanarról a térbeli tartományból adnak domináns járulékot egy-egy maximumba. Az áttekinthető szemléltetéshez a 3.4 ábrán színeket és betűjeleket rendeltünk a  $p(m)$  eloszlás maximumaihoz úgy, hogy a betétábrán ugyanolyan színnel legyenek megjelölve a részecskék az adott térbeli tartományon, ahonnan a hozzájuk tartozó fragmensek származnak. Látható, hogy a legkisebb, csak néhány részecskéből álló fragmensek (szürke (a)) a becsapódási pont közelében lévő zónából származnak, míg a nagyobb fragmensek a minta mélyebb részeiből (világoskék (c)). A rugalmas hullámok interferenciája hosszú repedéseket hoz létre a minta felszíne mentén, amely az oldalsó lecsatolódást (detachment) eredményezi a minta mindkét oldalán (zöld (d)), és a hátulján (kék (e)). Az elülső lap két sarka (piros (b)) egy halvány helyi maximumot ad a  $p(m)$  tömegeloszlásba a szürke (a) és világoskék (c) tartományok között. Az eloszlás levágását

meghatározó legnagyobb fragmens a minta belsejében, a hátlaphoz közel keletkezik (sárga (f)), és a belövés irányára merőlegesen elnyújtott. A  $p(m)$  eloszláson lévő két maximumot a sárga tömegtartományban az a tény okozza, hogy a sárga tartomány nagy valószínűséggel törik fel két darabra.

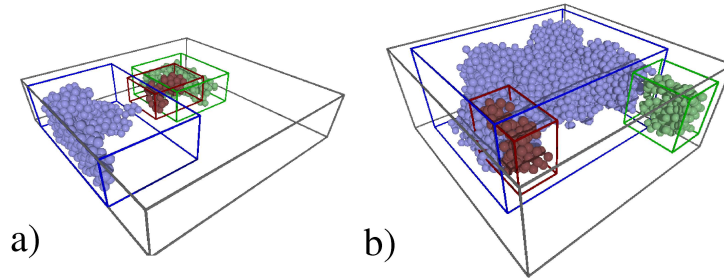
Az ütközési sebesség elég nagy értékeinél a repedési mintázat kétdimenziós viselkedése és rendezett belső szerkezete eltűnik, és a legtöbb repedés a minta háromdimenziós tömbjében keletkezik és szerkezetét az anyag heterogenitása dominálja. Ez a másik fragmentációs mechanizmus fokozatosan dominánssá válik  $v_0$  növelésével. Ennek következtében a 3.3 (a) ábrán a  $p(m)$  eloszlás levágása a kisebb  $m$  tömegek felé tolódik, és a nagy fragmensek aránya csökken a tömegeloszlásban, ami megnöveli a hatványfüggvényszakasz  $\tau$  exponensét. Az előbbi megállapításokból következik, hogy a tömegeloszlás  $\tau$  exponensének  $v_0$  ütközési sebességtől való függését egy fokozatos átcsapási jelenség (crossover) okozza a síkbeli kétdimenziósból a háromdimenziós tömbi repedési struktúrába. A kritikus sebességnél a 2D-s jelleg dominál, míg nagy  $v_0$  határértékben a repedési mintázat teljesen háromdimenzióssá válik. A köztes sebességtartományokban mindkét mechanizmus jelen van, ezért a megfigyelt tömegeloszlás a kettő járulékának a keveréke. Az átcsapás fokozatos olyan értelemben, hogy a becsapódási helynél lévő erősen roncsolt tartományban a repedési mintázat már a legalacsonyabb becsapódási sebességeknél is háromdimenziós, amely átterjed az egész mintára, ahogy  $v_0$  növekszik. Ahhoz, hogy tisztán lássuk a  $p(m)$  hatványfüggvény tartományainak két szélső exponens értékét, a 3.4 ábrán a  $v_0/c = 0.5$  legmagasabb sebességhez tartozó tömegeloszlás is látható.

### 3.4. Fragmensrészhalmazok szuperpozíciója

Az előző alfejezetben arra a következtetésre jutottunk, hogy a próbatestben kialakuló repedési mintázat fokozatos átcsapásának következménye a tömegeloszlás változó exponense a növekvő ütközési sebesség esetén. A két- és háromdimenziós repedési struktúrák a különböző térbeli tartományokban lévő fragmensformálódásnak kedveznek, melyek kiterjedése is különbö-

ző. Ahhoz, hogy megérthessük, hogyan jön létre az átcsapás, különböző fragmenshalmazokat azonosítottunk a mintában elfoglalt helyük szerint, és megvizsgáltuk a teljes tömegeloszlásba adott járulékaik fejlődését az ütközési sebesség és a próbatest vastagsága szerint.

A fragmensek kulcstulajdonsága, hogy a próbatest belsejében, vagy a kiindulási minta felszínén keletkeznek-e. Mivel a minta felszíne meglehetősen szabálytalan, a fragmensek köré határoló dobozokat építünk fel, és ennek a sarokpontjait hasonlítjuk az eredeti mintáéhoz. Ebből a célból a végállapotban újra összeillesztjük a próbatestet, ahogyan az a 3.1 (d) ábrán látszik. A határoló doboz helyzete és kiterjedése alapján háromféle fragmenstípust



3.5. ábra. Fragmensrészhalmozatok azonosítása a fragmensek és a teljes próbatest határoló doboza alapján. Két lap látható különböző vastagságokkal és ütközési sebességekkel (a)  $H/\langle d \rangle = 5$  és  $v_0/c=0.23$ , (b)  $H/\langle d \rangle = 11$  és  $v_0/c = 0.3$ . Minden egyes részhalmozatra a legnagyobb fragmenst emeltük ki különböző színekkel: világoskék, zöld és piros felel meg rendre az átkötő, a felszíni és a térfogati fragmenseknek. A határoló dobozokat a drótkeret szemlélteti.

különíthetünk el:

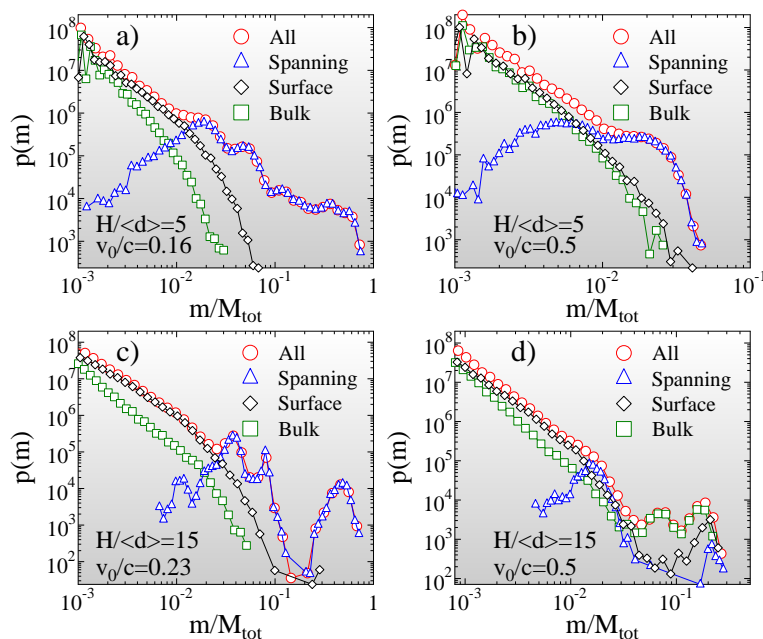
- *Térfogati fragmens*: ha a határoló doboz sarkai egészen a minta belsejében fekszenek, azaz a határoló doboznak a felszíntől való távolsága nagyobb, mint egy  $l = 0.2 \langle d \rangle$  értékhatár, akkor a fragmenst térfogati fragmensnek tekintjük.

- *Felszíni fragmens*: ha a határoló doboz valamely sarka, de nem mind-egyik  $l$ -nél közelebb kerül a minta határoló dobozának oldalához, akkor a fragmenst felszíninek nevezzük.
- *Átkötő*: azokat a fragmenseket, amelyek minta ellentétes oldalát kötik össze egy irányban, átkötő fragmenseknek nevezzük. Az átkötő fragmenseknél a határoló doboz minden sarka a minta felszínének közelében található.

A 3.5 ábra illusztrálja a három fragmensrészhalmaz azonosítását két, különböző vastagságú próbatestnél. Minden részhalmazra egyetlen fragmens van kiemelve a hozzá tartozó határoló dobozzal együtt.

Az átkötő fragmenseket jellemzően olyan repedések okozzák, melyek összekötik a próbatest ellentétes oldalait. Ilyen repedések a rugalmas hullám globális interferencia mintája miatt jönnek létre. A vékony lapokban a  $v_c$  kritikus sebesség alatt a tömeg nagy része átkötő fragmensekből áll; a térfogati és a felszíni darabok főként a becsapódási hely körüli roncsolt zónában találhatóak. A  $v_c$  fölött az átkötő fragmensek részaránya meredeken csökken, viszont mindig ezek a legnagyobb tömegűek, így tehát az átkötő fragmensek határozzák meg a  $p(m)$  tömegeloszlás levágását minden  $v_0$  esetben. A 3.6 (a) ábra a három részhalmaz tömegeloszlását mutatja be egy  $H/\langle d \rangle = 5$  vékony próbatestre a kritikus sebességnél, a teljes tömegeloszlással együtt. Figyeljük meg, hogy a részleges eloszlások úgy vannak normálva, hogy az integráljuk kiadja a teljes fragmenskészletbeli részarányukat. Az ábra egyértelműen mutatja, hogy  $p(m)$  levágását a nagyobb tömegek tartományában a minta párhuzamos oldalait összekötő fragmensek kontrollálják.

A vékony lapokban a felszíni fragmensek az átkötőkből keletkeznek a térfogatukban formálódó repedések hatására, melyek feldarabolják az átkötő fragmenseket. Emiatt a geometriai határfeltétel miatt, a 3.6 (a) ábrán a  $p(m)$  alacsony tömegtartományát a felszíni fragmensek dominálják, míg a térfogati fragmensek csak kicsi járulékot adnak. Ebből következik, hogy vékony lapokra a teljes tömegeloszlás jellemzően egy kétdimenziós repedési mintázatból származik. A teljes eloszlás hatványfüggvény-szakasza széles tö-



3.6. ábra. Fragmensrészhalmazok tömegeloszlásai a felszíni (surface), átkötő (spanning) és a térfogati (bulk) fragmensek eloszlása a teljes eloszlással együtt két  $H/\langle d \rangle = 5$  és  $H/\langle d \rangle = 15$  lapvastagságra rendre a felső és alsó sorban. Mindkét esetben bemutatjuk az eredményeket a  $v_0$  ütközési sebesség két értékénél valamivel a megfelelő  $v_c$  fölött (bal oszlop), és a nagy sebességek határesetében (jobb oszlop)

megtartományokat fed le az átkötő fragmensek és az abból származó mintafelszíni utódfragmensek miatt. A hatványfüggvény-tartomány  $\tau$  exponensét illesztéssel  $\tau = 1.7 \pm 0.05$ -nek határoztuk meg (vesd össze a 3.3 ábrával).

A 3.6 (b) ábrán ugyanazok a tömegeloszlások láthatók a magas ütközési sebesség határértékében. Itt a teljes  $p(m)$  eloszlás hatványfüggvény tartománya összeszűkül, és az exponens értéke megnövekszik  $\tau = 2.4 \pm 0.07$  (vesd össze a 3.3 ábrával). Az ütközési sebesség növelésével a tömbi repedés aktíválódik, amely erősen rendezetlen háromdimenziós repedési mintához vezet. Következésképpen, a felszíni és térfogati fragmensek közötti különbség

eltűnik, és mindkettő ugyanazt a tömegeloszlást követi magas exponenssel (3.3 (b,c,d) ábra). Továbbra is az átkötő fragmensek tömege a legnagyobb, de ezek már csak a lecsatoló részek maradékai.

A 3.6 (c,d) ábrák mutatják rendre az eredményeket a háromdimenziós  $H/\langle d \rangle = 15$  vastag próbatesteknél. A 3.6 (a,b) lapszerű próbatestekkel összevetve megfigyelhetjük, hogy az átkötő fragmensek szerepe nem domináns, alacsony sebességnél a lecsatolásból alakulnak ki, míg nagy sebességnél csak a minta sarkai alkotják. Az átkötő fragmensek miatt fordulnak elő különálló maximumok a nagy tömegek tartományában, viszont már felszíni fragmensek is adnak járulékot  $p(m)$  levágásába. A 3.3 (b,c,d) ábrán látható, hogy a kiterjedt próbatesteknél a tömegeloszlás exponense gyakorlatilag nem függ az ütközési sebességtől, egy egyedi  $\tau = 1.9 \pm 0.05$  értékkel rendelkezik. A 3.6 (c,d) ábrák szerint azonban a vastag próbatesteknél kapott konstans exponens oka, hogy a felszíni és térfogati fragmensek részaránya nem függ az ütközési sebességtől.

### 3.5. Részleges tömegeloszlások univerzalitása

A munkánk egy nagyon érdekes eredménye, hogy bár sebességfüggő exponenst figyelhetünk meg a teljes tömegeloszláson, a térfogati és a felszíni fragmensrészhalmozatok részleges tömegeloszlásai magasfokú univerzalitást mutatnak. A 3.7 ábrán láthatók a skálázott felszíni és térfogati fragmensek tömegeloszlásai különböző ütközési sebességeknél két különböző próbatestvastagságnál. Megfigyelhető, hogy az eloszlásokat az ütközési sebesség megfelelő hatványával átskálázva az eloszlások egymásra esnek. Ez a skálaelemzés megmutatja, hogy a részleges tömegeloszlások az alábbi skálázási törvényt követik:

$$p(m) = v_0^\gamma \Psi(mv_0^\gamma), \quad (3.5)$$

ahol a  $\gamma$  exponens a próbatest  $H$  vastagságától függ. Vegyük észre, hogy az eloszlások normálása miatt ugyanaz a  $\gamma$  exponens használandó a vízszintes és függőleges tengelyen. A 3.7 ábrán legjobb illeszkedést az alábbi exponensek

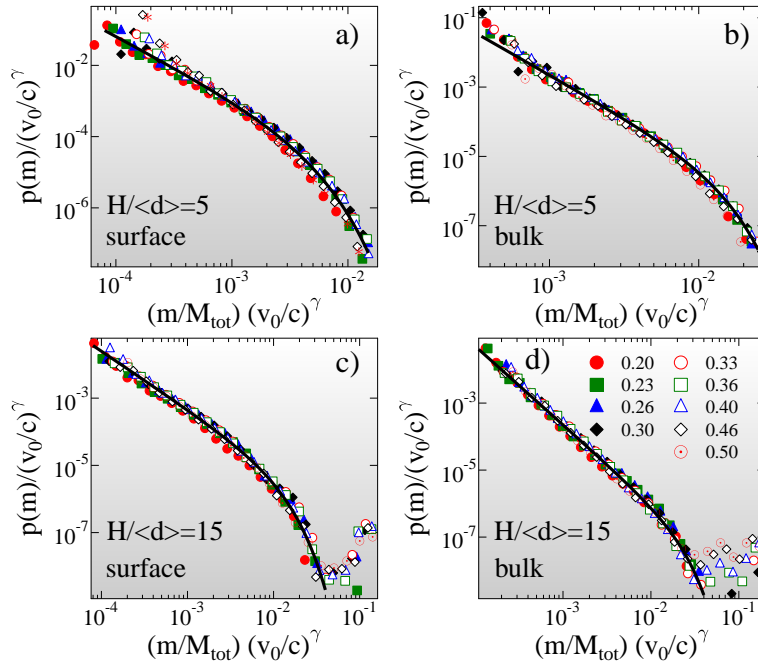
adnak:  $H/\langle d \rangle = 5$  :  $\gamma = 1.3$  (felszíni) és  $\gamma = 0.2$  (térfogati);  $H/\langle d \rangle = 15$  :  $\gamma = 0.7$  (felszíni) és  $\gamma = 0.25$  (térfogati). A  $\Psi(x)$  slálafüggvény az alábbi függvényalakokkal illeszthető

$$\Psi(x) \propto x^{-\tau} \exp(- (x/x^*)^\kappa), \quad (3.6)$$

ahol a  $\kappa$  exponens és a karakterisztikus  $x^*$  skála csak a levágás alakját kontrollálja. A legfigyelemreméltóbb eredmény, hogy a  $\Psi$  skálafüggvény legjobb illesztését a  $\tau = 1.7$  és  $\tau = 2.4$  értékekkel érhetjük el rendre a felszíni és a térfogati fragmensekre, minden vastagság mellett. Ez az eredmény azt mutatja, hogy a részleges tömegeloszlások univerzalitással rendelkeznek, azaz exponensük nem függ a betáplált energiától, ahogyan azt a fragmentációs jelenségek számos osztályánál megfigyelték. Vizsgálataink alapján az összes fragmenshez tartozó teljes tömegeloszlás megfigyelt nem univerzális viselkedése csak látszólagos, a fragmens részhalmozok vastagságtól és ütközési sebességtől függő járulékanak keverékéből ered.

### 3.6. Konklúziók

Ebben a fejezetben a dinamikus fragmentációban keletkező fragmensek tömegeloszlására vonatkozó eredményeinket ismertettem a [9] publikáció alapján. Nagy számú számítógépes szimulációra alapozva sikerült feloldani az utóbbi időben folyó vitákat a fragmensek tömegeloszlása exponensének univerzalitásáról, amely tudományos szempontból és az ipari alkalmazások számára egyaránt kulcsfontosságú. Szimulációkat végeztem a vékony hasáb alakú objektumok belövés által előidézett feltörésére, amelyekben a próbatest vastagságát és a belövés sebességét széles tartományban változtattam. Számítógépes szimulációim kimutatták, hogy háromdimenziós térbe ágyazott vékony lapokra hatványfüggvény tömegeloszlás a belövés kritikus sebességénél jön létre  $\tau = 1.7$  exponenssel, amely fokozatosan növekszik  $\tau = 2.4$ -ig a nagy belövési sebességek esetében. Azonban a 3D tömbi mintákra egyetlen  $\tau = 1.9$  exponenst kaptunk, a belövés sebességétől való függés csak az eloszlások levágásában mutatkozik meg. Érdemes megjegyezni, hogy a  $p(m)$



3.7. ábra. A felszíni és térfogati fragmensrészhalmozok tömegeloszlásainak skálázása  $H/\langle d \rangle = 5$  és  $15$  lapvastagságnál rendre a felső és alsó sorban. A  $v_0$  ütközési sebesség megfelelő hatványaival az eloszlásokat átskálázva a kritikus pont fölött jó minőségű egymásra esés érhető el. A vastag vonalak a 3.6 egyenlet mestergörbéit reprezentálják.

tömegeloszlások  $\tau = 1.7$  exponensének értéke közel esik a 2.2.1 fejezetben tárgyalt dinamikus repedések elágazás-összeolvadás mechanizmusával kapott exponenséhez [4, 90]. A 3D tömbi minta  $\tau = 1.9$  exponense konzisztens más DEM eredményekkel, például ugyanazt az exponenst kapták a rideg gömbök falhoz ütközésekor [8, 79].

A sebességfüggő exponensek magyarázata, hogy a minta geometriájának és a beágyazó tér dimenzionalitásának összjátéka következtében egy átcsapás következik be két különböző fragmentációs mechanizmus között. A kritikus sebesség közelében háromdimenziós térbe ágyazott vékony lapokban

a repedési mintázat gyakorlatilag kétdimenziós, amelyet a becsapódás által kiváltott összenyomási és tágulási hullám interferenciája határoz meg, és nagyfokú szabályossággal rendelkezik, amely a fragmenstömeg eloszlásán helyi maximumokat hoz létre az átfogó hatványfüggvény alakon. Növekvő ütközési sebességnél a térfogati törés aktiválódik, ezért a repedési struktúra nagyfokú rendezetlenség mellett háromdimenzióssá válik.

A rugalmas hullámok interferenciamintázatának hasonló hatását figyelték meg vékony rudak esetében, amelyeknél a fragmentációt a rúd szabad végének megütésével idézték elő. A darabok tömegeloszlásáról bebizonyosodott, hogy az állóhullámok hullámhosszának bizonyos törtrészeinél diszkrét maximumai vannak [91], hasonlóan ahhoz, amit a vékony lapokra megfigyeltünk. Vékony üveglapok ütközés által kiváltott feltörésének tanulmányozásakor a [63] cikk kísérleteiben a növekvő ütközési sebesség mellett a tömegeloszlások exponensének növekedéséről számoltak be. A szerzők azzal érveltek, hogy ez a hatás a repedési mintázat fraktáldimenziója növekedésének tulajdonítható, azaz a repedési struktúra egyre térkitöltőbbé válásával a tömegeloszlások exponense megnövekszik, és egy határértékhez tart [63]. Eredményeink a mögöttes mechanizmusok felfedésével tisztázzák ezeknek a kísérleti eredményeknek a hátterét.

A fragmensek sokasága szétválogatható térfogati, felszíni, és átérő darabkák részhalmazai, melyek létrejötte különböző repedési mechanizmusoknak tulajdonítható. A skálaanalízis rámutatott a felszíni és térfogati fragmensek tömegeloszlásának univerzalitására erősen eltérő exponensekkel. Az eredmények arra utalnak, hogy a teljes tömegeloszlás exponensének az ütközési sebességtől való függését a fragmensrészhalmazok járulékaiknak következtében figyelhetjük meg, ahol csak a keveredési arány függ a  $v_0$ -tól. Eredményeim általános következménye, hogy a fragmentációs jelenségek tömegeloszlásainak energiafüggése akkor várható, amikor alacsonyabb dimenziós próbatest van beágyazva magasabb dimenziós térbe, mert ez teszi lehetővé a repedések térbeli szerkezetében létrejött átmenetet.

## 4. fejezet

# Tömeg-sebesség korrelációk

Fragmentációs folyamatok megértéséhez és ipari alkalmazásaihoz a fragmensek tömege mellett fontos ismernünk a sebességüket, annak statisztikáját és korrelációját is. Az ezzel kapcsolatos kísérleti eredmények döntő többsége ütköztetéssel kapcsolatos vizsgálatból származik. A fontossága ellenére a szakirodalomban alig születnek elméleti próbálkozások a kísérleti eredmények értelmezésére, ezért doktori munkám során célul tűztem ki a téma körültekintő vizálatát. Doktori munkám során a lövedékbelövés diszkrételem-szimulációjával a roncsolási és a fragmentált fázisban egyaránt részletesen vizsgáltam az egyedi fragmensek sebességét, változtatva a próbatest vastagságát a háromdimenziós térbe ágyazott laptól a kiterjedt tömbig.

### 4.1. A fragmenstömeg helyfüggése

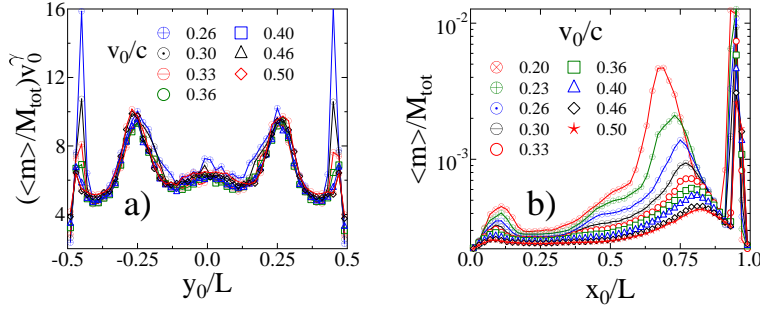
A feltöredezési folyamat dinamikájának jobb megértéséhez és a fragmensek sebességét és tömegét meghatározó tényezők feltárásához tanulságos elemezni a fragmenstulajdonságok helyfüggését a próbatestben. Korábban megmutattuk, hogy vékony lapok esetén a kritikus pont közelében a fragmentáció eredményeként tulajdonképpen egy kétdimenziós repedési mintázat jön létre, melyet a rugalmas hullámok interferenciaképe határoz meg [9]. Ahhoz, hogy kvantitatív információt szerezzünk arról, hogy a repedési min-

tázat milyen módon határozza meg a fragmensek tömegét, meghatároztuk a fragmensek átlagos tömegét az eredeti próbatestben elfoglalt tömegközépponti helyüknek függvényében. Ehhez az  $m_i$  ( $i = 1, \dots, K$ ) tömegű fragmensek részecskéit visszarakjuk a kiindulási helyzetükbe és a tömegközéppontja  $\vec{r}_i^0$  helyzetvektorát meghatározzuk

$$\vec{r}_i^0 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} m_j^p \vec{r}_j^{p0}}{m_i}. \quad (4.1)$$

A fenti összefüggésben  $m_j^0$  és  $\vec{r}_j^0$  az  $n_i$  részecskét tartalmazó  $i$  fragmens részecskéinek tömegét és kezdeti helyzetét jelöli,  $K$  pedig a fragmensek teljes száma a széttörési folyamatban. Ezután az  $x_0$  és  $y_0$  koordinátáit dobozoltuk és a dobozba eső koordinátájú fragmensek átlagos  $\langle m \rangle$  tömegét kiszámoltuk. A 3.4 (b) ábra szemléltet egy végállapotban újra összerakott vékony próbatestet, ahol az egyes fragmensek különböző színt kaptak. Szabad szemmel is könnyen megállapítható, hogy a repedési mintázat szabályossága egyértelműen befolyásolja mind a fragmensek tömegét, mind sebességét.

A 4.1 (a) ábrán látható az átlagos  $\langle m \rangle$  fragmenstömeg  $H = 3$  vékony lapoknál az  $y_0$  koordináta függvényeként számos ütközési sebességnél a rendszer fragmentált fázisában. A normált koordináta-rendszer  $x$  tengelye párhuzamos a lövedék sebességével, míg az  $y$  tengely erre merőlegesen és párhuzamos a próbatest alapjának élével. A lendületmegmaradás miatt a rendszer szimmetriával rendelkezik a koordináta-rendszer  $y$  és  $z$  tengelyére nézve. Megfigyelhető, hogy minden ütközési sebességre a görbéknek egyértelmű minimuma és maximuma van, amely a repedési mintázat szabályosságának a következménye.  $\langle m \rangle$  minimumai megfelelnek azoknak a térbeli tartományoknak, ahol főként kisméretű fragmensek fordulnak elő, azaz ahol nagy számú repedés keletkezik, port (egyedi részecskéket) vagy kisméretű fragmenseket létrehozva. Ugyanakkor a görbék maximuma azokat a tartományokat jelzik, ahol nem történik kiterjedt repedezés. Figyeljük meg, hogy a függőleges tengelyt  $v_0$ -al átskálázva jó kvantitatív adategyeztést kapunk, kivéve a legalacsonyabb ütközési sebességnél. Az adatsorok egymásra esése arra utal, hogy a fragmensek átlagos tömege egy adott  $y_0$  helyen az alábbi skálaszerkezettel



4.1. ábra. (a) A fragmensek átlagos tömege tömegközéppontjaik  $y_0$  koordinátájának függvényeként az eredeti próbatestben  $H = 3$  lapvastagságnál,  $v_0 > v_c$  esetben. A függőleges tengelyen az adatsort átskáláztuk a  $v_0$  ütközési sebesség egy  $\gamma$  hatványával, amely a görbék jó minőségű összeesését eredményezte. (b) Az átlagos fragmenstömeg a tömegközéppontjaik  $x_0$  koordinátájának függvényeként az eredeti próbatestben  $H = 3$  lapvastagságnál. Skálázással a görbék nem ejthetők össze.

rendelkezik:

$$\langle m \rangle (y_0/L, v_0) = v_0^{-\gamma} \Phi (y_0/L). \quad (4.2)$$

A  $\gamma = 0.8$  skálaexponens érték adja a legjobb egymásra esést. A görbék éles maximumát a minta  $y_0/L \approx \pm 0.45$  széleinek közelében a lecsatoló határrétegek fragmensei okozzák. A lecsatoló zóna helyzete nem változik az ütközési sebességgel, mert a próbatestbeli rugalmas hullámok hullámhossza határozza meg. A lecsatoló csúcsok magassága a 4.1 (a) ábrán csökken a  $v_0$ -lal, mert a lecsatolt rétegek nagyobb belövési sebességnél kisebb fragmenseké töredeznék fel.

Az átlagos fragmenstömeg helyzetfüggésén az ütközés  $x$  irányában ismét helyi maximumokat és minimumokat figyelhetünk meg a 4.1 (b) ábrán, azonban a görbék nem mutatnak az  $y$  koordinátákhoz hasonló szabályos mintát. Az ütközési pont közelében a minta teljesen porrá tört (egyedi részecskék), kivéve a lecsatoló réteget az ütközés irányára merőlegesen. A lecsatoló sarokdarabok, amelyek jelentősen nagyobbak a környező por részecskéknél,

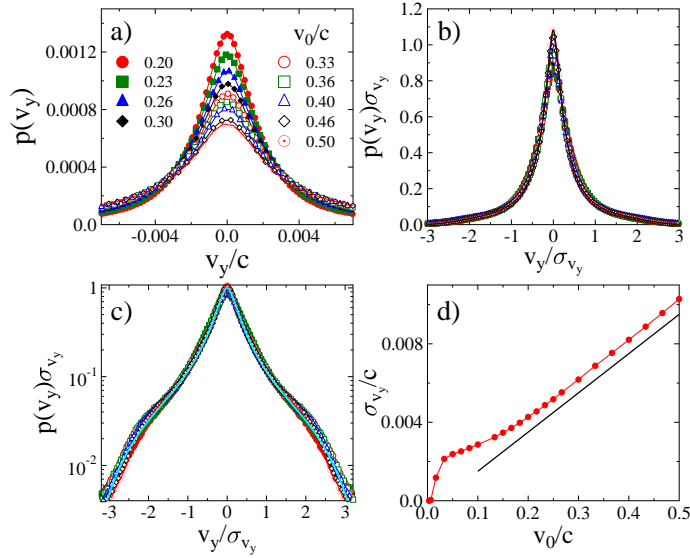
felelősek a kicsi maximum kialakulásáért a minta  $x_0/L \approx 0.1$  felszínének közelében. Az ütközés irányában az átlagos fragmenstömeg növekszik amíg elér egy maximumot  $x_0/L \approx 0.6 - 0.8$  környékén, ahol a nagy fragmensek többsége elhelyezkedik (vesd össze a 3.4 (b) ábrával). A maximum fokozatosan a minta széle felé tolódik növekvő  $v_0$  esetén, mivel az összetört zóna az ütközési pont körül egyre mélyebben benyúlik a mintába. Az ütközési pont túloldalán,  $x_0/L = 0.92$ -nél megfigyelhető erős maximumot szintén a lecsatoló felszíni rétegek okozzák, amikor az ütközéskor elinduló lökéshullám a minta felszínéről visszaverődve interferál önmagával. Az ütközési sebesség növelésével a minta egyre jobban összetörik, így az első és a második csúc a görbéken ellentétes irányba mozdulnak el, míg a lecsatoló zónák alig változnak. A törés nemhomogén térbeli változásának a következménye, hogy a  $\langle m \rangle(x_0/L, v_0)$  függvénynek az  $x_0$  függésre nem léteznek a 4.2 egyenletnek megfelelő skálázási szerkezete.

Nagyobb  $H$  próbatest-vastagságoknál az átlagos fragmenstömeg  $x_0$  függése gyakorlatilag ugyanaz marad, míg a másik két  $y_0$  és  $z_0$  koordináta mentén a lokális maximumok fokozatosan eltűnnek, mivel a repedési mintázat elveszíti a szabályosságát [9].

## 4.2. A fragmensek sebességeloszlása

A fragmensek tömegközépponti sebességét a fragmentációs folyamat végállapotában határozzuk meg, amikor már a fragmensek felhője további törés nélkül tágul. A számításokhoz használt koordinátarendszer a 3.4 (b) ábrán látszik, ahol az  $x$  tengely az ütközési sebesség irányában áll. A lendületmegmaradás miatt a rendszer szimmetriával rendelkezik a koordinátarendszer  $y$  és  $z$  tengelyére nézve.

A fragmenssebességek  $v_y$  komponensének  $p(v_y)$  valószínűségi sűrűségfüggvénye a 4.2 (a) ábrán látható a legvékonyabb  $H = 3$  lapvastagságnál a  $v_0$  ütközési sebesség különböző értékeinél a  $v_0 > v_c$  fragmentált fázisban. Minden sebességeloszlás a  $v_y = 0$  helyen rendelkezik maximummal, és szimmetrikus függvények  $\langle v_y \rangle = 0$  körüli átlaggal, a várakozásnak megfelelően. A  $v_0$  üt-



4.2. ábra. (a) A  $v_y$  sebességkomponens  $p(v_y)$  valószínűsűrűség-függvénye a legkisebb  $H = 3$  lapvastagságra a  $v_0$  ütközési sebesség számos értékénél a rendszer fragmentált fázisában  $v_0 > v_c$ . (b) Átskálázva a két tengely mentén a  $\sigma_{v_y}$  szórással a különböző  $v_0$ -hoz tartozó görbék egymásra esnek. (c) Az adatsorok egymásra esését egyszer logaritmikus skálán is láthatjuk. A vastag vonal a kapott legjobb egyezést reprezentálja 4.4 egyenlettel. (d) A szórás  $v_0$  függvényeként. Az egyenes vonal szemvezetőként szerepel.

közési sebesség növelésével  $p(v_y)$  függvényalakja változatlan marad, viszont az eloszlások kiszélesednek. A  $v_y$  sebességkomponens növekvő fluktuációjának számszerű jellemzéséhez kiszámítottuk az eloszlások  $\sigma_{v_y}$  szórását az  $\sigma_{v_y} = \sqrt{\langle v_y^2 \rangle - \langle v_y \rangle^2}$  összefüggéssel. Megfigyelhető a 4.2 (b) ábrán, hogy a  $p(v_y, v_0)$  eloszlásoknak a  $\sigma_{v_y}$ -nal történő átskálázásával a különböző  $v_0$  ütközési sebességhez tartozó görbéket egy mestergöbbré lehet ejteni. Az egyezés jóságát a 4.2 (c) ábra jobban kifejezi, ahol egyszer logaritmusos ábrázolásban látható. A jó minőségű egymásra esés azt jelenti, hogy  $p(v_y, v_0)$  az ütközési

sebességtől a szóráson keresztül függ az alábbi alakban:

$$p(v_y, v_0) = \sigma_{v_y}^{-1} \Phi(v_y / \sigma_{v_y}), \quad (4.3)$$

ahol  $\Phi(\lambda)$  a skálafüggvényt jelöli. A  $\sigma_{v_y}$  szórás  $v_0$  sebességtől való függése a 4.2 (d) ábrán látható az ütközési sebességek teljes tartományára, beleértve a rendszer roncsolt fázisát is. A fragmentált tartományban  $\sigma_{v_y}$  az ütközési sebesség lineáris  $\sigma_{v_y} \sim v_0$  függvényének adódott, míg a roncsolási fázisban a növekedés gyorsabbnak bizonyult.

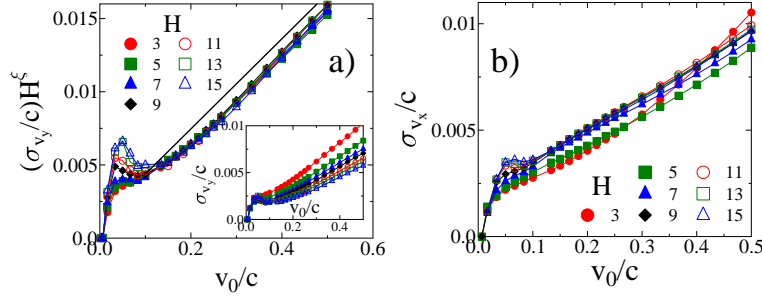
Számolásaink azt mutatják, hogy a 4.2 (c) ábrán látható skálaanalízissel kapott mestergörbe az alábbi függvényalakokkal írható le

$$\Phi(\lambda) = A \frac{1}{B + \lambda^\mu \exp\left(-(\lambda/\lambda^*)^\beta\right)}, \quad (4.4)$$

amely  $\mu$  exponensű hatványfüggvény a  $\lambda = v_y / \sigma_{v_y}$  skálaváltozó kis értékeire, melyet egy nyújtott exponenciális levágás követ. A  $B$  additív paraméter szabályozza az eloszlás alakját  $\lambda = 0$  környezetében, míg a  $\beta$  exponens a levágás alakját kontrollálja. Megfigyelhető a 4.2 (c) ábrán, hogy a numerikus adatoknak a 4.4 összefüggés nagyon jó leírását adja, a legjobb egyezést az alábbi paraméterértékeknel kaptuk:  $\mu = 1.7$ ,  $\beta = 3.1$ ,  $A = 0.12$ ,  $B = 0.1$  és  $\lambda^* = 2.15$ .

A fragmenssebességek  $z$  komponensének  $p(v_z, v_0)$  eloszlása hasonló viselkedést mutat, azaz a szimmetrikus függvényalak zérus sebességnél rendelkezik maximummal. A  $v_0$  ütközési sebesség változtatásával  $p(v_z, v_0)$  kvalitatívan hasonlóképpen változik és ugyanazt a skálázási szerkezetet követi, amelyet  $p(v_y, v_0)$  esetén láttunk a 4.2 (c) ábrán [74].

A lapvastagság növelésével lényegében ugyanazt a kvalitatív viselkedést kaptuk  $p(v_y, v_0)$ -ra és  $p(v_z, v_0)$ -ra, melyet  $H = 3$  esetében láttunk, viszont a vastagság hatással van a  $\sigma_{v_y}$  és  $\sigma_{v_z}$  szórásokra. Például a 4.3 (a) ábra betétábrája szemlélteti a  $\sigma_{v_y}$  szórás függését  $v_0$ -tól minden megvizsgált  $H$  vastagságnál. Érdekes megjegyezni, hogy a rendszer fragmentált fázisában  $\sigma_{v_y}$  lineárisan növekszik a  $v_0$  ütközési sebességgel, és csökken a próbatest



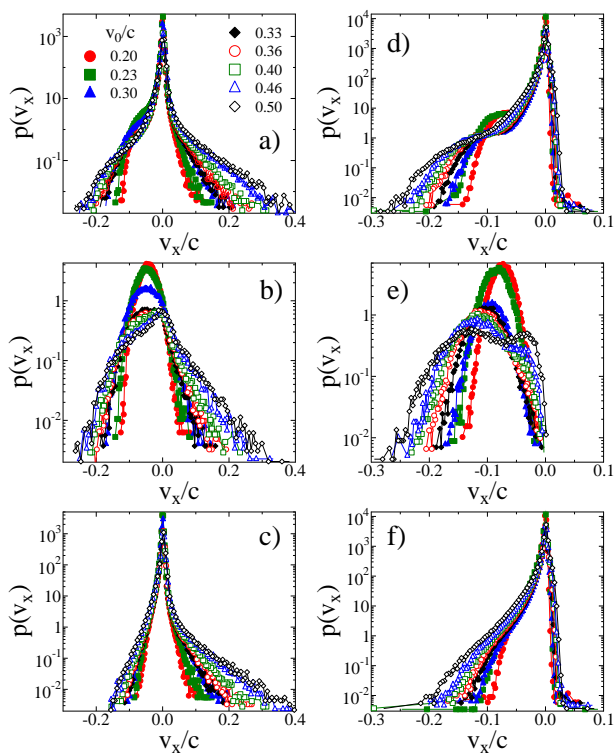
4.3. ábra. (a) Betétábra: a  $v_y$  sebességkomponens  $\sigma_{v_y}$  szórása a  $v_0$  ütközési sebesség függvényeként minden vizsgált  $H$  lapvastagságra. Főpanel: átskálázva  $\sigma_{v_y}$  megfelelő hatványával a görbék jó minőségben egymásra esnek. (b)  $v_x$  sebességkomponens  $\sigma_{v_x}$  szórása a  $v_0$  ütközési sebesség függvényeként minden vizsgált lapvastagságnál.

$H$  vastagságával. A 4.3 (a) ábra főpaneljén látható, hogy a különböző  $H$  vastagságokra kapott szórások összeejtethetők a függőleges tengelyen  $H$  megfelelő hatványával való skálázással. Az egymásra esés jó minősége az alábbi függvényalak érvényességét jelzi:

$$\sigma_{v_y}(v_0, H) \sim \frac{v_0}{H^\xi}, \quad (4.5)$$

a fragmentált fázisban, ahol a  $\xi = 0.36$  exponens adja a legjobb egymásra esést. Az adatelemzés ugyanezt a viselkedést fedte fel a  $v_z$  sebességkomponens  $\sigma_{v_z}$  szórására is, viszont a  $\xi = 0.5$  exponens magasabb értéke erősebb függést jelez a  $H$  lapvastagságtól.  $\xi$  magasabb értékét az a tény okozza, hogy a  $z$  tengely a minta változó kiterjedésének irányába mutat, míg  $y$  irányban a rendszer kiterjedése rögzített és nagyobb számértékkel rendelkezik.

A fragmensek sebességének  $v_x$  komponense bonyolultabb módon viselkedik. A 4.4 (a) és (d) ábrán látható a  $p(v_x, v_0)$  eloszlás rendre a  $H = 3$  legkisebb és  $H = 15$  legnagyobb lapvastagságra. Mindkét esetben ugyanazt a kvalitatív viselkedést figyelhetjük meg, azaz az eloszlások aszimmetrikusak, nullától különböző átlaggal, amely a  $v_0$  ütközési sebességgel növekszik. Emlékezzünk, hogy a pozitív  $x$  irányítása  $v_0$ -hoz van igazítva, amely a min-



4.4. ábra.  $v_x$  sebességkomponens valószínűségi eloszlása a  $H = 3$  legkisebb és a  $H = 15$  legnagyobb lapvastagságra rendre a bal és a jobb oszlopban elrendezve. (a) és (d) a teljes eloszlásokat jeleníti meg, (b) és (e) az elsődlegesen kiszórt részecskék eloszlását, (c) és (f) a komplementer adathalmazét.

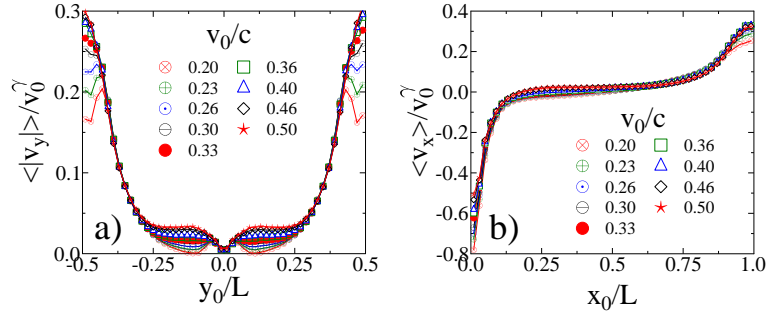
ta belseje felé mutat. Így a negatív  $v_x$  sebességű fragmensek a visszaszórt fragmensek, míg a pozitív  $v_x$  sebességűek a becsapódás irányába haladnak. A lendületmegmaradás miatt csak a teljes tömeg egy kis része jelenik meg a visszaszórt fragmensek között, amelyek főként egyelemű részecskék, azaz a modellben a por (lásd még a 3.1 (c) ábrát). A  $v_0$  eloszlások aszimmetriájának forrása, hogy a nagy tömegű fragmensek  $v_x > 0$  előrefelé haladnak, azonban lényegesen kisebb számban fordulnak elő, mint a visszaszórt porrészecskék, habár a teljes tömegnek nagyobb részét teszik ki.

Az eloszlások egy érdekes tulajdonsága, hogy a  $v_x < 0$  visszaszórt fragmeneknél egy maximum emelkedik ki, amely  $v_x$  egy karakterisztikus értékére utal. Az ütközési sebesség növelésével ez a maximum kevésbé hangsúlyossá válik. A fragmenek térbeli helyzete szerinti rendezés felfedte, hogy a maximumot a becsapódás helye körüli kis térfogatból visszaszóródó részecskék adják. Ezek azok a fragmenek, amelyek ütközés után azonnal kirepülnek a rendszer többi részével való kölcsönhatás nélkül. Ennek az elsődleges kiszóródásnak a sebességeloszlásait látjuk a 4.4 (b) és (e) ábrán, ahol alacsonyabb  $v_0$  ütközési sebesség esetében közel Gauss-görbét kapunk, amely  $v_0$  növelésével kiszélesedik. A hozzá tartozó komplementer halmaznak, amely az elsődleges kiszóródáson kívül minden fragmenst tartalmaz, az eloszlását a 4.4 (c) és (f) ábrán látjuk, ahol a függvényalak  $v_y$ -nal és  $v_z$ -vel konzisztens, az aszimmetriát leszámítva.

A  $v_0$  növelésével az eloszlások kiszélesednek, és  $\sigma_{v_x}$  lineárisan növekszik az ütközési sebességgel:  $\sigma_{v_x} \sim v_0$ , ahogyan a 4.3 (a) ábrán is látszik. Figyeljük meg, hogy  $\sigma_{v_x}$  értéke csak kis mértékben változik a vastagsággal,  $H = 5$  fölött gyakorlatilag állandó.

### 4.3. A fragmenssebességek helyfüggése

Annak tisztázása érdekében, hogy a fragmeneknek az eredeti mintán belüli térbeli helyzete miként határozza meg a végállapotí sebességüket, kiszámítottuk a fragmenek sebességkomponenseinek átlagos értékét a tömegközéppontjuk eredeti mintán belül elfoglalt koordinátáinak függvényében, ahogyan a tömegekre is bemutattuk. A 4.5 (a) ábrán a fragmenssebesség  $y$  komponense abszolútértékének  $\langle |v_y| \rangle$  átlaga látható  $y_0$  függvényeként a legkisebb  $H = 3$  lapvastagságra számos ütközési sebességnél. A rendszer  $y$  irányban vett nulla összimpulzusa miatt a megfelelő  $\langle |v_y| \rangle$  sebességkomponens az  $y_0 = 0$  tengelyre szimmetrikus. Megfigyelhető, hogy a szimmetria-tengelyen lévő fragmenek sebességkomponense  $v_y = 0$  zérus és  $\langle |v_y| \rangle$  monoton növekszik a tengelytől mért távolsággal. Ettől az általános tendenciától való eltérés a legalacsonyabb  $v_0/c < 0.33$  ütközési sebességnél lép fel, ahol



4.5. ábra. (a) A  $v_y$  sebességkomponens abszolútértéke a fragmens tömegközéppontok  $y_0$  koordinátájának függvényeként az eredeti próbatesten belül  $H = 3$ -as lapvastagságra számos ütközési sebességnél. Az adatsort átskáláztuk a függőleges tengely mentén  $v_0$  ütközési sebesség egy hatványával. A legjobb adategyezést  $\gamma = 0.8$  értékkel érhetjük el. (b) A fragmensek  $v_x$  sebességkomponense a tömegközéppontjaik  $x_0$  koordinátája függvényében az eredeti próbatestben ugyanannál a vastagságnál és ütközési sebességnél, mint a 4.5 (b) ábrán. Az exponens  $\gamma = 0.8$  értéke adta a legjobb egymásra esést.

egy lokális minimum alakul ki közel a szimmetriatengelyhez, és egy másik a lecsatolódnó zónában, közel a minta felszínéhez. A 4.5 (a) ábrán  $\langle |v_y| \rangle$  értékét átskáláztuk az ütközési sebesség  $\gamma$  hatványával, hogy a különböző  $v_0$  értékhez tartozó görbék egymásra essenek. Az egymásra esés jó minősége mutatja az alábbi skálaformula érvényességét

$$\langle |v_y| \rangle (y_0/L, v_0) = v_0^\gamma \Phi(y_0/L), \quad (4.6)$$

ahol  $\gamma = 0.8$  exponenst használtunk az ábrán. Ez a skálaszerkezet azt fejezi ki, hogy bármely adott helyen a próbatestben a fragmensek sebessége arányosan növekszik  $v_0^\gamma$ -val az ütközési sebesség változtatásakor. Figyeljük meg, hogy a  $\Phi(y_0/L)$  skálafüggvény nem függ  $v_0$ -tól, kizárólag a sebességkomponensek helyfüggéséből áll. A lendületmegmaradás értelmében a fragmensek sebességének  $z$  komponense ugyanazzal a viselkedéssel rendelkezik, mint amit az  $y$  komponensre megmutattunk.

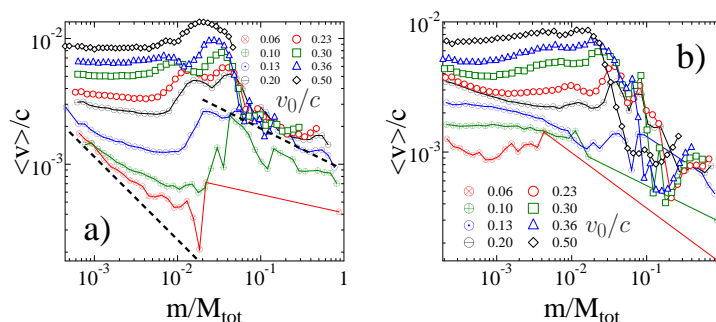
A fragmenssebesség  $x$  komponensére láthatjuk a  $\langle v_x \rangle$  átlagot  $x_0$  függvényeként a 4.5 (b) ábrán, abszolút érték képzése nélkül, mivel nem várunk szimmetriát. Megfigyelhető, hogy a minta  $x_0/L \approx 0$  felszínéhez közel  $\langle v_x \rangle$  értéke negatív, amely azt jelenti, hogy a fragmensek többsége visszaszórt. A minta belseje felé  $\langle v_x \rangle$  monoton növekvő függvénye az ütközés irányában vett helynek, azonban a minta közepén az átlagos sebességkomponens nulla közelében marad  $x_0$  viszonylag széles tartományában.  $\langle v_x \rangle$  legnagyobb pozitív értékét a lecsatolódo fragmensek érik el az ütközési pont túloldalán, azonban a leggyorsabb fragmensek a visszaszórt porrészecskék az ütközési pont körül. 4.5 (b) ábra azt is demonstrálja, hogy  $\langle v_x \rangle$  ugyanazt a 4.6 egyenlet szerinti skálázási szerkezetet követi, mint amit az  $y$  komponens, ráadásul az exponens ugyanazon  $\gamma = 0.8$  értékét használva kaptuk a legjobb egymásra esést az ábrán.

A lap vastagságát növelve a fragmensek sebességének térbeli eloszlása ugyanazt a viselkedést mutatja, azaz minden lapvastagságra ugyanazt a 4.6 skálázási viselkedést kaptuk vissza, ahol a  $\gamma$  exponens értéke is ugyanaz maradt a  $H$  vastagságtól függetlenül. Kizárólag a  $\Phi$  skálafüggvény pontos alakja függ a lap vastagságától [74].

#### 4.4. Korreláció a fragmensek tömege és sebessége között

Hatalmas mennyiségű kísérleti erőfeszítést szenteltek a fragmensek sebessége és tömege közötti korrelációk vizsgálatának [64, 69–71]. A fragmensek tömeg-sebesség korrelációját általában a fragmenssebességek  $\langle v \rangle$  átlagának nagyságával jellemzik a tömegeik függvényében. E mennyiség meghatározásához a mi számításainkban az  $m$  fragmenstömeg logaritmikusan lett dobozolva és a fragmensek sebességnagyságának számtani közepét számoltuk ki minden egyes tömegintervallumra.

A 4.6 (a) ábrán látható a  $\langle v \rangle(m, v_0)$  függvény a legkisebb  $H = 3$  lap-



4.6. ábra. (a) Az átlagos  $\langle v \rangle$  fragmenssebesség a  $m$  tömegek függvényeként. A  $v_0$  ütközési sebességek a roncsolási és a fragmentált fázisból egyaránt láthatók. Az egyenes vonalak reprezentálják a  $1/3$  és  $2/3$  exponensű hatványfüggvények értékeit szemvezetőknek. (b) A  $H = 15$  legnagyobb lapvastagságnál elemzett tömeg-sebesség korreláció. Kimutatható az átlagos fragmenssebességnek a fragmenstömegtől való mindenféle szisztematikus függésének hiánya.

vastagságra számos ütközési sebességnél, amelyek a roncsolási  $v_0 < v_c$  és a fragmentált  $v_0 > v_c$  fázison egyaránt átívelnek. Figyeljük meg, hogy a törési folyamat roncsolási fázisában a görbén egy hézag van, amelybe egyetlen fragmens sem esik, míg a fragmentált fázisban e hézag eltűnik, és folytonos görbét kapunk. A roncsolási fázisban számos kisebb fragmens mellett egy vagy két domináns fragmens keletkezik, melyek összemérhetőek a próbatest eredeti tömegével. A 4.6 (a) ábrán a figyelemre méltó eredmény, hogy a roncsolt fázisban erős tömeg-sebesség korreláció lép fel: a kisméretű darabok sebessége csökken a növekvő tömeggel. Az ütközési sebesség csökkentésével  $\langle v \rangle(m)$  hatványfüggvény-alak felé tart

$$\langle v \rangle \sim m^{-\nu}, \quad (4.7)$$

ahol az exponens  $\nu \approx 1/3$ -al közelíthetjük. Az alacsony ütközési sebességnél a fragmensek darabszáma korlátozott, ezért nagyszámú minta volt szükséges a megbízható eredmények előállításához. A legkisebb  $v_0$  sebességénél a korrelált tartomány az  $m/M_{tot} \approx 0.02$ -ig terjed, melyet egy tömegbeli hé-

zag követ, tehát minden kisméretű darab korrelált tömeggel és sebességgel rendelkezik. Ahogy  $v_0$  növekszik, a domináns fragmens feltöredezik kisebb darabokra és a tömeg-sebesség korreláció a kis tömegek tartományában fokozatosan eltűnik, ugyanis a  $\langle v \rangle(m, v_0)$  görbéi vízszintessé válnak. Ugyanakkor a  $v_c$  kritikus sebesség közelében egy új korrelált tartomány jön létre a nagy fragmensekre. A korreláció gyengébb, abban az értelemben, hogy a hatványfüggvény  $\nu$  exponense kisebb  $\nu = 1/6$ .

Látható a 4.6 (a) ábrán, hogy a fragmentált tartományban  $v_0$  további növelésével a korreláció fokozatosan eltűnik úgy, hogy az átlagos fragmenssebesség egy konstans értéket vesz fel, amely a fragmens tömegétől független. Figyeljük meg, hogy egy vagy két maximum fejlődik ki a görbéken a  $0.008 < m/M_{tot} < 0.04$  tömegtartományban. Ezek a maximumok megfelelnek a minta felszínéről lecsatoló fragmenseknek, melyek a fragmentációs folyamat egy korai szakaszában törnek le a próbatest többi részéről és relatíve nagy sebességgel távoznak.

Számítógépes szimulációk felfedték, hogy a fragmensek tömeg-sebesség korrelációja csak kis lapvastagságoknál, azaz kvázi-kétdimenziós próbatesteknél döntő jelentőségű. A növekvő  $H$  esetében a korreláció fokozatosan eltűnik, és a tömbi mintáknál nem lehet korrelációt kimutatni. Ezt illusztrálja a 4.6 (b) ábra a  $H = 15$  vastagságra. Itt még a lecsatolt darabokra sincs figyelemre méltó hatás, a karakterisztikus tömegüket nem lehet az ábrán meghatározni.

## 4.5. Konklúziók

A fejezetben ütközéses fragmentációban keletkező darabok tömegének, sebességének és helyének összefüggéseire kapott eredményeimet foglaltam össze a [9, 74] publikációk alapján. A megvalósított kezdőfeltétel jól reprezentálja azokat a kísérleti elrendezéseket, amelyekben a lövedék megüti a minta felszínét, de a behatolást meggátolják, és amelyekben egy felszínét érő robbanás a szilárdtestben lökéshullámot generál [9]. A DEM rendelkezik azzal az előnnyel, hogy a modellrendszer minden részlete jól kontrollálható,

lehetővé téve a valós kísérletekben rejtve maradó összefüggések feltárását. A szimulációkra alapozva a heterogén anyagok ütközéssel előidézett feltörési folyamatának egyszerű fizikai képét állíthatjuk fel: a repedések kialakulását, valamint a fragmensek végállapoti tömegét és sebességét a belövés keltette rugalmas hullámok bonyolult dinamikája határozza meg. Ennek következményeként a kialakuló nagyméretű fragmensek a minta közepéhez közel egy magot alkotnak, amely az ütközés irányába tolódik el az ütközési sebesség növelésekor. A mag körüli anyag nagy számú kisméretű darabra törik fel, és kirepülve fragmensek táguló felhőjét hozza létre. Ezek az eredmények jó kvalitatív egyezésben állnak a heterogén anyagok ütközés által kiváltott feltöredezésének kísérleti megállapításaival [64, 69–71].

Rámutattam, hogy a leggyorsabb fragmensek a meglökési pont közeléből kiszóródó porrészecskék, illetve a meglökési pont túloldalán lecsatolódnak a zóna darabjai. Ezek a fragmensek határozzák meg a fragmensek sebességkomponensei valószínűségi eloszlásainak levágását. A lendületmegmaradás miatt a belövés sebességére merőlege sebességkomponensek szimmetrikus függvények zérus átlaggal. Az eloszlások szórása lineárisan növekszik az ütközés sebességével és szublineáris hatványfüggvénnyel csökken a lapvas-tagsággal. Az eloszlások függvényalakjaira aszimptotikusan hatványfüggvényt találtam, melyet egy exponenciális levágás követ. Az ütközés iránya mentén az elsődleges visszaszórás egyedi eloszlásúnak bizonyult, mely egy Gauss-függvénnyel közelíthető. A többi fragmensre az eloszlásnak ugyanaz a kvalitatív alakja, mint a két másik komponensnek egy aszimmetriával bővítve, melyet a lendület megmaradása okoz.

Nagyon érdekes összehasonlítás tehető a zúzott szemcsés anyagokban kísérleti és elméleti eszközökkel kapott részecskesebesség-eloszlásokkal. Azt találták, hogy szemcsés anyag szilárd fázisában, ahol a részecskék az elegyítési határ közelében mozoghatnak, a sebességkomponensek Gauss eloszlásúak. Ugyanakkor a folyadékfázisban, a bezárás megszűnése miatt t-eloszlást kaptak, ami konzisztens a fragmensek sebességeloszlásával [5]. A fejezet legfontosabb eredménye a fragmensek tömege és sebessége közötti összefügg-

gés: a szimulációk erős bizonyítékát adják annak, hogy korreláció léphet fel a fragmensek tömege és sebessége között, azonban a korreláció jelenléte vagy hiánya egyaránt függ az ütközési sebességtől és a minta geometriájától. Korreláció csak a 3D térbe ágyazott kvázi 2D-s vékony lapokra található. Amikor a 3D minta vastagságát tömbi méretűvé növeljük, szisztematikus korrelációt nem lehet kimutatni. Vékony lapokra tömeg-sebesség korreláció lép fel a kicsi fragmensekre a roncsolt fázisban, azaz megfelelően alacsony ütközési sebességnél a fragmensek átlagos sebessége hatványfüggvény szerint csökken a tömegükkel. Magasabb ütközési sebességnél a korreláció eltűnik a kis tömegek tartományában, azonban a kritikus pont közelében ismét fel lép hatványfüggvény-korreláció a legnagyobb tömegű fragmensekre, viszont kisebb exponenssel. Technikai korlátok miatt a tömeg-sebesség korrelációkról szóló kísérleti tanulmányok jellemzően a feltöredezés fragmentált fázisának nagyobb fragmenseire összpontosítanak. Érdekes megjegyezni, hogy a megfelelő hatványfüggvény-exponensre kapott  $1/6$  érték a kísérleti eredmények tartományába esik [70]. A korreláció hiánya a kritikus pont fölött szintén megegyezik a kísérletekben tapasztaltakkal [64]. További laboratóriumi kísérletek szükségesek a korreláció jelenlétének ellenőrzéséhez a feltörés roncsolási fázisában, ahol a fragmensek kis mérete és alacsony száma miatt lépnek fel nehézségek.

Számítógépes szimulációk feldetítették, hogy a fragmenseknek az eredeti próbatesten belül elfoglalt helye az ütközési helyhez és a maghoz viszonyítva határozza meg a fragmensek tömegét és sebességét: a sebesség növekszik a magtól való távolsággal, míg a fragmens tömege érzékeny a feszültségmező részleteire, így a próbatestben bonyolult tömegmintához vezet. Egy nagyon érdekes új eredményem a különböző ütközési sebességeknél kapott sebességkomponensek skálázási formulájának levezetése. A skálázás azt jelzi, hogy a próbatesten belül bármely helyen keletkezett fragmens sebességkomponense hatványfüggvényként növekszik az ütközés sebességével. A helyzetfüggést a skálafüggvény foglalja magába. A fragmenstömegekre hasonló skálázási összefüggést kizárólag az ütközésre merőleges irányban lehetett kapni, azon-

ban az ütközés iránya mentén egy összetettebb, nemhomogén függést fedeztem fel az ütközési sebességtől. Szimulációs eredményeink arra utalnak, hogy a tömeg-sebesség korreláció eredete az, hogy a fragmensek tömege és sebessége a helyfüggésükön keresztül kapcsolódik össze a próbatestben.

## 5. fejezet

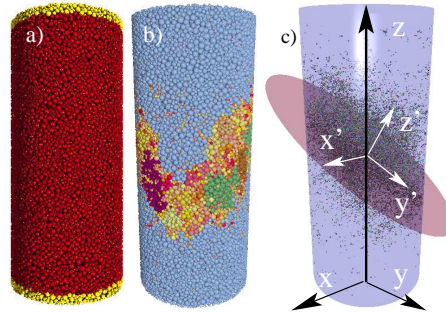
# Törési sáv képződése

A 2.4 fejezetben bemutatott diszkrételem-modellünk nem csak dinamikus terhelés által kiváltott széttörési folyamatok tanulmányozására alkalmas. A terhelés alkalmazásának sebességét semmi nem korlátozza, ezért a modell lehetővé teszi akár lassú, közel kvázisztatikusan növekvő terhelés hatására lejátszódó jelenségek vizsgálatát is. A vizsgálatok jelentőségét az adja, hogy a lassan növekvő terhelés nagyon fontos szerepet játszik földrengések kialakulásában, így a törési folyamat megértése segíthet földrengések előrejelzésében is.

A kísérleti vizsgálatokhoz mélységi fúrásokkal henger alakú kőzetmintákat vesznek, amelyeket laboratóriumban egytengelyű vagy háromtengelyű terhelésnek tesznek ki a 2.3.2 fejezetben bemutatott módon. Doktori munkám során ilyen henger alakú, homokkő próbatestek egytengelyű nyomás alatti törését vizsgáltam diszkrét elem módszerrel. Eredményeimet laboratóriumi kísérletekkel és geológiai mérésekkel vetettem össze.

### 5.1. Törési folyamat egytengelyű nyomás alatt

A henger alakú homokkő próbatest előállítása a 2.4.1 fejezetben bemutatott ülepítési eljárással történt úgy, hogy a gömb alakú részecskék sugarát a kísérletekkel összhangban egy log-normális eloszlással választottuk meg [76].



5.1. ábra. (a)  $10^5$  részecskéből álló hengeres minta. A befogott részecskerétegek a minta alján és tetején sárga színnel vannak kiemelve. (b) A végállapoti konfiguráció újból összeillesztve, amelyen a részecskék az őket tartalmazó fragmens mérete szerint vannak színezve. A kisméretű fragmensek összefüggő színes kavalkádja jelzi a törési sáv helyét. (c) Körlap elhelyezve a törési sáv közepén. A fekete pöttyök mutatják a fragmensek tömegközéppontjait, beleértve azokat is, amelyek nem összefüggők a törési sávval. Az ábra a számításokhoz felhasznált koordinátarendszereket is bemutatja. Az  $x, y, z$  koordinátarendszer origója a henger alsó körlapjának közepén található, és a  $z$  tengely a henger tengelyének irányába áll. Az  $(x', y', z')$  koordinátarendszer a sík középpontjából indul ki és a  $z'$  tengely az illetett törési sík normálvektorával egy irányba mutat.

Ahhoz, hogy feltárjuk a próbatest véges méretének hatásár a törési folyamatra, szimulációkat végeztünk öt különböző rendszerméretnél, azaz a mintákat 10000, 20000, 50000, 100000 és 250000 részecskéből generáltuk, ezekből rendre 642, 842, 360, 560 és 278 darabot. A  $H/D = 2.3$  méretarányt rögzítve tartottuk, tehát egy 25-ös faktor a legnagyobb és legkisebb rendszer térfogatában azt jelenti, hogy a legnagyobb minta lineáris kiterjedése  $25^{1/3} = 2.92$  -ször nagyobb a legkisebb mintáénál. A henger átmérője az átlagos szemcseméretnek 20.7-, 25.9-, 35.7-, 45.1- és 60.5-szöröse a vizsgált mintáknál. Mivel a laboratóriumi kísérletek során a porózus közetek szemcsemérete  $200 \mu\text{m}$  körül volt, a 250000 részecskés szimuláció megfelel egy 12 mm nagyságú mintának a valós kísérletekben. Összehasonlításképpen a

leggyakrabban használt laboratóriumi minták néhány centiméter kiterjedésűek voltak. Különböző rendszerméretek felhasználása lehetővé tette, hogy végesméret-skálázási elemzést hajtsunk végre, amely vizsgálatainkhoz elengedhetetlennek bizonyult.

A hengert hossztengelye mentén lassan növekvő terhelésnek tettük ki, amelyet deformációkontrollált módon alkalmaztunk. Ekkor a próbatest alján és tetején néhány részecskeréteget mereven befogtunk, tehát ezek a részecskék egymáshoz képest nem mozdulhattak el a szimuláció során. Ezután az alsó réteget rögzítettük, míg a próbatest tetején lévőket kis, állandó sebességgel lefelé mozgattuk. A henger oldalán nem alkalmaztunk semmilyen besáncolást, de a test két végének befogása a szabad tágulást akadályozta. A szimuláció akkor áll le, amikor a felső befogott rétegre ható erő a részecskék közötti rúdelemek törése miatt nullára csökken. További részletek a 2.4 fejezetben találhatók.

Kutatómunkám célja a 2.3.2 fejezetben bemutatott, nyomás alatt létrejövő törési sáv geometriájának és belső struktúrájának elemzése.

## 5.2. Törési sáv

A minta végei befogásának fontos következménye, hogy egytengelyű terhelés mellett is a rendszer tágulását a terhelésre merőleges irányban korlátozza. Ez a határfeltétel elősegíti a nyírási törést, és a roncsolási zóna merőlegeshez képest szöget bezáró lokalizációjához vezet a próbatestben. Hasonlóan a 2.3.2 fejezetben tárgyalt kísérleti eredményekhez, DEM szimulációimban a nyomási folyamat elején mikrorepedések jönnek létre a próbatest teljes térfogatában korrelálatlan módon. Ezt a kvázirideg anyag heterogenitása dominálja. A makroszkopikus töréshez közeledve a repedések egy sávban lokalizálódnak, a korreláció eredményeként egy kiterjedt törési sáv jön létre, amely mentén a próbatest szétesik. A törési sávban magas koncentrációjú mikrorepedések vezetnek az anyag nagyszámú darabra való töréséhez. Az 5.1 (b) ábra szemlélteti a végállapotú újra összerakott konfigurációt egy  $10^5$  részecskés mintában, ahol minden részecskét az eredeti helyére raktunk

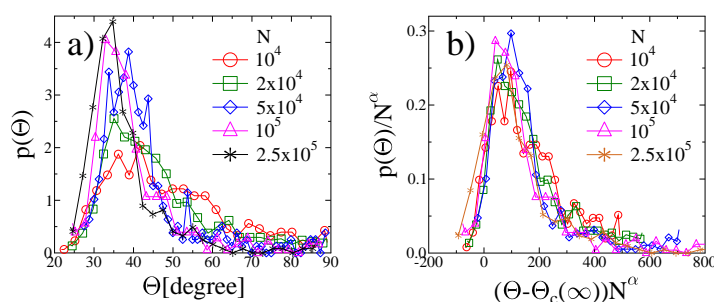
vissza. A részecskék a színüket a fragmens mérete szerint kapják, amelyhez tartoznak. Megfigyelhető, hogy a roncsolás térbeli eloszlása meglehetősen inhomogén a mintában: két nagy fragmenst kaptunk, amelyek elérik a minta befogott végeit, a kis fragmensek pedig közöttük fekszenek egy viszonylag keskeny sávban. A leállási feltétel következtében néhány esetben a két legnagyobb fragmens viszonylag éles ék alakú vége letörik és két újabb darabot hoznak létre, melyek még mindig sokkal nagyobbak a többi fragmensnél. A törési sávot mindig könnyű azonosítani vizuális vizsgálattal összefüggő fragmentációs zónaként, ez jól megfigyelhető az 5.1 (b) ábrán. A roncsolt zóna ettől nagyobb kiterjedésű, tartalmaz kisebb repedéseket és esetenként laza fragmenseket a fő törés körüli felhőben [92].

A törési sáv spontán létrejötté, annak helyzete, irányítottsága és szerkezete mind fontos tulajdonságai a heterogén, rendezetlen vagy amorf anyagok nyomás alatti törésének [93–98]. Mivel a lokalizációt véletlenszerű mikrorepedezés előzi meg, a törési sáv helyzetének algoritmikus meghatározása meglehetősen bonyolult, nincs rá megbízható módszer a szakirodalomban. Mivel a törési sávban magas a mikrorepedések koncentrációja, kiindulhatunk a repedések térbeli eloszlásaiból. Ebben az esetben viszont a lokalizációt megelőző véletlenszerű repedéseket nagyon nehéz megkülönböztetni a törési sávhoz tartozó repedésektől, ami a sáv helytelen pozicionálását eredményezheti. Sokkal előnyösebb a test fragmenseire koncentrálni, mert a törési sávon kívül csak néhány nagy fragmens és egyelemű részecskék (por) fordulhatnak elő, az összes többi fragmens a törési sávban koncentrálódik. Hatékony algoritmust fejlesztettünk, amely a fragmensek térbeli eloszlására épülve, több lépésben szolgáltatja a törési sáv pozícióját, orientációját, vastagságát, és belső szerkezetét.

A törési sáv helyzetének jellemzéséhez először meghatározzuk annak középsíkját, amelynek helyzetét és irányítottságát egy pontjának  $\vec{r}_d$  helyzetvektorával és a sík  $\vec{n}_d$  normálvektorával jellemezzük. Az  $\vec{r}_d$  pont koordinátái  $(0, 0, z_d)$ , ahol a koordináta-rendszer origója a henger alját határoló kör közepébe van helyezve és a  $z$  tengelye a henger tengelyének irányába mutat (az

5.1 ábrán feltüntettük a számításokhoz használt koordinátarendszereket). Az algoritmus első lépéseként az összes fragmens tömegközéppontjának  $\vec{r}_i^f, i = 1, \dots, K$  helyzetét meghatározzuk a természetes bázisban, ahol  $K$  a mintában lévő összes fragmens száma. Ez a pontfelhő látszik az 5.1 ábrán, amelyen minden pont egy fragmensnek felel meg. A sík helyzetét rögzítő  $z_d$  pontot megkaptuk a pontfelhő  $z$  koordinátáinak számtani közepeként, amelyben minden fragmenst egyforma súllyal veszünk figyelembe. Ezután meghatároztuk az  $\vec{r}_i^{fd} = \vec{r}_i^f - \vec{r}_d$  vektorok  $\omega_i$  és  $\delta_i$  polárszögeit rendre a koordinátarendszer  $x$  és  $z$  tengelyeihez viszonyítva. Az  $\eta_i = \pi/2 - \delta_i$  szög minden  $i = 1, \dots, K$  fragmensre való kiszámítása után minden egyes mintához meghatároztuk a fragmenssokaság  $\eta(\omega)$  függvényének diszkrét Fourier-transzformáltját. A legalacsonyabb rendű komplex Fourier-együtthatót használtuk fel a roncsolási sík  $x$  tengelyhez viszonyított  $\phi$  szögelfordulásának azonosításához. Egy  $z$  tengely körül  $\phi$  szöggel elfordított új,  $x'', y'', z''$  segéd-koordinátarendszerben, amelyben  $z = z''$ , a fragmenspontfelhő vetülete a legkisebb területet fedi le az  $y'' - z''$  síkban. A rendszerre az  $x''$  tengely irányából nézve a roncsolás középvonala egy egyenesnek látszik. A pontfelhő tömegközéppontján átmenő egyenest az  $\vec{r}_d$ -n átmenő legkisebb négyzetek módszerével illesztjük, eltávolítva azokat a pontokat, amelyek a legmesszebb esnek az egyenestől. Ismételve az illesztést és eltávolítást a maradék pontokkal, néhány száz iteráció után az algoritmus megadja a törési sáv középvonalának irányát. A törési sáv irányítottságának jellemzéséhez meghatároztuk a terhelés irányával, vagyis a normálvektorának a  $z = z''$  tengellyel bezárt  $\Theta$  szögét, ami fontos kísérleti információ. A végső eredményt az 5.1 (c) ábra illusztrálja.

A porózus anyagok strukturális rendezetlensége következtében  $\Theta$  a rendszermérettől függően egy tartományban szóródik. Az 5.2 (a) ábrán látható a  $\Theta$  szögelfordulás  $p(\Theta, N)$  valószínűségi sűrűségfüggvénye minden vizsgált  $N$  rendszerméretre. A legkisebb ( $N = 10^4$ ) rendszerre a szögeloszlás eléggé széles tartományban változik, még nagy  $\Theta > 50^\circ$  szögek is viszonylag gyakran jelennek meg. Ennek oka, hogy ennél a rendszerméretnél a sáv szélessége összemérhető a henger átmérőjével, amely a fragmensek relatíve homogén

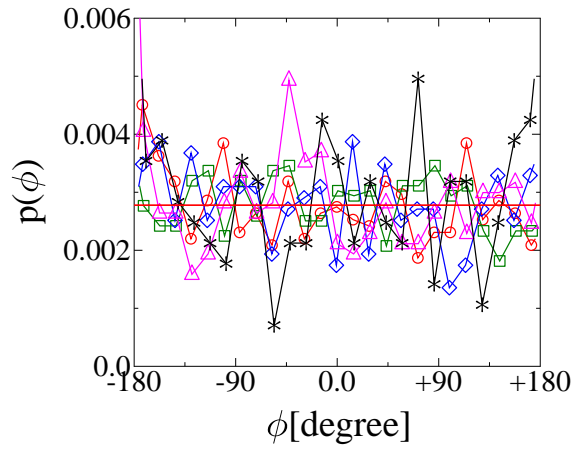


5.2. ábra. (a) A törési sáv  $\Theta$  szögének  $p(\Theta)$  valószínűségeloszlása a terhelés irányához mérve (függőleges az 5.1 ábrán) minden vizsgált  $N$  rendszerméretre. A rendszerméret növelésével az eloszlások egyre inkább csúcsosak lesznek, miközben a maximumaik fokozatosan a kisebb értékek irányába tolódnak el. (b)  $p(\Theta)$  valószínűségeloszlás végesméret-skálázása. Az 5.2 ábra két tengelyét az 5.1 egyenlet szerint átskálázva jó minőségű összeajítás kapható.

térbeli eloszlását idézi elő. Következésképpen a sík irányítottságát néha közel vízszintesnek állapítjuk meg. Azonban, növekvő  $N$  rendszerméret esetén a sáv fokozatosan egyre élesebben meghatározottá válik, ugyanis a  $p(\Theta, N)$  eloszlások egyre csúcsosabbak lesznek, és a maximumuk alacsonyabb  $\Theta$  értékek felé tolódik. A legnagyobb használt rendszernél számottevő valószínűség csak a  $25^\circ < \Theta < 45^\circ$  tartományba esett, a legvalószínűbb irányítottság pedig  $\Theta \approx 34^\circ$ . Az eloszlás fejlődése a rendszermérettel és a legvalószínűbb orientáció értéke egyaránt hasonló a laborkísérletekben tapasztaltakhoz [99]. Ahhoz hogy kvantitatív jellemzését adjuk a rendszerméret kiélesítő hatásának, elvégeztük a különböző  $N$  értékeknél kapott eloszlások skálaelemzését, feltételezve az alábbi végesméret-skálázást

$$p(\Theta, N) = N^\alpha \Phi[(\Theta - \Theta_c(\infty)) N^\alpha], \quad (5.1)$$

amely jellemző a kritikus jelenségekre [8, 100, 101]. Itt  $\Phi(x)$  jelöli a skála-függvényt és  $\alpha$  a skálaexponenst. Egy nagyon fontos eredménye a skálaelemzésnek a  $\Theta_c(\infty)$  határértékszög, mely a végtelen kiterjedésű mintában jelöli a törési sáv szögét, ahol a törési sáv élesen meghatározott. Átskálázva



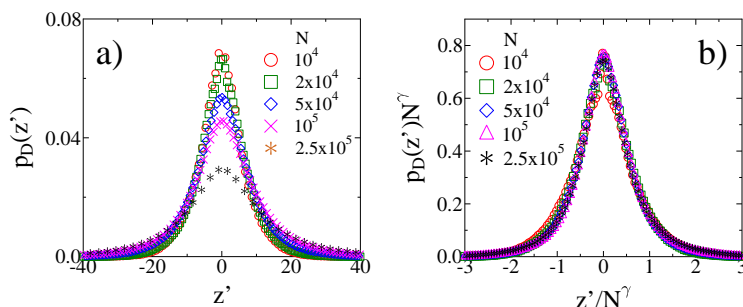
5.3. ábra. A törési sáv  $x$  tengelyhez mért  $\phi$  szögének valószínűségeloszlása. A vízszintes egyenes vonal jelöli egy  $-\pi \leq \phi \leq +\pi$  intervallumon vett egyenletes eloszlás  $p(\phi) = 1/2\pi$  értékét. A jelmagyarázat ugyanaz, mint az 5.2 (b) ábrán.

az eloszlásokat az 5.1 skálaformula szerint jó minőségű adategyezést kapunk az 5.2 (b) ábrán. A normálás miatt ugyanazt az  $\alpha$  skálaexponenst használtuk mindkét tengelyen. A legjobb adategyezést a paraméterek  $\alpha = 0.25$  és  $\Theta_c(\infty) = 29.8^\circ$  értékeinél érhető el. Fontos megjegyezni, hogy a határszög értéke mérések alapján 0.7 körüli súrlódási együtthatónak felel meg, ami tipikus homokkőre [102].

Természetesen a terhelés irányára merőleges síkban a roncsolásnak nincs ki-tüntetett iránya, így a mikrorepedések és a fragmensek helyzetének a  $z$  tengely körül izotróp módon kell eloszlaniuk. Ebből következik, hogy a törési sáv  $\vec{n}_d$  normálvektorának  $\phi$  szöge véletlenszerűen választódik ki, ezért az eloszlásának egyenletesnek kell lennie a  $-\pi < \phi < +\pi$  intervallum fölött. Ezt megfigyelhetjük az 5.3 ábrán, ahol a numerikus eredmények minden  $N$ -re jól leírhatók egy egyenletes eloszlással. Ez az eredmény megerősíti, hogy a sáv irányítottsága izotróp a terhelés tengelye körül, azaz a generált próbatest heterogenitása megfelelően magas szintű a modellünkben, és realiztikusan

viselkedik.

Ahhoz, hogy meghatározzuk a törési sáv vastagságát egy adott  $N$  rendszer-méretnél, a mintához egy lokális  $x', y', z'$  koordinátarendszert rendelünk  $\vec{r}_d$  origóval úgy, hogy  $x'$  és  $y'$  a középsíkba essen, míg  $z'$  egyirányba mutat  $\vec{n}_d$ -vel, lásd az 5.1 ábrán. Ezután kiszámítottuk a fragmens tömegközéppontok



5.4. ábra. (a) A tömegközéppont  $z'$  koordinátájának valószínűségeloszlása minden vizsgált  $N$  rendszer-méretnél. (b) A  $p(z', N)$  valószínűségeloszlás skálázási ábrája különböző  $N$  rendszer-méretknél. A legjobb adatösszejtést a skálázási exponens  $\gamma = 0.25$  értéke adja. A mestergörbétől való eltérést csak a legkisebb méretű rendszer-nél figyeltünk meg.

$z'$  koordinátáinak  $p(z', N)$  valószínűségi eloszlását. Az 5.4 (a) ábrán látható, hogy minden  $N$  rendszer-méretnél  $p(z', N)$  jól meghatározott csúccsal rendelkezik és a  $z' = 0$  pont körül szimmetrikus. A  $p(z', N)$  függvényalakja megerősíti a törési sáv középvonalának nagy pontosságú azonosítását is. Az eredmények azt mutatják, hogy a fragmensek erősen a törési sávba vannak koncentrálnva, és így a sáv  $W$  szélességét az eloszlások szélességével jellemezhetjük. Az 5.4 (a) ábrán látható, hogy nagyobb mintákban a sáv szélesebbé válik.  $W$  rendszer-mérettől való függésének vizsgálata érdekében ismét végesméret-skálázást hajtottunk végre a  $p(z', N)$  eloszlásokon, feltételezve az alábbi skálaformulát

$$p(z', N) = N^{-\gamma} \Psi(z'/N^\gamma), \quad (5.2)$$

ahol  $\Psi(x)$  jelöli a skálafüggvényt és  $\gamma$  a skálaexponens. Az 5.4 (b) ábrán jó minőségű adatösszejtést kapunk  $\gamma = 0.25(4)$  értékkel. Az eredmények egy nagyon érdekes következménye, hogy a  $W$  szélesség hatványfüggvény szerint növekszik  $W \sim N^\gamma$ , azonban a relatív  $W/N^{1/3}$  szélesség az alábbiak szerint csökken a rendszermérettel

$$\frac{W}{N^{1/3}} = N^{-(1/3-\gamma)}. \quad (5.3)$$

Ez azt jelenti, hogy a sáv fokozatosan egyre élesebb lesz. Figyeljük meg, hogy  $\alpha$  és  $\gamma$  skálaexponensek gyakorlatilag egybeesnek.

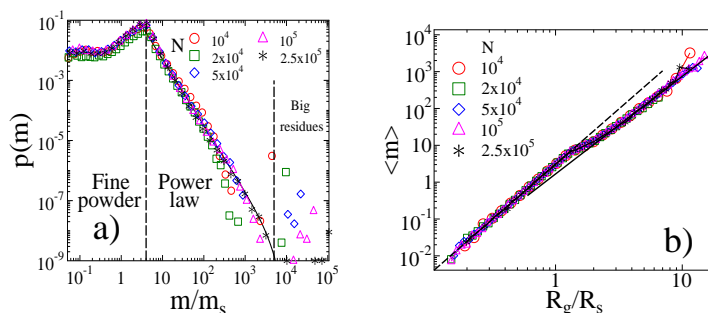
### 5.3. A fragmensek méretének statisztikája

Egyetlen mintában nagyjából 2000 és 30000 fragmenst azonosítottunk az összefüggő törési sávban, rendre a legkisebb és legnagyobb mintánál. A törési sáv belsejében a minta fokozatosan feltöredezik úgy, hogy a fragmensek többsége egyedi részecske (por), de nagyobb fragmensek is keletkeznek széles tömegeloszlással (lásd a 5.1 ábra).

Az összes fragmens  $p(m)$  tömegeloszlását az 5.5 ábra szemlélteti minden  $N$  rendszerméretre. Az adatsorok jobb szélén egyedi adatpontok reprezentálják a törési sávon kívüli 2-4 legnagyobb darabot. A finomra őrölt por az eloszlások bal szélén jelenik meg, ahol a függvényalakot az egyedi részecskék tömegeloszlása határozza meg, ezért ez minden esetben változatlan. Az eredmények legfigyelemreméltóbb jellegzetessége, hogy a közbenső fragmensek méreteloszlása a törési sávban hatványfüggvény alakú, exponenciális levágással. Az eloszlásokat az alábbi kifejezéssel illesztettük

$$p(m) \sim m^{-\tau} \exp[-(m/m_0)^c], \quad (5.4)$$

ahol a karakterisztikus  $m_0$  tömeg és a  $c$  exponens csak a levágás helyét és pontos alakját kontrollálják. Az 5.5 ábrán bemutatott eredményekből a hatványfüggvény-tartomány  $\tau$  exponensének értéke minden esetben  $\tau = 2.15$ -nek adódott. A rendszerméret csak a levágási tartományra van hatással ami a 2.1.1 fejezetben bemutatott univerzalitás megnyilvánulása lassú



5.5. ábra. (a) A fragmensek tömegeloszlása minden  $N$  mintaméretnél. A hatványfüggvény-szakasz jól elválk a finom portól és a nagy maradékfragmensektől. A vastag vonal jelöli az illesztést az 5.4 egyenlet alapján. A fragmensek tömegét dimenziótlanítottuk az egyedi részecskék  $m_s$  átlagos tömegével való osztással. (b) A fragmensek átlagos tömege az  $R_g$  tehetetlenségi sugár függvényeként, normálva az egyedi részecskék átlagos  $R_s$  sugarával. A különböző rendszerméretnél kapott eredmények egymásra esnek. A két egyenes vonal 3 és 2.7 exponensű hatványfüggvényeket reprezentálják.

fragmentáció esetén. Eltéréseket csak a legkisebb rendszerméret esetében figyeltünk meg. Az 5.5 ábrán bemutatott legjobb illesztést a paraméterek  $m_0 = 3140$  és  $c = 1.5$  értékeinél kaptuk az  $N = 2.5 \times 10^5$  rendszerre. A fragmenstömegek hatványfüggvény-alakja azt jelzi, hogy az összenyomási folyamat során a törési sávbeli anyagterületek sorozatos feltöredezésen mennek át, egyre csökkentve a méreteiket. A fragmensek kialakulásuk közben be vannak zárva a henger befogott végei közé, amely meggátolja a minta kiterjedését. A henger felszínéről letörő fragmensek kivételével a darabok többsége további törési eseményeken megy keresztül. Ez a hierarchikusan ismétlődő törési mechanizmus magyarázza, hogy az összenyomás által keltett fragmentáció  $\tau$  exponense nagyobb, mint a korábbi fejezetekben tárgyalt dinamikus fragmentációs jelenségek  $\tau_d = 1.9$  exponense, melyek például lövedékbelövésvel jönnek létre [9], vagy egy merev lappal való ütközéskor történnek [8, 79].

## 5.4. A fragmensek geometriája

A lassú nyomás alatt lejátszódó fragmentációs folyamat egy nagyon érdekes sajátossága, hogy a fragmensek alakja komplex geometriával rendelkezik. Mivel a fragmentáció összenyomás alatt és a minta egy térfogatrészébe zárva történik, azt várhatjuk, hogy a korábban tárgyalt dinamikus fragmentációval ellentétben a fragmensek alakja nem teljesen izotróp. Ahhoz, hogy információt szerezzünk a fragmensek geometriai jellemzőiről, meghatároztuk az  $i$ -edik fragmens tehetetlenségi sugarát

$$R_{g,i}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left( \vec{r}_j - \vec{r}_i^f \right)^2, \quad (5.5)$$

az összes fragmensre, ahol az összeg befutja a fragmens  $\vec{r}_j$  helyén lévő részecskéit, és  $\vec{r}_i^f$  jelöli a fragmens tömegközéppontjának helyét. Az 5.5 (b) ábrán látható a fragmensek átlagos  $\langle m \rangle$  tömege a tehetetlenségi sugár függvényeként a 2 vagy több részecskéből álló fragmensekre. Az eredmények minden rendszerméretnél egymásra esnek, csak  $R_g$  felső levágása változik  $N$ -nel. Habár  $R_g$  tartománya eléggé korlátozott, jó minőségű hatványfüggvény viselkedést figyelhetünk meg

$$\langle m \rangle \sim R_g^{D_m}. \quad (5.6)$$

Nagyon érdekes, hogy egy átcsapás történik a  $D_m$  exponens két különböző értéke között: a kicsi fragmensekre  $D_m = 3$  értéket kaptunk, amely azt jelenti, hogy a fragmensek térkitöltő, kompakt objektumok. A kellően nagy méretű darabokra egy alacsonyabb,  $D_m = 2.7$  exponens jön létre.

Analitikusan megmutattuk, hogy a  $D_m < 3$  exponens a fragmensek alakját jellemző önaffinitás következménye. Tételezzük fel, hogy a fragmensek alakja téglalappal közelíthető  $S \leq I \leq L$  oldalhosszakkal. Ekkor a tehetetlenségi sugarat kifejezhetjük, mint

$$R_g = \sqrt{S^2 + I^2 + L^2} / 2\sqrt{3}. \quad (5.7)$$

A fragmensek alakja jellemezhető az  $S/L$  és  $I/L$  arányszámmal, amelyek az objektum  $R_g$  méretétől függenek. Az 5.7 egyenletből a fragmens  $L$  kiterjedése egyszerűen kifejezhető az  $S/L$  és  $I/L$  arányszámok és  $R_g$  függvényeként, mint

$$L = \frac{2\sqrt{3}R_g}{\sqrt{(S/L)^2 + (I/L)^2 + 1}}, \quad (5.8)$$

és így a fragmens  $V = SIL$  térfogatát átírhatjuk az alábbi alakba

$$V = \frac{3^{3/2}8R_g^2(S/L)(I/L)}{[(S/L)^2 + (I/L)^2 + 1]^{3/2}} \sim R_g^{D_m}. \quad (5.9)$$

A jobb oldalon az 5.6 egyenletben szereplő skálaösszefüggést használtuk. A lapos alakú fragmensekre  $S/L \ll 1$  és  $I/L \ll 1$  érvényes, így a nevező egyhez közel esik. Ebben az esetben az arányszámokat kifejezhetjük a tehetetlenségi sugár függvényeként

$$\frac{SI}{L^2} \sim R_g^{-(3-D_m)}. \quad (5.10)$$

Az eredmény azt jelenti, hogy a  $D_m < 3$  exponens jelzi a fragmensalakok önaffin tulajdonságát, azaz a nagy fragmensek anizotrópok, enyhén lapos alakúak, és a méretük növelésével egyre laposabbak lesznek. Ezt az önaffinitást a  $3 - D_m$  exponens határozza meg, amely a beágyazó tér  $d = 3$  dimenziójának és a  $D_m$  skálaexponensnek a különbsége az 5.6 egyenletnek megfelelően. A fragmensalakok hasonló önaffinitását találták a héjak robbantásos fragmentációjakor [88], azonban a tömbi anyagok dinamikus fel-töredezésében a fragmensalakoknak nincs ilyen jellemzőjük [103, 104]. Laboratóriumi és tengeri mérésekben a törési sáv fragmenseinek  $p(l)$  eloszlása hatványfüggvénynek bizonyult  $p(l) \sim l^{-D}$ , ahol a  $D$  egyponens  $D \approx 2.6$  közelébe esik. Figyelembe véve a fenti önaffin tulajdonságot a tömegeloszlások  $\tau$  exponense  $\tau = 1 + \frac{D}{D_m}$  alakban fejezhető ki. Behelyettesítve a fenti értékeket  $\tau = 1.96$ -ot kaptunk, ami egyértelműen hibahatáron belülre esik a szimulációs eredményekkel.

## 5.5. Konklúziók

A fragmensek térbeli eloszlására alapozva bevezettem egy algoritmust a nyírási sáv helyzetének és irányának meghatározásához, amely megbízható eredményt szolgáltat a fragmensek térbeli pozíciója alapján. A módszert kiegészítve az akusztikus emissziós információval tervezzük a továbbfejlesztést kísérletek kiértékelésére is. Végesméret-skálázási analízissel megmutattam, hogy a nagy rendszerek határesetében a nyírási sávnak a terhelés irányával bezárt szögének határközéértéke 30 fok, ami jól egyezik a kísérletekkel. A nyírási sáv szélessége a rendszerméret hatványfüggvényével növekvőnek bizonyult, azonban a relatív szélessége csökken a nagyobb méretű rendszerekben.

A nyírási sávban a fokozatosan növekvő nyomás fragmentációt okoz, ahol a darabok mérete széles tartományon változik. A fragmensek többsége a porfázisba esik és egyedi részecskékből áll, kiegészítve nagy méretű maradványfragmensekkel, amelyek a terhelőtárcsákhoz vannak erősítve. A közbenső tartományban a fragmensek tömegeloszlása hatványfüggvény alakú, amelynek exponense a rendszermérettől függetlennek bizonyult. Az exponens értéke jól egyezik a természetben és a laboratóriumban kapott nyírási sávban mért értékekkel. A lassú összenyomás magába foglalja a fragmensek hierarchikus feltörését, amely felelős lehet a skálafüggetlen fragmensméretért. A nyírási sáv zárt geometriája a fragmensek alakjára korlátokat szab: a kis fragmensek izotróp alakúak, viszont minél nagyobbak lesznek, annál inkább lapos az alakjuk. A fragmensalaknak ezt az önaffinitását számszerűsíthetjük a fragmensek tömegének egy skálaexponensével a tehetetlenségi sugár függvényeként.

A fragmensalakok önaffin jellegének feltárása a földrengések kialakulása szempontjából is fontos, mert befolyásolja a kéreglemezek effektív súrlódását.



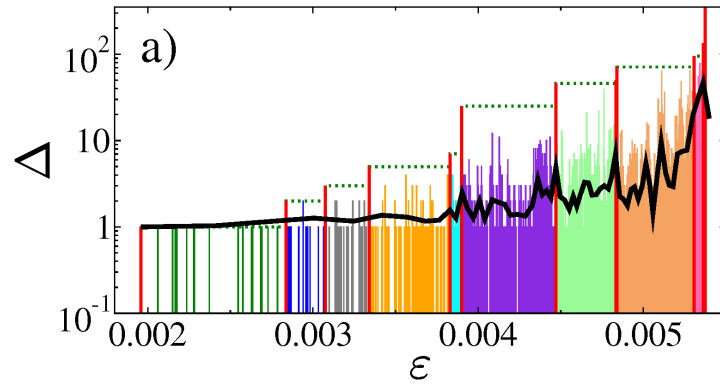
## 6. fejezet

# A repedési zaj rekordstatisztikája

Az irodalmi áttekintésben bemutattuk, hogy a heterogén anyagok nyomás alatt lejátszódó törésének dinamikáját az akusztikus emissziós (AE) mérés technikával nagyon jól lehet követni. Kutatócsoportunk korábban megmutatta, hogy diszkrételem-modellünkben a részecskekontaktusok feltörése lavinákban történik, ami megfelel az AE-események forrásásának [45, 75]. Ezek a vizsgálatok elsősorban a repedési lavinák statisztikájára koncentráltak és eredményeik kiváló egyezést mutattak laboratóriumi mérésekkel és terepen nyert adatokkal [45, 75]. Saját kutatómunkámban a törési sáv kialakulásához vezető dinamika megértéséhez a repedési lavinák idősorának fejlődését elemeztem a rekordméretű események statisztikáján keresztül. A rekordok jelenléte hatással van a repedési zaj idősorának belső szerkezetére, melyet felhasználhatunk a közelgő katasztrofikus törést előre jelző módszer kidolgozására. A fennálló analógiák miatt a módszer akár a földrengések esetében is használható.

## 6.1. Rekordesemények

Az előző fejezetben használt hengeres próbatestek lassú deformáció által kontrollált nyomás alatt lejátszódó törési folyamatát szimuláltuk egy rögzített  $N = 10^5$  mintaméret mellett. DEM szimulációinkban a [105] referenciákban kifejlesztett módszert alkalmaztuk, a repedési lavinákat rúdtörések korrelált kaszkádjaként azonosítjuk. A lavina  $\Delta$  méretét a benne eltört rudak számával jellemezzük, amely megfelel a lavina által keltett repedési felületnek a próbatestben. A 6.1 (a) ábra szemlélteti egy 20000 részecskés rendszer



6.1. ábra. (a) Törési lavinák sorozata egyetlen szimulációban, azaz az események  $\Delta$  mérete az  $\varepsilon$  megnyúlás függvényeként, amelynél megtörténtek. A rekordesemények piros vonallal vannak kiemelve, míg a rekordok közötti alsorozatoknak véletlenszerű színezést adtunk. A vastag folytonos vonal jelöli a mozgóátlagot 30 egymást követő eseményre számolva. Az átláthatóság kedvéért egy viszonylag kicsi, 20000 részecskéből álló rendszert választottunk, ahol  $n_{max} = 1832$  lavina történt 10 rekorddal.

egyedi szimulációjában azonosított repedési lavinák idősorát, melyben 1832 lavinát kaptunk a makroszkopikus törésig. A példában a törési folyamat  $\varepsilon \approx 0.0019$  deformációnál kezdődik, ahol kezdetben kicsi lavinák fordulnak elő  $\Delta = 1$  mérettel. A terhelés előrehaladtával egyre nagyobb lavinák indulnak el, ezért az átlagos lavinaméret egyenletesen növekszik a makroszkopikus

törésig, habár  $\Delta$  az anyag rendezetlen mikrostruktúrája következtében erős fluktuációkkal rendelkezik.

Az eseménysor rekordjait olyan lavinákként azonosítjuk, amelyek  $\Delta$  mérete minden korábbi eseményénél nagyobbak. A rekordeseményeket a  $k = 1, 2, \dots$  rangjukkal azonosítjuk amelyek a teljes idősor  $n_k$ -edik eseményeként jönnek létre  $\Delta_r^k$  mérettel. Definíció szerint az első  $n = 1$  indexű esemény is rekord, így teljesül  $n_1 = 1$ . A 6.1 (a) ábra illusztrálja, hogy a rekordlavinák egy monoton növekvő alsorozatot alkotnak, és az idősort széttagolják változó számú, kisebb méretű alsorozatok szeleteire. A rekordesemények jelenléte bonyolult hatással van az idősor lokális szerkezetére, amint a 6.1 (a) ábrán az is jelez, hogy a rekordhoz közeledve az átlagos eseményméret nő, majd távolodva csökken. Ez a mintázat a makroszkopikus töréshez közeledve egyre hangsúlyosabban jelenik meg.

Annak jellemzésére, hogy a rekordok hogyan fejlődnek a terhelési folyamat során, vizsgáltuk a  $\delta_r^k$  méretnövekményt és az  $m_k$  várakozási időket is az egymást követő rekordok között, a következő defincióval

$$\delta_r^k = \Delta_r^{k+1} - \Delta_r^k, \quad (6.1)$$

$$m_k = n_{k+1} - n_k. \quad (6.2)$$

Kutatómunkám során előbb az adatsorok átfogó statisztikai vizsgálatát végeztem el, majd arra koncentráltam, hogy a rendszer hogyan közelíti meg a makroszkopikus törés kritikus pontját rekordokon keresztül.

Annak tisztázására, hogy a törési folyamat dinamikája, az anyag heterogenitása és a repedések közötti feszültségkoncentráció hogyan befolyásolja a rekordok fejlődését, eredményeimet összevetettem a független, azonos eloszlású (Independent Identically Distributed (IID)) véletlen változók teljesen korrelálatlan sorozatának rekordközi statisztikájával [106]. Az extrém rekordstatisztika matematikai elméletét felhasználva az IID sorozatok rekordstatisztikájának számos aspektusa analitikusan elemezhető. Mivel az analitikus IID eredmények többnyire végtelen hosszúságú idősorra vonatkoznak, a repedési zaj esetén a véges számú eredmény torzítást okozhat. A véges

rendszerméret hatásáról úgy szereztünk információt, hogy előállítottam egy újramevert adathalmazt is, amelyben az eredeti idősor lavináinak sorrendjét permutáltam, így benne megszűntettem a törési folyamat dinamikája által okozott korrelációkat. Amikor csak lehetséges, az eredeti adatsor eredménye, a kevert megfelelője és az IID jóslatai együtt láthatók a fejezet ábráin. Az adatok kiértékeléséhez a MATLAB statisztikus eszközkészletét használtam fel [107], melyben egy nemlineáris legkisebb négyzetek módszerét használtunk a görbék megillesztéséhez.

Az alábbiakban  $10^5$  körül ingadozó részecskeszámmal végeztem szimulációkat [73, 75]. Egy egyedi szimulációban a rudak törésének  $n_{max} = 3500 - 4000$  lavináját azonosítottam. Minden mennyiség 550 szimuláció fölötti átlag.

## 6.2. A rekordok száma

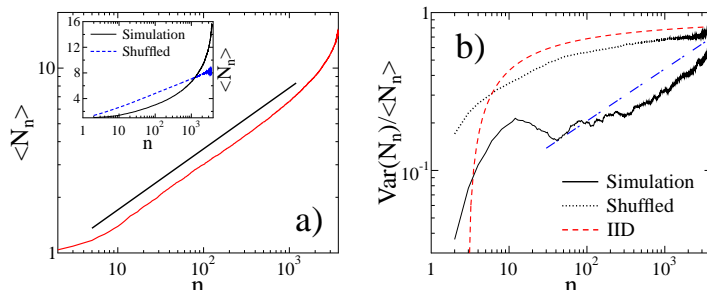
Mivel a rekordok a törési folyamat nagyobb lavinái, amelyek domináns járulékot adnak a roncsolás felhalmozódásába, érdemes megvizsgálni, hogy a rekordok  $N_n$  száma hogyan növekszik a repedési események  $n$  számával. Az IID-re megmutatták, hogy a rekordok átlagos  $\langle N_n \rangle$  száma, amely egy adott  $n$  számú esemény eléréséig bekövetkezett, logatimikusan növekszik  $n$ -nel

$$\langle N_n \rangle \sim \kappa + \ln n + \mathcal{O}(1/n), n \rightarrow +\infty, \quad (6.3)$$

függetlenül a véletlen változók eloszlásának konkrét alakjától [106]. Itt  $\kappa$  jelöli az Euler-Mascheroni állandót  $\kappa \approx 0.577215665$  [106, 108]. A heterogén anyagok kvázisztatikus terhelését kísérő repedési zajban eltérő viselkedésre lehet számítani: a növekvő külső feszültség miatt a törési folyamat gyorsul, így a terhelési folyamat előrehaladásával nagyobb lavinák indulnak el, amelyek gyakrabban követik egymást, csökkenő várakozási idővel [73, 75]. A károsodott mintában a feszültség bonyolult újraosztódása miatt az idősor lavináinak térbeli és időbeli korrelációi jönnek létre. Ennek következtében a rekordok száma az események számának hatványfüggvényeként növekszik

$$\langle N_n \rangle \sim n^\alpha, \quad (6.4)$$

$n$  egy széles tartománya fölött (lásd a 6.2 (a) ábrát). Az  $\alpha$  exponens értékét



6.2. ábra. (a) A rekordok átlagos  $\langle N_n \rangle$  száma, amely az  $n$ -edik lavináig bekövetkezett,  $n$  függvényeként kétszer logaritmikus skálán ábrázolva. Hatványfüggvény-viselkedést kaptunk  $n$  széles tartományán. Az egyenes vonal egy 0.33 exponensű hatványfüggvényt reprezentál. A betétábra illusztrálja ugyanezt az  $\langle N_n \rangle$  mennyiséget egyszerűlogaritmikus skálán. Összehasonlítóképpen a kevert adatsor esetén logaritmikus függést találtunk. (b) A  $\text{Var}(N_n)$  szórás az  $n$  eseményig bekövetkező rekordok számának függvényeként, osztva az  $\langle N_n \rangle$  átlagos rekorddarabszámmal, kétszer logaritmikus ábrázolásban. A piros (szaggatott) és a kék (pont-vonalas) egyenesek reprezentálják rendre a kevert adatsor megfelelő eredményeit és az  $1/3$  exponensű hatványfüggvényt.

numerikusan  $\alpha = 0.33 \pm 0.03$ -nak kaptuk, ami azt jelenti, hogy a rekordesemények száma szintén csökkenő ütemben növekszik, de a 6.3 egyenlettől eltérően. A hatványfüggvénytől való eltérések figyelhetők meg a terhelési folyamat legelején és a makroszkopikus törés közvetlen környezetében. Az  $\langle N_n \rangle$  görbe felkanyarodása a 6.2 (a) ábrán a legnagyobb  $n$  eseményindexeknél azt jelenti, hogy amint a töréshez közeledünk, a rekorddöntés üteme felgyorsul. Ez a gyorsulás általában akkor következik be, amikor a rekordok  $N_n$  száma meghaladja a 7-et. A 6.2 (a) ábra betétábrája szemlélteti  $\langle N_n \rangle$ -et egyszerű-logaritmikus ábrázolásban. Az egyenes vonaltól erős eltérést figyelhetünk meg, amely megerősíti, hogy a függvényalak nem logaritmikus. A kevert adatsor megfelelő eredménye tökéletes egyezést mutat az IID-re ka-

pott analitikus, a 6.3 egyenlet szerinti eredményekkel, ami azt jelenti, hogy a 6.4 hatványfüggvény viselkedést a repedési események térbeli és időbeli korrelációja okozza.

A rekordesemények számának fluktuációit a szórással jellemezzük

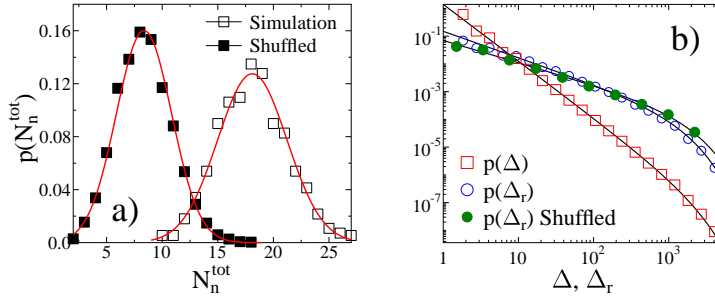
$$\text{Var}(N_n) = \langle (N_n - \langle N_n \rangle)^2 \rangle. \quad (6.5)$$

Az IID-re vonatkozó analitikus megoldás ismét egy aszimptotikusan logaritmikus növekedést ad  $n$ -re [106, 108]

$$\text{Var}(N_n) = \kappa + \ln n - \frac{\pi^2}{6} + \mathcal{O}(1/n), n \rightarrow +\infty, \quad (6.6)$$

úgy, hogy a  $\text{Var}(N_n)/\langle N_n \rangle$  relatív szórása monoton növekszik, és elegendően nagy  $n$ -re 1-hez tart. A 6.2 (b) ábrán látszik, hogy a törési folyamat a legelején, nagyjából  $n = 10$  lavináig konzisztensen viselkedik az IID-vel. Azonban egy rövid közbenső csökkenő tartomány után a görbék gyorsabb növekedésre állnak, amelyek közel hatványfüggvény alakúak. A 6.2 (b) ábrán egy az átlagos rekordszámmal (6.2 (a) ábra) megegyező exponensű hatványfüggvényt helyeztem el szemvezetőnek. A kevert adatsor eredményei ismét konzisztensek az IID megoldásával.

A rögzített  $n$  eseményig bekövetkezett rekordok számeloszlásának  $p(N_n)$  valószínűségi sűrűségfüggvénye a nagy  $n$  határesetében Gauss-eloszlás az IID-re [106, 108]. A 6.3 (a) ábrán látható, hogy a törési folyamatunkban a globális törésig bekövetkező rekordok összes számának  $p(N_n^{tot})$  eloszlása Gausshoz hasonló alakú,  $\langle N_n^{tot} \rangle = 18.1$  átlaggal, és  $\text{Var}(N_n^{tot}) = 3.1$  szórással. A legnagyobb és legkisebb számú rekord, amelyet az egyedi minták szimulációjában kaptunk, 10 és 26 voltak, a legvalószínűbb 18-as értékkel. A kevert mintában a nagyobb méretű események bárhol előfordulhatnak, amely a rekordok jelentősen kisebb számához vezet  $\langle N_n^{tot} \rangle = 8.4$ , melynek  $\text{Var}(N_n^{tot}) = 2.5$  a szórása. A folytonos vonal a 6.3 (a) ábrán egy Gauss-eloszlás görbéjét szemlélteti, melyet a megfelelően behelyettesített  $\langle N_n^{tot} \rangle$  és  $\text{Var}(N_n^{tot})$  értékekkel kapunk a két adathalmazra. A szimulált és a kevert adatsor esetében egyaránt elfogadható egyezést kaptunk a Gauss eloszlással.



6.3. ábra. (a) A rekordok összes számának  $p(N_n^{tot})$  valószínűségeloszlása amely a törésig bekövetkezett az eredeti és a kevert adatsorokban. A folytonos vonal az adatsorból közvetlenül számolt átlagú és szórású Gauss eloszlásokat jelöli. (b) A  $\Delta$  lavinaméreték  $p(\Delta)$  eloszlása minden eseményre a törésig. A rekordok  $p(\Delta_r)$  méreteloszlása mind az eredeti, mind a kevert adatsorra ábrázolva van. Minden esetben a vastag vonalak reprezentálják a 6.7 egyenlet szerinti legjobb illesztést, amelyet a paraméterek alábbi értékeivel kaptunk:  $\xi = 2.15$ ,  $c = 1.0$  és  $\Delta^* = 1810$  a  $p(\Delta)$ -ra,  $\xi_r = 1.0$ ,  $c_r = 0.9$  és  $\Delta_r^* = 1052$  a  $p(\Delta_r)$ -re, valamint  $\xi_r^s = 0.8, c_s = 0.9$  és  $\Delta_s^* = 1270$  a kevert sorozatra.

### 6.3. A rekordok méreteloszlása

Korábban megmutatták [73, 75], hogy a lavinák minden eseményt magába foglaló  $p(\Delta)$  méreteloszlása a nyomás alatti törési folyamatban hatványfüggvény alakkal rendelkezik egy exponenciális levágással

$$p(\Delta) \sim \Delta^{-\xi} \exp[-(\Delta/\Delta^*)^c]. \quad (6.7)$$

$\xi$  exponenst numerikusan  $\xi = 2.15$ -nek adódott 20000 részecskéből álló mintákra [73, 75]. Saját számolásaimban  $10^5$  részecskét használva ugyanazt az exponenst kaptam  $p(\Delta)$ -ra, azonban szélesebb hatványfüggvény-tartománnyal a 6.3 (b) ábrán. Tehát csak a  $\Delta^*$  karakterisztikus lavinaméret függ a rendszermérettől.

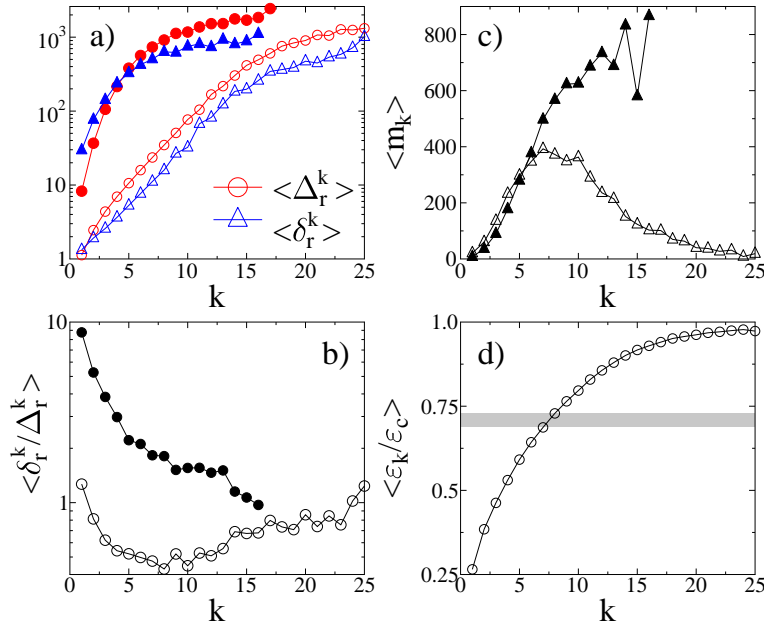
A rekordok alsorozatot alkotnak a teljes idősorban, amelyek egy adott eseményindexig megtörtént legnagyobb lavinák. A 6.3 (b) ábrán látható, hogy

a rekordméretek  $p(\Delta_r)$  eloszlása ugyanazt a 6.7 egyenlettel leírt függvényalakot követi, mint a  $p(\Delta)$ , de a hatványfüggvény-tartomány  $\xi_r$  exponense lényegesen kisebb  $\xi_r = 1.0 \pm 0.05$  mint a teljes eloszlás  $\xi$ -je. A rekordesemények kiválasztása a lavinák sokaságának mintavételezését jelenti, ahol a rekordméretek eloszlását a statisztikai szélsőségek irányítják. A meredekségbeli eltérés oka, hogy a kis eseményeket kiszűrjük a mintából [35]. A kevert eseménysorban a nagyméretű események korábban bekövetkezhetnek, mint az eredeti törési folyamat során, ezért a kisméretű eseményeknek még kisebb eséllyel lesznek rekordok. Ennek következtében, a kevert rekordok méreteloszlása ugyanazt a függvényalakot követi, de  $\xi_r$ -nél kisebb exponenssel  $\xi_r^s = 0.8 \pm 0.07$ , amely jelzi a kicsi rekordok alacsonyabb részarányát.

#### 6.4. A makroszkopikus törés megközelítése

A 6.3 alfejezetben bemutatott összesített rekordstatisztika a repedési zaj rekordeseményei részalmazának egy átfogó leírását adja. Alapvető fontosságú megismerni, hogy a rendszer miként közelíti meg a makroszkopikus törést rekordesemények sorozatán keresztül. A kvantitatív leírásához meghatároztuk a rekordok jellemző mennyiségeinek átlagát a rekordok  $k$  rangjának függvényében. A 6.4 (a) ábrán látható, hogy a rendszer fejlődése közben a rekordok  $\langle \Delta_r^k \rangle$  mérete meredeken növekszik  $k$ -val. A  $\langle \delta_r^k \rangle$  méretnövekmények hasonló kvalitatív viselkedést mutatnak, azaz a teljes törési folyamat során a rekordok egyre növekvő méretnövekmények sorozatával dőlnek meg. A kevert adathalmaz hasonló kvalitatív tendenciákkal rendelkezik azzal a különbséggel, hogy az alacsonyabb rangú rekordok nagyobb méretet érnek el az eredeti adathalmazhoz képest.

IID-k egy sorozatában az egymást követő rekordok közötti  $\langle \delta_r^k / \Delta_r^k \rangle$  átlagos relatív méretnövekmény monoton csökken [109]. Ezt a jelenséget tapasztaljuk a törési idősorunk elején a 6.4 (b) ábrán, amikor az események méretét és bekövetkezésük idejét a véletlenszerű strukturális rendezetlenség dominálja. A későbbi rekordeseményeknél azonban az ellenkezőjét találjuk, azaz gyorsuló tendenciát, amit a törési folyamat olyan dinamikai sajátosságai okoznak,



6.4. ábra. A rekordok karakterisztikus mennyiségeinek átlagos értéke a rekordok  $k$  rangjának függvényeként: (a) méret és méretnövekmény, (b) relatív méretnövekmény, (c) várakozási idő, és (d) a rekordokhoz tartozó megnyúlás, a törés kritikus megnyúlásával normalva. A szürke sáv kiemeli a megnyúlási tartományt a  $k = 7$  és  $k = 8$  rangú rekordok között. Az (a), (b) és (c) ábrán az üres és a tömött szimbólumok jelzik rendre az eredeti és a kevert adatsort.

mint a feszültségrelaxáció és újraosztódás, és a repedési események törési sávon belüli lokalizációja. Kezdetben a rekordfolyamat lelassul, azaz a karakterisztikus  $k^* = 7 - 8$  rekord rangig a  $\langle \delta_r^k / \Delta_r^k \rangle$  relatív méretnövekmény csökken, míg magasabb  $k > k^*$  rangúaknál  $\langle \delta_r^k / \Delta_r^k \rangle$  növekszik. Az eredményt a kevert adatsor viselkedése is alátámasztja, amelyben a korrelációk megszűntek: a relatív méretnövekmény monoton csökken, a növekedés bármilyen jele nélkül. A törési folyamatokban megfigyelt gyorsulás tehát a dinamika következménye.

A sorozat azon eseményeit, amelyeknél rekord dőlt meg  $n_k$ -val jelöljük, és ezeket az utánuk következő,  $n_{k+1}$ -edik lavina dönti meg. Az  $m_k = n_{k+1} - n_k$  várakozási idő a dinamika egy fontos jellemzője, ez adja meg, hogy a  $k$ -edik rekord  $(k + 1)$ -edik általi megdőlésére hány eseményt kell várni. Az  $m_k$  mennyiséget a  $k$ -edik rekord életidejének is nevezhetjük. IID-re analitikusan megmutatták, hogy a várakozási idők valószínűségi sűrűségfüggvénye hatványfüggvényként viselkedik

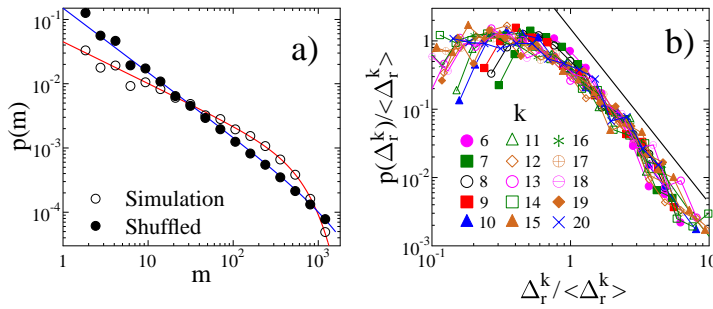
$$p(m) \sim m^{-z} \quad (6.8)$$

egy univerzális  $z_{IID} = 1$  exponenssel [106, 108, 110]. A 6.5 (a) ábrán látható, hogy a kevert adatsor életidejeinek eloszlása konzisztens az IID jóslatával  $z_s = 0.98 \pm 0.07$ . A törési folyamatra hasonló függvényalakot kaptunk, viszont más,  $z = 0.62 \pm 0.03$  exponenssel. Az alacsonyabb  $z < z_{IID}$  exponens tükrözi azt a tényt, hogy a heterogén anyagok nyomás alatti törési folyamatában a rekordok közötti hosszabb várakozási idő gyakrabban bekövetkezik, mint az IID-k véletlen sorozatában. Mivel a rekordok megdőlését az extrémérték statisztika irányítja, az IID-k sorozatában a várakozási idők növekednek a  $k$  rekordranggal, mivel hosszabb ideig tart egy nagyobb rekordnak megdőlnie. Azonban a törési folyamatban a hosszabb várakozási idők csak kezdetben fordulnak elő, a nagy méretük ellenére a magasabb rangú rekordok könnyebben megdőlnek a lavinaméreték gyors növekedése miatt a töréshez közeledve.

A karakterisztikus  $k^*$  rekord rang megjelenését szintén alátámasztja az  $m_k$  várakozási idők átlagos értékének viselkedése is. A 6.4 (c) ábrán figyelemre méltó eredmény, hogy a  $k^* = 7$  karakterisztikus rekord két, kvalitatívan különböző tartományra választja szét az összenyomott rendszer időfejlődését: a roncsolási folyamat kezdetén  $k < k^*$  a növekvő várakozási idő a rekordok megdőlésének lassulását jelzi, ahol a növekvő rekordoknak hosszabb és hosszabb ideig tart megdőlniük. Az IID-re az átlagos várakozási időnek monoton növekednie kell [108], ahogyan azt megfigyelhetjük a 6.4 (c) ábrán a kevert adatsorra, mivel a rekordokat ugyanannak az eloszlásnak egyre nagyobb és nagyobb számú mintavételezése után lehet csak megdönteni. Szimulációs

eredményeinket az IID-vel összevetve, a növekvő  $\langle m_k \rangle$  tartományát a rendezetlenség dominanciájának tulajdoníthatjuk, amely konzisztens a korábbi eredményeinkkel [73, 75].  $k^*$  után a várakozási idők csökkenni kezdenek, megerősítve a dinamika megváltozását. Nagyobb méretük ellenére a rekordok egyre kevesebb és kevesebb kisméretű lavina után dőlnek meg, amely az egymást követő események térbeli és időbeli korrelációjának dominanciáját jelzi.

A [75] cikkben megmutatták, hogy az előző fejezetben és az irodalmi össze-



6.5. ábra. (a) Az egymást követő rekordok közötti  $m$  várakozási idők  $p(m)$  eloszlása a törési szimulációkra és a kevert adatsorra. A vastag vonal reprezentálja a legjobb illesztést, amelyet a 6.7 egyenletbeli általános függvényalakokkal kaptunk. (b) A  $\Delta_r^k$  rekordméretek  $p(\Delta_r^k)$  valószínűségeloszlása rögzített  $k$  rangokkal, átskálázva az átlagos rekordmérettel, melyet a 6.4 (a) ábrán láthatunk. Jó minőségű adatösszejtést kaptunk.

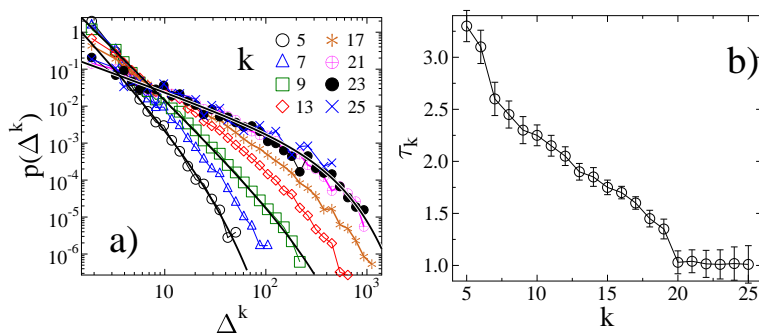
foglalás 2.3.2 fejezetében tárgyalt lokalizáció a  $\sigma(\varepsilon)$  megnyúlás-deformációs görbe  $\varepsilon_l$  deformációjú pontjánál kezdődik, amelynek a törés kritikus pontjához viszonyított értéke  $\langle \varepsilon_l / \varepsilon_c \rangle \approx 0.85 - 0.89$ . Ezzel szemben a 6.4 (d) ábrán látható, hogy a karakterisztikus  $k^* = 7 - 8$  rekordhoz tartozó deformáció  $\langle \varepsilon_k / \varepsilon_c \rangle \approx 0.69 - 0.72$ , ami nem a lokalizáció, hanem a rendszer  $\varepsilon_Y$  folyáspontjához esik közel, ami  $\langle \varepsilon_Y / \varepsilon_C \rangle \approx 0.7$ . Számolásaink alapján tehát módszer konstruálható arra, hogy pusztán a repedési lavinák által keltett zaj elemzésével meghatározzuk a makroszkopikus törés felé történő gyorsulási szakasz kezdetét. A rendszer töréshez közelítő fejlődésének részletesebb jel-

lemzéséhez kiértékeljük a rögzített  $k$  rangú rekordok  $p(\Delta_r^k)$  méreteloszlását. A 6.5 (b) ábra egy skálázási grafikont mutat, ahol a különböző rangú rekordok méreteloszlásait átskáláztuk az  $\langle \Delta_r^k \rangle$  átlagos rekord mérettel, amely a 6.4 (a) ábrán is megtalálható. A görbék egymásra esnek, amely jelzi az alábbi skálaszerkezet érvényességét

$$p(\Delta_r^k) = \langle \Delta_r^k \rangle \Phi \left( \Delta_r^k / \langle \Delta_r^k \rangle \right), \quad (6.9)$$

ahol  $\Phi(x)$  jelöli a skálafüggvényt. Az eredmény azt jelenti, hogy a különböző rangú rekordoknak azonos méreteloszlása van. Figyeljük meg, hogy  $\Phi(x)$  hatványfüggvénnyel közelíthető az  $x > 1$  tartományon. Az egyenes vonal meredeksége a 6.5 (b) ábrán 2.55. Amikor az eseménysort megkeverjük, bármilyen méretű esemény lehet az első lavina is, és így az első rekord. Azonban magasabb rangoknál a kisméretű események nagyon kevés eséllyel válhatnak rekordokká. Ennek következtében a kevert adatsornak nem lehet ilyen skálaviselkedése.

A 6.1 (a) ábrán kiemeltük, amint az egymást követő rekordok a teljes idő-



6.6. ábra. (a) A lavinaméretetek  $p(\Delta^k)$  valószínűségeloszlása az egymást követő rekordok közötti alsorozatokban. A demonstrációhoz három görbét megillesztettünk a 6.10 egyenlet függvényalakjával. A  $k \geq 20$  magas rangú rekordokra az eloszlás gyakorlatilag egymásra esik. (b) A lavinák egymást követő rekordok közötti alsorozata méreteloszlásának  $\tau_k$  exponense a rekord  $k$  rangjának függvényében.

sor alsorozatait közrezárják. Ennek mélyebb megértésére elemeztük, hogy az alsorozatok  $p(\Delta^k)$  méreteloszlása a  $k$ -adik és a  $(k + 1)$ -edik rekord között miképpen fejlődik, ahogy a rendszer a töréshez közelít. A bal és jobb oldalon kihagytuk a két szélső rekordot a statisztikából. A 6.6 (a) ábra mutatja be az eredményként kapott  $p(\Delta^k)$  méreteloszlásokat számos  $k$  rangon. Nagyon fontos, hogy ezeket az eloszlásokat nem lehet összeejteni az átlaggal való átskálázással. Ennek oka, hogy az eloszlások hatványfüggvények, exponenciális levágással

$$p(\Delta^k) \sim (\Delta^k)^{-\tau_k} e^{-\Delta^k/\Delta_s^k}, \quad (6.10)$$

azonban a hatványfüggvények  $\tau_k$  exponensei eltérőek a különböző  $k$  rangokra. Az is megfigyelhető a 6.6 (a) ábrán, hogy a levágási skála  $\Delta_s^k$  növekszik a rekord  $k$  rangjával, de a legmagasabb  $k > 20$  rangú görbék már gyakorlatilag egymásra esnek. A 6.6 (b) ábrán látható a 6.10 egyenlet illesztésével kapott  $\tau_k$  exponens. A legalacsonyabb rangnál az exponens értéke nagy  $\tau_k = 3.26$ , majd monoton csökken, és a legmagasabb rangoknál  $\tau_k = 1.0$  közelébe tart [111]. Ez az eredmény a földrengésekre ismert úgynevezett  $b$ -érték anomália megnyilvánulása a törési folyamatban: nagy magnitúdójú eseményeket megelőző földrengésekre (előrengések) megfigyelték, hogy az események energialeoszlását ablakokban kiértékelve a hatványfüggvény eloszlás exponense fokozatosan csökken [75], lásd a 2.3.3 fejezetben is.

A rekordok közötti alsorozatban az események száma azonos az  $m_k$  várakozási idővel, amely egy széles tartományt fed le (6.4 ábrán). A lavinák idősorának hagyományos elemzésében eseményablakokat veszünk rögzített számú (jellemzően néhány száz) esemény fölött. Ennek a következménye, hogy az ablakok a törés közelében egyre több és több rekord eseményt és alsorozatot fognak össze, amely az egyedi alsorozatok exponenseitől különböző exponenst eredményez, ahogyan azt fentebb megmutattuk [73, 75]. Semmilyen hasonló viselkedés nem létezik, ha a korrelációkat az eseménysor újrakeverésével megszüntetjük. A legalacsonyabb rangokat kivéve gyakorlatilag minden alsorozat méreteloszlása egymásra esik, és megegyezik a sorozat egészének méreteloszlásával.

## 6.5. Konklúziók

Ebben a fejezetben a heterogén anyagok nyomás alatti törését kísérő repedési lavinák rekordstatisztikájára vonatkozó eredményeimet ismertetem a [105] publikáció alapján. A rekordok statisztikus analízisét kiterjedten használják a klímakutatásban hőmérsékleti idősorok elemzésére [112], ugyanakkor a szakirodalomban elsőként alkalmaztuk ezt a módszert törési folyamatok vizsgálatára. A lavinák közötti korrelációk szerepének feltárása érdekében az analízist megismételtem egy kevert idősorral, amelyet a szimulált események véletlenszerű átrendezésével állítottam elő. Továbbá, eredményeimet összehasonlítottam a független, azonos eloszlású véletlen változók megfelelő analitikus eredményeivel is.

A rekordok átfogó statisztikáját a rekordok méretének és életidejének hatványfüggvény-eloszlása jellemzi.

A rekordok átlagos darabszáma a lavinák számának hatványfüggvényeként viselkedik, ami a korrelációk hatását jelzi.

Az összenyomás során a rendszer fokozatosan fejlődik a makroszkopikus törés irányába, ahol a minta elveszíti az integritását. Korábban megmutattuk [73, 75], hogy a törési folyamat két kvalitatívan különböző fázisból áll: a törési folyamat elejét a minta strukturális rendezetlensége uralja, amely korrelálatlan kisméretű törési lavinák megjelenését okozza. Később, a makroszkopikus töréshez közeledve a folyamat felgyorsul, amelyet a növekvő lavinaméret és a csökkenő várakozási idő jelez. Ezt a második szakaszt a mintában lévő helyi törési események növekvő térbeli és időbeli korrelációi uralják. Vizsgálataimmal megmutattam, hogy a rekordjellemezők fejlődésének analízise egy alternatív lehetőséget ad a törési folyamatban létrejött korrelációk kvantitatív jellemzésére, ahogy a rendszer a makroszkopikus törés felé fejlődik.

Az elemzési módszerünk feltárta egy  $k^*$  karakterisztikus rekordrang létezését, amely elválasztja egymástól a törési folyamat két szakaszát: az alacsony  $k < k^*$  rangú rekordokon a rekorddöntés folyamata lassul, azaz egyre

hosszabb ideig tart megdönteni egy-egy rekordot.  $k^*$ -nál a rekorddöntési folyamat gyorsulni kezd, amelyet a rekordok életidejének gyors csökkenése és a rekordméretek növekvő relatív növekménye jelez. A kevert adatsor követi az IID előrejelzéseit egy karakterisztikus rekordrang megjelenésének mindenfajta jele nélkül.

A 6.1 ábrán a lavinaméret mozgóátlagának elemzése is mutatja, hogy a rekordok jelenléte hatással van a környező idősor szerkezetére: A [105] publikációban részletes vizsgálataink feltárták, hogy a makroszkopikus töréshez közeledve a repedési lavinák átlagos mérete a rekordoktól mért időkülönbség hatványfüggvényeként nő, míg utána csökken. Ezzel a rekordok körül egyfajta "elő-" és "utóregések" jönnek létre az eseménysorban.

A skála-elemzés felfedte, hogy az adott rangú rekordok eloszlása azonos és hatványfüggvény-aszimptotával rendelkezik. A rekordok a lavinák idősortát alsorozatokra tagolják, amelyek jellemzően egyre kevesebb eseményt tartalmaznak, ahogy a rendszer a makroszkopikus töréshez közeledik. Megmutattuk, hogy az alsorozatok lavináit hatványfüggvény-eloszlás jellemzi, azonban az exponens széles tartományt ölel fel, és a törés felé haladva 1 közelébe csökken. Ez az eredmény konzisztens az idősor  $b$ -érték-anomáliájának tendenciájával [35]. A repedési idősorok hagyományos  $b$ -érték anomáliájának elemzéséhez használt időablakot rögzített számú eseménnyel vagy rögzített megnyúlás- vagy feszültségnövekménnyel határozták meg. Mivel a rekordok jelenléte hatással van az idősor szerkezetére, elemzésünk alapján javasoltuk, hogy a földrengések terepi adatainak  $b$ -érték-anomáliáját a rekordok közti alsorozatokra koncentráltan kellene elvégezni.

Szimulációinkat 100000 részecskés mintákon végeztük, amely közel van a laboratóriumi skálájú minták méreteihez. Jelentősen kevesebb, 20000 részecskés szimulációkkal összevetve [73, 75] azt találtuk, hogy a nagyobb rendszerben nagyobb számú törési lavina generálódik, amelyek mérete szélesebb tartományban változik. Azonban az eseménysokaság jellemző mennyiségeinek eloszlása meglehetősen robusztus, azaz a hatványfüggvények exponensei a hibahatárokon belül azonosak. Ugyanez érvényes a rekordok számára és

méretére, azonban, a karakterisztikus  $k^*$  rekordrang értékében méretfüggés nem mutatható ki. Ez alapján az általunk javasolt rekordstatisztikai vizsgálati módszer segítheti a földrengések előrejelzési módszereinek fejlesztését. Az eredményeket bemutató [92] publikációm Editors Suggestions elismerésben részesült a Physical Review E folyóiratnál.

---

## 7. fejezet

# Összefoglalás

Kutatómunkám során a heterogén anyagok lassan növekvő nyomás által és lövedékbelövással kiváltott gyors energiabetáplálás hatására létrejövő fragmentációs folyamatait vizsgáltam elméleti eszközökkel. Egy realiztikus diszkrétélem-modell keretében végzett számítógépes szimulációkra támaszkodva a jelenségkör olyan aspektusaira koncentáltam, amelyek elméleti érdekességük mellett, nagy gyakorlati jelentőséggel bírnak, ipari alkalmazásaik lehetségesek, illetve természeti katasztrófák előrejelzését segíthetik. Eredményeimet összevetettem fragmentációs folyamatokra végzett laboratóriumi kísérletekkel és terepi mérésekkel is.

Rendezetlen anyagok egy realiztikus diszkrétélem-modelljének keretében részletesen vizsgáltam a háromdimenziós térbe ágyazott kvázi-kétdimenziós, lapszerű próbatestek lövedékbelövés által okozott dinamikus fragmentációját. Változtatva a próbatest vastagságát arra kerestem a választ, milyen mechanizmus felelős a fragmenstömegeloszlás exponensének kísérletekben megfigyelt energiafüggéséért. A modellszámolások alapján azt a meglepő eredményt kaptam, hogy a tömegeloszlás  $\tau$  exponensének viselkedése függ a próbatest vastagságától: vékony lapok fragmentációjakor az exponens nem mutat univerzalitást, a betáplált energia növelésével a  $\tau = 1.7$  értékről a  $\tau = 2.4$  értékre nő. Vastag, tömbszerű próbatestek esetén viszont az energia-függés eltűnik, az exponens az univerzális  $\tau = 1.9$  értéket veszi,

a betáplált energia csak a tömegeloszlás levágását befolyásolja.

A repedések térbeli elhelyezkedésének elemzésével megmutattam, hogy az exponens energiafüggését a repedési mintázatban lejátszódó szerkezeti átmenet okozza, ami csak akkor jön létre, ha egy alacsonyabb dimenziós fragmentálódó objektum magasabb dimenziós térbe van beágyazva. Vékony lapokban a fragmentációs küszöb-energia közelében, egy jó közelítéssel két-dimenziós, rendezett szerkezetű repedési mintázat jön létre, amit a rugalmas hullámok interferenciaképe határoz meg. Ennek egyik fontos következményeként a hatványfüggvény-tömegeloszlást lokális maximumok és minimumok tagolják. Nagy energiákon már a minta vastagságában is aktiválódik a repedések keletkezése, aminek következtében a repedési kép háromdimenzióssá válik és nagyfokú rendezetlenséget mutat. Köztes energiákon a repedési mintázat a két szélső eset keveréke, ahol a keveredés mértéke függ az energia konkrét értékétől.

Adatfeldolgozó eljárást dolgoztam ki az egyes fragmentációs mechanizmusok által generált darabok szétválogatására a széttörési folyamat végállapotában. A felületen lévő darabok és a teljes egészében a próbatest belsejébe eső, úgynevezett tömbi fragmensek részhalmozait külön-külön elemezve megmutattam, hogy tömegeloszlásuk hatványfüggvény-viselkedést mutat univerzális  $\tau = 1.7$  és  $\tau = 2.4$  exponensekkel a betáplált energia minden értékénél. Az eredmények alapján azt a következtetést vontam le, hogy az egyes fragmentációs mechanizmusok mindig univerzális tömegeloszlást eredményeznek. Az univerzalitás látszólagos sérülését az okozza, hogy két univerzális mechanizmus eredményét keverjük össze a betáplált energiától függő mértékben. Elméleti eredményeim alapján sikerült a szakirodalomban található több kísérleti eredményt megmagyarázni.

A világűrben lejátszódó fragmentációs jelenségek (például aszteroidák ütközése, rakétaüzemanyag-tartályok és műholdak felrobbanása) esetén a fragmensek tömege mellett sebességük eloszlása, valamint a tömeg és sebesség korrelációja is nagyon fontos szerepet játszik a fragmensfelhő további időfejlődésében. A tömeg-sebesség korrelációját ipari körülmények

között alkalmazott fragmentációs eljárásokban is figyelembe kell venni. A kvázi-kétdimenziós testekkel végzett diszkrétélem-szimulációimmal megvizsgáltam, milyen körülmények között és milyen mechanizmussal jöhet létre tömeg-sebesség korreláció lövedékbelövés által kiváltott fragmentációban.

DEM szimulációkban változtatva a lapszerű próbatest vastagságát és a lövedék sebességét, részletesen elemeztem az egyedi fragmensek sebességének statisztikáját. Megmutattam, hogy lövedékbelövés esetén a legnagyobb sebességű darabok a belövés helyének kis környezetében, valamint a próbatestnek a belövés helyével átellenes oldalán keletkeznek. Ezek a fragmensek határozzák meg a sebességkomponensek eloszlásának levágását. A belövés irányára merőleges sebességkomponensek eloszlásai, a lendületmegmaradás következtében szimmetrikus függvények nulla átlaggal, amelyek szórása a belövési sebességgel lineárisan nő, míg a lap vastagságának hatványfüggvényeként csökken. Az eloszlások függvényalakja hatványfüggvény-aszimptotikával rendelkezik, amelyet exponenciális levágás követ. A belövés irányába eső sebességkomponens függvényalakja megegyezik a másik két komponensével, viszont az eloszlás a lendületmegmaradás következtében aszimmetrikussá válik. A szimulációval kapott eredményeim nagyon jó egyezést mutatnak rázással gerjesztett szemcsés anyagok esetén mért sebességeloszlásokkal [113].

Szimulációim alapján megmutattam, hogy a fragmensek tömege és sebessége között létrejöhet korreláció, ami a lövedék sebességétől és a rendszer geometriájától függ. Korrelációt csak a vékony, kvázi-kétdimenziós lapok esetén sikerült kimutatni, a lapvastagság növelésével a korreláció fokozatosan eltűnik: vékony lapoknál a fragmentációs küszöb alatti károsodási fázisban a kistömegű fragmensek átlagos sebessége a tömegük hatványfüggvényeként csökken. A lövedék sebességének növelésével a kis fragmensek tömege és sebessége fokozatosan függetlenné válik egymástól, ezzel párhuzamosan viszont a fragmentációs kritikus pont közelében ismét hatványfüggvény-korreláció jön létre, de a nagytömegű fragmensek tartományán és kisebb exponenssel. Részletes vizsgálataimmal sikerült feltárni a tömeg-sebesség korreláció

okát is: vékony lapok esetén a repedési mintázat szerkezetének egy fontos következménye, hogy a fragmenseknek mind a tömegét, mind a sebességét az eredeti próbatestben elfoglalt helyük határozza meg. A tömeg-sebesség korreláció hátterében a tömegnek és a sebességnek a pozíciófüggése áll, amit sikerült numerikusan meghatározott skálatörvényekkel leírni.

Heterogén anyagok lassú összenyomásakor az anyagban fokozatosan mikrorepedések keletkeznek, majd a makroszkopikus törés kritikus pontjának közelében a repedések egy úgynevezett törési sávban lokalizálódnak, ahol a nagy repedéssűrűség miatt az anyag fragmentálódik. Diszkrétium-modellünk keretében szimulációkat végeztem henger alakú próbatesteknek a hossztengelelyükkel párhuzamos nyomás alatt lejátszódó törési folyamatának megértésére széles tartományon változtatva a próbatest méretét. A törési sávnak a próbatestben elfoglalt helyét és belső szerkezetét vizsgáltam a benne létrejött fragmensek statisztikájának elemzésével.

A próbatestben keletkezett egyedi fragmensek térbeli pozíciójából kiindulva egy algoritmust fejlesztettem ki, amely nagy megbízhatósággal szolgáltatja a törési sávnak a testben elfoglalt helyét és irányítását. A törési sáv középponti síkjának irányítottságát jellemző polárszögek az anyag heterogenitása miatt fluktuálnak. A hengeres próbatest hossztengelelyére merőleges síkban a  $\phi$  polárszög valószínűség eloszlása egyenletesnek bizonyult a  $[0, 2\pi]$  intervallumon, ami arra utal, hogy a rendszer szimmetriája miatt a  $\phi$  szög teljesen véletlenszerűen választódik ki. Megmutattam, hogy a terhelés irányával bezárt  $\Theta$  szög eloszlása a rendszerméret növelésével egyre keskenyebb lesz. Végesméret-skálázással sikerült megállapítani, hogy a nagy rendszerek határesetében a szög 30 fokhoz konvergál, ami nagyon jó egyezést mutat a mérési eredményekkel [99]. A törési sávban a fragmensek térbeli eloszlását elemezve megállapítottam, hogy a sáv relatív vastagsága a próbatest méretének hatványfüggvényeként csökken, azaz a rendszerméret növelésével a sáv egyre élesebben definiált.

A lassan növekvő nyomás hatására a törési sávban a próbatest fragmentálódik, a sávon kívül viszont a henger befogott végeihez kapcsolódva

két nagyobb darab marad, amelyek belsejében csak károsodás halmozódik fel. A törési sáv fragmenseinek tömegeloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat, összhangban a laboratóriumi és geológiai töréseken végzett mérések eredményeivel [14]. Az exponens értéke függetlennek bizonyult a próbatest méretétől, így a törési sáv kiterjedésétől. A törési sávban lejátszódó lassú fragmentáció egy nagyon érdekes sajátossága, hogy a fragmensek alakja önaffin viselkedést mutat: a kis fragmensek izotróp alakúak, ugyanakkor a nagyobb darabok elnyúltak lesznek és minél nagyobb egy darab, annál elnyúltabbá válik. Megmutattam, hogy az önaffinitás következtében a fragmensek tömege a tehetetlenségi sugaruk hatványfüggvényeként nő, de az exponens értéke kisebb, mint a beágyazó tér dimenziója. Hasonló viselkedést dinamikai fragmentációban nem mutattam ki.

A nyomás alatti fragmentáció egy lassan fejlődő törési folyamat eredménye, ahol a makroszkopikus töréshez közeledve a repedési lavinák a törési sávban lokalizálódnak. A törési sáv kialakulásához vezető dinamika megértéséhez a repedési lavinák idősorának fejlődését elemeztem a rekordméretű események statisztikáján keresztül. Eredményeimet referenciaként összevettem a független, azonos eloszlású véletlen változók (Independent Identically Distributed, IID) idősorának rekordstatisztikájára vonatkozó szakirodalmi eredményekkel [106, 114]. Mivel az analitikus IID eredmények végtelen idősorokra vonatkoznak, a véges minta hatásának elemzéséhez egy helyettesítő adathalmazt is előállítottam úgy, hogy a szimulációval kapott idősorban megszüntettem a korrelációkat az események véletlenszerű újrakeverésével.

A repedési lavinák idősorában rekordként azonosítottam azokat az eseményeket, amelyek mérete minden előző eseménynél nagyobb. Megmutattam, hogy a rekordok darabszáma a törési folyamat során a repedési események számának hatványfüggvényeként nő, majd a makroszkopikus töréshez közeledve, egy karakterisztikus rekordszámon túl a növekedés tovább gyorsul. A rekordok méretének és életidejének (a rekord megdöntéséhez szükséges események számának) eloszlása hatványfüggvénynek bizonyult viszonylag alacsony exponensekkel. Az adott rendű rekordok méretének eloszlását

elemezve univerzális, a rekord rendjétől független függvényalakot találtam, amelynek aszimptotikáját szintén hatványfüggvény jellemzi. Megmutattam, hogy a törési folyamat rekordstatisztikája jelentősen eltér a teljes korrelálatlan IID viselkedéstől, míg az újrakevert repedési idősor megfelelő eredményei jól egyeznek az IID analitikus jóslataival. Az eltérés az egymást követő lavinák között létrejövő korrelációnak tulajdonítható.

A rekordokat jellemző mennyiségek átlagértékét a rekord rendjének függvényeként vizsgálva megmutattam, hogy a törési folyamatnak két jól elkülönülő szakasza van: kezdetben a rekordok megdőlésének folyamata lassul, amit a rekordok növekvő életideje és az egymást követő rekordok közötti relatív méretnövekmény csökkenése jelez. Azonosítottam egy karakterisztikus rekordrendet, ami fölött a rekorddöntés felgyorsul rohamosan csökkenő életidővel és növekvő relatív méretnövekményekkel. Elemezve a rendszer mechanikai válaszát megállapítottam, hogy a karakterisztikus rekordrend az intenzív repedezés által okozott nemlineáris válasz kezdetét jelöli. A rekordok vizsgálatán keresztül módszert javasoltam a katasztrofikus töréshez vezető gyorsulási szakasz korai előjelének azonosítására a repedési lavinák idősorából.

A rekordok a repedési események idősorát alsorozatokra bontják. Ezek méreteloszlását vizsgálva hatványfüggvény-eloszlásokat kaptam exponenciális levágással. Az eredmények jelentőségét az adja, hogy a hatványfüggvény exponense a makroszkopikus törés kritikus pontjához közeledve fokozatosan csökken, ami hasonlóan a földrengések esetén megfigyelt úgynevezett *b-érték* anomáliához, felveti a katasztrofikus esemény előrejelzésének lehetőségét. Javasoltam, hogy a földrengések esetén alkalmazott, rögzített számú eseményt tartalmazó ablakok helyett az idősorok feldolgozásánál az egymást követő rekordokat előnyösebb ablakhatárnak tekinteni és a feldolgozást fluktuáló eseményszámmal elvégezni.

## 8. fejezet

# Summary

In my PhD research I studied the problems of the dynamic and quasistatic fragmentational phenomena, induced by a dynamic impact or by slow compression of heterogeneous materials, with theoretical methods. Based on simulations in the framework of a realistic discrete element model, I focused on aspects of the phenomena which, alongside with their theoretical significance, also have a high relevance for practical and industrial applications, and can help in the forecasting of natural disasters. I compared my results with field measurements and laboratory experiments of fragmentation processes.

I have studied the impact induced dynamic fragmentation of quasi two-dimensional, plate-like samples embedded in three dimensional space in the framework of a realistic discrete element model of disordered materials. By varying the thickness of the samples, I was looking forward to uncover the mechanisms responsible for the experimentally observed energy dependence in the exponent of the distribution of fragment masses. Based on the simulations of the model I had the surprising result, that the exponent  $\tau$  of the mass distributions is dependent on the thickness of the body: the exponent did not show universality in the fragmentation of thin plates,  $\tau$  increases from 1.7 to 2.4 as the amount of imparted energy became higher. However, for brick-like thick samples the energy dependence disappears, and the ex-

ponent has a universal value of  $\tau = 1.9$ , the loaded energy only influences the cutoff of the mass distributions.

With analysing the spatial location of the cracks, I showed that the energy dependence of the exponent is caused by a structural transition in the crack pattern, occurring only when a lower dimensional fragmenting object is embedded in a higher dimensional space. In thin plates near the threshold energy of the fragmentation, a quasi two-dimensional crack pattern with an ordered structure emerges, which is dominated by the interference of tensile waves. A very important consequence is that the power law mass distributions are decorated with local minima and maxima. High energies activate cracking in the bulk of the sample, hence the crack pattern becomes three dimensional and strongly disordered. Between these energies the crack pattern is the mixing of the two extreme cases, where only the mixing ratio depends from the particular value of the impact velocity.

I have developed a data processing method to separate the pieces in the final state of the breakup process, generated by the different fragmentation mechanism. By separately analysing the subsets of fragments on the surface and those completely submerged below the surface, the so-called bulk fragments, I proved that their mass distribution follows a power law with universal exponents  $\tau = 1.7$  and  $\tau = 2.4$ , respectively, and for all the values of the impact energy. Based on the results, I concluded that each fragmentation mechanism always generates a universal mass distribution. The apparent violation of the universality is caused by the mixing of the two universal mechanisms with an energy dependent mixing ratio. Several experimental observations could be explained with my theoretical findings.

During fragmentation phenomena in space (for example the collision of asteroids, explosion of rocket fuel tanks and satellites), beside the mass of the fragments their velocity distribution, and the correlation between the mass and the velocity also plays an important role in the further time-evolution of the fragment cloud. The mass-velocity correlations must be taken into account also in fragmentation-based methods applied by the industry.

With the discrete element simulation performed on quasi two-dimensional bodies, I studied the circumstances and mechanisms that could generate mass-velocity correlations in impact-induced fragmentation.

In discrete element simulations, varying the thickness of the plate-like sample and the velocity of the impacting bullet, I performed detailed analysis of the velocity statistics of the unique fragments. I showed that in case of an impacting bullet the pieces with the largest velocities are generated near the impact site and on the site opposite to the impact. These fragments determine the cutoff of the distribution of the velocity components. The distributions of the velocity components perpendicular to the direction of the impact, due to the conservation of impulse, are symmetric functions with 0 average, whose standard deviation is linearly increasing with the impact speed, while decreases as a power function of the plate thickness. The functional forms of the distributions have power law asymptotics, followed by an exponential cutoff. The functional form of the velocity component aligned with the impact velocity is the same as the other two, but the distribution becomes asymmetric, due to the conservation of impulse. My results obtained from simulations are in particularly good accordance with the velocity distributions measured on vibrationally driven, granular matters [113].

Based on my simulations, I shows that correlations can occur between the mass and the velocity of fragments, which depends on the impact velocity of the bullet and the geometry of the system. Correlation could only pointed out in thin, quasi-two dimensional plates, and it gradually disappears with increasing plate thickness: for thin plates in the subcritical damage phase of the fracture the average velocity of the fragments with small mass decreases as a power law function of their masses. With increasing impact velocity the mass and velocity of small fragments gradually becomes independent, however for the region of bigger masses again a power law correlation forms parallelly, but with a smaller exponent, near the critical point of the fragmentation. With detailed inspection I could uncover the cause of correlation: for thin plates, the consequence of the presence of a crack

pattern is that the masses and the velocities of fragments are both determined by their original location in the sample. The underlying phenomenon causing the mass-velocity correlation is the position dependence of both the fragment mass and fragment velocity, which is successfully described with numerically specified scaling laws.

In the slow compression of heterogeneous materials micro-cracks are continuously generated in the sample. Later, near the critical point of macroscopic failure the cracks become localized in a so-called shear band, where the material becomes fragmented due to the high concentration of cracks. I performed computer simulations in then framework of our Discete Element Model on cylinder shaped samples with loading parallel to the symmetric axis in order to understand the fragmentation process under external loading. The size of the body was varied over a broad region. I studied the internal structure and location of shear band inside the body by analysing the statistics of the generated fragments.

Based on the spatial location of the unique fragments generated inside the body, I developed an algorithm, that provides the spatial location and orientation of the shear band in the sample with high reliability. The polar and azimuth angles characterizing the orientation of the central plane of the shear band are fluctuating because of the heterogeneity of the material. The probability distribution of the polar angle  $\phi$  perpendicular to the axis of the cylinder proved to be uniform over the  $[0, 2\pi]$  interval, which implies that the angle  $\phi$  is emerging completely random because of the symmetry of the system. I also showed that the distribution of the angle  $\Theta$  compared to the direction of the loading becomes narrower with increasing system size. Finite element scaling revealed that in the limit of large systems, the angle converges to 30 degrees, which is in particularly good agreement with the measured values [99]. Analysis performed on the spatial ditributions of the fragments in the shear band showed that the relative thickness of the band decreases as a power law with the size of the sample, so the band becomes more sharply defined with increasing system size.

Fragmentation occurs in the shear band due to slowly increasing compression, however there are two larger remaining pieces outside the band, connected to the clamped ends of the sample, in which only damage accumulates. The distribution of the fragment masses followed a power law behaviour, in accordance with the measurements on cracks in laboratory and geological environments [14]. The value of the exponent proved to be independent of the size of the sample, and therefore, the extent of the shear band. The fragmentation process in the shear band, as a very interesting property, generates fragments with self-affine behaviour: the small fragments have isotropic shape, while the larger the fragments are the more elongated they become. I showed that due to the self-affinity the mass of the fragments increases as a power law of their radius of gyration, but the value of the exponent is smaller than the dimension of the embedding space. Similar behaviour in dynamic fragmentation could not be pointed out.

The fragmentation during compression is a result of a slow process, where the crack avalanches become localized in the shear band while approaching the macroscopic failure. In order to understand the dynamics responsible for creating the shear band, I analyzed the evolution of the time series of crack avalanches through the statistics of record breaking events. I compared my results as a reference to the record statistics of the time series of Independent Identically Distributed (IID) random variables in the literature. [114? ]. Since the results of the IID are valid only for infinite time series, I also generated a surrogate data set by randomly shuffling the events to destroy correlations in order to analyze the effect of the finite size of the sample.

I identified the events in the time series of the crack avalanches, which have a size greater than any previous event. I showed that the number of records during the breaking process grows as a power law function of the total number of events, and near the macroscopic failure, beyond a characteristic record number the increase accelerates. The distribution of the size and waiting time (number of events necessary to break a record) proved to be power laws with relatively low exponents. For the size distribution of

records of a specific rank I found a universal functional form with power law asymptote. I showed, that the record statistics of the breaking process differs significantly from the complete uncorrelated IID behaviour, while the results of the shuffled time series are similar to the analytic predictions of the IID. The difference is caused by the correlation in subsequent avalanches.

By analysing the average of the characteristic properties of the records as a function of record rank, I showed that the breakup process has two clearly distinct stages: initially the breaking of records slows down indicated by growing waiting times and decreasing relative size difference. I identified a characteristic record rank, beyond which the record breaking accelerates with rapidly decreasing waiting times and growing relative size differences. I concluded by the analysis of the mechanic response of the system and the spatial location of the cracks, that the characteristic record rank indicates the localisation into the shear band. Through studying the records I recommend a method to detect the localisation, and hence the early signs of the accelerating stage leading to catastrophic failure from the time series of the crack avalanches.

The time series of the events is subdivided into subseries by the record events, whose size distributions are power law functions with exponential cutoffs. The significance of this result lies in that approaching the critical point of the macroscopic failure, the exponent gradually decreases, similarly to the b-value anomaly observed in earthquakes, and raises the possibility of forecasting the catastrophic event. I recommended, that instead of the event windows containing fixed number of events applied in the studies of earthquakes, it would be beneficial to regard the records as window borders and perform the analysis with fluctuating event numbers.

---

## 9. fejezet

# Köszönetnyilvánítás

Köszönöm témavezetőmnek, Dr. Kun Ferencnek folyamatos támogatását és türelmét, a tudást, amelyet számomra átadott, és mindazokat a készségeket és képességeket, amelyekben általa fejlődhettem.

Hálás vagyok az édesanyámnak, a Szeretett Kedvesemnek, a testvéreimnek, a családom többi tagjának, barátaimnak és munkatársaimnak, mindazoknak, akik végig mellettem álltak, szüntelenül támogattak, minden nehézség közepette meghallgattak, és minden helyzetben számíthattam rájuk.

A értekezés elkészültéhez a TÁMOP-4.2.4.A/2-11/1-2012-0001 azonosító számú Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program című kiemelt projekt járult hozzá. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.



## 10. fejezet

# Melléklet

### A disszertációban felhasznált jelölések és rövidítések jegyzéke

#### Általános jelölések

$P(\dots)$	A változók valószínűségi eloszlásfüggvénye
$p(\dots)$	A változók valószínűségi sűrűségfüggvénye
$\langle \dots \rangle$	Fizikai mennyiségek átlaga
$d$	A próbatest Euklidészi dimenziója
$D$	A beágyazó tér dimenziója
$b$	Akusztikus emissziót jellemző hatványfüggvény exponense
$p$	Módosított Omori-tvényben szereplő exponens
$\tau$	Fragmentáció hatványfüggvény-exponense
$\xi$	Repedési lavinák hatványfüggvény-exponense
$\gamma$	Hatványfüggvény-exponens fragmentációs modellekben
$\epsilon$	Akusztikus emisszió valószínűségi eloszlásának exponense
$N$	Keletkező fragmensek/események darabszáma
$t$	Laborrendszerben mért idő

$\vec{g}$	Gravitációs gyorsulás
$F$	A mintán alkalmazott terhelőerő
$E$	Akusztikus emisszió energiája
$M_{tot}$	A minta teljes tömege
$h, H$	A minta magassága
$L$	Téglatest alakú minta oldalszélessége
$R$	Henger alakú minta sugara
$d$	Részecskék átmérője
$R_i$	$i$ -edik gömbrészecske sugara
$m_i$	Az $i$ -edik részecske tömege
$\vec{r}_i, \vec{r}_j$	Az $i$ -edik és $j$ -edik részecske helyzetvektora
$\vec{r}_{ij}$	A részecskék középpontját összekötő helyzetvektor
$\vec{n}_{ij}$	Kontaktus irányának egységvektora
$\vec{F}_{ij}^c$	A $j$ -edik részecske által az $i$ -edikre gyakorolt kontaktuserő
$\vec{F}_i^w$	A tartály fala által az $i$ -edik részecskére kifejtett erő
$\vec{F}_i^g$	Az $i$ -edik részecskére ható gravitációs erő
$R_{eff}$	Részecskék effektív távolsága
$k_{ij}^p$	Kontaktus merevsége
$\xi$	A részecskék átfedési távolsága
$E_p$	A részecskék anyagának Young-modulusza
$\nu_p$	A részecskék anyagának Poisson-száma
$l_{ij}^0$	Az $i$ -edik és $j$ -edik részecskét összekötő rúd egyensúlyi hossza
$S_{ij}$	Az $i$ -edik és $j$ -edik részecskét összekötő rúd keresztmetszete
$\vec{F}_{ij}^b$	Az $i$ -edik és $j$ -edik részecskét összekötő rúd által az $i$ -edik részecskére kifejtett erő
$k_{ij}^b$	A rúd merevsége
$E_b$	A rúd Young modulusza
$\vec{e}_x^b, \vec{e}_z^b, \vec{e}_z^b$	A részecskékhez rögzített koordináta-rendszerek egységvektorai, melyek közül $\vec{e}_x$ a rúd irányába mutat
$\Theta_i^z, \Theta_j^z$	A rudak végeinek szögelfordulásai
$I_{ij}$	A rúd tehetetlenségi nyomatéka

$I_{ij}^t$	A rúd tengelyére vonatkoztatott torziós tehetetlenségi nyomaték
$\vec{M}_i^{z,b}$	A rudak által az $i$ -edik részecskére kifejtett forgatónyomaték
$G_{ij}$	A rúd nyírási modulusa
$\epsilon_{ij}$	A rúd tengelyirányú feszültsége
$\epsilon_{th}$	Feszültség törési határértéke
$\Theta_{th}$	Elfordulási szög határértéke
$v_0$	Lövedékbelövés sebessége
$x_0, y_0$	A fragmensnek az eredeti próbatesten belüli helyzetvektorának koordinátái
$c$	Hangsebesség a mintán belül
$v_c$	A roncsoltból a fragmentált fázisba való átmenet kritikus sebessége
$m$	A fragmensek tömege
$\gamma$	Fragmensrészhalmozatok tömegeloszlásának skálaexponense

## Az 2. fejezetben használt jelölések

$\langle r \rangle$	Átlagos aktivitási ráta
$r(t)$	Időfüggő aktivitási ráta
$R$	Összenyomási terhelőfeszültség-változás sebessége
$\Phi(\dots)$	Földrengések várakozási időinek skálafüggvénye
$p$	Fragmens törhetőségének valószínűsége
$p$	Ellenállás vezetőképességének valószínűsége
$n(v, t)$	Tömegeloszlásokat leíró függvény időtől és fragmensmérettől való függése
$k(v, x)$	Magfüggvény, $x$ méretű fragmens $v$ méretűvé törését jellemzi
$c(x, t)$	Az $x$ méretű klaszterek koncentrációja $t$ időnél

$a(x)$	Általános időfüggetlen ráta
$f(x y)$	Relatív feltörési ráta
$F(x,y)$	Feltörési ráta
$\lambda$	Homogenitási index
$b(x/y)$	Kezdőállapotú klaszterek tömegeloszlása
$N(S), n(S)$	Fragmensek méreteloszlása Mott és Gilvarry modelljében
$K_1$	Módosított Bessel-függvény Mott modelljében
$q(S)$	Fragmensméretek a priori sűrűsége
$V_0$	A minta térfogata
$m_1$	Instabil repedések összeolvadásából származó fragmensek karakterisztikus tömege
$m_2$	Összeolvadó egyedi repedések által termelt fragmensek karakterisztikus tömege
$\alpha$	A tömegeloszlás exponense Åström modelljében
$\beta$	A fenti két mechanizmus fontosságának aránya
$\Phi(x)$	Átlagos fragmenstömeg skálafüggvénye

### A 3. fejezetben használt jelölések

$M_2, M_1$	A fragmenstömegek második és első momentuma
$\alpha, \beta$	Átlagos fragmenstömeg skálaexponensei
$\Psi(\dots)$	Fragmens-részhalmozók tömegeloszlásának skálafüggvénye
$\kappa$	Karakterisztikus levágás paramétere a skálaösszefüggésben

### A 4. fejezetben használt jelölések

$\sigma_{\dots}$	Fizikai mennyiségek szórása
$\vec{r}_i^0$	Az $i$ -edik fragmens tömegközéppontjának eredeti próbatestben elfoglalt helyzetvektora
$x_0, y_0, z_0$	$\vec{r}_i^0$ komponensei

$\vec{r}_j^{p0}$	A $j$ -edik részecske tömegközéppontjának eredeti próbatestben elfoglalt helyzetvektora
$m_j^p$	A $j$ -edik gömbrészecske tömege
$m_i$	Az $i$ -edik fragmens tömege
$\langle m \rangle$	Átlagos fragmenstömeg térbeli koordináta szerinti dobozoláskor
$\gamma$	Térbeli koordináta szerint dobozott átlagos fragmenstömeg skálaexponense
$v_x, v_y, v_z$	A fragmens sebességvektorának komponensei
$\xi$	Fragmensek sebességkomponenseinek skálaexponense
$\nu$	A fragmensek tömeg-sebesség korrelációjának hatványfüggvényének exponense

#### Az 5. fejezetben használt jelölések

$D$	Henger alakú minta átmérője
$\vec{r}_i^f$	Az $i$ -edik fragmens tömegközéppontjának helyzetvektora
$\vec{r}_d$	Repedési sávot illesztő körlap középpontja
$\vec{n}_d$	Repedési sávot illesztő körlap normálvektora
$\vec{r}_i^{fd}$	Az $i$ -edik fragmens helyzetvektora a repedési síkhoz rögzített koordináta-rendszerben
$\omega_i, \delta_i$	Az $i$ -edik fragmens helyzetének polárszögei
$\Phi$	A repedési sáv irányára vonatkozó skálafüggvény
$\alpha$	A repedési sáv irányára vonatkozó skálaexponens
$\Theta$	A repedési sáv $z$ tengellyel bezárt szöge
$\Theta_c(\infty)$	A törési sáv szöge végtelen kiterjedésű mintában
$W$	A repedési sáv szélessége
$\Psi$	A repedési sáv szélességére vonatkozó skálafüggvény

$\gamma$	A repedési sáv szélességének skálaexponense
$m_s$	Átlagos fragmenstömeg
$R_{g,i}$	Az $i$ -edik fragmens tehetetlenségi sugara
$R_s$	Egyedi részecskék átlagos sugara
$\tau_d$	Dinamikus fragmentációs folyamatok tömegeloszlásainak hatványfüggvény-exponense
$D_m$	Fragmenstömeg fraktáldimenziója
$S, I, L$	A fragmensek oldalhosszai, <b>S</b> mallest, <b>I</b> ntermediate, <b>L</b> argest
$l$	Legalább $l$ hosszúságú fragmensek hossza

### A 6. fejezetben használt jelölések

$\Delta$	A törési események mérete
$\sigma$	A mintán alkalmazott terhelőnyomás
$\epsilon$	A minta relatív megnyúlása
$\epsilon_Y$	A minta nemlineáris tartományának kezdetéhez tartozó megnyúlás
$\epsilon_c$	A minta törésekor mért megnyúlás
$\epsilon_K$	Rekordok létrejöttéhez tartozó karakterisztikus megnyúlás
$n_{max}$	Törési lavinák összes száma egy kísérleten belül
$\Delta_r$	Rekordesemények mérete
$k$	A rekord rangja, azaz a rekordok közötti sorszáma
$n_k$	A $k$ rangú rekord sorszáma az összes esemény között
$\Delta_r^k$	A $k$ rangú rekord mérete
$\delta_r^k$	Méretnövekmény a $k$ rangú és a rá következő rekord között
$\Delta^*$	Karakterisztikus lavinaméret
$\Delta^k$	A $k$ -adik és $k + 1$ -edik rekord közötti alsorozat eseményeinek mérete
$\tau^k$	A $\Delta^k$ -t jellemző hatványfüggvény exponense

$m_k$	Várakozási idő (eseményszám) a $k$ rangú és a rá következő rekord között
$N_n$	Adott $n$ eseményig bekövetkező rekordok száma
$N_n^{tot}$	A törésig bekövetkező rekordok összes száma
$\alpha$	Rekordesemények számának növekedését jellemző exponens
$\xi$	A lavinák méreteloszlásának hatványfüggvény-exponense
$\xi_r$	A rekordok méreteloszlásának hatványfüggvény-exponense
$\xi_r^s$	A kevert adatsorban lévő rekordok méreteloszlásának hatványfüggvény-exponense
$k^*$	Karakterisztikus rekordrang, amely a törési folyamatot két szakaszra bontja
$z$	A várakozási idők eloszlását jellemző exponens
$z_s$	A várakozási idők eloszlását a kevert adatsorban jellemző exponens
$z_{IDD}$	Az IID keretében analitikusan kapott várakozásiidő-exponens
$\Phi$	A rekordok méretét jellemző skálafüggvény
$h$	Rúd elejtésének magassága a kísérletek során

## Rövidítések

FSD	<b>F</b> ragment <b>S</b> ize <b>D</b> istribution	Fragmensméret-eloszlás
LEFM	<b>L</b> inear <b>E</b> lastic <b>F</b> racture <b>M</b> echanics	Lineáris rugalmas törési mechanika
EPFM	<b>E</b> lastic- <b>P</b> lastic <b>F</b> racture <b>M</b> echanics	Elasztikus-plasztikus törési mechanika
DEM	<b>D</b> iscrete <b>E</b> lement <b>M</b> odel	Diszkrét elem-modell
RFM	<b>R</b> andom <b>F</b> use <b>M</b> odel	Véletlenszerű ellenállás-modell
FBM	<b>F</b> iber <b>B</b> undle <b>M</b> odel	Szálköteg-modell
AE	<b>A</b> coustic <b>E</b> mission	Akusztikus emisszió
ME	<b>M</b> agnetic <b>E</b> mission	Mágneses emisszió
SOC	<b>S</b> elf <b>O</b> rganized <b>C</b> riticality	önszervezett kritikalitás
FPZ	<b>F</b> racture <b>P</b> rocess <b>Z</b> one	Törési folyamat zóna
ELS / GLS	<b>E</b> qual / <b>G</b> lobal <b>L</b> oad <b>S</b> haring	Egyenlő / Globális terhelés - újraosztás
LLS	<b>L</b> ocal <b>L</b> oad <b>S</b> hearing	Lokális terhelés - újraosztás
CPU	<b>C</b> entral <b>P</b> rocessing <b>U</b> nit	A számítógép központi feldolgozó egysége (processzor)
IID	<b>I</b> ndependent <b>I</b> dentically <b>D</b> istributed	Függetlenül azonosan eloszló valószínűségi változók

## 11. fejezet

# Publikációs jegyzék

### Publikációk a disszertáció tárgyköréből / Publications related to the dissertation

#### Referált folyóiratcikkek / Papers in refereed journals

- P1 **Gergő Pál**, Imre Varga, Ferenc Kun, *Emergence of energy dependence in the fragmentation of heterogeneous materials*,  
Physical Review E **90**, 062811 (2014). **IF 2.288**
- P2 **Gergő Pál**, Ferenc Kun, *Mass-velocity correlation in impact induced fragmentation of heterogeneous solids*,  
Granular Matter **18**, 74 (2016). **IF 1.740**
- P3 **Gergő Pál**, Zoltán Jánosi, Ferenc Kun, Ian G. Main *Fragmentation and shear band formation by slow compression of brittle porous media*,  
**Editors' Suggestions elismerésben részesült** Physical Review E **94**, 053003 (2016). **IF 2.252**
- P4 **Gergő Pál**, Frank Raischel, Sabine Lennartz-Sassinek, Ferenc Kun, Ian G Main, *Record-breaking events during the compressive failure of porous materials*,  
Physical Review E **93**, 033006 (2016). **IF 2.252**

**Konferencia kiadványok / Conference proceedings**

- KP1 **Gergő Pál**, Imre Varga, Ferenc Kun, *Mass-velocity correlation in impact fragmentation*,  
Key Engineering Materials **592-593**, 141-144 (2014). **IF 0.280**

**Egyéb folyóiratcikkek / Other papers**

- EP1 Gergő Pál, Ferenc Kun, T. Kadono, *Impact Fragmentation of plate-like objects*,  
Acta Physica Debrecina **XLVI**, 113 (2012).
- EP2 Gergő Pál, Imre Varga, T. Kadono, Ferenc Kun, *Effect of spatial dimension on impact fragmentation*,  
Acta Physica Debrecina **XLVII**, 129-135 (2013).
- EP3 **Gergő Pál**, Imre Varga, Ferenc Kun, *Emergence of energy dependence in the fragmentation of heterogeneous materials*,  
Acta Physica Debrecina **XLVIII**, 1-7 (2014). **IF: 0.00**

**Poszterek / Posters**

- PT1 **Pál G.** és F. Kun, *Mass-velocity correlation in impact fragmentation*,  
37th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (MECO37), Tatranske Matliare, Szlovákia, 2012.03.18-22.
- PT2 **Pál G.** és F. Kun, *Dimensional crossover in impact fragmentation*,  
38th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (MECO38), ICTP, Trieszt, Olaszország, 2013.03.25-27.
- PT3 **Pál G.** és F. Kun, *Heterogén anyagok ütközéses fragmentációja*,  
Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Debrecen, Magyarország, 2013.08.21-24.
- PT4 **Pál G.** és F. Kun, *Dimensional crossover in impact fragmentation*,  
Smart Functional Materials for shaping our future, Debrecen, Magyarország, 2014.09.19-20.

---

PT5 **Pál G.** és F. Kun, *Energy dependence in the fragmentation of heterogeneous materials*,  
40th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical  
Physics (MECO40), Esztergom, Magyarország, 2015.03.23-25.

## A disszertáció tárgykörén kívüli publikációk / Publications unrelated to the dissertation

### Referált folyóiratcikkek

1. **Gergő Pál**, Ferenc Kun, Imre Varga, Dóra Sohler, Gang Sun, *Attraction-driven aggregation of dipolar particles in an external magnetic field*, Physical Review E **83**, 061504 (2011). IF 2.255
2. G. Glodán, Y. Iguchi, C. Cserháti, **G. Pál**, T. Mashimo, D. L. Beke, *Interdiffusion in InSb/Zn/InSb System*, Defect and Diffusion Forum, Vols. 323-325, pp. 571-575, (2012). IF 0.50

### Egyéb folyóiratcikkek

1. Gy. Glodán, Cs. Cserháti, I. Beszedá, **G. Pál**, D. Beke, *Interdiffusion in AU/AG and InSb/Zn/InSb systems*, Acta Physica Debrecina **XLIV**, 24 (2010).



# Irodalomjegyzék

- [1] J. A. Aström, Adv. Phys. **55**, 247 (2006).
- [2] H. J. Herrmann és S. Roux, *Statistical models for the fracture of disordered media, Random materials and processes* (North Holland, Amsterdam, 1990).
- [3] J. Aström és mások, Phys. Rev. Lett. **84**, 3061 (2000).
- [4] J. A. Aström és mások, Phys. Rev. Lett. **92**, 245506 (2004).
- [5] F. K. Wittel, F. Kun és mások, Phys. Rev. Lett. **93**, 035504 (2004).
- [6] B. Behera, F. Kun és mások, J. Phys.-Cond. Mat. **17**, 2439 (2005).
- [7] G. Tímár, J. Blömer, F. Kun és H. J. Herrmann, Phys. Rev. Lett. **104**, 09552 (2010).
- [8] G. Tímár, F. Kun és mások, Phys. Rev. E **86**, 016113 (2012).
- [9] G. Pál, I. Varga és F. Kun, Phys. Rev. E **90**, 062811 (2014).
- [10] F. Kun, H. J. Herrmann, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng. **138**, 3 (1996).
- [11] F. Kun, H. J. Herrmann, Int. J. Mod. Phys. C **07**, 837 (1996).
- [12] F. K. Wittel, F. Kun, H. J. Herrmann, B.H. Kröplin, Int. J. Frac. **140**, 255 (2006).
- [13] F. Kun, Fizikai Szemle **2008/6**, 221 (2008).
- [14] D. L. Turcotte, *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
- [15] A. O. Gates, Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng. **52**, 875 (1915).
- [16] A. M. Gaudin, Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng. **73**, 253 (1926).
- [17] R. Schuhmann, Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng., Mining Technology **4**, 1 (1940).

- [18] D. L. Turcotte, *J. of Geophys. Res.* **91**, 1921 (1986).
- [19] B. R. Lawn és T. R. Wilshaw, *Fracture of Brittle Solids* (Cambridge University Press, 1975).
- [20] F. Kun és H. J. Herrmann, *Phys. Rev. E* **59**, 2623 (1999).
- [21] R. Kienzler és W. Schmitt, *Powder Technol.* **61**, 29 (1990).
- [22] S. K. Moothedath és S. C. Ahluwalia, *Powder Technol.* **71**, 229 (1992).
- [23] H. Rumpf, *Powder Technol.* **7**, 145 (1973).
- [24] M. Yoda, és mások, *Powder Technol.* **52**, 171 (1987).
- [25] A. Carpinteri és mások, *Int. J. Fracture* **129**, 131 (2004).
- [26] N. F. Mott, Ministry of Supply, Report No. AC 3642 (1943).
- [27] N. F. Mott, Ministry of Supply, Report No. AC 4035 (1943).
- [28] H. Katsuragi és mások, *Proc. R. Soc. London, Ser. A.* **189**, 300 (1943).
- [29] N. F. Mott és E. H. Linfoot, Ministry of Supply, Report No. AC 3348 (1943).
- [30] D. E. Grady és M. E. Kipp, *J. Appl. Phys.* **58**, 1210 (1985).
- [31] J. Åström és J. Timonen, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3677 (1997).
- [32] J. A. Åström és mások, *Phys. Rev. E* **70**, 026104 (2004).
- [33] P. Kekäläinen és mások, *Phys. Rev. E* **76**, 026112 (2007).
- [34] H. J. Herrmann és S. Roux, *S. Bender, in: Statistical Models for the Fracture of Disordered Media, Random materials and processes* (Elsevier Science B.V., 1990).
- [35] P. R. Sammonds és mások, *Nature* **359**, 228 (1992).
- [36] I. O. Ojala és mások, *Geophys. Res. Lett.* **31**, L24617 (2004).
- [37] M. Heap, P. Baud és mások, *Earth Planet. Sci. Lett.* **307**, 71 (2011).
- [38] I. G. Main, O. Kwon és mások, *Geology* **28**, 1131 (2000).
- [39] I. G. Main, *Rev. Geophys.* **34**, 433 (1996).
- [40] B. Lawn, *Fracture of Brittle Solids (Cambridge Solid State Science Series)* (Cambridge University Press, 1993).
- [41] A. Johansen és D. Sornette, *Eur. Phys. J. B* **18**, 163 (2000).
- [42] M. Alava, P. K. Nukala és S. Zapperi, *Adv. Phys.* **55**, 349 (2006).
- [43] D. A. Lockner, J. D. Byerlee és mások, *Nature* **350**, 39 (1991).

- [44] D. Lockner, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.* **30**, 883 (1993).
- [45] J. Baró, A. Corral és mások, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 088702 (2013).
- [46] D. Schorlemmer, S. Wiener és M. Wyss, *Nature* **437**, 539 (2005).
- [47] C. A. Morrow és J. D. Byerlee, *J. of Struct. Geol.* **11**, 815 (1989).
- [48] C. Marone és C. H. Scholz, *J. of Struct. Geol.* **11**, 899 (1989).
- [49] D. Amitrano, *Eur. Phys. J. Spec. Topics* **205**, 199 (2012).
- [50] L. de Arcangelis és mások, *J. Phys (Paris), Lett.* **46**, 585 (1985).
- [51] S. Zapperi és mások, *Phys. Rev. E* **71**, 026106 (2005).
- [52] M. J. Alava és mások, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 055502 (2008).
- [53] P. C. Hemmer és A. Hansen, *ASME J. Appl. Mech* **59**, 909 (1992).
- [54] A. Hansen és P. C. Hemmer, *Phys. Lett. A* **184**, 394 (1994).
- [55] S. Pradhan és mások, *Phys. Rev. Lett* **95**, 125501 (2005).
- [56] S. Pradhan és mások, *Phys. Rev. E* **74**, 016122 (2006).
- [57] F. Kun, S. Zapperi és mások, *Eur. Phys. J. B.* **17**, 269 (2000).
- [58] R. C. Hidalgo, F. Kun és mások, *Phys. Rev. E* **64**, 066122 (2001).
- [59] F. Kun és S. Nagy, *Phys. Rev. E* **77**, 016608 (2008).
- [60] M. Kolster, A. Hansen és P. C. Hemmer, *Phys. Rev. E* **56**, 2615 (1997).
- [61] F. Raischel, F. Kun és mások, *Phys. Rev. E* **77**, 046102 (2008).
- [62] E. S. Ching, S. Lui, és K.-Q. Xia, *Physica A* **287**, 83 (2000).
- [63] T. Kadono és M. Arakawa, *Phys. Rev. E* **65**, 035107 (2002).
- [64] T. Kadono és mások, *Phys. Rev. E* **72**, 045106(R) (2005).
- [65] N. Sator, S. Mechkov, és F. Sausset, *Europhys. Lett.* **81**, 44002 (2008).
- [66] W. F. B. Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, R. P. Binzel, *Asteroids III* (University of Arizona Press, 2002).
- [67] F. V. Blasio, *Gran. Matt.* **11**, 179 (2009).
- [68] B. Imre, J. Laue, S. M. Springman, *Gran. Matt.* **12**, 267 (2010).
- [69] A. Fujiwara és A. Tsukamoto, *Icarus* **44**, 142 (1980).
- [70] A. Nakamura, K. Suguiyama és A. Fujiwara, *Icarus* **100**(1), 127 (1992).
- [71] N. Onose és A. Fujiwara, *Meteoritics & Planet. Sci.* **39**(2), 321 (2004).
- [72] I. Gibling, *Planetary and Space Science* **46**(8), 921 (1998).
- [73] F. Kun, I. Varga és mások, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 065501 (2014).

- [74] G. Pál és F. Kun, *Gran. Matt.* **18**, 74 (2016).
- [75] F. Kun, I. Varga és mások, *Phys. Rev. E* **88**, 062207 (2013).
- [76] K. Mair, I. Main és S. Elphick, *J. Struct. Geol.* **22**, 25 (2000).
- [77] T. Pöschel és T. Schwager, *Computational Granular Dynamics* (Springer, Berlin, 2005).
- [78] *Computer Simulation of Liquids*, edited by M. P. Allen és D. J. Tildesley (Oxford University Press, Oxford, 1984).
- [79] H. A. Carmona, F. K. Wittel, F. Kun és H. J. Herrmann, *Phys. Rev. E* **77**, 051302 (2008).
- [80] F. Kun és H. J. Herrmann, *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* **138**, 3 (1996).
- [81] G. A. D'Addetta, F. Kun és E. Ramm, *Gran. Matt.* **4**, 77 (2002).
- [82] Y. Hayakawa, *Phys. Rev. B* **53**, 14828 (1996).
- [83] H. Katsuragi, D. Sugino és H. Honjo, *Phys. Rev. E* **68**, 046105 (2003).
- [84] H. Katsuragi, D. Sugino és mások, *Phys. Rev. E* **70**, 065103(R) (2004).
- [85] H. Katsuragi, S. Ihara és H. Honjo, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 095503 (2005).
- [86] F. P. M. dos Santos és mások, *Phys. Rev. E* **81**, 046108 (2010).
- [87] W. Ji és A. M. Waas, *Europhys. Lett.* **89**, 46003 (2010).
- [88] F. Kun, F. K. Wittel és mások, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 025504 (2006).
- [89] N. Myagkov és V. Stepanov, *Physica A* **410**, 120 (2014).
- [90] P. Kekalainen és mások, *Phys. Rev. E* **76**, 026112 (2007).
- [91] J. R. Gladden és mások, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 035503 (2005).
- [92] G. Pál, Z. Jánosi, F. Kun és I. G. Main, *Phys. Rev. E* **94**, 053003 (2016).
- [93] C. C. Hays, C. P. Kim és mások, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2901 (2000).
- [94] H. Bei, S. Xie és E. P. George, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 105503 (2006).
- [95] D. Klaumünzer és mások, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 185502 (2011).
- [96] T. Unger, J. Török és mások, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 214301 (2004).
- [97] M. L. Manning, E. G. Daub és mások, *Phys. Rev. E* **79**, 016110 (2009).
- [98] Y. Shi, M. B. Katz és mások, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 185505 (2007).
- [99] M. S. Paterson és T.-F. Wong, *Experimental rock deformation: the brittle field* (Springer, Berlin, 1978).

- 
- [100] H. Nishimori és G. Ortiz, *Elements of Phase Transitions and Critical Phenomena*, 1st ed. (Oxford University Press, Oxford, 2011).
- [101] Jérôme Weiss, Lucas Girard és mások, PNAS **111**, 17 (2014).
- [102] P. R. Sammonds és mások, Nature **359**, 228 (1992).
- [103] G. Domokos, F. Kun, A. A. Sipos, T. Szabó, Sci. Re. **5**, 9147 (2015).
- [104] D. D. Durda, A. C. Bagatin, R. A. Aleman, G. J. Flynn és mások, Planetary and Space Science **107**, 77 (2015).
- [105] G. Pál, F. Raischel, S. Lennartz-Sassinek, F. Kun és I. G. Main, Phys. Rev. E **93**, 033006 (2016).
- [106] G. Wergen, J. Phys. A: Math. Theor. **46**, 223001 (2013).
- [107] MATLAB, *version 7.10.0 (R2010a)* (The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2010).
- [108] R. Scherbakov, J. Davidsen és mások, Phys. Rev. E **87**, 052811 (2013).
- [109] P. W. Miller és E. Ben-Naim, J. Stat. Mech.: Theor. Exp. **2013**, P10025 (2013).
- [110] M. R. Yoder és mások, Nonlin. Proc. Geophys. **17**, 169 (2010).
- [111] C. H. Scholz, Bull. Seismol. Soc. Am. **58**, 399 (1968).
- [112] S. Redner és M. R. Petersen, Phys. Rev. E **74**, 061114 (2006).
- [113] H.M. Jaeger, S.R. Nagel és mások, Rev. of Mod. Phys. **68**, 1259 (1996).
- [114] S. N. Majumdar and R. M. Ziff, Phys. Rev. Lett. **101**, 050601 (2008).