

Matematika történet

Készült:

DR. TÓTH LÁSZLÓ (PTE TTK)
előadásai illetve az internet alapján

Készítette: Griechisch Erika

`griechisch.erika@gmail.com`

2005. december

Tartalomjegyzék

1. Mit vizsgál a matematikatörténet?	3
2. Melyek a matematika fejlődésének főbb periódusai?	3
3. Miben áll már az ókori Egyiptomban is használt „hamis szabály” módszere?	3
4. Miben hozott újat és jelentőset az ókori görög matematika?	4
5. Thalész és Pitagorasz élete és munkássága	4
6. Euklidész „Elemek” című művének ismertetése	5
7. A középkori arab tudomány kultúrtörténeti szerepe, Horezmi	7
8. Cardano és a harmadfokú egyenletek megoldóképlete	8
9. A logaritmus felfedezése	8
10. Pascal és Descartes munkássága	9
11. A 2 Bolyai és a geometria axiomatikus megalapozása	10
12. Kiknek a nevéhez fűződik a differenciál és integrálszámítás megalapozása?	11
13. Euler élete és munkássága, nevéhez kapcsolódó tételek, képletek	12
14. Gauss élete és munkássága, nevéhez kapcsolódó tételek, képletek	13

15. Ismertessen 3 nevezetes számelméleti problémát!	14
15.1. Az ikerprímek	14
15.2. Goldbach-sejtés	15
15.3. Mersenne- és Fermat-prímek	15
16. A magyar matematika nagy egyéniségei a XIX-XX. században	16

1. Mit vizsgál a matematikatörténet?

A matematikatörténet a matematika egy ága, mely vizsgálja a matematika egészének és egyes ágainak fejlődését a kezdetektől napjainkig, vizsgálja továbbá a matematika ágainak egymással való kapcsolatait, viszonyait; próbálja tisztázni hogyan alakultak ki a matematikai módszerek, gondolatok, elméletek és ezek hogyan fejlődtek az idők során; hogy az egyes népeknél adott történelmi korszakokban milyen jellemzői voltak a fejlődésnek, továbbá azt, hogy neves tudós egyéniségek és kollektívák (csoportok) milyen módon járultak hozzá a matematika fejlődéséhez.

2. Melyek a matematika fejlődésének főbb periódusai?

A matematika kialakulása (ősidők- kr.e.VI-V.század) addig tartott ez az időszak, amíg kialakult a matematika, mint sajátos tárgy és önálló módszerekkel rendelkező tudomány. Jellemző: az ismeretek egy általános osztatlan tudomány keretei közt halmozódtak fel

Az elemi matematika korszaka (kr.e. VI-V.sz. - kr.u. XVI. század) „az állandó mennyiségek matematikája”. Akkor ért véget e korszak, mikor a folyamatok és a mozgások váltak a kutatás objektumaivá (az analízis megjelenéséig).

Változó mennyiségek matematikája (XVI.-XIX. század) Descartes, Newton, Leibniz – az analízis illetve a differenciálszámítás, integrálszámítás kezdetétől.

A modern matematika A matematika robbanásszerű fejlődésen ment keresztül, a matematikán belül új elméletek jelentek meg. Átértékelődtek a problémák és a kérdéskörök.

Fontossá váltak a matematika alapjainak kérdései (logika, halmazelmélet, axiómarendszerek vizsgálata). Sok új alkalmazási terület(, lehetőség) született, pl. biomatematika, matematikai nyelvészet.

3. Miben áll már az ókori Egyiptomban is használt „hamis szabály” (regula falsi) módszere?

Egy feladat: „Egy szám meg a hetedrésze 19. Melyik ez a szám?”

Ma így oldanánk meg:

$$x + \frac{x}{7} = 19 \implies \frac{8x}{7} = 19 \implies x = \frac{19 \cdot 7}{8}$$

A feladat „egyiptomi” megoldása: „Tfh. a keresett szám 7:

$$7 + \frac{7}{7} = 8$$

A keresett szám tehát nem 7, hanem ennél annyszor nagyobb, mint 19 a 8-nál:

$$19 : 8 = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

A keresett szám tehát:

$$7 \cdot \left(2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

Vagyis: tetszőleges értékből kiindulva a helyes megoldás megkapható.

4. Miben hozott újat és jelentőset az ókori görög matematika?

(kr.e.VII-kr.u.III. század)

kr.e.478-431., Demokritosz (atomelmélet), Szokratész

- a természettudományos és a modern matematika alapjai is ekkor születtek meg
- a görögök feltették a „Miért?” kérdést, ők az eljárásokat nem csak használták, hanem meg is akarták érteni
- átvették a szomszédos kultúrák módszereit pl. egyiptomi felezési és kettőzési módszert
- elterjedt az abakusszal való számolás
- a görög matematikusok és csillagászok korán bevezették az üres helyiértéket, a zérust (a görög omikron betű)

5. Thalész és Pitagorasz élete és munkássága

milétoszi THÁLÉSZ (kr.e. 624?-548?): a „matematika atyja”. Az első igazi matematikus(, fizikus, csillagász, természetfilozófus). Beutazta az akkori művelt világot Mezopotámiától Egyiptomig. Sokat tanult utazásai során. Megjósolt egy napfogyatkozást, ami 585-ben be is következett.

Írásos emléket nem hagyott maga után, de munkássága fontos, mert ő az első a matematikában, aki *bizonyít*. A munkásságára, eredményeire későbbi korokban hivatkoznak, innen ismerjük azt.

Ismerte a *szög* fogalmát. Igazolta, hogy a csúcsszögek egyenlőek, hogy az átmérő felezi a kört. Igazolta, hogy az egyenlőszárú háromszög alapon fekvő szögei egyenlőek.

PITAGORASZ (kr.e. VI.század) Szamos szigetén született, járt Babilóniában. Talán Indiába is eljutott. Nagy hatással voltak rá a keletei filozófiai és vallásos tanok. Hazatérve megalapított egy társaságot, mely részben vallásos illetve politikai jellegű titkos társaság volt.

Tőle sem maradtak fenn írásos emlékek, munkássága teljes mértékben összefonódott tanítványai munkásságával. Később Dél-Itáliába kellett menekülnie.

Azt hirdette, hogy mindennek az alapja a szám (a pozitív egész szám). Törtekkel és negatív számokkal nem foglalkozott. Sok felfedezése volt az aritmetikában és számelméletben. Törtek helyett arányokkal dolgozott (arány=*logos*, aránypár=*analogos*)

A *páros*, *páratlan*, *prím* és *összetett szám* fogalma Pitagorasztól származik.

A *figurális szám* fogalma is tőle származik. Pl. ilyenek a *háromszögszámok*, melyek általános alakja $\frac{n(n+1)}{2}$; illetve a *téglalapszámok*: $n(n+1)$. A négyzetszám fogalma is tőlük ered.

A Pitagorasz tételt róla nevezték el, de nem az ő érdeme, már Egyiptomban, Mezopotámiában és Kínában is használták. A pitagoreusok bizonyították, hogy minden háromszög szögeinek összege 2 derékszög. Szerkesztéseket is végeztek, meg tudták szerkeszteni a szabályos ötszöget. Ismerték a számtani és mértani közép megszerkesztését (trapéz közpvonala illetve magasság és befogótétel használatával tudták ezeket megszerkeszteni).

Az 5 szabályos test közül ismerték a tetraédert, a kockát, és a dodekaédert (csak az oktaédert és az ikozaédert nem ismerték).

Tökéletes szám az a szám, mely egyenlő az önmagánál kisebb osztóinak összegével. Ha $\sigma(n)$ jelöli az n osztóinak összegét:

$$n \text{ tökéletes} \iff^{\text{def}} \sigma(n) = 2n.$$

Tökéletes szám például a 6 ($6=3+2+1$) és a 28 ($28=14+7+4+2+1$).

A *barátságos számpárok* olyan számkettősök, amelyek bármelyike egyenlő a másik valódi osztóinak (1-et is számítva) az összegével. Tehát n, m barátságos számok, ha

$$\sigma(n) - n = m \text{ és } \sigma(m) - m = n \text{ vagyis } \sigma(n) = \sigma(m) = m + n.$$

A pitagoreusok csak a 220, 284 barátságos számpárt ismerték.

6. Euklidész „Elemek” című művének ismertetése

Alexandriában kultúrközpontot hozott létre Ptolemaiosz király, aki támogatta a kultúrát, a tudományokat (egy hatalmas könyvtárat is létrehozott). Később e könyvtár leégett. Ptolemaiosz vezére Nagy Sándor volt, később ő vette át a hatalmat. Hellenizmus: Nagy Sándortól a görög kultúra egyetemessé vált.

EUKLIDÉSZ (i.e. 365?-300?): az első nagy alexandriai tudós. Ő mondta: „*A matematikához nem vezet királyi út.*”

Fő művében összefoglalta korának aritmetikai, geometriai ismereteit.

Az *Elemek* 13 fejezetből áll, forrásmunkák alapján írta, támaszkodva a korábbi eredményekre. Például az 5-6. fejezetben Eudoxosz műveire lehet ráismerni.

Az elemek arab fordításban maradt fenn, innen fordították latinra a XII. században, majd a XVI. századba nemzeti nyelvekre. Magyarra először Apáczai Csere János fordított belőle részeket, a teljes művet 1865-ben Brassai Sámuel fordított le. A Biblia után a legtöbb kiadást megért könyv. 2000 évre meghatározta a matematika fejlődését.

Euklidész felismerte a *bizonyítás fontosságát*, axiómákra, definíciókra és tételekre épít az *Elemek* \Rightarrow a deduktív módszert használja.

A XIX. századig ennél pontosabb axiómarendszert, felépítést nem alkottak. A könyv fejezetei:

- 1-6. fejezet: síkgeometria
- 1-9. fejezet: számelmélet (geometriai úton bizonyít)
- 10-13. fejezet: térgeometria

9 AXIÓMA

1. Amik ugyanazzal egyenlők, egymással is egyenlők.
2. Ha egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, az összegek egyenlők.
3. Ha egyenlőkből egyenlőket veszünk el, a maradékok egyenlők.
4. Ha nem egyenlőkhöz egyenlőket adunk hozzá, az összegek nem egyenlők.
5. Ugyanannak a kétszeresei egyenlők egymással.

6. Ugyanannak a fele részei egyenlők egymással.
7. Az egymásra illeszkedők egyenlők egymással.
8. Az egész nagyobb a résznél.
9. Két egyenes vonal nem fog közre területet.

5 POSZTULÁTUM

1. Követeltessék meg, hogy minden pontból minden ponthoz legyen egyenes húzható.
2. És hogy véges egyenes vonal egyenesben folytatólag meghosszabbítható legyen.
3. És hogy minden középponttal és távolsággal legyen kör rajzolható.
4. És hogy minden derékszög egymással egyenlő legyen.
5. És hogy ha két egyenest úgy metsz egy egyenes, hogy az egyik oldalon keletkező belső szögek (összegben) két derékszögnél kisebbek, akkor a két egyenes végtelenül meghosszabbítva találkozzék azon az oldalon, amerre az (összegben) két derékszögnél kisebb szögek vannak.

23 DEFINÍCIÓ

1. Pont az, aminek nincs része.
2. A vonal szélesség nélküli hosszúság.
3. A vonal végei pontok.
4. Egyenes vonal az, amelyik a rajta levő pontokhoz viszonyítva egyenlően fekszik.
5. Felület az, aminek csak hosszúsága és szélessége van.
6. A felület végei (=szélei) vonalak.
7. Síkfelület az, amelyik a rajta levő egyenesekhez viszonyítva egyenlően fekszik.
8. A síkszög két olyan egysíkbeli vonal egymáshoz való hajlása, amelyek metszik egymást, és nem fekszenek egy egyenesen.
9. Ha a szöget közrefogó vonalak egyenesek, egyenes vonalúnak nevezzük a szöget.
10. Ha valamely egyenesre egyenest állítunk úgy, hogy egyenlő mellékszögek keletkeznek, akkor a két egyenlő szög derékszög, és az álló egyenest merőlegesnek mondjuk arra, amelyen áll.
11. Tompaszög az, amelyik nagyobb a derékszögnél.
12. Hegyesszög pedig, amelyik kisebb a derékszögnél.
13. Határ az, ami vége valaminek.
14. Alakzat az, amit egy vagy több határ vesz körül.
15. A kör síkbeli alakzat, amelyet egy vonal vesz körül [ezt nevezzük körvonalnak] úgy, hogy az e vonal és egy, az alakzat belsejében fekvő pont közé eső szakaszok egyenlők egymással.
16. Ezt a pontot a kör középpontjának nevezzük.

17. A körnek átmérője bármely, a középponton áthaladó egyenes vonal, amely mindkétoldalt a kör területén végződik. Az ilyen egyenes félbevágja a kört.
18. A félkör olyan alakzat, amelyet egy átmérő és az általa kimetszett körív vesz körül. (A félkör középpontja ugyanaz a pont, mint amelyik a köré is.)
19. Egyenes vonalú alakzatok (azaz sokszögek) azok, amelyeket egyenes vonalak vesznek körül, háromoldalúak, amelyeket három, négyoldalúak, amelyeket négy, sokoldalúak pedig, amelyeket négy-nél több egyenes vesz körül.
20. A háromoldalú alakzatok közül egyenlő oldalú háromszög az, amelynek három egyenlő oldala van, egyenlő szárú, amelynek csak két egyenlő oldala van, ferde pedig, amelynek három nem egyenlő oldala van.
21. Továbbá a háromoldalú alakzatok közül derékszögű háromszög az, amelynek van derékszöge, tompaszögű, amelynek van tompaszöge, hegyesszögű pedig, amelynek három hegyesszöge van.
22. A négyoldalú alakzatok közül négyzet az, amelyik egyenlő oldalú és derékszögű, téglalap, amelyik derékszögű, de nem egyenlő oldalú, rombusz, amelyik egyenlő oldalú, de nem derékszögű, rombold, amelynek a szemközti oldalai és szögei egyenlők egymással, de sem nem egyenlő oldalú, sem nem derékszögű. A többi négyoldalú neve legyen trapéz.
23. Párhuzamosak azok az egyenesek, amelyek ugyanabban a síkban vannak és mindkétoldalt végtelenül meghosszabbítva egyiken sem találkoznak.

7. A középkori arab tudomány kultúrtörténeti szerepe. Horezmi munkássága

A VI-XIII. század közt az araboknak és tudományuknak lett az a kultúrtörténeti szerepe, hogy a görög és hellenisztikus tudományok értékeit átmenekítsék Európába.

Ez (leginkább) fordítások útján történt: görög \rightarrow arab \rightarrow latin \rightarrow nemzeti nyelvek

- nemcsak átvettek, hanem módosították, bővítették az ismereteket
- aritmetika, algebra fejlődése. Ok: szakítottak az algebra geometriázásával.
- kínai és indiai műveket is lefordítottak \rightarrow elsőként ötvözték a görög és távolkeleti tudományok módszereit

Az arab civilizáció a mai Spanyolországtól Kínáig terjedt.

AL HVARIZMI MUHAMAD IBN MUSZA avagy HOREZMI (800?-850?) munkássága: Matematikai, csillagászati műveket írt, jelentős műve a „*De Numero Indorum - A hindu számokról*”

Vélhetően Brahmagupta művére támaszkodva ismerteti a helyiértékes tizes számrendszert és a műveleti szabályokat.

Nevéből származik az *algoritmus* szó, az *algebra* szó is az ő nevéhez kötődik. Egyik művének címe „*Kitab Al-dzsabr - Az egyszerűsítés könyve*” – e könyv egyenletek megoldásáról szólt, évszázadokon keresztül használták.

- nem használt szimbólumokat könyveiben, visszatér a retorikus algebrához, mindent szavakkal jegyez fel;

- elfogadta a negatív számokat is mint megoldásokat;
- minden lépését megindokolta;
- nemcsak speciális egyenleteket vizsgált, hanem általános megoldási módot is adott.

8. Cardano és a harmadfokú egyenletek megoldóképlete

GIORAMO CARDANO (1501-1575): itáliai orvos, filozofus, a milánói orvosi kollégium igazgatója. A harmadfokú egyenletek megoldásának története az ő nevéhez kötődik. Ismerte Tartaglia-t, aki elárulta neki a harmadfokú egyenlet megoldóképletét, mely végül azért Cardano nevét kapta, mert ő publikálta.

Könyvet írt „*A kockajátékról*” és „*A nagy tudomány az algebra törvényeiről*” címmel.

NICCOLO FONTANA (TARTAGLIA) - 1500-1557: felfedezte az alábbi alakú harmadfokú egyenletek megoldóképletét:

$$x^3 + bx = c \quad x^3 = bx + c \quad x + bx^2 = c, \text{ ahol } b, c > 0.$$

Egy probléma volt vele: a harmadfokú egyenleteknél volt, hogy tudták, 3 valós megoldás van, a gyökképlet alapján pedig negatív számokból kellett volna négyzetgyököt vonni (ez volt a *casus irreducibilis* = *lehetetlen eset*). Később emiatt alakult ki a XIX. századra a komplex számok elmélete.

CARDANO KÉPLET a $x^3 + bx + c$ alakú egyenlet megoldására:

$$x = \sqrt[3]{\frac{c}{2} + \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^3}} - \sqrt[3]{-\frac{c}{2} + \sqrt{\left(\frac{c}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^3}}$$

Ez csak egy megoldást ad, de kis módosítással a többi gyök is megkapható.

9. A logaritmus felfedezése

FOOST BÜRGI (1552-1632): Svájci órá és műszerkészítő mester, életének egy részét Prágában töltötte, Kepler mellett dolgozva.

1611-ben ő készítette az első logaritmustáblázatot, és 1620-ban publikálta „*Aritmetikai és geometriai haladványtáblázatok*” címmel.

JOHN NAPIER (1550-1617): skót matematikus. 1614-ben jelentette meg hasonló logaritmustáblázatát „*Descriptio*” címmel, 210 évig dolgozott rajta.

A 0 – 90°-ig növekvő szögek trigonometrikus értékeit is leírta 8 tizedesjegy pontossággal (1 perces ugrásokkal számolva).

Nála a logaritmus alapja:

$$\left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^{10^7} \approx \frac{1}{e}$$

volt. A táblázat ismertetése 1819-ben „*Constructio*” címmel jelent meg.

HENRY GRIEKS (1561-1630): angol matematikus, az oxfordi egyetem tanára. Ő javasolta, hogy 10 legyen a logaritmus alapszáma.

10-es alapú, 14 jegyű táblázatot készítettek Napierrel együtt.

10. Pascal és Descartes munkássága

BLAISE PASCAL (1620-1662): francia matematikus, fizikus, filozófus. Nagy szerepe volt a matematikai analízis kidolgozásában. Ő szerkesztetet először mechanikus számológépet. Valószínűségszámítással is foglalkozott.

14 évesen eljárt apjával a Marin Mersenne köré csoportosult természettudományos körbe. Ebből a csoportból nőtt ki 1666-ban a Francia Tudományos Akadémia.

16 évesen már megjelent egy tanulmánya „*Tanulmány a kúpszeletekről*” címmel, melyben projektív geometriai tételek is szerepelnek.

Egy tétele:

„Egy kúpszeletbe rajzolt húrhatározó szembenfekvő oldalainak egyenesei 1-1 pontban metszik egymást. E három metszéspont mindig ugyanazon az egyenesen van.”

Hidrosztatikával is foglalkozott. 1654-ben egy időre felhagyott a matematikával, majd 1659-ben ismét elkezdett foglalkozni véle.

RENÉ DESCARTES(1596-1650): Jogot és matematikát tanult, Mersenne iskolatársa volt. Filozófiával is foglalkozott. Az analitikus geometria egyik megalkotója.

Descartes 1596-ban született La Haye-ban. Nyolc éves korától a IV. Henrik által alapított La Fleche-i jezsuita liceumban tanult, amely egyike volt Európa legkiválóbb iskoláinak. Kitűnően megtanult latinul, s megismerhette a kor legújabb tudományos felfedezéseit és nézeteit (pl. Galileinek a Föld forgásáról vallott elképzeléseit). Majd (1612 után) Poitiers-ba ment orvostudományt és jogot tanulni, s 1618-ban -atyai kívánságra- Hollandiába utazott, hogy a bredai katonai akadémián hadmérnöki képzést szerezzen, majd bekapcsolódott a harmincéves háborúba. 1619-ben hosszú utazásra indult: járt Koppenhágában, Lengyelországban, Magyarországon, Ausztriában és Csehországban. Télre egy Ulm melletti parasztházban szállt el, ahol idejét elmélkedéssel töltötte, s ahol három álom hatására egy „csodálatos tudomány alapjaira” bukkant. Részt vett a fehérhegyi ütközetben -a győztesek oldalán-, később újabb utazásokra indult, míg végül 1625-1628 között Párizsban telepedett le. Itt egy tudós társaság megbecsült tagjaként tevékenykedett. (A társaság tagja volt többek közt T. Hobbes, P. Gassendi, A. Arnauld.) Az 1628-1649 közti időszakot a szabad alkotói légkört biztosító Hollandiában töltötte, s azt csak Krisztina svéd királynő meghívására hagyta el. A királynő a tudósokat a hajnali órákban rendelte magához, mert ezt a napszakot tartotta elmélkedésre alkalmasnak, csak hogy Descartes gyermekkorától -betegsége folytán- szenvedett a korai keléstől (ezért engedélyezték neki a liceumban is a dél körüli felkelést). A filozófust annyira megviselték a hűvös hajnalok, hogy tüdőgyulladást kapott, amibe végül bele is halt. Főbb művei: *Értekezés a módszerről*, teljes cím: *Értekezés az ész helyes vezetésének és a tudományos igazság kutatásának módszeréről*, 1637), *Elmélkedések az első filozófiáról* (1641), *A filozófia alapelvei* (1644), *A lélek szenvedélyeiről* (1669)

Arisztotelész nyomán Descartes is megpróbálkozott a matematikai logika megteremtésével, de kezdeti próbálkozásai nem jártak sikerrel. Descartes a geometria problémák megoldásához gyakran alkalmazott algebrai módszereket. Az 1637-ben megjelent *Értekezések a módszerről*

című könyvének függeléke a Geometrie, amely lendületet adott az analitikus geometria fejlődésének. Műveiben azonban még nem szerepel a koordináta rendszer, amely ma az ő nevét viseli. Ő még csak egyetlen tengellyel dolgozott, és ezen sem vette figyelembe a negatív számokat, bár már számolt is velük, de "hamis" számoknak nevezte őket. Igen fontos lépés volt a változó fogalmának a használata, amellyel a függvénytan fejlődését segítette elő. A szakaszok közötti alpműveleteket úgy igyekezett definiálni, hogy az eredmény ismét szakasz legyen. Azért, hogy két szakasz szorzata és hányadosa is szakasz legyen, bevezette az egységszakasz fogalmát és a negyedik arányos szerkesztését. (Párhuzamos szelők tétele.)

A szakaszok közötti műveleteket a Párhuzamos szelő tétele segítségével értelmezte. A görbék érintőinek és normálisainak számolásával is foglalkozott, vizsgálta az egyenletek megoldásának módszereit is. Érdekes, hogy a - jól ismert - kör négyszögesítése probléma helyett a „négyszög körösítése” érdekelte. Több matematikai fogalom is viseli az ő nevét. Derékszögű koordináta-rendszere módot adott arra, hogy a különböző matematikai tudományágak összekapcsolódhassanak.

Descartes volt, aki elkezdte a hatványkitevők használatát, és aa helyett a^2 -t írt, és ő már ismerte a testekre (poliéderekre) vonatkozó ún. *Euler tételt*, amit Euler tőle függetlenül újra felfedezett. Ő fedezte fel a (9363584 ; 9437056) barátságos számpárt. A halmazok direkt szorzata is Descartes nevét őrzi.

A természettudományokban is tevékenykedett. A Cartesius-bűvár-t is fedezte fel. Róla nevezték el a Cartesius-manosztátot is.

11. A 2 Bolyai és a geometria axiomatikus megalapozása

BOLYAI FARKAS (1775-1856): Erdélyben, Bolyán született. Sokoldalú tudós, elsősorban a paralellál problémájával foglalkozott. Irodalmi munkássága alapján lett akadémiai tag. Nagyenyedén, Kolozsváron tanult, majd Németországban. Itt ismerte meg Gausszt és az 5. posztulátumra vonatkozó kérdéseket. Egy monostori kollégiumban lett tanár.

Matematikai gondolatait „*Tentamen*” című művében írta le, melynek függeléke az „*Appendix*” tartalmazta Bolyai János nemeuklidészi geometriai elképzeléseit.

Megfogalmazott az 5. posztulátummal egyenértékű állításokat.

Sorelmélettel is foglalkozott, 1832-ben megadott egy konvergenciakritériumot, mely egyenértékű a Raabe(1834)-kritériummal.

BOLYAI JÁNOS (1802-1860): Bolyai Farkas fia, Kolozsváron született. Marosvásárhelyen élt, illetve nevelkedett. Az apja Gausshoz akarta kiküldeni, de nem sikerült, végül a Bécsi Akadémián végezte el felsőfokú tanulmányait.

18 évesen kezdett el a paralellálkkal foglalkozni, apja akarata ellenére.

1823-ban Temesváron szolgált mint katona, ekkor írta apjának levélben „... *a semmiből egy új, más világot teremtettem* ...”

Az 5. posztulátumot (szerinte) el lehet hagyni és akkor is kiépíthető egy geometriai rendszer. DE: megtartva is egy ellentmondásmentes geometriát kapunk.

LOBACSEVSZKIJ rektor, tanár. 1829-1830-ban publikálta Bolyaihoz hasonló eredményeit, de a felfedezést később tette mint Bolyai.

Ma *Lobacsevszkij-Bolyai-geometria* a neve.

Bolyai-Lobacsevszkij-axióma: Adott e egyeneshez egy rá nem illeszkedő P ponton keresztül az általuk meghatározott síkban legalább két olyan egyenes húzható, amely nem metszi az e egyenest. (Az 5. posztulátum helyett)

Az Appendixet csak 1897-ben fordították le magyarra. Paul Gustave Stäckel német matematikus tett sokat azért, hogy Bolyai munkásságát megismerje a világ.

12. Kiknek a nevéhez fűződik a differenciál és integrálszámítás megalapozása?

Newton és Leibniz kidolgoztak egy módszert és megfogalmazták a differenciál- és integrálszámítás elméletét – a korábbi eredményekre támaszkodva.

Egy éles prioritási vita is kialakult köztük, mindektten maguknak akarták felfedezést.

SIR ISAAC NEWTON (1643-1727): 1665-re jutott el a *fluxióelméletnek* nevezett módszerhez (ún. számítási apparátus: fizikai és csillagászati számolásokhoz használta, de nem hozta nyilvánosságra, hiszen logikai megalapozottsága hiányos volt).

Az időtől függő mennyiségeket *flueus* (\sim megváltozó)-nak nevezte el és y -al jelölte. Pl. út-idő.

A *fluxió* a flueus megváltozásának jelölése (az előző példánál maradva ez a sebesség): $\dot{y} = y'$ Ez alapján fluxió fluxiója a gyorsulás: $\ddot{y} = y''$. Végtelen kicsinyekkel is számolt.

1687: „A természet-filozófia matematikai alapelvei - Principia” - e könyvét a matematikusok, fizikusok, filozófusok (!) évszázadokig használták.

1666: általános tömegvonzás törvénye. Csak 20 évvel később publikálta.

Newton nevéhez kötődnek még a Newton-féle interpolációs módszer (osztott differenciák), a Newton féle iterációs módszer (numerikus analízis).

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646-1716): filozófus, történetíró, irodalmár is volt. 1684-ben publikált egy dolgozatot „Új módszer a maximumokra és minimumokra, érintőkre ... vonatkozóan”, melyben az elsőrendű differenciálokat írja le.

Sok új jelölést vezetett be:

- \int
- $\frac{dy}{dx}$
- dy
- dx

Mindemellett kombinatorikai eredményei is voltak, bevezette a determináns fogalmát, mechanikus számológépet szerkesztett.

Később sokan próbálták tökéletesíteni Newton és Leibniz módszereit. Főként a Bernoulli család tagjai (Jacob (1654-1705)- Bernoulli egyenlőtlenség, Bernoulli lemniszkáta, Bernoulli féle differenciálegyenlet, testvére Johann (1667-1748) - aki felfedezte a L'Hospital szabályt, Johann fia Daniel (1700-1782), aki Eulerrel dolgozott együtt a Szentpétervári Akadémián ...).

13. Euler élete és munkássága, nevéhez kapcsolódó tételek, képletek

Euler (1707-1783) Svájcban, Baselben született. Matematika mellett teológiát, orvostudományt és keleti nyelveket tanult. Bázelen a híres Bernoulli matematikus család támogatta, 1725-ben a Bernoulli fivérekkel együtt Szentpétervárra ment, és itt dolgozott 1741-ig. Itt ugyan az élettani tanszéken kapott állást, de módot talált arra, hogy a fiziológia mellett fizikával és főleg matematikával is foglalkozzon. Még csak 28 éves volt, amikor látászavarai megkezdődtek. Egyik szemére ekkor meg is vakult. Euler csak ennyit mondott: „*Most majd kevesebbet háborgatnak.*”

1741-ben elfogadta a berlini akadémia meghívását, és az akadémia alelnökeként, valamint a matematikai osztály vezetőjeként Berlinben dolgozott 1766-ig. Ekkor Katalin cárnő kérésére családjával együtt Szentpétervárra költözött. Nem sokkal később teljesen megvakult. 1776-ban ugyan műtéttel eltávolították a hályogot a szeméről, és egy pár napig úgy tűnt, visszanyeri a látását, de a seb elfertőződött, és Euler visszazuhan a teljes vakságba. Ennek ellenére Euler egészen halála napjáig ontotta a ragyogó matematikai eredményeket. 16 évi vakság után 1783-ban az oroszországi Szentpétervárott halt meg, szélütés következtében.

Euler a fizikában is kiváló volt. Könyvet írt a hidraulikáról, hajótervezésről, tűzérsegről. Sőt, könyvet írt a zenéről is, amelyről ugyan a zenészek azt tartják, hogy túl matematikai, a matematikusok szerint pedig, hogy túl zenei. Ezt akár dicséretként is felfoghatjuk.

Gauss mellett Euler a matematika egyik legsokoldalúbb, legtermékenyebb és legnagyobb tudósa. Huszonnyolc nagyobb mű, hétszázötven jelentős értekezés és több népszerűsítő tankönyv maradt utána. Éppen Gauss mondta róla: „*Euler műveinek tanulmányozása mindig a legjobb iskola lesz ... és semmi más nem helyettesítheti.*”

A matematikának nincs olyan ága, melyben maradandót ne alkotott volna. Hihetetlen munkabírással és gazdagsággal ontotta könyveit, tanulmányait, ugyanakkor műveit éles logika, világos tartalom és csiszolt forma jellemzi.

Ez a nagyszerű tudós egyben nagyszerű ember is volt. Ezt példázza, hogy amikor a fiatal Lagrange, a későbbi neves matematikus beszámolt neki egy felfedezéséről a variációs számítás területén, ekkor Euler, aki éppen ezzel a problémával foglalkozott, rögtön visszavonult, átadta a lehetőséget fiatal matematikustársának, sőt tanácsaival még támogatta is munkájában. Ugyanakkor 1762-ben, Lagrange dolgozatának megjelenése után annak elméletét továbbfejlesztette.

A számelméletben Goldbach kezdeményezésére bebizonyította, hogy a $2^{2^5} + 1$ alakú Fermat-féle szám nem prím, ugyanis osztható 641-el. Általánosította a kis Fermat-tételt, melyet *Euler-tétel*nek is neveznek és mely szerint

$$a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n},$$

ha $\text{lko}(a, n) = 1$.

Kimutatta, hogy minden páros tökéletes szám $2^k(2^{k+1} - 1)$ alakú, egyben megtalálta a 8. tökéletes számot, a $2^{30} \cdot (2^{31} - 1)$ -t. Emellett 61 pár barátságos számpárt talált. Ismert próbálkozása prímszámok előállítására a $p(n) = n^2 + n + 41$ képlet, mely $0 \leq n \leq 39$ esetén prímet ad.

Róla nevezték el az *Euler-féle φ függvényt*, mely a kongruenciákhoz szorosan kapcsolódik. Emellett az *Euler-egészek* és az *Euler racionálisok* olyan $a + b\omega$ alakú komplex számok, ahol $\omega = \cos \frac{2\pi}{3} + \imath \sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} + \imath \frac{\sqrt{3}}{2}$ és $a, b \in \mathbb{Z}$ illetve $a, b \in \mathbb{Q}$.

A π meghatározására készített egy igen gyorsan közelítő sort. Sőt, a szám π -vel való jelölését is ő javasolta 1739-ben.

Foglalkozott a Fermat-sejtéssel, és be is bizonyította $n = 3$ esetére. Ezt a komplex számok (az i képzetes szám) segítségével oldotta meg.

Az $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozat határértékét ő nevezte el e -nek ($e \approx 2,718381828$), amely transzcendens szám és melyet Euler tiszteletére neveznek *Euler-féle számnak*.

A geometriában, térgeometriában és trigonometriában is időtálló és nagyléptékű eredményei voltak. A középiskolai tananyagban a trigonometrikus része az *Introductio in analysin infinitorum* (Bevezetés a végtelenek analízisébe) című művében megtalálható. 1748-ban megjelent könyvében már olyan koordináta rendszerrel találkozunk, amelynek két tengelye volt, és már negatív számokkal is dolgozott.

Közismert, hogy a königsbergi-hidak problémájának kapcsán lerakta a gráfelmélet alapjait.

Nem kapcsolódik szorosan Euler munkájához, de érdekes, hogy volt egy kedvenc matematikai képlete is, melyet a világ legszebbjének tartott, és az akadémia fölé is kifüggesztette. Ez a képlet:

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

A képlet tartalmazza számrendszerünk két alapvető számát az 1-et és a 0-t, szerepel benne a három matematikai művelet az összeadás, szorzás és a hatványozás. Emellett megtalálható benne a két legfontosabb valós szám, a π és az e , és szerepel benne az i , a képzetes számok alapegysége.

14. Gauss élete és munkássága, nevéhez kapcsolódó tételek, képletek

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) német matematikus, csillagász és fizikus. Matematikai alkotásaival kiérdemelte a „*princeps mathematicorum*”, a matematikusok fejedelme címet. Korának valóban legnagyobb matematikusa volt, akár felfedezéseit, akár kortársaira való hatását, akár a matematika fejlődésére gyakorolt ösztönző erejét tekintjük.

Szerencsés lányszó volt. Szegény családban született, de tanítója már korán észrevette tehetségét. A rendkívüli gyermekről jelentést tett előljáróinak és a fiú híre csakhamar eljutott a braunschweigi herceghez. A herceg segítőkész volt és kezébe vette a csodagyermek neveltetését, így került a fiú gimnáziumba és aztán a göttingeni egyetemre.

Gimnazista korában logaritmustáblájában észrevette, hogy az ezres számkörökben a prímszámok száma fordítva arányos a logaritmusokkal. E tételt csak halála után, 1896-ban bizonyították.

1796-ban az alig 19 éves Gauss megtalálta a szabályos 17-szög megszerkeszthetőségének bizonyítását. Ez a speciális tétel azonban egy igen mély gondolatokon nyugvó általánosabb tételnek csupán különleges esete. Gauss ugyanis igazolta, hogy a prímszám oldalú szabályos sokszögek közül csak azok szerkeszthetők meg, melynél az oldalak száma Fermat-prím. Gauss bizonyítására jellemző, hogy felfedezése előtt 2000 évre visszamenőleg a szabályos sokszögszerkesztésről senki sem tudott újat mondani. Az alig 19 éves ifjú egyszeriben megoldotta a több évezredes problémát, bizonyítva, hogy körzővel és vonalzóval a kör területét csak akkor oszthatjuk n egyenlő részre, ha n törzstényezőkre bontott alakjában csak Fermat-prím szerepel első hatványon vagy 2 tetszőleges pozitív egész kitevővel.

Gauss lendületét jellemzi, hogy az előbb említett tétel bizonyítása után pár nappal, kilenc napi megfeszített munka eredményeként bizonyította a számelmélet egyik legfontosabb tételét, mellyel a XVIII. század második felében a legnagyobb matematikusok hiába fáradoztak. Ez az ún. *reciprocitási tétel* így hangzik:

Legyen p és q két páratlan prím. Ha p vagy q egyike $4n + 1$ alakú, akkor abból, hogy $x^2 - p$ az x valamely értékénél osztható q -val, következik, hogy van olyan x érték, amelynél $x^2 - q$ osztható p -vel. Ha az első kifejezés nem osztható q -val, akkor a második sem p -vel.

Ha azonban p is és q is $4n + 3$ alakú, akkor, ha $x^2 - p$ osztható q -val, $x^2 - q$ nem lehet osztható p -vel.

Gauss e tételre később még hét bizonyítást adott.

Ebben az időben szinte naponta tett egy-egy jelentős matematikai felfedezést. Ezek leg többje 1799-ben a helmstädti doktori értekezésében és 1801-ben a „*Disquisitiones arithmeticae*” (*Aritmetikai vizsgálatok*) című művében jelent meg. A doktori értekezés egyik legfontosabb része az először Gauss által igazolt „algebra alaptétele”, mely szerint minden algebrai egyenletnek van gyöke, mégpedig annyi, mint a fokszáma. Az 1801-ben megjelent művében összegyűjtötte a számelméletnek, a „*matematika királynőjének*” már ismert eredményeit, és azokat olyan mértékben egészítette ki, hogy innen számíthatjuk a *modern számelmélet kezdetét*.

Sok jelölést vezetett be, ilyen például $a \equiv b$, a kongruencia jelölése, és emellett a komplex számokra is ő használta először $a + ib$ jelölést.

Az ő nevéhez kötődnek még a *Gauss egészek* illetve *Gauss racionálisok*, melyek $a + ib$ alakú komplex számok, ahol $a, b \in \mathbb{Z}$ illetve $a, b \in \mathbb{Q}$

Számelméleti eredményei, melyeket rendszeres levelezés útján megosztott korának matematikusaival, Fermat utolsó tételének mindennemű bizonyítási kísérletében jelentős szerepet játszottak. Maga Gauss sosem próbálkozott e tétel bizonyításával. Lehet, hogy tudta, milyen csalóka is valójában a nagy Fermat-sejtés. A számelmélet gényusa volt talán az egyetlen matematikus Európában, aki megérezte, mennyire nehéz lenne bebizonyítani.

Gauss ugyanakkor nagyot lendített a matematika komplex analízisként ismert ágán – ide tartoznak az Euler által vizsgált képzetes számok is, melyeknek meghatározó szerep jutott a nagy Fermat-tétel összefüggéseinek XX. századi megértésében.

15. Ismertessen 3 nevezetes számelméleti problémát!

15.1. Az ikerprímek

$\{3,5\}, \{5,7\}, \{11,13\}, \{17,19\}, \dots$: előfordul-e végtelen sokszor, hogy két szomszédos páratlan szám mindegyike prím? Eddigi eredmények:

- A ma ismert legnagyobb ikerprímek: $16869987339975 \cdot 2^{171960} \pm 1$, számjegyeinek száma: 51779
- a 2 helyett bármilyen más rögzített $2k$ számra is megoldatlan, hogy van-e végtelen sok olyan prímpár, melyben a két prím különbsége éppen $2k$. További általánosításként adódik, hogy $n, n + 2$ és $n + 4$ mindegyike csak $n = 3$ esetén prím, azonban nagyon is

elképzelhető, hogy végtelen sok olyan n van, amelyre $n, n+2$ és $n+6$ mindegyik príme, vagy akár $n, n+2, n+6$ és $n+8$ mindegyike prím.

- az ikerprímek mindenképp nagyon ritkán helyezkednek el a prímelek között: például az ikerprímek reciprokkösszege konvergens, míg a prímeleké divergens
- Egy további érdekes eredmény, hogy végtelen sok olyan p prím létezik, melyekre $p+2$ prím, vagy két prím szorzata (az az „csak egyetlen lépés” hiányzik az ikerprímprobléma bizonyításához).

15.2. Goldbach-sejtés

$$4 = 2 + 2, 6 = 3 + 3, 8 = 5 + 3, 10 = 7 + 3, 12 = 7 + 5, \dots :$$

felírható-e 4-től kezdve minden páros szám két prím összegeként?

A fenti problémát szokták „páros” Goldbach sejtésnek is nevezni, megkülönböztetésül a „páratlan” Goldbachtól, mely arra vonatkozik, hogy 7-től kezdve minden páratlan szám felírható három prím összegeként. Ez utóbbi azonnal következik a „páros” Goldbachból, másrészt sikerült már lényegében bebizonyítani (Vinogradov 1937): minden „elég nagy” páratlan szám előáll három prím összegeként.

Amit eddig bizonyítottak:

- minden páros szám legfeljebb 6 prímszám összege
- minden elég nagy páros szám felírható $p + m$ alakban, ahol p prím és m vagy prím, vagy pedig két prím szorzata
- csak (a megfelelő értelemben vett) „ritka kivételek” lehetnek azok a páros számok, melyek esetleg nem írhatók fel két prím összegeként

15.3. Mersenne- és Fermat-prímek

Létezik-e végtelen sok $2^k - 1$ (Mersenne-) illetve $2^{2^k} + 1$ (Fermat-prím) alakú prím?

Napjainkig 42 darab Mersenne prímet ismerünk.

16. A magyar matematika nagy egyéniségei a XIX-XX. században

Magyar matematikusok a tudomány történetében (A 2000. őszi Brassai héten elhangzott matematika óra rövidített szövege)

A magyar államalapítás utáni századokban Magyarország politikai téren egyes időszakokban egyenrangú vagy csaknem egyenrangú szerepet játszott Európa vezető államaival. Hasonló volt a helyzet a kultúra művészeti ágaiban. A kultúra tudományos ágaiban azonban már nem ilyen élenjáró volt hazánk. Egyes királyaink (I. Lajos, Zsigmond, Mátyás) egyetemalapítási kísérletei csak néhány évig vagy évtizedig voltak életképesek, így az akkori értelmiség kénytelen volt külföldi egyetemeken tanulni, nevelődni. Ha hazatértek, akkor sem találtak megfelelő működési területet.

Európában a természettudományok és a matematika fellendülésének időszaka a XVI-XVIII. században volt. Ennek a kornak a végére jutott csak egy magyar származású tudós, aki nem volt első osztályú matematika kutató, de néhány eredményt ebben a tudományágban is elért. Ő volt Segner János András (1704-1777). Pozsonyban született, iskoláit ott, majd Győrben, és a németországi Jénában végezte. Orvos lett, de sok másra is jutott ideje. Bizonyítást adott egy olyan tételre, amelyet nagyjából 100 évvel korábban Descartes fedezett fel, de nem bizonyította. Az igazi fordulatot a magyarországi matematika történetében a Bolyaiak jelentették a 19. században. Az apa, Bolyai Farkas (1775-1856) életpályája igen szerencsésen kezdődött, hiszen egyetemen együtt tanult Gauss-szal, akit a matematika fejedelmének neveztek el és ő volt a történelem legnagyobb, legsokoldalúbb matematikusa. Barátságba kerültek, és ez a későbbiek során is meghatározta életét. Marosvásárhelyen tanított fullasztó kisvárosi légkörben, anyagi gondok közepette. Ennek ellenére jelentős önálló eredményeket ért el a matematikai kutatásokban. Munkáit azonban éppen az akkori erdélyi viszonyok miatt nem tudta megjelentetni, hanem a tanítványai számára 1832-ben írott tankönyvébe rejtette. Valóban elrejtette, mert csak szakértő, avatott szem tudja kihámozni a tényleges felfedezéseket. Behatóan foglalkozott a párhuzamosok problémájával. A kérdés az volt, hogy Euklidesz párhuzamossági axiómája levezethető-e a többiből (Ha adott a síkban egy egyenes és rajta kívül egy pont, akkor a ponton át csak egy olyan egyenes húzható, amelyik nem metszi a megadott egyenest. Sokáig kereste a levezetést, majd próbálkozott ezzel egyenértékű, de egyszerűbb állítások keresésével. Az utóbbiak közül a legismertebb az, hogy a síkban fekvő három pont vagy egy egyenesen, vagy egy körön van. Legnagyobb érdemének mégis az tekinthető, hogy a párhuzamosok problémájára felhívta fia figyelmét. Bolyai János (1802-1860) már gyermekkorában kitűnt matematikai tehetségével. Marosvásárhelyen járt iskolába, majd matematikai műveltsége emelésének egyetlen lehetséges útját választva elvégezte a bécsi hadmérnöki akadémiát. Már ekkor is az apjától halott párhuzamossági problémán törte a fejét. Tudta, hogy évezredek óta megoldatlan rejtéllyel áll szembe. Megpróbálta indirekt úton bizonyítani, de nem sikerült. Előtte többen is próbálkoztak hasonlóval, de mindig valamilyen szokatlan geometriai állításhoz jutottak el. Bolyait nem ijesztették el a sikertelenségek, egyre inkább arra a meggyőződésre jutott, hogy a furcsa összefüggések előbb-utóbb valamilyen más, ellentmondásmentes elméletté állnak össze. Rájött, hogy az axióma elfogadásával az euklideszi geometria, tagadásával az újszerű nemeuklideszi geometria, figyelmet kívül hagyásával pedig a kétfajta geometria közös elemeit magában foglaló abszolút geometria jön létre. 21-22 éves volt ekkor. Apja korábban említett tankönyvének függelékékként tette közzé, innen kapta az Appendix nevet, amely néven az egész tudománytörténet ismeri. A

mű mintegy 30-35 oldal, de hatása ennél jóval nagyobb. Akkor még nem tudták, a Bolyai által megalkotott geometriát Einstein használta föl első ízben a relativitáselmélet megalkotásakor a huszadik század elején. Bolyai Farkas elküldte fia munkáját Gaussnak, aki válaszlevelében arra utalt, hogy ő maga is foglalkozott a problémával és eredményeket is ért el. Sosem fog kiderülni, hogy így volt-e, a tudománytörténet mindenesetre Bolyai János nevéhez kapcsolja a felfedezést. Bolyait azonban letörte az elutasítás. A hadseregben a legjobb matematikus volt, kiválóan hegedült és nagyszerűen vívott. Állandóan becsületbeli ügyei keletkeztek és ezeket párbajjal intézte el. Egyszer sem győzték le. Volt olyan is, hogy egymás után 12 párbajt kellett vívnia. Megtette, de feltétele annyi volt, hogy minden második párbaj után hegedülhessen pihenésképpen. Magatartását összeférhetetlennek ítélték, így 31 éves korában nyugdíjazták. Élete hátralévő három évtizedében gazdálkodással foglalkozott, matematikai eredményeket már alig-alig tett közzé. Majdnem vele egy időben Lobacsevszkij, egy orosz matematikus hasonló felfedezést tett, így ma már az általuk felfedezett geometriát Bolyai-Lobacsevszkij geometriának nevezzük. A Bolyaiak halála után jóval, az 1870-es években fordították le franciára és németre az Appendixet, így vált elérhetővé és ismertté a tudományos világ számára. Ekkor jöttek rá a matematikusok, hogy milyen alapvető felfedezést tett Bolyai János.

HUNYADI JENŐ (1838-1889) volt az első magyar matematikus, akit már életében elismert a tudományos világ. Lineáris algebrával foglalkozott, a budapesti Műszaki Egyetem tanára volt.

KÖNIG GYULA (1849-1913) aki szintén a Műszaki egyetem tanára volt, Az újdonságokra mindig fogékony volt, éppen ezért a legfrissebb matematikai felfedezéseket fejlesztette tovább. Ő elsősorban a halmazelméletbeli kutatásaival tűnt ki. Hétköznapi nyelven nehezen érthető felfedezéseket tett. Sok eredményéről csak évtizedek múlva derült ki, hogy hol és mennyiben alkalmazhatók egyéb tudományok számára. Vizsgáliról:

- Egyszer egy hallgató egész sereg ajánlólevéllel árasztotta el vizsga előtt. A kormányzótól, bankelnököktől hozott ajánlásokat. König megkérdezte: „Mennyi kétszer kettő?” Négy – válaszolta kissé meglepetten a hallgató. „Magától ennyi is elég” – mondta König és átengedte a vizsgázót.

A budapesti tudományegyetem első jelentős matematikusa BEKE MANÓ (1862-1946) volt, aki komoly matematikai munkássága mellett a matematika népszerűsítésén is fáradozott, és reformtörekvései voltak a matematika tanításának területén is.

A budapesti műszaki egyetem következő kiemelkedő professzora volt KÜRSCHÁK JÓZSEF (1864-1933). Pályája elején Debrecenben tanított 6 évig, a Fazekas Gimnáziumban. Az ő emlékét mind a mai napig középiskolai matematika verseny őrzi. Őt tekintjük a modern algebra egyik legnagyobb alakjának és nemcsak Magyarországon, hanem nemzetközi összehasonlításban is. Szigorú de emberséges vizsgáztató volt.

- Egyszer egy utóvizsga előtt levelet kapott, melyben az állt, hogy amennyiben a levél írója az utóvizsgán is megbukik, akkor Kürschákot agyonlövi. Elolvasta, utána összehívta valamennyi utóvizsgázóját, kitett az asztalra egy pisztolyt és elmesélte a kapott levél tartalmát. Majd így folytatta: „Felhívom azon vizsgázóknak a figyelmét, hogy aki úgy érzi, hogy nem készült fel a vizsgára eléggé, az saját érdekében távozzék. Ugyanis elhatároztam, hogy azokat a vizsgázókat, akiknek a vizsgája nem sikerült, a vizsgaeredmények kihirdetése előtt agyonlövöm.”

- A hallgató a vizsgán be akar vezetni egy t változót. Kürschák megkérdezte: „Mi az a t változó?” „A tengely kezdőbetűje” - felelte a vizsgázó. „Az nem a tengely, hanem az ön tudatlanságának a kezdőbetűje”.
- Egy vizsgán így szólt: „Nézze, a vizsga nem arra való, hogy én addig kérdezzem, amíg valamire felelni tud”!
- A protekciót nem tűrte. Egyszer egy vizsga előtt a vizsgázó egy levelet adott át neki, amelyet az egyik miniszter írt, kérve Kürschák jóindulatát. Kürschák elolvasta, majd így szólt: A miniszter nyilván nem ajánl érdemtelenül a figyelmembe. Ezek után olyan nehéz kérdéseket tett fel a vizsgázónak, hogy az semmire sem tudott válaszolni, így megbukott.

Előadásaiból:

- A sinus olyan, mint a fiatalember: páratlan, aki, ha megöregszik, olyan lesz, mint a cosinus: páros.
- A kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés olyan viszony, mint a kabátgomb és a gomblyuk között áll fenn.

A következő igen jelentős matematikus RIESZ FRIGYES (1880-1956) volt, aki 27 éves korában a felsőbb matematika egyik igen nehéz ágának az alapjait teremtette meg és fejlesztette ki. Több tételt neveztek el róla, ezek azóta is az egyetemisták rémei. A kolozsvári majd a szegedi, végül a budapesti tudományegyetemen dolgozott. A 70. születésnapja alkalmából rendezett ünnepségen a matematika legnagyobb élő alakjának nevezték.

- Élete vége felé mind szórakozottabb lett. Egyszer egyetemi előadásán a táblára helyesen felírt tételt szóban rosszul mondta el. Amikor erre figyelmeztették, akkor azt mondta: „Ne azt figyeljék, amit mondok, hanem azt, amit írok.” Később egy másik tételt jól mondott el, de rosszul írta föl. Ekkor azt mondta: „Ne azt figyeljék, amit írok, hanem amit mondok.” Néhány perc múlva mind szóban, mind írásban eltévesztett valamit. Ekkor azt mondta: „Ne azt figyeljék, amit írok, se nem azt, amit mondok, csak arra figyeljenek, amit gondolok.”
- Egy vizsgán jelentkezett nála egy hallgató, aki a feltett kérdésre nemigen tudott felelni. Megkérdezte tőle, hogy nem tanult a vizsgára? „Dehogynem, válaszolta a hallgató, még azt is meg tudom mondani, hogy a jegyzet hányadik oldalán van a kérdésre a válasz” Erre a megjegyzésre Riesz azonnal közepést adott a hallgatónak, mondván, hogy az ember agyába nem kell mindennek beleférnie. Elég, ha azt tudja, hogy mit hol talál meg benne.
- Egyszer esős időben, esernyővel ment el néhány könyvesboltba, és az egyikben ott felejtette az esernyőt. Visszament, de az első két boltban azt mondták, hogy ott nem hagyta. A harmadikban viszont odaadták neki. Ezután mindenkinek elmesélte, hogy nem minden könyvkereskedő egyformán zsivány. Kettő ugyan letagadta, de a harmadik odaadta az esernyőt.

FEJÉR LIPÓT (1880-1959) szintén a kolozsvári egyetemen lett professzor, de rövid idő után a budapesti tudományegyetemre került. Ő már egyetemi hallgató korában világhírű lett szintén felsőbb matematikai kutatásai révén, szintén több, azóta róla elnevezett tételt és eljárást fedezett föl. Páratlanul szuggesztív előadó és türelmes vizsgáztató volt.

- Gyermekként sok csínytet követett el. Egyszer hittanórán olyan rendetlen volt, hogy a tanár a fejéhez vágta a hittankönyvet.
- Számtanból tanárt kellett mellé fogadni, mert nehezen boldogult a számolásokkal. Csak miután a tízes számrendszeren kívül más számrendszerekkel is megismerkedett, akkor kezdett megmutatkozni tehetsége.
- Az érettségien francia nyelvből meg akarták buktatni, holott addigra már rendszeresen publikált francia nyelvű matematikai lapokban.
- Vizsgákon soha senkit nem buktatott meg. Ha a vizsgázó valamit nem tudott, akkor megfogta a diák kabátgombját, és hosszan magyarázni kezdte a feladott kérdést. Minél inkább nem értette a vizsgázó, annál türelmesebben magyarázta. Végül a vizsgán átengedte.
- A diákok nagyon tisztelték. Történt egyszer, hogy egy harmadéves a folyosón az elsőéveseknek beszélt a tanáraikról, igen tiszteletlenül. Egyszer csak észrevette, hogy Fejér Lipót közeledik. Megállt a beszédben és nagy tisztelettel köszöntötte a professzort. A körülötte állók nem tudták mire vélni a dolgot, mire a harmadéves így szólt: Nem ismeritek? Ő Fejér Lipót. Nagy tanár.
- Egyszer zuhogó esőben, bőrig ázva érkezett az egyetemre. A portás megkérdezte, hogy miért nem vitt esernyőt? Mire ő azt felelte, hogy csak akkor vette észre, hogy nincs nála, amikor össze akarta csukni.

HAAR ALFRÉD (1885-1933) a harmadik professzor, aki szintén Kolozsváron kezdte a tanítást és onnan került Szegedre. Az ő és Riesz Frigyes munkássága nyomán jött létre a később világhírűvé vált szegedi matematikai iskola.

PÓLYA GYÖRGY (1887-1985) korán külföldre távozott matematikus. Nevét nem elsősorban matematikai kutatásai őrzik, hanem a Gondolkodás iskolája című könyve, amelyet minden matematikát tanító tanárnak ismernie kell.

NEUMANN JÁNOS (1903-1957) matematikai hatása középiskolás ismeretekkel nehezen érzékelhető. A matematikának csaknem minden részterületével behatóan foglalkozott. Munkásságára jellemző, hogy eredményeit szinte azonnal alkalmazni tudták a fizika egyes területein. Neve azonban a nagyközönség előtt mégsem a matematikai felfedezései miatt ismert. 1946-ban az Amerikai Egyesült Államokban építettek egy hatalmas elektronikus számológépet, amely egy nagy termet (35 méter hosszú volt) töltött ki és 18000 elektroncső volt benne. Tízes számrendszerben dolgozott és minden feladatot külön lyukkártyákon kellett egyenként betáplálni a gépbe. Neumann vezetésével kiküldtek egy bizottságot, amelynek az volt a feladata, hogy a gép működését gyorsítsa és hatékonyságát megjavítsa. Neumann rövidesen megalkotta azokat az elveket, amelyek minden ma működő számítógépnek az elvi alapját jelentik akkor is, ha a mai számítógépek külsejüket és belsejüket tekintve nem is hasonlítanak a Neumann-géphez. Neumann a későbbiek során azt is kimutatta, hogy a bonyolult gépezet elemei szükségszerűen hibaforrások is és ezt megfelelő, gondos szervezéssel el lehet kerülni.

KALMÁR LÁSZLÓ (1905-1976) a szegedi egyetem professzora volt. Elsősorban a matematikai logika területén dolgozott, majd a számítógépek megjelenése után kutatási területét áthelyezte a számítógép-tudomány területére. Elsősorban automataelmélettel foglalkozott, de a magyar számítástechnikai társadalom megteremtőjének és első művelőjének tartjuk.

PÉTER RÓZSA (1905-1977) is a matematikai logika területén ért el eredményeket, de elsősorban a matematika népszerűsítésével foglalkozott. Játék a végtelennel című könyve a matematikához csekély tehetséggel sem bíró embereket is sikerrel bevezeti az alapfogalmakba, megmutatva a matematika korlátait is. A könyv annyira szemléletes, hogy sok nyelvre is lefordították. Új kiadása a napokban jelent meg.

TURÁN PÁL (1910-1976) elsősorban a számelmélet területén alkotott világviszonylatban is nagyot. A prímszámokkal foglalkozott, az ott felvetődő kérdések megválaszolására statisztikai módszereket használt. A matematika két, egymástól távol eső területét ily módon össze tudta kapcsolni.

- Egyszer a felesége megbízta, hogy hozza el az unokájukat a bölcsődéből. A professzor elment, majd rövidesen hazaérkezett. A felesége döbbenten kérdezte: Ki ez az idegen gyerek? Ja, szólta a professzor. Mostmár tudom, hogy miért bögte végig az egész utcát, amikor kézen fogva hazahoztam.
- Egyszer szeles, esős időben ment az egyetemre. Rá akart gyújtani és hogy a gyufát ne fújja el a szél, hátat fordítva gyújtotta meg a cigarettáját, majd tovább ment. Nem vette észre, hogy hazafelé ballag. Csak akkor eszmélt, amikor otthon a felesége megkérdezte, hogy ma miért nem tart előadást az egyetemen?

RÉNYI ALFRÉD (1921-1970) nevéhez elsősorban a valószínűségszámítási kutatások fűződnek, de ezen túlmenően hallatlanul sokat tett a matematika népszerűsítéséért, több könyvet is megjelentetett, amely a nagyközönség számára érthető nyelven ír a matematika igen bonyolult problémáiról is.

ERDŐS PÁL (1913-1995) talán a legkülönlegesebb matematikus volt a történelemben. Állandóan úton volt, a matematika sok ágával foglalkozott. Állandó lakóhelye nem volt, valaki egyszer azt a tanácsot adta egy matematikusnak, aki szeretett volna vele találkozni, hogy várjon nyugodtan egy repülőtéren, és előbb-utóbb felbukkan. A sejtések embere volt. Igazán nagy matematikai felismerés nem fűződik a nevéhez, de élete során sok-sok problémára világított rá és több, mint 1400 könyvet és cikket írt, harmadát egyedül, a többit társszerzőként más matematikusokkal.