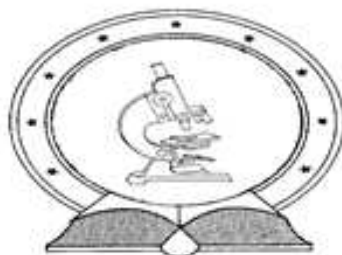


DE TTK



1949

RENDEZETLEN ANYAGOK TÖRÉSE

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Danku Zsuzsa

Témavezető

Dr. Kun Ferenc

DEBRECENI EGYETEM

Természettudományi Doktori Tanács

Fizikai Tudományok Doktori Iskolája

Debrecen, 2017

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi Doktori Tanács Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.

Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 2017. 04. 13.

Danku Zsuzsa
jelölt

Tanúsítom, hogy Danku Zsuzsa doktorjelölt 2011-2016 között a fent megnevezett Doktori Iskola Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult. Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Az értekezés elfogadását javaslom.

Debrecen, 2017. 04. 13.

Dr. Kun Ferenc
témavezető

RENDEZETLEN ANYAGOK TÖRÉSE

Értekezés a doktori (Ph.D.) fokozat megszerzése érdekében
a fizika tudományágban

Írta: Danku Zsuzsa okleveles fizikus

Készült a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának
Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programja keretében

Témavezető: Dr. Kun Ferenc

A doktori szigorlati bizottság:

elnök: Dr. Beke Dezső
tagok: Dr. Lendvai János
Dr. Gulácsi Zsolt

A doktori szigorlat időpontja: 2016. október 24.

Az értekezés bírálói:

Dr.
Dr.
Dr.

A bírálóbizottság:

elnök: Dr.
tagok: Dr.
Dr.
Dr.
Dr.

Az értekezés védésének időpontja:

Tartalomjegyzék

1. Jelölések	1
2. Bevezetés	4
3. Heterogén anyagok törése	6
3.1. A statisztikus fizikai leírás fontossága	7
3.2. A repedési zaj	8
3.2.1. Az akusztikus emisszió mérése	9
3.2.2. A repedési zaj jellemzői	10
3.3. Repedési zaj geológiai méretskálán	14
3.3.1. A földrengések skálatörvényei	15
3.3.2. Analógia a töréssel	18
4. Heterogén anyagok törésének szálköteg modellje	20
4.1. A klasszikus szálköteg modell	20
4.2. A kúszó törés	26
4.2.1. A kúszó törés szálköteg modellje	28
5. Célkitűzések	37
6. Kúszó törés időfejlődése	39
6.1. Időfejlődés alacsony terhelésen	39
6.1.1. Időfejlődés ELS határesetben	40
6.1.2. Időfejlődés LLS határesetben	42
6.2. A kúszó törés, mint inhomogén Poisson folyamat	43

6.3.	A mérési körülmények hatása	49
6.3.1.	A detektálási küszöb	49
6.3.2.	A detektorok holtideje	52
6.3.3.	A mérés kezdőpontja	53
6.4.	Rekord lavinák statisztikája	54
6.4.1.	A rekord statisztika	55
6.4.2.	Rekord statisztika a kúszó törésben	55
7.	Repedési lavinák időfejlődése és geometriája	67
7.1.	Repedési lavinák időfejlődése	67
7.2.	Repedési lavinák térbeli struktúrája	78
7.3.	A repedési front szerkezete	81
7.4.	Összevetés kísérleti eredményekkel	84
7.4.1.	Sík repedésterjedés lavinái	84
7.4.2.	Mágneses zaj dinamikus törésben	85
8.	A rendezetlenség mértékének hatása a törési folyamatra	88
8.1.	Makroszkopikus válasz	89
8.2.	Repedési zaj	92
8.3.	Kritikus exponensek	94
9.	Összefoglalás	98
10.	Summary	103
11.	Köszönetnyilvánítás	108
12.	Publikációs jegyzék	109
13.	Irodalomjegyzék	113

1. fejezet

Jelölések

a	A jelalak aszimmetriáját jellemző paraméter
$a(\sigma)$	σ terhelésen egyetlen szál törése által kiváltott másodlagos törések
A	A telítési ráta az Omori törvényben
A_{cs}	Elemi törési eseményhez tartozó csúcs területe
b	A Gutenberg-Richter exponens
c	Az Omori idő
c^i	Az i -edik szál károsodása
$\dot{c}_{th}^i$	Az i -edik szál károsodástűró képessége
d_{burst}	A lavinában eltört szálak száma
d_{dam}	A károsodás miatt eltört szálak száma
D	A girációs sugár lavinaméret függését jellemző exponens
D_f	A lavina területének fraktáldimenziója
E	Egy szál Young-modulusza
E_{cs}	Elemi törési eseményhez tartozó csúcs energiája
E_d	A földrengésben felszabaduló deformációs energia
H	Elemi törési eseményhez tartozó csúcs magassága
k	A rekord sorszáma
k^*	A karakterisztikus rekord sorszám
L	A négyzetrács oldalhossza
L_p	A lavina területét alkotó szálak száma
L_p^d	A lavina területét alkotó károsodással tört szálak száma

L_p^*	A lavina kerületi szálai közül a frontot érintők száma
m_k	A k -edik rekordhoz tartozó várakozási idő
m^{max}	A legnagyobb rekord várakozási idő
M	A földrengés magnitúdója
n	A lavinák sorszáma
n_b	A lavinában eltört szálak részaránya
n_d	A károsodás miatt eltört szálak részaránya
n_k	A k -edik rekordhoz tartozó esemény sorszám
$n(t)$	Az eseményráta az idő függvényében
n_Δ	A lavinák darabszáma a rendszermérettel normálva
N	A szálköteget alkotó szálak száma
N_Δ	A lavinák darabszáma
N_n	Az n -edik lavináig keletkezett rekordok száma
N_n^{tot}	A rekordok darabszáma a teljes idősorban
p	Az Omori exponens
$p(\dots)$	A mennyiség valószínűségi sűrűségfüggvénye
$P(\dots)$	A mennyiség valószínűségi eloszlásfüggvénye
r	Egy gömb sugara
$\vec{r}_i$	Az i -edik szál helyvektora a szálkötegben
$\vec{r}_c$	A lavina tömegközéppontjának helyvektora
R_g	A girációs sugár
s	Az időtartam eloszlás kritikus exponense
S	A jelalakok aszimmetriáját jellemző ferdeség paraméter
t_f	A szálköteg életideje
t_d	A holtidő értéke
t^*	A makroszkopikus törést megelőző mérési tartomány szélessége
T	Két egymást követő repedési lavina közötti várakozási idő
T_l	A várakozási idő eloszlás hatványfüggvény szakaszának alsó határa
T_u	A várakozási idő eloszlás hatványfüggvény szakaszának felső határa
u	Az allavina sorszáma
V	A mért feszültségjel
W	A lavina időtartama
z	A várakozási idő eloszlásának kritikus exponense
α	Az időtartam skálaexponense

β	A rendparaméter exponense
γ	A károsodás halmozódás sebességét kontrolláló exponens
$\delta_{c_{th}}$	$2\delta_{c_{th}}$ a károsodási küszöbök eloszlásának szélessége
δ_k	A k -edik rekord méretnövekmény
δt	Elemi törési eseményhez tartozó csúcs időtartama
$\delta_{\sigma_{th}}$	$2\delta_{\sigma_{th}}$ a teherbíró képesség eloszlásának szélessége
Δ	A lavinaméret
Δc^i	Az i -edik számban Δt idő alatt keletkező károsodás
Δ_d	A károsododási törések sorozatának hossza
Δ_s	Az allavina mérete
Δ_r^k	A k -edik rekord mérete
Δ_r^{max}	A legnagyobb rekord mérete
Δ_{th}	A dektektálási küszöb értéke
ε	A deformáció
ε_c	A kritikus deformáció
μ	A törési küszöbök rendezetlenségének mértékét kontrolláló exponens
μ_c	A kvázi-rideg rideg átmenet kritikus pontja
ν	A korrelációs hossz kritikus exponense
ρ	A Kagan-exponens
σ	A terhelés
σ_0	A szálkötegre ható külső terhelés
σ_c	A makroszkopikus teherbíró képesség
σ_e^c	Az egy szádra eső terhelés kritikus értéke
σ^i	Az i -edik szál lokális terhelése
σ_i^{th}	Az i -edik szál teherbíró képessége
σ_s	σ_0/σ_c , a külső terhelés a kritikus értékhez viszonyítva
σ_s^*	A karakterisztikus terhelés
σ_Δ	A levágási exponens
τ	Az energia / lavinaméret eloszlás kritikus exponense
τ_r	A rekordok méreteloszlásának kritikus exponense
χ	A jelalakok aszimmetriáját jellemző exponens

2. fejezet

Bevezetés

A heterogén mikroszerkezetű anyagok különböző méretskálán tartalmazhatnak rendezetlenséget (rácshibák, határfelületek, mikrorepedések), ami alapvetően befolyásolja mechanikai válaszukat és tönkremenetelük, törésük folyamatát [1]. A rendezetlen mikroszerkezet miatt az anyagok lokális terhbíró képessége erősen ingadozhat [1–3], ezért a terhelés hatására meginduló repedések megakadhatnak az anyag erősebb tartományain. Ennek következtében a rendezetlen anyagok törése fokozatos repedezésen és károsodás halmozódáson keresztül megy végbe. A repedések keletkezése és terjedése rugalmas hullámok keltésével jár, ami megfelelő érzékelőkkel repedési zaj formájában regisztrálható [4]. A repedési zaj mérésének segítségével a terhelés alatt álló heterogén anyagok károsodásának állapota minősíthető és felmerül annak lehetősége, hogy törésüket, tönkremenetelüket megjósoljuk [5–7].

A műszaki alkalmazások mellett a törési jelenségek nagyon fontos szerepet játszanak a természeti katasztrófák létrejöttében is: a földcsuszamlások, hó- és kőlavínák, valamint földrengések háttérében nyírás alatt létrejövő és terjedő repedések állnak [8]. A repedési zaj mérési módszereit terepen alkalmazva a katasztrófáknak ma már számos előjele azonosítható. Az elmúlt évtizedben a szakterületen végzett kutatások egyik legfontosabb kihívása lett a heterogén anyagok különböző mechanikai terhelések alatt bekövetkező törési folyamatainak megértése, majd a repedések dinamikája alapján

a katasztrófát megelőző gyorsulási szakasz korai előjeleinek azonosítása és a katasztrófa előrejelzési lehetőségeinek feltárása [5, 6]. Doktori munkám keretében ezekbe a kutatásokba kapcsolódtam be. Elsősorban a statisztikus fizika, a komplex rendszerek fizikája és a fizikai anyagtudomány megközelítési módszereire támaszkodva a kutatás frontvonalának legfontosabb kérdéseit vizsgáltam.

Doktori dolgozatom első részében a szakirodalom azon elméleti és kísérleti eredményeit foglalom össze, melyekre kutatómunkám során is építettem. A 2. fejezetben rövid áttekintést adok a heterogén anyagok töréséről és a rendezetlenség szerepéről a törési folyamat során. Részletesen ismertetem a repedési zaj kísérleti vizsgálatát és legfontosabb jellemzőit. A 3. fejezetben bemutatom a törési folyamatok tanulmányozására a számítógépes szimulációk során általam használt szálköteg modell alapváltozatát és a kúszó törés vizsgálatára alkalmas kiterjesztését. A disszertáció második része tartalmazza a kutatómunkám során kapott eredményeimet. Az 5. fejezetben a konstans, szubkritikus terhelésnek kitett rendszer időfejlődését tanulmányozom a törési folyamat alatt bekövetkező repedési események idősorán keresztül. A 6. fejezet során az egyedi repedési események időbeli és térbeli fejlődését, valamint ezek kapcsolatát vizsgálom. A 7. fejezetben analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációkkal tanulmányozom a rendezetlenség mennyiségének szerepét a kvázisztatikusan növekvő terhelés alatt lejátszódó törés folyamatában.

3. fejezet

Heterogén anyagok törése

A törés jelenségével, azaz az anyagoknak terhelés hatására bekövetkező károsodásával és több darabra szétesésével a mikroszkopikus szinttől kezdve egészen a csillagászati léptékű folyamatokig találkozhatunk [1, 2]. Attól függően, hogyan terheljük a testeket, sokféle törési jelenséget figyelhetünk meg. Abban az esetben, ha az anyagot a teherbíró képességénél nagyobb terhelésnek tesszük ki, nagyon rövid idő alatt el fog törni. Kisebb, szubkritikus terhelés mellett viszont a törési folyamat lényegesen lassabban zajlik, a makroszkopikus törés csak bizonyos idő elteltével következik be, de egy küszöb terhelés alatt az élettartam végtelen is lehet. Ennek a szubkritikus törésnek két típusát különböztetjük meg. Időben állandó terhelés esetén kúszó törésről beszélünk. Ilyen terhelésnek például az épületek szerkezeti elemei vannak kitéve [9]. Fáradás alatt pedig az időben változó terhelés hatására végbemenő törési folyamatot értjük. Ez utóbbi terhelés lép fel például hidak esetében [9].

Amennyiben az anyagra ható terhelés időben változik, lényeges szempont, hogy milyen ütemben. Kvázisztatikus terhelés során nagyon lassan, fokozatosan növekszik a terhelés, így az anyagnak van ideje relaxálódni, a törési folyamat során egyensúlyi állapotokon keresztül közelíti meg a makroszkopikus törést kiváltó kritikus terhelést. A kvázisztatikus törés esetében általában kialakul egy domináns repedés, így végül az anyag két darabra törik szét [10, 11].

Ezzel szemben a fragmentáció esetében nagyon rövid idő alatt közlünk nagyon sok energiát az anyaggal, aminek hatására párhuzamosan nagyszámú repedés keletkezik és indul növekedésnek. Ennek eredményeképpen a test anyagdarabok, úgynevezett fragmensek sokaságára hullik szét [12, 13].

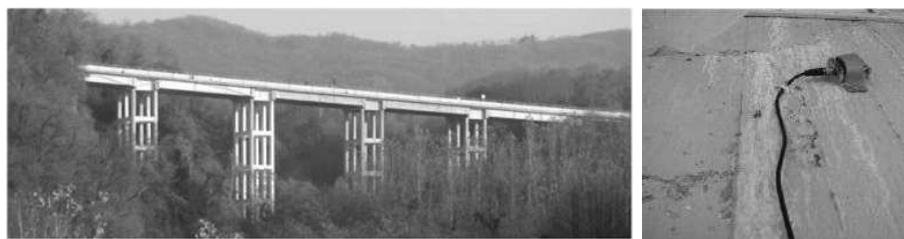
A dinamikus törés esetében, hasonlóan a fragmentációhoz, az energiaközlés nagyon gyors, azonban a határfeltételek biztosítják azt, hogy csak egyetlen repedés indul meg és terjed nagy sebességgel az anyagban, így az végül mindössze két darabra törik szét [10, 11, 14, 15].

3.1. A statisztikus fizikai leírás fontossága

A terhelés módja mellett az anyagok törési folyamataira alapvető hatással van a bennük jelen lévő rendezetlenség (rácshibák, mikrorepedések, határfelületek) és annak mennyisége [1]. A rideg anyagok a nulla rendezetlenség határesetében tökéletesen rideg viselkedést mutatnak, azaz minden előjel nélkül, hirtelen omlanak össze. A közepes rendezetlenségek tartományán viszont azt találjuk, hogy az anyag teherbíró képességét lokálisan csak valamilyen valószínűségi eloszlással lehet kimerítően jellemezni [1–3]. Az anyag lokálisan gyengébb részein könnyebben megindulnak a repedések, ezért a szabályos, kristályos struktúrához képest a rendezetlen mikroszerkezet alacsonyabb σ_c makroszkopikus teherbírást eredményez. Ezen túlmenően megfigyelhető egy méreteffektus is, a testek méretének növelésével teherbíró képességük tipikusan csökken [3, 16].

A látszólagos negatív hatások mellett a heterogenitás jelenlétének számos fontos pozitív következménye is van: heterogén anyagokban előfordulhat, hogy egy repedés egy lokálisan erősebb tartományba behatolva megáll. Ennek következtében a törés nem hirtelen, katasztrófa szerűen következik be, hanem egy fokozatos repedezés és károsodás halmozódás előzi meg. A törési folyamat ezen diszkrét lépéseit kísérő repedési zaj energiája [17], a fragmentáció során keletkező fragmensek méretei és tömegei [12, 13] és számos más, a folyamatot és eredményét jellemző mennyiség hatványfüggvény eloszlást követ [17].

Az elmúlt két évtized kísérleti és elméleti vizsgálatai megmutatták, hogy a törési jelenségek érdekes analógiát mutatnak a fázisátalakulásokkal és a



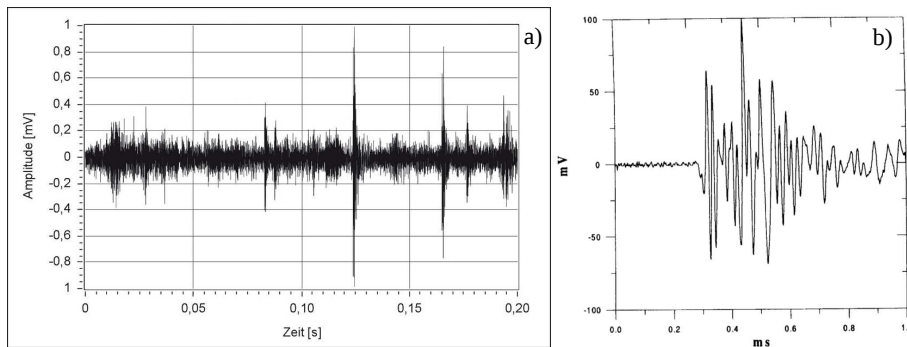
3.1. ábra. Akusztikus érzékelő egy híd pillérére rögzítve [4].

kritikus jelenségekkel, jellemző kritikus exponenseik pedig robusztusnak bizonyultak. Ezek az eredmények arra hívják fel a figyelmet, hogy a heterogén anyagok törése kimerítően a statisztikus fizika keretein belül érthető meg. A jelenségkör elméleti leírása olyan módszerek alkalmazását igényli, amelyek képesek a heterogenitást figyelembe venni.

3.2. A repedési zaj

A rendezetlen anyagok törése fokozatosan, a makroszkopikus törést megelőző mikrotöréseken keresztül megy végbe. A mikrorepedések keletkezése és terjedése során a lokálisan felhalmozódott deformációs energia egy része rugalmas hullámok formájában szabadul fel [4]. Ez a repedési zaj értékes információt hordoz a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájáról, a mérésükön alapuló akusztikus emissziós tesztek az általam is vizsgált törési folyamatok tanulmányozásának egyik legfontosabb eszköze [4]. Az akusztikus emisszió mérése lehetővé teszi, hogy a terhelt rendszerek időfejlődését beavatkozás nélkül, folyamatában tudjuk vizsgálni. Nagyon fontos előnye, hogy a laboratóriumi kísérletek mellett a terepen végzett mérések is könnyen kivitelezhetőek. Mára már széles körben elterjedt gyakorlat a különböző szerkezeti elemek (pl. hidak 3.1. ábra), nagy nyomású tartályok, geológia képződmények monitorozása, károsodásuk nyomon követése a repedési zajon keresztül [4].

Az alfejezet első részében röviden összefoglalom az akusztikus mérések menetét, majd a következő részben áttekintem a repedési zaj legfontosabb statisztikus jellemzőit.



3.2. ábra. a) Egy akusztikus mérés során rögzített feszültségjel [24]. b) Egy elemi törési eseményhez tartozó zajcsomag [19].

3.2.1. Az akusztikus emisszió mérése

Laboratóriumi körülmények között az előkészített mintát konstans vagy időben változó (ciklikus vagy monoton növekvő) terhelésnek teszik ki [17–23]. Az akusztikus emisszió érzékelése a mintára rögzített, általában piezoelektromos elven működő érzékeny mikrofonokkal történik. A mikrörepedések keltette jelek viszonylag kicsik, így érzékelésük és a háttérzajtól való megkülönböztetésük komoly kihívást jelent és fejlett eszközöket (érzékelők, erősítők, szűrők) igényel [4]. A zaj csökkentése érdekében a mozgó alkatrészek minimalizálására törekszenek, valamint egyes esetekben szigetelő réteggel is védik a kísérleti apparátust a környezeti (elektromos és akusztikus) zajoktól [18, 19]. Az analóg jelet előbb felerősítik, szűrik (az alacsony frekvenciák szűrésével a környezeti zaj jelentős része kivédhető), majd digitalizálják (pl. oszcilloszkóppal) [18, 19]. Több mikrofon alkalmazásával lehetővé válik az akusztikus emisszió forrásának beazonosítása is. Amellett, hogy így a törési folyamat térbeli és időbeli fejlődéséről is nyerhetünk információkat, a mintán kívülről érkező jelek számottevő része azonosítható és kiszűrhető [18, 19].

A 3.2.a ábra mutat példát az akusztikus emissziós mérések során rögzített feszültségjelre. Jól megfigyelhetők az elemi törési események csúcsai, amelyek kiemelkednek a háttérzajból. A törési folyamat vizsgálatához elkülönítik a környezeti zaj járulékát, valamint egyedi csúcsokra bontják az adat-

sort [4, 18, 19].

3.2.2. A repedési zaj jellemzői

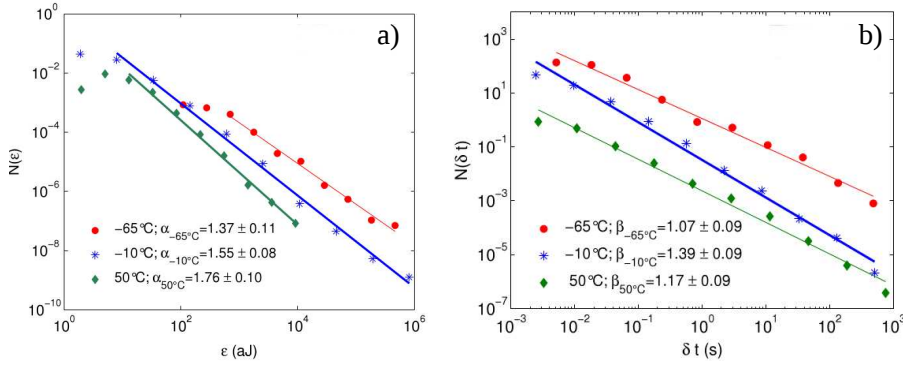
Az érzékelők által rögzített feszültségjelben azonosítható csúcsok egy-egy törési eseményhez köthetők (3.2.b). Egy törési esemény során különböző méretű szabad felület keletkezhet, így nem csak a mikrotörés bekövetkezésének t időpontja, hanem nagysága is érdekes [19], ami a csúcshoz tartozó feszültségjel négyzetes integrálásával kapható E_{cs} energia mennyiséggel jól jellemezhető [17–19, 21]. További fontos mennyiségek még a csúcs H_{cs} magassága, δt időtartama (szélessége) és A_{cs} területe [17–19, 21]. A csúcsjellemzők mellett információt hordoz két törési esemény között eltelő T várakozási idő is [17–19, 21]. Több mikrofon alkalmazása esetén a beérkezési idők felhasználásával a törési esemény bekövetkezésének helye is nagy pontossággal azonosítható [18, 19]. A zajmérés eredményeként a heterogén anyagok komplex törési folyamata elemi törési események idősorára bomlik. A repedési zaj idősor hatalmas mennyiségű információt tartalmaz a törési folyamatról, amit elsősorban a statisztikus fizika módszereinek alkalmazásával tudunk kinyerni.

Statisztikus tulajdonságok

A törési folyamat egészének jellemzésére alkalmasak a csúcsjellemzők valószínűség eloszlásai. Ilyenkor minden egyes törési eseményt figyelembe veszünk, függetlenül attól, hogy mikor következett be. Az előző pontban ismertetett mikroszkopikus mennyiségek ($E_{cs}, T, \delta t, A_{cs}$) eloszlásfüggvényei hatványfüggvény viselkedést mutatnak. Erre mutat példát a 3.3. ábra, ahol polimer hab kúszó törése során mért akusztikus zaj energia és várakozási idő eloszlása látható [17]. Az eloszlások függvényalakja jól leírható a

$$p(x) \sim^{-\tau} e^{-x/x_0} \quad (3.1)$$

összefüggéssel, ahol τ a hatványfüggvény szakasz exponense, az x_0 pedig a vizsgált mennyiség levágási értéke. Ezt azt jelenti, hogy a mennyiségek lehetséges értékeinek nincs karakterisztikus skálája, a legnagyobb értéknek a rendszer mérete szab határt, azaz skálainvariánciát mutat [17]. Az eloszlásokat jellemző hatványkitevők értékének meghatározása azért kiemel-

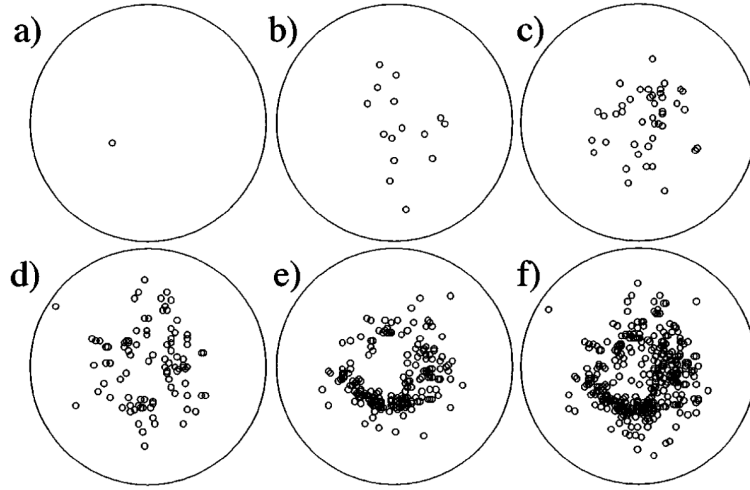


3.3. ábra. Egy üvegszerű polimer hab kúszó törése során mért a) energia és b) várakozási idő eloszlás különböző hőmérsékleteken (az idézett ábrák jelölése eltér a dolgozatétól) [17].

ten fontos, mert segítségükkel a törési jelenségek és anyagtípusok ún. univerzalitási osztályokba sorolhatók. Egy univerzalitási osztályba tartozó jelenségeknél vagy anyagoknál az exponensek értéke azonosnak adódik, jó közelítéssel független a vizsgált anyag részletes tulajdonságaitól. Az univerzalitási osztályok feltárása a statisztikus fizika egyik központi kérdése.

Térbeli fejlődés

Az akusztikus emisszió méréseivel a törési folyamat térbeli fejlődése is nyomon követhető, ha lehetőség van több mikrofon adataiból a törési esemény lokalizációjára [18, 19]. Az egymást követő törési események térbeli viszonyát nagyban befolyásolja az anyagelemek közötti kölcsönhatás hatótávolsága, az anyagban a terhelés hatására ébredő feszültség eloszlása és az anyag rendezetlensége [10, 11]. Heterogén anyagok törésének [10, 11] általános jellemzője, hogy alacsony terheléseken a repedések keletkezését a rendezetlenség kontrollálja. Ezért a törési folyamat elején az elemi törések térben véletlenszerűen követik egymást, egyenletesen oszlanak el az anyagban. A mikrotörések környezetében megnövekvő lokális terhelés hatására a mikrotörések idővel egyre jobban korreláltakká válnak, ezért csoportosulnak, majd a folyamat végén a kis repedések egy nagy repedésbe nyílnak össze, ami az anyag makroszkopikus törését okozza [10, 11]. A 3.4. ábrán

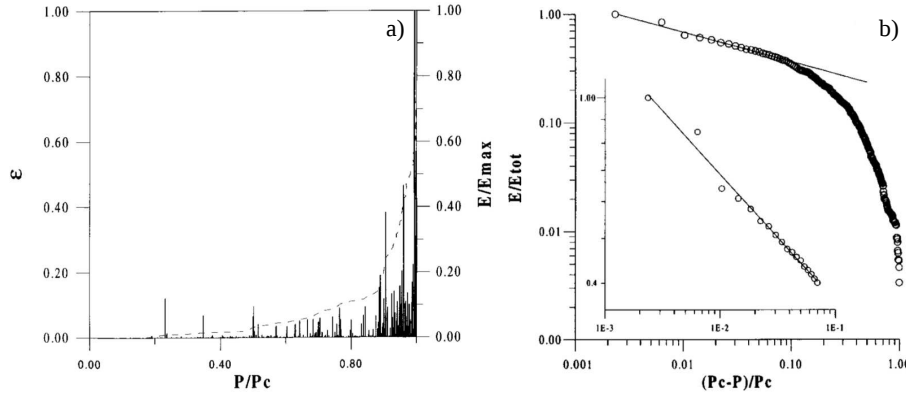


3.4. ábra. Fa minta törése során mért akusztikus események pozíciói az egyenletesen növelt terhelés azonos nagyságú szakaszain a)-e), illetve a törési folyamat teljes időtartama alatt f) [18].

bemutatott esetben [17, 19] fa próbatest esetén látható az egyenletesen növekvő terhelés azonos nagyságú tartományaiban mért törési események pozíciói (a)-e)), f) pedig a törési folyamat során rögzített összes eseményt tartalmazza. Jól megfigyelhető a mikrotörések fokozatos lokalizációja, amint a rendszer megközelíti a makroszkopikus törés kritikus pontját [11, 18, 19].

Kritikus viselkedés

Lassan növekvő σ terhelés alatt a heterogén anyagok törési folyamata a σ_c kritikus terhelés felé gyorsul. Ez mikroskálán abban nyilvánul meg, hogy a repedési lavinák egyre sűrűbben követik egymást, és az akusztikus események magnitúdójának mind az átlagértéke, mind a szórása gyorsan növekszik, ha σ tart σ_c -hez. Erre látunk példát az 3.5.a ábrán, amely akusztikus jelek energiáját mutatja a külső terhelés függvényében [19]. Makroskálán hasonló viselkedést mutat az ε deformáció $\dot{\varepsilon}$ sebessége [20]. Részletes kísérleti vizsgálatokkal kimutatták, hogy a gyorsulás függvényalakját hatványfüggvény írja le, azaz a lavinák átlagos mennyiségei és azok integrált, kumulatív értékei hatványfüggvény divergenciát mutatnak a kritikus ponttól



3.5. ábra. Fa próbatest törése során rögzített akusztikus emissziók maximális értékkel normált energiája a P_c kritikus nyomással normált nyomás függvényeként [19]. b) A E kumulatív energia (a maximális értékkel normálva) a makroszkopikus törést okozó terheléstől (P_c nyomástól) mért távolság függvényében (szintén a maximális értékkel normálva) fa minta esetén. A makroszkopikus törés közelében hatványfüggvény viselkedést találunk. A kisebb, belső ábra csak a hatványfüggvény szakaszt mutatja [19].

mért távolság függvényeként. A lavinák energiáját tekintve példaként a

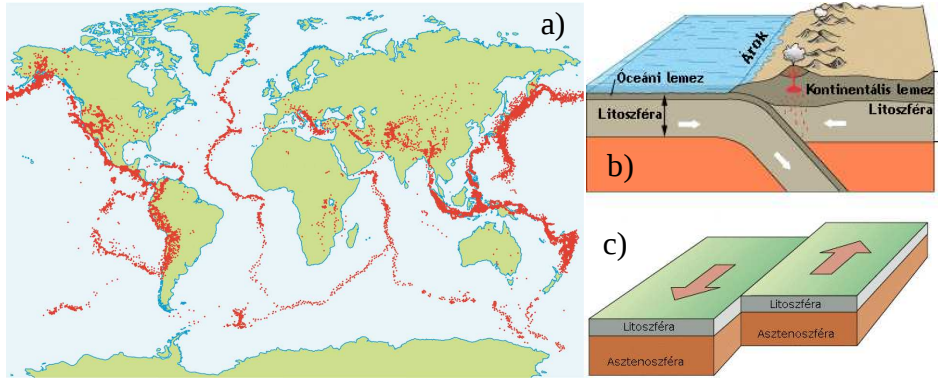
$$\langle E_{cs} \rangle = A (\sigma_c - \sigma)^{-\varphi} \quad (3.2)$$

függvényalakot kapjuk. A 3.5.b ábra a repedési lavinák kumulatív energiáját illusztrálja, ahol jól megfigyelhető a kritikus pont közeli hatványfüggvény viselkedés [19]. A zajjellemzők hatványfüggvény eloszlása és a 3.2. alakú hatványfüggvény divergencia azt jelzi, hogy a törési jelenségek analógiát mutatnak a folytonos fázisátalakulással, kritikus jelenségekkel. A 3.2. összefüggés érdekessége, hogy explicite tartalmazza a σ_c kritikus terhelés értékét, ami felveti az előrejelzés lehetőségét. Az úgynevezett Failure Forecast Method éppen ezt aknázza ki, az $\langle E_{cs} \rangle (\sigma)$ analízisével még σ_c előtt meghatározzák σ_c értékét a 3.2. összefüggés alkalmazásával [5]. Szintén ez az úgynevezett szeizmikus gyorsulás használható vulkánkitörés előrejelzésére is [5].

3.3. Repedési zaj geológiai méretskálán

Számos olyan természeti katasztrófa van, mint például a földcsuszamlások, kő-, és hólavínák, földrengések, amelyek háttérben repedések hirtelen keletkezése és terjedése áll [8]. A fejezetben a földrengések példáján mutatjuk be, hogy a katasztrófális eseményeket a heterogén anyagok töréséhez hasonló skálatörvények jellemzik.

A földrengések kialakulását a lemeztektonika elmélet [25, 26] írja le. A Föld különböző tulajdonságokkal rendelkező rétegekből épül fel. A földrengések szempontjából a két legkülső réteg, a litoszféra és az asztenoszféra a meghatározó. Az elmélet szerint a hideg, merev litoszféra nem egységes, hanem kőzetlemezekre oszlik, melyek mintegy "úsznak" az alattuk lévő melegebb, képlékeny asztenoszférán. A Föld középpontja felől ki felé áramló hő az asztenoszférában konvekció útján terjed. A kialakuló áramlási cellák a kőzetlemezeket elmozdítják, melyek egymáshoz képest évi néhány centiméteres sebességgel közeledhetnek, távolodhatnak, illetve elcsúszhatnak egymás mellett. A földrengések nagy része a kőzetlemezek találkozásainál, az ún. törésvonalak mentén keletkeznek (3.6.a ábra). Közeledő kőzetlemezek esetén ún. szubdukciós zóna alakul ki, ahol a találkozó lemezek közül a vékonyabb a vastagabb lemez alá bukik. A fellépő hatalmas súrlódási erők hatására a kőzetlemezek addig deformálódnak, míg a felhalmozódó feszültség egy kritikus szintet átlépve lökéshullámok formájában relaxálódik, melyek során nagy mennyiségű deformációs energia szabadul fel (3.6.b ábra). Erre a folyamatra vezethetők vissza a csendes-óceáni lemez és az eurázsiai lemez találkozásánál kipattanó földrengések is (pl. a Tohoku földrengés 2011. március 11.-én Japánban). Hasonló mechanizmus figyelhető meg az egymás mellett elcsúszó kőzetlemezek esetében is. Az asztenoszféra áramlatai a kőzetlemezeket ellentétes irányba mozdítanak el, de az érintkező lemezek között fellépő nagyfokú súrlódás ezt akadályozza. Amikor a lemezekben halmozódó mechanikai feszültségek a határértéket átlépik, az érintkező lemezek lökéshullámokat keltve hirtelen megcsúsznak egymás mellett (3.6.c ábra). Ez a folyamat játszódik le pl. a Szent András-törésvonal mentén (1906-os San Francisco-i földrengés). A földrengések során a lemezek elmozdulása akár méter nagyságrendű is lehet [25, 26].



3.6. ábra. a) A piros pontokkal jelölt földrengések eloszlása nem egyenletes a Földön, a rengések túlnyomó többsége a törésvonalak mentén pattan ki [27]. b) Közeledő kőzetlemezek találkozásánál szubdukciós zóna alakul ki, ahol a vékonyabb lemez a vastagabb alá bukik [28]. c) Párhuzamosan, de ellentétes irányba mozgó kőzetlemezek mozgását súrlódás gátolja, a földrengés keletkezésekor hirtelen jönnek mozgásba [29].

3.3.1. A földrengések skálatörvényei

A földrengések kísérleti tanulmányozása során számos alapvető skálatörvényt sikerült feltárni, amelyek hasonlóak a törési jelenségeket kísérő repedési zaj skálatörvényeihez.

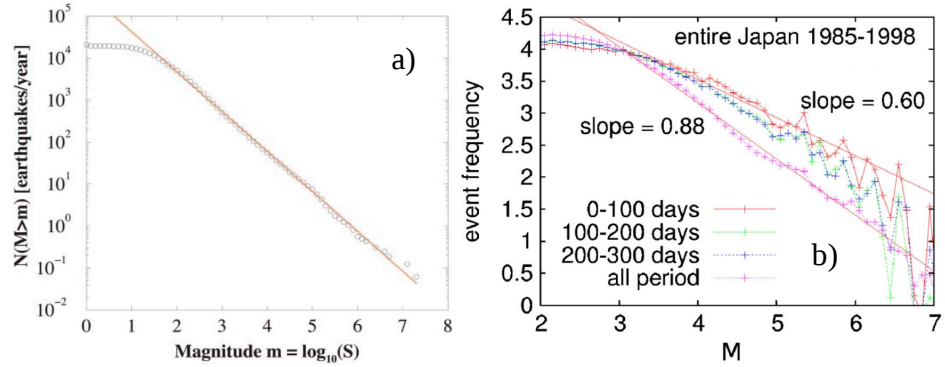
A Gutenberg-Richter törvény

A Richter-skálát [26] 1935-ben vezették be a földrengések erősségének jellemzésére. Ez egy 0-tól 10-ig terjedő skála, melynek mérőszáma, az M magnitúdó, a földrengésben felszabaduló deformációs energia logaritmusával arányos $M \sim \log E_d$. A Gutenberg-Richter törvény szerint a $\geq M$ magnitúdójú földrengések száma [26]

$$N(M) \sim 10^{-bM} \quad (3.3)$$

exponenciális eloszlást követ (3.7.a ábra). Mivel az energia $E_d \sim 10^{\frac{3}{2}M}$ alakba írható, az energia eloszlására [26]

$$p(E_d) \sim E_d^{-\frac{3}{2}b} \quad (3.4)$$



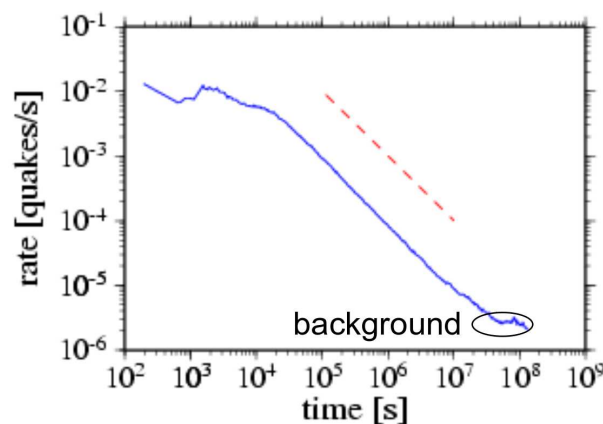
3.7. ábra. a) Adott M magnitúdónál nagyobb földrengések éves eloszlása Dél-Kaliforniában (az idézett ábra jelölése eltér a dolgozatétól) [30]. b) b -érték anomália: a Gutenberg-Richter exponens a földrengéshez közeledve csökken [31].

hatványfüggvényt kapunk. A b Gutenberg-Richter exponensre $b \simeq 0.8 - 1.1$ közötti értékeket mérnek [33]. Megfigyelték, hogy egyes nagy földrengések előtti időszakban a magnitúdó eloszlás exponense csökken az évek alatt mérhető magnitúdók eloszlását jellemző átlagos értékhez képest. A 3.7.b ábrán [31] különböző időablakokban látható a földrengések erősségének eloszlása Japán teljes területén egy erős földrengést megelőzően. A rengés előtti 100 napban kipattant földrengések esetében az eloszlás exponense $b = 0.6$, ami lényegesen kisebb, mint az 1985-től 1998-ig terjedő időszakra vonatkozó $b = 0.88$ érték. Ez a jelenség az ún. b -érték anomália, ami a földrengések előrejelzésének lehetőségét is felveti [31].

Az Omori-Utsu törvény

A földrengések olyan időben hierarchikus szerkezetet alkotnak, ahol az egyes rengések további, másodlagos rengések kiváltói lehetnek [26, 34]. Ez alapján beszélhetünk főrengésekről, az azokat megelőző illetve követő elő- és utórengésekről [26, 34]. A földrengések típusokba sorolásáról még nincs teljes megegyezés a kutatók között, mert bár a főrengéseket mindig követik utórengések, az előrengéseket nagyon nehéz, és csak ritkán lehet azonosítani [33].

Egy főrengést követően az időegység alatt megjelenő utórengések $n(t)$



3.8. ábra. A Japánban található Kobe városában az 1995. január 17.-én kipattant főrengést követő utórengések időbeli lecsengése követi az Omori-Utsu törvényt [32]. A főrengéstől távol az eseményráta egy konstanshoz konvergál, ami az úgynevezett háttéraktivitás.

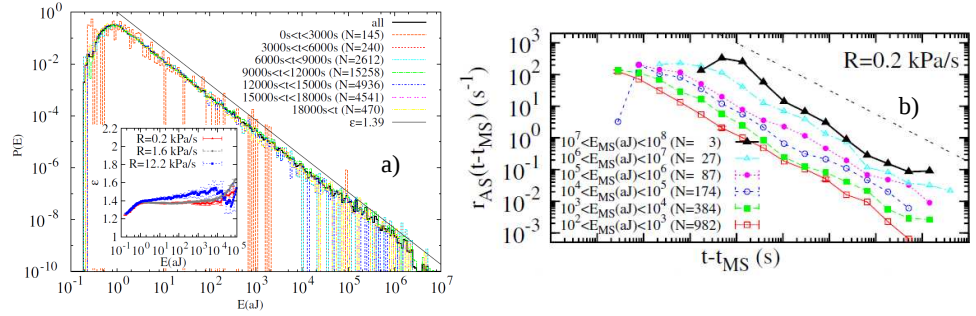
számát a főrengéstől mért t idő függvényében az Omori-Utsu törvény írja le [35, 36]

$$n(t) = A \left(1 + \frac{t}{c} \right)^{-p}, \quad (3.5)$$

azaz egy kezdeti konstans sebességű szakaszt követően az utórengések eseményrátája hatványfüggvény szerint csökken. A hatványfüggvény szakaszt jellemző Omori exponens értéke $p \simeq 1.0$, közel állandó a Föld különböző részein [26]. A c paraméter idő dimenziójú, a konstans és a hatványfüggvény szakasz kötötti átmenetet idejét szabályozza, értéke a főrengés erősségének függvénye. Az A szorzófaktor a telítési rátát határozza meg, értéke szintén a főrengés magnitúdójának függvénye [33]. A 3.8. ábrán a Japán középső részén található Kobe városban 1995-ben kipattant földrengés esetén jól megfigyelhető, hogy az utórengések lecsengését a 3.5. összefüggés kiválóan le tudja írni [32].

A Kagan-törvény

A földrengés kipattanásának középpontja az ún. hipocentrum. A Kagan-törvény [33] szerint a hipocentrumok térbeli eloszlása fraktálként írható



3.9. ábra. a) Porózus próbatestek összenyomása során rögzített akusztikus emisszió energiájának eloszlása. [37]. b) A porózus anyagok törése során egy-egy nagyobb eseményt követően az események rátája az Omori törvényt követi [37].

le. Egy kiválasztott hipocentrum köré rajzolt, a hipocentrummal egybeeső középpontú, r sugarú gömbön belül található hipocentrumok K száma a sugár hatványfüggvénye

$$K(r) \sim r^\rho. \quad (3.6)$$

A ρ Kagan-exponens értéke helyről-helyre változó, 1 és 2 közé esik [33].

3.3.2. Analógia a töréssel

Földrengések kipattanásakor egy nagy kiterjedésű törésvonal mentén egy repedés aktiválódik, esetleg egy új jön létre. A repedési felület mentén makroszkópikus, akár több méteres elmozdulás jön létre néhány másodperc alatt, míg a kőzetlemezek átlagos évi elmozdulása néhány centiméter. A földrengések tehát egy 100 – 1000 km méretskálán lejátszódó törési jelenségek, ezért laboratóriumi vizsgálatuk mélységi fúrásokból származó próbatestek háromtengelyű nyomásával történik [37]. A földrengéseknél mért szeizmikus hullámok a törési jelenségeket kísérő akusztikus emisszió megfelelői [26].

Az analógia pontosabb jellemzéséhez a közelmúltban több laboratóriumi vizsgálat is született. Baró és munkatársai [37] rideg, porózus anyagok nyomás alatti törése közben mérték az akusztikus aktivitást. Kimutatták, hogy az akusztikus jelek energiája hatványfüggvény eloszlású, amelynek exponense közel esik a földrengésekre kapott eredményekhez (3.9.a ábra)

[37]. Az akusztikus események idősorába egy küszöb amplitúdó fölötti eseményeket "főrengésként" azonosítva azt találták, hogy a későbbi események rátája az Omori törvény szerint cseng le (3.9.b ábra) [37]. Az eredmények azt mutatják, hogy a törési jelenségeket egy sok nagyságrendű méret- és energiaskálán érvényes univerzalitás jellemzi.

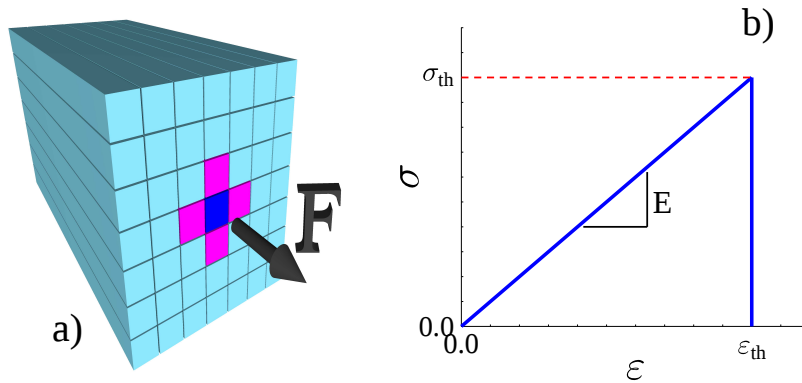
4. fejezet

Heterogén anyagok törésének szálköteg modellje

A heterogén anyagok törését nagyszámú repedés keletkezése és bonyolult kölcsönhatása jellemzi. Ez az oka annak, hogy a mérnöki gyakorlatban használt, véges elem módszerre épülő kontinuum modellek nem alkalmasak az általunk vizsgált jelenségek leírására. Olyan módszerekre van szükségünk, amelyek egyszerre képesek megragadni az anyag rendezetlenségét, a mechanikai feszültségtér részleteit és a releváns kölcsönhatásokat. Az egyik ilyen sikeres modellezési eljárás az úgynevezett szálköteg modell. Saját kutatómunkám teljes egészében a szálköteg modellre épül, ezért a továbbiakban részletesen bemutatom a modell konstrukcióját és a szakirodalom azon eredményeit, amelyekre támaszkodtam.

4.1. A klasszikus szálköteg modell

Amint neve is őrzi, a szálköteg modellek első változatát textilszálakból álló anyagok szakítószilárdságának vizsgálatára dolgozták ki [38, 39], azonban a modell alkalmazhatósága nem csak szálak szerkezetekre korlátozódik (pl. papír, szálerősítéses kompozitok), hanem olyan egytengelyű terhelésnek kitett, heterogén szerkezetű minták leírására is használható, ahol a szálakra, mint mezoszkopikus méretű anyagelemekre tekinthetünk (pl. beton). Az elmúlt évtizedekben a szálköteg modell számos változatát és kiterjesztését



4.1. ábra. a) Egy heterogén anyag négyzetrácson diszkretizált szálköteg modellje. A mintára ható F erő párhuzamos a köteget alkotó szálakkal. A törött szál terhelésén (kék szál) LLS határesetben csak legközelebbi ép szomszédai (ciklámen szálak), ELS-nél pedig az összes ép szál osztozik. b) A szálakban fellépő feszültség a deformációjukkal arányos, az arányossági tényező az E Young-modulusz. A szálak rideg törést mutatnak, azaz a σ_{th} küszöb terhelés elérésekor terhelésük nullára esik.

dolgozták ki [40–45], melyek a következő alapelvekre épülnek:

Diszkretizálás

A köteget alkotó N db szálat egymással párhuzamosan, valamilyen szabályos rács szerint rendezzük el (4.1.a ábra). Mivel a rács típusa az egyes szálak szomszédainak a számát befolyásolja, fontos jellemzője a szálkötegnek. A szimulációs és elméleti számolásoknál az egyszerűség kedvéért leggyakrabban négyzetrácsot használnak.

Terhelés

A szálak oldalirányban nincsenek egymáshoz rögzítve, ezért a köteg csak a szálakkal párhuzamosan terhelhető. Az elemek ridegen törnek, azaz teherbíró képességük σ_{th} határáig a Hooke-törvénynek megfelelő lineárisan rugalmas viselkedést mutatnak: $\sigma = E\epsilon$. A határértéket meghaladó $\sigma > \sigma_{th}$ terhelés a szál teljes és végérvényes törését okozza, a továbbiakban 0 terhelés

megtartására képes (4.1.b ábra).

Heterogenitás

Az anyagok mikroszerkezete (pl. rácshibák jelenléte, mennyisége), összetétele lokálisan erősen ingadozhat. Ezt a heterogenitást a teherbíró képességet befolyásoló hatásukon keresztül vesszük figyelembe a modellben. A szálakhoz, mint egységnyi anyagelemekhez $\sigma_i^{th}, i = 1, \dots, N$ véletlen törési küszöbököt rendelünk, melyek valamilyen $p(\sigma_{th})$ eloszlást követnek. A leggyakrabban használt eloszlások az egyenletes és a Weibull-eloszlás. A Weibull-eloszlás valószínűségi sűrűségfüggvénye

$$p(\sigma_{th}) = \frac{l}{\lambda} \left(\frac{\sigma_{th}}{\lambda} \right)^{l-1} \exp \left[- (\sigma_{th}/\lambda)^l \right], \quad (4.1)$$

ahol λ egy skála paraméter, az l Weibull exponens pedig az eloszlás alakját befolyásolja, ezen keresztül a rendezetlenség mértékét lehet megváltoztatni.

Kölcsönhatás

Egy szál eltörése esetén az általa hordozott terhelés az épen maradt szálakra kerül át. A szálak közötti kölcsönhatás távolságfüggése adja meg, hogy mely szálak milyen mértékben részesülnek a törött szál terheléséből. Általában a terhelés újraosztódás két határesetét vizsgálják:

- Egyenletes terhelés újraosztódás esetén (ELS: Equal Load Sharing) az összes ép szál egyenlő mértékben osztozik az átadott terhelésen (ezért hívják még demokratikus ill. globális terhelés újraosztódásnak is). Ez tehát a modell hosszú hatótávolságú, átlagtér határesete, amely olyan esetek leírására alkalmas, amikor például szálerősítéses kompozitok esetén a szálakat befogó mátrixanyag rideg [46, 47].
- A szálak kölcsönhatásának másik fontos határesete a lokális terhelés újraosztódás (LLS: Local Load Sharing). Ekkor a kölcsönhatás rövid hatótávolságú, csak a törött szál közvetlen ép szomszédai veszik át a terhelést, ami közöttük szintén egyenletesen oszlik el. Tipikusan ilyen történik szálas anyagokban, ha a mátrix képlékenyen deformálódik [46].

A lineárisan rugalmas törésmechanika [10, 11] alapján egy repedés hegyénél a feszültség koncentrációja hatványfüggvény lecsengést mutat. Ennek figyelembevételére a fent tárgyalt két szélső eset közötti átmenet vizsgálatára számos megoldást dolgoztak ki. Hidalgo és kutatótársai által vizsgált esetben egy adott ép szál a törött száltól mért távolságtól függő, hatványfüggvény szerint lecsengő mértékben részesül az átadott terhelésből

$$\Delta\sigma \sim r^{-\Gamma}, \quad (4.2)$$

ahol a Γ exponens 0 értéke jelenti az ELS határesetet, míg nagy Γ -k esetén az LLS határeset tanulmányozható [45, 48].

A szálköteg modell egyik nagy előnye, hogy a törési folyamat mikroszkopikus és makroszkopikus szinten egyaránt vizsgálható, valamint az ELS határesetben a rendszer számos jellemző mennyisége meghatározható analitikusan.

Makroszkopikus válasz

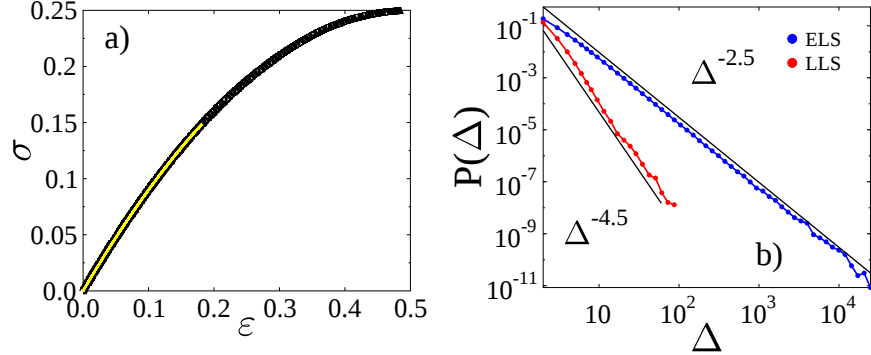
A köteg makroszkopikus viselkedését a konstitutív görbe írja le, ami kapcsolatot teremt a szálkötegre ható σ külső terhelés és a szálak ε deformációja között [49]

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon[1 - P(E\varepsilon)]. \quad (4.3)$$

Az $[1 - P(E\varepsilon)]$ tag azon szálak részaránya, amelyek ε deformációnál még épek és mindegyikük $E\varepsilon$ terhelést tart. Ha a törési küszöbök egyenletes eloszlásúak a $[0, 1]$ intervallumon és az E Young-moduluszt 1-nek választjuk, a 4.3 egyenlet a

$$\sigma(\varepsilon) = \varepsilon(1 - \varepsilon) \quad (4.4)$$

másodfokú egyenletre egyszerűsödik. A 4.2.a ábra a makroszkopikus választ a terhelés újraosztódás két határesetében mutatja. Mindkét esetben elérhetünk a kvázisztatikusan növelt terhelésnek egy olyan értékéhez, ami beindít egy katasztrofális lavinát, ami már nem tud leállni, és az összes épen maradt szál eltörik. Az utolsó stabil állapothoz tartozó kritikus terhelést és deformációt σ_c -vel és ε_c -vel jelöljük. Megfigyelhető, hogy ELS-nél (fekete görbe) a rendszer a konstitutív görbe maximumáig jut el. LLS-nél (sárga

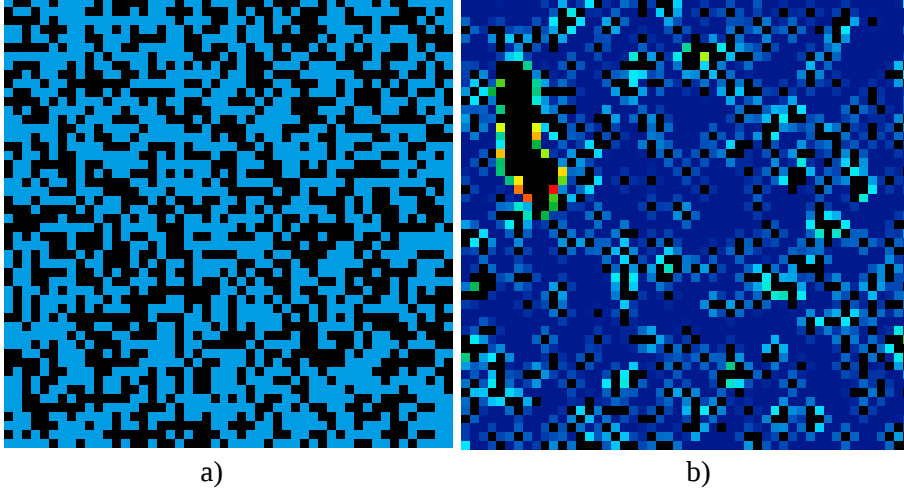


4.2. ábra. a) A szálköteg makroszkopikus válasza egyenletes (fekete görbe) és lokális (sárga görbe) terhelés újraosztódás esetén, egyenletes eloszlású törési küszöbök mellett. Az LLS határesetben a makroszkopikus időfejlődés ugyanazt a görbét követi, mint az átlagtér közelítésben, viszont az eltérő mikroszkopikus dinamika miatt a σ_c kritikus terhelés értéke lényegesen kisebb. b) A lavinaméret eloszlása a terhelés újraosztódás két határesetében ($N = 4 \cdot 10^6$).

görbe) azonban a köteg lényegesen hamarabb eltörik, alacsonyabb kritikus értékeket és ridegebb viselkedést tapasztalunk.

Mikroszkopikus dinamika

A szálköteg kvázisztatikus terhelése úgy valósítható meg, hogy minden lépésben csak annyit növelünk a külső terhelésen, ami egyetlen szál törését okozza, majd megvárjuk, míg a rendszer relaxálódik. Ugyanis a terhelés újraosztódás miatt további szálakon lépheti át a lokális terhelés a szálra jellemző küszöbértéket, és az általuk átadott terhelés növekmény szintén kiválthat töréseket. A száltöréseknek ez a lavinája akkor áll le, amikor az összes ép szál képes megtartani a rajta lévő lokális terhelést. A lavinák méretét, azaz két stabil állapot között eltört szálak számát Δ -val jelöljük, és a törési folyamat egyik fontos mikroszkopikus mennyisége, mivel a repedési lavinák a kísérletek akusztikus eseményeinek megfelelői a modellben. A szálköteg időfejlődését mikroszkopikus szinten erősen befolyásolja a szálak közötti kölcsönhatás hatótávolsága.



4.3. ábra. Egyetlen szálköteg utolsó stabil állapota egyenlets (a), és lokális (b) terhelés újraosztódás esetén. A fekete szín a már eltört szálakat jelöli. A még ép szálakat a rajtuk lévő lokális terhelés szerint színeztük, sötétkéktől (legkisebb terhelés) világospirosig (magas terhelés). Míg ELS határesetben minden ép szál azonos terhelést tart, addig a lokális terhelés újraosztódás hatására a szálköteg terhelése a törött szálak klaszterei köré koncentrálódik.

A lavinák méreteloszlása kiszámolható analitikusan [47]

$$\frac{P(\Delta)}{N} = \frac{\Delta^{\Delta-1}}{\Delta!} \int_0^{\sigma_c} a(\sigma)^{\Delta-1} e^{-a(\sigma)\Delta} [1 - a(\sigma)] p(\sigma) d\sigma, \quad (4.5)$$

ahol az $a(\sigma) = \sigma p(\sigma) / [1 - P(\sigma)]$ azon másodlagos törések számát adja meg, melyeket adott σ terhelésen egyetlen szál törése vált ki. Az integrál kifejezés további analízisével belátható, hogy míg a 4.3. konstitutív egyenlet kvadratikusan maximummal rendelkezik, addig a lavinaméret eloszlás aszimptotikáját hatványfüggvény írja le

$$P(\Delta) \sim \Delta^{-\tau}, \quad (4.6)$$

ahol a τ exponens értéke az analitikus számítások alapján ELS esetén $5/2$ [47]. Az eredmény azt mutatja, hogy valószínűség eloszlások széles osztályára a lavina dinamika statisztikája univerzális. Lokális újraosztódás esetén a

hatványfüggvény jelleg megmarad, de az exponens értéke jelentősen nagyobb lesz $\tau = 9/2$ [51]. A 4.2.b ábra mutatja, hogy a numerikusan mért eloszlások exponense megegyezik az analitikusan levezetett értékekkel [47, 50, 51].

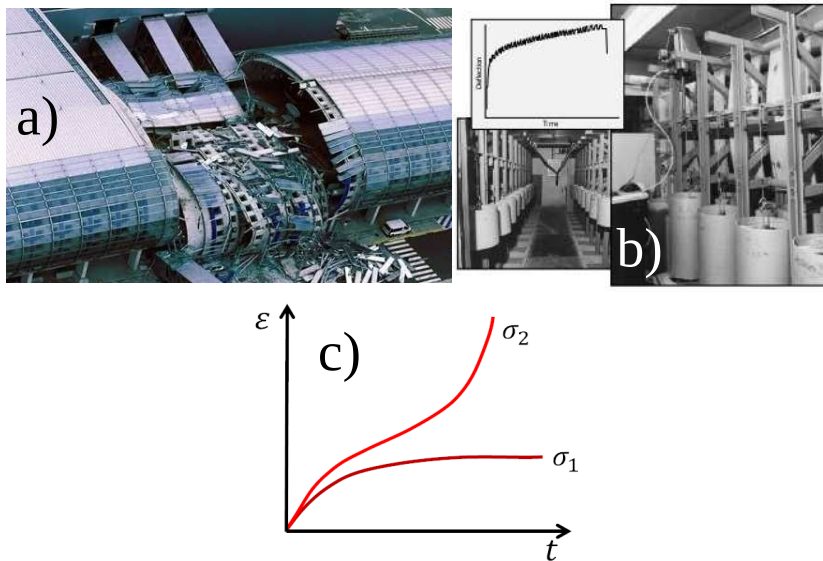
A 4.3.a ábra egy egyedi szálköteg utolsó stabil állapotát mutatja egyenletes terhelés újraosztódás esetén. A fekete szín a már eltört szálakat jelöli, az ép szálak színezése pedig az általuk tartott lokális terhelés szerint történt sötétkéktől (alacsony terhelés) világos pirosig (magas terhelés). ELS határesetben a szálakon lévő lokális terhelés mindig azonos, így a véletlenszerű küszöböknek megfelelően a száltörések között semmilyen térbeli kapcsolat sincs, a törött szálak egyenletesen oszlanak el a kötegben. Lokális terhelés újraosztódás mellett azonban a törött szálak környezetében magasabb lesz a feszültségkoncentráció, ami megnöveli a törések valószínűségét a már eltört szálak környezetében, azaz a száltörések lokalizációjához vezet. Ez a térbeli korreláció a 4.3.b ábrán is megfigyelhető, a lavínakat alkotó szálak kompakt klasztereket alkotnak, amelyek a növekvő repedések megfelelői a modellben.

4.2. A kúszó törés

Az elmúlt évtizedekben ipari alkalmazásokra számtalan olyan új összetételű, szerkezetű anyagot (például szálal szerkezetű kompozitok) és megoldást fejlesztettek ki, melyek kedvezőbb tulajdonságokkal rendelkező (pl. biztonságosabb, könnyebb, költséghatékonyabb) szerkezeti elemek előállítását tették lehetővé.

A szerkezeti elemek tervezésénél alapvető szempont, hogy teherbíró képességük lényegesen nagyobb legyen, mint a felhasználás során őket érő terhelés. Ez a szubkritikus terhelés - ami a szerkezeti anyagok leggyakoribb igénybevétele - azonban nem feltétlenül biztosítja a mérnöki építmények biztonságosságát. Az anyagok szubkritikus terhelés hatására is károsodnak, bonyolult időfejlődésen mennek keresztül, és ha a terhelés megfelelően magas, véges időn belül eltörnek. Az elem kritikus terheléséhez képest alacsony terhelések felé haladva azonban az élettartam nő, és elegendően kis terhelésen akár végtelen is lehet [9].

Logikus lépésnek tűnhet tehát a szerkezeti elemek teherbíró képességének



4.4. ábra. a) A franciaországi Charles de Gaulle repülőtér 2E termináljának beomlása 2004. május 23.-án [52]. b) Fa alapú panelek kúszó törésének laboratóriumi vizsgálata. A próbatestek terhelését hidraulikus megoldással állítják be [53]. c) A próbatest ε deformációjának mérésén keresztül a makroszkopikus időfejlődés nyomon követhető ($\sigma_1 < \sigma_2$).

növelésére törekedni, azonban annak az ára, hogy a szerkezeti elem például sokkal nehezebb, drágább lesz, ezért gyakorlati szempontból ez nem hatékony megoldás.

Az elmondottak rávilágítanak a rendezetlen szerkezetű anyagok jelentőségére. A disszertáció korábbi részében láttuk, hogy a rendezetlenség fontos pozitív hatása, hogy stabilizálja a törés folyamatát: a meginduló repedések nem okozzák az anyag azonnali törését, az erősebb tartományokon megtorpanó repedések miatt a törés fokozatosan megy végbe. Ráadásul a törési folyamat elemi lépéseit kísérő repedési zajon keresztül lehetőség nyílik az anyag károsodási állapotának nyomon követésére. A költséghatékonyság és biztonság maximalizálása, a balesetek (4.4.a ábra) elkerülése érdekében nagyon fontos kihívás az akusztikus emisszió idősorban a makroszkopikus törés előjeleinek azonosítása. A károsodás monitorozásának különösen je-

lentős szerep jut a világ azon részein, ahol a gyakori földrengések miatt a szerkezeti elemek várható terhelése nehezen becsülhető [8].

A szubkritikus törés folyamatának megértése, a makroszkopikus törés előrejelzése azonban nem csak az ipari alkalmazások esetében fontos. A természeti katasztrófák (földrengések, lavinák, földcsuszamlások) hátterében is szubkritikus terhelés okozta repedéskeletkezést és törést találunk [8]. Ezért a szubkritikus terhelés általam is vizsgált, konstans terhelés mellett lejátszódó típusa, a kúszó törés vizsgálatával a természeti katasztrófák előrejelzéséhez is közelebb kerülhetünk.

A kúszó törést óriási gyakorlati jelentősége miatt laboratóriumi körülmények között is gyakran vizsgálják. A 4.4.b ábra kúszó törés laboratóriumi vizsgálatára mutat példát, ahol a fa próbatestek megfelelő nagyságú konstans terhelését hidraulisan biztosítják [53]. A kísérletek során a törési folyamat makroszkopikus vizsgálatához a próbatestek deformációjának időbeli változását követik nyomon (4.4.c ábra) [17, 20]. A mikroszkopikus dinamikáról az elsődleges információ forrás a korábban részletesen ismertetett, az elemi törési eseményeket kísérő akusztikus zaj. A rögzített zajcsomagok energiája, illetve a közöttük eltelő várakozási idők hatványfüggvény eloszlást követnek, amit jellemző kritikus exponensek értéke a különböző rendezetlen anyagok esetében széles tartományba, 1 és 2 közé esik [8, 18–20, 23, 54–58].

4.2.1. A kúszó törés szálköteg modellje

A kúszó törés kísérleti és elméleti vizsgálatát az nehezíti meg, hogy a heterogén szilárdtestek időfüggő válaszát számos mikroszkopikus mechanizmus okozhatja. Ilyen például a viszkoelasztikus viselkedés, vagy belső, súrlódásos határfelületek jelenléte az anyagban [20, 59, 60]. A szálköteg modell keretében részletesen vizsgálták a viszkoelasztikus viselkedés szerepét a kúszó törésben [61].

A szálköteg modell általam is használt kiterjesztését Kun és kutatócsoportja [62–64] vezette be a rendezetlen anyagok szubkritikus törésének vizsgálatára. A modell ezen változatában az időfüggő viselkedés forrása az, hogy a lokális terhelés mellett egy másik mechanizmus is a szálak törését okozhatja: az ép szálak egy öregedési folyamaton mennek keresztül, melynek során a rajtuk lévő terhelés hatására károsodnak. Ezt a károsodást

tipikusan termikusan aktivált degradáció, vagy kémiai folyamatok, mint korróziós repedezés okozza rideg, heterogén anyagokban. A kísérleti megfigyelésekkel összhangban a modell feltételezi, hogy egy adott száliban Δt idő alatt felhalmozódó károsodás mennyisége a t időpillanatban mérhető $\sigma^i(t)$ lokális terhelés hatványfüggvénye [62–64]

$$\Delta c^i = a \sigma^i(t)^\gamma \Delta t, \quad (4.7)$$

ahol a egy skálaparaméter, a γ exponens pedig a károsodás sebességét szabályozza. A t időpillanatig egy adott száliban felhalmozódott károsodást megkaphatjuk, ha a törési folyamat kezdetétől integrálunk [62–64]

$$c^i(t) = a \int_0^t [\sigma^i(t')^\gamma] dt'. \quad (4.8)$$

A teherbíró képességhez hasonlóan a szálak károsodással szembeni tűrőképessége is véges, így a $\sigma_{th}^i, i = 1 \dots, N$ törési küszöbök mellett minden szálishoz rendelünk egy újabb, $c_{th}^i, i = 1, \dots, N$ küszöbértéket. Amikor a károsodás mértéke ezt a küszöböt átlépi, a szál eltörik. Feltételezzük, hogy ez a kétféle törési mód független egymástól, így a σ_{th}, c_{th} törési küszöbökhöz tartozó $G(\sigma_{th}, c_{th})$ csatolt valószínűségi sűrűségfüggvény szorzat alakban megadható [62–64]

$$h(\sigma_{th}, c_{th}) = g(\sigma_{th})f(c_{th}), \quad (4.9)$$

ahol $g(\sigma_{th})$ a lokális terhelés miatti azonnali törés, az $f(c_{th})$ a károsodási törés küszöbeinek valószínűségi sűrűségfüggvénye, a megfelelő eloszlásfüggvényeket pedig $G(\sigma_{th})$ és $F(c_{th})$ jelöli [62–64].

A kúszó törés modellezéséhez a kötegre ható σ_0 külső terhelés értékét a törési folyamat során mindvégig állandó, $\sigma_0 < \sigma_c$ szubkritikus értéken tartjuk. A σ_c kritikus terhelés értéke a szálköteg modell ezen időfüggő változatában is megegyezik a kvázisztatikus esetben mérhető értékkel [62–64].

ELS határeset

Egyenletes terhelés újraosztódás esetén a modell számos jellemző mennyisége analitikusan meghatározható.

Makroszkopikus időfejlődés

A szubkritikus külső terhelés hatására a σ_0 -nál kisebb terherbíró képességű szálak eltörnek, és a terhelés újraosztódáson keresztül kiválhatnak további töréseket. Ezen első lavina leállása után egyenletes terhelés újraosztódás esetén az ép szálak által tartott σ^0 lokális terhelést a következő összefüggés adja meg [62, 63]

$$\sigma^0 = [1 - G(\sigma^0)] \sigma^0. \quad (4.10)$$

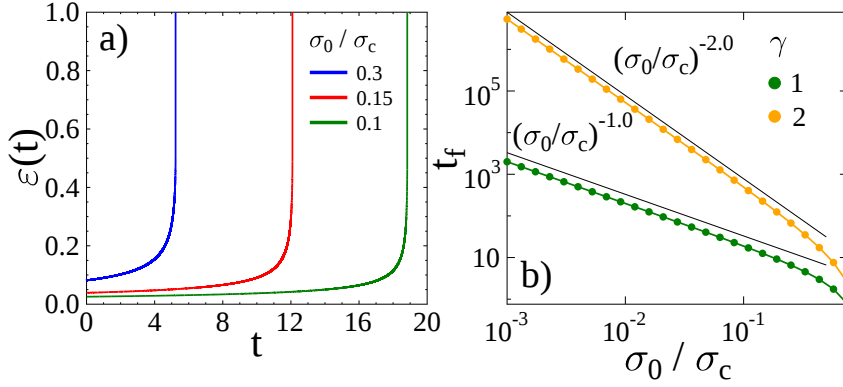
A károsodási folyamat nélkül a szubkritikus terhelés miatt a szálköteg élettartama ebben a részlegesen eltört állapotban végtelen lenne. Azonban az ép szálak a lokális terhelés hatására károsodnak, így idővel a károsodás mértéke valamelyik szálban átlépi a szál károsodástűrő képességét és eltörik. A terhelés újraosztódás miatt az egyenként bekövetkező károsodási törések fokozatosan növelik az ép szálakon a lokális terhelést, míg a terhelés növekmény elegendő lesz ahhoz, hogy azonnali száltörések lavináját indítsa be. Minden lavina leállása után károsodási törések növelik a lokális terhelést a következő lavináig. Végül egy utolsó, katasztrofális lavinában az összes maradék ép szál eltörik. A rendszer ezen időfejlődését a következő integrálegyenlet írja le [62, 63]

$$\sigma_0 = \left[1 - F \left[a \int_0^t \sigma(t')^\gamma dt' \right] \right] [1 - G(\sigma(t))] \sigma(t). \quad (4.11)$$

A $t = 0$ időpillanathoz tartozó lokális $\sigma(t = 0)$ terhelés értékét, az integrálegyenlet kezdőfeltételét a 4.10 egyenlet megoldásával kapjuk meg [62, 63].

Egyenletes terhelés újraosztódás esetén a makroszkopikus időfejlődés vizsgálatához az $\varepsilon(t)$ deformáció-idő függvényre van szükségünk. Ehhez $\sigma(t)$ -re megoldjuk a 4.11 integrálegyenletet, majd a Young-modulusszal osztunk: $\varepsilon(t) = \sigma(t)/E$. Egyenletes eloszlású törési és károsodási küszöböket feltételezve, majd néhány minimális egyszerűsítés alkalmazásával, valamint a Young-modulusz értékét 1-nek választva a következő analitikus megoldást kapjuk [62, 63]

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[\frac{t_f - t}{t_f} \right]^{-1/(1+\gamma)}, \quad (4.12)$$



4.5. ábra. a) A szálköteg $\varepsilon(t)$ deformációja különböző külső terhelések esetén. Hatványfüggvény szerinti divergencia figyelhető meg a kritikus ponthoz közeledve [62]. b) A rendszer t_f életideje a külső terhelés függvényében. Növekvő terheléssel az életidő hatványfüggvény szerint csökken, ahol az exponens értéke megegyezik a károsodás halmozódás sebességét szabályzó γ exponens értékével [62, 63].

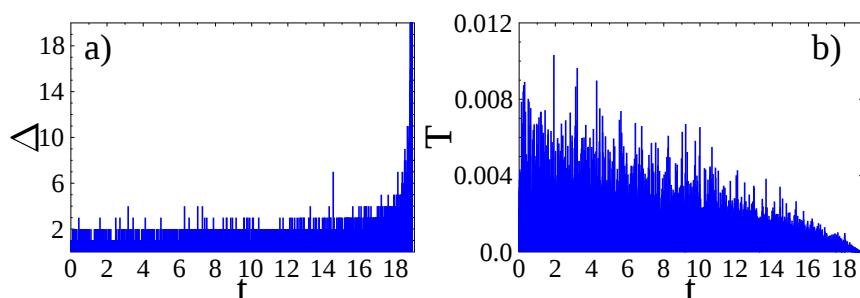
ahol t_f a makroszkopikus törés kritikus időpontja, azaz a rendszer életideje. Értékét a [62, 63]

$$t_f = \frac{\sigma_0^{-\gamma}}{a(1 + \gamma)} \quad (4.13)$$

összefüggés adja meg. A rendszer $\varepsilon(t)$ defomációja tehát hatványfüggvény szerint divergál a makroszkopikus töréshez közelítve (4.5.a ábra). A szálköteg életidejére pedig a modell reprodukálja az empirikusan megállapított Basquin törvényt, mely szerint a rendszer életideje növekvő σ_0 külső terheléssel hatványfüggvény szerint csökken (4.5.b ábra). Mivel az $\varepsilon(t)$ deformáció kísérleti úton is mérhető, alkalmas a modell tesztelésére. A szakirodalomban aszfalt próbatestek esetén mért adatokkal vetették össze a modell eredményeit, és kiváló egyezést találtak [62].

Mikroszkopikus viselkedés

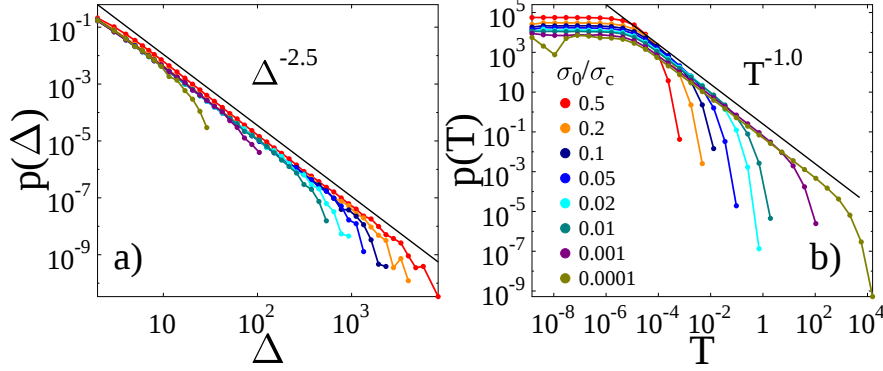
Korábban már láttuk, hogy a rendszer dinamikájának nagyon fontos eleme a két törési módus időskáláinak szeparációja: károsodás miatt a szálak lassan, egyenként törnek el, majd ezek a károsodási sorozatok azonnali



4.6. ábra. Egyedi szálköteg fluktuáló mikroszkopikus mennyiségei a törési folyamat során: a) lavinaméret, b) várakozási idő [62]. A külső terhelés értéke a kritikus terhelés 0.1 része. Az illusztrációhoz egy kisméretű, $N = 10^6$ szálát tartalmazó köteget használtunk.

törések gyors lavináit indítják be. A makroszkopikus szinttel ellentétben a mikroszkopikus időfejlődés vizsgálata analitikusan nem lehetséges. Számítógépes szimulációkon keresztül azonban a mikroszkopikus szintről is nyerhetünk információkat. Elsősorban olyan mennyiségek érdekelnek minket, melyek kísérleti úton is jól mérhetőek. Ilyen mikroszkopikus mennyiség például a korábban már tárgyalt Δ lavinaméret, ami az időben egyszerre, a lokális terhelés miatt eltörő szálak számát adja meg [62]. Bár a károsodás miatt egyenként eltörő szálak nem képesek elegendően nagy jelet generálni a mérőműszerekben, így a numerikus vizsgálatoknál is elsősorban a lavinákra koncentrálnunk, elméleti szempontból érdekes a Δ_d -vel jelölt károsodási sorozat hossza, azaz két lavina között károsodás miatt eltört szálak száma [62]. Továbbá minden károsodási töréshez rendelhetünk egy időtartamot, hiszen időbe telik, míg elegendő károsodás halmozódik fel a következő szál töréséhez. Így egy károsodási sorozat teljes időtartama tulajdonképpen két egymást követő lavina között eltelt T várakozási idő [62]. Ez szintén olyan mennyiség, ami kísérleti úton is nagy pontossággal mérhető.

Az 4.6 ábrán jól látható, hogy ezek a mikroszkopikus mennyiségek erősen fluktuálnak a törési folyamat során, ami mutatja, hogy a makroszkopikus viselkedés sima görbéi mögött komplex mikroszkopikus dinamika rejlik. Az értékek erős ingadozása a törési küszöbök rendezetlenségének a



4.7. ábra. A lavinaméret a) és a várakozási idő b) eloszlása egyenletes terhelés újraosztódás esetén [62, 63].

következménye. Megfigyelhető, hogy a makroszkopikus töréshez közeledve a folyamat gyorsul, a várakozási idő átlagos értéke egyre csökken, az átlagos lavinaméret pedig növekszik [62].

A törési folyamatot erősen befolyásolja a σ_0 külső terhelés értéke, amit jobban megfigyelhetünk, ha a mikroszkopikus mennyiségek eloszlásait tekintjük különböző terhelésértékek esetén. A 4.7.a ábra mutatja, hogy a lavinaméret eloszlásokat a kvázisztatikus esethez hasonlóan hatványfüggvény írja le

$$p(\Delta) \sim \Delta^{-\tau}, \quad (4.14)$$

ahol a τ exponens értéke $5/2$, összhangban a klasszikus szálköteg modellel [62].

A várakozási idő eloszlását szintén hatványfüggvény írja le

$$p(T) \sim T^{-z}. \quad (4.15)$$

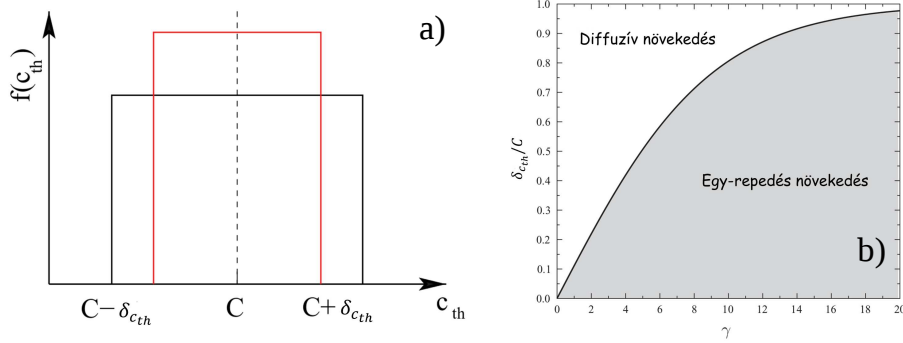
Az exponens a külső terhelés értékétől függetlenül $z = 1$, csak az exponenciális levágás tolódik a rövidebb várakozási idők felé a terhelés növelésével, ami a folyamat gyorsulását jelzi (4.7.b ábra) [62, 63]. Mind a lavinaméret, mind a várakozási idő eloszlásának függvényalakja nagyon jól egyezik a kísérleti eredményekkel.

LLS határeset

A gyakorlati életben használt anyagokban a repedések környezetében gyakran jön létre feszültségkoncentráció. Ennek figyelembevételére vizsgálták a modellt [62, 64] lokális terhelés újraosztódás esetén is. Lokális terhelés újraosztódás esetén a törött szál terhelése csak a legközelebbi ép szomszédai között oszlik el (négyzetrács esetén tehát maximum 4 szálon). Az így kialakuló inhomogén feszültségtér komplex törési folyamatot eredményez [62, 64].

A külső terhelés hatására eltörő szálak a rövid hatótávolságú kölcsönhatás miatt csak közvetlen környezetükben válhatnak ki további töréseket. Az első lavina után kialakuló stabil állapotban a száltörések apró klasztereket alkotnak, amik egyenletesen oszlanak el a rendszerben [62, 64]. A törött szálak körül kialakuló feszültségkoncentráció azonban nem csak az azonnali törések valószínűségét növeli meg, hanem a károsodási folyamatra is hatással van. A károsodás halmozódás sebessége a lokális terhelésnek a függvénye a 4.7. egyenlet szerint. Egyenletes terhelés újraosztódás esetén a lokális terhelés azonos az ép szálaikon a törési folyamat során, ezért károsodás miatt mindig a legkisebb c_{th} küszöbű szál törik el. Lokális terhelés újraosztódás esetén azonban ez nem feltétlenül teljesül, magasabb károsodástűrő képességű szál is lehet időben közelebb a töréshez a gyorsabb károsodás halmozódás következtében, ha rajta nagyobb terhelés van [62, 64].

A károsodási folyamatnak a feszültségtér inhomogenitására vonatkozó érzékenységet a γ exponensen keresztül lehet kontrollálni. Minél nagyobb a γ értéke, annál dominánsabb az inhomogén feszültségtér szerepe a károsodási folyamatban, annál könnyebben tudja az eltört szálak klaszterei körül kialakuló feszültségkoncentráció a károsodási küszöbökbe kódolt törési sorrendet felülírni. $\gamma = 0$ esetén a 4.7. egyenlet a $\Delta c^i = a\Delta t$ alakra egyszerűsödik, ami mutatja, hogy ebben a speciális esetben kizárólag a törési küszöbök fagyott rendezetlensége a meghatározó. Mivel a σ_{th} és c_{th} törési küszöbök eloszlása a kötegben véletlenszerű, térbeli korrelációt csak a lavinákon belül találunk a lokális terhelés újraosztódás következtében. A nagy γ -k határesetében viszont a feszültségtér hatása olyan domináns, hogy lényegében mindig a legnagyobb lokális terhelésnek kitett ép szál éri el leghamarabb a károsodási küszöbét, ami a száltörések nagy mértékű lo-



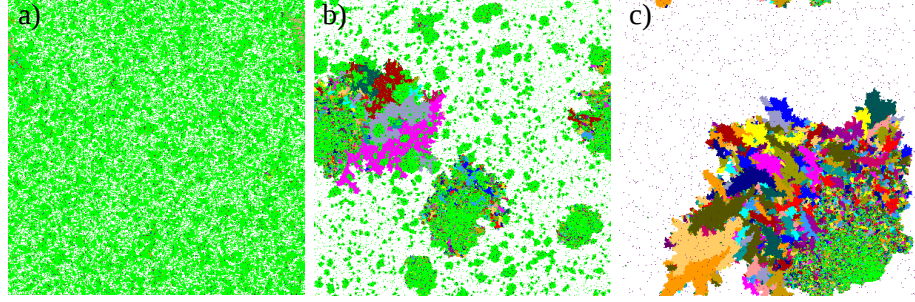
4.8. ábra. a) A károsodási küszöbök egyenletes eloszlása C átlag, és különböző $2\delta_{c_{th}}$ szélesség esetén [64]. b) $\delta_{c_{th}}/C - \gamma$ fázisdiagram. A rendszer a rendezetlenség és γ értékének változtatásával átmenetet mutat két különböző térbeli struktúrával rendelkező fázis között [64].

kalizációjához vezet [62, 64]. A köztes γ -k esetében a rendezetlenség és az inhomogén feszültségtér egyfajta versengése határozza meg a mikroszkopikus időfejlődést. Ebben a tartományban a γ mellett a rendezetlenség mértéke is fontos szerepet játszik. Könnyen belátható, hogy minél nagyobb a károsodási küszöbök rendezetlensége, annál nehezebben tudja a feszültségtér a károsodási törések sorrendjét befolyásolni. A rendezetlenség mértékét úgy kontrollálták, hogy a károsodási küszöbök valószínűségi sűrűségfüggvényét a következő formában adták meg [64]

$$f(c_{th}) = \begin{cases} \frac{1}{2\delta_{c_{th}}}, & \text{ha } C - \delta_{c_{th}} \leq c_{th} \leq C + \delta_{c_{th}}, \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (4.16)$$

Azaz a károsodási küszöbök olyan egyenletes eloszlást követnek, ahol C a küszöbök átlagértéke, $2\delta_{c_{th}}$ az eloszlás szélessége (4.8.a ábra). Ekkor a rendezetlenség mértéke egyetlen, a $\delta_{c_{th}}/C$ hányadossal 0 és 1 közé skálázott értékkel jellemezhető [64].

A különböző $\delta_{c_{th}}/C$ és γ értékek mellett kialakuló térbeli szerkezetet a 4.8.b ábrán látható fázisdiagram foglalja össze. A rendszer viselkedése alapvetően két fázisba sorolható attól függően, hogy a rendezetlenség vagy az inhomogén feszültségtér a domináns. A két fázist elválasztó fázisgörbe



4.9. ábra. Egyedi rendszerek az utolsó stabil állapotban. A fehér szín ép szálakat, az élénkzöld szín károsodási töréseket jelöl. A lavinákat alkotó szálakhoz azonos, véletlenszerűen választott színt rendeltem. a) A diffúzív-növekedés fázisában rengeteg apró repedés keletkezik egyenletes eloszlásban a szálkötegben. ($\delta_{cth}/C = 0.7, \gamma = 1.0$) b) A fázishatáron néhány klaszter dominánssá válik, és párhuzamosan növekszik. ($\delta_{cth}/C = 0.2, \gamma = 1.8$) c) Az egyklaszter-növekedés fázisában már a törési folyamat elején kiválasztódik egyetlen klaszter, ami dominánssá tud válni. ($\delta_{cth}/C = 0.2, \gamma = 5.0$)

analitikusan megbecsülhető [64].

Amikor a rendezetlenség a domináns (nagy δ_{cth}/C , kis γ), a rendszerben törött szálak alkotta klaszterek (repedések) sokasága növekszik, egyenletesen elosztva a teljes szálkötegben. Ekkor tehát a diffúzív-növekedés fázisában [64] vagyunk. Erre a fázisra mutat példát a 4.9.a ábra, ahol egy egyedi rendszer utolsó stabil állapota látható. Az ép szálakat fehér, a károsodási töréseket élénkzöld pontok, a lavinákat pedig az egyszínű foltok jelölik, melyekhez véletlenszerűen lett szín rendelve [64].

A két fázis határán (4.9.b ábra) a károsodási törések bizonyos fokú lokalizációja figyelhető meg. A rendszerben néhány domináns repedés jelenik meg, melyek párhuzamosan fejlődnek [64].

Nagy γ és kis δ_{cth}/C értékek esetén a károsodási folyamat olyan érzékeny az inhomogén feszültségtérre, hogy már a törési folyamat elején kialakuló viszonylag kis egyenetlenségek hatására is kiválasztódik egyetlen repedés, ami növekedésnek indul és dominánssá válik. Ez tehát az egy-repedés növekedés fázisa (4.9.c ábra) [64].

5. fejezet

Célkitűzések

Doktori munkám során a heterogén anyagok két olyan törési jelenségét vizsgáltam, melyek gyakorlati jelentőségük miatt intenzív kutatás tárgyává váltak. Kutatómunkám egyik fő területe a heterogén anyagok kúszó törésének vizsgálata volt. Az általam vizsgált anyagok esetében egy lassú károsodási folyamat (termikusan aktivált degradáció, korróziós repedezés) a lokális feszültség növekedését okozza. A növekvő lokális feszültség koncentráció miatt az anyagban repedések keletkeznek. A repedési lavinák sorozatán keresztül gyorsuló károsodási folyamat végül makroszkopikus töréshez vezet. Műszaki jelentősége mellett a kúszó törés számos természeti katasztrófa okozója lehet, ezért a törési folyamat megértése közelebb vihet katasztrófák előrejelzéséhez is.

Vizsgálataim során elsősorban a kúszó törés időfejlődésére és mikroszkopikus dinamikájára koncentráltam. Fő célom volt annak tisztázása, hogyan közelíti meg a kúszó rendszer a makroszkopikus törés kritikus pontját. Kvantitatív jellemzését akartam adni a repedési zaj időfejlődésének elsősorban azzal a céllal, hogy a makroszkopikus törés korai előjeleit azonosítsam, amelyeket akár előrejelzésre is fel lehet használni. A repedési zaj kritikus exponenseinek mért értékei szórást mutatnak a szakirodalomban, ami megnehezíti összevetésüket az elméleti eredményekkel. Szimulált adatok részletes feldolgozásával tisztázni akartam, hogy az adatgyűjtő rendszerek korlátai, valamint a kísérletek kiértékelésénél használt eljárások sajátosságai

befolyásolhatják-e az exponensek értékét.

Repedési események sokaságának vizsgálata mellett, egyedi repedési lavinák időfejlődését is elemeztem. Fel akartam tárni, hogy milyen információt hordoz a repedési események átlagos jelalakja, illetve annak milyen kapcsolata van a terjedő repedési front és a lavinák térbeli viszonyával. Egyedi lavinák geometriai struktúrája esetén elsősorban a fraktalitás megjelenési lehetőségeire koncentráltam.

Kutatómunkám fontos célkitűzése volt annak tisztázása, hogyan befolyásolja a rendezetlenség mértéke heterogén anyagok törési folyamatát. A szakirodalomban megmutatták, hogy heterogén anyagok törésének kvalitatív jellemzői robusztusak, azaz a rendezetlenséget leíró valószínűség eloszlások egy igen széles osztályára ugyanazok. Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációkkal fel akartam tárni az univerzalitási osztály határait úgy, hogy az extrém nagy rendezetlenség irányából indulva vizsgáltam a szálköteg modell makroszkopikus válaszát és mikroszkopikus dinamikáját lassan növekvő terhelés alatt.

6. fejezet

Kúszó törés időfejlődése

A szakirodalomban található kísérleti és elméleti vizsgálatok korábban elsősorban a repedési zaj integrális mennyiségeire koncentráltak, azaz a zajjellemzők valószínűségi eloszlását határozták meg a kritikus pontig keletkezett összes eseményt figyelembe véve [8, 18, 19, 23, 54–58]. Az így kapott eloszlások tehát a törési folyamat egészét jellemzik és nem tartalmaznak információt a rendszer időfejlődéséről. Kutatómunkám egyik fontos célja annak megértése, hogy a konstans terhelésnek kitett rendszer hogyan közelíti meg a makroszkópikus törés kritikus pontját. A vázolt problémák tisztázására analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációval vizsgáltuk a kúszó rendszer időfejlődését.

6.1. Időfejlődés alacsony terhelésen

Mint láttuk a bevezető fejezetekben, a mikrotöréseket kísérő akusztikus emisszió az egyik legfontosabb információforrásunk a törési folyamatok mikroszkópikus dinamikájáról. Azonban például gránit kőzetminták esetében megmutatták, hogy alacsony terhelés esetén a 0.2%-ot sem éri el azon elemi törési események aránya, melyek elegendően nagy jelet generálnak ahhoz, hogy a mérőműszerek észleljék azokat [65]. A törések jelentős része lassan és "csendben" zajlott le, ami kiemeli a számítógépes modellvizsgálatok fontosságát is.

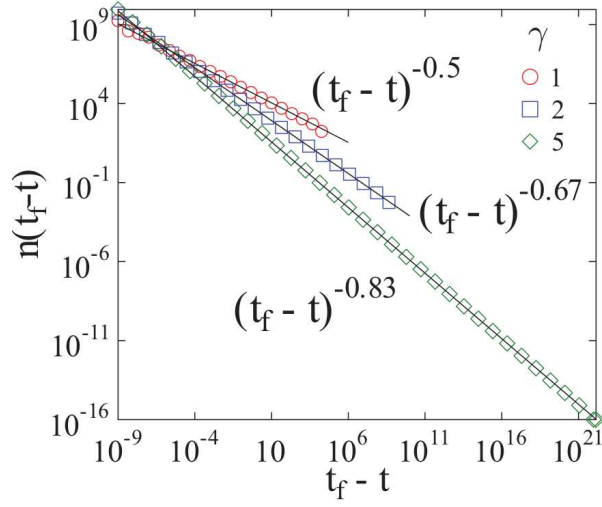
Ennek az úgynevezett csendes károsodásnak a vizsgálatára kiválóan al-

kalmas a szálköteg modell általam is használt kiterjesztése, amit a 4.2. fejezetben részletesem bemutatam. A modellben a törés folyamata olyan száltörési lavinák sorozatára bomlik, melyeket a károsodás következtében egyesével törő szálak miatt növekvő lokális terhelés vált ki. Ebben a reprezentációban tehát a száltörési lavinák azok, melyek jó eséllyel keltenek a detektorok által érzékelhető hanghullámokat, míg a károsodási törések jelentik az anyag teljes károsodásának a kísérletek során észrevétlenül maradó részét [66].

A károsodás miatt és lavinában eltörő szálak aránya erősen függ a σ_0 külső terhelés értékétől [63, 84, 86]. Magasabb külső terhelés mellett egy-egy szál törése is nagyobb terhelés növekménnyel jár, így nagyobb eséllyel és kiterjedtebb lavinák indulnak meg. A kisebb terhelés értékek felé haladva viszont egyre dominánsabbá válik a károsodás a törési folyamat során. Elegendően alacsony terhelésen a száltöréseket követő terhelés növekmény már olyan kicsiny, hogy az egész törési folyamat során nagyon kevés, vagy akár egyetlen lavina sem keletkezik [63, 84, 86].

6.1.1. Időfejlődés ELS határesetben

Ilyen alacsony terhelésen, mivel a lavinák keletkezésétől eltekinthetünk, az egyenletes terhelés újraosztódás határesetében a csendes törési folyamat leírása analitikusan is kezelhetővé válik. Az alacsony terhelés miatt a σ_0 külső terhelés hatására bekövetkező kezdeti száltörések száma elhanyagolhatóan kicsi az N rendszermérethez képest. Lavinák hiányában a törési folyamat ekkor olyan egyedi száltörések sorozatából áll, ahol a szálak c_{th} károsodási küszöbeik sorrendjében törnek el. A első száltörésig eltelt időt a korábban megismert 4.7. formulát felhasználva tudjuk kiszámolni $t_1 = K_{min}/a\sigma^\gamma$, ahol K_{min} a károsodási küszöbök tartományának alsó határa. Egyenletes eloszlású károsodási küszöbök esetén a károsodási küszöbök átlagos távolságát a $\Delta c_{th} \approx (K_{max} - K_{min})/N$ értékkel közelíthetjük, ahol K_{max} a károsodási küszöbök tartományának felső határa [66]. Ekkor figyelembe véve, hogy a száltörések miatt a szálak terhelése fokozatosan növekszik, meg tudjuk határozni a károsodási törések között eltelt $T_i = t_{i+1} - t_i$ várakozási időket [66]. Mindezeket felhasználva levezethető, hogy a

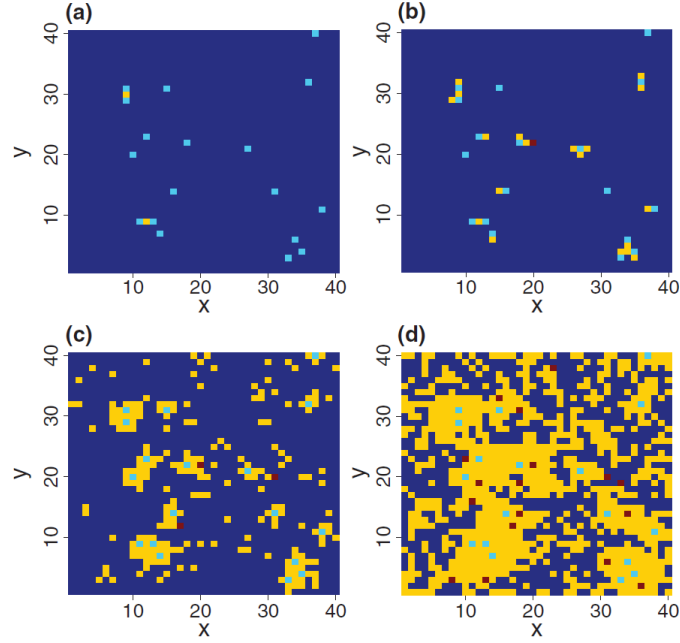


6.1. ábra. A károsodási törések n eseményrátája a makroszkopikus töréstől mért $t_f - t$ idő függvényében a károsodás halmozódás sebességét szabályozó γ exponens különböző értékei mellett egyetlen $N = 10^7$ szálból álló szálköteg esetén (ELS). A fekete folytonos vonalak a 6.1. egyenlettel készült illesztések [66].

károsodási törések eseményrátája a makroszkopikus töréstől mért időtávolság függvényében [66]

$$n(t) \sim (t_f - t)^{-\frac{\gamma}{\gamma+1}} \quad (6.1)$$

alakú, ahol t_f a makroszkopikus törés időpontját jelenti. A károsodási folyamat tehát hatványfüggvény szerint gyorsul a kritikus pontig. Vegyük észre, hogy a hatványfüggvény exponense nem univerzális, hanem a károsodás halmozódás sebességét kontrolláló γ exponens függvénye. Az analitikus számolások igazolására szimulációkat végeztünk egyetlen $N = 10^7$ szálat tartalmazó szálkötegre, γ különböző értékei mellett. A $\sigma_0/\sigma_c = 10^{-6}$ terhelés elegendően alacsonynak bizonyult ahhoz, hogy egyetlen lava se keletkezzen. A 6.1. ábrán megfigyelhető, hogy a numerikusan kapott eredmények a 6.1. formulával kiválóan leírhatók, és a mért exponens értékek jó közelítéssel megegyeznek az analitikusan jósolt értékkel [66].



6.2. ábra. Egy $L = 401$ oldalhosszúságú szálköteg szimulációja során készült állapotképek egy részlete ($\delta_{cth} = 0.1$, $\gamma = 1$, $\sigma_0/\sigma_c = 0.01$). Az ép szálat sötétkék, a külső terhelés miatti kezdeti töréseket világoskék, a károsodási töréseket sárga, a lavinákat piros szín jelöli. Az állapotképek (a) 100, (b) 2000, (c) 20000 és (d) 80000 szál törése után készültek [66].

6.1.2. Időfejlődés LLS határesetben

A lokális terhelés újraosztódás határesetében a törött szálak körül kialakuló magasabb feszültségkoncentráció miatt a károsodási folyamat lényegesen összetettebbé válik. Alacsony $\sigma_0 \ll \sigma_c$ terhelésen azt találjuk, hogy a károsodási folyamat elején a károsodási törések a külső terhelés miatti kezdeti törések körül következnek be. A rendszert négyzetrácson vizsgálva, kellően alacsony terhelés esetén a kezdeti töréseket követően az ép szálaknak tipikusan egy vagy két törött szomszédjuk lehet. Erre látunk példát a 6.2.a ábrán. A továbbiakban először a két törött szomszédal rendelkező szálak törnek el (6.2.a ábra), ekkor a törések eseményrátája konstans. A következő szakaszban szintén konstans, de magasabb eseményrátával az egy törött

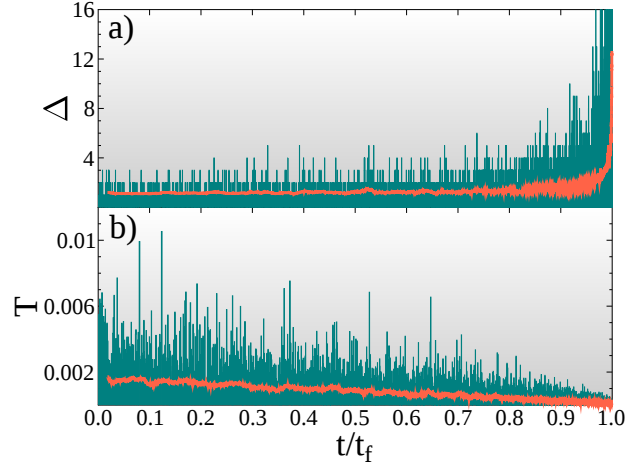
szomszédokkal rendelkező szálak törnek (6.2.b ábra). Az utolsó fázisban már az egyetlen törött szomszédokkal sem rendelkező szálak is törnek (6.2.c ábra), ekkor azonban már gyorsul a folyamat, növekszik az eseményráta. Közel a makroszkopikus töréshez a párhuzamosan növekvő száltörési klaszterek fokozatosan összeolvadnak (6.2.d ábra). A nagy rendezetlenség határesetében a makroszkopikus törés közelében megfigyelhető gyorsulást az ELS esettel egyezően hatványfüggvény szerint növekvő eseményráta írja le. Mivel a csendes törést a hosszú időskála és a hiányzó repedési zaj miatt kísérleti eszközökkel nem lehet követni, ezek a modellszámolások segíthetnek az életidő becslésekben [66, 67].

6.2. A kúszó törés, mint inhomogén Poisson folyamat

Ebben az alfejezetben folytatjuk a kúszó rendszer időfejlődésének tanulmányozását, de már a magasabb terheléseken, ahol a növekvő lokális terhelés miatt megindul száltörési lavinák is meghatározóak. Mivel a modellben a lavinákat lehet a kísérletek során mérhető repedési zaj eseményeivel azonosítani, a következőben ELS határesetben azt vizsgáljuk, hogyan változnak a repedési lavinák statisztikus jellemzői, amint a konstans terhelésnek kitett rendszer megközelíti a makroszkopikus törés kritikus pontját.

A 6.3. ábrán egyetlen szálköteg esetében látható a lavinák méretei és a lavinák között eltelt várakozási idők a törési folyamat során. A narancssárga görbe a mikroszkopikus mennyiségek mozgó átlagát mutatja. Ebben a reprezentációban nagyon jól megfigyelhető, hogy a száltörések miatt folyamatosan növekvő lokális terhelés hatására egyre nagyobb Δ méretű repedési lavinák keletkeznek, amelyek egyre gyorsuló ütemben követik egymást. Ez a kvalitatív megfigyelés összhangban van a kísérleti eredményekkel [8, 18–20, 23, 54–58, 68].

A gyorsulási folyamat pontos kvantitatív jellemzéséhez meghatároztuk az időegység alatt keletkező lavinák átlagos számát, az $n(t)$ eseményrátát a makroszkopikus törés pillanatától mért $t_f - t$ távolság függvényében. A σ_0 külső terhelés különböző értékei mellett kapott eseményráták a 6.4.a ábrán láthatók. A törési folyamat elején, távol a kritikus ponttól, az események

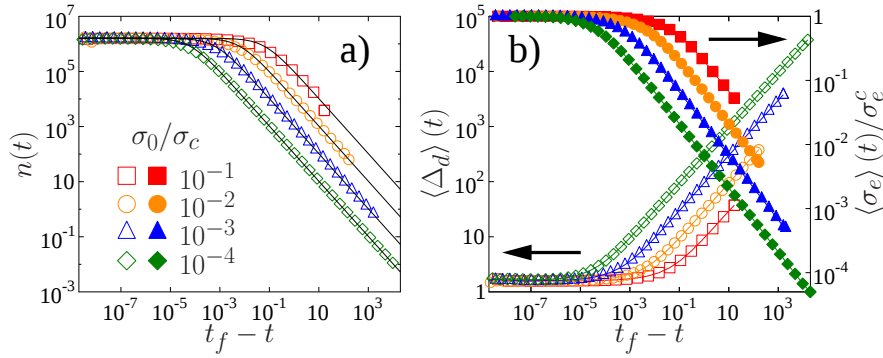


6.3. ábra. $N = 100000$ szálból álló szálköteg kúszó törése során mért Δ lavinaméretek a), és a közöttük eltelő T várakozási idők b) a t idő függvényeként, amelyet a rendszer t_f életidejével normáltunk. A narancssárga görbe a 100 esemény felett képzett mozgó átlagot jelöli ($\sigma_0/\sigma_c = 0.3$) [68].

átlagos száma hatványfüggvény szerint növekszik, majd átmenet figyelhető meg egy konstans rátájú szakaszba, azaz t_f közelében az eseményráta telítődik [68]. Azt találtuk, hogy az eseményráta függvényalakja a földrengéseknél megismert Omori törvénnyel írható le [35, 36]

$$n(t) = \frac{A}{[1 + (t_f - t)/c]^p}. \quad (6.2)$$

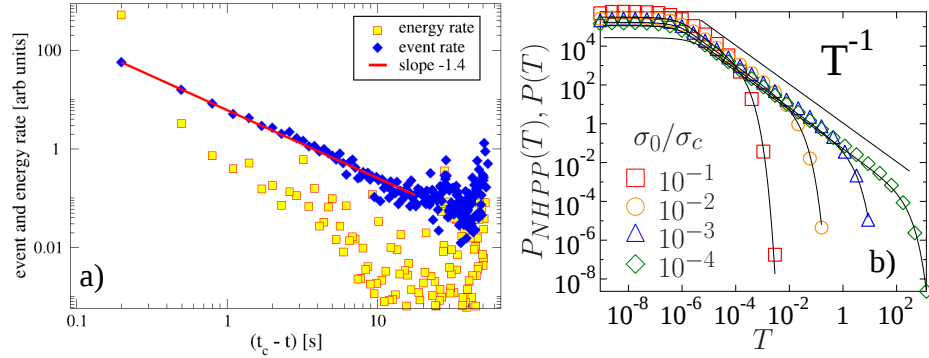
Az összefüggésben szereplő A paraméter a makroszkopikus törést megelőző konstans szakasz eseményrátáját adja meg, a c paraméter idő dimenziójú, és a hatványfüggvény szakasz és a konstans tartomány közötti átmenet idejét szabályozza, p pedig a hatványfüggvény szakaszt jellemző Omori exponens. A 6.4.a ábrán látható, hogy a szimbólumokkal jelölt numerikus eredményekre kiválóan illeszkednek a 6.2 egyenlet alkalmazásával nyert illesztő görbék. A értéke függetlennek bizonyult a σ_0 külső terheléstől, viszont c növekvő külső terheléssel lineárisan nő, p értékét pedig mind a külső terheléstől, mind a károsodás halmozódás sebességét kontrolláló γ exponenstól függetlenül $p = 1$ -nek találtuk [68].



6.4. ábra. a) Az $n(t)$ eseményráta a kritikus ponttól mért $t_f - t$ távolság függvényében. A numerikus görbék (szimbólumok) függvényalakját a 6.2 Omori törvény kiválóan le tudja írni (folytonos vonalak) [68]. b) A kritikus értékkel normált $\langle \sigma_e \rangle$ átlagos 1 szádra eső, lokális terhelés (telt szimbólumok), illetve a károsodási sorozatok $\langle \Delta_d \rangle$ átlagos hossza (üres szimbólumok) a kritikus ponttól mért $t_f - t$ távolság függvényében. A nyilak a görbecsoportokhoz tartozó skálák azonosítását segítik [68].

Eredményeink alapján a kúszó törést a földrengésekkel analóg módon szemléltethetjük, ha az utolsó, katasztrofális lavinát, ami a makroszkopikus törést jelenti, főrengésként fogjuk fel. Ekkor a törési folyamatot kitevő repedési lavinák a makroszkopikus törés előrengéseinek tekinthetők [68]. Míg a földrengések esetében a 3.3. alfejezetben bemutatott Omori törvény a főrengést követő relaxációt írja le [35, 36], a kúszó törés esetén az azt megelőző gyorsulást jellemzi, ezért publikációinkban az inverz Omori törvény elnevezést javasoltuk [68].

Az időegységre jutó lavinaszám növekedésének két forrása van: az egymást követő lavinák között károsodási törések sorozata növeli a lokális terhelést addig, míg elegendően magas nem lesz az értéke ahhoz, hogy a lokális terhelés miatt száltörési lavina induljon meg. Mivel a károsodás halmozódás a lokális terhelés függvénye (4.7. egyenlet), a növekvő lokális terhelés hatására a károsodási törések között eltelt idők, így a lavinák közötti várakozási idők is rövidülnek. Másrészt, egy-egy száltörés során egyre nagyobb terhelést kell egyre kevesebb ép szál között elosztani, így egy újabb lavina elindításához szükséges terhelésnövekményt rövidebb károsodási so-



6.5. ábra. a) Papír kúszó törése során mért törési események $n(t)$ eseményrátája a makroszkopikus törés t_c kritikus pontjától mért időtávolság függvényében (kék szimbólumok). A szimulációs eredményekkel összhangban hatványfüggvény viselkedés figyelhető meg [56]. b) A várakozási idő $p(T)$ eloszlása különböző σ_0 külső terhelések mellett. Inhomogén Poisson folyamat feltételezésével az eseményrátákból a 6.4 egyenlettel meghatározott eloszlások (folytonos görbék) jól illeszkednek a numerikus adatokra (szimbólumok) [68].

rozaton keresztül el lehet érni, ez lesz a gyorsulás másik oka. A 6.4.b ábra mutatja a $\langle \Delta_d \rangle$ átlagos károsodási hossz és a $\langle \sigma_e \rangle$ egy szápra jutó átlagos terhelés értékét az eseményrata mintájára $t_f - t$ függvényében. Látható, hogy a károsodási sorozatok hossza nem tud tetszőlegesen csökkeni, értéke 1 és 2 közötti értékekhez konvergál [68]. Az eseményráták két tartománya közötti átmenet c karakterisztikus ideje ahhoz köthető, amikor az egy szápra eső terhelés a kritikus értéket megközelítőleg eléri, tehát $\sigma_e(t_f - t = c) \approx \sigma_e^c$, ami magasabb külső terhelés értékeknél hamarabb következik be [45, 46, 50, 62, 63, 68–70].

Annak demonstrálására, hogy a szimulációs eredményeink nagyon jó összhangban vannak a kísérleti mérésekkel, tekintsük a 6.5.a ábrát [56], ahol papír kúszó törése során rögzített eseményrata látható a makroszkopikus töréstől mért időtávolság függvényében. Az Omori törvénynek megfelelően a törési folyamat hatványfüggvény szerint gyorsul [56]. A makroszkopikus törést megelőző telítődési tartomány azért nem figyelhető meg, mert a mérés során alkalmazott detektor véges felbontóképessége nem tette lehetővé a

kimérését.

Az $n(t)$ eseményráta lényegében a t időpontban megjelenő lavinák közötti átlagos várakozási idő inverzét adja meg, ezért érdemes közelebbről is megvizsgálnunk a várakozási idők $p(T)$ eloszlását a 6.5.b ábrán. Észrevehetjük, hogy az eloszlások három részre tagolódnak. A legkisebb $T < T_l$ várakozási idők tartományán az eloszlások értéke konstans, míg a legnagyobb $T > T_u$ várakozási időkre exponenciális eloszlást találunk. A közbenső $T_l < T < T_u$ tartományon az eloszlások hatványfüggvény viselkedést mutatnak

$$p(T) \sim T^{-z}, \quad (6.3)$$

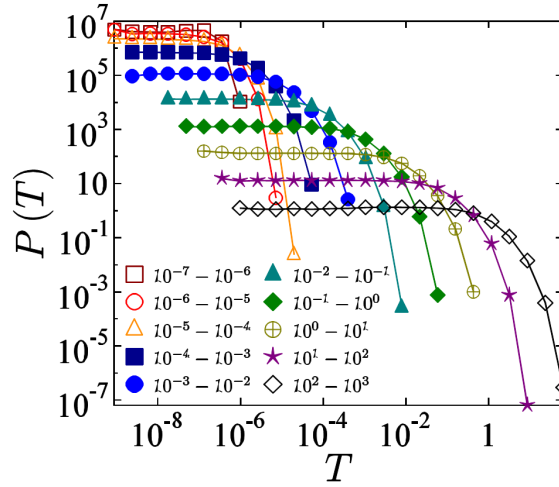
ahol az exponens értéke terheléstől függetlenül $z = 1$ [62, 63, 68]. Növelve a külső terhelést, mindössze a hatványfüggvény szakasz T_u felső határa tolódik a kisebb várakozási idők felé. Mivel a törési események megjelenési időit az ép szálakon emelkedő terhelés miatt globálisan növekvő törési valószínűség határozza meg, a fenti eredmények tükrében azt sejtjük, hogy a rendezetlen anyagok kúszó törése során megjelenő repedési zaj időfejlődését, azaz a modellben a repedési lavinák idősorát egy olyan Poisson folyamatként lehet leírni, amelynek átlagos eseményrátája nem állandó, hanem a makroszkopikus törés felé haladva az inverz Omori törvény szerint nő [68]. A változó eseményrátájú Poisson folyamatot inhomogén Poisson folyamatnak nevezzük [71].

Inhomogén Poisson folyamat esetén az egymást követő események között eltelt T várakozási idő eloszlását meg lehet határozni analitikusan az $n(t)$ eseményráta függvényből kiindulva [34, 71]

$$p_{NHPP}(T) = \frac{1}{N_\Delta} \int_0^{t_f-T} n(s) n(s+T) e^{-\int_s^{s+T} n(u) du} ds + \\ + n(t) e^{-\int_0^T n(s) ds}, \quad (6.4)$$

ahol N_Δ az összes repedési lavina darabszáma.

A feltételezett inhomogén Poisson jelleg igazolásához az eseményráták megillesztésével meghatároztuk az A , c és p Omori paramétereknek az egyes terhelésekre érvényes értékeit. Ezután a megfelelő értékekkel felparaméterezett Omori törvényt (6.2 egyenlet), a kúszó törést jellemző eseményrátát,



6.6. ábra. Elegendően keskeny időablakokban a homogén Poisson folyamatnak megfelelő exponenciális várakozási idő eloszlásokat találunk.

az integrálegyenletbe írtuk, és numerikusan kiszámoltuk az integrált. A mi esetünkben a vizsgált t_f intervallum nem más, mint a szálköteg adott terhelésen mérhető átlagos élettideje. Az így meghatározott analitikus várakozási idő eloszlások folytonos görbéi kiválóan illeszkednek a numerikus eredményekre (6.5.b ábra) [68].

Az inhomogén Poisson jelleget jól szemlélteti, hogy ha a várakozási idő eloszlásokat nem a teljes idősorra határozzuk meg, hanem olyan keskeny $\Delta t \ll t_f$ időablakokra szorítkozunk, ahol az $n(\Delta t)$ eseményráta már jó közelítéssel konstans, a homogén Poisson folyamatnak megfelelő exponenciális eloszlásokat [71] kapunk (6.6 ábra).

A kísérletek során a várakozási idők hatványfüggvény viselkedését a mikroszkopikus dinamikában megjelenő időbeli korrelációk jelének tekintik [8, 18–20, 23, 54–58]. Eredményeink azt mutatják, hogy ez nem feltétlenül teljesül: hatványfüggvény eloszlások előállhatnak úgy is, hogy a vizsgált rendszer globális gyorsulása következtében exponenciális eloszlásokat összegzünk speciális módon. Ez különösen igaz, ha a rendszerben a mechanikai feszültség újraosztódása hosszú hatótávolságú [68].

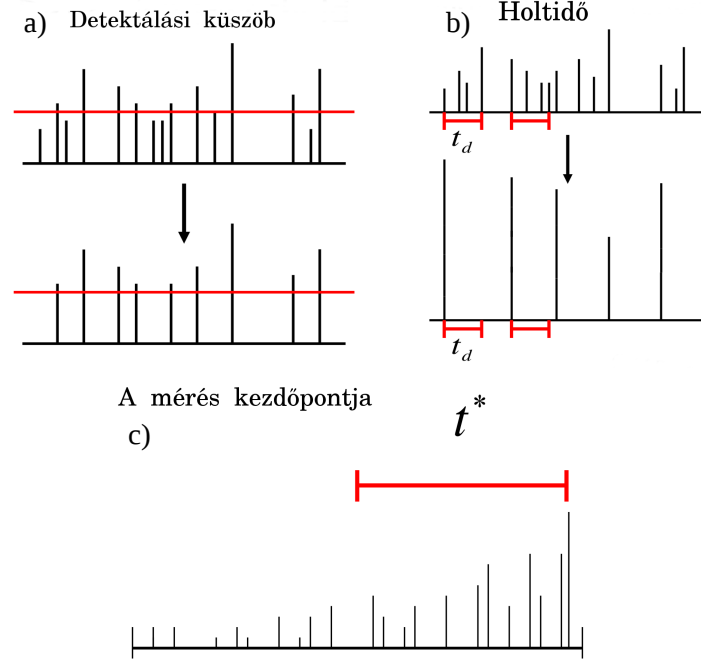
6.3. A mérési körülmények hatása

A számítógépes szimulációk során a teljes törési folyamat minden mikroszkopikus és makroszkopikus jellemzője rendelkezésünkre áll. Az egyedi száltöréseket, lavinákat egyértelműen meg tudjuk különböztetni, akármilyen közel is keletkeznek időben és térben egymáshoz. A kísérletek során azonban a mérési körülményei, a mérőműszerek korlátai nehezítik a törési események detektálását és megkülönböztetését, így a mért mennyiségek időszora sosem lesz teljes. Kutatómunkám során - továbbra is a szálköteg modell egyenletes terhelés újraosztódás határesetében - három olyan tényező hatását vizsgáltuk, amelyek a mérések során fontos szerepet játszanak: a háttérzaj kiszűrése miatt alkalmazott detektálási küszöb, a mérőműszer véges felbontóképessége miatt megjelenő holtidő, valamint a mérés kezdeti időpontjának a hatását. A kérdés tisztázása kiemelten fontos az elméleti és kísérleti eredmények, valamint a különböző kutatócsoportok által és eltérő mérési körülmények között mért értékek összevethetősége szempontjából.

6.3.1. A detektálási küszöb

A kísérletek során az akusztikus emisszió mérésére használt érzékeny mikrofonok nem csak a releváns fizikai folyamatból érkező jeleket rögzítik, hanem a környezeti zaj jelentős részét is érzékelik. Az elektronika saját zaja tovább ronthat a helyzeten. Míg laboratóriumi körülmények között a kísérleti berendezés szigetelésével a háttérzajt részben csökkenthetjük [18, 19], a terepen végzett méréseknél már korlátozottabbak a lehetőségeink. A törési folyamat tanulmányozásához a feszültségjellé alakított jelben azonosítanunk kell a vizsgált mintából származó repedési eseményeket. A háttérzaj kiszűréséhez egy olyan küszöb feszültségértéket kell választani, ami fölé emelkedő csúcsok már megbízhatóan a tanulmányozandó folyamatból érkeztek. Ennek a detektálási határnak az az ára, hogy a kis törési események, melyek csúcsai a háttérzajba olvadnak, hiányozni fognak az idősből [8, 18–21, 23, 54–58, 68].

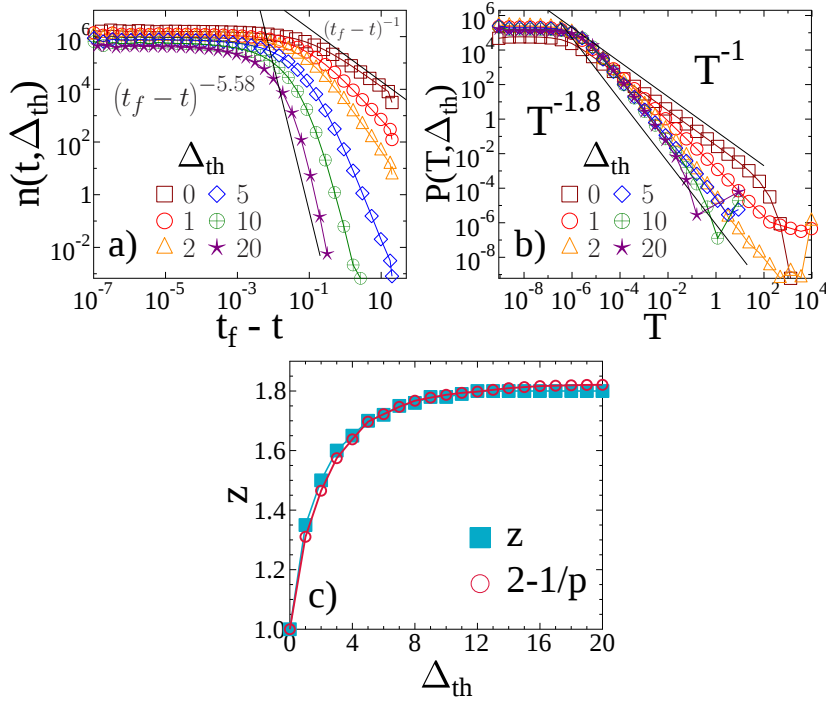
A detektálási határ hatásának elméleti vizsgálatához egy Δ_{th} detektálási küszöböt vezettünk be a szimulációk során mért lavinák méretére. A de-



6.7. ábra. a) A háttérzaj kiszűrése érdekében csak azokat a törési eseményeket vesszük figyelembe, melyek mérete a Δ_{th} dektektálási küszöb értékét meghaladja [68]. b) A detektorok véges időbeli felbontóképessége miatt a t_d holtidőn belül a lavinákat nem tudjuk elkülöníteni egymástól, ezért az idősorban egyetlen, felösszegezett méretű eseményként jelennek meg [68]. c) Amikor a mérés kezdőpontja nem esik egybe a terhelés kezdetével, a vizsgált idősort csak a makroszkopikus törést megelőző t^* szélességű időszakban keletkezett lavinák alkotják [68].

tektálási határ egy adott értéke mellett az idősort azon lavinák alkotják, melyek Δ mérete meghaladja a küszöbértéket (6.7.a ábra). Ennek megfelelően $\Delta_{th} = 0$ esetén minden lavinát érzékelünk, $\Delta_{th} > 0$ mellett azonban a küszöbnél kisebb lavinák hiányozni fognak az adatsorból, ami az eseményszám csökkenéséhez, és a lavinák közötti várakozási idők növekedéséhez vezet [68].

A földrengések esetében hasonló nehézségek merülnek fel. A földrengés katalógusok a legkisebb magnitúdójú rezgések ($\sim M \leq 2$) tartományán erősen hiányosak. Ennek ellenére kimutatták, hogy a földrengések között



6.8. ábra. Különböző Δ_{th} küszöbök mellett mért eseményráta a), és várakozási idő eloszlások b) [68]. c) A z exponens mért, és az inhomogén Poisson folyamat feltételezéssel a 6.5. egyenletből meghatározott értékei [68].

mérhető várakozási idők eloszlása nem érzékeny a vizsgált mérettartomány alsó határára, az alsó magnitúdó határ növelésével megőrzi hatványfüggvény jellegét és az azt jellemző exponens értéke sem változik, mindössze az exponenciális levágás tolódik el [72].

A disszertáció korábbi részeiben láttuk, hogy a törési folyamat során a lavinák átlagos mérete növekszik a makroszkopikus töréshez közeledve (6.3.a ábra), így a detektálási küszöb hatása a folyamat elején a dominánsabb, elsősorban onnan esnek ki események. Ennek megfelelően a számítógépes számolások alapján azt találtuk, hogy a különböző küszöbértékek esetén mérhető eseményráta függvényalakját továbbra is az Omori törvény írja le, de a hatványfüggvény szakasz p exponense a küszöb növelésével növekszik (6.8.a ábra). Hasonlóan, a várakozási idő eloszlását jellemző z exponens a

detektálási küszöbnek növekvő függvénye (6.8.b ábra) [68]. Inhomogén Poisson folyamat esetén a két exponens, p és z között egy egyszerű összefüggés teremt kapcsolatot [34]

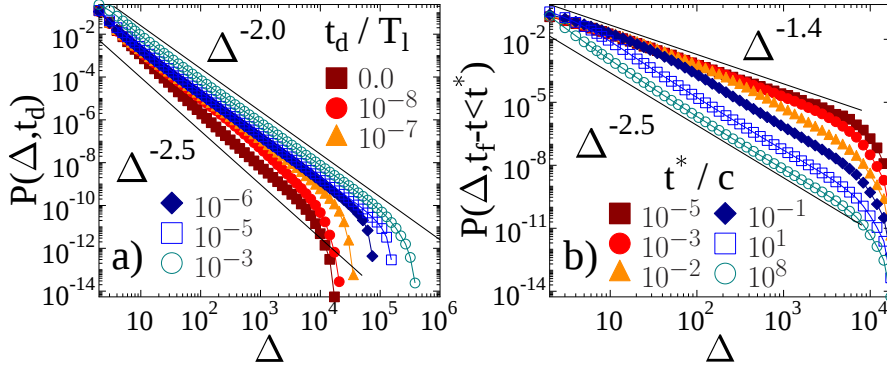
$$z = 2 - \frac{1}{p}. \quad (6.5)$$

Az összefüggés érvényességének ellenőrzésére összevetettük a várakozási idő eloszlások illesztéssel mért z hatványfüggvény exponensét az eseményráta hatványfüggvény szakaszát jellemző p exponenséből (melyet szintén illesztéssel határoztunk meg) a 6.5 formula alkalmazásával kiszámolható z értékkel különböző Δ_{th} küszöbértékekre. Megfigyelhetjük a 6.8.c ábrán, hogy az 6.5 összefüggés a küszöb emelésével is érvényben marad, az inhomogén Poisson jellegüket a hiányos idősorok is megőrzik. Az eredmények nagyon fontos következménye, hogy a detektálási küszöb változtatásával mind az eseményráta, mind a várakozási idő eloszlás függvényalakja változatlan marad, de az exponensek értéke erősen függ a küszöb megválasztásától [68].

6.3.2. A detektorok holtideje

A detektálási küszöb mellett a kísérleti mérések pontatlanságának másik fontos forrása a mérőműszerek véges időbeli felbontóképessége. A minta különböző részein, de a detektor t_d holtidejénél kisebb időbeli távolságra keletkező mikrotörések egyetlen nagyobb törési eseményként fognak az adatsorban megjelenni [8, 18–21, 23, 54–58, 73, 74]. A jelenség szimulációs vizsgálatára a numerikus idősor feldolgozásánál egy t_i időpillanatban keletkező lavina Δ_i méretéhez hozzáadtuk mindazon lavinák méretét, melyek azt a t_d holtidőn belül követték (6.7.b ábra) [68].

$t_d = 0$ esetén minden egyes lavina megkülönböztethető, ennek megfelelően a lavinaméret eloszlás τ hatványfüggvény exponensének az értéke megegyezik a szokásos átlagtérben mérhető 2.5-es értékkel [45, 46, 50, 62, 63, 69, 70] (6.9.a ábra). Mivel a törési folyamat előrehaladtával a lavinák között eltelt várakozási idők egyre rövidülnek, a $t_d > 0$ holtidők hatása elsősorban a makroszkopikus törés közelében érvényesül, ahol a nagyobb lavinák keletkeznek. Ez az oka annak, hogy a 6.9.b ábrán a holtidő értékét a korábban bevezetett T_l karakterisztikus értékéhez, azaz az eseményráta kritikus pont előtti, konstans szakaszát jellemző átlagos várakozási időhöz



6.9. ábra. a) A detektor t_d holtidejének hatása a lavinaméret eloszlásokra a külső terhelés $\sigma_0/\sigma_c = 0.001$ értéke mellett. t_d növelésével átmenet figyelhető meg, a hatványfüggvény exponens értéke $\tau = 2.5$ -ről $\tau = 2.0$ -ig csökken [68]. b) A makroszkopikus törést megelőző t^* intervallumra meghatározott lavinaméret eloszlás exponense t^* csökkentésével $\tau = 2.5$ -ről 1.4 -re csökken [68].

viszonyítottuk. A nagyobb lavinák egy része tehát még nagyobb lavinákba halmozódik, a kis lavinák viszont többnyire változatlanok maradnak. Ennek következtében a holtidő növelésével azt találtuk, hogy a τ hatványfüggvény exponens értéke fokozatosan egy lényegesen kisebb, $\tau = 2.0$ értékbe vált át. Meglepő módon, a holtidő miatti halmozódás már a $t_d/T_l \simeq 0.001$ holtidő értéknél meghatározóvá válik, ami szintén az effektus fontosságát jelzi [68].

6.3.3. A mérés kezdőpontja

A mérés kezdőpontjának a mért mennyiségekre gyakorolt hatása azért fontos kérdés, mert nem lehet mindig biztosítani, hogy a mérés kezdete egybeessen a vizsgált test terhelésének kezdőpillanatával, ami miatt a rögzített idősor hiányos lehet [8, 20, 54, 55, 75–77]. A probléma vizsgálatára a lavinaméret eloszlás meghatározásánál csak azokat a lavinákat vettük figyelembe, melyek egy a makroszkopikus törést megelőző, t^* időtartamon belül keletkeztek (6.7.c ábra) [68].

A 6.9.b ábrán megfigyelhetjük, hogy t^* csökkenésével a $p(\Delta)$ lavinaméret eloszlásnak két eltérő exponensű hatványfüggvény szakasza lesz. Az eredeti 2.5 exponensérték mellett egy $\tau = 1.4$ exponensű szakasz jelenik meg. A

fokozatos átmenetet követően, amint t^* értéke kisebb, mint az eseményráta konstans szakaszába való átmenet időpontját meghatározó c Omori idő, a lavinaméret eloszlás exponense egyetlen drasztikusan kisebb, $\tau = 1.4$ értékre csökken [68].

Konklúziók

Eredményeink azt mutatják, hogy a kísérletek során általában vizsgált mennyiségek függvényalakja robusztus, azonban a kvantitatív részletek nagyon érzékenyek a mérés körülményeire, ezért a fejezetben bemutatott hatások magyarázatul szolgálhatnak az elméleti számolások és a kísérleti mérések között tapasztalható inkonzisztenciákra, valamint a különböző kísérleti csoportok által mért kritikus exponens értékek széles szórására [8, 18–20, 23, 54–58, 68].

Vizsgálataink szerint a várakozási idő eloszlás exponense a detektálási küszöbtől függően tetszőleges érték lehet 1 és 2 között, ahogyan ezt a mérésekben is találták [8, 18–21, 23, 54–58]. A repedési lavinák méreteloszlásának exponensét mind a detektorok holtideje (illetve véges térbeli felbontása), mind pedig a mérés kezdetének a kritikus ponttól mért távolsága befolyásolja. Vegyük észre, hogy a makroszkopikus törés közelében a lavinaméret eloszlások esetében mért jelentős hatványfüggvény exponens csökkenés analóg a földrengéseknél megfigyelhető b -érték anomáliával [75–78] (3.3. fejezet, Gutenberg-Richter törvény), ezért jelentősége túlmutat a mérési eredményeket befolyásoló hatásán, mert a kúszó törés esetén is felveti az előrejelzés lehetőségét [68].

6.4. Rekord lavinák statisztikája

Ebben az alfejezetben a kúszó törés során keletkező repedési zaj időfejlődését az idősorban azonosítható rekord méretű lavinák statisztikus tulajdonságain keresztül vizsgáljuk ELS határesetben. Az első részben bemutatom a rekord statisztika alap gondolatát és legfontosabb eredményeit, amelyekre az alfejezet többi része is épít. A második részben a kúszó törésre vonatkozó eredményeinket ismertetem.

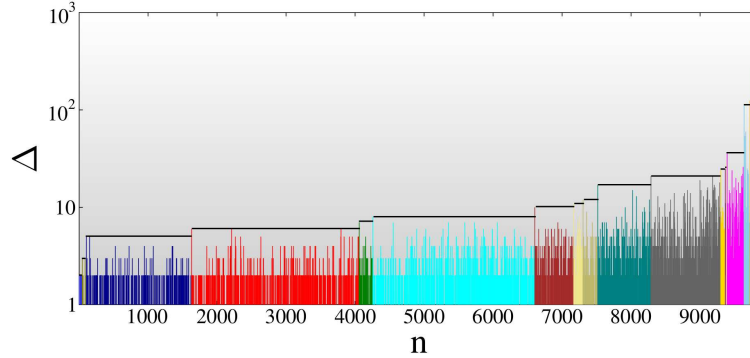
6.4.1. A rekord statisztika

A rekord statisztikában [79, 80] egy idősor olyan speciális alsoroztatát vizsgáljuk, amit az idősorban azonosítható rekordok alkotnak. Definíció szerint az idősor első eseményét mindig rekordnak tekintjük. A rekord sorozat további elemeit az idősor azon eseményei adják, melyek mérete minden korábbi esemény méretétől nagyobb [79, 80]. A rekord események statisztikus tulajdonságait vizsgálva érdekes információkat nyerhetünk a vizsgált rendszer dinamikájáról. Tendenciákat és korrelációkat tárhatunk fel [34, 81], ezért a rekord statisztika számos tudományterület fontos eszközévé vált, mint amilyen a klíma- és földrengéskutatás [34, 81–83].

A trendeket, korrelációkat úgy tudjuk azonosítani, hogy a vizsgált rendszerünk esetében kapott eredményeket egy olyan esettel vetjük össze, ahol az idősort egymástól független, de azonos eloszlást követő véletlen események alkotják (Independent Identically Distributed, továbbiakban: IDD) [34]. Az IID idősorok rekord statisztikájának számos jellemzője meghatározható analitikus eszközökkel, amelyek rendelkezésünkre állnak a szakirodalomból [79, 80]. A rekordok elemzésekor az események valós fizikai ideje nem játszik releváns szerepet, az eseményeket az idősorban elfoglalt sorszámukkal azonosítjuk [79, 80]. IDD eseményekből álló idősorok egyik fontos tulajdonsága, hogy egy adott n sorszámig azonosítható rekordok $\langle N_n \rangle$ átlagos száma a sorszámmal logaritmikusan növekszik $\langle N_n \rangle \sim \log n$ [34, 80]. Egy rögzített n eseményszámú idősorban előforduló rekordok N_n^{tot} darabszáma pedig Gauss eloszlást követ, ha az n eseményszámmal a végtelenhez tartunk [34, 80]. Az IDD eset nem csak korreláció mentessége miatt lehet jó referencia pontunk a korrelációk keresése során, hanem azért is, mert ekkor a rekordok számos statisztikus tulajdonsága univerzális, azaz független az egyedi eseményeket jellemző eloszlástól [34, 80].

6.4.2. Rekord statisztika a kúszó törésben

A kúszó törés időfejlődésének tanulmányozásához a vizsgált idősort a törési folyamat során keletkező Δ méretű lavinák alkotják (6.10. ábra). Az idősorban azonosítható Δ_r nagyságú rekord lavinához egy k rekord sorszámot rendelünk, ahol $k = 1, 2, 3, \dots$. Ekkor a k -adik rekordnak az



6.10. ábra. Kisméretű, $N = 10^5$ szálat tartalmazó rendszer kúszó törése során keletkezett repedési lavinák idősora a szálköteg modell ELS határesetében [62, 63, 68, 84]. A fekete vízszintes vonalak az egymást követő rekordok mérete közötti növekmény megfigyelését segítik [84].

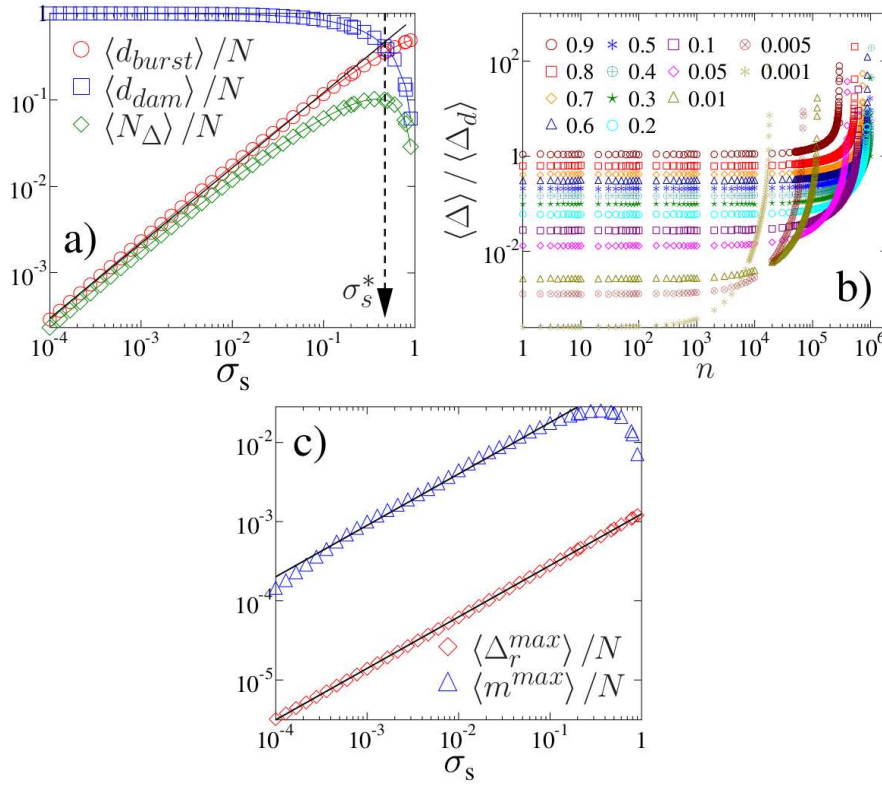
idősorban elfoglalt helyét az n_k esemény sorszám jellemzi. Az 6.10. ábrán bemutatott idősorban összesen 18 rekordot tudtunk azonosítani, ahol az idősorból kihagytuk az utolsó, katasztrofális lavinát, ami a makroszkopikus törést jelenti. A vízszintes szaggatott vonal segít az egymást követő rekordok méretének összevetésében. Figyeljük meg, hogy bár a rekord lavinák mérete monoton növekvő sorozatot alkot, az egymást követő rekordok között keletkező lavinák száma, valamint a rekordok méretének különbsége is erősen ingadozik. Ezen tulajdonságok jellemzésére bevezettük a δ_k méret növekmény és a m_k várakozási idő mennyiségeket, melyeket a következőképpen definiálunk

$$\delta_k = \Delta_r^{k+1} - \Delta_r^k, \quad \text{és} \quad m_k = n_{k+1} - n_k. \quad (6.6)$$

Az m_k mennyiség egyben a k -adik rekord életidejének is tekinthető [84].

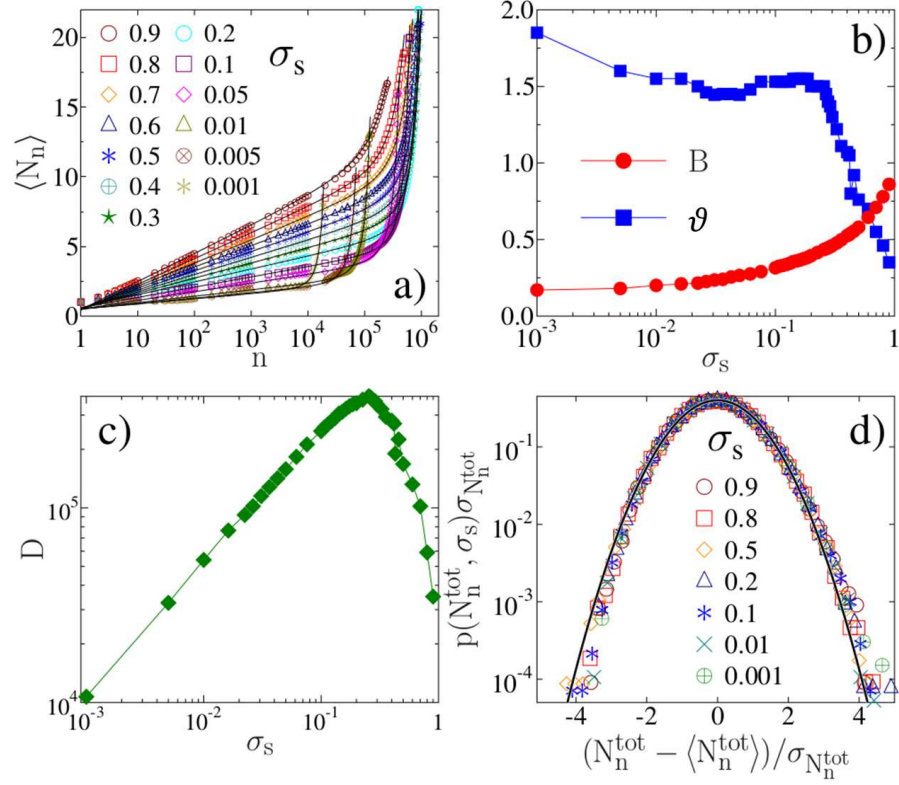
Rekord lavinák darabszáma

A 6.11.a ábrán egy adott $\sigma_s = \sigma_0/\sigma_c$ terhelésen a kétféle törési mechanizmus következtében, azaz lavinában (piros görbe), valamint károsodás miatt (kék görbe) eltört szálak részaránya látható. Megfigyelhetjük, hogy alacsony terhelésen a szálak többsége a lassú károsodás következtében törik el, mert egy-egy szál törése olyan kicsiny terhelés növekedéssel jár, ami nem



6.11. ábra. a) Lavinában $\langle d_{burst} \rangle$ és károsodás miatt $\langle d_{dam} \rangle$ eltört szálak részaránya, valamint a lavinák $\langle N_{\Delta} \rangle$ átlagos darabszáma a $\sigma_s = \sigma_0/\sigma_c$ terhelés függvényében. A függőleges nyíl a $\sigma_s = 0.48$ karakterisztikus terhelés helyét jelöli ki [84]. b) A lavinák $\langle \Delta \rangle$ és a károsodási sorozatok $\langle \Delta_d \rangle$ átlagos méreteinek aránya az n sorszám függvényében különböző terhelések mellett [84]. c) A legnagyobb rekord lavina $\langle \Delta_r^{max} \rangle$ átlagos mérete, valamint a legnagyobb, két egymást követő rekord lavina között mérhető $\langle m^{max} \rangle$ várakozási idő átlaga a terhelés függvényében [84].

képes nagyobb lavinákat kiváltani. A terhelést növelve azt találjuk, hogy a károsodási törések aránya monoton csökken, míg a terhelés miatti törések aránya nő, majd a két görbe metszi egymást egy $\sigma_s^* \simeq 0.48$ karakterisztikus terhelésen, ami a lavinák $\langle N_{\Delta} \rangle$ átlagos darabszámának maximumával is (zöld görbe) egybeesik. Azt találjuk tehát, hogy a $\sigma_s < \sigma_s^*$ terhelés tar-



6.12. ábra. a) Az n . lavináig keletkezett rekordok $\langle N_n \rangle$ átlagos száma különböző σ_s terhelések mellett. A folytonos fekete vonalak a 6.7. egyenlettel készült illesztéseket jelölik [84]. b)-c) Az 6.7. egyenlet illesztési paraméterei a terhelés függvényében [84]. d) A makroszkopikus törésig keletkezett rekordok N_n^{tot} teljes darabszámának eloszlása számos terhelés esetén. Az eloszlások a megfelelő átlaggal és szórással át vannak skálázva. A folytonos fekete vonal a 6.8. egyenletnek megfelelő sztenderd Gauss eloszlás [84].

tományon a károsodási folyamat dominál, míg a $\sigma_s > \sigma_s^*$ tartományon a szálak elsősorban lavinákban törnek el [63, 84].

A 6.12.a ábra az n -edik eseményig keletkezett rekord lavinák $\langle N_n \rangle$ átlagos számát mutatja különböző σ_s terhelések esetén. A görbék két tartományra oszlanak. A törési folyamat nagy részét kitevő első tartományban az $\langle N_n \rangle$ átlagos rekord darabszám logaritmikusan nő n -nel, hasonlóan a korreláció-

mentes, IDD esethez. Ez az eredmény azt mutatja, hogy hosszú hatótávolságú feszültség újraosztódás esetén a makroszkopikus törés közvetlen közelének kivételével a rendezetlenség dominál a kúszó törés során, és a lavinák megjelenése IDD események véletlenszerű folyamataként közelíthető. Vegyük észre, hogy ez az eredmény összhangban van korábbi állításunkkal, mely a kúszó törés folyamatát inhomogén Poisson folyamatként írja le, ahol a várakozási idők hatványfüggvény eloszlása nem korreláció, hanem a gyorsuló eseményráta következménye. A makroszkopikus törés közelében azonban az egyedi szálak terhelése már olyan magas, hogy a rekordok keletkezését nem a rendezetlenség, hanem a repedések által keltett terhelés növekmény kontrollálja. Ennek hatására a rekordok darabszáma meredek emelkedésnek indul. A teljes $\langle N_n \rangle (n)$ görbét le tudjuk írni a következő függvényalakokkal [84]

$$\langle N_n \rangle = A + B \ln n + C \exp \left[(n/D)^\vartheta \right]. \quad (6.7)$$

A kifejezés utolsó, exponenciális tagja a rekordok makroszkopikus törés közelében megfigyelhető gyors ütemű megjelenését írja le. A 6.12.a ábrán megfigyelhető, hogy a szimbólumokkal jelölt numerikus adatokat a 6.7. egyenlet folytonos görbéivel kiválóan meg tudtuk illeszteni. Az A additív paraméter értéke minden terhelésre azonos $A = 0.38$, a B szorzófaktor és a görbe alakját az exponenciális tartományon kontrolláló ϑ exponens értékének terhelés függése a 6.12.b ábrán figyelhető meg. A D skála paraméter elsősorban a két tartomány közötti átmenetet állítja be, értéke a terheléssel nő a σ_s^* -i maximumig (6.12.c). Ez összhangban van a $\langle N_\Delta \rangle$ átlagos lavina darabszámmal a 6.11.a ábrán megfigyelhető viselkedésével, ahol σ_s^* a károsodási folyamat által illetve a lavina aktivitás által dominált terhelés tartományokat választotta el. D értéke egy olyan karakterisztikus esemény sorszámot jelöl ki, ami két különböző lavina aktivitású tartományt választ el. Ez jól megfigyelhető a 6.11.b ábrán is, ahol a $\langle \Delta \rangle (n)$ átlagos lavinaméretet az n -edik lavinát elindító $\langle \Delta_d \rangle (n)$ átlagos károsodási sorozat hosszal vetettük össze. A folyamat elején véletlenszerű károsodási törések hosszú sorozata szükséges kicsi, 1 – 2 szál alkotta lavinák kiváltásához, ezért $\langle \Delta \rangle / \langle \Delta_d \rangle < 1$. Megfigyelhető, hogy a 6.12.a ábrán az exponenciális emelkedés kezdete egybeesik azzal a lavina sorszámmal, ahol a rövidebb

károsodási sorozatok már nagyobb lavinákat váltanak ki a növekvő lokális terhelés miatt. Mivel a lavinák mérete egyre nő, a károsodási sorozatok pedig rövidülnek, a rekordok könnyebben megdőlnék, ami az exponenciális növekedéshez vezet [84].

A 6.12.d ábrán a teljes idősorban keletkező rekord lavinák darabszámának $p(N_n^{tot}, \sigma_s)$ eloszlása látható a külső terhelés különböző értékei esetén. Az eloszlásokat a megfelelő $\langle N_n^{tot} \rangle$ átlaggal és a $\sigma_{N_n^{tot}}$ szórással átskáláztuk. A szimbólummal jelölt numerikus értékeket jól illeszti a sztenderd Gauss eloszlás folytonos görbéje

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2), \quad (6.8)$$

összhangban az IDD esetre vonatkozó elméleti jóslattal [34, 80]. A törési folyamat végén a rekord darabszámban megfigyelhető exponenciális emelkedés ellenére az eloszlás nem tér el lényegesen a Gauss függvénytől [84].

Rekord méretek és várakozási idők statisztikája

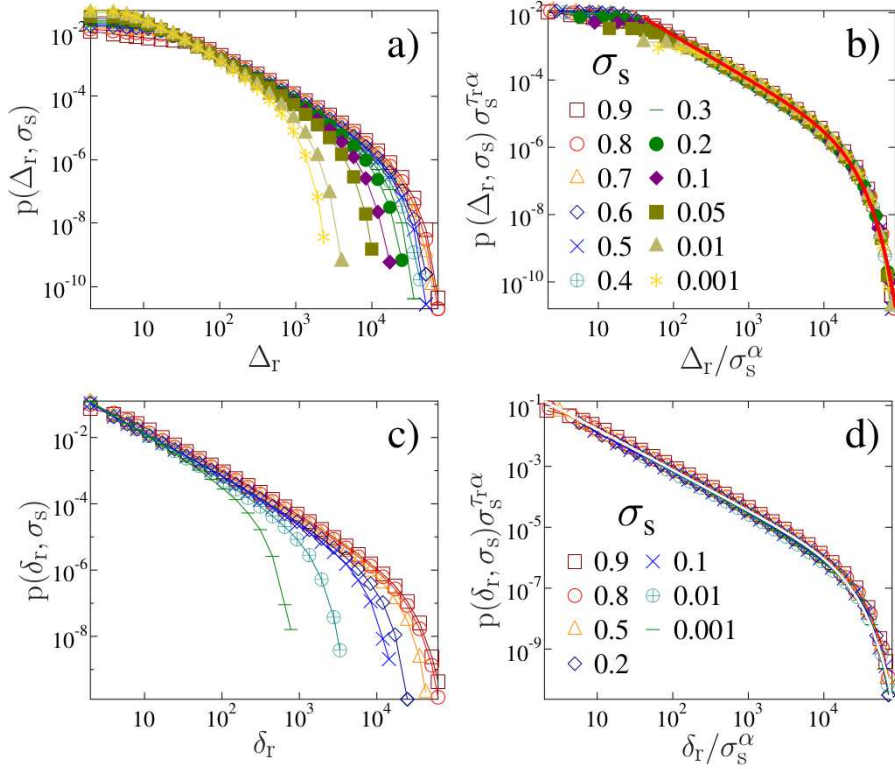
A rekord lavinák $p(\Delta_r, \sigma_s)$ méreteloszlása a 6.13.a ábrán látható a külső terhelés különböző értékei mellett. Az eloszlások olyan hatványfüggvénnyel írhatók le, melyet egy a véges rendszerméret miatt megjelenő exponenciális levágás követ. Magasabb terhelésen nagyobb lavinák tudnak keletkezni, ezért a terhelés növelésével a levágás a nagyobb méretek felé tolódik, azonban a függvényalak változatlan marad. Ezzel összhangban, ha az eloszlásokat a hozzájuk tartozó terhelés megfelelő hatványával átskálázzuk, a görbéket kiváló minőségben egymásra tudjuk ejteni (6.13.b ábra). A megfigyelt skálaviselkedést a következő skálaszerketet írja le [84]

$$p(\Delta_r, \sigma_s) = \Delta_r^{-\tau_r} \phi(\Delta_r / \sigma_s^\zeta). \quad (6.9)$$

Az összefüggésben szereplő ζ exponens a levágás terhelésfüggését szabályozza

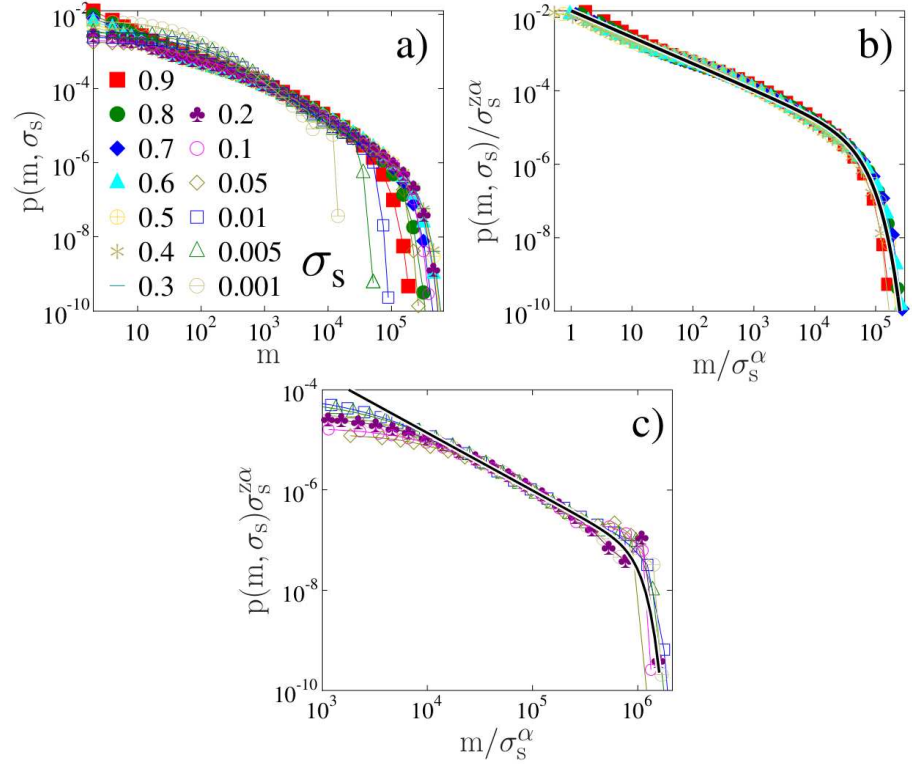
$$\langle \Delta_r^{max} \rangle \sim \sigma_s^\zeta. \quad (6.10)$$

A $\langle \Delta_r^{max} \rangle$ levágási rekord méret terheléstől való hatványfüggése jól megfigyelhető a 6.11.c ábrán is, ahol a piros szimbólumok az egyedi szimulációk



6.13. ábra. A rekord lavinák méret- a) és méretnövekmény c) eloszlása különböző terheléseken [84]. b),d) Az a),b) eloszlások a külső terheléssel összeskálázhatók. A folytonos vastag vonal a 6.9. egyenlettel készült illesztéseket jelöli [84].

során mért Δ_r^{max} legnagyobb rekord méret számtani átlagát jelöli. Az adatsor illesztésével nyert $\zeta = 0.65$ érték az eloszlásokat is nagyszerűen egymásra ejti (6.13.b ábra). A méreteloszlást jellemző hatványfüggvény exponenst $\tau_r = 1.33 \pm 0.03$ -nak találtuk. Vegyük észre, hogy ez az exponens érték lényegesen kisebb az összes lavinát tartalmazó méreteloszlás esetén mérhetőnél ($\tau_r \ll \tau = 2.5$) [47, 50, 62, 63, 85]. Ennek oka, hogy a rekord lavinákat tartalmazó alsorozatban a nagy lavinaméretetek magasabb relatív gyakorisággal fordulnak elő, mint a teljes idősorban. Az összeskálázott eloszlások megillesztéséhez feltételeztük, hogy a levágást leíró függvény a $\phi(x) \sim \exp(-(x/x_0)^\varrho)$ nyújtott exponenciális függvényalakokkal rendelkezik,



6.14. ábra. a) A rekordok közötti várakozási idők eloszlása különböző terheléseken [84]. b),c) A külső terhelés megfelelő hatványával átskálázott várakozási idő eloszlások a σ_s^* karakterisztikus terhelés alatt és fölött. A 6.11. skálaszerkezet mindkét tartományon, de különböző skála exponensekkel érvényes [84].

ahol $\varrho = 0.65$ -nek adódott [84].

Két egymást követő rekord lavina mérete közötti $\delta_k = \Delta_r^{k+1} - \Delta_r^k$ méret növekmény eloszlására hasonló viselkedést találunk (6.13.c ábra), az exponenciális levágással rendelkező hatványfüggvény eloszlásokat most is a 6.9. egyenlet írja le. Azt találtuk, hogy a görbék a τ_r és ζ skálaexponensek azonos értékeivel skálázhatók össze, mint a rekord méretek eloszlásai esetében (6.13.d ábra), mindössze annyi a különbség, hogy a növekményeknél a levágás valamivel kisebb, mint a rekord méreteknél [84].

Egy rekord lavinát a következő rekord lavina csak bizonyos számú lavi-

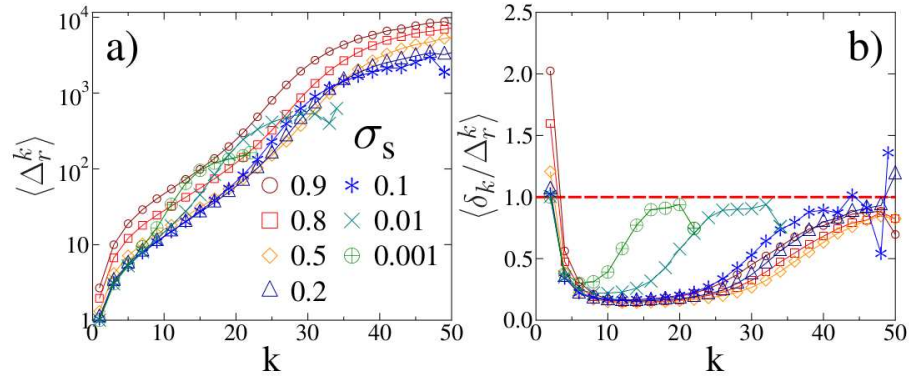
na után dönti meg. A két egymást követő rekord lavina sorszáma közötti $n_{k+1} - n_k$ különbség tehát egy m_k várakozási időt ad meg, ami fontos jellemzője a rekord sorozatnak. A 6.14.a ábrán látható a várakozási idő eloszlása különböző terheléseken [84]. Az IDD események sorozatára korábban analitikusan megmutatták, hogy $p(m) \sim m^{-z}$ hatványfüggvény eloszlást követ, ahol $z_{IDD} = 1$ [79, 80]. Ezzel összhangban az ábrán jól megfigyelhetők a hatványfüggvény eloszlások, viszont a mi esetünkben a görbék olyan két csoportra oszthatók, melyeket eltérő hatványfüggvény exponens jellemez attól függően, hogy a σ_s^* karakterisztikus terhelés alatti vagy feletti tartományban vagyunk. A 6.14.b és c ábrák mutatják, hogy az egyes tartományokban az eloszlások σ_s külső terhelés megfelelő hatványával szépen összeskálázódnak a következő skálaszerkezet szerint [84]

$$p(m) = m^{-z} \psi(m/\sigma_s^\zeta). \quad (6.11)$$

A görbék legjobb egymásra esését biztosító exponens értékek a karakterisztikus terhelés feletti $\sigma_s > \sigma_s^*$ tartományon: $z = 0.72$, $\zeta = -1.45$, $\sigma_s < \sigma_s^*$ esetén pedig $z = 1.15$, $\zeta = 0.625$. z értékét érdemes közelebbről is megvizsgálni. Magas terheléseken $z < z_{IDD}$, ami jelzi, hogy ezen a tartományon a hosszú várakozási idők gyakoribbak a korrelációmentes esethez képest. Ez azzal magyarázható, hogy a magas terheléseken generált nagyobb lavinák rekordjait nehezebb megdönteni. Alacsony terhelésen viszont z értéke valamivel nagyobb, mint az IDD esetben, ami a rövid várakozási idők emelkedett gyakoriságát mutatja. Vegyük azt is észre, hogy az ζ exponens értéke a két tartományban ellentétes előjelű, ami tükrözi, hogy a levágás növekvő terheléssel az egyik tartományban nő, a másikban csökken. A levágás terhelés függését egy független mérésen keresztül is tanulmányozhatjuk. A 6.11.c ábrán a kék színű görbe egyedi rendszerek esetében mért $\langle m^{max} \rangle$ maximális várakozási idő számtani átlagát jeleníti meg a külső terhelés függvényében. Figyeljük meg, hogy a görbe maximuma egybeesik σ_s^* értékével [84].

A rekord sorozat időfejlődése

Láttuk a korábbi részekben, hogy a kúszó törés során a rendszer a makroszkopikus törés kritikus pontját (átlagosan) növekvő méretű lavinák gyorsuló sorozatán keresztül közelíti meg. Most azt vizsgáljuk meg, hogy a

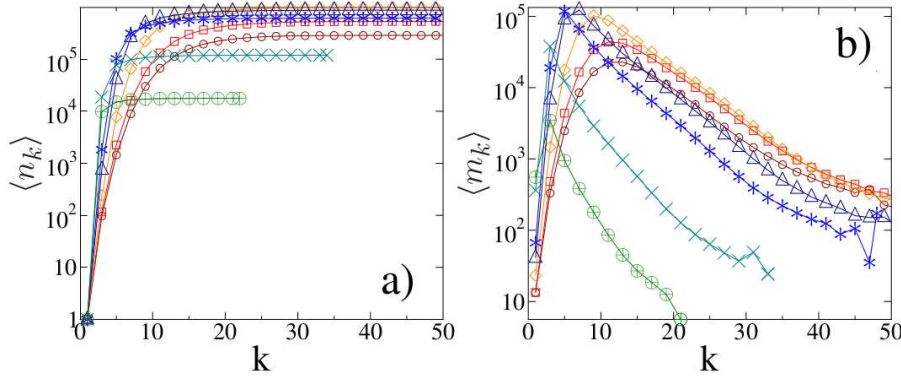


6.15. ábra. A rekord lavinák $\langle \Delta_r^k \rangle$ átlagos mérete (a), valamint a $\langle \delta_k / \Delta_r^k \rangle$ relatív növekmény átlaga (b) a k rekord sorszám függvényében [84]. A b) ábrán a pirosszagatott vonal az 1 határértéket jelöli [84].

rekordok sorozatának milyen az időfejlődése. Ehhez az egyedi rekordok tulajdonságait vizsgáljuk úgy, hogy adott sorszámú rekordok felett átlagolunk [84].

A 6.15.a ábrán a $\langle \Delta_r^k \rangle$ átlagos rekord méretet ábrázoltuk a k rekord sorszám függvényében. Az találtuk, hogy k növelésével a görbék közel exponenciálisan növekednek terheléstől függetlenül. Elsőre talán meglepőnek tűnhet, hogy egyes rekord sorszámok esetén alacsonyabb külső terheléshez nagyobb átlagos méret tartozik, mint a magasabb terhelésen. Ez azért lehetséges, mert alacsonyabb terhelésen a k -adik rekord megjelenésekor a rendszer már közelebb van a makroszkopikus töréshez, ezért a magasabb lokális terhelés miatt nagyobb méretű lavinák keletkeznek [84].

További érdekes információkat nyerhetünk, ha megnézzük, milyen ütemben növekednek a rekord lavinák. Ehhez meghatároztuk az egymást követő rekordok δ_k / Δ_r^k relatív méret növekményét, azaz a két rekord mérete közötti különbséget a rekordpár első tagjának méretéhez viszonyítottuk (6.15.b ábra). A törési folyamat legelején az átlagos relatív növekmény egészen magas értékkel indul, ami abból ered, hogy főleg alacsony terheléseken, az első rekord mérete $\Delta_r^1 = 1$ közeli érték, amihez viszonyítva már a $\Delta_r^2 = 2$ rekord méret is magas relatív növekményt ad. A rekord sorszám növelésével a relatív növekmény egy 0.25 körüli értékig csökken. Meglepő módon azt



6.16. ábra. a) Adott k rekord sorszámú rekordhoz tartozó $\langle n_k \rangle$ átlagos esemény sorszám [84]. b) A rekord lavinák közötti $\langle m_k \rangle$ átlagos várakozási idő a rekord sorszám függvényében [84].

találjuk, hogy a legnagyobb rekord sorszámok tartományán a relatív növekmény 1-hez tart, azaz a rendszer a makroszkopikus törést olyan rekord lavinákon keresztül közelíti meg, melyek mérete lényegében duplázódik az előzőhöz képest. Ez azt is jelenti, hogy a rekordok mérete mellett a méret-növekmények is monoton növekvő sorozatot alkotnak [84].

Mivel magasabb külső terheléseken a törési folyamatot nagyobb méretű lavinákból álló, intenzívebb lavina aktivitás kíséri [68], azt várnánk, hogy egy adott k sorszámú rekord a magasabb terheléseken hamarabb megjelenik, azaz kisebb $\langle n_k \rangle$ átlagos lavina sorszám tartozik hozzá. A 6.16.a ábrát megtekintve az alacsonyabb terhelések esetében mégis csökkenést találunk a terhelés növelésével. Ennek az az oka, hogy a terhelést növelve az első rekordok mérete is nő, a nagyobb rekordokat viszont tovább tart megdönteni. Figyeljük meg, hogy a σ_s^* karakterisztikus terhelés fölött azonban a viselkedés ellentétesre vált, a terhelés további növelésével az átlagos rekord sorszám a terhelésnek csökkenő függvénye lesz [84].

Annak ellenére, hogy a rekordok sorozatánál a fizikai időről nincs információnk, a törési folyamat időfejlődése a rekordok megdőlésén keresztül is vizsgálható. Összhangban az IID eredményekkel a törési folyamat kezdetén a rekordok megjelenésében lassulást tapasztalunk, azaz a rekordok

átlagos $\langle m_k \rangle$ életideje növekszik, ami ismét alátámasztja a rendezetlenség dominanciáját a törési folyamat elején (6.16.b ábra). Minden terhelésen létezik viszont egy k^* karakterisztikus rekord sorszám, ahol a $\langle m_k \rangle$ életidő maximális, majd a lassulás gyorsulásba vált át. A külső terhelés növelésével az átmenet k^* helye a magasabb rekord sorszámok felé tolódik. Összevetve egy adott terhelésnél a k^* értékét a megfelelő relatív növekmény görbével azt találjuk, hogy $\langle \delta_k / \Delta_r^k \rangle$ minimuma közelébe esik. A 6.16.a ábrából meg tudjuk határozni egy adott terhelés k^* -hoz tartozó n_{k^*} karakterisztikus időskálát, ami a rekord dinamika lassuló és gyorsuló tartományát elválasztja. Összhangban a korábbi eredményekkel, n_{k^*} a 6.12.a ábrán a $\langle N_n \rangle$ esetében megfigyelt logaritmikus és exponenciális tartomány közötti átmenetet adja [84].

Konklúziók

Az egyenletes terhelés újraosztódás határesetében végzett vizsgálataink világosan megmutatták, hogy a rekord lavinák statisztikájának vizsgálatával nagyon értékes információt nyerhetünk a kúszó törés időfejlődéséről. Mivel a feszültségtér homogén, a törési folyamatot a lokális teherbíró képesség rendezetlensége és a növekvő egy szátra eső terhelés kontrollálja. A folyamat elején a rendezetlenség dominál, ami a rekordok számának logaritmikus növekedését eredményezi. A makroszkopikus töréshez közeledve azonban, egy karakterisztikus eseményszám után exponenciális gyorsulást tapasztalunk. A rekordok növekményének és életidejének viselkedése szintén alátámasztja egy karakterisztikus rekord sorszám illetve eseményszám megjelenését, amelynek értéke a makroszkopikus törés előtti gyorsulási fázis kezdetének tekinthető. A karakterisztikus rekord sorszám megjelenése kiaknázható lehet a gyorsulási fázis előrejelzésére, de ahhoz még számos fontos kérdést (például rendszerméret függést) tisztázni kell [84].

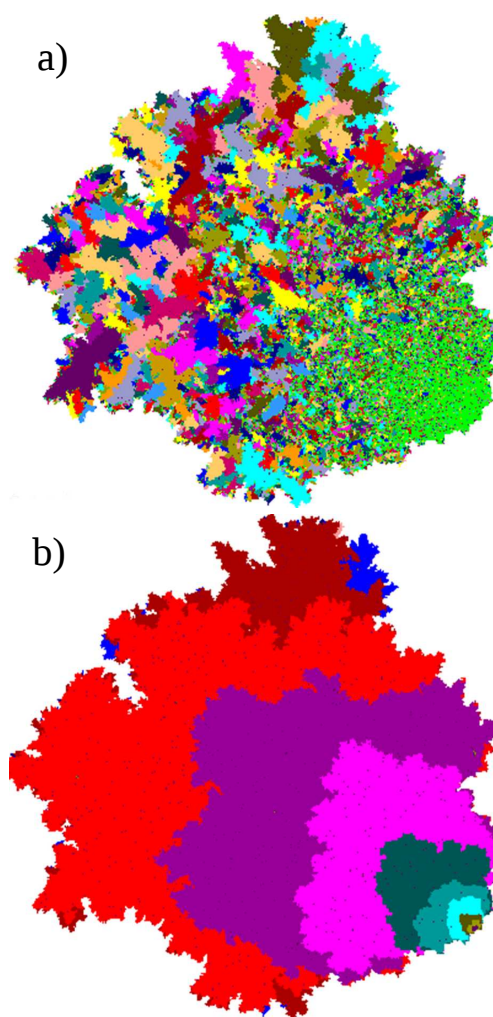
7. fejezet

Repedési lavinák időfejlődése és geometriája

Heterogén anyagok törési folyamata során fontos szerepet játszik az is, hogy a repedések környezetében mechanikai feszültség koncentrálódik. A feszültségkoncentráció szerepének tisztázására számítógépes szimulációkkal vizsgáltuk a kúszó törést a szálköteg modell keretében lokális terhelés újrasztoódást alkalmazva a száltöréseket követően. Ezek a vizsgálataink megmutatták, hogy a térbeli korreláció megjelenésének számos érdekes és a gyakorlat számára is fontos következménye van. A fejezetben az egyedi lavinák térbeli és időbeli fejlődésére kapott eredményeket foglalom össze.

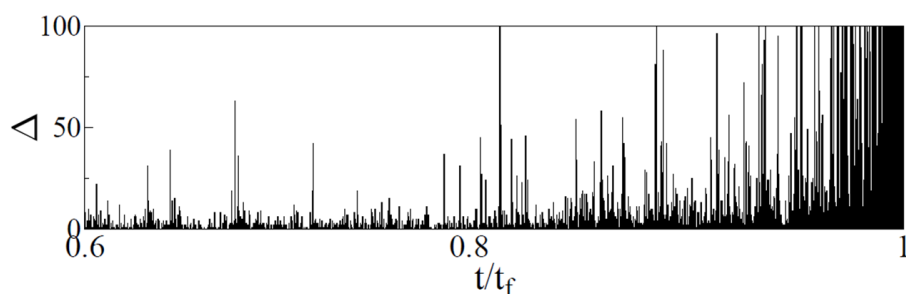
7.1. Repedési lavinák időfejlődése

A számítógépes szimulációk során a szálköteg modellnek a 4.2. fejezetben ismertetett változatát használtuk. Egyetlen repedés növekedésére koncentráltunk, ezért a károsodás halmozódás sebességét jellemző exponens értékét $\gamma = 5$ -nek választottuk a károsodási küszöbök alacsony $\delta_{cth} = 0.2$ rendezetlensége mellett. A mérések során a rendszerméret $L = 401$ volt, ahol L a négyzetrács oldalhossza. A megadott δ_{cth} és L értékektől csak akkor tértünk el, amikor ezen paraméterek hatását vizsgáltuk, a konkrét értékeket a fejezet megfelelő részein ismertetem.



7.1. ábra. a) Egy repedés utolsó stabil állapota, ahol a zöld pontok a károsodási töréseket, a színes foltok a lavinákat jelölik. A repedés a jobb alsó sarokban indult [43, 86]. b) A szálakat időablakok szerint színeztük, így megfigyelhető a terjedő repedési front a törési folyamat különböző időpontjaiban [86].

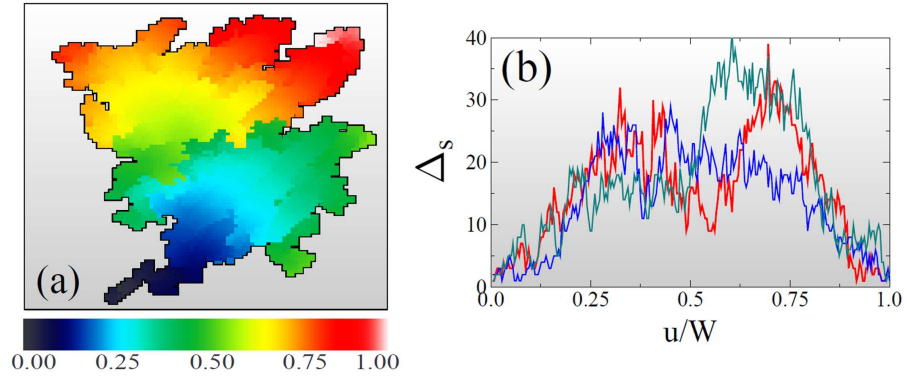
A 7.1.a ábrán egy repedés időfejlődése figyelhető meg $\sigma_0/\sigma_c = 0.01$ külső terhelés esetén. A köteget megterhelve eltörnek azok a gyenge szálak, melyek nem képesek ekkora terhelést megtartani. A bemutatott repedés



7.2. ábra. A törési folyamat során keletkezett lavinák idősora. Összevetve a 6.3.a ábra idősorával, amelyet egyenletes terhelés újraosztódással kaptunk, itt már lokális sturktúrákat lehet felfedezni [17, 20, 63, 64, 86, 87].

az így kialakuló apró klaszterek egyikéből, a jobb alsó sarokban lévő zöld területnél indult el. Kezdetben a szálak elsősorban a halmozódó károsodás miatt törnek (zöld pontok), mert a száltörések miatti terhelés növekmények túl kicsik ahhoz, hogy a lokális terhelés miatt szálak törjenek el. Az erős lokalizáció következtében a szálak egy növekvő klaszter mentén törnek, így kialakul egy terjedő front, aminek a peremén a klasztert alkotó törött szálak korábbi terhelése koncentrálódik. Túl egy bizonyos repedésméreten a terhelés növekmény elegendően nagy lesz ahhoz, hogy a károsodási törések egy része képes legyen kicsi lavinákat beindítani (véletlenszerűen választott színű foltok). A makroszkópikus törés felé haladva a folyamat gyorsul, és egyre nagyobb lavinák keletkeznek, melyeket károsodási törések egyre rövidebb sorozatai képesek kiváltani [43, 86].

Az erős feszültség koncentráció miatt a keletkező lavinák tulajdonképpen a terjedő front lokális megugrásai. A 7.1.b ábrán a haladó front különböző időpontokban látható. A repedés a jobb alsó sarokból indulva balra, felfele halad, ami egy kitüntetett irány létezését sejteti. Valójában a szálakkal párhuzamos, egytengelyű terhelés miatt ilyen irány nincs. Azonban a nagyon erős lokalizáció miatt már a repedésnövekedés korai stádiumában, ha a repedés megindul egy irányba, az adott irányba eső pereme mentén a magasabb lokális terhelés miatt lényegesen nagyobb eséllyel következnek be újabb törések, így nagy valószínűséggel megtartja ezt a kezdeti irányt. Ezt a kiválasztódó irányt a törési küszöbök és az inhomogén feszültségtér

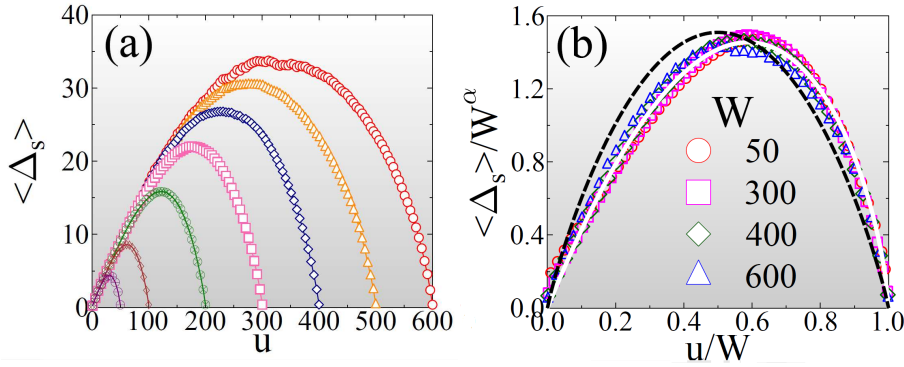


7.3. ábra. a) Egy $\Delta = 3485$ méretű lavina időbeli és térbeli fejlődése. A lavinát alkotó szálakat az allavina sorszám szerint színeztük sötétkéktől világos pirosig [86]. b) Az allavinák Δ_s mérete a W időtartammal normált u allavina sorszám függvényében három darab, azonos $W = 253$ időtartamú lavina esetében [86].

együttesen határozza meg, így rendszerről-rendszerre változik. Nagyszámú rendszert vizsgálva azt találjuk, hogy a lehetséges terjedési irányok azonos valószínűséggel válnak dominánssá [43, 86].

A 7.2. ábra a bemutatott rendszer idősorát mutatja, ahol az elemi események a folyamat során keletkezett száltörési lavinák [17, 20, 63, 64, 86, 87], amelyeket a 7.1.a ábrán színes foltokkal jelenítettünk meg. Ilyen reprezentációban, hasonlóan az ELS szimulációk megfelelő idősor ábráihoz (4.6., 6.3. ábrák), a lavina pillanatszerű eseménynek látszik, amelyet a lavina első száltörésének időpontjához rendelünk. A továbbiakban megmutatjuk, hogy maguk az egyedi lavinák is komplex térbeli és időbeli fejlődés eredményeként jönnek létre. Az ebbe kódolt információ kísérleti szempontból is releváns és kiaknázható gyakorlati célra is [86].

A lavinákat egy károsodási sorozat utolsó tagja indítja el. A károsodással tört szál terhelése közvetlen környezetében osztódik szét, ami terhelés miatti töréseket okozhat, majd ezek ismételten kiválthatnak száltöréseket. A lavinák tehát fokozatosan, allavinákon keresztül fejlődnek mindaddig, amíg a kerületük mentén lévő összes ép szál meg nem tudja tartani a rajta lévő megnövekedett terhelést. A 7.3.a ábrán egyetlen, $\Delta = 3485$ méretű lavina látható, ahol az ugyanabban az allavinában tört szálakat azonosan



7.4. ábra. a) $\sigma_0/\sigma_c = 0.1$ -es terhelésen mért átlagos jelalakok $W = 50, 100, 200, 300, 400, 500, 600$ időtartam esetén [86]. b) A W időtartam megfelelő hatványával összeskálázott átlagos jelalakok. A fehér folytonos vonal a 7.2. függvénnyel készült illesztés, a fekete szaggatott vonal az ELS határesetben mért átlagos jelalakok illesztő görbéje [86].

színeztük sötétkéktől világos pirosig. Figyeljük meg, hogy a lavina egy kicsiny, néhány szálból álló foltként indul, ami allavinák során keresztül kiterjed, kiszélesedik, majd a száltörési aktivitás fokozatosan lecsökken [86].

A terhelés újraosztódását az anyagban a rugalmas hullám terjedési sebessége kontrollálja, tehát az allavinákhoz fizikai időt is rendelhetünk. Az egyedi lavinák időfejlődését ezért vizsgálhatjuk úgy, hogy ábrázoljuk az allavina sorszám függvényében az adott allavinában eltört szálak Δ_s számát. A 7.3.b ábra 3 lavina ilyen időprofilját mutatja. Olyan lavinákat választottunk ki, melyek W időtartama, azaz a lavinát alkotó allavinák száma azonos, $W = 253$. A vízszintes tengelyen az u allavina sorszámot a W időtartammal normáltuk. Jól megfigyelhető az időprofil sztochasztikus jellege [86]. Hasonló jellegű időprofil figyelhető meg repedési zaj mérésekben is (3.2. fejezet), ahol az érzékelők feszültségjele mutatja ezt a viselkedést.

A következőkben azt a kérdést tesszük fel, hogy a jelalakok vizsgálatával milyen információkat nyerhetünk a törési folyamatról. A kérdés tanulmányozásához meghatároztuk a $\langle \Delta_s(u, W) \rangle$ átlagos jelalakokat úgy, hogy azonos időtartamú lavinák jelalakjai felett átlagoltunk. A 7.4.a ábrán az eredményül kapott átlagos jelalakok láthatók különböző W időtartamok esetén.

Megfigyelhetjük, hogy a görbék függvényalakja azonos, mind jobboldali aszimmetriával rendelkezik, de a csúcsok magassága nő az időtartam növelésével. A függvényalak invertált parabola, a maximum a $W/2$ középtértéktől a magasabb értékek felé tolódik [86].

Az átlagos időprofil W függését skálaanalízissel határoztuk meg. W megfelelő hatványával újraskálázva a függőleges tengelyt (7.4.b ábra), a különböző W -hez tartozó görbék egymásra esnek. A következő skálaszerkezet állapítható meg [86]

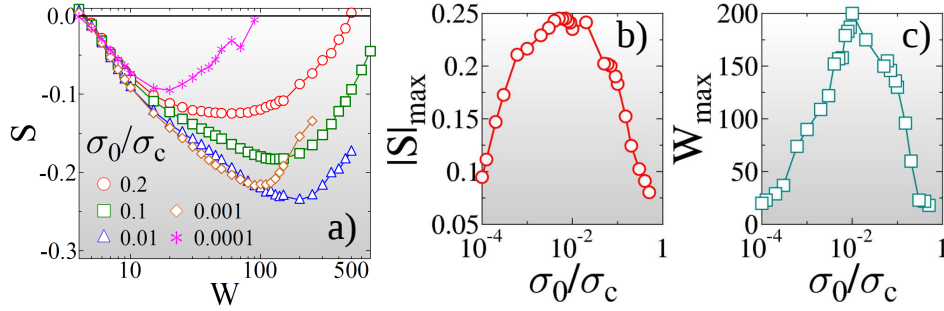
$$\langle \Delta_s(u, W) \rangle = W^\alpha f(u/W). \quad (7.1)$$

Az $f(x)$ skálafüggvény jobboldali aszimmetriája azt jelenti, hogy a lavinák lassan indulnak, fokozatosan gyorsulnak, és hirtelen állnak le, amint a front megakad az anyag erősebb tartományain [86]. Az egyedi időprofilok (7.3.b ábra) sztochasztikus görbéi alapján a szakirodalomban javasolták, hogy a profilokat diszkrét idejű egydimenziós véletlen bolyongás $x(t)$ hely-idő függvényével lehet közelíteni [88]. Ilyenkor egy lavinának az $x(t)$ függvény azon szakaszát tekintik, amit az origóból indult részecske a visszatérésig bejár [88]. Analitikusan belátható, hogy szimmetrikus bolyongás esetén az átlagos időprofil $f(x) = A\sqrt{x(1-x)}$ alakban írható le [88]. Az egymást követő lépések korrelációi mind bal, mind jobboldali aszimmetriát okozhatnak, amit az $f(x) = Ax^\psi(1-x)^\chi$ függvényalak jellemez [88]. A bolyongásra kapott analitikus eredmények alapján a repedési lavinák jelalakját a

$$f(x) = Ax(1-x)^\chi \quad (7.2)$$

függvénnyel tudjuk leírni, ahol az A a kezdeti gyorsulást határozza meg, és a $\chi < 1$ exponens a görbék jobboldali aszimmetriájának mértékét szabályozza. A 7.4.b ábrán az átlagos jelalakokat $\alpha = 0.7$ választással tudtuk egymásra skálázni. Az illesztő skálafüggvényénél $A = 4.65$ és $\chi = 0.65$ értékeket alkalmaztunk (fehér görbe) [86].

Annak érdekében, hogy megértsük milyen szerepet játszik a terhelés újraosztódás hatótávolsága az időprofilok alakjában, az átlagos jelalakokat a modell átlagtér közelítésében, az ELS határesetben is meghatároztuk.



7.5. ábra. a) Az átlagos jelalakok aszimmetriáját jellemző S ferdeség paraméter a W időtartam függvényében különböző terhelések esetén [86]. b)-c) Adott terhelésen mért $|S|_{\max}$ legnagyobb ferdeség érték átlaga, és a legnagyobb aszimmetriával rendelkező lavinák átlagos $W_{\max}$ időtartama [86].

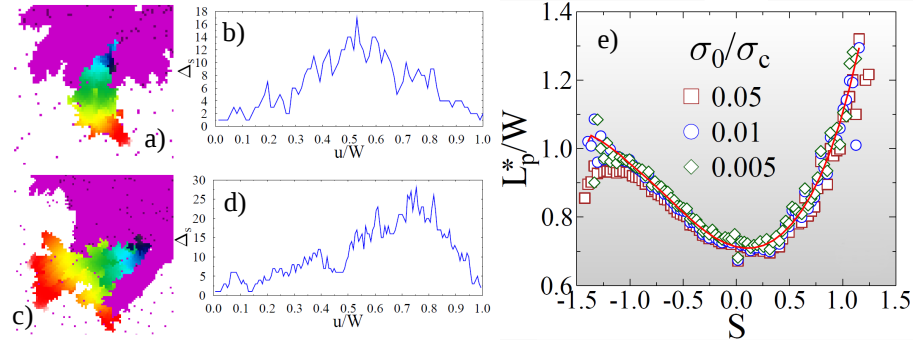
$N = 10^7$ szálát tartalmazó kötegeket vizsgálva szimmetrikus parabolákat kaptunk, ahol a skálaexponens értéke $\alpha = 1$ és $\chi = 1$ (7.4.b ábra, szaggatott vonal). Az eredményeink tehát azt mutatják, hogy az átlagos jelalak jobboldali aszimmetriáját a lokális terhelés újraosztódás okozza. A jelalak szimmetria tulajdonságaiból a feszültség lokalizáció erősségére lehet következtetni [86].

Az aszimmetria mértékének kvantitatív vizsgálatához az S ferdeség paramétert választottuk. A ferdeség paraméter egy valószínűségi sűrűségfüggvény esetében a második és harmadik centrális momentum segítségével jellemzi az aszimmetriát [89]

$$S = \frac{\int (x - \bar{x})^3 p(x)}{\left[\int (x - \bar{x})^2 p(x) \right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (7.3)$$

Baloldali aszimmetria esetén pozitív, szimmetrikus jelalak esetén 0-hoz közeli, jobboldali aszimmetria esetén pedig negatív értéket ad eredményül [86, 89].

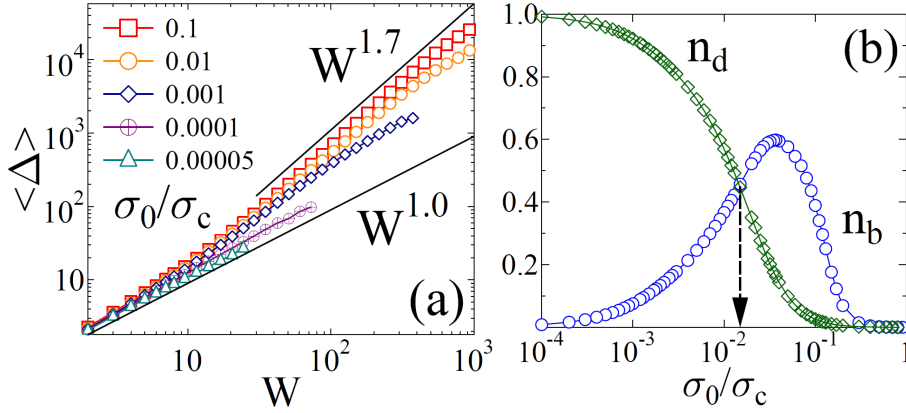
A 7.5.a ábra az S ferdeség paramétert a W időtartam függvényében mutatja különböző terhelések esetén. Az átlagos jelalakoknál megfigyelt jobboldali aszimmetriának megfelelően S értéke negatív, viszont erősen függ az időtartamtól. A rövid időtartamú lavinák jelalakja lapos és szimmetrikus,



7.6. ábra. a), c) Egyedi lavinák eredeti környezetükben. Lila pontok: korábbi törések, fehér: ép szálak. A lavina színezése sötétkéktől világos pirosig az allavinák szerint történt. b), d) Az a,c ábrán bemutatott lavinákhoz tartozó időprofilok. e) A frontot érintő L_p^* kerületi szálak W időtartamhoz viszonyított aránya az S ferdeség függvényében [86].

ennek megfelelően $S \approx 0$ [86]. A nagyon nagy időtartamok tartományán szintén szimmetria felé tartunk, mert a lavinák fejlődése során az anyag rendezetlensége válik dominánssá, ami a szimmetriát preferálja hasonlóan az ELS esethez [88–91]. Minden terhelésen találunk egy W_{max} karakterisztikus időskálát, ahol a jelalakok $|S|$ aszimmetriája maximális. Mind W_{max} , mind $|S|_{max}$ a σ_0/σ_c függvénye, maximális értéküket közel azonos $\sigma_0/\sigma_c \approx 0.01$ terhelésen éri el (7.5.b,c ábra) [86].

A terjedő repedés kompakt, így a benne eltört szálak terhelése a front mentén oszlik el. A front mentén tehát a szálakon a lokális terhelés lényegesen nagyobb, mint a rendszer többi részén, ezért ezeknek a szálaknak már kisebb terhelés növekmény is elég, hogy eltörjenek. Ennek megfelelően a fronton meginduló lavinának több esélyük van a fejlődésre, ha az allavinák során bevonják ezeket a könnyen törhető szálakat is, ami a térbeli és időbeli fejlődés összekapcsolódásához, korrelációjához vezet [86]. A 7.6.a,c ábrán két példát láthatunk arra, hogyan befolyásolja a repedési front a terjedő lavina jelalakját. A színes képeken egy-egy lavina figyelhető meg abban a környezetben, amiben kifejlődött. Lila színnel a lavina keletkezéséig eltört szálakat, fehérrel a még ép szálakat jelöltük. A lavina színezése most is az allavinák szerint történt sötétkéktől világos pirosig, így jól látható honnan



7.7. ábra. a) Az $\langle \Delta \rangle$ átlagos lavinaméret a W időtartam függvényében különböző terhelések esetén [86]. b) A károsodás miatt törő szálak n_d , és a lavinában törő szálak n_b aránya a terhelés függvényében [86].

indultak, merre haladtak. A felső esetben a lavina viszonylag korán elvált a repedési fronttól, attól távolodva haladt, ami egészen szimmetrikus jelalakot eredményezett (7.6.b ábra). Az alsó esetben azonban a lavina még a kései allavinák esetén is a front mentén haladt, ami erős jobboldali aszimmetriával rendelkező jelalakhoz vezetett (7.6.d ábra). A megfigyelt korreláció kvantitatív vizsgálatához meghatároztuk egyedi lavinák esetében, hogy a területüket alkotó szálak közül hány érinti a frontot. Ezt a mennyiséget L_p^* -gal jelöltük, és viszonyítottuk az adott lavina W időtartamához. A 7.6.e ábrán ezt az L_p^*/W arányértéket láthatjuk a jelalak aszimmetriáját jellemző S ferdeség paraméter függvényében különböző külső terhelések esetén. Minden terhelésen a görbéknek minimuma van az $S \approx 0$ ferdeség érték körül, azaz azok a lavinák, melyek jelalakja a legszimmetrikusabb, érintik a frontot a legkevésbé. Az eredmény azért nagyon fontos, mert segítségével egyetlen lavina jelalakjából következtetni lehet arra, hogy a lavina térben hogyan fejlődött. Ezt ki lehet aknázni anyagvizsgálati módszerek fejlesztésére [86].

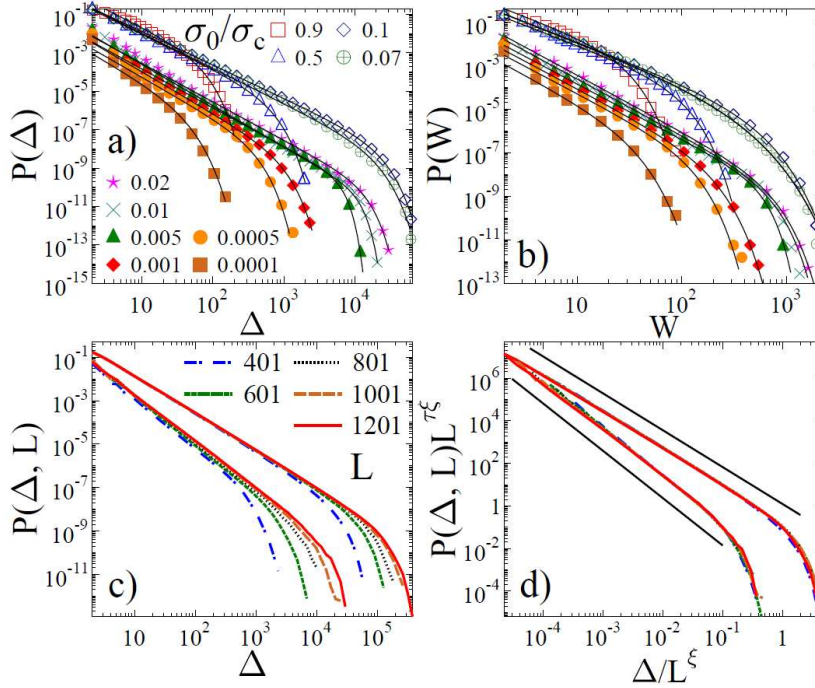
A 7.1. egyenletből arra következtethetünk, hogy az $\langle \Delta \rangle$ átlagos lavinaméret az időtartammal $\langle \Delta \rangle \sim W^{1+\alpha}$ szerint növekszik. A függvényalak igazolásához meghatároztuk a $\langle \Delta \rangle(W)$ függvényt. Ahogy azt a 7.7.a ábrán megfigyelhetjük, a numerikus eredmények jól követik az analitikus jóslatot.

A hatványfüggvény exponens aszimptotikus értékére viszont azt találjuk, hogy a külső terhelés függvénye. Alacsony terhelésen az átlagos lavinaméret arányos az időtartammal $\langle \Delta \rangle \sim W$, ahol $\alpha = 0$, azaz ezen a terhelés tartományon a jelalakok parabola helyett laposak és szimmetrikusak [73, 92, 93], az $S \approx 0$ ferdeség értékkel összhangban. A kúszó törés esetében a külső terhelés szabályozza, hogy a lassú károsodási folyamat és az azonnali törések közül melyik a dominánsabb törési módus. Magas terheléseken, közel a kritikus terheléshez ($\sigma_0 \rightarrow \sigma_c$) már néhány károsodási törés képes kiterjedt lavinákat kiváltani, ezért a lavinák mérete az időtartammal gyorsabban nő, amit a nagyobb exponens érték is mutat: $\langle \Delta \rangle \sim W^{1.7}$, $\alpha = 0.7$ (7.7.b ábra) [86].

Az α exponens értékében megfigyelhető átmenet a lavinák $p(\Delta)$ méret és $p(W)$ időtartam eloszlására is hatással van (7.8.a,b ábra). Az eloszlásokra hatványfüggvény alakot kapunk

$$p(\Delta) = \Delta^{-\tau} g(\Delta/\Delta_0), \quad p(W) = W^{-s} h(W/W_0), \quad (7.4)$$

ahol a levágások $g(x)$ és $h(x)$ függvényeit exponenciális függvényként jól közelíthetjük. Vizsgálataink megmutatták, hogy a Δ_0 és W_0 levágások mellett az eloszlásokat jellemző hatványfüggvény exponensek is a σ_0 külső terhelés függvényei. Két tartomány találunk, melyek közötti átmenet $\sigma_0^*/\sigma_c = 0.0025$ (4) pontja közel esik ahhoz a terheléshez, melyen a lavinák aszimmetriája eléri a legmagasabb értéket (7.5.b,c ábrákkal összevetve). Ez az átmenet a lassú és gyors törési módusok versengése miatt lép fel, ami közeli analógiát mutat azzal a mechanizmussal, ami a kristály képlékenység esetében az önszervezett lavina oszcillátorhoz vezet [94]. Magas terheléseken $\sigma_0 > \sigma_0^*$, bár hosszabb időtartamú, nagy lavinák keletkeznek, σ_c felé haladva egyre nagyobb a valószínűsége, hogy amint egy lavina elindul, már nem tud megállni, és katasztrofális törést eredményez. Ennek az lesz a következménye, hogy a τ és s hatványfüggvény exponensek viszonylag alacsony $\tau = 1.75$ és $s = 1.82$ értékekkel rendelkeznek, és a Δ_0 és W_0 levágások növekvő σ_0 terheléssel csökkennek. Az alacsony, $\sigma_0 < \sigma_0^*$ terheléseken azonban hosszú károsodási sorozatok szükségesek a viszonylag kis méretű lavinák beindításához. Ennek megfelelően, nagyobb $\tau = 2.4$ és $s = 2.55$ exponensek jellemzik a $p(\Delta)$ és $p(W)$ eloszlásokat, és a Δ_0 és W_0 levágások növekednek,



7.8. ábra. a) A $p(\Delta)$ lavinaméret és b) a $p(W)$ időtartam eloszlása különböző terheléseken. A folytonos vonalak a 7.4. egyenletekkel készült illesztések [86]. c) Lavinaméret eloszlások különböző L rendszerméreteken két, $\sigma_0/\sigma_c = \{0.1, 0.001\}$ terhelésen. A felső görbecsoport tartozik a magasabb terheléshez [86]. d) Az L rendszermérettel a görbék összeskalázhatók. A skálaexponensek értéke a felső görbecsoportra: $\xi = 1.6, \tau = 1.75$; alsó görbecsoportra: $\xi = 2.5, \tau = 2.4$ [86].

ha alulról közelítjük az átmeneti pont terhelését [86].

A lassú és gyors törési módusok relatív fontosságának jellemzésére, meghatároztuk a károsodás miatt törő szálak n_d és a lavinában törő szálak n_b arányát a terhelés függvényében (7.7.b ábra). Figyeljük meg, hogy a károsodási törések n_d aránya monoton csökken a terheléssel, az azonnali törések n_b aránya viszont először nő, majd a $\sigma_0/\sigma_c = 0.045(6)$ terhelésen mérhető maximum után csökken. A két arányérték a $\sigma_0/\sigma_c = 0.018(5)$ terhelésen egyenlővé válik ($n_d = n_b$), ami nagyon közel esik az eloszlások esetében megfigyelt átmeneti ponthoz. A $p(\Delta)$ és $p(W)$ eloszlások

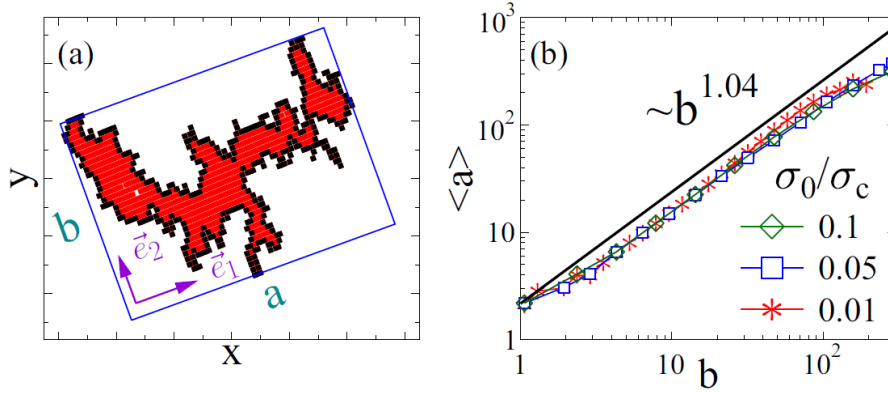
végisméret függésének vizsgálatára szimulációkat végeztünk rögzített terhelések mellett különböző rendszerméreteken: $L = 401, 601, 801, 1001, 1201$. A 7.8.c ábrán két terhelés, $\sigma_0/\sigma_c = 0.1$ és 0.001 esetében láthatjuk hogyan nő a $p(\Delta, L)$ levágási lavina mérete az L rendszermérettel. Az eloszlásokat az L megfelelő hatványával átskálázva egymásra tudjuk ejteni (7.8.d ábra), ami a $p(\Delta, L) = \Delta^{-\tau} \phi(\Delta/L^\xi)$ skálaszerkezet érvényességét jelzi. A ξ levágási exponens értéke $\sigma_0 < \sigma^*$ esetén $2.4, 1.3$, $\sigma_0 > \sigma^*$ esetén pedig $1.6, 1.0$ a lavinaméret és időtartam eloszlásokra. A skálaanalízis nagyon fontos következménye, hogy a $p(\Delta)$ és $p(W)$ eloszlások exponense nem függ a rendszer méretétől [86].

7.2. Repedési lavinák térbeli struktúrája

A 7.1.a ábrához visszalapozva megfigyelhetjük, hogy a lokális terhelés újraosztódás miatt a front mentén kipattanó lavinák erősen kompaktnak, csak elvétve találunk a belsejükben épen maradt szálat. A lavinák területét vizsgálva azt is észrevehetjük, hogy egyenetlenek, durvák. Ezt a komplex területet a rövid hatótávolságú kölcsönhatás miatt kialakuló inhomogén feszültségtér és a szálak rendezetlen terherbíróképességének kölcsönhatása alakítja ki [95].

Annak érdekében, hogy a lavinák térbeli struktúráját kvantitatíve tudjuk jellemezni, első lépésben meghatároztuk az egyedi lavinák $\vec{r}_c$ tömegközéppontjára vonatkozó tehetetlenségi mátrixának $\vec{e}_1$ és $\vec{e}_2$ sajátvektorait. Ezután a lavinákat a sajátvektoroknak megfelelő irányítású téglalapba foglaltuk (7.9.a ábra). A befoglaló téglalap a hosszabbik oldalának átlagos hosszát a b rövidebbik oldal függvényében ábrázolva azt találjuk, hogy az átlagos lavina alak izotróp, amit az eredményül kapott hatványfüggvény exponens 1-hez közeli értéke mutat. (7.9.b ábra). A téglalap oldalhosszai tehát egyenesen arányosak egymással, és az a/b arány független a Δ lavinamérettől. A közel izotróp alakból kiindulva, meghatároztuk a lavinák R_g girációs sugarát

$$R_g^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\Delta} (\vec{r}_i - \vec{r}_c)^2, \quad (7.5)$$



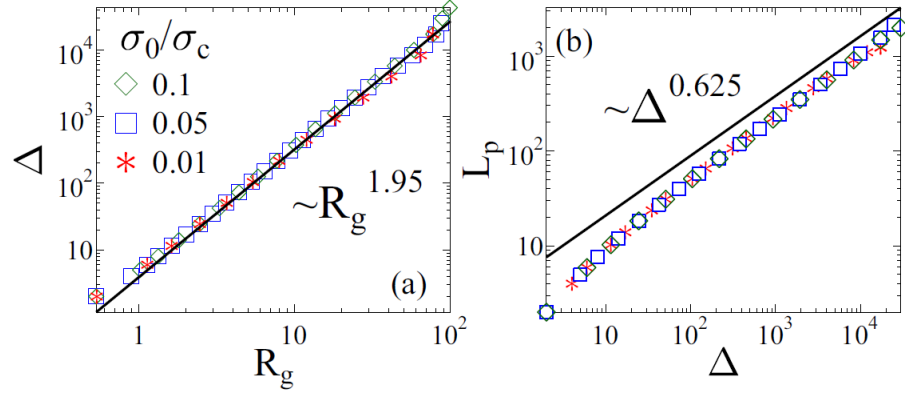
7.9. ábra. a) A befoglaló téglalap oldalait a tehetetlenségi mátrix $\vec{e}_1$ és $\vec{e}_2$ sajátvektoraival párhuzamosan vesszük fel. A fekete vonal a lavina kerületét adó szálat jelöli ki [95]. b) A befoglaló téglalap a hosszabbik oldalának átlagos hossza a b rövidebbik oldal függvényében [95].

ahol $\vec{r}_i$ ($i = 1, \dots, N$) egy adott lavinát alkotó törött szálat pozícióit jelöli a szálkötegben, $\vec{r}_c$ pedig a lavina tömegközéppontja. A 7.10.a ábrán különböző külső terhelések esetén láthatjuk a Δ lavinaméretet (ami egyben a lavina területét is megadja) az R_g girációs sugár függvényében. A függvényalakot leíró

$$\Delta \sim R_g^D \quad (7.6)$$

hatványfüggvény exponense $D \approx 2$, ami jól mutatja, hogy a lavinák mérettől függetlenül kompakt, térkitöltő objektumok. A külső terhelés mindössze a görbék felső levágását befolyásolja, mert magasabb terheléseken nagyobb lavinák keletkeznek [64, 86, 95].

Mire egy allavinákon keresztül fejlődő lavina megáll, a kerülete igen komplex lesz, kisebb-nagyobb völgyekkel, hegyekkel tagolt. A lavina kerület szerkezetének jellemzéséhez meghatároztuk a lavinák kerületét alkotó szálat L_p számát. A 7.9.a ábrán egy lavina esetében a beazonosított kerületet alkotó szálat fekete színnel jelöltük. L_p átlagos értékét a Δ lavinaméret függvényében vizsgálva (7.10.b ábra) azt találjuk, hogy a nagy



7.10. ábra. a) A Δ lavinaméret az R_g girációs sugár függvényében [95]. b) A lavina kerületét alkotó szálak L_p száma a Δ lavinaméret (a lavina területe) függvényében [95].

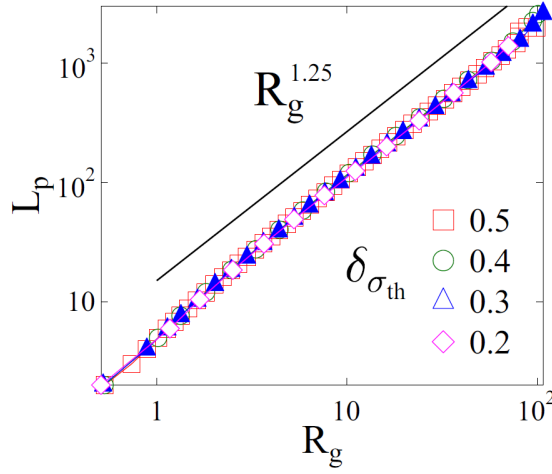
lavina méretek tartományán hatványfüggvény szerint növekszik

$$L_p \sim \Delta^\theta. \quad (7.7)$$

A θ exponens értéke $\theta = 0.625 \pm 0.015$. A hatványfüggvény viselkedés azt jelenti, hogy a lavinák kerülete fraktál

$$L_p \sim R_g^{D_f}, \quad (7.8)$$

amelynek D_f fraktáldimenziója kifejezhető a D és θ exponensekkel $D_f = \theta D = 1.25 \pm 0.03$, ahol D értékére $D = 2$ -t helyettesítettünk be. Szimulációink alapján a D_f fraktáldimenzió univerzálisnak bizonyult, értéke nem függ sem a σ_0 külső terheléstől, sem a károsodás halmozódás sebességét kontrolláló γ exponenstől (az egyrepedés-növekedés fázisban). A károsodási folyamat szerepe mindössze annyi, hogy egy-egy károsodási törés indítja el a lavinákat, további fejlődésüket azonban már csak a terhelés újraosztódás irányítja. A 7.11. ábrában a kerület hosszát jellemző L_p értékét az R_g girációs sugár függvényében ábrázoltuk a terherbíró képesség eloszlásának különböző $\delta\sigma_{th}$ szélességei esetén. Jól látható, hogy amíg a rendezetlenség mértéke elegendően nagy, a fraktáldimenzió értéke változatlan, nem függ a rendezetlenség mértékétől [95].

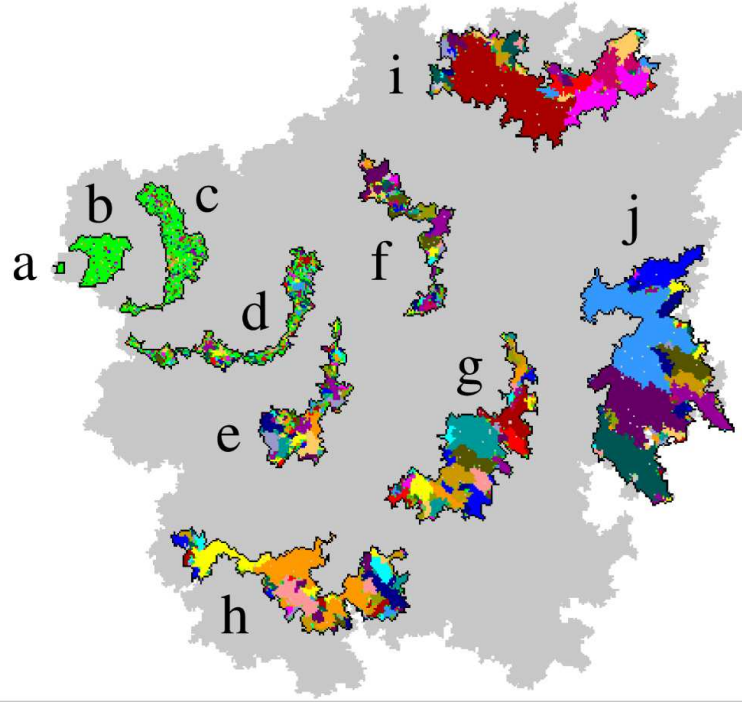


7.11. ábra. A területet alkotó szálak L_p száma az R_g girációs sugár függvényében különböző mértékű $\delta_{\sigma_{th}}$ küszöb rendezetlenség esetén [95].

Hasonló eredményeket találunk más, szintén lavinákat tartalmazó rendszerek esetében, feltéve, hogy a kölcsönhatás rövid hatótávolságú. Majumdar nevéhez fűződik, hogy az Ábeli homokdomb modell [96, 97] esetében megmutatta, hogy 2 dimenzióban a keletkező lavinák kerülete a hurokmentesített önelkerülő véletlen bolyongás (LERW: loop erased random walks) univerzalitási osztályba sorolható [96]. Analitikusan meghatározta a fraktáldimenzió értékét, ami $D_f = 5/4$ -nek adódott [96]. A növekedési dinamika, a térbeli tulajdonságok, és a fraktáldimenzió értéke alapján megállapítottuk, hogy a szálköteg modellek lavinái lokális terhelés újraosztódás esetén szintén az LERW univerzalitási osztályba esnek [95].

7.3. A repedési front szerkezete

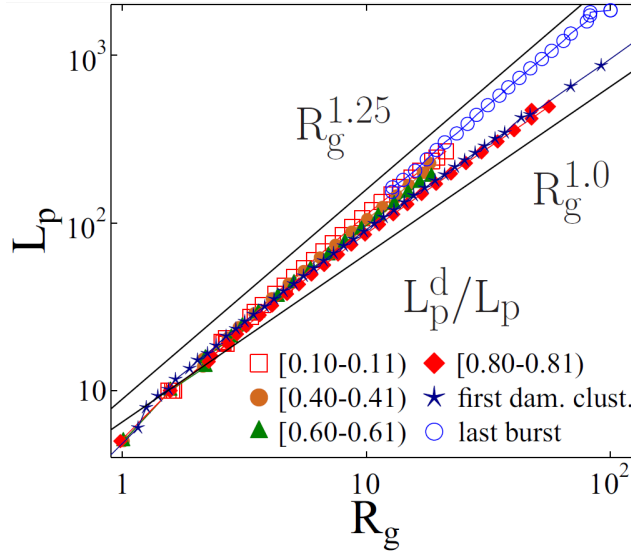
Ahogy a korábbi fejezetben láttuk, a száltörések erős lokalizációja miatt egy terjedő repedési front alakul ki. Tekintsünk vissza a 7.1.b ábrára, ahol a megfelelő színezés segítségével a terjedő front különböző időpontokban látható. Megfigyelhetjük (a 7.1.a ábrával összevetve), hogy kezdetben, amikor még a károsodási törések dominálnak, a repedés frontja egészen sima.



7.12. ábra. Frontdarabok, melyeket adott intervallumon belül keletkezett törések alkotnak. A frontdarabokat a területüket alkotó károsodási törések L_p^d/L_p aránya jellemzi. A példaként ábrázolt darabok a következő arány intervallumokból lettek kiválasztva: a: 1.0, ez az első lavinát megelőző kezdeti károsodási klaszter, b: 0.8 – 0.9, c: 0.5 – 0.6, d: 0.4 – 0.5, e: 0.2 – 0.3, f: 0.2 – 0.3, g: 0.1 – 0.2, h,i,j: 0.0 – 0.1 [95].

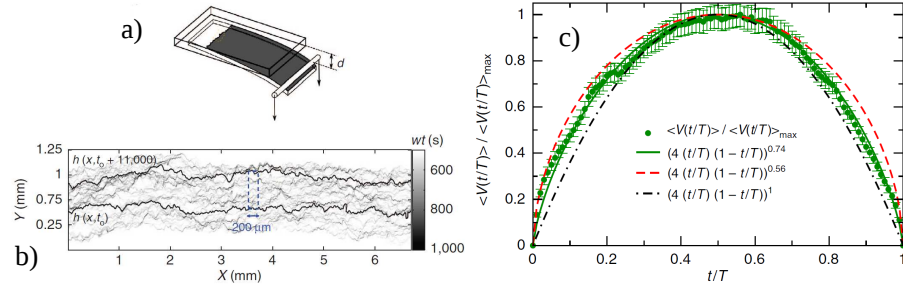
Később viszont, ahogy egyre több, és nagyobb lavina keletkezik, a front szerkezetét is befolyásolják, ami egyre durvább lesz [95].

A front ezen feldurulásának jellemzésére, meghatároztuk a front egyes darabjainak a fraktáldimenzióját. A front darabokat olyan klaszterekként definiáltuk, melyeket adott számú egymást követő lavina, valamint az így kijelölt időintervallumon belüli károsodási törések alkotnak. Előfordulhat, hogy ez a definíció nem eredményez egyetlen, egybefüggő klasztert. Ezekben az esetekben a klaszterek közül mindig a legnagyobbat vizsgáljuk. A 7.12. ábra számos példát mutat ezekre a frontdarabokra [95].



7.13. ábra. A frontdarab kerületét alkotó szálak L_p száma az R_g girációs sugár függvényében az L_p^d/L_p arány különböző értékei esetén. Az első lavina előtti, kezdeti károsodási klaszter (kék csillag) fraktáldimenziója $D_f = 1.0$. Az arányérték csökkenésével átmenet látható az egyedi lavinák $D_f = 1.25$ -ös fraktáldimenziójához. A kék karika szimbólum az utolsó lavinára vonatkozó görbét jelöli [95].

A kulcsjellemző, ami meghatározza egy-egy frontdarab kerületének durvaságát az a kerületet alkotó szálak között a károsodási törések részaránya. Minden frontdarab esetében ezért meghatároztuk a kerületi szálak L_p számát, valamint a károsodási törések L_p^d számát a kerületen belül. Ezután a frontdarabokat az $L_p^d/L_p \leq 1$ arány alapján 0.01 szélességű dobozméretet használva csoportosítottuk. A 7.13. ábra a klaszterek L_p kerületét az R_g girációs sugár függvényében mutatja a L_p^d/L_p arány különböző értékei esetén. Amikor a károsodási törések dominálnak, azaz $L_p^d/L_p \approx 1$ a kerület mentén, a klaszterek kerületének fraktáldimenziója $D_f = 1.0$, a megfigyelt sima kerületnek megfelelően. Viszont, ahogy az L_p^d/L_p arány csökken, a lavinákban tört szálak egyre nagyobb mértékben befolyásolják a kerület szerkezetét. Ennek megfelelően egy átmenetet látunk egy magasabb, $D_f = 1.25$ értékhez, azaz az egyedi lavinák kerületét jellemző fraktáldimenzió értékhez.



7.14. ábra. Két szintereléssel egyesített plexiüveg lemez, ahol a felső lemezt rögzítették, majd az alsó lemez konstans d elmozdulása (a) miatt meginduló sík repedést nagysebességű kamerával követték (b) [98]. c) A kísérlet során mért átlagos jelalak (zöld szimbólumok) a 7.9. formulával jól illeszthető (folytonos zöld vonal), ahol $a = 0$ -nak, $\varphi = 0.74$ -nek adódik [98].

Eredményeink azt mutatják tehát, hogy az általunk vizsgált modellben, lokális terhelés újraosztódás esetén a front szerkezete fokozatosan változik, ezért nem mindegy, hogy a front fraktáldimenzióját mikor mérjük a törési folyamat során [95].

7.4. Összevetés kísérleti eredményekkel

Ebben az alfejezetben az átlagos lavinaprofilokra vonatkozó elméleti eredményeinket két laboratóriumi kísérlettel vetem össze.

7.4.1. Sík repedésterjedés lavinái

Laurson és munkatársai [98] sík repedés terjedése során keletkező repedési lavinák átlagos jelalakját vizsgálták. Ehhez két plexiüveg anyagú, durva felületű lemez szinterelésével gyenge határfelületet hoztak létre. A felső lemezt rögzítve és az alsó lemezt konstans d elmozdulással merőlegesen távolítva a meginduló repedési frontot nagysebességű kamerával nyomon tudták követni (7.14.a,b ábra) [98]. A repedési lavinákat a terjedő front lokális megugrásaiként lehet azonosítani, amelyek geometriája és időfejlődése nagyon hasonló a szálköteg modellben látottakhoz. Az így nyert átlagos lavina alakok a 7.14.c ábrán láthatók, ahol a kísérleti eredményt a zöld szimbólumok jelölik [98]. Jól megfigyelhető a parabolikus alak szimulációs

eredményeinkkel egyezően.

A kísérletek mellett a kutatók analitikusan és numerikusan is vizsgálták a repedési lavinák átlagos alakját egy általános depinning modell [98] keretében, ami egy rugalmas szál heterogén környezetben történő mozgását írja le terhelés alatt. Eredményeik alapján az átlagos jelalakokat a következő formulával lehet leírni [98]

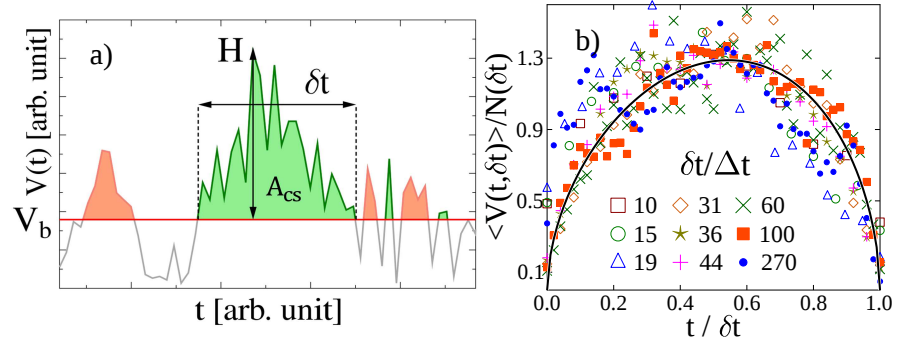
$$\langle V(t/\delta t) \rangle = A \left[\frac{t}{\delta t} \left(1 - \frac{t}{\delta t} \right) \right]^\varphi \left[1 - a \left(\frac{t}{\delta t} - 1/2 \right) \right], \quad (7.9)$$

ahol δt a lavina időtartama. Ez a függvény valójában az általunk is használt 7.2. egyenlet általánosabb formája. A φ exponens a $\frac{t}{\delta t} = 0$ és $\frac{t}{\delta t} = 1$ közelében határozza meg a függvény alakját, míg az a paraméter az aszimmetriát jellemzi: 0 értéke szimmetriát, pozitív értéke baloldali, negatív értéke jobboldali aszimmetriát jelez [98].

Azt találták, hogy az átlagos jelalak érzékeny a kölcsönhatás hatótávolságára: átlagtér közelítésben $\varphi = 1.0$, $a = 0$, míg a rövid hatótávolságú kölcsönhatás aszimmetriához vezet [98], összhangban a szimulációkkal kapott saját eredményeinkkel. Az analitikus és numerikus eredményeket összevetették a kísérlet során kapott átlagos jelalakokkal. A 7.14.c ábrán megfigyelhető, hogy a mért átlagos lavina időprofil (zöld szimbólumok) a 7.9. formulával jól illeszthető (folytonos zöld görbe), ahol $\varphi = 0.74$ -nek adódott [98]. Az aszimmetriát jellemző a paraméter értékére $a = 0$ -t ad az illesztés, viszont az átlagoláshoz felhasznált lavinák darabszáma több nagyságrenddel kevesebb volt, mint amennyi a modellük által jósolt aszimmetria kimutatásához szükséges lett volna [98].

7.4.2. Mágneses zaj dinamikus törésben

Doktori tanulmányaim során lehetőségünk adódott bekapcsolódni egy kísérleti csoporttal való együttműködésbe, amelynek keretében dinamikus törés során rögzített mágneses zaj jellemzőit vizsgáltuk. A bemutatásra kerülő méréseket Lenkeyné Dr. Biró Gyöngyvér vezetésével a miskolci Bay Zoltán Alkalmazott Kutatási Közalapítvány Logisztikai és Gyártástechnikai Intézetének (BAY-LOGI) munkatársai végezték. Mi a kísérletek során rögzített nyers adatok feldolgozását és statisztikai vizsgálatát végeztük.



7.15. ábra. a) Egy-egy csúcs kezdetét és végét a feszültségjelnek a V_b háttérrel metsző két egymást követő pontja jelöli ki. A csúcsokat jellemző mennyiségek: H magasság, δt időtartam, A_{cs} terület [15]. b) A $N(\delta t)$ normával átskálázott átlagos jelalakok a $\delta t/\Delta t$ különböző értékei mellett. A fekete folytonos vonal a 7.9. formulával készült illesztés [15].

A dinamikus törés vizsgálata Charpy-féle ütőművel történt [14, 99, 100]. Mivel a felhasznált minták anyaga (kétféle acél) ferromágneses tulajdonságokkal is rendelkezik, a törési folyamatot az akusztikus emisszió mellett mágneses zaj is kíséri [99, 101]. A mágneses emisszió forrása a mechanikai behatásra elmozduló doménfalak, illetve a növekedő repedésbe szóródó mágneses erővonalak hatására időben változó mágneses tér. Egy a próbatest-re rögzített kisméretű tekercs segítségével ezt a mágneses aktivitást indukált feszültség formájában tudjuk rögzíteni. A közelmúltban megmutatták, hogy a mágneses zaj nagyon érzékeny a repedésterjedés sebességének ingadozásaira, ezért vizsgálatával részletes információkat nyerhetünk a repedésterjedés dinamikájáról [14, 99].

A mágneses zaj szerkezetének jellemzésére a feszültségjel idősorát csúcsokra osztottuk fel. A csúcsok t_i^s kezdő- és t_i^e végpontját a feszültségjelnek V_b háttérrel metsző két egymást követő pontja jelöli ki (7.15.a ábra) [14, 89, 102–104]. Egy-egy próbatest törése során rögzített idősorban néhány száz csúcsot tudtunk azonosítani [15].

Az egyedi csúcsok jellemzésére meghatároztuk a H magasságukat, δt

időtartamukat, A_{cs} területüket és E_{cs} energiájukat (7.15.a ábra). Mivel ezek a mikroszkópikus mennyiségek erősen fluktuálnak a törési folyamat során, a feszültség idősor jellemzéséhez meghatároztuk az eloszlásaikat. Az egyedi csúcsokat jellemző mennyiségekre hatványfüggvény eloszlásokat kaptunk, ami jelzi, hogy az elemi törési események nem véletlenszerűek, hanem a terjedő repedés egymást követő lépései között korreláció lép fel [15].

Az elemi repedési események időfejlődésének vizsgálatához meghatároztuk a $\langle V(t, \delta t) \rangle$ átlagos időprofilokat úgy, hogy $\delta t \pm 0.1\delta t$ időtartamú csúcsok felett átlagoltunk [15, 89, 105]. A 7.15.b ábrán a különböző időtartamhoz tartozó átlagos jelalakokat a $N(\delta t) = \int_0^1 \langle V(t, \delta t) \rangle d(t/\delta t)$ normával átskáláztuk, így a $t/\delta t$ normált idő függvényében egymásra esnek. A következő skálaforma írható fel a jelalakokra [15]

$$\langle V(t, \delta t) \rangle = \delta t^\omega f(t/\delta t), \quad (7.10)$$

ahol $N(\delta t) \sim \delta t^\omega$ teljesül. Az $f(x)$ skálafüggvénynek parabola alakja van, és kis mértékű jobboldali aszimmetriával rendelkezik, ami nagyon jó egyezést mutat a szálköteg modellel [86]. Azt találjuk, hogy az $f(t/\delta t)$ skálafüggvény az alfejezet előző részében bemutatott, 7.9. függvényalakokkal írható le, ahol a legjobb minőségű illesztést $\varphi = 0.55$ választással tudtuk elérni, ami lényegesen kisebb, mint az átlagtérhez tartozó $\varphi = 1$ érték [15, 86, 90, 104, 105], viszont közel esik a kvázisztatikus sík repedés terjedés esetén mérhető $\varphi \approx 0.74$ értékhez [98]. Az aszimmetria paraméter értéke $a = -0.2$ -nek adódott, ami abszolút értékben nagyobb, mint amit a statikus repedésterjedés modelljei jósolnak [15, 86, 98]. Saját eredményeink alapján a negatív érték jelzi, hogy a törési folyamat során erős feszültség lokalizáció alakult ki a terjedő repedési fronton [15].

8. fejezet

A rendezetlenség mértékének hatása a törési folyamatra

A 3. fejezetben láttuk, hogy a rendezetlenség alapvető hatással van a törési folyamatokra. A rideg anyagok a nulla rendezetlenség határesetében tökéletesen rideg viselkedést mutatnak, azaz minden előjel nélkül, hirtelen omlanak össze. A közepes rendezetlenségek tartományán viszont azt találjuk, hogy a meginduló repedések megakadhatnak az anyag lokálisan erősebb részein, így a törés folyamata diszkrét lépések sorozatára bomlik. A disszertáció korábbi fejezeteiben részletesen megvizsgáltuk, hogy a mikrorepedéseket kísérő akusztikus emisszió keresztül milyen értékes információkat nyerhetünk a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájáról. Az elemi törési események idősorának egyik legfontosabb jellemzője volt, hogy növekvő méretű repedési lavinák gyorsuló ütemben követik egymást, azaz az idősor fejlődik, a makroszkopikus törésnek előjelei vannak. A közelmúltban kísérleti vizsgálatok alapján arra a megállapításra jutottak, hogy minél nagyobb a rendezetlenség mértéke egy anyagban, annál több előjel generálódik, ezért pontosabb előrejelzést lehet adni a makroszkopikus törés bekövetkezésére [106].

Doktori munkám során a kvázisztatikus törés esetében megvizsgáltuk, mi történik a nagyon erős rendezetlenség határesetében. Arra voltunk kíváncsiak, tovább javítható-e az előrejelzés pontossága.

8.1. Makroszkopikus válasz

Az erős rendezetlenség vizsgálatára a szálköteget alkotó szálakhoz olyan σ_{th} törési küszöböket rendeltünk, amelyek hatványfüggvény eloszlást követnek

$$p(\sigma_{th}) = \mu \sigma_{th}^{-1-\mu}, \quad (8.1)$$

ahol σ_{th} a $\sigma_{th}^{min} \leq \sigma_{th} < +\infty$ intervallumon vehet fel értékeket. A teherbíró képesség alsó határát $\sigma_{th}^{min} = 1$ -nek választottuk, viszont e fölött σ_{th} tetszőlegesen nagy értékeket felvehet [7].

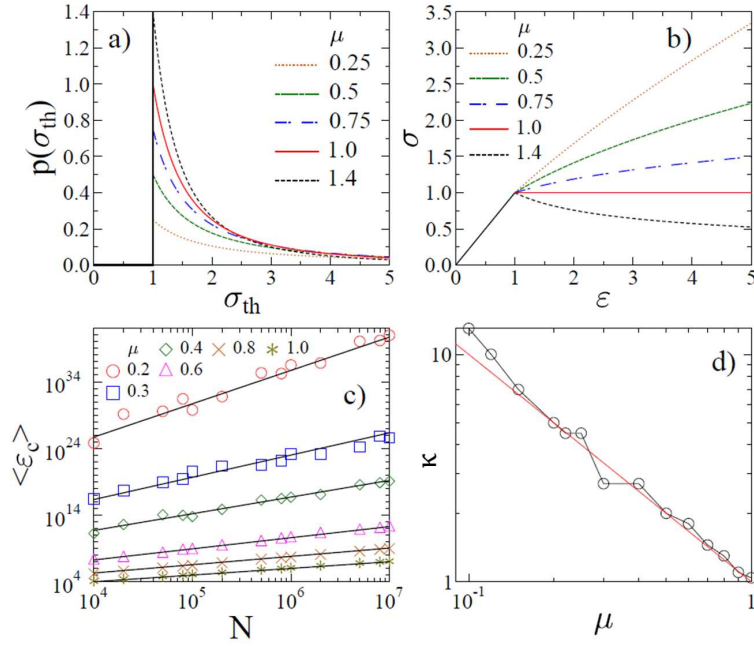
A rendezetlenség mértékét a μ exponensen keresztül tudjuk szabályozni, értékét növelve a rendezetlenség csökken a rendszerben. Elsősorban a $0 < \mu \leq 1$ paraméter tartományra koncentráltunk, mert ekkor a rendezetlenség olyan nagy, hogy az eloszlásnak már az első momentuma (átlag) sem létezik, viszont normálható marad (8.1.a ábra) [7].

A szálköteget kvázisztatikusan terheltük, azaz mindig csak addig növeltük a σ külső terhelés értékét, míg egyetlen szál törését nem okozta. Ezután megvártuk, míg a törött szál terhelése újraosztódik, és a megnövekedett lokális terhelés miatt esetlegesen meginduló száltörési lavina leáll, kialakul egy újabb stabil állapot [7].

ELS határesetben a rendszer makroszkopikus válaszát a konstitutív egyenletnek korábban már bemutatott $\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon[1 - P(E\varepsilon)]$ általános alakjából kiindulva kaphatjuk meg. A törési küszöbök eloszlásaként a 8.1. egyenletet felhasználva a

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} E\varepsilon & \text{ha } \varepsilon \leq \varepsilon_0, \\ E\varepsilon^{1-\mu} & \text{ha } \varepsilon > 1 \end{cases}$$

formulát kapjuk. A szálak Young-modulusát egységesen $E = 1$ -nek választva az ε_0 küszöb deformáció értéke $\varepsilon_0 = \sigma_{th}^{min}/E = 1$. ε_0 alatt egyetlen szál sem törik el, ennek megfelelően a rendszer μ értékétől függetlenül lineárisan rugalmas viselkedést mutat (8.1.b ábra). $\varepsilon > \varepsilon_0$ esetén azonban a rendszer makroszkopikus viselkedése két minőségileg különböző tartományra oszlik. $\mu < 1$ esetén a makroszkopikus választ leíró $\sigma(\varepsilon)$ görbe nem lineárisan



8.1. ábra. a) A szálak teherbíró képességének eloszlása a μ exponens különböző értékei esetén [7]. b) A rendszer makroszkopikus válasza számos μ értékre [7]. c) A $\langle \varepsilon_c \rangle$ kritikus deformáció N rendszerméret függése. A folytonos fekete vonalak hatványfüggvényt követő illesztések [7]. d) Adott μ értékek esetén a kritikus deformáció rendszerméret függését jellemző κ hatványfüggvény exponensek. A piros folytonos vonal -1 -es kitevővel rendelkező hatványfüggvény [7].

növekszik, ami kvázi-rideg viselkedésre utal, azaz a rendszer fokozatosan törik el. 1-nél nagyobb μ értékekre viszont azt látjuk, hogy a konstitutív görbe rögtön csökkenni kezd ε_0 fölött, ami jelzi, hogy ezen a tartományon már a legelső száltörés beindít egy olyan katasztrofális lavinát, ami nem tud leállni és a szálköteg makroszkopikus törését okozza. Ebben az esetben tehát a rendszer tökéletesen ridegen viselkedik. A kvázi-rideg és rideg fázisok közötti átmenet a $\mu_c = 1$ kritikus ponton megy végbe. A két fázis határán a σ feszültség $\sigma = E\varepsilon_0$ konstanssá válik, függetlenül az ε deformáció értékétől [7].

Vegyük észre, hogy a kvázi-rideg fázisban nincs a konstitutív görbének

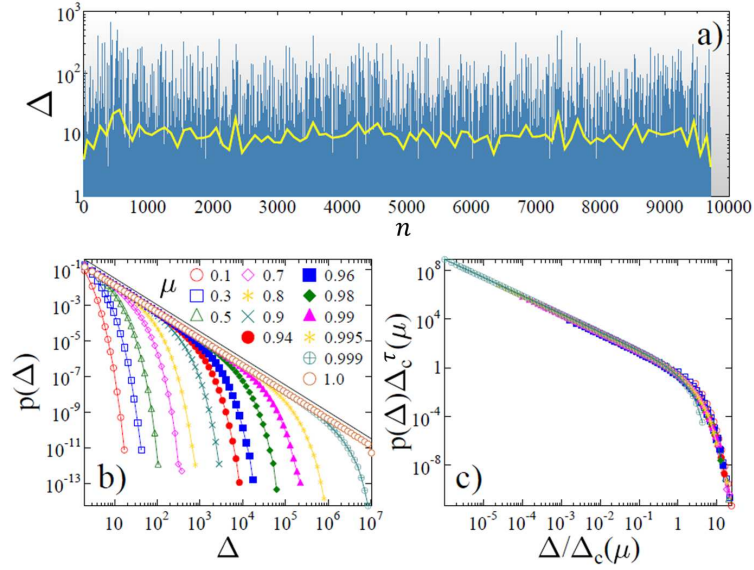
egy olyan lokális maximuma, kritikus pontja, ahol a rendszer katasztrofális lavina formájában hirtelen összeomlana. A görbe végig monoton növekszik, ebben az esetben tehát a köteget egyszerűen addig kell nyújtatunk, míg az utolsó szál is el nem törik. Ennek az a következménye, hogy egy véges, N szálból álló köteg σ_c kritikus terhelését és a hozzá tartozó ε_c kritikus deformációt a legerősebb szál törési küszöbe fogja meghatározni [7]. A rendszer makroszkopikus teherbíró képességét ezért extrém rendstatisztika írja le [79, 107]. Az $\langle \varepsilon_c \rangle$ átlagos kritikus deformációt tehát úgy kaphatjuk meg, hogy az egyedi szálak küszöb deformációi közül a legnagyobb értékét, az ε_{th}^{max} -t átlagoljuk sok rendszer fölött. Az extrém rendstatisztika elmélete szerint [79, 107] N darab független, de azonos eloszlást követő véletlen változó között a legnagyobb érték $\langle \varepsilon_{th}^{max} \rangle_N$ átlagát a következőképpen tudjuk kiszámolni

$$\langle \varepsilon_c \rangle = \langle \varepsilon_{th}^{max} \rangle_N = P^{-1} \left(1 - \frac{1}{N+1} \right). \quad (8.2)$$

Itt P^{-1} a P kumulatív eloszlás inverze. Az általunk használt hatványfüggvény eloszlást (8.1. egyenlet) behelyettesítve kapjuk [7]

$$\langle \varepsilon_c \rangle = \left(\frac{1}{N+1} \right)^{-1/\mu} \approx N^{1/\mu}. \quad (8.3)$$

Megállapítható, hogy a szálköteg makroszkopikus teherbíróképesége az N rendszerméret növelésével hatványfüggvény szerint nő. Ez éles ellentétben áll a közepes rendezetlenség esetében általában tapasztalt méreteffektussal, amikor is az anyag teherbíróképesége a rendszerméretnek csökkenő függvénye [3, 16]. A szimulációkban $\langle \varepsilon_c \rangle$ -t úgy számolhatjuk ki, hogy átlagoljuk az egyes rendszereknél az utolsó stabil állapotban (a következő száltörés már a köteg makroszkopikus töréséhez vezet) mérhető deformációt. A 8.1.c ábrán láthatjuk, hogy a numerikus számolások az elméleti jóslattal összhangban vannak: az egyes μ értékek mellett mérhető rendszerméret függéseket a $\langle \varepsilon_c \rangle \sim N^\kappa$ hatványfüggvénnyel tudjuk megilleszteni, ahol a κ exponens értéke egyezik az elméleti úton levezetett $\kappa = 1/\mu$ értékkel (8.1.d ábra) [7].



8.2. ábra. a) A törési folyamat során keletkezett lavinák időszora ($N = 10^5$, $\mu = 0.9$). A sárga görbe 100 lavina fölött számolt mozgó átlagot jelöli. Jól megfigyelhető az idősor stacionárius jellege [7]. b) $p(\Delta)$ lavinaméret eloszlások különböző μ értékek esetén [7]. c) A lavinaméret eloszlások a $\Delta_c(\mu)$ karakterisztikus lavinaméret megfelelő hatványaival összeskálázhatóak [7].

8.2. Repedési zaj

Annak érdekében, hogy a mikroszkopikus időfejlődésbe is betekintést nyerjünk, a 8.2.a ábrán egy kisméretű, $N = 10^5$ szálát tartalmazó rendszer törése során keletkezett lavinák időszora látható $\mu = 0.9$ esetén, azaz a kvázi-rideg fázisban. Meglepő módon azt találjuk, hogy annak ellenére, hogy a szálak törése miatt a lokális terhelés folyamatosan növekszik az ép szálakon, a rendszer nem fejlődik, a lavinák méretének sárga görbével jelölt mozgó átlaga a teljes törési folyamat során közel konstans marad. A folyamat bármely részén, bármikor ugyanúgy keletkeznek egészen kicsi és egészen nagy lavinák is [7]. Ennek az a következménye, hogy a makroszkopikus törésnek nem lesz előjele [7], szemben a közepes rendezetlenségek esetén megfigyelhető viselkedéssel, amikor a rendszer a kritikus pontot gyorsulva

növekvő méretű lavinákon keresztül közelíti meg [47, 85, 108].

Annak érdekében, hogy megérthessük, miért stacionárius a lavinák időso-ra, ELS határesetben analitikus számolásokat végeztünk. Egy adott ε deformáció mellett egy száltörés által kiváltott másodlagos törések $a(\varepsilon)$ átlagos száma [47, 108] az általunk vizsgált esetben

$$a(\varepsilon) = \frac{E\varepsilon p(E\varepsilon)}{1 - P(E\varepsilon)} = \mu, \quad (8.4)$$

azaz független a deformáció értékétől, a lavinák kiváltása szempontjából tehát a konstitutív görbe összes pontja ekvivalens, ami magyarázatul szolgál arra, hogy a növekvő lokális terhelés ellenére miért nem látunk gyorsulást a makroszkopikus töréshez közeledve [7].

A lavinaméretek statisztikai vizsgálatát a $p(\Delta)$ eloszlás meghatározásával végezhetjük. A 8.2.b ábrán látható, hogy a különböző μ értékek mellett kapott eloszlások exponenciális levágással rendelkező hatványfüggvények. Figyeljük meg, hogy μ értékével 1-hez, azaz a kritikus ponthoz tartva átmenetet láthatunk egy tisztán hatványfüggvény eloszlásba. A hatványfüggvény szakaszt jellemző exponens értéke $\tau = 3/2$ [7], ami lényegesen kisebb, mint a szálköteg modell ELS határesetében közepes rendezetlenségek mellett mérhető $\tau = 5/2$ [85]. Az alacsonyabb exponens érték jelzi, hogy az általunk vizsgált esetben nagy lavinák nagyobb arányban keletkeznek [7].

A lavinaméret eloszlás esetében is számolhatunk analitikusan. Ehhez a korábban bemutatott 4.5. összefüggésben [47, 108, 109] felhasználjuk az $a(\varepsilon)$ -ra kapott eredményt, így

$$\frac{p(\Delta)}{N} \approx \Delta^{-3/2} e^{-\Delta/\Delta_c} \quad (8.5)$$

adódik. A numerikus eredménnyel egyezően, exponenciális levágással rendelkező hatványfüggvényt kapunk, ahol az exponens értéke $\tau = 3/2$. Δ_c a karakterisztikus lavinaméret, ami a levágást kontrollálja, egyedül μ függvénye

$$\Delta_c = \frac{1}{\mu - 1 - \ln \mu}. \quad (8.6)$$

Összhangban az analitikus eredménnyel, Δ_c megfelelő hatványával a lavinaméret eloszlások egymásra skálázhatók (8.2.c ábra) [7].

8.3. Kritikus exponensek

Alulról közelítve a kritikus μ_c értéket, fázisátalakulást figyelhetünk meg a kvázi-rideg fázisból a rideg fázisba. Érdekes kérdés annak tisztázása, hogy milyen kritikus exponensek jellemzik a megfigyelt átmenetet [7].

A 8.6. egyenletből analitikusan levezethetjük, hogy az átmenet $\mu_c = 1$ kritikus pontjához tartva a Δ_c levágási lavinaméret hatványfüggvény szerint divergál

$$\Delta_c \sim (\mu_c - \mu)^{-1/\sigma_\Delta}, \quad (8.7)$$

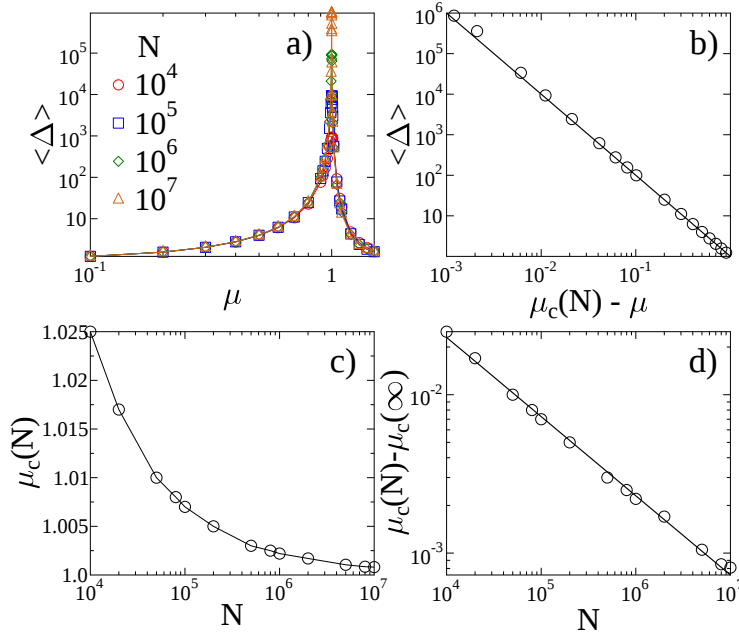
ahol a levágási exponens értékére $\sigma_\Delta = 1/2$ -nek adódik [7].

Annak érdekében, hogy képet kapjunk arról, hogy a rendszer hogyan közelíti meg az átmenet kritikus pontját, meghatároztuk a $\langle \Delta \rangle$ átlagos lavinaméretet μ függvényében. Ehhez az egyedi rendszerek esetében kiszámoltuk a lavinaméretet második ($M_2 = \sum_n \Delta_n^2$) és első ($M_1 = \sum_n \Delta_n$) momentumának hányadosát úgy, hogy a legnagyobb lavinát kihagytuk az összegekből. A nagyszámú rendszer felett átlagolt $\langle \Delta \rangle(\mu)$ görbék a 8.3.a ábra mutatja különböző N rendszerméretekre. Megfigyelhetjük, hogy a kritikus pont közelében éles csúcs található, mert a tökéletesen rideg fázist megközelítve egyre nagyobb lavinák tudnak keletkezni. Fontos megjegyezni, hogy a $\mu > 1$ tartományon megfigyelhető 0-nál nagyobb értékek a véges rendszerméret következményei [7].

Amennyiben feltételezzük, hogy a megfigyelhető kvázi-rideg rideg átmenet analóg a folytonos fázisátalakulásokkal, azt várjuk, hogy az átlagos lavinaméret a kritikus pont közelében hatványfüggvény szerint divergál

$$\langle \Delta \rangle \sim (\mu_c - \mu)^{-\gamma}, \quad (8.8)$$

ahol az átmenetet jellemző γ exponens értéke $\gamma = 1/\sigma_\Delta$ ($\langle \Delta \rangle \sim \Delta_c$ miatt). Az $\langle \Delta \rangle$ átlagos lavinaméretet a kritikus ponttól mért $\mu_c - \mu$ távolság függvényében log-log skálán ábrázolva azt találjuk, hogy minden N rendszerméreten létezik egy olyan $\mu_c(N)$ érték, amely mellett a görbe kiegyenesedik. Erre láthatunk példát a 8.3.b ábrán, ahol $N = 10^7$ rendszerméret esetén $\mu_c(N = 10^7) = 1.0009(2)$ választással kapott hatványfüggvény exponense 2, összhangban az analitikus feltételezéssel [7].



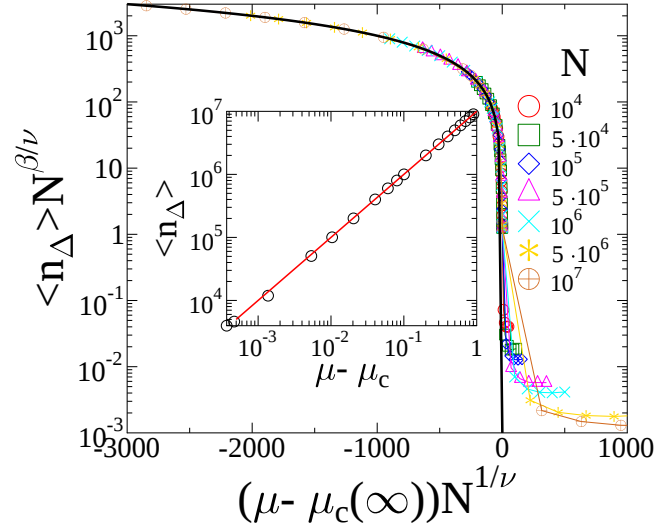
8.3. ábra. a) A $\langle \Delta \rangle$ átlagos lavinaméret μ függvényében különböző N rendszerméretekre [7]. b) Az átlagos lavinaméret a μ_c -től mért távolság függvényében $N = 10^7$ rendszerméret esetén, $\mu_c = 1.0009$. A fekete egyenes vonal 2 exponensű hatványfüggvény [7]. c) μ_c rendszerméret függése [7]. d) A véges és végtelen rendszer kritikus pontjának $\mu_c(N) - \mu_c(\infty)$ különbsége az N rendszerméret függvényében [7].

A 8.3.c ábra a $\mu_c(N)$ kritikus pont rendszerméret függését mutatja. Figyeljük meg, hogy az N rendszerméret növelésével μ_c értéke 1-hez tart. A folytonos fázisátalakulások esetén a következő skálatörvény érvényes

$$\mu_c(N) = \mu_c(\infty) + BN^{-1/\nu}, \quad (8.9)$$

ahol $\mu_c(\infty) = 1$ a végtelen rendszer kritikus pontja, ν pedig az átmenetet jellemző korrelációs hossz exponense. A 8.3.d ábrán látható, hogy $\mu_c(N) - \mu_c(\infty)$ az N rendszermérettel hatványfüggvény szerint csökken $1/2$ -es exponenssel, amiből $\nu = 2$ adódik [7].

A kvázi-rideg rideg fázisátalakulás rendparaméterének az $\langle N_\Delta \rangle$ átlagos



8.4. ábra. A rendparaméter értéke a kritikus ponttól mért távolság függvényében. A különböző rendszerméreteken kapott görbéket a 8.11. összefüggés szerint skáláztuk össze. Belső ábra: $N = 10^7$ rendszerméret esetén a rendparaméter $\mu - \mu_c$ függése, ahol a piros illesztő egyenes 1-es exponensű hatványfüggvény [7].

lavina darabszám N rendszermérettel normált $\langle n_\Delta \rangle = \langle N_\Delta \rangle / N$ értékét választottuk. Ekkor $\mu \ll \mu_c$ esetén, messze a kritikus pont alatt, a rendparaméter értéke $\langle n_\Delta \rangle \approx 1$, hiszen a lavinák egész kicsik, többnyire 1 méretűek. A kritikus pont felé közeledve $\langle n_\Delta \rangle$ értéke 0-hoz tart, μ_c fölött, a tökéletesen rideg fázisban pedig 0. A rendparaméter esetében is hatványfüggvény szerinti átmenetet találunk a $\mu < \mu_c$ tartományon (8.4. belső ábra)

$$\langle n_\Delta \rangle \sim (\mu_c - \mu)^\beta. \quad (8.10)$$

β a rendparaméter exponens, értékét pedig a végesméret skálázással tudjuk meghatározni a

$$\langle n_\Delta \rangle(\mu, N) = N^{-\beta/\nu} \Psi \left((\mu - \mu_c(\infty)) N^{1/\nu} \right) \quad (8.11)$$

skálatörvény alapján, ahol $\Psi(x)$ a skálafüggvény, és $\beta = 1$ -nek adódik (8.4. ábra) [7].

Konklúziók

Analitikus és numerikus számolások alapján megállapítottuk, hogy erős rendezetlenség esetén a szilárdtest teherbíró képessége nem csökken, hanem növekszik a rendszermérettel [7]. Ma már lehetőség van arra, hogy 3D nyomtatással olyan anyagokat állítsunk elő, amelyekben a strukturális rendezetlenség nagyon pontosan kontrollálható [110, 111]. Eredményünk útmutatóul szolgálhat új anyagok tervezéséhez.

A nagy rendezetlenség hátránya viszont, hogy a repedési zaj idősora stationáriussá válik, ezért nagyon nehéz megállapítani a rendszer károsodásának fokát és a kritikus törés közeledtét. Lokális terhelés újraosztódás esetén megvizsgáltuk, hogy képes-e az inhomogén feszültségtér megváltoztatni a törési folyamatot. Megállapítottuk, hogy a végtelen tartományon definiált hatványfüggvény eloszlású rendezetlenség még a feszültség lokalizáció hatását is képes felülmúlni, a törési folyamat kvalitatív jellemzői megegyeznek az ELS esetén kapott eredményekkel, csak a kritikus exponensek értékében találtunk eltérést [7].

9. fejezet

Összefoglalás

Doktori munkám során heterogén anyagok kúszó illetve kvázisztatikus törését vizsgáltam számítógépes szimulációkkal és analitikus számolásokkal. A szimulációk során a 4. fejezetben bemutatott szálköteg modellt és kiterjesztését (4.2. fejezet) alkalmaztam. Elsősorban a vizsgált rendszerek időfejlődésére és mikroszkopikus dinamikájára koncentráltam, és a makroszkopikus törés korai előjelét kerestem. Elméleti eredményeimet igyekeztem összevetni laboratóriumi kísérletekkel, illetve terepi mérések eredményeivel.

Számítógépes szimulációkkal részletesen vizsgáltam a konstans terhelésnek kitett rendszer időfejlődését. Megmutattam, hogy már alacsony terhelésen, amikor a lassú károsodási mechanizmus dominálja a törési folyamatot, létrejön a kritikus viselkedés, azaz a rendszer jellemző mennyiségei a kritikus ponttól mért idő hatványfüggvényei. Ebben a határesetben a törési folyamat érzékenynek bizonyult a lokális feszültségtér fluktuációira [P2,KP1]. Magasabb terhelésen száltörési lavinák jönnek létre, amelyeket a modellben a repedési zaj eseményeiként azonosítottam. Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációval elemeztem, hogyan változnak a repedési lavinák statisztikus jellemzői, amint a rendszer megközelíti a makroszkopikus törés kritikus pontját.

A kísérletekkel összhangban a modellszámolások alapján megállapítottam, hogy a katasztrofális töréshez közeledve a kúszó törés gyorsul, amit a repedési lavinák növekvő mérete és a köztük eltelt várakozási idők csökkené-

se jelez. Megmutattam, hogy a gyorsulási folyamat leírható az úgynevezett (inverz) Omori törvénnyel: az időegységre eső repedési események átlagos száma, azaz az eseményráta, a makroszkopikus töréstől mért idő hatványfüggvényeként növekszik, majd a kritikus pont közelében telítődik. Föld-rengések esetén az Omori törvény a nagy rengéseket követő relaxációt írja le, de előrengésekben is kimutatták már [75]. Az eredményem jelentőségét az adja, hogy a kúszó törést kísérő repedési lavinák a katasztrofális törés "előrengéseinek" tekinthetők [P3,EP1,E2-3,E5].

Az Omori törvényből kiindulva megmutattam, hogy a repedési események időszora jól leírható egy inhomogén Poisson folyamatként, amit a növekvő egy szátra eső terhelés és az anyag rendezetlensége kontrollál. Ennek fontos következménye, hogy a törési folyamatokban a repedési események közötti várakozási idő hatványfüggvény eloszlása nem feltétlenül utal korrelációk jelenlétére, mint azt a szakirodalomban feltételezik, hanem okozhatja egyszerűen a folyamat globális gyorsulása is [P3,EP1,E2-3,E5].

A számítógépes szimulációval kapott eredmények numerikus feldolgozása során megvizsgáltam, hogyan befolyásolják a repedési zaj statisztikus jellemzőit a laboratóriumi és terepi kísérletekben használt mérőrendszerek korlátai. Megmutattam, hogy a detektorok holtideje által okozott esemény halmozódás következtében a lavinaméret eloszlásának hatványfüggvény exponense csökken. A véges detektálási küszöb megőrzi az idősor Poisson jellegét, viszont erősen befolyásolja mind az Omori exponens, mind a várakozási idő eloszlását jellemző exponens értékét. Javasoltam, hogy ezek a hatások magyarázhatják a laboratóriumi kísérletek és az elméleti vizsgálatok, vagy a különböző kísérleti csoportok eredményei közötti eltéréseket. Kimutattam, hogy ha a repedési zaj statisztikájának vizsgálatát a kritikus pont környezetére korlátozzuk, a lavinaméret eloszlás átmenetet mutat egy alacsonyabb exponenshez, ami felveti az előrejelzés lehetőségét [P3,E2-3,E5].

A kúszó rendszer időfejlődésének részletesebb elemzésére a rekord statisztikát alkalmaztam. A repedési lavinák méretének idősorában rekordként azonosítottam azokat a lavinákat, amelyek az adott eseményig a legnagyobbak voltak, majd a rekordokat a méretükkel és az életidejükkel jellemeztem. Annak feltárására, hogy a rekord statisztika milyen információt szolgáltat a kritikus pont felé fejlődő rendszerről, eredményeimet a független, azo-

nos eloszlású véletlen változók (Independent Identically Distributed, IID) idősorának rekord statisztikájával vetettem össze.

Az egyenletes terhelés újraosztódással végzett vizsgálataim megmutatták, hogy a rekordok méretét hatványfüggvény eloszlás jellemzi, amelynek exponense független a külső terheléstől és szignifikánsan kisebb a teljes eseménysor exponensétől. A rekordok életidejének eloszlása szintén hatványfüggvénynek bizonyult az IID-étől eltérő exponenssel. A rekordok időfejlődésének elemzésével megállapítottam, hogy a törési folyamat jelentős részében a rekordok átlagos darabszáma az események számának logaritmusával növekszik, hasonlóan az IID esethez, a kritikus pont közelében azonban átmenet történik egy sokkal gyorsabb, exponenciális növekedéshez. A rekordok átlagos életideje a törési folyamat elején növekvő függvénye a rekord sorszámanak, azonban létezik egy karakterisztikus rekord sorszám, amelynél az életidő csökkenni kezd. A karakterisztikus rekord sorszámhoz tartozó esemény sorszám jól egyezik az exponenciális gyorsulás kezdetével. A vizsgálatok alapján megállapítottam, hogy a törési folyamat elejét a szilárdtest rendezetlensége dominálja, ami az IID-éhez hasonló rekord statisztikát okoz, míg a karakterisztikus rekord sorszámon túl már az egyedi száltörések által okozott terhelés növekmények hajtják a rendszert, ami a gyorsulást okozza. A karakterisztikus rekord sorszám lehetőséget ad a gyorsulási fázis korai azonosítására [P5,EP3,PT3,E4,E7].

A szálköteg modell keretében lokális terhelés újraosztódást alkalmazva vizsgáltam egyetlen repedés növekedésének dinamikáját. A repedési zaj forrását adó száltörési lavinák ilyenkor a terjedő repedési front lokális megrágásainak tekinthetők. Számítógépes szimulációk alapján megmutattam, hogy az egyedi lavinák térbeli és időbeli fejlődése is értékes információt tartalmaz a rendszer dinamikájáról.

A lavinákon belül allavinákat azonosítottam, amelyek száma alapján definiáltam a lavinák időtartamát. Mind a lavinák mérete, mind az időtartama hatványfüggvény eloszlással írható le, de az exponensek más értéket vesznek fel egy karakterisztikus terhelés érték alatt és fölött. Azonos időtartamú lavinák allavináinak méretét átlagolva meghatároztam az átlagos lavina időprofil, amelynek függvényalakja egy jobboldali aszimmetriával rendelkező fordított parabolával írható le. Egyenletes terhelés újraosztódás esetén

a lavinaprofil szimmetrikus parabolának bizonyult. Számolásaim alapján arra a fontos megállapításra jutottam, hogy az egyedi lavinák átlagos időprofiljának szimmetria tulajdonságait a terhelés újraosztódásának hatótávolsága határozza meg [P1,P4,EP2,PT1-2, E1-3,E5].

A lavinaprofilra kapott eredményeim jó egyezést mutatnak a szakirodalomban kvázisztatikus repedés növekedés esetén meghatározott lavina profilokkal [98]. A kísérletekben két plexi lap között állítottak elő síkban haladó repedési frontot, ami megkönnyítette az egyedi lavinák nagy pontossággal történő azonosítását. Az egyezés alapján elméleti eredményeim felhasználhatóak anyagvizsgálati módszerek fejlesztésére is.

Egy kísérleti csoporttal együttműködve analizáltam acél dinamikus törése során mért mágneses emissziós zaj statisztikáját és meghatároztam a közel azonos időtartamú egyedi repedési események átlagos lavina profilját is. Nagyon jó egyezést kaptam az elméleti eredményeimmal, azaz a jelalakok jobboldali aszimmetriával rendelkeznek, ami a feszültség lokalizációjára utal a repedési fronton [P6,E6].

Lokális terhelés újraosztódás esetén egy lavinában eltört szálak térben összefüggő halmazt alkotnak, ami lehetővé tette, hogy megvizsgáljam a repedési lavinák, azaz a modell mikrorepedéseinek térbeli szerkezetét is. Megmutattam, hogy a repedési lavinák kompakt, térkitöltő objektumok, térbeli szerkezetüket tekintve nem rendelkeznek fraktál tulajdonságokkal. Mivel a lavinák egy heterogén környezetben fejlődnek, a területük nem sima, hanem völgyekkel és kiszögélésekkel erősen tagolt. Vizsgálataim feltárták, hogy a lavinák kerülete a girációs sugár hatványfüggvényeként növekszik, ezért a lavina frontja fraktál szerkezetű. A fraktáldimenzió értéke 1.25, függetlennek bizonyult a modell paramétereitől, nagy rendezetlenség esetén univerzális. A fraktáldimenzió értéke és a növekedés dinamikájának hasonlósága alapján arra a következtetésre jutottam, hogy a repedési lavinák az Ábeli homokdomb lavinákkal együtt a hurokmentesített önelkerülő bolyongás univerzálitási osztályába [96] tartoznak [P7].

Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációkkal vizsgáltam a rendezetlenség mennyiségének szerepét a kvázisztatikusan növekvő terhelés alatt lejátszódó törés folyamatában. A klasszikus szálköteg modellben a szálak véletlenszerű teherbíró képességét hatványfüggvény eloszlással állí-

tottam elő egy végtelen tartományon. A rendezetlenség mennyiségét a hatványfüggvény exponensének értékével kontrollálva részletesen elemeztem a törési folyamat makroszkopikus és mikroszkopikus jellemzőit.

Egyenletes terhelés újraosztást alkalmazva megállapítottam, hogy kis exponensek (nagy rendezetlenség) esetén a rendszer makroszkopikus konstitutív görbéje a szokásos viselkedéstől eltérően monoton növekvő, nem rendelkezik maximummal. Ennek következtében nem jöhet létre a rendszerben katasztrofális törés, azaz stabil repedési lavinák sorozatán keresztül jut el a rendszer az utolsó szál eltöréséig. Analitikus számolásokkal megmutattam, hogy a rendszer makroszkopikus teherbíró képességét a törési küszöbök extrém rendstatisztikája határozza meg, ami a rendszermérettel növekvő teherbírást eredményez. A repedési lavinák méreteloszlása hatványfüggvénynek bizonyult, univerzális exponenssel, amelynek értéke szignifikánsan kisebb a szálkötegekre kis és közepes rendezetlenség mellett kapott átlagtér exponenstől. Az analitikus és numerikus eredményeim alapján felhívtam a figyelmet arra, hogy a nagy rendezetlenség határesetében a rendszer fejlődése teljesen homogén módon történik, ezért nincs lehetőség a makroszkopikus törés előrejelzésére [P8,E8].

A törési küszöbök eloszlásának exponensét növelve egy kritikus exponensértéknél átmenet következik be a stabil lavinákkal jellemzett kvázi-rideg viselkedésből a tökéletesen rideg fázisba, ahol már az első száltörés katasztrofális törést okoz. Végesméret skálázást alkalmazva megmutattam, hogy a kvázi-rideg rideg átmenet egy folytonos fázisátalakulásként játszódik le és meghatároztam az átmenet kritikus exponenseit is. Arra a következtetésre jutottam, hogy a rendezetlenség kontrollált kvázi-rideg rideg fázisátalakulás egy önálló univerzalitási osztályt definiál a törési jelenségeken belül [P8,E8].

A lokális terhelés újraosztódás határesetét számítógépes szimulációkkal vizsgáltam. Kvalitatív egyezést találtam az egyenletes újraosztással kapott eredményekkel, kisebb eltérés csak a kritikus exponensek számértékében tapasztalható a két határeset között. Azt a következtetést vontam le, hogy a törési küszöbök eloszlásának hatványfüggvény lecsengése olyan mértékű rendezetlenséget jelent, hogy még a legerősebb feszültség lokalizáció esetén is dominálja a rendszer viselkedését. Ezt megerősíti a törött szálak klaszterinek viselkedése is, ami jó egyezést mutat a rácspont perkolációval [P8].

10. fejezet

Summary

During my PhD research I investigated the creep rupture and quasi-static fracture of heterogeneous materials by computer simulations and theoretical calculations. I performed computer simulations using the fiber bundle model and one of its extensions introduced in chapter 4. I mainly concentrated on the time evolution and microscopic dynamics of the studied systems and searched for early signatures of macroscopic failure. I aimed to compare my theoretical results to laboratory experiments and to the results of field measurements.

I performed a detailed investigation of the time evolution of a system under constant load. I showed that even at low loads where the slow damage mechanism dominates the fracture process, critical behaviour emerges, i.e. the characteristic quantities of the system are power laws of the time measured from the critical point. In this limit the fracture process proved to be sensitive to the local fluctuations of the stress field [P2,KP1]. At higher loads, bursts of breaking fibers are triggered which I identified as events of crackling noise. I analyzed by means of analytical calculations and computer simulations how the statistical properties of cracking bursts change as the system approaches the critical point of macroscopic failure.

In agreement with experiments I pointed out that the creep rupture process accelerates towards catastrophic failure, which is shown by the growing size of bursts and by the decreasing waiting time between them. I

showed that the acceleration process can be described by the so called (inverse) Omori law: the average number of cracking events per unit time, i.e. the event rate, increases as a power law of the time to macroscopic failure, and it saturates in the vicinity of the critical point. In case of earthquakes the Omori law describes the relaxation following larger quakes, but it has been detected for foreshocks, as well [75]. Based on my results, the cracking bursts accompanying the creep rupture process can be considered as „foreshocks” of the impending catastrophic failure [P3,EP1,E2-3,E5].

Based on the Omori law I showed that the time series of cracking events can be well described as an inhomogeneous Poisson process, which is controlled by the increasing load of single fibers and by the heterogeneity of the material. It has the important consequence that the power law form of the waiting time distribution does not necessarily imply the presence of correlations, as it is assumed in the literature, but it may be caused by the global acceleration of the process [P3,EP1,E2-3,E5].

Based on careful evaluation of simulated data I investigated how the limitations of the measuring devices used in laboratory and field measurements affect the statistical properties of crackling noise. I showed that as a consequence of the pile up of events caused by the dead time of detectors, the power law exponent of the burst size distribution decreases. The finite detection threshold keeps the Poisson nature of the time series, however, it strongly influences the values of the Omori exponent and the exponent of the waiting time distribution. These effects may explain the inconsistencies between the results of theoretical and experimental studies or between different experimental groups. I demonstrated that restricting the data analysis to the close vicinity of the critical point, the burst size distribution shows a crossover to a lower exponent which raises the possibility of forecasting [P3,E2-3,E5].

I used the record breaking statistics to study the time evolution of the creeping system in more detail. In the time series of cracking bursts I identified records as events which had a size greater than any previous event. Then records were characterized by their size and lifetime. In order to explore the information provided by the record statistics about the system approaching the critical point, I compared my results to the record statistics of a time

series of independent identically distributed (IID) random variables.

In the equal load sharing limit my investigations revealed that the size of records is characterized by a power law distribution, where the exponent is independent of the external load and it is significantly lower than the exponent of the complete time series. The distribution of the lifetime of records also proved to be a power law where the exponent differs from the exponent of the IID case. By analyzing the time evolution of records I pointed out that over the major part of the fracture process the average number of records grows logarithmically as a function of the event number, similarly to the IID case, however, close to the critical point a transition occurs to a much faster, exponential growth. At the beginning of the fracture process the average lifetime of records grows with the record index, however, a characteristic record index emerges where the lifetime starts to decrease. The event number belonging to the characteristic record index agrees well with the start of the exponential acceleration. Based on my investigation, I showed that the beginning of the fracture process is dominated by the disorder of the material which causes a record statistics similar to the IID case, while after the characteristic record index the system is driven by the load increments caused by fiber breakings which leads to an acceleration. The characteristic record index provides a possibility of the early identification of the acceleration phase [P5,EP3,PT3,E4,E7].

Applying localized load sharing in the fiber bundle model, I studied the dynamics of single growing cracks. In this case, bursts of fiber breaking which are the source of crackling noise, can be considered as local, intermittent steps of the propagating crack front. Based on computer simulations, I showed that the spatial and temporal evolution of single bursts provide valuable information about the dynamics of the system.

I identified sub-avalanches in bursts where their number defines the burst's duration. The size and duration of bursts can be described with a power law distribution, but the exponents have different values below and above a characteristic load. Averaging the size of sub-avalanches of bursts with the same duration, I determined the average burst profile, which can be described as an inverted parabola with right-handed asymmetry. In case of equal load sharing the burst profile proved to be a symmetric parabola.

Based on my calculations, I determined that the symmetry properties of the average temporal profile of single bursts are determined by the range of stress redistribution [P1,P4,EP2,PT1-2, E1-3,E5].

My results on the temporal profile of bursts proved to have a good agreement with recent experiments [98] where the average profile of bursts was determined by means of direct optical observation using a high speed camera. In the experiments a planar crack was generated between two plexiglass plates which facilitates the high precision determination of single bursts [98]. The good agreement implies that my results can be exploited to develop novel methods of materials' testing.

In a collaboration with an experimental group I analyzed the statistics of magnetic noise measured during the dynamic fracture of steel. As a result of careful data evaluation I determined the average burst profiles of single cracking events which had durations close to each other. In agreement with my theoretical results the pulse shapes proved to have a right-handed asymmetry, which implies that the stress localized at the crack front [P6,E6].

In case of local load sharing, fibers breaking in a burst form a spatially connected set, which are the micro-cracks of the model. I showed that the bursts are compact geometrical objects, they do not have a fractal spatial structure. Since bursts grow in a heterogeneous environment, their frontier is not smooth, but it has valleys and hills. My calculations revealed that the perimeter of bursts increases as a power law of the radius of gyration so that the frontier of bursts has a fractal structure. The value of the fractal dimension is 1.25 which proved to be independent of the parameters of the model. Based on the similarity of the value of the fractal dimension and of the growth dynamics, I conjectured that cracking bursts along with bursts of Abelian sandpile models, fall in the universality class of loop-erased self-avoiding random walks [96] [P7].

I studied the role of the amount of disorder in the fracture process occurring under quasi-statically increasing load by analytical calculations and computer simulation. In the classical fiber bundle model I generated the random failure thresholds of fibers from a power law distribution over an infinite range. By controlling the amount of disorder through the value of the power law exponent, I investigated the macroscopic and microscopic

characteristics of the fracture process in detail.

For equal load sharing I obtained that the macroscopic constitutive curve of the system, contrary to the usual behaviour, monotonically increases without having a maximum. It has the consequence that catastrophic failure can not occur in the system, so that the last fiber breaking is reached through a sequence of stable cracking bursts. I showed by analytical calculations that the macroscopic strength of the system is controlled by the extreme value statistics of the failure thresholds, which results in a strength which grows with the system size. The size distribution of cracking bursts proved to be a power law with a universal exponent, however, the value of the exponent is significantly lower than the corresponding mean field exponent obtained for small and intermediate disorder. Based on the analytical and numerical results I drew attention to the fact that in the high disorder limit the evolution of the system is completely homogeneous which prevents the forecasting of the macroscopic failure [P8,E8].

When increasing the exponent of the threshold distribution, a transition occurs at a critical point from a quasi-brittle behaviour characterized by stable bursts to a perfectly brittle phase, where already the first fiber breaking triggers catastrophic failure. By applying finite size scaling, I showed that the quasi-brittle to brittle transition emerges as a continuous phase transition and I determined also the critical exponents of the transition. I pointed out that the quasi-brittle to brittle phase transition controlled by the disorder defines a separate universality class among the fracture phenomena [P8,E8].

I investigated the local load sharing limit of the model by computer simulations. I found qualitatively the same results as in the case of equal load sharing with only a small difference in the values of the critical exponents. I concluded that the power law form of the threshold distribution implies such a high disorder that even in case of the strongest stress localization, it dominates the behaviour of the system. It is also verified by the behaviour of the clusters of broken fibers, which agrees well with the results of the site percolation problem [P8].

11. fejezet

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm témavezetőmnek, Dr. Kun Ferencnek folyamatos támogatását, türelmét és a tudást, amit konzultációink és közös munkánk során elsajátíthattam.

Hálás vagyok Szüleimnek feltétel nélküli támogatásukért és hogy azzal foglalkozhatom, amit szeretek.

A értekezés elkészültéhez a TÁMOP-4.2.4.A/2-11/1-2012-0001 azonosító számú Nemzeti Kiválóság Program – Hazai hallgatói, illetve kutatói személyi támogatást biztosító rendszer kidolgozása és működtetése konvergencia program című kiemelt projekt járult hozzá. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

12. fejezet

Publikációs jegyzék

Publikációk a disszertáció tárgyköréből

Referált folyóiratcikkek

- P1 **Zs. Danku** and F. Kun, *Temporal and spacial evolution of bursts in creep rupture*, Physical Review Letters **111**, 084302 (2013). **IF: 7.728**
- P2 S. Lennartz-Sassinek, I. G. Main, **Zs. Danku** and F. Kun, *Time evolution of damage due to environmentally assisted aging in a fiber bundle model*, Physical Review E **88**, 032802 (2013). **IF: 2.326**
- P3 **Zs. Danku** and F. Kun, *Creep rupture as a non-homogeneous Poissonian process*, Scientific Reports **3**, 2688 (2013). **IF: 5.078**
- P4 **Zs. Danku** and F. Kun, *Temporal and spatial evolution of bursts in a fiber bundle model of creep rupture*, Key Engineering Materials **592-593**, 773-776 (2014). **IF: 0.00**
- P5 **Zs. Danku** and F. Kun, *Record breaking bursts in a fiber bundle model of creep rupture*, Frontiers in Physics **2**, 8 (2014). **IF: 0.00**
- P6 **Zs. Danku**, G. B. Lenkey and F. Kun, *Statistical features of magnetic noise in mixed-type impact fracture*, Applied Physics Letters **106**, 064102 (2015). **IF: 3.142**
- P7 **Zs. Danku**, H. J. Herrmann and F. Kun, *Fractal frontiers of bursts*

and cracks in a fiber bundle model of creep rupture, Physical Review E **92**, 062402 (2015). **IF: 2.252**

- P8 **Zs. Danku** and F. Kun, *Fracture process of a fiber bundle with strong disorder*, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, elfogadva. **IF: 2.091**²⁰¹⁵

Konferencia kiadványok

- KP1 S. Lennartz-Sassinek, **Zs. Danku**, F. Kun, I. G. Main and M. Zaiser, *Damage growth in the fibre bundle models with localized load sharing and environmentally-assisted ageing*, Journal of Physics: Conference Series **410**, 012064 (2013). **IF: 0.00**

Egyéb folyóiratcikkek

- EP1 **Zs. Danku** and F. Kun, *Time series analysis of creep rupture*, Acta Physica Debrecina **XLVI**, 37 (2012). **IF: 0.00**
- EP2 **Zs. Danku** and F. Kun, *Bursts in a fiber bundle model of creep rupture*, Acta Physica Debrecina **XLVII**, 43 (2013). **IF: 0.00**
- EP3 **Zs. Danku** and F. Kun, *Statistics of records in crackling time series*, Acta Physica Debrecina **XLVIII**, 1 (2014). **IF: 0.00**

Poszterek

- PT1 **Zs. Danku** and F. Kun, *Pulse shape of bursts in fracture phenomena*, 38th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, MECO38, Trieste, Italy, 25-27 March 2013
- PT2 **Danku Zs.** és Kun F., *Repedési zaj a szálköteg modellben*, Magyar Fizikus Vándorgyűlés, Debrecen, Magyarország, 2013.08.21-24.
- PT3 **Zs. Danku** and F. Kun, *Record breaking events in crackling time series*, 40th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, MECO40, Esztergom, Hungary, 23-25 March 2015

Előadások

-
- E1 **Danku Zs.** és Kun F., *Repedési lavinák időfejlődése*, Statisztikus Fizikai Nap, Budapest, Magyarország, 2013.03.22.
- E2 **Zs. Danku** and F. Kun, *Damage enhanced creep in the fiber bundle model*, The Third International Conference on Computational Modeling of Fracture and Failure of Materials and Structures, CFRAC 2013, Prague, Czech Republic, 5-7 June 2013
- E3 **Zs. Danku** and F. Kun, *Temporal and spatial evolution of bursts in a fiber bundle model of creep rupture*, Materials Structure & Micro-mechanics of fracture, MSMF7, Brno, Czech Republic, 1-3 July 2013
- E4 **Danku Zs.** és Kun F., *Rekord-statisztika kúszó törésben*, Statisztikus Fizikai Nap, Budapest, Magyarország, 2014.04.25.
- E5 **Zs. Danku** and F. Kun, *Crackling noise in a fiber bundle model of creep rupture*, International Conference Smart functional materials for shaping our future, Debrecen, Hungary, 19-20 Sept 2014
- E6 **Danku Zs.**, Kun F. és Lenkeyné B. Gy., *A mágneses zaj statisztikus tulajdonságai dinamikus törésben*, Statisztikus Fizikai Nap, Budapest, Magyarország, 2015.04.10.
- E7 **Zs. Danku** and F. Kun, *Record breaking events in crackling time series*, The Fourth International Conference on Computational Modeling of Fracture and Failure of Materials and Structures, CFRAC 2015, Cachan, France, 3-5 June 2015
- E8 **Danku Zs.** és Kun F., *Törési folyamat erős rendezetlenség esetén*, Statisztikus Fizikai Nap, Budapest, Magyarország, 2016.04.08.

Egyéb publikációk

Referált folyóiratcikkek

1. A. Szolnoki, M. Perc and **Zs. Danku**, *Towards effective payoffs in the prisoner's dilemma game on scale-free networks*, Physica A **387**, 2075-2082 (2008). **IF: 1.441**

2. A. Szolnoki, M. Perc and **Zs. Danku**, *Making new connections towards cooperation in the prisoner's dilemma game*, Europhysics Letters **84**, 50007 (2008). **IF: 2.203**
3. Z. Halász, **Zs. Danku** and F. Kun, *Competition of strength and stress disorder in creep rupture*, Physical Review E **85**, 016116 (2012). **IF: 2.313**

Poszterek

1. **Zs. Danku**, Z. Halász and F. Kun, *Competition of strength and stress disorder in creep rupture*, 37th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, MECO37, Tatranské Matliare, Slovak Republic, 18-22 March 2012

13. fejezet

Irodalomjegyzék

- [1] H. J. Herrmann and S. Roux, *Statistical models for the fracture of disordered media Random materials and processes* (Amsterdam: Elsevier, 1990).
- [2] M. Alava, P. K. Nukala, and S. Zapperi, Statistical models of fracture, *Adv. Phys.* **55**, 349 (2006).
- [3] Z. P. Bazant and J. Planas, *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials* (CRC Press, Boca Raton, FL., 1997).
- [4] M. O. ed C. U. Grosse, *Acoustic Emission Testing* (Springer, 2008).
- [5] M. Tarraga, R. Carniel, R. Ortiz, and A. García, The failure forecast method: Review and application for the real-time detection of precursory patterns at reawakening volcanoes, in *Developments in Volcanology*, chap. 13, pp. 447–469, Elsevier, 2008.
- [6] A. F. Bell, J. Greenhough, M. J. Heap, and I. G. Main, Challenges for forecasting based on accelerating rates of earthquakes at volcanoes and laboratory analogues, *Geophys. J. Int.* **185**, 718 (2011).
- [7] Z. Danku and F. Kun, Fracture process of a fiber bundle with strong disorder, *elfogadva*, 2016.
- [8] G. Niccolini, A. Carpinteri, G. Lacidogna, and A. Manuello, Acoustic emission monitoring of the syracuse athena temple: Scale invariance in the timing of ruptures, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 108503 (2011).
- [9] M. Suresh, *Fatigue of materials* (Cambridge University Press, 2006).
- [10] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications* (Taylor Francis Group, 2005).
- [11] M. Janssen, J. Zuidema, and R. Wanhill, *Fracture Mechanics* (SPON Publishing, 2004).

- [12] F. Wittel, F. Kun, and B. H. Kröplin, Fragmentation of shells, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 035504 (2004).
- [13] F. Kun and H. J. Herrmann, Transition from damage to fragmentation in collision of solids, *Phys. Rev. E* **59**, 2623 (1999).
- [14] F. Kun, G. B. Lenkey, N. Takács, and D. L. Beke, Structure of magnetic noise in dynamic fracture, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 227204 (2004).
- [15] Z. Danku, G. B. Lenkey, and F. Kun, Statistical features of magnetic noise in mixed-type impact fracture, *Appl. Phys. Lett.* **106**, 064102 (2015).
- [16] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala, and S. Zapperi, Size effects in statistical fracture, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42**, 214012 (2009).
- [17] S. Deschanel, L. Vanel, N. Godin, G. Vigier, and S. Ciliberto, Experimental study of crackling noise: conditions on power law scaling correlated with fracture precursors, *J. Stat. Mech.* **2009**, 01018 (2009), Ábrák: 6., 8. old.
- [18] A. Garcimartín, A. Guarino, L. Bellon, and S. Ciliberto, Statistical properties of fracture precursors, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3202 (1997), Ábra: 3203. old.
- [19] A. Guarino, A. Garcimartín, and S. Ciliberto, An experimental test of the critical behaviour of fracture precursors, *Eur. Phys. J. B* **6**, 13 (1998), Ábrák: 16., 19., 20. old.
- [20] H. Nechad, A. Helmstetter, R. E. Guerjouma, and D. Sornette, Creep ruptures in heterogeneous materials, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 045501 (2005).
- [21] S. Deschanel, S. Vanel, G. Vigier, N. Godin, and S. Ciliberto, Statistical properties of microcracking in polyurethane foams under tensile test, influence of temperature and density, *Int. J. Fract.* **140**, 87 (2006).
- [22] A. Guarino, S. Ciliberto, and A. Garcimartín, Failure time and microcrack nucleation, *Europhys. Lett.* **47**, 456 (1999).
- [23] O. Ramos, P.-P. Cortet, S. Ciliberto, and L. Vanel, Experimental study of the effect of disorder on subcritical crack growth dynamics, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 165506 (2013).
- [24] <http://preview.acceed.info/images/news/abbildung-2.jpg>, 2016.05.23.
- [25] <https://hu.wikipedia.org/wiki/Lemeztektonika>, 2016.05.22.
- [26] K. Ferenc, Komplex rendszerek, Egyetemi előadás, 2009.
- [27] <https://maxwatsongeography.files.wordpress.com/2015/02/308c4-global2bdistribution2bof2beearthquakes.png>, 2016.05.22.
- [28] <https://hu.wikipedia.org/wiki/Szubdukció>, 2016.05.22.
- [29] http://m.thelearningmag.com/m/cros/03d4c47423/images/94/383075_dyn.gif, Felh.: a kép részlete, magyar felirat általam, 2016.05.22.
- [30] K. Christensen, L. Danon, T. Scanlon, and P. Bak, Unified scaling law for earthquakes, *Proc. Natl. Acad. Sci.* **99**, 2509 (2002), Ábra: 2511. old.

-
- [31] H. Kawamura, T. Hatano, N. Kato, S. Biswas, and B. K. Chakrabarti, Statistical physics of fracture, friction, and earthquakes, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 839 (2012), Ábra: 877. old.
 - [32] <http://www.tau.ac.il/~zivalon/seismology/>, Syllabus: V. Omori law: 3. old., 2016.05.22.
 - [33] D. L. Turcotte, *Fractals and chaos in geology and geophysics* (Cambridge University Press, 1997).
 - [34] R. Shcherbakov, G. Yakovlev, D. L. Turcotte, and J. B. Rundle, Model for the distribution of aftershock interoccurrence times, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 218501 (2005).
 - [35] T. Utsu, A statistical study of the occurrence of aftershocks, *Geophys. Mag.* **30**, 521 (1961).
 - [36] T. Utsu, Y. Ogata, and R. S. Matsu'ura, The centenary of the omori formula for a decay law of aftershock activity, *J. Phys. Earth* **43**, 1 (1995).
 - [37] J. Baró *et al.*, Statistical similarity between the compression of a porous material and earthquakes, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 088702 (2013), Ábra: 3. old.
 - [38] F. T. Peirce, Tensile tests for cotton yarns v.—“the weakest link” theorems on the strength of long and of composite specimens, *J. Text. Inst. Trans.* **17**, 355 (1926).
 - [39] H. E. Daniels, The statistical theory of the strength of bundles of threads. i, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **183**, 405 (1945).
 - [40] B. D. Coleman, Time dependence of mechanical breakdown phenomena, *J. Appl. Phys.* **27**, 862 (1956).
 - [41] F. Kun, R. C. Hidalgo, H. J. Herrmann, and K. F. Pál, Scaling laws of creep rupture of fiber bundles, *Phys. Rev. E* **67**, 061802 (2003).
 - [42] Z. Halász and F. Kun, Fiber bundle model with stick-slip dynamics, *Phys. Rev. E* **80**, 027102 (2009).
 - [43] Z. Halász, Z. Danku, and F. Kun, Competition of strength and stress disorder in creep rupture, *Phys. Rev. E* **85**, 016116 (2012).
 - [44] S. Roux, Thermally activated breakdown in the fiber-bundle model, *Phys. Rev. E* **62**, 6164 (2000).
 - [45] R. C. Hidalgo, Y. Moreno, F. Kun, and H. J. Herrmann, Fracture model with variable range of interaction, *Phys. Rev. E* **65**, 046148 (2002).
 - [46] S. Pradhan, A. Hansen, and B. K. Chakrabarti, Failure processes in elastic fiber bundles, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 499 (2010).
 - [47] M. Kloster, A. Hansen, and P. C. Hemmer, Burst avalanches in solvable models of fibrous materials, *Phys. Rev. E* **56**, 2615 (1997).

- [48] F. Kun, F. Raischel, R. C. Hidalgo, and H. J. Herrmann, Extensions of fiber bundle models, in *Modelling Critical and Catastrophic Phenomena in Geoscience*, pp. 57–92, Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [49] D. Sornette, Elasticity and failure of a set of elements loaded in parallel, *J. Phys. A: Mathematical and General* **22**, L243 (1989).
- [50] S. Pradhan, A. Hansen, and P. C. Hemmer, Crossover behavior in burst avalanches: Signature of imminent failure, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 125501 (2005).
- [51] A. Hansen and P. C. Hemmer, Burst avalanches in bundles of fibers: Local versus global load-sharing, *Phys. Lett. A* **184**, 394 (1994).
- [52] https://i.ytimg.com/vi/GUU6_UrP3SQ/hqdefault.jpg, 2016.05.23.
- [53] T. Laufenberg, L. C. Palka, J. D. McNatt, and F. P. L. (U.S.), *Creep and creep-rupture behavior of wood-based structural panels* (U.S. Dept. of Agriculture, Forest Service, Forest Products Lab., 1999), Ábra: fedőlap.
- [54] A. Petri, G. Paparo, A. Vespignani, A. Alippi, and M. Costantini, Experimental evidence for critical dynamics in microfracturing processes, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3423 (1994).
- [55] C. Maes, A. V. Moffaert, H. Frederix, and H. Strauven, Criticality in creep experiments on cellular glass, *Phys. Rev. B* **57**, 4987 (1998).
- [56] J. Rosti, J. Koivisto, and M. J. Alava, Statistics of acoustic emission in paper fracture: precursors and criticality, *J. Stat. Mech.* **2010**, 02016 (2010), Ábra: 9. old.
- [57] A. Miksic, J. Koivisto, and M. Alava, Statistical properties of low cycle fatigue in paper, *J. Stat. Mech.* **2011**, 05002 (2011).
- [58] S. Santucci, P. Cortet, S. Deschanel, L. Vanel, and S. Ciliberto, Subcritical crack growth in fibrous materials, *Europhys. Lett.* **74**, 595 (2006).
- [59] D. Sornette, T. Magnin, and Y. Brechet, The physical origin of the coffin-manson law in low-cycle fatigue, *Europhys. Lett.* **20**, 433 (1992).
- [60] D. Farkas, M. Willemann, and B. Hyde, Atomistic mechanisms of fatigue in nanocrystalline metals, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 165502 (2005).
- [61] R. C. Hidalgo, F. Kun, and H. J. Herrmann, Creep rupture of viscoelastic fiber bundles, *Phys. Rev. E* **65**, 032502 (2002).
- [62] F. Kun, Z. Halász, J. S. A. Jr, and H. J. Herrmann, Crackling noise in sub-critical fracture of heterogeneous materials, *J. Stat. Mech.* , 01021 (2009).
- [63] F. Kun, H. A. Carmona, J. S. Andrade, and H. J. Herrmann, Universality behind basquin’s law of fatigue, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 094301 (2008).
- [64] Z. Halász, Z. Danku, and F. Kun, Competition of strength and stress disorder in creep rupture, *Phys. Rev. E* **85**, 016116 (2012).
- [65] D. Lockner, The role of acoustic emission in the study of rock fracture, *Int.*

- J. Rock Mech. Min. Sci. **30**, 883 (1993).
- [66] S. Lennartz-Sassinek, I. G. Main, Z. Danku, and F. Kun, Time evolution of damage due to environmentally assisted aging in a fiber bundle model, Phys. Rev. E **88**, 032802 (2013).
 - [67] S. Lennartz-Sassinek, Z. Danku, F. Kun, I. G. Main, and M. Zaiser, Damage growth in fibre bundle models with localized load sharing and environmentally-assisted ageing, J. Phys.: Conf. Ser. **410**, 012064 (2013).
 - [68] Z. Danku and F. Kun, Creep rupture as a non-homogeneous poissonian process, Sci. Rep. **3**, 2688 (2013).
 - [69] Y. Moreno, J. B. Gómez, and A. F. Pacheco, Fracture and second-order phase transitions, Phys. Rev. Lett. **85**, 2865 (2000).
 - [70] N. Yoshioka, F. Kun, and N. Ito, Size scaling and bursting activity in thermally activated breakdown of fiber bundles, Phys. Rev. Lett. **101**, 145502 (2008).
 - [71] D. J. Daley and D. Vere-Jones, *An Introduction to the Theory of Point Processes* (Springer: New York, 2002).
 - [72] A. Corral, Long-term clustering, scaling, and universality in the temporal occurrence of earthquakes, Phys. Rev. Lett. **92**, 108501 (2004).
 - [73] D. Bonamy, S. Santucci, and L. Ponson, Crackling dynamics in material failure as the signature of a self-organized dynamic phase transition, Phys. Rev. Lett. **101**, 045501 (2008).
 - [74] L. Laurson, S. Santucci, and S. Zapperi, Avalanches and clusters in planar crack front propagation, Phys. Rev. E **81**, 046116 (2010).
 - [75] J. J. McGuire, M. S. Boettcher, and T. H. Jordan, Foreshock sequences and short-term earthquake predictability on east pacific rise transform faults, Nature **434**, 457 (2005).
 - [76] P. R. Sammonds, P. G. Meredith, and I. G. Main, Role of pore fluids in the generation of seismic precursors to shear fracture, Nature **359**, 228 (1992).
 - [77] D. Amitrano, Variability in the power-law distributions of rupture events, Eur. Phys. J. - Spec. Top. **205**, 199 (2012).
 - [78] D. Amitrano, S. Gruber, and L. Girard, Evidence of frost-cracking inferred from acoustic emissions in a high-alpine rock-wall, Earth Planet. Sci. Lett. **341–344**, 86 (2012).
 - [79] J. Galambos, *The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics* (New York: Wiley, 1978).
 - [80] B. C. Arnold, N. Balakrishnan, and H. N. Nagaraja, *Records* (John Wiley Sons, 2011).
 - [81] M. R. Yoder, D. L. Turcotte, and J. B. Rundle, Record-breaking earthquake

- intervals in a global catalogue and an aftershock sequence, *Nonlinear Proc. Geoph.* **17**, 169 (2010).
- [82] J. Davidsen, P. Grassberger, and M. Paczuski, Networks of recurrent events, a theory of records, and an application to finding causal signatures in seismicity, *Phys. Rev. E* **77**, 066104 (2008).
 - [83] S. Redner and M. R. Petersen, Role of global warming on the statistics of record-breaking temperatures, *Phys. Rev. E* **74**, 061114 (2006).
 - [84] Z. Danku and F. Kun, Record breaking bursts in a fiber bundle model of creep rupture, *Front. Phys.* **2** (2014).
 - [85] S. Pradhan, A. Hansen, and B. K. Chakrabarti, Failure processes in elastic fiber bundles, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 499 (2010).
 - [86] Z. Danku and F. Kun, Temporal and spacial evolution of bursts in creep rupture, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 084302 (2013).
 - [87] J. Rosti, X. Illa, J. Koivisto, and M. J. Alava, Crackling noise and its dynamics in fracture of disordered media, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42**, 214013 (2009).
 - [88] A. Baldassarri, F. Colaiori, and C. Castellano, Average shape of a fluctuation: Universality in excursions of stochastic processes, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 060601 (2003).
 - [89] S. Papanikolaou *et al.*, Universality beyond power laws and the average avalanche shape, *Nat. Phys.* **7**, 316 (2011).
 - [90] S. Zapperi, C. Castellano, F. Colaiori, and G. Durin, Signature of effective mass in crackling-noise asymmetry, *Nat. Phys.* **1**, 46 (2005).
 - [91] K. A. Dahmen, Y. Ben-Zion, and J. T. Uhl, A simple analytic theory for the statistics of avalanches in sheared granular materials, *Nat. Phys.* **7**, 554 (2011).
 - [92] K. J. Måløy, S. Santucci, J. Schmittbuhl, and R. Toussaint, Local waiting time fluctuations along a randomly pinned crack front, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 045501 (2006).
 - [93] K. T. Tallakstad, R. Toussaint, S. Santucci, J. Schmittbuhl, and K. J. Måløy, Local dynamics of a randomly pinned crack front during creep and forced propagation: An experimental study, *Phys. Rev. E* **83**, 046108 (2011).
 - [94] S. Papanikolaou *et al.*, Quasi-periodic events in crystal plasticity and the self-organized avalanche oscillator, *Nature* **490**, 517 (2012).
 - [95] Z. Danku, F. Kun, and H. J. Herrmann, Fractal frontiers of bursts and cracks in a fiber bundle model of creep rupture, *Phys. Rev. E* **92**, 062402 (2015).
 - [96] S. N. Majumdar, Exact fractal dimension of the loop-erased self-avoiding walk in two dimensions, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2329 (1992).

-
- [97] D. Dhar, Self-organized critical state of sandpile automaton models, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1613 (1990).
 - [98] L. Laurson *et al.*, Evolution of the average avalanche shape with the universality class, *Nat. Commun.* **4**, 2927 (2013), Ábrák:4.,5. old.
 - [99] G. B. Lenkey and S. Winkler, On the applicability of the magnetic emission technique for determining ductile crack initiation in impact tests, *Fatig. Fract. Eng. Mater. Struct.* **20**, 143 (1997).
 - [100] D. Francois and A. Pineau, *From Charpy to Present Impact Testing* (Elsevier: Amsterdam, 2002).
 - [101] T. A. Siewert and M. P. Manahan, *Pendulum Impact Testing: A Century of Progress* (ASTM International, 2000).
 - [102] D. Spasojević, S. Bukvić, S. Milošević, and H. E. Stanley, Barkhausen noise: Elementary signals, power laws, and scaling relations, *Phys. Rev. E* **54**, 2531 (1996).
 - [103] G. Durin and S. Zapperi, Scaling exponents for barkhausen avalanches in polycrystalline and amorphous ferromagnets, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4705 (2000).
 - [104] A. P. Mehta, A. C. Mills, K. A. Dahmen, and J. P. Sethna, Universal pulse shape scaling function and exponents: Critical test for avalanche models applied to barkhausen noise, *Phys. Rev. E* **65**, 046139 (2002).
 - [105] F. Colaiori, S. Zapperi, and G. Durin, Shape of a barkhausen pulse, *J. Magn. Magn. Mater.* **272-276**, 533 (2004).
 - [106] J. Vasseur *et al.*, Heterogeneity: The key to failure forecasting, *Sci. Rep.* **5**, 13259 (2015).
 - [107] A. Hansen and S. Roux, 2000, in *Damage and Fracture of Disordered Materials* (CISM Courses and Lectures *no 410*), pp. 17–101, Springer Verlag, Statistical toolbox for damage and fracture.
 - [108] R. C. Hidalgo, F. Kun, K. Kovács, and I. Pagonabarraga, Avalanche dynamics of fiber bundle models, *Phys. Rev. E* **80**, 051108 (2009).
 - [109] P. C. Hemmer and A. Hansen, Distribution of simultaneous fiber failures in fiber bundles, *J. Appl. Mech.* **59**, 909 (1992).
 - [110] R. Matsuzaki *et al.*, Three-dimensional printing of continuous-fiber composites by in-nozzle impregnation, *Sci. Rep.* **6**, 23058 (2016).
 - [111] A. Maiti *et al.*, 3d printed cellular solid outperforms traditional stochastic foam in long-term mechanical response, *Sci. Rep.* **6**, 24871 (2016).