

**Doktori (PhD) értekezés tézisei**

**Matematikai kompetenciák fejlesztése IKT  
eszközökkel**

Jakab Enikő

Témavezető: Dr. Vásárhelyi Éva



**DEBRECENI EGYETEM**  
Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2022



Kutatásomban a matematikatanulás, tanítás folyamatának egyes fázisaihoz olyan eszközöket, programokat és alkalmazásokat kerestem, illetve fejlesztettem (Jakab, 2020b), amelyekkel az adott fázis hatékonyan támogatható és a kisebbségi magyar nyelvű oktatásban hozzáférhető.

A pályám elején azt gondoltam, hogy a „blended learning” (Korenova, 2014) hatékony formája az oktatásnak, elősegíti a hatékony ismeretelsajátítást. Az online oktatás által olyan élethelyzetbe kerültem (sok társammal együtt), hogy nem volt lehetőség módszert választani, meg kellett elégedni a konkrét-manipulatív tapasztalatgyűjtés helyett az arra emlékeztető videók, animációk bemutatásával. A távolléti oktatás során igyekeztem az elmaradt hagyományos szemléltetést a dinamikus geometriai programokkal pótolni.

Az IKT az iskolán kívüli életre is komoly hatással van, amelynek vannak pozitív, illetve negatív vonatkozásai is (Premsky, 2001). Matematika-informatika szakos tanárként korábban is gyakran alkalmaztam IKT eszközöket az oktatás minden fázisában, de 2016 óta a matematikatanulás, tanítás folyamatának azokat a fázisait kerestem, amelyek a Kárpátalján hozzáférhető eszközökkel és programokkal (alkalmazásokkal) hatékonyan támogathatók.

Az IKT felhasználhatóságát kutatva témavezetőm és mások felhívták a figyelmemet arra, hogy az IKT használata veszélyes is tud lenni. Gondolhatunk itt például arra, hogy az IKT a tanulás pontosságát a matematikában szokásoshoz viszonyítva rontja, bizonyos felületességre szoktat. A negatív hatások kompenzációs lehetőségeként témavezetőm felhívta a figyelmemet az előhívásos tanulási módszerre (Jakab, 2020c). Ezáltal módosult a kutatási tervem, így alakult ki a három kísérlet.

Ugyanazon tanterv és azonos tananyag, valamint egyenlő óraszám mellett összevettem az IKT – hagyományos, az előhívásos – hagyományos, illetve az IKT – előhívásos módszerrel tanuló osztályok matematikatanulásának eredményességét. A kísérletek színhelye egy kárpátaljai magyar tannyelvű iskola, a Beregszászi Bethlen Gábor Magyar Gimnázium<sup>1</sup> (BMG) két párhuzamos osztálya. A kísérletek a délelőtti iskolai foglalkozások keretében zajlottak, az osztály tanmenetéhez illeszkedő tartalommal.

Az összehasonlítás alapját képező egyik, az úgynevezett *hagyományos módszer* az egyetemen és főiskolán megismert, hat éven át alkalmazott eszközök, eljárások, segédanyagok összeségét jelenti. Ettől megkülönböztettem egyrészt a *fokozott IKT támogatású órákat*, másrészt a tanult ismeretek és eljárások tartós bevésését támogató *ütemezett előhívásos módszert*. A módszerek közötti különbség elsősorban a mélységben, gyakoriságban és rendszerességben fejezhető ki.

---

<sup>1</sup> Jelenleg Beregszászi Bethlen Gábor Líceum a neve.

Az **1. fejezetben** indoklom a témaválasztást, ismertetem a kutatási kérdéseket és a hipotéziseket.

A magyarországi matematikatanítási hagyományok és a didaktika iránti érdeklődésem vezettek a doktori képzésbe, és mint matematika-informatika szakos tanár úgy gondoltam, hogy az IKT eszközök beiktatásával a matematikatanítás hatékonyságát javítani tudom.

Kárpátaljai magyar nyelven oktató tanárként egyaránt fontosnak tartom a nyelvi, a technológiai, valamint a matematikai kompetenciák fejlesztését.

Egyrészt fontos számomra, hogy diákjaim a szaknyelv magyar szókincsét elsajátítsák, fejlődjön a szövegértési, illetve szövegértelmezési kompetenciájuk, valamint lássák a tananyagnak a mindennapi életükkel való kapcsolatát, ne maradjanak a matematikaórán az ott tanultak.

Kutatásunkban az alábbi kérdésekre kerestük a választ:

- 1.a Hatékonyabbá tehető-e a matematikatanulási folyamat alkalmasan választott és módszertanilag megalapozottan alkalmazott IKT eszközök segítségével?
- 1.b Milyen változásokkal jár a tanulási szokásokat, a gondolkodást, a személyiségfejlődést illetően a tanítási módszer megváltoztatása?<sup>2</sup>
- 1.c Harmonikusan illeszthetők-e egymáshoz az IKT és a hagyományos szemléltető eszközök, modellek?
- 1.d Mennyire zavaró a digitalizált tartalom „tökéletlensége”?

Az utóbbi időben többet tudunk az egyénben végbemenő tanulási folyamatról. Ma már tudjuk, hogy az ismétléses tanulás, elsősorban a rövidtávú emlékezést támogatja, a tartós tudás pedig a jól ütemezett, többszöri előhívás segítségével szerezhető meg (Wheeler & Roediger, 1992; Bernáth & Vásárhelyi, 2018).

- 2.a Hogyan illeszthető be a matematika tanítás során a mindennapi munkarendbe az előhívásos tanulási módszer egy kárpátaljai magyar általános iskolában és milyen a hatása?
- 2.b Nem borítja-e fel az időmérleget az ütemezett előhívás módszere?

Kutatásaimat a koronavírus elterjedése előtt végeztem, így a hipotéziseim is a tanár szándéka szerint megválasztott mennyiségű IKT összetevővel végzett oktatás hatékonyságára vonatkoznak.

---

<sup>2</sup> A fiziológiai hatást eszköz és szakértelem hiányában nem áll módomban vizsgálni, de nem is egyetlen tanítási kísérlet alatt eldönthető a kérdés.

### *Első hipotézis:*

Az eszköz- és programismeret elsajátítására fordított idő és energia nemcsak a digitális kompetenciát fejleszti, hanem

- A) a tanári magyarázatban alkalmazott fokozott IKT támogatással tanuló osztály, és az „egy diák-egy gép” formációban tanuló osztály is legalább olyan eredményesen sajátítja el a matematika tananyagot, mint a hagyományos módszerrel tanuló;
- B) az IKT-s osztály viszonya a matematika órához és a matematika tanuláshoz pozitívan változik.

### *Második hipotézis:*

Az előhívásos tanulási módszer szerint tanuló osztály tudása mennyiségben és minőségben is legalább olyan megbízható, mint

- A) a hagyományos módszer szerint tanulóké;
- B) a fokozott IKT támogatással tanulóké;
- C) a hagyományos tanulási módszerrel tanuló 7. osztályos magyarországi tanulóké.

### *Harmadik hipotézis:*

Az előhívásos tanulási módszer alkalmazásával felépített fogalmak tartósabban beépülnek a tudáshálóba. A tudásszint közép- és hosszútávon az előhívásos tanulási módszer javára változik.

A **2. fejezetben** áttekintem a témához kapcsolódó elméleteket.

Évről évre sokat fejlődnek az IKT eszközök és számos új eszköz is hozzáférhetővé válik, továbbá bővül a különböző eszközök közötti kommunikáció lehetősége és az egyes eszközökön futtatható programok közelednek a platformfüggetlen állapothoz.

Az egyik ilyen fontosabb eszköz az *interaktív tábla*. Használatával bármely munkaformát és a tanulás bármely fázisát hatékonyan támogathatjuk. Az egyéni, páros, illetve csoportmunkához is készíthetünk, illetve találhatunk olyan digitális applikációkat, melyek elősegíthetik a tanulók bevonódását. Különösen hatékony az aktív tábla használata a kisebb csoportok intenzív bevonására épülő munkamódszer esetén (Simon, 2006; Námesztovszki, 2009; Barbarics, 2019).

A *fokozott IKT támogatású* jelenléti oktatásban kiemelkedő szerepet kap az *interaktív tábla*:

- Önmagában ötvözi több korábbi oktatási eszköz, például a tábla (krétás, fehér), a vetítő (dia- és írásvetítő) funkcióit.
- Lehetővé teszi, hogy a tanári eszköz képernyőjét megmutassuk a tanulóknak és érintőképernyőként használjuk.
- A hátulról vetítős vagy a felülről megvilágított interaktív táblák nagy előnye a projektor-tanári gép vagy írásvetítő eszközökkel szemben a takarás kiküszöbölése.

- Alkalmas a tanulók bevonására, „belenyúlhatnak” az óra menetébe, bár elsősorban a frontális tanítást segíti.
- A tanár mobilitása megnő, több helyről is vezérelheti a folyamatot, elkerülheti a kitakarást.
- „Hibrid” prezentáció hozható létre, a „konzerv” magyarázat kiegészíthető aktuális elemekkel, a tanár a helyszínen rajzol, ír (Molnár és Muhari, 2007, 100. old.).

Az interaktív tábla használható az egyre bővülő dinamikus, interaktív programokkal, multimédiás tanegységekkel (Videótanár, Sulinova, Geomatech, Okosdoboz, Okostankönyv, Socrative, Kahoot, Redmenta, Edubase, Online Test Pad, HotPotatoes).

A hagyományos táblai szemléltetéssel szemben az interaktív tábla előnye, hogy pontos és dinamikus. A szoftver használata a program ismeretén túl bizonyos szintű kezűgyességet is igényel (Csiba, 2019, 130. old.), de például az egyenes végtelen lesz és nem hajlik be, vagy a párhuzamos egyenesek nem lesznek metszők, amit görgetéssel érzékeltetni lehet.

Egyetlen hátránya, hogy megfelelő fényviszonyok szükségesek hozzá. Ha túl világos van, akkor a tábla nem látszik, ha túl sötét van, akkor a tanulók gyorsabban elfáradnak és jegyzetelni sem tudnak.

Az interaktív tábla a játékosítással ötvözve a digitális játékokhoz hasonlóan fokozottan bevonó és benntartó hatású. Azon túl, hogy esztétikus, szórakoztató, érdekes része a matematika órának fejleszti a koncentrációt, a logikai készséget, az előrelátást, a mérlegelést, a finom-motorikus mozgást (Barbarics és tsi., 2019).

#### *Tér- és mozgásélmény*

A nagyon sokoldalú *dinamikus geometriai programok* a matematika számos területét és a különböző reprezentációs szinteket kötik össze. Ezeknek az eszközöknek a megjelenése a tanulási-tanítási folyamatban igazi bővítés a geometriai szemléltetés, különösen a térbeli szemléltetés szempontjából.

A könyvbeli statikus képek, illetve a térhatású ábrák, valamint a táblai rajzok közös vonása, hogy a tanuló akkor látja azt, amit vizualizálni szeretnénk, ha rendelkezik a látvány feldolgozásához szükséges motivációval és előzetes tapasztalattal (csak az látja a deltoidot sárkányidomnak, aki röptetett már sárkányt). Ezzel szemben tudományosan bizonyított tény (Wertheimer, 1912; Koffka, 1935; Köhler, 1959), hogy a tér- és mozgásélmény a szemlélő akaratától függetlenül is kiváltható. A statikus képek megfelelő tempóban való bemutatásával felidézhető a mozgás folyamata. Dinamikus geometriai programokkal könnyű alkalmas ábrát előállítani és azokat megfelelő tempóban bemutatni. Már kétdimenziós dinamikus geometriai programok segítségével is létrehozható a térélmény, de sokkal könnyebb 3D-s szolgáltatással létrehozni a

térbeli konstrukciót, majd majd a megfelelően változtatott nézőpontokból bemutatni azokat. A kész 3D-s konstrukciót bemutathatjuk centrális és axonometrikus vetületben. Akármilyen szakszerű a szerkesztés és szép a látvány, a szokásos képernyőkön vagy az interaktív tábla felületén kétdimenziós, síkbeli ábra jelenik meg és a szemlélő számára az is marad mindaddig, amíg a dinamikus szolgáltatás által meg nem mozgatjuk (döntés és elfordítás). „Az álló és a mozgó kép látványa közötti különbség minden szemlélőre komoly benyomást tesz. Olyanok számára is létrejön a térélmény, akik a statikus képen nem igazodtak el” (Vásárhelyi, 2018).

Létező térbeli objektumokról olyan látványt is bemutathatunk, ami konkrét tárgyi modell segítségével nehezen vagy egyáltalán nem sikerülhet (üreg, nem rögzített elemek, stb.; lásd például Jakab, 2020b).

A legelterjedtebb dinamikus geometria szoftverek (AutoCad, Archicad, Cabri Geometry 2D-3D, Geometers' Sketchpad, Cinderella, 3DMath, Euklides, GeoGebra, sbt.) más-más filozófiával íródtak ugyan, de ugyanazokkal a lényegi funkciókkal rendelkeznek. Kutatásaimhoz, iskolai munkámhoz, kísérleteimhez a GeoGebrát választottam. A legfőbb tartalmi indok az volt, hogy a különböző reprezentációs szinteket (Bruner, 1968), valamint a matematika számos területét, sőt a különböző tantárgyakat össze lehet kötni vele (Geomatech). A gyakorlat szempontjából az szolgált mellette, hogy ingyenes, több platformon elérhető, a magyar kommunikációs nyelvezete választékos és ezek mindegyike fontos a kisebbségi oktatásban. Az is fontos szempont volt a választásnál, hogy a kezelése egyszerűen megtanulható. A didaktikai célok szempontjából előnyös, hogy beállíthatók az elérhető parancsok. A zavartalan munkához hozzájárult, hogy az elkészített munkalapot a felhőben tárolhattam, órai, illetve otthoni használatra egy-egy link segítségével megoszthattam.

*Az emlékezet támogatása előhívásos tanulási módszerrel*

A kísérletek során harmadikként az úgynevezett *teszteléses vagy előhívásos* tanítási módszert próbáltam ki.

Laboratóriumi körülmények között több kutatás is igazolta, hogy *az ismeretek előhívása a tanulási folyamat része, a felejtés ellenszere*. Ezek a kutatások elsősorban a nyelvtanulás, az anatómia, a rendszertan, a memória igényes tanulásra vonatkoztak. Magyarországon Racsmány Mihály kutatócsoportja publikált először ilyen irányú eredményeket (Keresztes és tsi., 2014). Röviddel a Racsmány eredményeinek közzététele után az ELTE Matematikai Tanuláseméleti Pszichológiai Kutatócsoportja elindította a módszer hatásának vizsgálatát a matematikatanulás terén. Ezeknek a kísérleteknek a jellemzője, hogy a mindennapi iskolai tanítási gyakorlatban folytak matematika, illetve nem matematika szakirányú egyetemi, középiskolai szintű oktatásban (Szabó, 2018; Bernáth, 2018; Dékány, 2019; Yakab(Jakab), 2020; Szeibert et al., 2022). Ehhez

a kutatáshoz én is csatlakoztam. Tanítványaim két szempontból is újak a korábbi népességhez képest: általános iskolások (6. osztályos, 12 évesek) és a kárpátaljai magyar kisebbséghez tartoznak.

Az előhívásos tanulási módszer lényege, hogy *ütemezett előhívással* támogatjuk az új tudáselem (ismeret, jártasság, készség) beépülését a tudáshálóba. Az előhívással egyrészt ellenőrizzük a tudáselem meglétét, másrészt a kapcsolatrendszerét.

#### *A tudáspróba típusú feladatlapok funkciói a kísérlet során*

Az IKT alkalmazása miatt kezdettől foglalkoztatott, hogy hogyan őrizhetjük meg a tanóra tapasztalatait, hogyan érhetjük el, hogy a képernyő kikapcsolásával ne vesszenek el a tanulságok se a diákok, se a tanár számára. Az interaktív feladatlapok többségének az a hiányossága, hogy nincs mögöttük adatbáziskezelő, és így a tanárnak nehezebb a tanulók teljesítményét áttekinteni. Ezért papíralapú feladatlapokkal egészítettem ki az IKT támogatással lezajlott tanítási folyamatot is. Ha a papíralapú és a digitális feladatlap össze van egymással hangolva, akkor rögzíteni lehet a papíralapú feladatlapon a digitális úton szerzett tanulságokat. A papíralapú feladatlapra rögzített jegyzet megmarad a digitális óra után is, ami segíti az otthoni felkészülést.

Az önálló tanulást segítő eszközök és módszerek között rangos hely jut a multimédiás feladatlapoknak. Ezzel egyidőben megnő a feladatlapok szakmai és módszertani minőségével kapcsolatos elvárás (Kovács, 2019; Jakab 2017b, 2021).

A tudáspróba típusú feladatlapokat úgy igyekeztem összeállítani, hogy ne az álljon a középpontban, hogy mit nem tud a diák, hanem a meglévő és az újonnan szerzett tudás együttes alkalmazására teremtsen lehetőséget. Ez támogatja a differenciált teljesítmény-visszajelzést, a tudásháló építését a pozitív megerősítés által (Vásárhelyi, 2008).

A feladatlap szerkezete és tartalma irányítja, terelgeti a diákokat, segít kiemelni a lényeges részeket és mintát ad a jegyzetelésre terjedelem és mélység szempontjából is.

A feladatlap alapján utólag is áttekinthető, megismételhető, korrigálható lett az órák. A feladatlapból kiolvashattam a diákok és az osztály teljesítményét feladatonként és összegezve is. Következtethettem a saját munkám eredményességére és pótlendő mozzanataira.

A feladatlap információban gazdag jegyzőkönyv, akár diagnosztikai mérés alapja is lehet, más kutatók is kiolvashatják belőle például a didaktikai célokat és a feldolgozás mélységét (Csapó 1997, Vári 2003).

A feladatlap segítségével koordinálhatjuk az időbeosztást (időzárás interaktív feladatlapok). Emellett az interaktív feladatlapok azonnali (vagy gyors) kiértékelése, az egyéni visszajelzés segíti a tanuló saját tanulási teljesítményének nyomonkövetését.

A feladatlap tartalmazhat rásegítő kérdést, magyarázatot, emlékeztetőt, ellenőrzésre szolgáló végeredményt. A megoldást azoknak is érdemes elolvasni, akik meg tudták oldani a feladatot, mert megerősíti őket az elgondolásukban. Emellett láthatják, hogy mennyire részletesen kell a megoldást leírni.

Az előhívásos tanulási-tanítási módszernél a feladatlapokat az ütemezett előhívás eszközeként is használtam.

A **3. fejezetben** beszámolok az elméleti kutatásom néhány eredményéről.

A saját újításaim elsősorban abban az irányban eredményesek, hogy a GeoGebra dinamikus geometriai program 3D-s szolgáltatásait hogyan lehet az interaktív feladatlap vezérlő parancsaival összeegyeztetni, a problémamegoldás dinamikus folyamatának szervezése közben se kell lemondani a térbeli alakzatok szemléltetéséről. Központi szerepet kaptak a Csúszka és a Jelölőnégyzet, mint irányító, szervező eszközök, valamint az interaktivitást lehetővé tevő Beviteli mező. Ezek az eszközök lehetővé teszik, hogy a diák a saját tempója szerint haladva figyelhesse meg a jelenséget és eközben felfedezhesse a jellemzőket, összefüggéseket. A GeoGebra egyrészt segít abban, hogy a részfeladatokat feladatfürtté szervezzük, másrészt olyan látványelemek is előkerülnek, amelyek dinamikus geometria nélkül nehezen megmutathatók. Ezeknek a szolgáltatásoknak az alkalmazását konkrét munkalapokhoz kapcsolódva mutatom be.

A **4. fejezetben** ismertetem az empirikus kutatást.

Három tanulási módszert hasonlítottam össze párosával (IKT támogatásos, előhívásos, hagyományos), ennek megfelelően három tanítási kísérletet végeztem.

Az egyes módszerek hatékonyságának vizsgálatához, a teljesítmények összehasonlításához bemeneti és kimeneti méréseket használtam

*A bemeneti mérések a diákok*

B1) hatodikos éveleji felmérő dolgozatra kapott osztályzatai<sup>3</sup>,

B2) hatodikos első félévi matematika osztályzatai,

B3) hetedikos éveleji felmérő dolgozat érdemjegyei.

*A kimeneti mérések*

K1) a kísérlet anyagából írt összegző dolgozat pontszámai,

K2) az utóteszt pontszámai,

K3) a geometria dolgozat pontszámai,

K4) a témazáró dolgozatok pontszámai,

K5) valamint egy magyarországi 7. osztály közös geometria dolgozatának pontszámai.

---

<sup>3</sup> Iskolánkban minden tanítási év elején – rövid ismétlés után – felmérő dolgozatot ír matematikából minden osztály.

*Az első kísérletben* a hagyományos és az előhívásos módszerrel tanuló diákok teljesítményét hasonlítottam össze. A vizsgálat középpontjában az állt, hogy a matematika órák mindennapi munkarendjébe beilleszthető-e az előhívásos tanulási módszer, és ha igen, milyen hatékonysággal.

Az előhívásos osztályban alkalmazott módszertani újítás az *előhívásos tanulási módszer* volt. Ez azt jelenti, hogy ütemezett előhívással segítettük a tanulást az egyes fázisaiban, a megismerésben, az elraktározásban és a felidézésben. Az előhívásos osztály diákjait az első órán tájékoztattam az óra végi számonkérésekről. A hagyományos osztályban a tananyag megismerése ugyanolyan módszerekkel, taneszközökkel és segédeszközökkel folyt, mint az előhívásos osztályban, de az óravégi ismétlés, összefoglalás tanári rendszerezéssel történt.

A módszer hatékonyságának vizsgálatához a K1 és K2 mutatókat használtam.

A kísérlet befejezéseként mindkét osztály *ugyanazt a tudásszintmérő feladatlapot* írta. Az elért teljesítmények alapján az előhívásos tanulási módszer szerint dolgozó osztály minden feladatnál jobban teljesített, mint a kontrollosztály.

A két tanulási módszer hosszútávú hatását a kísérlet után öt hónappal írt utóteszt alapján hasonlítottuk össze. Az előhívásos módszer szerint tanuló diákok – korábbi teljesítményüktől függetlenül – minden részfeladatnál magasabb pontszámot értek el, mint a kontrollosztályba járók.

*A második kísérletben* az egyik osztály előhívásos módszerrel tanult, a másik osztályban a tanári magyarázatok szemléltetése fokozott IKT támogatással folyt, valamint a tanár-diák interakciók jelentős részét az okos tábla bevonásával valósítottuk meg.

Ebben a kísérletben nemcsak az én két Ukrajnában tanuló magyar anyanyelvű osztályom matematika-tanulásának eredményességét volt alkalmam összehasonlítani egymással, hanem egy Magyarországon tanuló osztályéval is.

A második kísérletben a klasszikus „új anyag átadása, gyakorlás, számonkérés” fázisok helyett feladatorientáltan haladtunk a tananyaggal. Az IKT-s osztályban a tanár összefoglalta a tananyagot az óra végén, az előhívásos osztály röpdolgozatot írt — *közvetlen előhívás*.

A módszer hatékonyságának vizsgálatához a K3 és K5 mutatókat használtam.

*Az előhívásos és az IKT-s osztályok teljesítménye* közötti különbség nem szignifikáns ( $p = 0,15$ ). A második kísérlet tanulságai közül fontosak azok az itemek, ahol az IKT-s osztály eredménye jobb lett, mint az előhívásosé. Ezekre megpróbáltunk a dolgozatban magyarázatot adni.

*A harmadik kísérletben* a hagyományos, illetve a fokozott IKT eszközökkel támogatott tanulási módszer hatékonyságát hasonlítottam össze. Az IKT támogatás itt az egy diák-egy gép formációban való tanulást jelentette.

A hagyományos osztály órái a megszokott tantermükben, míg az IKT-s osztály órái vagy számítógépes tanteremben vagy interaktív táblás osztályban valósultak meg. Minden diáknak volt saját gépe a gyakorláshoz, feladatmegoldáshoz.

A módszer hatékonyságának vizsgálatához a K4 mutatót használtam.

Az órára beiktatott technológiai eszközökkel való tanulás az első mérés alapján lényegesen jobb eredményhez vezetett ( $p = 0,044$ ), míg a második mérés alkalmával a két osztály a tantervi követelményeket közel azonos szinten teljesítette ( $p = 0,81$ ). Emellett, az elért pontszámokat összehasonlítva az IKT-s osztály tanulói közül többen mutatnak teljesítménynövekedést, mint a kontrollosztálynál.

Az oktatási kísérlet végén kérdőív segítségével felmértem az IKT-s osztály diákjainak tanulási szokásait, IKT és egyéb segédeszközök használatát.

**Az 5. fejezetben** összevetem a kutatási eredményeket a hipotézisekkel.

*Az első hipotézis A) részének teljesülését alátámasztó eredmények*

- 1) *A tanári magyarázatban alkalmazott fokozott IKT támogatás és részben az ebből következő tanulói bevonódás hatékonyabbá tette a tanulás-tanítás folyamatát (K3 kimeneti mérés). Az interaktív tábla használatának néhány esetben olyan komoly előnyt tulajdoníthatunk, hogy az IKT-s osztály teljesítménye bizonyos pontokon (táblai szerkesztés) az előhívásos módszer szerint tanuló, de hagyományos eszközökkel dolgozó diákokénál jobb lett.*
- 2) *Az egy diák-egy gép formáció szerint tanuló diákok eszköz- és programhasználatból adódó többletterhelés dacára legalább olyan jól (sőt az egyik dolgozat alapján helyenként jobban) teljesítettek a tantárgy követelményeit és az egyéni teljesítményeket illetően mint a hagyományos osztály (K4 kimeneti mérés). Ugyanakkor az IKT használata számos egyéb kompetenciát is fejlesztett. Nem okozott gondot a különböző számítógépes programok használata, gyorsan elsajátították a hatékony órai használathoz szükséges ismereteket. A tanulók párhuzamosan szereztek matematikai és programhasználati tapasztalatokat, ami az eredményekben közvetlenül nem tükröződő többlettudást eredményezett. A diákok ügyesebben találták meg a tananyag összefüggéseit és magasabb szinten teljesítettek új probléma megoldásakor is.*

*Az első hipotézis B) részének teljesülését alátámasztó eredmények*

Az IKT-s osztály matematika órával kapcsolatos attitűd kérdőívek tanúsága szerint az IKT eszközök alkalmazása kognitív és érzelmi szempontból egyaránt pozitívan hatott. Az IKT hatására a tanulók jobban érdeklődnek a tananyag iránt, szerintük a tananyag érthetőbb és könnyebben elsajátítható általa. Az egyébként is szívesen végzett számítógépes tevékenységet az interaktív segédletek által sikerült a tanulás javára fordítani.

#### *A második hipotézis A) részére vonatkozó eredmények*

A diákok a megfelelő szoftverekkel segített szemléltetés miatt könnyebben elfogadják a kimondott állításokat, de éppen az eszköz jelenléte miatt nem gondolják alaposan végig. Így a számítógép az ismételt tanulás irányába terelheti a diákot. Ezt kompenzálni kell, gondoskodni kell az adott tulajdonságok tudatosításáról, elmélyítéséről. A K1 kimeneti mérés alapján bebizonyosodott, hogy az előhívásos tanulási módszer szerint dolgozó osztály teljesítménye jobb lett, mint a hagyományos módszer szerint tanulóké, így nem volt felesleges a ráfordított idő.

#### *A második hipotézis B) részére vonatkozó eredmények*

Az előhívásos módszer csaknem kiegyenlítette az IKT használata által szerzett előnyt. Az előhívásos tanulási módszerrel dolgozó osztály eredménye kedvezőbb, mint a kontroll-osztályé, azaz az előhívásos tanulás valóban javította a teljesítményt (K3 kimeneti mérés).

#### *A második hipotézis C) részére vonatkozó eredmények*

Az előhívásos módszerrel tanuló kárpátaljai 6. osztály eredménye a közös dolgozatban nem rosszabb, mint a magyarországi hagyományos módszerrel tanított 7. osztályé. A két osztály között nem volt szignifikáns különbség (K5 kimeneti mérés).

#### *A harmadik hipotézis teljesülését alátámasztó eredmény*

A mélyebb, tartósabb tudásra a K2 késleltetett kimeneti mérés alapján megállapítható, hogy az előhívásos tanulási módszerrel tartósabb tudás szerezhető.

A **6. fejezetben** említek néhány további kutatási szempontot.

A járvány világszerte új szituációt teremtett, kihívásként érte az oktatás irányítóit, végrehajtóit és alanyait a távolléti oktatás. Minden mozzanat megvalósítása IKT-s lett, nem csak azok, melyeket eredetileg szándékoztunk. Célszerű megvizsgálni a kényszerű digitalizálás pozitív és negatív hatásait mind a tanárok, mind a diákok körében. Mérlegelni kell, hogy mi az, amit érdemes megtartani (pl. közös internetes platform, a közzétett digitális tananyagok szigorúbb kontrollja).

#### *További kutatási kérdések*

Mindkét vizsgált tanítási módszerrel kapcsolatban pozitívak a tapasztalataim, de további kutatási feladat, hogy mennyire ötvözhető az előhívásos tanulási módszer és a fokozott IKT támogatás.

Tervezem a módszer kiterjesztését más tananyagokra és más korosztályokra is.

Végül a függelékben bemutatok néhány felhasznált segédeszközt, adattáblát és tanulói produkciót.

**Short thesis for the degree of doctor of philosophy (PhD)**

# **Mathematical competence development with ICT**

by Enikő Jakab

Supervisor: Dr. Vásárhelyi Éva



UNIVERSITY OF DEBRECEN  
Doctoral School of Mathematical and Computational Sciences

Debrecen, 2022

In my research, I sought and developed (Jakab, 2020b) tools and software (applications) with the use of which certain phases of the mathematics learning and teaching process can be effectively supported and that are available in minority Hungarian language education.

At the beginning of my career, I thought that “blended learning” (Korenova, 2014) is an efficient form of education that promotes effective acquisition of knowledge. Through online education, I got into a life situation (along with many of my peers) where it was not possible to choose a method, I had to be content with videos and animations instead of collecting concrete-manipulative experiences. During my online education, I tried to replace the missing traditional illustration by dynamic geometry software.

ICT also has a serious impact on life outside school, which has both positive and negative aspects (Prensky, 2001). As a teacher of mathematics and informatics, I have often used ICT tools in all phases of education in the past, but since 2016 I have been looking for the phases of learning and teaching mathematics that can be effectively supported with the tools and software (applications) available to in Transcarpathia.

While researching the usability of ICT, my supervisor and others drew my attention to the potential dangers of using ICT tools. We can think here for instance, ICT might degrade the accuracy of learning, concerning to usual of mathematics, ICT prompts us to a certain degree of superficiality. For ways to compensate for the negative effects, my supervisor called my attention to the retrieval-enhanced learning method (Jakab, 2020c). Therefore, my research plan has changed, resulting in three experiments.

I compared the efficiency in learning mathematics of the classes learning by ICT – traditional, retrieval-enhanced – traditional and ICT – retrieval-enhanced methods with the same curriculum and the same material as well as the equal number of hours. The study was conducted in two parallel classes of a Hungarian language school in Transcarpathia (BMG<sup>4</sup>). The experiments were conducted as part of the morning school sessions, with content appropriate to the class curriculum.

The used teaching methods are not totally separated, the differences are expressed mainly in depth, frequency and regularity. The so-called *traditional method* is the totality of tools, procedures and aids that have been acquired by me at the university and college levels and have been used for seven years. The facilities of the school made possible two types of *ICT-support*. By “frontal ICT-support” was the teacher’s explanation digitally illustrated, the “individual ICT-support” meant learning in a one-to-one computer environment. The third method is the “scheduled a retrieval-enhanced learning” for supporting the permanent embedding of learned knowledge and procedures.

---

<sup>4</sup> At present, the name is Bethlen Gábor Lyceum.

In **Chapter 1**, I justify the choice of topic and describe the research questions and hypotheses.

My interest in Hungarian mathematical teaching traditions and didactics led me to start my doctorate course (PhD), and as a teacher of mathematics and informatics, I thought that I could improve the efficiency of mathematics teaching by introducing ICT tools.

As a teacher of mathematics and informatics teaching in Hungarian in Transcarpathia, I consider the development of language, technological and mathematical competencies to be important. That is also important for me that my students acquire the Hungarian technical vocabulary, develop their comprehension and interpretation skills, as well as see the connection of the curriculum with their everyday life, so that the acquired knowledge does not stay within the classroom.

In our research we sought answers to the following questions:

- 1.a Can the mathematics learning process be made more efficient with the help of well-chosen and methodologically well-established used ICT tools?
- 1.b What changes does the modification of the teaching method bring about in terms of learning habits, thinking, and personality development?<sup>5</sup>
- 1.c How confusing is the “imperfection” of digitized content?

We have been learning more recently about the learning process that takes place in the individual. We know today that repetitive learning primarily supports short-term memory, lasting and deeper knowledge can be acquired through well-scheduled, multiple retrieval-enhanced (Wheeler & Roediger, 1992; Bernáth & Vásárhelyi, 2018).

- 2.a How can the retrieval-enhanced learning method be integrated into the daily routine of a Hungarian primary school in Transcarpathia and how is its effect?
- 2.b Does not the time balance upset by the scheduled retrieval-enhanced method?

I conducted my research before the spread of the coronavirus, so my also hypotheses relate to the effectiveness of teaching done with the number of ICT components chosen by the teacher.

*The first hypothesis:*

The time and energy spent on acquiring tool and program knowledge not only develops digital competence but also

- A) the class with enhanced ICT support used in teacher explanation and the class learning in a 'one student-one computer' formation, master the mathematics curriculum at least as effectively as the class where the traditional method is used;

---

<sup>5</sup> I can not study the physiological effect due to the lack of tools and expertise, but the question can not be decided in one single teaching experiment.

B) the attitude of the ICT-supported class changes positively towards mathematics lessons and learning mathematics.

*The second hypothesis:*

The knowledge of the class learning with the retrieval-enhanced learning method is at least as reliable in quantity and quality as

- A) the knowledge of the class using the traditional method;
- B) the knowledge of the class using increased ICT support;
- C) the knowledge of 7th formers studying with the traditional method in Hungary.

*The third hypothesis:*

Concepts built by using the retrieval-enhanced learning method are more permanently integrated into the knowledge web. The level of knowledge changes in favor of the retrieval-enhanced learning method in the medium and long term.

In **Chapter 2**, I review the theories related to the topic.

Year by year, ICT tools are evolving a lot and many new tools are becoming available, in addition the possibility of communication between different devices is expanding and the programs that can be run on each device are approaching a platform-independent state.

One such important tool is the interactive whiteboard. By using it, we can effectively support any form of work and any phase of learning. We can also create and find digital applications for individual, pair and group work that can help students get involved. The use of an interactive board is particularly effective in the case of a working method based on the intensive involvement of smaller groups (Simon, 2006; Námesztovszki, 2009; Barbarits et al. 2019).

The interactive whiteboard has a prominent role in increased “ICT-supported” face-to-face education:

- It combines the functions of several previous educational tools, such as a board (black or whiteboard), a projector (slide and overhead projector).
- It allows you to show the screen of the teacher’s device to the students and use it as a touch screen.
- The great advantage of rear projection or overhead interactive whiteboards over projectors or overhead projectors is the elimination of covering.
- It is suitable for engaging students, they can “reach out” to the course of the class, although it primarily helps with frontal teaching.
- The mobility of the teacher increases, you can control the process from several places, you can avoid covering.

- A “hybrid” presentation can be created, the “canned” explanation can be supplemented with current elements, the teacher draws, writes on the spot (Molnár & Muhari, 2007, p. 100).

The interactive whiteboard can be used with ever-expanding dynamic, interactive programs, multimedia learning units (Video Teacher, Sulinova, Geomatech, Smart Box, Smartbook, Socrative, Kahoot, Redmenta, Edubase, Online Test Pad, HotPotatoes).

The advantage of an interactive whiteboard over a traditional whiteboard illustration is that it is accurate and dynamic. Using the software requires a certain level of dexterity in addition to knowing the program (Csiba, 2019, p. 130), but for example, the line will be infinite and will not be bent, or parallel lines will not be intersecting, which can be perceived by scrolling.

The only downside is that it requires proper lighting conditions. If it is too light, the board will not be visible, if it is too dark, students will get tired faster and will not be able to take notes.

Combined with play, the interactive whiteboard, like digital games, has an enhanced engaging and retaining effect. In addition to being an aesthetic, fun, interesting part of the math class, it develops concentration, logical skills, foresight, deliberation, and fine motor skills (Barbarics et al., 2019).

#### *Experience of space and movement*

The versatile *dynamic geometry software* connects many areas of mathematics and different levels of representation. The emergence of these tools in the learning and teaching process is a real extension in terms of geometric illustration, especially spatial illustration.

The common feature of the static images in the book and the three-dimensional diagrams as well as the board drawings is that the student can see what he wants to show if he has previous experience and motivation to process the information. At the same time, it is a scientifically proven fact (Wertheimer, 1912; Koffka, 1935; Köhler, 1959) that the experience of space and movement can be triggered regardless of the will of the observer. The process of movement can be recalled by presenting static images at the right pace. With the help of *dynamic geometry programs* can be easily created suitable series of construction and presented at an appropriate pace.

Experience of space already can be also created with the help of two-dimensional dynamic geometry programs, but it is much easier to create spatial construction with 3D service and then display them from appropriately changed perspectives. We can display finished 3D construction in central and axonometric projection. No matter how professional the editing is and how beautiful is the vision, on standard screens or on the surface of the interactive whiteboard appears two-dimensional, planar figure and remains so for the observer until we move it by the dynamic feature (tilt and rotate). “The difference between the sight of a still and

a moving image makes a serious impression on any observer. Spatial experience is also created for those who have not properly interpreted the static image properly” (Vásárhelyi, 2018).

We can also present a sight of existing spatial objects that is difficult or impossible to achieve with the help of a specific object model (cavity, unfixed elements, etc.; see, for example Jakab, 2020b).

The most expanded dynamic geometry software (AutoCAD, ArchiCAD, Cabri Geometry 2D-3D, Geometers’ Sketchpad, Cinderella, 3DMath, Euklides, GeoGebra, etc.) were written with different philosophies, but they have the same essential functions. I chose GeoGebra for my research and school work and experiments. The main content reason of the choose was the possibility to connect the different levels of representation (Bruner, 1968), as well as many areas of mathematics and even different subjects (Geomatech). From aspects of practice the pros were that it is free and available on several platforms, the communication language of Hungarian is varied, and all of these are important in minority education. It was also an important consideration of the choice was that it can be easily learned to handle. For didactic purposes, it is advantageous that it is to be able to set the available commands. It was also an important consideration that students can easily learn to handle it and they can find actual worksheet in the cloud for working in the class and at home.

#### *Supporting memory through retrieval-enhanced method*

I tried the so-called “testing” or “retrieval-enhanced” method.

In laboratory conditions, several pieces of research have proved that the retrieval of knowledge is part of the learning process, the antidote to forgetting. These researches are mainly focused on the learning of language, anatomy, taxonomy, and memory-intensive learning. In Hungary, Mihály Racsmány's research group published in this direction at first time (Keresztes et al., 2014). Shortly after the publication of Racsmány's results, the Psychological Research Group on Mathematical Learning Theory of ELTE launched for investigation of the effect of the method in the field of mathematics learning. The new thing of these research is that they took place in everyday school teaching practice in mathematics and non-mathematics specialized university and high school education (Szabó, 2018; Bernáth, 2018; Dékány, 2019; Yakab(Jakab), 2020; Szeibert et al., 2022).

I also joined to this research. My students are new from two aspects compared to the earlier populations: primary school student (6th grade, 12 years old) and they belong transcarpathian minority Hungarian.

The essence of the retrieval-enhanced learning method is that we support the integration of the new knowledge element (knowledge, proficiency, skill) into the knowledge network with *scheduled retrieval*. With the retrieval, we check the existence of the knowledge element on the one hand and the relationship system on the other.

### *Functions of knowledge-test type worksheets during the experiment*

Because of the use of ICT, we have been concerned from the beginning on how to preserve the lesson experience, how to ensure that classes are not lost for both students and teachers by turning off the screen. The disadvantage of most interactive worksheets is that they do not have a database manager behind them, making it more difficult for the teacher to review student performance. Therefore, I supplemented the “ICT-supported” teaching process with paper-based worksheets. If the paper and digital worksheets are synchronized, the lessons learned digitally can be recorded on the paper-based worksheet. The note on the paper-based worksheet is retained even after the digital classes, helping the student prepare at home.

Multimedia worksheets have a prestigious place among the tools and methods that help self-learning. At the same time, expectations regarding the professional and methodological quality of the worksheets are increasing (Kovács, 2019; Jakab 2017b, 2021).

I tried to compile the knowledge-test type worksheets in such a way that the focus is not on what the student does not know, but on creating a possibility to apply the existing and the newly acquired knowledge together. This supports differentiated performance feedback, building a knowledge network through positive reinforcement (Vásárhelyi, 2008).

The structure and content of the worksheet guides students, helps highlight the essentials, and provides a sample for taking notes in terms of scope and depth.

Based on the worksheet, my class can be reviewed, repeated and corrected afterwards. From the worksheet, I was able to read the performance of the students and the class by task, as well as in summary. I could deduce the effectiveness and substitutable moments of my own work.

The worksheet can be an information-rich protocol for the researcher, even the basis of a diagnostic measurement, other researchers can also read out the didactic goals and the depth of processing (Csapó, 1997; Vári, 2003).

You can use the worksheet to coordinate your schedule (time-locked interactive worksheets). In addition, immediate (or quick) evaluation of interactive worksheets and individual feedback help the learner track their own learning performance.

The worksheet can contain a helping question, an explanation, a reminder, and a final result for verification. The solution is also worth reading for those who have been able to solve the task because it reinforces them in their idea.

In the “retrieval-enhanced” learning-teaching method, I also used the worksheets as a tool for scheduled retrieval.

In **Chapter 3**, I report on some of the results of my theoretical research.

My own innovations are mainly in the direction of how to combine the 3D features of the

GeoGebra dynamic geometry program with the control commands of the interactive worksheet, it is not need to resign the representation of spatial shapes also while organizing the dynamic process of problem solving. The Slider and the Checkbox have been given a central role as control and organizing tools, as well as the Input field which allows interactivity. These tools allow the student to observe the phenomenon at his/her own pace and meanwhile he/she can discover the characteristics and connections. On the one hand, GeoGebra helps to organize subtasks into task clusters, on the other hand provides visual elements that would be difficult to display without dynamic geometry. I present the application of these services in connection with concrete worksheets.

In **Chapter 4**, I describe empirical research.

In my teaching experiments I conducted three teaching experiments. I compared the efficiency in learning mathematics of the classes learning by “ICT-supported”, “retrieval-enhanced” or “traditional” methods.

I used input and output measurements to test the efficiency of each method and to compare the performances

*The input measurements were:*

- I1) grades obtained for the sixth-year assessment test, written at the beginning of the school year<sup>6</sup>,
- I2) sixth grade first semester mathematics grades,
- I3) grades of the seventh-grade assessment test, written at the beginning of the school year.

*Output measurements:*

- O1) scores of the summary test written from the experimental material,
- O2) final test scores,
- O3) scores of the geometry test,
- O4) scores of end-of-topic tests,
- O5) and the scores of a common geometry test of a 7th grade in Hungary

In the first experiment, I compared the performance of students learning using the “traditional” and “retrieval-enhanced” methods. The focus of the study was on whether the “retrieval-enhanced” learning method could be integrated into the daily routine of mathematics classes, and if so, how effectively.

The methodological innovation used in the retrieval-enhanced class was the retrieval-enhanced learning method. This means that we have helped learning in each phases, in

---

<sup>6</sup> At the beginning of each school year in our school, after a short repetition, each class writes an assessment test in mathematics.

cognition, storage, and recall with scheduled retrieval. In the first lesson, I informed the students in the retrieval-enhanced class about the end-of-class retrieving. In the traditional class, the material was introduced with the same methods, teaching aids and aids as in the retrieval-enhanced class, but the end-of-class repetition, summary were systemized by the teacher.

I used results of the O1 and O2 output measurements to examine the effectiveness of the method.

At the end of the experiment, both classes wrote the same knowledge-test type worksheet. Based on the achievements, the class working according to the retrieval-enhanced learning method performed better in all tasks than the control class.

We compared the long-term effects of the two learning methods based on a final test written five months after the experiment. Students learning according to the retrieval-enhanced method scored higher in each sub-task than those in the control class, regardless of their previous performance.

During the *second experiment* I examined the achievement of two classes. One class learned by “retrieval-enhanced” method and in the other class by “ICT-support” method. A significant part of teacher-student interaction was implemented with the involvement of a smartboard.

In this experiment, I had the opportunity to compare not only the mathematics learning success of my two Hungarian-speaking classes studying in Ukraine but also that of a class studying in Hungary.

During the lessons, we did not proceed with the curriculum in the classic “handing over new material, practice, accountability” phases, using a task-oriented way instead. In the ICT-supported class, the teacher summarized the material at the end of the lesson, and the retrieval-enhanced class wrote short test – a direct retrieval.

I used results of the O3 and O5 output measurements to examine the effectiveness of the method.

The difference between the achievement of the retrieval-enhanced and ICT-supported classes is not significant ( $p = 0.15$ ). Among the lessons of the second experiment, the items where the result of the ICT-supported class was better than the retrieval-enhanced are important. We tried to explain these in the dissertation.

In the *third experiment*, I compared the effectiveness of the “traditional” and “ICT-supported” learning methods. ICT support here meant learning in a one-to-one computer environment.

Lessons in the traditional class were held in their usual classroom, while lessons in the ICT-supported class were held in either a computer classroom or an interactive whiteboard classroom. Each student had their own computer for practice, problem solving.

I used results of the O4 output measurement to examine the effectiveness of the method.

Learning with the technological tools inducted in the class led to a significantly better result based on the first measurement ( $p = 0.044$ ), while during the second measurement the two classes met the curriculum requirements at almost the same level ( $p = 0.81$ ). At the same time, when comparing the scores, more students in the ICT-supported class show an increase in performance than in the control class.

At the end of the teaching experiment, I surveyed the learning habits, use of ICT and other aids of the students in the ICT-supported class with the help of a questionnaire.

In **Chapter 5**, I compare the research results with the hypotheses.

*Results supporting the fulfillment of part A) of the first hypothesis*

- 1) The increased ICT support *used in teacher explanation* and the partly consequent student involvement made the teaching-learning process more efficient (K3 output measurement). In some cases, we can attribute such a significant advantage to the interactive whiteboard that the performance of the ICT-supported class (whiteboard editing) was better than that of the students learning with the retrieval-enhanced method but with traditional tools.
- 2) Despite the additional workload caused by the use of tools and programs, students working in the '*one computer-one student*' formation performed at least as well (or even better in some areas based on one of the papers) in terms of subject requirements and individual performance as the class in which the traditional method was used (O4 output measurement). At the same time, the use of ICT has developed several other competencies. The use of various computer programs caused no problem for the students, quickly acquiring the knowledge necessary for effective classroom use. Students gained experience in both mathematics and program use, resulting in additional knowledge not directly reflected in the results. Students were more adept at finding correlations in the curriculum and also demonstrated a higher level of problem-solving skills when a new problem arose.

*Results supporting the fulfillment of part B) of the first hypothesis*

According to the attitudinal questionnaires of the ICT-supported class regarding maths lessons, the use of ICT tools had a positive effect on cognitive, emotional and behavioral aspects. As a result of ICT, students became more interested in the curriculum, noting that the use of ICT makes the curriculum more understandable and easier to master.

*Results for part A of the second hypothesis*

Students accept statements more easily because of the illustration aided by the right software; however, they do not think them through properly because of the presence of the tool. In this way, the computer might steer the students in the direction of re-learning. It should be

compensated by ensuring and deepening of specific properties. Based on the O1 output measurement, it was proved that the performance of the class working according to the retrieval-enhanced learning method was better than that of the students working according to the traditional method, accordingly no unnecessary time was spent.

*Results for part B of the second hypothesis*

The retrieval-enhanced method almost equalizes the benefits of using ICT. The result of the class working with the retrieval-enhanced learning method is more favorable than that of the control class, meaning that the retrieval-enhanced learning method has improved performance. (O3 output measurement).

*Results for part C of the second hypothesis*

Based on the same paper, the results of the 6<sup>th</sup> formers in Transcarpathia learning by the retrieval-enhanced method are not worse than those of the 7<sup>th</sup> graders in Hungary taught by the traditional method. There was no significant difference between the two classes (O5 output measurement).

*The result supporting the fulfillment of the third hypothesis*

Based on the O2 delayed output measurement, it can be concluded that more lasting and deeper knowledge can be acquired with the retrieval-enhanced learning method.

In **Chapter 6**, I mention some additional research aspects.

The epidemic has created a new situation worldwide, with distance learning challenging all members of education. All areas had to be implemented with ICT, not just the ones we originally intended. It is useful to examine the positive and negative effects of forced digitization among both teachers and students. Consideration should be given to what is worth keeping (e.g. common internet platform, strict control of published digital learning materials).

*Further research questions*

My experiences with both of the examined teaching methods are positive. However, a further research task is to find out how to combine the retrieval-enhanced learning method with increased ICT support.

I plan to extend the method to other materials and other age groups.

Finally, in the appendix, I present some of the aids used, the data plate, and the student production.

## Felhasznált irodalom

### References

- [1] Barbarics, M., Rózsahegyiné, V. É., Wintsche, G., (2019). *A játékok fejlesztő hatása*. Mindenki Iskolája, ELTE, Budapest.
- [2] Bernáth, L., Vásárhelyi, É. (2018). *Örömteli és eredményes matematikatanulás*. Rátz László Vándorgyűlés, Győr. 2018. december 27. URL: <https://slideplayer.hu/slide/15218758/>
- [3] Bernáth, L., Szabó, Cs., Muzsnay, A., Szeibert, J., & Zámbó, Cs. (2018). *Az előhívási hatás eredményessége a deduktív gondolkodást igénylő feladatok esetén*. ELTE TTK Módszertani Kari TDK, 2019. június 3. URL: <https://web.cs.elte.hu/~csaba/tdk/>
- [4] Csapó, B. (1997). *A tanulói teljesítmények értékelésének méréses módszerei*. In: Pöcze Gábor (szerk.) *A közoktatási intézmények tevékenységének tervezése és ellenőrzése*. OKI, Budapest, 97–111.
- [5] Csiba, P. (2019). *A matematika és ezen belül a geometria oktatásának a helyzete a Szlovákiai iskolarendszerben*. Habilitációs értekezés, Eszterházy Károly Egyetem (DOI: 10.15773/EKE.HABIL.2019.003.), Eger.
- [6] Dékány, É. (2019). My first experience of applying recall method in university mathematics education. In E. Kónya & Gy. Szanyi (Eds.), *Report of Meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences February 1- 3* (Vol. 17, p. 110). Stúrovo, Slovakia: University of Debrecen. DOI: 10.5485/ TMCS.2019.R029
- [7] Jakab, E. (2017b). *GeoGebra munkalapok értékelése*. Varga Tamás Módszertani Napok, 2017. november 10-11. Matematikadidaktikai Fórum, ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központ, Budapest.
- [8] Jakab, E. (2020b). *It is worth turning on GeoGebra 3D*. In: Ambrus, G., Sjuts, J., Vancsó, Ö., Vásárhelyi, É. (eds.) *Komplexer Mathematikunterricht: Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht*. Münster, Németország: WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, 221-234. URL: <https://doi.org/10.37626/GA9783959871648.0.13>
- [9] Jakab, E. (Якоб Еніке) (2020c). *Переваги навчання з використанням методу генерації (пригадування) матеріалу*. Науковий Вісник Ужгородського університету. Серія: «Педагогіка. соціальна робота», 2 (47), 218-225. /Enike Yakob: *The benefits of retrieval-enhanced learning*. Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series: Pedagogy Social Work (ISSN 2524-0609), 2 (47), 218-225./
- [10] Jakab, E. (2021). *IKT eszközökre alapozott matematikaoktatás*. In: Kanyári József és Fejős Sándor (szerk.) *A nemzeti összetartozás jegyében*. Ages Quod Agis Nonprofit Kft. (ISBN: 978-963-87010-1-5), Szeged, 227-243.
- [11] Keresztes, A., Kaiser, D., Kovács, G. & Racsmány, M. (2014). *Testing promotes long-term learning via stabilizing activation patterns in a large network of brain areas*. *Cerebral Cortex* 24(11), 3025–3035.
- [12] Koffka, K. (1935). *Principles of Gestalt psychology*. Harcourt, Brace, New York.
- [13] Kovács, Z., Cole, Zs. (2019). *Wise Use Of GeoGebra Supported By An Evaluation Routine*. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology* (ISSN 1933-2823) 13, 2., 136-144.
- [14] Korenova, L. (2014). *Blended learning in teaching mathematics at primary and secondary school*. APLIMAT: 13th Conference on Applied Mathematics, Bratislava, 206-213.
- [15] Köhler, W. (1959). *Gestalt psychology today*. *American Psychologist*, 14(12), 727–734.

- [16] Molnár, A. & Muhari, Cs. (2007). *Interaktív szemléltetés az oktatásban*. In: MultiMédia az Oktatásban 2007 Konferencia. Budapesti Műszaki Főiskola, Budapest, 95-101. URL: [http://www.mmo.njszt.hu/Kiadvanyok/2007/cikkek/19\\_MolnarMuhari.pdf](http://www.mmo.njszt.hu/Kiadvanyok/2007/cikkek/19_MolnarMuhari.pdf)
- [17] Námesztovszki, Zs, (2009). *Interaktív tábla az oktatásban*. Regionális Tudományi Társaság, Szabadka, 44-46.
- [18] Prensky, M. (2001). *Digital Natives, Digital Immigrants Part I-II*. *Ont the Horizon*, 9(5,6), 1–6.
- [19] Roediger, H. L. & Karpicke, J. D. (2006). *Test-enhanced learning: Taking memory tests improves long-term retention*. *Psychological Science* 17, 249–255.
- [20] Simon, T. (2006). *Interaktív táblák az oktatásban*. *Sulinet, Hírmagazin, Pedagógia*. 2016. szeptember 20. URL: <https://hirmagazin.sulinet.hu/hu/pedagogia/interaktiv-tablak-az-oktatasban>
- [21] Szabó Cs. & Szeibert J. (2018). Efficiency of test-enhanced learning in teaching elementary geometry. In: E., Bergqvist, M., Österholm, C., Granberg, L., Sumpter (Eds.) *Proceedings Of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. University of Gothenburg, Sweden: PME 5, 296.
- [22] Vári, P. (2003). *PISA-vizsgálat 2000*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [23] Vásárhelyi, É. (2008). *Hintergrundstheorien des Unterrichtsmodells Innere Differenzierung*. Doktori értekezés, Salzburg.
- [24] Vásárhelyi, É. (2018). *Térbeli feladatok megoldása GeoGebrával*. *Érintő, Elektronikus Matematikai Lapok*, június.
- [25] Wheeler, M. A., Roediger, H. L. (1992). *Disparate effects of repeated testing: Reconciling Ballard's (1913) and Bartlett's (1932) results*. *Psychological Science*, 3(4), 240-245.
- [26] Wertheimer, M. (1912). *Experimentelle Studien über das Sehen von Bewegung*. *Zeitschrift für Psychologie*, New York, 61, 161—265. [*Experimental Studies on the See-ing of Motion*. English translation in T. Shipley, ed., *Classics in Psychology*. Philosophical Library, New York, 1961]

## A SZERZŐ PUBLIKÁCIÓS JEGYZÉK

### Az értekezés témájához kapcsolódó publikációk

- Jakab, E. (2020b). *It is worth turning on GeoGebra 3D*. In: Ambrus, G., Sjuts, J., Vancsó, Ö., Vásárhelyi, É. (szerk.) *Komplexer Mathematikunterricht : Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht*. Münster, Németország: WTM Verlag für wissenschaftliche Texte und Medien, 221-234. URL: <https://doi.org/10.37626/GA9783959871648.0.13>
- Якоб Еніке (2020с). *Преваги навчання з використанням методу генерації (пригадування) матеріалу*. Науковий Вісник Ужгородського університету. Серія: «Педагогіка. соціальна робота», 2 (47), 218-225. /Еніке Якоб: *The benefits of retrieval-enhanced learning*. Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series: Pedagogy Social Work (ISSN 2524-0609), 2 (47), 218-225./
- Jakab E. (2021). *IKT eszközökre alapozott matematikaoktatás*. In: Kanyári József és Fejős Sándor (szerk.) *A nemzeti összetartozás jegyében*. Ages Quod Agis Nonprofit Kft. (ISBN: 978-963-87010-1-5), Szeged, 227-243.
- Jakab, E. (2016). *Az oktatás során alkalmazható médialehetőségek*. Matematikadidaktikai Fórum, ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központ, Budapest.
- Jakab, E. (2017). *GeoGebra munkalapok értékelése*. Varga Tamás Módszertani Napok, 2017. november 10-11. Matematikadidaktikai Fórum, ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központ, Budapest.
- TMCS-535 referenciaszámon megjelenés előtti cikk:
- Jakab, E. (2022). What does ICT help and does not help? Teaching of Mathematics and Computer Science, 20(1). DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2022.0535>
- Jakab, E. (2018). *Hol tartok a kutatásban? A téglatest és a kocka elemzése*. (Where do I go in research? Analysis of cuboid and cube.) In: Report of Meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences January 26-28, 2018 Hajdúszoboszló, Hungary. Teaching of Mathematics and Computer Science, 16(1). DOI: 10.5485/TMCS.2018.R028
- Jakab, E. (2019). *Pap sem beszél kétszer, hallgassák meg egyszer! Előhívásos tanulás*. (en: Neither priest speak twice, listen to him once! Learning with help of recall (testing) method) In: Report of Meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences February 1-3, 2019 Stúrovo, Slovakia. Teaching of Mathematics and Computer Science, 17(1). DOI: 10.5485/TMCS.2019.R029

Jakab, E. (2020a). *Értékelés és értékelés közötti különbség.* (en: Difference between evaluation and evaluation. ) In: Report of Meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences January 24-26, 2020 Sárospatak, Hungary. Teaching of Mathematics and Computer Science, 17(2). DOI: 10.5485/TMCS.2019.R030

### **További publikáció**

Jakab, E., Baranyai T., Stankov G., Korenova L., Marinovic I., Wintsche G. (2017). *Érettségik a határon túl: A határon túli magyar nyelvű matematika érettségik.* Érintő, Elektronikus Matematikai Lapok, június.

### **Az értekezés témájához kapcsolódó előadások**

Jakab Enikő: *Az oktatás során alkalmazható médialehetőségek.* VTMN, Budapest, Magyarország, 2016.11.11-12.

Jakab Enikő: *Pap sem beszél kétszer, hallgassák meg egyszer! Előhívásos tanulás.* MIDK, Párkány, Szlovákia, 2019. február 1-3., 135-136. /Enikő Jakob: *Neither priest speak twice, listen to him once! Learning with help of recall (testing) method.* February 1 – 3, 2019 MIDK, Stúrovo, Slovakia/

Jakab Enikő: *Értékelés és értékelés közötti különbség.* MIDK, Sárospatak, Magyarország, 2020. január 24-26., 135-136. /Enikő Jakob: *Difference between evaluation and evaluation.* January 24 – 26, 2020 MIDK, Sárospatak, Hungary/

Jakab Enikő: *IKT eszközökre alapozott matematikaoktatás.* „A nemzeti összetartozás jegyében”. Szeged, Magyarország, 2020.11.07.

Jakab Enikő: *GeoGebra munkalapok értékelése.* VTMN, Budapest, Magyarország, 2017.11.10-11.

Jakab Enikő: *Hol tartok a kutatásban? Síkidomok területe átdarabolással.* MIDK, Budapest, Magyarország, 2017. január 27-29. /Enikő Jakob: *Where am I in my research plan? The area of plain figures with the help of dissection.* January 27 – 29, 2017 MIDK, Budapest, Hungary/

Jakab Enikő: *Hol tartok a kutatásban? A téglatest és a kocka elemzése.* MIDK, Budapest, Magyarország, 2018. január 25-27., 135-136. /Enikő Jakob: *Where am I in my research plan? Analysis of cuboid and cube.* January 25 – 27, 2018 MIDK, Budapest, Hungary/



Nyilvántartási szám: DEENK/415/2022.PL  
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Jakab Enikő

Doktori Iskola: Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

MTMT azonosító: 10061262

## A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

### Magyar nyelvű könyvrészletek (1)

1. **Jakab, E.:** IKT eszközökre alapozott matematika oktatás.

In: "A nemzeti összetartozás jegyében" : Tanulmányok a doktori és posztdoktori képzésben résztvevő, külföldi magyar egyetemi hallgatók online PhD-konferencia előadásából. Szerk.: Fejős Sándor, Kanyári József, Ages Quod Agis Nonprofit Kft., Szeged, 227-243, 2021. ISBN: 9789638701015

### Idegen nyelvű, külföldi könyvrészletek (1)

2. **Jakab, E.:** It is worth turning on GeoGebra 3D.

In: Komplexer Mathematikunterricht: Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht. Hrsg.: Gabriella Ambrus, Johann Sjuts, Ödön Vancsó, Éva Vásárhelyi, WTM-Verlag, Münster, 221-234, 2020. ISBN: 9783959871648

### Idegen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (1)

3. **Jakab, E.:** What does ICT help and does not help?

*Teach. math. comput. sci.* 20 (1), 1-17, 2022. ISSN: 1589-7389.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2022.0535>

### Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (1)

4. **Jakab, E.:** The benefits of retrieval-enhanced learning.

*Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series: Pedagogy. Social Work.* 47 (2), 218-225, 2020. ISSN: 2524-0609.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.24144/2524-0609.2020.47.218-225>

### Magyar nyelvű konferencia közlemények (2)

5. **Jakab, E.:** Geogebra munkalapok értékelése.

In: Varga Tamás Módszertani Napok 2017, ELTE TTK, Budapest, 1-6, 2017.

6. **Jakab, E.:** Az oktatás során alkalmazható médialehetőségek.

In: Varga Tamás Módszertani Napok 2016, ELTE TTK, Budapest, 1-11, 2016.





Idegen nyelvű absztrakt kiadványok (3)

7. **Jakab, E.:** Difference between evaluation and evaluation.

*Teach. math. comput. sci.* 17 (2), 251, 2020. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2019.R030>

8. **Jakab, E.:** Neither priest speak twice, listen to him once!: Learning with help of recall (testing) 25 method.

*Teach. math. comput. sci.* 17 (1), 112, 2019. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2019.R029>

9. **Jakab, E.:** Where do I go in research?: Analysis of cuboid and cube.

*Teach. math. comput. sci.* 16 (1), 135-136, 2018. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2018.R028>

### További közlemények

Egyéb folyóiratközlemények (1)

10. Baranyai, T., Stankov, G., **Jakab, E.**, Korenová, L., Marinovic, I., Wintsche, G.: Érettségik a határon túl: A határon túli magyar nyelvű matematika érettségik.

*Érintő.* 4, 1, 2017. EISSN: 2559-9275.

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudományometriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2022.09.02.





Registry number: DEENK/415/2022.PL  
Subject: PhD Publication List

Candidate: Enikő Jakab  
Doctoral School: Doctoral School of Mathematical and Computational Sciences  
MTMT ID: 10061262

### List of publications related to the dissertation

#### Hungarian book chapters (1)

1. **Jakab, E.:** IKT eszközökre alapozott matematika oktatás.

In: "A nemzeti összetartozás jegyében" : Tanulmányok a doktori és posztdoktori képzésben résztvevő, külföldi magyar egyetemi hallgatók online PhD-konferencia előadásából. Szerk.: Fejős Sándor, Kanyári József, Ages Quod Agis Nonprofit Kft., Szeged, 227-243, 2021. ISBN: 9789638701015

#### Foreign language international book chapters (1)

2. **Jakab, E.:** It is worth turning on GeoGebra 3D.

In: Komplexer Mathematikunterricht: Die Ideen von Tamás Varga in aktueller Sicht. Hrsg.: Gabriella Ambrus, Johann Sjuts, Ödön Vancsó, Éva Vásárhelyi, WTM-Verlag, Münster, 221-234, 2020. ISBN: 9783959871648

#### Foreign language scientific articles in Hungarian journals (1)

3. **Jakab, E.:** What does ICT help and does not help?

*Teach. math. comput. sci.* 20 (1), 1-17, 2022. ISSN: 1589-7389.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2022.0535>

#### Foreign language scientific articles in international journals (1)

4. **Jakab, E.:** The benefits of retrieval-enhanced learning.

*Scientific Bulletin of Uzhhorod University. Series: Pedagogy. Social Work.* 47 (2), 218-225, 2020. ISSN: 2524-0609.  
DOI: <http://dx.doi.org/10.24144/2524-0609.2020.47.218-225>

#### Hungarian conference proceedings (2)

5. **Jakab, E.:** Geogebra munkalapok értékelése.

In: Varga Tamás Módszertani Napok 2017, ELTE TTK, Budapest, 1-6, 2017.

6. **Jakab, E.:** Az oktatás során alkalmazható médialehetőségek.

In: Varga Tamás Módszertani Napok 2016, ELTE TTK, Budapest, 1-11, 2016.





Foreign language abstracts (3)

7. **Jakab, E.:** Difference between evaluation and evaluation.

*Teach. math. comput. sci.* 17 (2), 251, 2020. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2019.R030>

8. **Jakab, E.:** Neither priest speak twice, listen to him once!: Learning with help of recall (testing) 25 method.

*Teach. math. comput. sci.* 17 (1), 112, 2019. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2019.R029>

9. **Jakab, E.:** Where do I go in research?: Analysis of cuboid and cube.

*Teach. math. comput. sci.* 16 (1), 135-136, 2018. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2018.R028>

### List of other publications

Other journal articles (1)

10. Baranyai, T., Stankov, G., **Jakab, E.**, Korenová, L., Marinovic, I., Wintsche, G.: Érettségik a határon túl: A határon túli magyar nyelvű matematika érettségik.

*Érintő.* 4, 1, 2017. EISSN: 2559-9275.

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

02 September, 2022

