

Talajfizikai jellemzőkből számított megbízhatósági index meghatározása geometriai valószínűségi modell alapján

Safety Index Based on Geometric Probability Is Proposed to Represent the Uncertainty of Soil Parameters for Spread Foundations

VADAI ZS.¹, GARAI J.², KOVÁCS I.³

¹University of Debrecen, Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, vadai@eng.unideb.hu

²University of Debrecen, Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, jozsef.garai@fiu.edu

³University of Debrecen, Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, dr.kovacs.imre@gmail.com

Absztrakt. A geotechnikában a globális biztonsági tényezőt négy parciális biztonsági tényező szorzataként definiálhatjuk, melynek egyik tagja a talajfizikai jellemzőkből számított biztonsági tényező. Jelen cikkben bevezetjük a talajfizikai jellemzőkből számított megbízhatósági index fogalmát, bemutatjuk a geometriai valószínűségi modellen alapuló értelmezését és elméleti meghatározásának módját síkalapok esetére, majd értékét tényleges geotechnikai környezetben meg is határozzuk.

Abstract. The overall factor of safety in geotechnics can be defined as the product of four partial factors of safety. One of these partial factors represents the uncertainty of the soil parameters. Based on geometric probability, a safety index is proposed to calculate the uncertainty of the soil parameters for spread foundations. Numerical examples have also been presented.

Kulcsszavak: geotechnika, megbízhatósági, index, geometriai, valószínűség

Keywords: geotechnics, safety, index, geometric, probability

Bevezetés

Geotechnikai tervezés során a globális geotechnikai biztonsági tényező az alábbi összefüggés alapján határozható meg [1]:

$$OFS = f_s^{(M)} \cdot f_s^{(A)} \cdot f_s^{(R)} \cdot f_s^{(\Delta ER)}, \quad (1)$$

ahol OFS a globális biztonsági tényező, $f_s^{(M)}$ az anyagjellemzők biztonsági tényezője, $f_s^{(A)}$ a szerkezetre ható terhek biztonsági tényezője, $f_s^{(R)}$ a talaj ellenállásának biztonsági tényezője, valamint $f_s^{(\Delta ER)}$ a

kihasználtságból adódó biztonsági tényező. A talajfizikai jellemzők biztonsági tényezőjének meghatározásához a talajfizikai jellemzők karakterisztikus- és várható értékéből számított ellenállások összevetésére van szükség [2] értelmében, hiszen a talajparaméterek parciális biztonsági tényezője az M1 értékcsoportban 1,0. A talajfizikai jellemzők karakterisztikus értékét célszerű úgy származtatni, hogy a vizsgált határállapotot meghatározó kedvezőtlen érték valószínűsége ne legyen nagyobb 5%-nál [2]. A talajparaméterek várható értéke a minták számtani közepe. Vizsgálatainkat téglalap alakú, vízszintes alapfelületű síkalapokra korlátozzuk, melyek központos függőleges- V és az alapozási síkon átadódó vízszintes H erővel vannak terhelve. Továbbá a H erő az alap B' szélességi méretével párhuzamos.

1. A talajtörési ellenállás meghatározása drénezett viszonyok esetén

A jelenleg érvényben lévő EC7 szabvány [2] a következő formulát ajánlja a talajtörési ellenállás meghatározására:

$$c' \cdot N_c \cdot b_c \cdot s_c \cdot i_c + q' \cdot N_q \cdot b_q \cdot s_q \cdot i_q + 0,5 \cdot \gamma' \cdot B' \cdot N_\gamma \cdot b_\gamma \cdot s_\gamma \cdot i_\gamma = \frac{R}{A'} \quad (2)$$

A kifejezésben az egységben értendő tagok:

- a talajtörési ellenállás tényezői:

$$N_q = e^{\pi \cdot tg\varphi'} \cdot tg^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi'}{2} \right)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cdot ctg\varphi'$$

$$N_\gamma = 2 \cdot (N_q - 1) \cdot tg\varphi'$$

- az alapfelület hajlásának tényezői (a bevezetésben tett korlátozó feltételeink alapján):

$$b_c = b_q = b_\gamma = 1$$

- az alaptest alakjának tényezői (téglalap):

$$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \cdot \sin\varphi'$$

$$s_\gamma = 1 - 0,3 \cdot \frac{B'}{L'}$$

$$s_c = \frac{s_q \cdot N_q - 1}{N_q - 1}$$

- a teher ferdeségének tényezői H vízszintes erő esetén, mely példánkban az alapozási síkon adódik át:

$$i_c = i_q - \frac{1 - i_q}{N_c \cdot tg\varphi'}$$

$$i_q = \left[1 - \frac{H}{V + A' \cdot c' \cdot ctg\varphi'} \right]^m$$

$$i_\gamma = \left[1 - \frac{H}{V + A' \cdot c' \cdot ctg\varphi'} \right]^{m+1}$$

$$m = \frac{2 + \frac{B'}{L'}}{1 + \frac{B'}{L'}}$$

A fenti összefüggésekben A' a B' hatékony szélességű és L' hatékony hosszúságú alapterest alapterülete, R a talajtörési ellenállás és V az alapozási síkon átadódó függőleges erő. Az előző összefüggések tartalmazzák a hatékony súrlódási szöveget (φ'), a hatékony kohéziót (c') a hatékony takarási nyomás tervezési értékét az alapsík szintjén (q') valamint az alapsík alatti talaj térfogatsúlyának tervezési értékét (γ').

2. Teherbírási vonalak

A teher ferdeségének tényezőit behelyettesítve a (2) jelű egyenletbe a következő kifejezést kapjuk:

$$c' \cdot N_c \cdot b_c \cdot s_c \cdot \left[\left(1 - \frac{H}{V + A' \cdot c' \cdot ctg\varphi'} \right)^m - \frac{1 - \left(1 - \frac{H}{V + A' \cdot c' \cdot ctg\varphi'} \right)^m}{N_c \cdot tg\varphi'} \right] + q' \cdot N_q \cdot b_q \cdot s_q$$

$$\cdot \left(1 - \frac{H}{V + A' \cdot c' \cdot ctg\varphi'} \right)^m + 0,5 \cdot \gamma' \cdot B' \cdot N_\gamma \cdot b_\gamma \cdot s_\gamma$$

$$\cdot \left(1 - \frac{H}{V + A' \cdot c' \cdot ctg\varphi'} \right)^{m+1} = \frac{V}{A'} \quad (3)$$

A (3) kifejezés a $V - H$ síkon egy görbe implicit módon adott egyenlete. A pontjai azokat a függőleges V és vízszintes H erők kombinációját jelentik, melyek együttes működése esetén a talaj szilárdsági teherbírásának a határára kerül. A nyomó erőket pozitív értelműnek véve, az alapterest szimmetria viszonyait szem előtt tartva, elegendő vizsgálatainkat a $V - H$ koordináta rendszer első síknegyedére korlátozni. A vasbeton szilárdságtanban alkalmazott módszerhez hasonlóan, nevezzük a (3) egyenlet által leírt görbét, adott geotechnikai környezetben lévő meghatározott geometriájú sicalap teherbírási vonalának. Attól függően, hogy a (3) egyenletbe a talajparaméterek várható vagy karakterisztikus értékét írjuk, kapjuk a várható- (TVM) vagy karakterisztikus teherbírási vonalat (TVK). (Az M1 értékcsoporthoz a talajfizikai jellemzők tervezési értékei megegyeznek a karakterisztikus értékekkel.) A teherbírási vonalak alapján elvégezhető az alapterest szilárdsági ellenőrzése. Ha az igénybevételekből kapott egyidejű függőleges és vízszintes erők által meghatározott pontok a teherbírási vonalon, illetve azon belül helyezkednek el az alapterest megfelelő, ellenkező esetben pedig nem.

A teherbírási vonal előállítása

A teherbírási vonal előállítása numerikus szempontból a (3) egyenlet megoldását jelenti. Első lépésben célszerű a $H = 0$ esethez tartozó V_{max} maximális függőleges erőt meghatározni, így előáll a teherbírási vonal és a vízszintes V tengely metszéspontja. A legalább 0, de a V_{max} -nál kisebb függőleges erőkhöz tartozó H értékek meghatározásához a (3) egyenlet kell megoldani a felvett V erők mellett. Elméletileg

a görbék szomszédos pontjai közötti távolság a számítógép által kezelni tudott legkisebb értékig csökkenthető. A nemlineáris gyökkereséshez a szabad elérésű Smath Studio Desktop 64-bit 0.99 (build: 7822) programot használtuk.

Az előbbiekből látható, hogy meg tudjuk határozni azoknak a függőleges és vízszintes erőknek a kombinációit, melyek együttes hatására talajtörés következik be, karakterisztikus és átlagos talajfizikai jellemzők esetén.

3. Az elcsúszási tönkremenetel

Tudjuk, egy síkalap megfelel elcsúszásra, ha:

$$H \leq V \cdot \operatorname{tg} \varphi'. \quad (4)$$

A (4) egyenlőtlenség a $V - H$ sík első negyedében, az origóból kiinduló, a V tengellyel φ' szöget bezáró félegyenes alatti pontok halmazát határozza meg. Az elcsúszási tönkremenetelt is vizsgálhatjuk a hatékony súrlódási szög várható- és karakterisztikus értékére egyaránt. Meghatározható azoknak a függőleges és vízszintes erőknek a kombinációi, melyek együttes hatására az alaptest elcsúszásra nem felel meg, karakterisztikus és átlagos talajfizikai jellemzők esetén.

4. Kombinált tönkremeneteli mód

Az alaptesteknek meg kell felelni talajtörés és elcsúszás szempontjából is [3]. Geometriailag ez azt jelenti, hogy a (3) révén meghatározott teherbírasi vonal által határolt területnek, valamint a (4) egyenlőtlenségnek megfelelő ponthalmaznak a közös részét kell vennünk. Az így kapott terület határvonalát nevezzük a kombinált tönkremenetelhez tartozó határgörbének. Ha egy $(V; H)$ igénybevétel pár a határgörbe kerületén, vagy azon belül helyezkedik el, az alaptest ezen igénybevételek egyidejű működése esetén megfelel talajtörés és elcsúszás szempontjából is. (A jelenleg érvényben lévő [2] szabvány szerint akkor felel meg az alaptest, ha a terhek tervezési értékeiből képzett $(V; H)$ igénybevétel párok a talajparaméterek tervezési értékeiből számított határgörbén, illetve azon belül helyezkednek el.)

5. Geometriai valószínűségi mező

Ha egy eseményteret és annak elemeit tudjuk modellezni olyan geometriai objektumokkal, melyeknek mérhető geometriai tulajdonságai vannak és az események valószínűsége egyenesen arányos ezen tulajdonsággal, akkor az eseménytér eseményeivel geometriai valószínűségi mezőt alkot. A valószínűségszámításból ismert tétel szerint, ha az eseménytér mérhető tulajdonsága T és az A esemény geometriai modelljének mérhető tulajdonsága t , akkor az A esemény valószínűsége a következő összefüggéssel számítható:

$$P(A) = \frac{t}{T}. \quad (5)$$

T és t mennyiségek lehetnek hosszúságok, területek vagy térbeli objektumok esetén térfogatok.

6. Az anyagjellemzőkben lévő biztonsági tényező értelmezése

Az anyagjellemzőkben lévő biztonsági tényező értelmezése a következő kifejezéssel történik:

$$f_s^{(M)} = \frac{R_m}{R_k}, \quad (6)$$

melyben R_k és R_m az ellenállások a talajparaméterek karakterisztikus- és várható értékéből számolva. Az (6) egyenlet alkalmazását az ismert geotechnikai sajátosság teszi nehézkesé, ami szerint az ellenállás értékét befolyásolja a hatás nagysága. Ez mutatkozik meg abban a tényben is, hogy a (3) egyenlet jobb és bal oldalán egyaránt megtalálható a V függőleges erő.

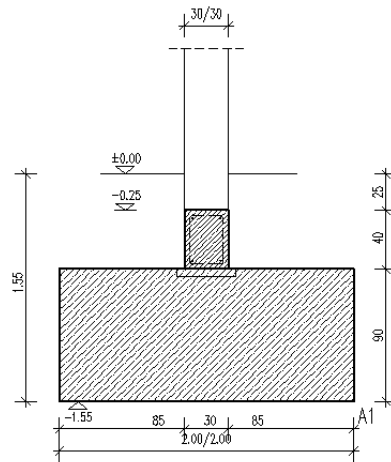
Tekintsük eseménytérnek azt, hogy az alaptest megfelel a talajfizikai jellemzők várható értéke alapján talajtörésre és elcsúszásra egyaránt. Ez geometriailag azt jelenti, hogy az alaptestre átadódó egyidejű függőleges és vízszintes erők a várható értékekből számított, kombinált tönkremenetelhez tartozó határgörbe kerületén vagy azon belül helyezkednek el. Geometriai valószínűségi modellt alkalmazva, annak a valószínűsége, hogy az alaptest a talajparaméterek karakterisztikus értéke alapján megfelel talajtörés és elcsúszás szempontjából, azaz, hogy az egyidejű igénybevételek a karakterisztikus jellemzőkből számított határgörbén, illetve azon belül helyezkednek el, a karakterisztikus- és a várható értékekből számított határgörbék által határolt területek arányával egyenlő. Feltéve, hogy bármely ($V; H$) igénybevétel pár a görbéken belül azonos valószínűséggel fordulhat elő. Az előbbi valószínűség reciprok értékét nevezzük a kombinált tönkremenetelhez tartozó megbízhatósági indexnek:

$$I_{conf} = \frac{A_m}{A_k}, \quad (7)$$

A (7) egyenlet jobb oldalán a számlálóban a talajparaméterek várható értékei alapján meghatározott határgörbe alatti terület (A_m), míg a nevezőben a karakterisztikus jellemzőkből számított határgörbe alatti terület (A_k) van.

7. Numerikus példa

Ebben a pontban bemutatjuk az 1. táblázatban megadott geotechnikai környezetben elhelyezkedő, az 1. ábrán látható A1 jelű alaptest esetén a talajtöréshez és a kombinált tönkremenetelhez tartozó megbízhatósági index fentiek alapján történő számításának eredményeit.



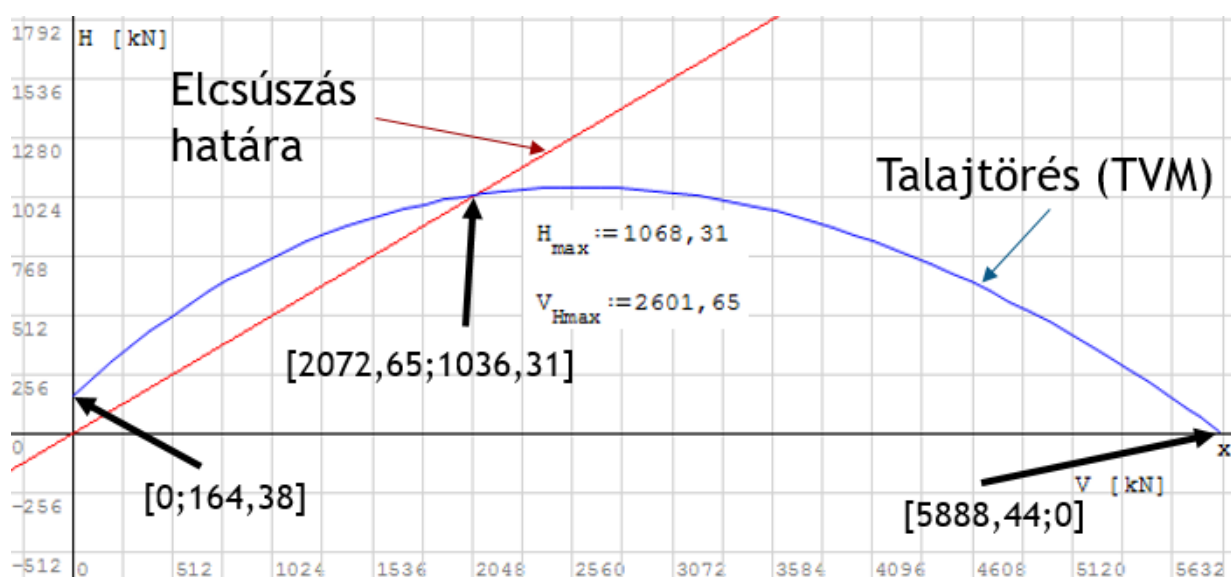
1. ábra: A1 alaptest

	φ' [°]	c' [kPa]	E_s' [MN/m ²]
Átlag érték (X_m)	26,5	23,7	6,3
Statistikai értékelés [4] alapján	Geotechnikai paraméterek karakterisztikus értékei (X_k)		
	24,4	17,7	6,0
Értékcsoport	Geotechnikai paraméterek tervezési értékei (X_d)		
M1	24,4	17,7	6,0

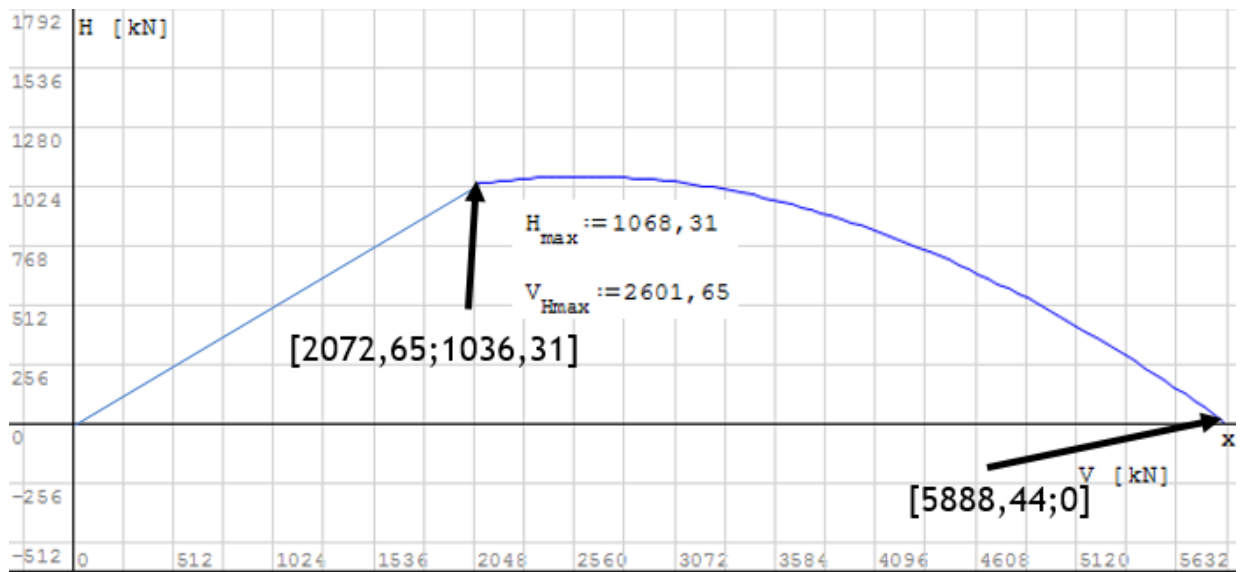
1. táblázat: Talajparaméterek átlag (várható) és karakterisztikus értéke

A hatékony takarási nyomás tervezési értéke az alapsík szintjén $q' = 28,36 \frac{kN}{m^2}$ és az alapsík alatti talaj térfogatsúlyának tervezési értéke $\gamma' = 18,30 \frac{kN}{m^3}$.

7.1. A talajparaméterek várható értékeivel végzett számítások eredményei

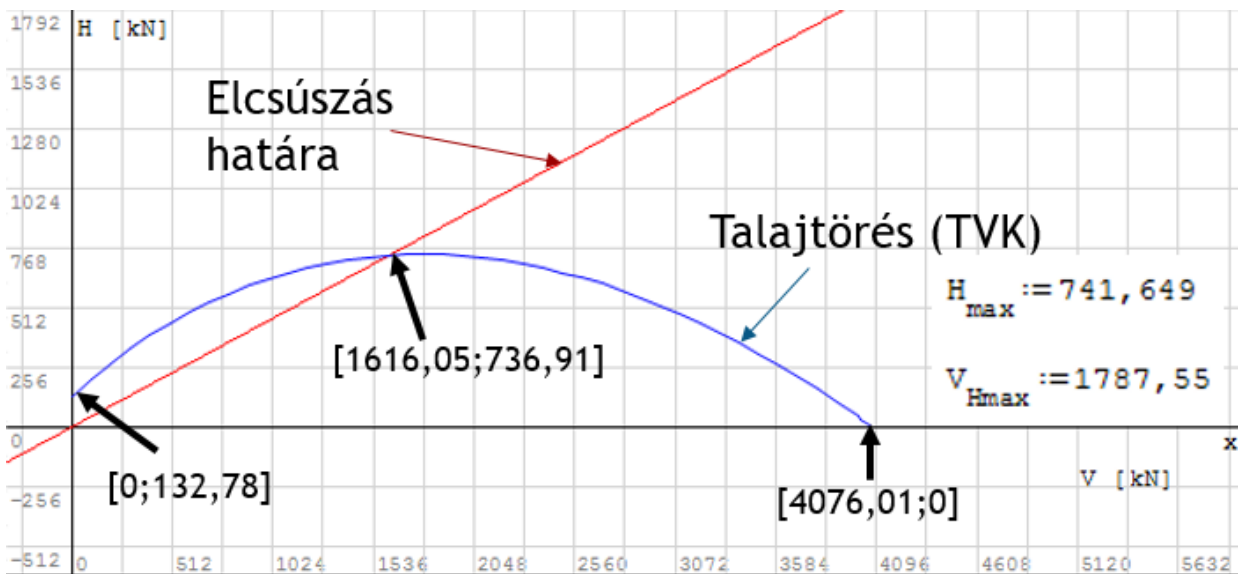


2. ábra: Teherbírasi vonal (TVM) és az elcsúszás határa a talajparaméterek várható értéke alapján

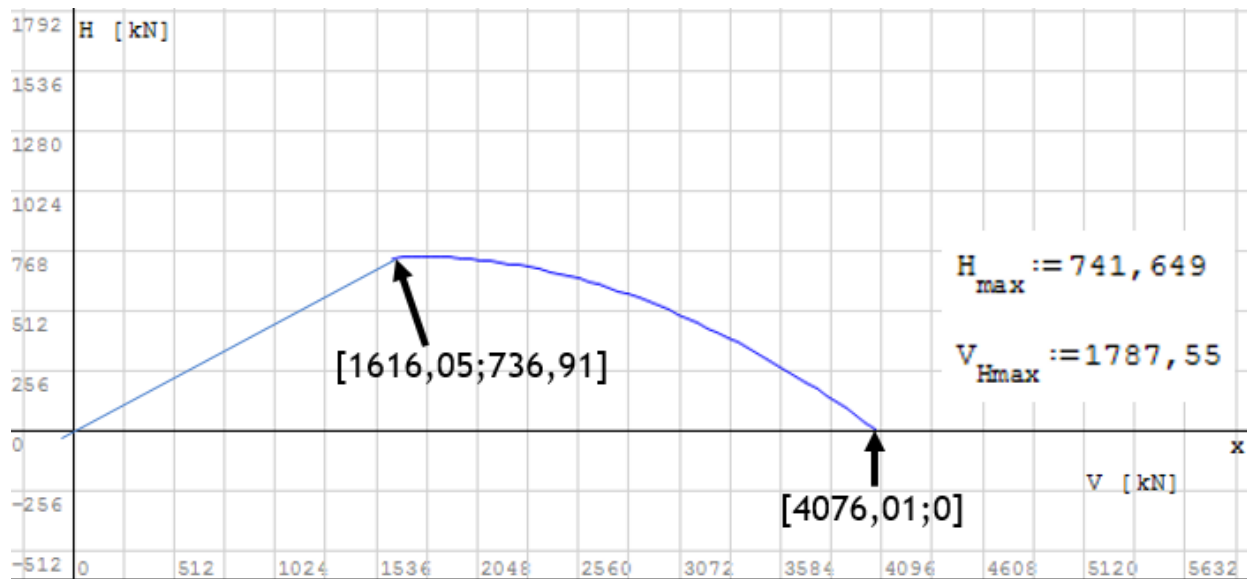


3. ábra: Határgörbe a talajparaméterek várható értéke alapján

7.2. A talajparaméterek karakterisztikus értékeivel végzett számítások eredményei

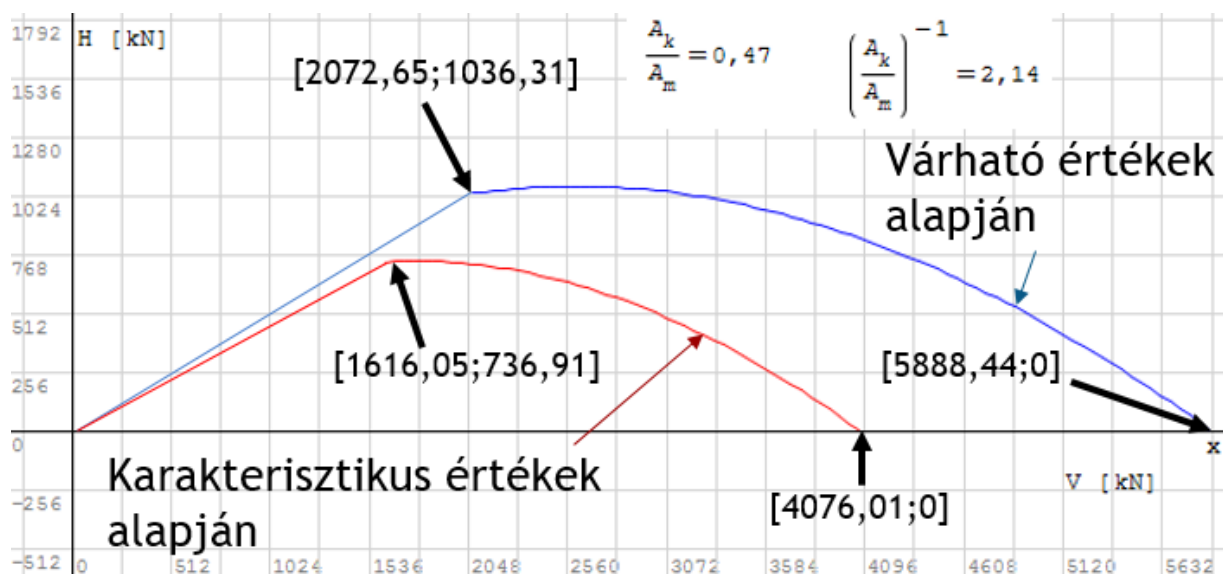


4. ábra: Teherbírési vonal (TVK) és az elcsúszás határa a talajparaméterek karakterisztikus értéke alapján



5. ábra: Határgörbe a talajparaméterek karakterisztikus értéke alapján

7.3. A talajparaméterek várható- és karakterisztikus értékével végzett számítások eredményeinek összevetése



6. ábra: A várható- és a karakterisztikus értékek alapján számított határgörbék összevetése

A 6. ábrán látható görbék alatti területek, $A_m = 3\,941\,700\text{ kN}^2$ (várható értékekből) és $A_k = 1\,838\,000\text{ kN}^2$ (karakterisztikus értékekből), melyekből számítható a kombinált tönkremeneteli módhoz tartozó megbízhatósági index a (7) összefüggés felhasználásával:

$$I_{conf} = \frac{A_m}{A_k} = 2,14.$$

8. További számítások eredményei

A 7. fejezetben bemutatott eljárással meghatároztuk az 1. táblázatban megadott geotechnikai környezetben lévő, különböző geometriájú alaptestek esetén adódó megbízhatósági indexet. A számítások eredményeit a következő táblázatok tartalmazzák.

B [m]	L [m]	A_m [kN ²]	A_k [kN ²]	I_{conf}	A_k/A_m
2	2	3941700	1838000	2,145	0,466
2	1,5	2677300	1233700	2,170	0,461
2	1	1648500	746040	2,210	0,453
2	0,5	858690	375620	2,286	0,437

2. táblázat: Megbízhatósági index $B \times L$ méretű pontalapok esetében.

A 2. táblázat alapján megfigyelhető, hogy a pontalapok esetében a megbízhatósági index nő a vízszintes erőre merőleges alaprajzi méret csökkenésével.

B [m]	A_m [kN ²]	A_k [kN ²]	I_{conf}	A_k/A_m
1	10898000	5297100	2,057	0,486
0,75	5722800	2782800	2,056	0,486
0,5	2366600	1151800	2,055	0,487

3. táblázat: Megbízhatósági index B szélességű sávalapok esetében

9. Összefoglalás

A geometriai valószínűség alapján bevezetett megbízhatósági index az alaptest méretét, alakját és geotechnikai környezetét együttesen jellemzi. Komplex módon tudjuk kezelni a talajtörés és az elcsúszás miatti tönkremenetelt. A megbízhatósági index mértéke vizuálisan megjeleníthető a kombinált tönkremenetelhez tartozó határgörbékkel (6. ábra), melyeket a teherbírasi vonalak elcsúszási feltétellel való módosításaival kapunk. Tartószerkezeti tervezés során, hatékony módszer a határgörbék alkalmazása, mely segítségével adott ($V; H$) igénybevétel párok esetén megállapítható, hogy az alaptest méretei megfelelnek-e az adott geotechnikai környezetben. Két, a szilárdsági- és az elcsúszási feltételnek megfelelő, különböző geometriájú alaptest közötti választás esetén, a gazdasági szempont mellett, a megbízhatósági index is segítheti szerkezettervező mérnök döntését

Hivatkozások

- [1] Garai, J., Vadai, Z. and Kovács, I. (2019) *Globális biztonsági tényező*. Geotechnika 2019 Konferencia Velence. Available at: https://drive.google.com/file/d/1NabSujaDi_kP4p9k4624hWX16H2FuWLz/view (Accessed: 8 October 2021).
- [2] *MSZ EN 1997-1:2006 (2006)*
- [3] Varga, L. (1962) *'Alapok elcsúszásának vizsgálat'*, Mélyépítéstudományi Szemle, 12(6), pp. 270–270.
- [4] Schneider H. R. (1999): *Definition and determination of characteristic soil properties*. Proceedings of the fourteenth international conference on soil mechanics and foundation engineering Hamburg. pp. 2271-2278