

TARTALOMJEGYZÉK - TABLE OF CONTENTS

I. Háttér	1
II. A legegyszerűbb véletlen sorozatok: fej-írás sorozatok	4
A leghosszabb futam elméleti vizsgálata	5
III. Hiányos sorozatok helyreállítása: statisztikai szemléletformálás	5
Betűstatisztikák tanulói meghatározása. Grafikus ábrázolás	6
IV. Az egyszerű helyettesítéses titkosítás fejtése	6
V. Pozíciócserés titkosító eljárás fejtése	6
VI. Első lépések a valószínűség számszerű jellemzéséhez	7
Csak statisztikai modell létezik	8
VII. Közvélemény kutatás: statisztikai mintavétel	8
VIII. A magyar nyelv entrópiája	8
Köszönetnyilvánítás	9
Summary	10
I. Background	10
II. The simplest random sequences generated by a fair coin	12
Theoretical investigation of the longest run	13
III. Reconstruction of incomplete sequences: attitudes for statistics	14
Letter frequencies and their graphical representation	15
IV. Deciphering simple substitutional ciphers	15
V. Deciphering transposition codes	15
VI. Quantitative capturing of probability: first attempts	15
No other model but statistics	16
VII. Surveying: statistical sampling	17
VIII. The entropy of the Hungarian language	17
Acknowledgement	17
Hivatkozások - References	18

I. Háttér

A mindennapi gazdasági életben a véletlen jelenségek hatásának vizsgálata egyre nagyobb szerepet játszik. Ennek megfelelően fokozott figyelmet kell fordítani a sztochasztika tanítására. Korábban a matematika alkalmazásainak tanításával foglalkozó konferenciákon szekciókat szerveztek a témában, majd teljes konferenciákat szenteltek neki (lásd például az 1982-es Voorburgi ISI TOTSAS konferenciát, melynek témája "Teaching Statistics in Schools throughout the World" volt [\[B82\]](#)). Az 1990-ben írt Fischbein-cikk [\[F90\]](#) (Training Teachers for Teaching Statistics) a téma irányadó, fő hivatkozása. Idézzük Fischbein professzor megállapítását a tanárképzésben megoldandó feladatról: „A tanárok valószínűségszámítási és statisztikai oktatásának tartalmaznia kell a megfelelő intuitív háttér kialakítására alkalmas területek és módszerek megismertetését.” Ugyanezt a kívánalmat hangsúlyozták más résztvevők is, lásd Hawkins, A. [\[H89\]](#).

Az 1977-es helyzetet foglalja össze Bognár – Nemetz cikke [\[BN77\]](#). A különböző országokban lényegesen eltérő mélységben tanítanak statisztikát és valószínűségszámítást, és a tanított anyag tematikája is lényegesen eltér. [\[N97\]](#)

Hazánkban az általános iskola alsó tagozatában 20 évvel ezelőtt nemzetközileg nagyra becsült volt a valószínűségszámítás, statisztika tananyag. [\[V63\]](#).

A téma oktathatóságához elengedhetetlenül szükséges, hogy **a tanárok rendelkezzenek a megfelelő ismeretekkel, és hajlandóak legyenek az anyagot tanítani.**

A hazánkban a tanári gyakorlatot egy csendes ellenállás jellemzi. Ennek alapvető oka a biztonságérzet hiánya. A tananyag oktatásához kísérletek elvégzésére van szükség. Ahogyan azt maga a „véletlen” szó is mutatja, a kísérletek kimeneteleit a tanár nem tudja pontosan előre megmondani, és nincs felkészítve a lehetséges eltérések magyarázására, értelmezésére. Ezért nekik is szükségük van egy magyarázatokkal ellátott oktatási anyag összeállítására. Dolgozatom elkészítéséhez egy ilyen anyag összeállítása volt a fő motivációs erő.

1975 óta rendszeresen foglalkozom ezzel a témával, a valószínűségszámítás témakörében a foglalkozásokba beépített anyagot állandóan gazdagítom. Tapasztalataimat a Berzsényi Dániel Gimnáziumon kívül a Móricz Zsigmond Gimnáziumban és a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Általános Iskola és Gimnáziumban gyűjtöttem össze.

Kombinatorikus bevezetés helyett javaslom, kezdjünk az egyszerű helyettesítéses titkosírás megfejtésével. Kiderült, hogy ez **rendkívüli mértékben motiválja a tanulókat statisztikai felmérések tervezésére és konkrét végrehajtására**. Ezen a területen nagy gazdagsággal áll rendelkezésre statisztikai forrás az írott nyelv formájában. A dolgozatban beszámolok ezen a területen kifejlesztett módszereimről, összeállított oktatási anyagaimról, és az órákon szerzett közel 30 éves tapasztalataimról.

A valószínűségszámítás és statisztika alkalmazásához szükséges szemléletmód kialakításához elengedhetetlen, hogy alkalmas elméleti modelleket válasszunk, és azokat az oktatásra alkalmas formában tálaljuk. Segítségül hívhatjuk a következő tankönyveket:

Hajnal Imre-Nemetz Tibor-Pintér Lajos Matematika III.-IV [HNP92] [HNPU94] és Nemetz, T.: Valószínűségszámítás [N78]. A középiskolás anyagon is túlmutató ismereteket és kitűnő feladatanyagot kaphatunk Nemetz, T. – Wintsche, G. (1999): Valószínűség és statisztika mindenkinek című könyvéből. [NW99]

A dolgozatban foglaltak kidolgozása során ugyancsak alapvető volt a modern valószínűségszámítási, statisztikai fogalmak iskolai órán tanítható anyagának kialakítása, bevezetése, amelyek a témakörre irányítják a tanulók figyelmét, rámutatva a matematikai statisztika által nyújtott megoldásokra. Tapasztalataink szerint a tanulók önmaguk képesek szükséges statisztikai vizsgálatok kezdeményezésére, és hajlandók ilyen vizsgálatokat folytatni.

A tananyag megválasztása mellett ugyancsak fontosak a módszertani kérdések, tehát az oktatás formájának, metodikájának megválasztása.

Az általam képviselt szemléletmód összhangban van a nemzetközileg elfogadott véleménnyel, hogy **a valószínűségszámítás és a statisztika tanításának párhuzamosan kell megvalósulnia.** [M90]

Elképzeléseimet a jelen dolgozaton kívül az utóbbi néhány évben tanári továbbképzéseken is rendszeresen ismerttettem. Ezek a továbbképzések rendkívül pozitív visszhangra találtak. Várhatóan szeptembertől indul akkreditált tanfolyamom a kétszintű érettségi új témaköreihez kapcsolódóan, ahol a képzési óraszám mintegy felében a statisztika és a valószínűségszámítás kérdéseivel – elméleti alapjaival és tanításának módszertanával - foglalkozunk.

II. A legegyszerűbb véletlen sorozatok: fej-írás sorozatok

„Mennyire véletlen a véletlen?” teszi fel a kérdést Révész Pál akadémiai székfoglalójában. Az iskolai oktatás számára fontos azt megismerni, hogy a tanulók milyen kialakult véleménnyel rendelkeznek a témáról.

Varga Tamásnak tulajdonítandó az az ötlet, hogy a véletlenről alkotott tanulói vélemények megismerését a legismertebbnek feltételezhető területtel kell kezdeni. Ez a terület szerinte a szabályos érmével történő fej-írás sorozatok világa. Tapasztalataim megegyeznek vele, és állítható, hogy a tanulók nagyon határozott elképzelésekkel rendelkeznek ezen a területen.

Varga Tamás bevezetésként azt kérte III-IV. osztályos általános iskolai tanulóktól, hogy írjanak le két fej-írás sorozatot, az egyiket egy érme feldobálása segítségével, a másik sorozatot „fejből” írják, tehát úgy, ahogy egy lehetséges valódi fej-írás sorozat szerintük keletkezhet. Megvizsgálva a két leírt sorozatot, arra vállalkozott, hogy megmondja, melyiket írták, és melyiket dobták.

A döntés alapja a fej, illetve írás sorozatokból álló futamok hossza volt: amelyik sorozatban ez hosszabb volt, azt választotta dobott sorozatnak. Ez a döntési eljárás rendkívül tekintélyt parancsoló eljárás: Az esetek több mint 80 %-ban helyesen adta meg a dobott sorozatot.

Saját tanítási gyakorlatomban több mint 25 éve én is ennek egy variánsát követem. Tapasztalataim rendkívül pozitívak, és csak javasolni tudom másoknak is ezt a bevezetést.

A leghosszabb futam elméleti vizsgálata

A fej-írás sorozatok véletlen számsorozatok, tehát a független, azonos eloszlású sorozatok legegyszerűbb megjelenését adják.

A véletlen számsorozatok általában rendkívül hamisan interpretálják. Ez a nagy számok törvényének helytelen alkalmazásából adódik. Ez a hamis interpretálás vezet „a fejek és írások száma bármely pillanatban *majdnem* azonos” típusú gondolathoz. A valóság azonban nem ez.

Bebizonyítom, hogy **a leghosszabb futam hossza $\log(n)$ körüli.**

A következőkben annak a valószínűségét határozzuk meg, hogy egy n hosszúságú fej-írás sorozatban a leghosszabb azonos elemekből álló futam hossza pontosan r .

A valószínűségek meghatározása előtt azon n hosszúságú fej-írás sorozatok számát határozzuk meg, amelyekben a leghosszabb azonos elemekből álló futam hossza pontosan r . A meghatározásához egy rekurziót adunk meg, és megvizsgáljuk tulajdonságait.

III. Hiányos sorozatok helyreállítása: statisztikai szemléletformálás

Három típusú kiegészítendő hiányos sorozatot vizsgáltam. A kiegészítendő sorozatok a véletlen három arcát segítenek megmutatni. Ezek:

- A környezetétől nagyon függő, csaknem determinisztikus véletlen karakterek

- A környezettől alig függő, mindazonáltal függő véletlen jelek
- A környezettől teljesen független véletlen jelenségek.

Betűstatisztikák tanulói meghatározása. Grafikus ábrázolás

A valószínűségszámítás és a matematikai statisztika eddigi oktatásában jelentős időt kellett eltölteni a grafikus ábrázolás lehetőségeinek bemutatásával.

A gyakoriságok pontos ismerete mellett fontos egy jó stratégia kialakításához, a „rákövetkezési” sorrendek ismerete, ezért ezeket is meghatároztuk.

IV. Az egyszerű helyettesítéses titkosítás fejtése

A sztochasztika oktatása során rendkívül fontos feladat annak elérése, hogy a tanulók felfedezzék a statisztika felhasználhatóságát gyakorlati feladatok megoldására. Ennek egyik hatásos módszere a titkosított szövegek megfejtésében való felhasználhatóság. A legegyszerűbb titkosítás az **egyszerű helyettesítés**.

4.1. Tétel. Ha egy egyszerű helyettesítéses titkosítás megfejthető valamilyen kódábécé esetén, akkor megfejthető akkor is, ha a kódábécé megegyezik a forrás (szöveg) ábécéjével.

V. Pozíciócserés titkosító eljárás fejtése

Kidolgoztam a pozíciócserés titkosítás megfejtésére egy olyan lehetséges módot, amely természetes a tanulók számára. Ezzel az eljárással is a statisztika alkalmazására

szeretnék egy középiskolai szinten könnyen követhető eljárást adni, amely bizonyos statisztikai adatgyűjtés szükségességét is mutatja. A valószínűségi fogalmak közül lehetőség nyílik az együttes eloszlás, feltételes eloszlás szemléletes bevezetésére is.

Ez az alkalmazás a statisztikai hipotézis vizsgálatok területére is hasznos bevezető lehet.

VI. Első lépések a valószínűség számszerű jellemzéséhez

A tanulók számára világossá válik, hogy a véletlen események bekövetkezési esélyének jellemzésére szükség van egy mérőszámra, és az elméleti mérőszám megválasztásához az is elengedhetetlen, hogy az elméleti modelleket a konkrét kísérletek végrehajtása során szerzett megfigyelések figyelembevételével alakítsuk ki.

A modell kiépítését a korábban szerzett tapasztalatokra támaszkodva, néhány véletlen számpélda segítségével mutatom be. A követett utat több éves iskolai tapasztalatomra támaszkodva alakítottam ki. Egy követhető elemzést mutatok be a **klasszikus valószínűségszámítás interpretálására**.

A **binomiális eloszlás** néhány alapfeladata után fontosnak tartom a **geometriai eloszlás** megismertetését is.

A geometriai eloszlás tagjai monoton csökkenő sorozatot alkotnak. Ez a megállapítás ebben a formában teljesen nyilvánvaló. Ha azonban azt kérdezzük, hogy ha egy kockát rendkívül sokszor az első hatosig dobunk fel, mennyi lesz a legtöbbször megfigyelt szükséges dobásszám, akkor az „egy” válasz többnyire a legjobb tanulók számára is hihetetlen lesz.

Csak statisztikai modell létezik

Különösen fontosnak tartom ezt a fejezetet, ahol nem lehet kombinatorikus megfontolásokat alkalmazni. Egy magyar nyelvű szépirodalmi könyvet véletlenszerűen kinyitottunk. Megszámláltuk, hogy hány betű volt az első kiválasztott jel a lapon, majd innen kezdve hány betű fordult elő a másodikig, aztán innen a harmadikig, és így tovább a huszadikig. Azt kell kitalálni, az „a”, az „e” vagy a „t” betű volt-e a kiválasztott jel. Azt kell tehát eldöntenünk, hogy a **minta gyakoriság-eloszlása** a három betű gyakoriság-eloszlása közül **melyikre hasonlít legjobban**.

VII. Közvélemény kutatás: statisztikai mintavétel

Napjainkban gyakran esik szó a közvélemény kutatásról, **reprezentatív mintavételről**. Jelen fejezetben azt mutatjuk meg, hogy milyen egyszerűen lehet a tanulói gondolatvilágot helyes mederbe terelni. Nem akarunk szigorú és nehéz matematikai bizonyításokkal operálni, olyan statisztikai feladatokat végzünk el, amelyek meggyőzően mutathatják be, hogy megfelelő eljárások tényleg a valós közvélemény megismerését teszik lehetővé. A vélemény kialakításának kulcsmondata: *bizonyítás helyett meggyőzés*.

[\[S04\]](#)

VIII. A magyar nyelv entrópiája

Vizsgálatainkhoz régebbi folyóiratokból és napilapokból 400 betűs, számjegyeket nem tartalmazó cikkrészleteket választottunk. A szövegekben az első néhány szót változatlanul hagytuk, azután betűket hagytunk ki bizonyos szabályok szerint. Megmutatom, hogy miként adható felső becslés a feladatlapokon szereplő hiányos

szövegtípusok rekonstruálhatóságának felhasználásával az értelmes írott magyar nyelvű szövegek entrópiájára. [\[S89\]](#)

Köszönetnyilvánítás

Ezúton is szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Nemetz Tibornak aki egyetemista éveim óta, több, mint 30 éve segíti szakmai munkámat. Célt és irányt mutató tanácsai, folyamatos biztatása és ezernyi segítő, tényleges közreműködése nélkül sem a publikációk, sem ez a dolgozat nem jöhetett volna létre.

Summary

I. Background

The analysis of the effects of random processes plays an increasing role in the economy and also in everyday life. Accordingly, there are increasing concerns about the teaching of statistics and probability. There were only sections devoted to the topic in the conferences on the teaching of the applications of mathematics in the past. Recently there are conferences themselves on the issue. (cf. the conference in Voorburg in 1982: "Teaching Statistics in Schools throughout the World" [\[B82\]](#)). Fischbein's article written in 1990 is still the fundamental reference of the subject. Let me invoke Professor Fischbein's opinion on the tasks of teachers' training. The statistics and probability theory training of teachers should contain the education of methods and fields, which make it possible to create the adequate intuitive background. Similar requirements were emphasized by various participants, cf Hawkins, A. [\[H89\]](#)

The 1977 scene is outlined in the article of Bogнар-Nemetz [\[BN77\]](#). Statistics and probability is presented on significantly different levels in various countries and there are also great differences between national syllabuses. [\[N97\]](#)

Hungary possessed a highly recognized program of teaching probability and statistics in the first grades of elementary school as early as 20 years ago. [\[V63\]](#).

To improve the situation it is indispensable that teachers acquire the relevant pieces of knowledge as well as they be willing to teach the topic.

The actual attitude of teachers in Hungary is silent resistance – basically because they feel insecure about the topic. Experiments are essential components of the teaching process. Since they are basically about random events, teachers cannot predict the results accurately and they are not prepared to explain and interpret the eventual deviations. Being so, teachers desperately need a kind of annotated teaching note. The main purpose of my paper is to provide them with an appropriate teaching aid.

I have been involved in the teaching of probability and statistics since 1975 and my skills have been improving with experience. I have been working in distinguished high schools in Budapest, such as Berzsenyi Dániel, Móricz Zsigmond and Fazekas Mihály.

Instead of the usual combinatorial introduction I propose to get started with deciphering of simple transposition ciphers. Experience has revealed that students are extremely well motivated to devise and actually perform statistical tests this way. Printed texts provide a rich field of statistical sources. In my paper I give a detailed account of my methods developed in the course of 30 years.

To develop the right attitude about the applications of probability and statistics it is essential to choose the proper theoretical models and also to present them in the classroom in a digestible way. The following textbooks might be of help: Hajnal Imre-Nemetz Tibor-Pintér Lajos: *Matematika* III.-IV [HNP92] [HNPU94] and Nemetz, T.: *Valószínűségszámítás* [N78]. Information beyond the high school level as well as excellent problems can be found in

Nemetz, T. – Wintsche, G. (1999): *Valószínűség és statisztika mindenkinek* [NW99]

While preparing my thesis I was deeply concerned with the selection of the concepts of modern probability and statistics that can be presented in the classroom to set up the theoretical framework where individual problems can be discussed and solved. According to my experience students are able to initiate and accomplish the necessary statistical tests even by themselves.

Apart from preparing an adequate program I am convinced that methodological issues are also playing an eminent role in the teaching of the topic.

I am convinced that **the teaching of probability and statistics are parallel processes.** [M90] This is not just my personal opinion but it is consistent with internationally confirmed experience.

Apart from this paper my results have been regularly presented on various teachers' training courses in the past few years. The audience's reaction was highly reassuring. From September I am going to start an accredited course covering the new topics appearing in the two-level state exam. In at most half of the time allotted we are going to discuss various problems of probability and statistics, both those of the theory and the methodology of teaching.

II. The simplest random sequences generated by a fair coin

„To what extent is randomness random?” asks Révész Pál in his habilitation paper. It is important for us to acquire

information about the intuitive views of students about randomness.

The idea that the students' opinion about randomness should be surveyed by discussing the most familiar situations is attributed to *Varga Tamás*. According to him the investigation of sequences generated by flipping a fair coin is just the right point to do this. My experience confirms his approach and I've found that students actually have strong intuitive image about randomness.

Varga Tamás used to ask 9-10 year old students to prepare two sequences of heads and tails, respectively: one of these was expected to be produced by actually flipping a coin while the other one was to be constructed by the students themselves doing their best to be as „random” as possible. He then announced to be able to tell the actual random sequence from the fake one.

His decision was based on the length of runs contained in the sequences: these are homogenous blocks of the same kind. He chose the one to be genuinely random where the longest run was longer. The show was spectacular indeed: his guess proved to be correct in about 80% of the cases.

I still have been using a variant of this trick in my classes. My experience is extremely positive and I strongly recommend this introduction to the willing colleagues.

Theoretical investigation of the longest run

The head-tail sequences provide the simplest example for independent random variables of the same distribution.

They are usually misinterpreted. The reason is a kind of misunderstanding of the law of large numbers yielding the typical fallacy that most of the time the number of heads and tails are more or less equal. Nothing is further from reality!

I give a demonstration that **the length of the longest run is approximately $\log(n)$** . Then I find the probability that the length of the longest run in an n -long binary sequence is exactly r .

The actual proof is preceded by devising a recurrence for the number of those n -long binary sequences where the length of the longest run is exactly r . Analyzing the properties of this recurrence one arrives to the desired results.

III. Reconstruction of incomplete sequences: attitudes about statistics

I have investigated three kinds of incomplete sequences where missing terms were to be inserted.

- Quasi-random missing terms that are almost determined by their environment
- Random terms that are weakly or hardly determined by their environment
- Random terms independent of their environment

Letter frequencies and their graphical representation

According to my experience one has to devote a significant amount of time to various aspects of graphical representation when teaching probability and statistics.

In order to devise efficient strategies it is also important to find the joint distribution frequencies besides the usual frequency tables.

IV. Deciphering simple substitotional ciphers

While teaching probability and statistics it is important to show that certain problems can in fact be solved by statistical methods. This can be efficiently demonstrated by deciphering secret codes. The simplest ciphers are the so called substitutional codes.

4.1. Theorem. If a simple transposition code can be broken for some alphabet then it can also be broken if the code alphabet and the source alphabet are identical.

V. Deciphering transposition codes

I have developed a method that is natural for the students to break transposition codes. It raises the demand for a natural method of statistical sampling. On the theory level one can introduce the notions of joint distribution, conditional distribution and even hypothesis testing.

VI. Quantitative capturing of probability: first attempts

The students by now have a clear demand for a numerical value to be assigned to the chance of the occurring

of a random event. They must be aware that the relevant theoretical models should be formed on the basis of actual experiments.

The presented model is based on numerical examples from previous experiments. The method has been refined in the course of my teaching experience. Finally I present a consistent **interpretation of the classical combinatorial model**.

Having solved some basic exercises about the **binomial distribution** I find it important to introduce the **geometric distribution** as well. The terms of the geometric distribution are decreasing – this is a straightforward observation. However, if one asks about how many times we have to roll a fair dice to obtain a six for the first time, the answer “one” is highly counterintuitive.

No other model but statistics

This chapter is extremely important because the combinatorial approach is useless here. Having chosen a letter, one of „a” , „e” or „t ” we count the number of characters up to the first occurrence of this chosen letter on a random page of a Hungarian book, possibly literature. We proceed up to the second occurrence, etc, altogether up to the twentieth occurrence. One has to guess if the chosen letter was „a” , „e” or „t ”, that is the students are supposed to compare the sample distribution to the distributions generated by the three letters, respectively.

VII. Surveying: statistical sampling

Surveying and representative sampling are hot issues nowadays. This chapter shows how simple is to direct the students to the right way of thinking. I try to avoid demanding mathematical proofs here; the presented statistical methods convincingly demonstrate how one can access public opinion in a reliable way. The central approach is convincing, instead of proofing. [\[S04\]](#)

VIII. The entropy of the Hungarian language

I have selected 400 letter blocks of Hungarian text from periodicals and journals. The text does not contain numbers. After the first few words there are letters omitted from the text according to certain rules. I show how one can estimate the entropy of written Hungarian text based on the extent to which the original texts can be reconstructed. [\[S89\]](#)

Acknowledgement

I would like to say special thanks to my advisor *Professor Tibor Nemetz*, who has been helping my professional work for more than 30 years, since my studies at the university. Neither my publications nor my thesis could have been born without his suggestions showing aims and directions, his continuous encouragement and his helpful collaboration.

Hivatkozások - References

- [A98] Ambrus A. (1998): „Bevezetés a matematika didaktikába” ELTE TTK egyetemi jegyzet
- [B82] Barnett, V. (1982): "Teaching Statistics in Schools throughout the World", ISI TOTSAS, Voorburg
- [BN77] Bognár, K. – Nemetz T. (1977): On the teaching of probability at secondary level, Educational Studies in Mathematics, 1977, 399-404
- [F90] Fischbein, E. (1990): "Training Teachers for Teaching Statistics" In: Hawkins, A. (ed.): Training Teachers to Teach Statistics, ISI, Voorburg, 1990,
- [H89] Hawkins, A. (1989), The annual United Kingdom Statistical Prize, in: Morris, M. (editor), The teaching of statistics, Studies in Mathematics Education, Volume 7, Unesco
- [HNP92] Hajnal I.-Nemetz T.-Pintér L. (1992): Matematika III. Gimnázium, Fakultatív B változat, Tankönyvkiadó
- [HNPU94] Hajnal I.-Nemetz T.-Pintér L.-Urbán J. (1994): Matematika IV. Gimnázium, Fakultatív B változat, Tankönyvkiadó,
- [M90] Moore, D. (1990): Uncertainty. In: L.A.Steen (ed): On the shoulder of Giants, National Academy Press, Washington, D.C., pp. 95-137.
- [N95] Nemetz T. (1995): Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, Budapest
- [N97] Nemetz, T. (1997): An overview of the teaching probability in secondary schools. Papers on Statistical Education presented at ICME-8, Seville, July 14-21, 1996. Ed.: B. Phillips. Swisburne University Press, 1997, 75-86.

- [NW99] Nemetz T., - Wintsche G.,: (1999) Valószínűségszámítás mindenkinek Poligon, Szeged
- [S88] Sz. Simon Judit (1988): Az írott magyar nyelv entrópiája, Intenzív tanár-továbbképzés – matematika, ELTE TTK
- [S89] Sz. Simon Judit (1989): Hiányos szövegek rekonstruálhatósága és a magyar nyelv entrópiája, Magyar Nyelv, LXXXV évfolyam, 427-438 (Nemetz T-ral közösen).
- [S04] Sz. Simon Judit (2004): Statistical Inference in Schools. : "Teaching of Mathematics and Computer Sciences" pp265-274.
- [V87] Varga, T. (1987): "New Maths since 1963: Its Implementation as a Historical Process". In: I. Wirszup (ed). Developments in School Mathematics Around the World, NCTM, Washington, D.C. 1987
pp. 48-57