

# Egyetemi doktori (PhD) értekezés tézisei

## VEGYES BERTRAND-EDGEWORTH DUOPÓLIUMOK JÁTÉKELMÉLETI MODELLEZÉSE

Szerző: Balogh Tamás László

Témavezető: Dr. Kormos János



Debreceni Egyetem

Közgazdaságtudományi Doktori Iskola

Debrecen, 2015. február 9.



# Köszönetnyilvánítás

Sok tanárom, hallgatótársam, családtagom és barátom vett részt közvetlen vagy közvetett módon doktori tanulmányaimban és az értekezés megírásában. Mindannyiuknak szerepe volt abban, hogy PhD hallgatóként hasznos és élményekkel teli éveket tölthettem a Debreceni Egyetemen.

Mindenekelőtt szeretném megköszönni témavezetőmnek, Prof. Dr. Kormos Jánosnak, hogy megismerkedésünk első percétől kezdve gondomat viselte A Közgazdaságtudományi Doktori Iskolában. Segítőkézsége, baráti hozzáállása, és a tudomány iránti elkötelezettsége példaértékű számomra.

Külön köszönettel tartozom Tasnádi Attila Professzor Úrnak, akit még a Budapesti Corvinus Egyetemen ismertem meg. Példaértékű az a tudományos igényesség, ami Attila munkásságát jellemzi. Hálával tartozom, hogy tagja lehetek az MTA Lendület programjának keretein belül működő Stratégiai Interakciók Kutatócsoportnak, amely egy állandó inspiratív munkakörnyezetet biztosít számomra.

Köszönetet szeretnék mondani Christian Ewerhart Professzor Úrnak, aki vállalta, hogy a Zürichi Egyetemen eltöltött 2012/13-as tanévem alatt fogadó professzorom lesz. Segítségével bepillantást nyerhettem egy vezető európai egyetem közgazdaságtudományi karának tudományos életébe, mindennapjaiba, és lehetőségem nyílt betekinteni a svájci hétköznapi világába.

Hálával tartozom az értekezés első verziója két bírálójának, Forgó Ferenc és Gáll József Tanár Uraknak, akik hasznos megjegyzésekkel és felvetésekkel segítettek az értekezés színvonalának emelését. Szeretném megköszönni anyukámnak az angol verzió nyelvtani korrekcióját.

Szeretnék köszönetet mondani doktorandusztársaimnak mind a Debreceni Egyetemen, mind a Budapesti Corvinus Egyetemen, mind a Zürichi Egyetemen. Nagyon szerencsésnek érzem magam, hogy bármerre is jártam, mindig barátságos és befogadó légkörben dolgozhattam.

Végül, de nem utolsósorban köszönöm a családomnak és a barátaimnak a folyamatos támogatást és a belém vetett bizalmat.

# Tartalomjegyzék

|  |    |
|--|----|
| 1. A disszertáció célkitűzései és az alkalmazott módszerek | 3  |
| 2. Motiváció   | 4  |
| 3. Kutatási kérdések                                       | 6  |
| 4. Az értekezés felépítése                                 | 9  |
| 5. Eredmények és tézisek                                   | 10 |
| 6. A szerző tudományos tevékenysége                        | 22 |

# 1. A disszertáció célkitűzései és az alkalmazott módszerek

A disszertáció fő célja, hogy bemutassa, hogyan döntenek a vállalatok egyensúlyban a vegyes Bertrand-Edgeworth duopólium-modellekben. Feltételezve állami tulajdon jelenlétét a piacon, az értekezés részletesen elemzi a vállalatok ár- és mennyiségi döntéseit, az időzítési játékot, valamint az állami tulajdon társadalmi jólétre gyakorolt hatásait. A disszertáció újdonságértéke a Bertrand-Edgeworth duopóliumokkal kapcsolatos ismeretek kibővítésében rejlik.

Általánosságban a duopóliumok játékelméleti eszközökkel történő modellezése a következő lépésekből áll.

1. A vizsgálati keret és a kiinduló feltevések meghatározása.
2. A játékosok halmazának meghatározása, stratégia-halmazaik meghatározása, és célfüggvényeik kijelölése (mely utóbbit a játékosok maximalizálni szeretnék).
3. A modell megoldása (a játékosok egyensúlyi döntéseinek meghatározása) egy játékelméleti egyensúlyfogalom segítségével (amely leggyakrabban a Nash-egyensúly).
4. Az eredmények diszkussziója, értelmezése.

Mi is ezeket a lépéseket követjük vizsgálataink során.<sup>1</sup> Az alábbiakban megadjuk a Nash-egyensúly formális definícióját is, mivel jelen értekezésben gyakran fogjuk alkalmazni a fogalmat. a definíció több forrásban is megtalálható, lásd pl. Forgó, Pintér, Simonovits, and Solymosi [2005].

**1.1. Definíció.** Legyen  $G = \{1, \dots, n; S_1, \dots, S_n; f_1, \dots, f_n\}$  egy  $n$ -szereplős játék, ahol  $S_i$  jelöli az  $i$  játékos stratégiához tartozó halmazát,  $f_i$  pedig a játékos  $i$  kifizetőfüggvényét. Egy  $s^*$  stratégia-profil tiszta Nash-egyensúlyi pontnak nevezzük, ha  $f_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq f_i(s_i, s_{-i}^*)$  teljesül tetszőleges  $s_i \in S_i$  és tetszőleges  $i = 1, \dots, n$  esetén.

---

<sup>1</sup>A játékelmélet egy, a fenti séma alapján történő érdekes alkalmazása a Balogh and Kormos [2014] tanulmány.

Másképpen fogalmazva, egy stratégiaprofil pontosan akkor lesz Nash-egyensúlyi pont, ha egyik játékos sem tud egyoldalú stratégiamódosítással kifizetés-növekedést elérni. A definíció triviális módon egyszerűsíthető a kétszereplős esetre.

Világos, hogy egy játék megoldása erősen függ a játékosok kifizetőfüggvényeitől. Mivel a csak magánvállalatos (standard) és az állami szereplős (vegyes) duopol modellekben nem egyeznek meg a célfüggvények, ezért a modellek egyensúlyai is jó eséllyel eltérnek egymástól.

A disszertáció fókuszában a Bertrand-Edgeworth duopóliumok azon típusa áll, amelyben az állam egy versengő vállalat részbeni vagy kizárólagos tulajdonosként megjelenik a piacon. Az értekezés célja az ilyen vegyes duopol piacok játékelméleti elemzése.

A disszertáció hozzáadott értéke a következőképp foglalható össze:

1. Választ adunk arra a kérdésre, hogy meglehetősen gyenge feltevések mellett a vegyes Bertrand-Edgeworth duopol modelleknek milyen feltételek mellett létezik tiszta Nash-egyensúlyi pontja. Ezen kívül meg is adjuk a tiszta Nash-egyensúlyi pontokat.
2. Feltéve, hogy a vállalatok döntési sorrendje endogén (azaz a vállalatok időzí-tési játékot is játszanak), megadjuk az egyensúlyi döntési sorrendet az összes vizsgált vegyes- és félig-vegyes Bertrand-Edgeworth duopóliumra.
3. Vizsgáljuk a vállalaton belüli állami tulajdon ösztársadalmi jólétre gyakorolt hatását is a tisztán magánvállalatos esettel történő összehasonlításban.

## 2. Motiváció

A mindennapi életben gyakran találkozunk oligopol piaci szituációkkal. Ezért fontosnak tartjuk, hogy egzakt és alkalmazható modelleket építsünk a vállalatok döntéseinek megértése és előrejelzése érdekében. Minden modell, melynek a gyakorlatra alkalmazható kiindulási feltevései vannak, hozzájárul ahhoz, hogy jobban megértsük egy termék piacának kínálati oldalát.

A téma aktualitásának illusztrálása érdekében az alábbi listában a teljesség igénye nélkül összegyűjtöttünk néhány példát oligopol piaci szerkezetre globális és magyar piacokon egyaránt:

- bankkártyák piaca: verseny a VISA és a MasterCard között
- repülőgépgyártás: az Airbus és a Boeing versenye
- a számítógépes grafikai vezérlőegységek piaca: az AMD és az Nvidia versenye
- sportfelszerelések piaca: a Nike és az Adidas versenye
- olajipar: a norvég állami tulajdonú Statoil és az orosz Gazprom versenye egyes balti államokban
- a magyar és az új-zélandi kereskedelmi bankok versenye: az egyik kereskedelmi bank (Kivibank) teljes egészében állami tulajdonban van, a magyar állam pedig nemrégiben felvásárolta a Budapest Bankot
- magyarországi mobilhálózat-szolgáltatók piaca: verseny a Telekom, a Telenor és a Vodafone között
- magyarországi benzinkúthálózat. verseny a részben állami tulajdonú MOL, valamint a Shell, OMV, Agip és további szolgáltatók között
- magyarországi hipermarketek: verseny a Tesco, az Auchan és az InterSpar között

Egy piac duopóliumnak (vagy oligopóliumnak) tekinthető, ha két (három, négy stb...) vállalatnak túlnyomó részesedése van a teljes piacon még akkor is, ha esetleg néhány kisebb (piaci részesedés szempontjából elhanyagolható) vállalat is működik. Ettől függetlenül a játékelméleti vizsgálat szigorú feltevéseket követel meg a résztvevők számára és a stratégiák mibenlétére nézve.

Amint az a fenti listából is látszik, néhány oligopólium esetében az állam is jelen van tulajdonosként a piacon. Ezek az oligopóliumok nyújtják a motivációt a

vegyes oligopóliumok vizsgálatához. Az oligopóliumok elemzésének fontos építőkövei a duopóliumok. Vegyes duopóliumot sok különböző módon vizsgálhatunk. A Bertrand-Edgeworth modell feltételei jól modelleznek több olyan jellemvonást is, melyet a gyakorlatban tapasztalhatunk az oligopol piacokon.

### 3. Kutatási kérdések

A játékelméleti eszközökkel történő kutatások középpontjában egyebek mellett a tiszta stratégiákon alapuló egyensúly létezésének vizsgálata áll. Ha pontosan egy tiszta egyensúly létezik, akkor a játék elméletileg könnyen kezelhető: a játékosok mindig az annak megfelelő stratégiákat választják, így a játék lefolyása egyértelmű.<sup>2</sup> Bonyolultabb a helyzet, ha egynél több vagy kevesebb tiszta stratégiákon alapuló egyensúlyt találunk. Több egyensúly esetén a játékosok egyensúlyban több stratégiaprofilba is navigálhatnak. Ha egyetlen tiszta egyensúly sem létezik, akkor a kevert stratégiák koncepcióját alkalmazzák leggyakrabban. Számos lehetőség van annak bizonyítására, hogy bizonyos típusú játékoknak mindig létezik kevert Nash-egyensúlyi pontja. Jól használhatók például Brouwer vagy Kakutani fixponttételei, lásd pl. Fudenberg and Tirole [1991].

Shubik [1955] volt az első, aki rámutatott, hogy a Bertrand-Edgeworth duopóliumokban nem garantálható a tiszta Nash-egyensúlyi pont létezése.

A vonatkozó szakirodalomban két utat találunk a tiszta Nash-egyensúlyi pontok hiányának kezelésére. az első módszer elveti a Nash-egyensúly módszerének alkalmazását, és más egyensúlykoncepcióhoz nyúl, mint például az  $\epsilon$ -egyensúly vagy a szigorúan dominált stratégiák iteratív kiküszöbölése. Ilyen irányú kutatások például Dixon [1987] és Börgers [1992]. A másik megközelítés a kevert stratégiákat alkalmazza, vagy a modell feltevéseinek kis mértékű módosításával olyan modellt alkot, amelynek már van tiszta Nash-egyensúlyi pontja. Ez utóbbi megközelítésre példa többek között Deneckere and Kovenock [1992], Deneckere and Kovenock

---

<sup>2</sup>Megjegyzendő, hogy a gyakorlatban nincs garancia arra, hogy a játékosok az egyensúlyi stratégiájukat választják.

[1996], Reynolds and Wilson [2000], Chowdhury [2005], és Lepore [2008].

Az első kutatási kérdés a tiszta Nash-egyensúlyi pontok egzisztenciájára irányul a vegyes Bertrand-Edgeworth modellekben.

**1. kutatási kérdés:** *Milyen feltételek mellett van az állami szereplős Bertrand-Edgeworth típusú duopol játéknak tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúlyi pontja?*

Szerencsés esetben az egzisztencia kérdésének megválaszolása egyben az egyensúlyi pontok karakterizációját is magában foglalja. A második kutatási kérdés az egyensúlyi pontok mibenlétére irányul.

**2. kutatási kérdés** *Feltéve, hogy az állami szereplős Bertrand-Edgeworth duopóliumnak létezik tiszta Nash-egyensúlyi pontja, melyek a vállalatok egyensúlyi árai és termelt mennyiségei szimultán és szekvenciális döntési sorrendek esetén?*

Ami a vállalatok döntéseinek időzítését illeti, szimultán és szekvenciális döntési sorrendeket vizsgálhatunk. A szimultán esetben minden játékos úgy választ stratégiát, hogy nem tudja, a többi játékos milyen stratégiát választott. a szekvenciális esetben pedig a játékosok egymás után döntenek, így a később következő játékosok megfigyelhetik a többiek döntését.

Az endogén időzítés azt jelenti, hogy a vállalatok döntési sorrendje nem előre adott. Ebben a kontextusban az exogén döntési sorrendekre meghatározott egyensúlyi akciókhoz tartozó kifizetések adják meg az időzítési játék lehetséges kifizetéseit. Ezen kifizetések alapján határozható meg az időzítési játék egyensúlya, azaz az egyensúlyi döntési sorrend.

Az endogén időzítés témájában számos eredmény született. Vonatkozó eredmények találhatóak többek közt Hamilton and Slutsky [1990], Deneckere and Kovenock [1992] és Matsumura [1995] munkáiban a standard oligopol piacokra, míg Pal [1998], Matsumura [2003], Jacques [2004], Anam, Basher, and Chiang [2007], Lu [2007], Lu

and Poddar [2009] és Tomaru and Kiyono [2010] írásaiban a vegyes oligopol piacokra.

A harmadik kutatási kérdés az időzítési játékkal kapcsolatos.

**3. kutatási kérdés** *Milyen döntési sorrend alakul ki, ha egy magán- és egy teljesen vagy részben állami tulajdonban lévő vállalat verseng egy termék piacán a vegyes Bertrand-Edgeworth duopólium modellből kiindulva?*

Feltételezzük, hogy az állam célja az össztársadalmi jólét maximalizálása. Vegyes oligopol modellkeretben az állam nem külső szabályozóként, hanem piaci szereplőként igyekszik a társadalmi jólét növelése érdekében tevékenykedni, és ennek megfelelő ár- és mennyiségi döntéseket hozni, lásd pl. Merrill and Schneider [1966], Harris and Wiens [1980] és Brandao and Castro [2007]. Amikor az állam tulajdonosként belép egy piacra, akkor a piacon generált társadalmi jólét értéke változhat, hiszen az állami vállalat célfüggvénye módosul. Ezért szükséges egy társadalmi jólétre vonatkozó kutatási kérdés megfogalmazása is.

**4. kutatási kérdés** *Milyen az iránya és mekkora a nagysága egy részben vagy egészben állami tulajdon alatt álló vállalat megjelenése társadalmi jólétre gyakorolt hatásának a Bertrand-Edgeworth duopóliumban?*

A négy megfogalmazott kutatási kérdés egymáshoz kapcsolódik, a kapcsolódási pontok a következők. Először, a Nash-egyensúlyok létezésének igazolásakor konstruktív bizonyításokat fogunk adni, azaz amennyiben létezik tiszta Nash-egyensúly egy játékban, akkor az egyensúlyt meg is adjuk. Másodszor, az időzítési játék vizsgálatakor az exogén döntési sorrendek mellett kialakuló egyensúlyok szolgáltatják a kiindulási alapot. Harmadszor, az állami tulajdon jólétre gyakorolt hatása úgy vizsgálható, hogy összehasonlítjuk az állami vállalat egyensúlyi kifizetését (azaz célfüggvényértékét) a vegyes esetben azzal a jólét-szinttel, amely standard esetben egyensúlyban adódik.

## 4. Az értekezés felépítése

Az értekezés hét fejezetből áll. Célunk, hogy egy letisztult struktúrán keresztül áttekintsük a vonatkozó szakirodalmat, bevezessük a modell feltevéseit, majd részletesen elemezzük a modelleket, a végén fókuszálva a saját eredményekre. Az értekezés szerkezeti felépítése a következő.

A 2. fejezetben a duopóliumok elméletéből korai modelleket mutatunk be, mind az árdöntéses, mind a mennyiségi döntéses típusból. Bevezetjük továbbá a Bertrand-Edgeworth duopóliumokat, különböző megközelítéseket bemutatva. A modell kiindulási feltevéseit is rögzítjük, majd a szakirodalmon keresztül vizsgáljuk a tiszta Nash-egyensúly létezését.

A 3. fejezet fókuszában a szakirodalmi áttekintés áll. A vegyes oligopóliumok területén elért eredményekre helyezük a hangsúlyt, azaz azokra a modellekre, ahol az állam is szerepel a piac kínálati oldalán. Az áttekintést egységessé teszi, hogy minden esetben kiemeljük a kiindulási feltevéseket érintő módosításokat, és az így kapott eredményeket összevetjük a korábbi szakirodalmi eredményekkel.

A 4. fejezettel kezdődik a részletes elemzés: a fejezet a vegyes Bertrand-Edgeworth duopóliumnak az ún. rendelésre történő termelés esetét tekinti át. Rendelésre történő termelésről akkor beszélünk, amikor a termelés csak a vétel (vagy az ahhoz kapcsolódó szerződés megkötése) után zajlik. Jó példa erre a repülőgépgyártás. A fejezetben feltesszük, hogy az egyik vállalat teljes egészében állami tulajdonban van. Megadjuk a tiszta Nash-egyensúlyi pontokat mindhárom döntési sorrendre, megoldjuk az időzítési játékot, és tárgyaljuk a társadalmi jólétre gyakorolt hatásokat is.

Az 5. fejezetben a vegyes Bertrand-Edgeworth duopóliumnak a készletre történő termelés esetét vizsgáljuk. Ebben a modellkörnyezetben a termelés már az eladások előtt megtörténik. A romlandó áruk piacára ez egy megfelelő modellkeret. Csakúgy, mint a rendelésre történő termelés esetében, ez a fejezet is tartalmazza a tiszta egyensúlyok meghatározását, tárgyalja az időzítési játékot, és elemzi az állami vállalat társadalmi jólétre gyakorolt hatását.

A 6. fejezetben az ún. félig-vegyes Bertrand-Edgeworth duopóliumokat tárgyaljuk. Azt feltételezzük, hogy az egyik vállalat csak részben van állami tulajdonban, míg a másik teljes egészében magántulajdonban van. A vegyes tulajdonosi szerkezetű vállalat célfüggvénye ebben az esetben megváltozik a kizárólagos állami tulajdon esetéhez képest. A vegyes vállalat célfüggvénye a társadalmi jólét és a saját profit súlyozott összege lesz, ahol a súlyok a tulajdonrészek arányából adódnak. Ez a változtatás természetesen új kimenetelt eredményez. A 6. fejezeten belül hivatkozunk a rendelésre történő termelés esetére elért eredményekre, és részletezzük a készletre történő termelés esetét is.

Végül a disszertáció 7. fejezetében sor kerül az összegzésre és a tézisek kimondására.

## 5. Eredmények és tézisek

Az értekezés fő célja az egyensúlyi vállalati döntések meghatározása volt a vegyes és a félig-vegyes Bertrand-Edgeworth duopólium modellkeretében. Az alkalmazott egyensúlykonceptió a Nash-egyensúly volt.

Állami tulajdon megjelenését feltéve a piacon, az értekezésben részletes elemzést adtunk az egyensúlyi árakról, mennyiségekről, az időzítési játékról, és a társadalmi jólétre gyakorolt hatásokról.

A vegyes duopóliumok olyan piacokat modelleznek, ahol az egyik vállalat részben vagy egészben állami tulajdonban van. Így az állam nem egy külső szabályozóként, hanem piaci résztvevőként próbálja az árakat és a termelési mennyiségeket társadalmi jóléti szempontból optimális irányba terelni - mint ahogy azt az állami vállalat kifizetőfüggvénye is mutatja.

A szakirodalomban számos duopol és oligopol modellt találunk, melyeknek fókuszai és kiindulási feltevései különbözhetnek. Az első modellek - a Cournot- és Bertrand-duopóliumok - a 19. században születtek, azóta pedig több irányban is kiterjedt szakirodalommal találkozhatunk. A Bertrand-Edgeworth duopóliumok előnye, hogy kezeli a korlátlan kapacitások irrealisztikus feltevését. Hátránya viszont,

hogy a tisztán magánvállalatos modellben bizonyos paraméterek esetén a tiszta Nash-egyensúly hiányába ütközünk, mely a gyakorlati alkalmazhatóságot nehezkesé teszi.

Az állami szereplős duopóliumok elemzése először Merrill and Schneider [1966] írásában szerepelt. Az időzítési játékok vizsgálata később kezdődött. A vegyes Bertrand-Edgeworth duopóliumok időzítési játékainak vizsgálata pedig jelen értekezés egyik témája.

Összesen négy modellváltozatot elemeztünk az értekezésben. A modellek közös jellemzői az alábbi felsorolásban találhatóak:

- Két vállalat versenyez egy homogén termék piacán.
- A vállalatok döntési változói az ár és a mennyiség.
- A fogyasztói oldalt a piaci keresleti függvény adja meg, amelyről feltesszük, hogy szigorúan monoton csökkenő, konkáv és kétszer folytonosan differenciálható.
- A vállalatok legfeljebb a kapacitáskorlátaikkal megadott mennyiségeket termelhetik.
- Mindkét vállalat azonos és konstans egységköltséggel termel.
- Az egyik versengő vállalat teljes egészében magántulajdonban van, míg a versenytárs vállalatban valamekkora arányban megjelenik az állami tulajdon is.
- Minden paraméter a szereplők köztudása.

A négy modell közt két ismérv mentén tehetünk különbséget: az állami vállalatban való állami részesedés nagysága szerint, illetve a kereslet kielégítésének időzítése szerint. Előbbi szerint vegyes és félig-vegyes modellekre osztjuk ketté a vizsgált modelleket, utóbbi mentén pedig a rendelésre történő termelés esete áll szemben a készletre történő termelés esetével. A készletre történő termelés (PIA) esetében eladatlan

készletek is legyártásra kerülhetnek, a rendelésre történő termelés (PTO) esetében azonban az ár- és mennyiségi döntéssel egy árdöntéssel helyettesítve redukálódik.

A döntési sorrendek tekintetében megkülönböztetünk szimultán és szekvenciális sorrendeket, ahol a szekvenciális esetben vagy az állami vállalat vagy a magánvállalat dönt először (azaz lesz vezető). Minden modell esetében mindhárom döntési sorrendet tárgyaljuk.

A következő 1. táblázat áttekinthetően szemlélteti a négy vizsgált modellt.

1. táblázat. Modellváltozatok

| Modellek   | Állami tulajdon: 100% | Korlátozott állami tulajdon |
|------------|-----------------------|-----------------------------|
| <b>PTO</b> | vegyes PTO            | félig-vegyes PTO            |
| <b>PIA</b> | vegyes PIA            | félig-vegyes PIA            |

Az alábbiakban áttekintjük az egyes fejezetek eredményeit, majd összegezzük eredményeinket a kutatási kérdések mentén.

Az értekezés bevezető fejezetében megállapításra került a disszertáció fő célja, és újdonságértéke. Tisztáztuk a kutatás játékelméleti módszereit, és a gyakorlatból vett példákkal kutatási motivációval szolgáltunk. A kutatási kérdéseket is megfogalmaztuk, melyekre az alábbiakban fejtjük ki válaszainkat.

A 2. fejezet betekintést adott a legegyszerűbb duopólium-modellekbe. Bemutattuk a Bertrand-Edgeworth duopóliumokat, és a szakirodalom áttekintésén keresztül tárgyaltuk a tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúly létezésének kérdéskörét, valamint a Bertrand-Edgeworth duopóliumoknál felmerülő adagolási szabály témáját.

A 3. fejezet fő célja a vegyes oligopóliumok irodalmi áttekintése volt. A kapcsolódó kutatási eredményeken keresztül eljutottunk a disszertációban használatos modellek fő feltevéseinek kijelöléséhez.

A formális elemzés a 4. fejezettel vette kezdetét, ahol a vegyes eset rendelésre történő termelés (PTO) alesetével foglalkoztunk. Formálisan is megadtuk a modell feltevéseit, majd megadtuk az ún. erős magánvállalat esetére, és a gyenge magánváll-

lalat esetére is az összes tiszta Nash egyensúlyi pontot. Az erős magánvállalat esete és a gyenge magánvállalat esete közti különbség a magánvállalat piaci egyensúlyt befolyásoló képességének mértékében rejlik. Az eredményeket számpéldán keresztül illusztráltuk. Megadtuk az időzítési játék megoldását, és tárgyaltuk az állami vállalat jólétmódosító szerepét is. A 4. fejezet eredményei a Balogh and Tasnádi [2012] cikkben jelentek meg.

Az 5. fejezet a vegyes eset készletre történő termelés a esetét tárgyalja. Ebben a bonyolultabbnak bizonyuló esetben három változatot tárgyaltunk: az erős magánvállalat esetét, a gyenge magánvállalat esetét, és az ún. magas egységköltség esetét. Csakúgy, mint a 4. fejezetben, itt is hasonló elemzéseket végeztünk, és számpéldával illusztráltuk az eredményeket. Az 5. fejezet eredményei a Balogh and Tasnádi [2014] írásban olvashatók.

A 6. fejezet a két félig-vegyes esetet tárgyalja. Ebben a fejezetben feltettük, hogy az állami vállalat csak részben van állami tulajdonban (így ebben a fejezetben vegyes vállalatként hivatkoztunk rá). Ismertettük a rendelésre történő termelésre kapott eredményeket (Tasnádi [2013]), és bemutattuk a készletre történő termelésre kapott eredményeinket. A 6. fejezet levezetései egyszerűbbnek bizonyultak a korábbiaknál, de az eredmények kedvezőtlenek voltak abból a szempontból, hogy több esetben is a tiszta Nash-egyensúly hiányába ütköztünk. A 6. fejezet több eredménye megtalálható a Balogh [2014] cikkben.

Az alábbiakban megadjuk válaszainkat az értekezés kutatási kérdéseire.

Az első kutatási kérdés a tiszta Nash-egyensúlyok létezésére vonatkozott: milyen feltételek mellett van az állami szereplős Bertrand-Edgeworth típusú duopol játéknak tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúlyi pontja?

A kérdés megválaszolása az eredmények tükrében viszonylag egyszerű. A 4. és az 5. fejezetben megmutattuk, hogy legalább egy tiszta Nash-egyensúly még azokban az esetekben is létezik, amelyben a standard (tisztán magánvállalatos) játéknak nem volt tiszta Nash-egyensúlyi pontja. Más szavakkal: beláttuk, hogy ha az egyik magánvállalat helyére egy tisztán állami tulajdonú vállalat lép, akkor legalább egy Nash-egyensúly megjelenik az új játékban. A félig-vegyes modellekre (6. fejezet)

ezzel szemben nem tudunk pozitív állítást megfogalmazni: beláttuk, hogy ha bármely vállalat reziduális profitmaximalizáló ára (amely a kapacitáskorlátokból és a keresleti függvényből közvetlenül számolható) meghaladja az egységköltséget, akkor a játéknak nincs tiszta Nash-egyensúlyi pontja. Az eredmény egyezik a standard modell eredményeivel, így arra a következtetésre jutottunk, hogy egy részben állami tulajdonban lévő vállalat megjelenése a duopol piacon nem változtat a tiszta Nash-egyensúlyi pontok hiányán.

A fenti megállapítások alapján kimondjuk az első tézist.

**1. Tézis.** *A keresleti függvényre vonatkozóan gyenge megkötések mellett a vegyes Bertrand-Edgeworth duopóliumnak mindig létezik tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúlyi pontja. A félig-vegyes Bertrand-Edgeworth duopóliumnak csak akkor létezik tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúlyi pontja, ha a vállalatok kapacitására egy kiegészítő feltétel is teljesül.*

A létezési problémát az értekezésben mindig konstruktív módon oldottuk meg, azaz a létezés belátásával egyidejűleg meg is adtuk a tiszta Nash-egyensúlyi pontokat. Ezzel választ kaptunk a második kutatási kérdésre, ami a következő volt: feltéve, hogy az állami szereplős Bertrand-Edgeworth duopóliumnak létezik tiszta Nash-egyensúlyi pontja, melyek a vállalatok egyensúlyi árai és termelt mennyiségei szimultán és szekvenciális döntési sorrendek esetén?

Az értekezés elemző fejezeteiben számos tiszta Nash-egyensúly-típussal találkoztunk. Az alábbiakban készítettünk egy átlátható összegzést, amelyben leírjuk, hogy az egyes modellekben milyen típusú tiszta Nash-egyensúlyok léteznek. Ebben a felsorolásban csak a szimultán időzítésre vonatkozó egyensúlyokat adjuk meg, a szekvenciális esetekben többnyire a szimultán eset eredményeiből vezettük le a megoldást. Az összes egyensúly a 4., 5. és 6. fejezetekben kimondott tételekben található. Az alábbi felsorolásban az értekezésben található jelöléseket is használjuk, ahol szükséges.

1. **Vegyés PTO modell.** Az *erős magánvállalat* esetében a  $p_1^* \leq p_2^* = p_2^d$  és  $p_1^* \leq p_2^d$ ,  $p_2^* = p_2^m$  árak és mennyiségek tiszta Nash-egyensúlyra vezetnek. Ez azt jelenti, hogy a magánvállalat vagy monopolistaként viselkedik a reziduális keresleti görbén, vagy az eredeti keresleti görbén maradva eladja teljes kapacitását. Ezen kívül, kiegészítő feltételek teljesülése esetén a magánvállalat a teljes piacot uraló monopolistává is válhat egyensúlyban (kapacitáskorlátjával bezárólag).

A *gyenge magánvállalat* esetben a vállalatok egyensúlyban a piactisztító árat állapítják meg.

2. **Vegyés PIA modell.** Az *erős magánvállalat* esetében a  $p_1^* \leq p_2^d(q_1^*)$ ,  $q_1^* \in [0, k_1]$ ,  $p_2^* = p_2^m(q_1^*)$ ,  $q_2^* = q_2^m(q_1^*)$  árak és mennyiségek bizonyos feltételek teljesülése esetén tiszta Nash-egyensúlyra vezetnek (azaz a magánvállalat a reziduális keresleti görbén monopolistaként viselkedik). Ezen kívül, kiegészítő feltételek teljesülése esetén a magánvállalat a teljes piacot uraló monopolistává is válhat egyensúlyban (kapacitáskorlátjával bezárólag).

A *gyenge magánvállalat* esetben a magánvállalat egyensúlyban azt a lehető legmagasabb árat állapítja meg, amin még eladhatja teljes kapacitását úgy, hogy az állami vállalatnak nem áll érdekében a magánvállalat árának alávágania (azaz nála alacsonyabb árat megállapítania). Ennek az egyensúly-típusnak egy szélsőséges esete a piactisztító ár megállapítása. Ezen kívül, kiegészítő feltételek teljesülése esetén a magánvállalat a teljes piacot uraló monopolistává is válhat egyensúlyban (kapacitáskorlátjával bezárólag).

A *magas egységköltség* esetben az előző két esetben felmerülő összes lehetséges tiszta Nash-egyensúlyi pont elképzelhető, különböző feltételek teljesülése esetén.

3. **Félig-vegyés PTO modell.** Tiszta Nash-egyensúly akkor és csak akkor létezik, ha  $\max\{p_1^s; p_2^m\} \leq p^c$ . Ha a feltétel teljesül, akkor egyensúlyban a vállalatok a piactisztító árat állapítják meg, azaz  $p_1^* = p_2^* = p^c$ .

4. **Félig-vegyés PIA modell.** Tiszta Nash-egyensúly akkor és csak akkor létezik,

ha  $\max\{p_1^s(k_2); p_2^m(k_1)\} \leq p^c$ . Ha a feltétel teljesül, akkor egyensúlyban a vállalatok a piactisztító árat állapítják meg, és teljes kapacitásaikat értékesítik, azaz  $p_1^* = p_2^* = p^c; q_1^* = k_1; q_2^* = k_2$ .

A tiszta Nash-egyensúlyok karakterizációjával kapcsolatos eredményeket a második tézis mondja ki.

**2. Tézis.** *A tiszta Nash-egyensúlyi pontok karakterizációja erősen függ a vizsgált modellek különböző kiindulási feltevéseitől. A vegyes PTO, vegyes PIA, félig-vegyes PTO és félig-vegyes PIA típusú Bertrand-Edgeworth duopóliumokban a következő ötféle tiszta Nash-egyensúlytípus létezik: (1) a vállalatok piactisztító árakat alkalmaznak; (2) a magánvállalat a reziduális keresleti görbén monopolistaként viselkedik (3) a magánvállalat teljes kapacitását értékesíti, és ugyanakkora a kifizetése, mintha a reziduális keresleti görbén monopolista lenne; (4) a magánvállalat a teljes piacot uraló monopolistaként viselkedik (kapacitáskorlátjával bezárólag); (5) a magánvállalat azt a lehető legmagasabb árat állapítja meg, amin még eladhatja teljes kapacitását úgy, hogy az állami vállalatnak nem áll érdekében a magánvállalat árának alávágnia.*

A döntések időzítése a közelmúltbeli szakirodalomban gyakran endogén változóként jelenik meg. ez azt jelenti, hogy a vállalatok valójában két játékot játszanak egymás után. Az első játékban a vállalatok arról döntenek, hogy mikor hozzák nyilvánosságra ár- és mennyiségi döntéseiket. A második fordulóban pedig a vállalatok meg is hozzák stratégiai döntéseiket. A harmadik kutatási kérdés az endogén időzítéshez kapcsolódik: Milyen döntési sorrend alakul ki, ha egy magán- és egy teljesen vagy részben állami tulajdonban lévő vállalat verseng egy termék piacán a vegyes Bertrand-Edgeworth duopólium modellből kiindulva?

A négy vizsgált modellben az időzítési játékra különböző megoldásokat kaptunk. A vegyes PTO esetben mindhárom döntési sorrend egyensúlyi volt. A vegyes PIA esetben azt kaptuk, hogy mindkét vállalat vezető (első lépő) szeretne lenni, célfüggvény-értékeiből kiindulva. Ezért az időzítési játék egyensúlya a szimultán döntési sorrend. Végül, a félig-vegyes modellek esetén csak arra az esetre tudtuk

megadni az időzítési játék egyensúlyát, amikor az ár- és mennyiségi döntéssel járó játéknak létezik tiszta Nash-egyensúlyi pontja. Ebben az esetben mindhárom döntési sorrend az időzítési játék egyensúlyának adódott.

Az időzítési játékkal kapcsolatos eredményeinket a következő, harmadik tézisünkben rögzítettük.

**3. Tézis.** *A vegyes PTO típusú Bertrand-Edgeworth duopólium esetén az időzítési játékokban mindhárom döntési sorrend egyensúlyi. Ugyanez a megállapítás igaz a félig-vegyes PTO és a félig-vegyes PIA esetre azokban az esetekben, amikor az ár- és mennyiségi döntéssel járó játéknak létezik tiszta Nash-egyensúly. Végül, a vegyes PIA modell időzítési játékaiban az egyensúly a szimultán döntési sorrend.*

Amikor egy részben vagy teljes egészében állami tulajdonú vállalat kerül egy tisztán magánvállalat helyére egy duopol környezetben, akkor a piac által generált társadalmi jólét szintje megváltozik, hiszen az állami vállalat célfüggvénye különbözik a magánvállalatétól. A negyedik kutatási kérdésünk arra vonatkozott, hogy az állami tulajdon megjelenése milyen hatással van egy duopol piac által generált társadalmi jólétre: milyen az iránya és mekkora a nagysága egy részben vagy egészben állami tulajdon alatt álló vállalat megjelenésének a Bertrand-Edgeworth duopóliumban?

A vizsgált modellek tiszta Nash-egyensúlyi pontjai alapján levezettük a(z) (részben) állami vállalat jólétre gyakorolt hatását. Az értekezésben rámutattunk, hogy a vegyes PTO modellben a társadalmi jólét szintje magasabb volt, mint a megfelelő tisztán magánvállalatos modellben, azaz azt a meglepő eredményt kaptuk, hogy az állami vállalat az eredményt a tökéletes verseny irányába mozdította. A vegyes PIA esetre azt a következtetést vontuk le, hogy a vegyes PTO esethez viszonyítva alacsonyabb szintű a társadalmi jólét. A félig-vegyes modellekben arra az esetre, amelyben létezik tiszta Nash-egyensúlyi pont, azt a következtetést vontuk le, hogy a társadalmi jólét értéke nem változik a tisztán magánvállalatos esethez képest.

Az alábbi 2. táblázatban összegeztük a társadalmi jólétre gyakorolt hatásokkal kapcsolatos eredményeinket azokkal az összehasonlítási alapokkal, ahol lehetséges volt a közvetlen összevetés.

2. táblázat. Az állami tulajdon társadalmi jólétre gyakorolt hatása

---

---

| <i>Állami (vagy vegyes) vállalat jólétre gyakorolt hatása</i> |   |
|---|---|
| <b>Vegyes PTO</b>   | Pozitív (a standard PTO-hoz képest)     |
| <b>Vegyes PIA</b>   | Negatív (a vegyes PTO-hoz képest)       |
| <b>Félig-vegyes PTO</b>                                       | Nincs hatás (a standard PTO-hoz képest) |
| <b>Félig-vegyes PIA</b>                                       | Nincs hatás (a standard PIA-hoz képest) |

---

---

A társadalmi jóléttel kapcsolatos eredményeinket mondjuk ki a negyedik tézisben.

**4. Tézis.** *A vegyes PTO típusú Bertrand-Edgeworth duopóliumban a társadalmi jólét értéke egyensúlyban magasabb, mint a standard (tisztán magánvállalatos) modellben. A vegyes PIA modellben a társadalmi jólét szintje egyensúlyban alacsonyabb, mint a vegyes PTO modellben. Végül, a félig-vegyes modellekben a részben állami vállalat megjelenése nincs hatással az össztársadalmi jólétre abban az esetben, amennyiben a játéknak létezik tiszta stratégiákon alapuló Nash-egyensúlyi pontja.*

Összegezve az eredményeket elmondható, hogy az értekezés eredményeivel hozzájárult az állami szereplős duopóliumok elméletének kiszélesítéséhez.

## Hivatkozások

- ANAM, M., S. A. BASHER, AND S.-H. CHIANG (2007): „Mixed Oligopoly under Demand Uncertainty,” *B.E. Journal of Theoretical Economics*, 7, "Article 24".
- BALOGH, T. (2014): „Állami tulajdonrész duopol piacokon,” *Competitio*, 13, 63–74.
- BALOGH, T., AND J. KORMOS (2014): „A computational model of outguessing in two-player non-cooperative games,” *Acta Univ. Sap. Informatica*, 6, 71–88.
- BALOGH, T., AND A. TASNÁDI (2012): „Price Leadership in a Duopoly with Capacity Constraints and Product Differentiation,” *Journal of Economics (Zeitschrift für Nationalökonomie)*, 106, 233–249.
- (2014): „Mixed duopolies with advance production,” *working paper*.
- BÖRGERS, T. (1992): „Iterated Elimination of Dominated Strategies in a Bertrand-Edgeworth Model,” *Review of Economic Studies*, 59, 163–176.
- BRANDAO, A., AND S. CASTRO (2007): „State-Owned Enterprises as Indirect Instruments of Entry Regulation,” *Journal of Economics*, 92, 175–192.
- CHOWDHURY, R. P. (2005): „Bertrand–Edgeworth duopoly with linear costs: A tale of two paradoxes,” *Economics Letters*, 88, 61–65.
- DENECKERE, R., AND D. KOVENOCK (1992): „Price Leadership,” *Review of Economic Studies*, 59, 143–162.
- (1996): „Bertrand-Edgeworth Duopoly with Unit Cost Asymmetry,” *Economic Theory*, 8, 1–25.
- DIXON, H. (1987): „The General Theory of Household and Market Contingent Demand,” *The Manchester School*, 55, 287–304.
- FORGÓ, F., M. PINTÉR, A. SIMONOVITS, AND T. SOLYMOSI (2005): *Játékelmélet - elektronikus jegyzet*. Corvinus University of Budapest.

- FUDENBERG, D., AND J. TIROLE (1991): *Game Theory*. MIT Press.
- HAMILTON, J., AND S. SLUTSKY (1990): „Endogenous Timing in Duopoly Games: Stackelberg or Cournot Equilibria,” *Games and Economic Behavior*, 2, 29–46.
- HARRIS, R. G., AND E. G. WIENS (1980): „Government enterprise: an instrument for the internal regulation of industry,” *Canadian Journal of Economics*, 13, 125–132.
- JACQUES, A. (2004): „Endogenous timing in a mixed oligopoly: a forgotten equilibrium,” *Economics Letters*, 83, 147–148.
- LEPORE, J. (2008): „Cournot and Bertrand–Edgeworth competition when rivals’ costs are unknown,” *Economics Letters*, 101, 237–240.
- LU, Y. (2007): „Endogenous timing in a mixed oligopoly: Another forgotten equilibrium,” *Economics Letters*, 94, 226–227.
- LU, Y., AND S. PODDAR (2009): „Endogenous Timing in a Mixed Duopoly and Private Duopoly - Capacity-then-Quantity’ Game: The Linear Demand Case,” *Australian Economic Papers*, 48, 138–150.
- MATSUMURA, T. (1995): „Endogenous Timing in Multi-Stage Duopoly Games,” *Japanese Economic Review*, 46, 257–265.
- (2003): „Endogenous role in mixed markets: a two production period model,” *Southern Economic Journal*, 70, 403–413.
- MERRILL, W., AND N. SCHNEIDER (1966): „Government Firms in Oligopoly Industries: A Short-run Analysis,” *Quarterly Journal of Economics*, 80, 400–412.
- PAL, D. (1998): „Endogenous timing in a mixed oligopoly,” *Economics Letters*, 61, 181–185.
- REYNOLDS, S., AND B. WILSON (2000): „Bertrand-Edgeworth competition, demand uncertainty, and asymmetric outcomes,” *Journal of Economic Theory*, 92, 122–141.

- SHUBIK, M. (1955): „A Comparison of Treatments of a Duopoly Problem, Part II,” *Econometrica*, 23, 417–431.
- TASNÁDI, A. (2013): „Duopólium részben állami tulajdonú vállalattal,” in *Matematikai közgazdaságtan: elmélet, modellezés, oktatás - Tanulmányok Zalai Ernőnek.*, pp. 177–186. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- TOMARU, Y., AND K. KIYONO (2010): „Endogenous Timing in Mixed Duopoly with Increasing Marginal Costs,” *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 166, 591–613.

## 6. A szerző tudományos tevékenysége

### Folyóiratcikkek

Tamas L. Balogh, Attila Tasnadi (2012): Does Timing of Decisions in a Mixed Duopoly Matter? *Journal of Economics* 106: 233-249.

Tamas L. Balogh, Janos Kormos (2014): A computational model of outguessing in two-player non-cooperative games. *Acta Univ. Sap. Informatica* 6: 71-88.

Balogh Tamás László (2014): Állami tulajdonrész duopol piacokon. *Competitio* 13: 63-74.

### Working paper-ök (munkaanyagok)

Tamas L. Balogh, Christian Ewerhart (2013): On the origin of  $r$ -concavity. University of Zurich

Tamas L. Balogh, Attila Tasnadi (2014): Mixed duopolies with advance production. MTA "Lendület" Stratégiai Interakciók Kutatócsoport

### Konferencia-előadások

Balogh Tamás László, Bertók Kornél (2011): A gazdaságinformatikus képzés hallgatói megítélése a Debreceni Egyetemen. Konferencia címe: Informatika a felsőoktatásban (Debrecen). Dátum: 2011. aug. 24-27.

Tamas L. Balogh, Attila Tasnadi (2012): Effects of Advance Production on a Price Setting Mixed Duopoly. Konferencia címe: SING 8 (Budapest). Dátum: 2012. júl. 16-18.

Tamas L. Balogh, Janos Kormos (2014): A computational model of outguessing. Konferencia címe: ICAI (Eger). Dátum: 2014. jan. 29- feb. 1.

Balogh Tamás László, Bánszki I., Beringer D, Varga L. (2014): A mozgás és gondolkodás együttes élménye: A Medve Szabadtéri Matekverseny. Konferencia címe: Matematikatanárok Rátz László Vándorgyűlése (Keszthely). Dátum: 2014. júl. 3-6.

### Egyéb előadások

Debreceni Egyetem, Közgazdaságtudományi Doktori Iskola Kutatási Fórumai: hat előadás 2011. január és 2014. június között

Zürichi Egyetem: előadás "Microeconomics PhD Seminar"-on, 2012. szeptember