

STOYAN GISBERT

NUMERIKUS
MATEMATIKA
MÉRNÖKÖKNEK ÉS
PROGRAMOZÓKNAK

egyetemi jegyzet



TYPOTEX

Budapest, 2007

Tartalomjegyzék

1. A lebegőpontos számítás	7
1.1. Az egész számok	7
1.2. A lebegőpontos számok	8
1.3. Lebegőpontos számítás, kerekítés	10
1.4. A hibák terjedése	15
1.5. Tanulságok	19
1.6. Feladatok	19
2. Normák, kondíciós számok	21
2.1. Normák	22
2.2. Az indukált mátrixnorma	25
2.2.1. Az indukált mátrixnorma definíciója és tulajdonságai	25
2.2.2. Az indukált mátrixnorma kiszámítása ($p = 1, \infty$)	26
2.2.3. Az indukált mátrixnorma kiszámítása ($p = 2$)	29
2.3. Hibabecslések	32
2.3.1. A lineáris rendszer jobboldala hibás	32
2.3.2. A kondíciós szám	33
2.3.3. A lineáris rendszer mátrixa hibás	37
2.4. Feladatok	39
3. Lineáris egyenletrendszerek	41
3.1. A Gauss-elimináció	41
3.2. A Gauss-elimináció végrehajthatósága	44
3.3. Az LU-felbontás	46
3.4. Algoritmusok, műveletigény	49
3.5. Általános mátrixok	53
3.5.1. Az LDU-felbontás algoritmus, tesztfeladatok	56
3.6. A Cholesky-felbontás	58
3.6.1. Az LDL^T -felbontás algoritmus, tesztfeladatok	62
3.7. Sávok mátrixok	63
3.7.1. Tridiagonális egyenletrendszerek	63

3.7.2.	A tridiagonális algoritmus, tesztfeladatok	65
3.8.	Feladatok	67
4.	Legkisebb négyzetek	69
4.1.	Lineáris regresszió	69
4.1.1.	Algebrai megfogalmazás	71
4.1.2.	A legkisebb négyzetek elve	72
4.2.	A Gauss-féle normál-egyenlet	75
4.3.	Megoldási algoritmus, tesztfeladatok	79
4.4.	Feladatok	82
5.	Sajátérték feladatok	85
5.1.	Alapvető tulajdonságok	86
5.1.1.	Normális mátrixok	87
5.1.2.	A karakterisztikus polinomról	89
5.1.3.	A sajátértékek lokalizációja	90
5.2.	A hatvány-módszer	92
5.2.1.	Konvergenciafeltételek	93
5.2.2.	A Rayleigh-hányados	96
5.2.3.	A hatvány-módszer algoritmus, tesztfeladatok	98
5.2.4.	Az eltolás	100
5.3.	Az inverz iteráció	102
5.3.1.	Konvergenciafeltételek	102
5.3.2.	Az inverz iteráció algoritmus, tesztfeladatok	103
5.4.	Feladatok	106
6.	Interpoláció	109
6.1.	Interpolációs feladatokról	110
6.2.	A Lagrange-interpoláció	110
6.2.1.	A Lagrange-féle interpolációs feladat	110
6.2.2.	A Newton-féle rekurzió	113
6.2.3.	A differenciaséma	115
6.2.4.	A Lagrange-interpoláció algoritmus, tesztfeladatok	120
6.2.5.	Hibabecslések	120
6.3.	Az Hermite-féle interpoláció	123
6.4.	A szakaszonkénti polinomiális interpoláció	126
6.5.	Feladatok	130
7.	Nemlineáris egyenletek	133
7.1.	Felczési módszer, egyszerű iterációk	134
7.2.	A Newton-módszer	136

7.2.1.	A csillapított Newton-módszer	142
7.2.2.	A szelőmódszer	143
7.3.	Egyenletrendszerek megoldása	146
7.3.1.	A Newton-módszer	146
7.3.2.	A csillapított Newton-módszer algoritmus, tesztfel- adatok	148
7.3.3.	A Jacobi-mátrix közelítéséről	151
7.3.4.	A Broyden-módszer	151
7.4.	A Gauss-Newton-módszer	153
7.4.1.	Leírása	153
7.4.2.	A Gauss-Newton-módszer algoritmus, tesztfeladatok	154
7.5.	Feladatok	157
8.	Közelítő integrálás	159
8.1.	Elemi kvadratúráképletek	160
8.2.	Interpolációs kvadratúráképletek	163
8.3.	Összetett kvadratúráképletek	165
8.3.1.	Összetett képletek konstrukciója	165
8.3.2.	Összetett képletek konvergenciája	168
8.4.	Gyakorlati szempontok	171
8.5.	Többdimenziós integrálok kiszámítása	174
8.5.1.	Visszavezetés egyváltozós függvények integrálására	174
8.5.2.	Az integrálási tartomány approximációja	176
8.5.3.	A kétdimenziós Simpson-integráció algoritmus, teszt- feladatok	179
8.6.	Feladatok	180
9.	Közönséges differenciálegyenletek	181
9.1.	Motiváció	181
9.2.	Kezdetiérték feladatok	184
9.3.	Az Euler-módszer	186
9.3.1.	Az Euler-módszer algoritmus, tesztfeladatok	188
9.4.	Az Euler-módszer hibaelemzése	189
9.5.	A javított Euler-módszer	192
9.6.	Az implicit Euler-módszer	196
9.6.1.	Az implicit Euler-módszer lineáris rendszerekre	197
9.6.2.	Nemlineáris rendszerek	200
9.6.3.	Az implicit Euler-módszer algoritmus, tesztfeladatok	201
9.7.	Feladatok	204