



VÉGESELEMES RENDSZERHEZ KAPCSOLT OPTIMALIZÁLÓ ELJÁRÁS FEJLESZTÉSE GUMIÜTKÖZŐ TERVEZÉSHEZ

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

A szerző neve: Huri Dávid

A témavezető neve: Dr. Mankovits Tamás

DEBRECENI EGYETEM
Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács
Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Debrecen, 2022

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács Informatikai Tudományok Doktori Iskola *Adattudomány és vizualizáció -- a Doktori Iskola Diszkrét matematika, adatfeldolgozás és vizualizáció programjának jogutódja* programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem műszaki tudományokban doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából. Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 2022.

.....
Huri Dávid
jelölt

Tanúsítom, hogy *Huri Dávid* doktorjelölt 2016-2020 között a fent megnevezett Doktori Iskola *Adattudomány és vizualizáció -- a Doktori Iskola Diszkrét matematika, adatfeldolgozás és vizualizáció programjának jogutódja* programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult. Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Az értekezés elfogadását javasolom.

Debrecen, 2022.

.....
Dr. Mankovits Tamás
témavezető

Végeselemes rendszerhez kapcsolt optimalizáló eljárás fejlesztése gumiütköző tervezéshez

Értekezés a doktori (Ph.D.) fokozat megszerzése érdekében

Az informatika tudományágban

Írta: Huri Dávid okleveles gépészmérnök

Készült a Debreceni Egyetem Informatikai Tudományok doktori iskolája

(*Adattudomány és vizualizáció -- a Doktori Iskola Diszkrét matematika, adatfeldolgozás és vizualizáció
programjának jogutódja*) keretében

Témavezető: Dr. Mankovits Tamás

Az értekezés bírálói:

Dr.

Dr.

Dr.

A bírálóbizottság:

elnök: Dr.

tagok: Dr.

Dr.

Dr.

Dr.

Az értekezés védésének időpontja: 20.

Tartalomjegyzék

TARTALOMJEGYZÉK	I
JELÖLÉSEK, ELNEVEZÉSEK JEGYZÉKE	IV
<i>Latin betűk</i>	IV
<i>Görög betűk</i>	VII
<i>Rövidítések</i>	IX
1. BEVEZETÉS	1
1.1. <i>Probléma bemutatása</i>	4
1.2. <i>Szakirodalmi áttekintés</i>	6
1.3. <i>Célkitűzések</i>	12
2. HIPERELASZTIKUS ANYAGMODELLEK PARAMÉTEREINEK ILLESZTÉSE	14
2.1. <i>Hiperelasztikus anyagmodellek kontinuummechanikai háttere</i>	15
2.2. <i>Fenomenológiai hiperelasztikus anyagmodellek</i>	19
2.3. <i>Drucker-féle stabilitási kritérium</i>	21
2.4. <i>A deviátoros deformációs energiasűrűséget leíró fenomenológiai modellek paramétereinek illesztése</i>	22
2.5. <i>Az anyagmodellek ellenőrzése a nyomóvizsgálat vége-selemes modellezésével</i>	30
2.6. <i>A térfogatváltozásból adódó deformációs energiasűrűséget leíró modell</i>	33
3. GUMIÜTKÖZŐ VÉGESELEMES MODELLEZÉSE	40
4. ALAKOPTIMALIZÁLÁSI FELADAT	46
4.1. <i>Vége-selemes modell előkészítése</i>	46
4.2. <i>Tervezési változók és kényszerek, célfüggvény</i>	49
5. HELYETTESÍTŐ MODELLEK ALAPÚ OPTIMALIZÁLÁS	51
5.1. <i>Tanító adathalmaz különböző kísérlettervezési eljárásokkal</i>	52
5.2. <i>Helyettesítő modell betanítása</i>	53
5.3. <i>Kereső eljárások összehasonlítása a helyettesítő modell optimumának megtalálására</i>	57
5.4. <i>A helyettesítő modell alapján bec-sült optimum vizsgálata</i>	59
6. SZIMULÁLT HŰTÉSI ALGORITMUS FEJLESZTÉSE GUMIÜTKÖZŐK ALAKOPTIMALIZÁLÁSÁRA	63

6.1. Hűtési stratégia	64
6.2. Kiinduló hőmérséklet analitikus meghatározása	64
6.3. Hűtési függvény a hőmérséklet paraméterre	65
6.4. Új állapot generálására adaptív keresési térrel	66
6.5. Konvergencia feltétel.....	67
6.6. Pseudokód a szimulált hűtés algoritmusra	68
6.7. Hiperparaméter-optimalizálás a szimulált hűtési algoritmus feladatspecifikus adaptálására	69
6.8. Szimulált hűtési algoritmus adaptálása matematikai tesztfüggvényekre	70
7. SZIMULÁLT HŰTÉSI ALGORITMUS HELYETTESÍTŐ MODELL ALAPÚ ADAPTÁLÁSA	73
7.1. A numerikus modellezés automatizálása a Femap API használatával.....	76
7.2. Tesztelő adathalmaz generálása, célfüggvény viselkedése	76
7.3. Tanító adathalmaz létrehozása statisztikai mintavételezéssel	77
7.4. Gépi tanuló eljárás alapuló helyettesítő modell illesztése	79
7.5. A Szimulált hűtési algoritmus hiperparamétereinek beállítása a gumiütköző alakoptimalizálási feladatára.....	83
7.6. Gumiütköző alakoptimalizálása a beállított szimulált hűtési algoritmussal.....	84
ÖSSZEFOGLALÁS	88
ÚJ TUDOMÁNYOS EREDMÉNYEK	90
1. Nyomó terhelésnek kitett gumiütköző viselkedésének numerikus modellezésére alkalmas hiperelasztikus anyagmodell.....	90
2. A térfogati rugalmassági modulus értékének megválasztása gumiütközők numerikus vizsgálata esetén.....	91
3. Helyettesítő modellek használata gumiütköző kétváltozós alakoptimalizálási feladata esetén	91
4. Szimulált hűtési algoritmus fejlesztése gumiütköző alakoptimalizálási feladatára, feladatspecifikus hiperparaméter-optimalizálási eljárás kidolgozása	92
5. Optimalizáló algoritmus hiperparamétereinek helyettesítő modell alapú adaptálása numerikus szimuláción alapuló feladatokra	92
JÖVŐBENI KUTATÁSI LEHETŐSÉGEK.....	93
SUMMARY.....	94
NEW SCIENTIFIC RESULTS	96
1. Selection of a hyperelastic material model suitable for the modeling of the behavior of rubber bumper under compressive load	96

2. Selection of the bulk modulus value for the finite element analysis of rubber bumpers.....	96
3. Surrogate models usage in two-variables shape optimization task of rubber bumper.....	97
4. Simulated annealing algorithm development for the shape optimization of rubber bumper, elaboration of a case-specific hyperparameter tuning process	97
5. Surrogate model-based hyperparameter tuning of optimization algorithm for simulation-driven design problems	98
FUTURE RESEARCH	99
IRODALOMJEGYZÉK.....	100
SZABVÁNYOK.....	110
PUBLIKÁCIÓS JEGYZÉK.....	111
MELLÉKLET.....	113
1. A gumi próbatestek egytengelyű nyomó terhelésére mért erő-alakváltozás görbék	113
2. A gumi próbatestek egytengelyű nyomó igénybevételére mért feszültség-fajlagos nyúlás jelleggörbék.....	114
3. Szimulált hűtési algoritmus Matlab környezetben írt forráskódja	117

Jelölések, elnevezések jegyzéke

Latin betűk

Jelölés	Megnevezés, megjegyzés	Mértékegység
A	Pillanatnyi állapotban lévő keresztmetszet	mm ²
A_0	Azonosító állapotban lévő keresztmetszet	mm ²
\mathbf{A}_t	A valós fajlagos nyúlásokat tartalmazó alakváltozási tenzor	1
\mathbf{C}	Változtatható hiperelasztikus anyagparaméterek \mathbf{c} vektorainak halmaza	MPa, 1
\mathbf{C}	Jobboldali Cauchy-Green alakváltozási tenzor	1
c_{ij}	Anyagállandó a hiperelasztikus anyagmodellben	MPa
\mathbf{c}_{opt}	Optimális hiperelasztikus anyagparaméterek vektora	MPa, 1
$\mathcal{C}(cc_1, cc_2, sc)$	Leállási/konvergencia feltétel függvénye, ahol cc_1 a célfüggvényérték-, cc_2 a tervezési változók konvergencia feltételének míg sc a leállási feltétel bináris értéke az SA algoritmusban	1
d	Hiperelasztikus anyagparaméter az összenyomhatatlanság mértékére	1/MPa
\mathbf{d}	Tervezési változók vektora	mm
\mathbf{d}_{opt}	A tervezési változók optimális geometriai kialakítását leíró vektor	mm
$\mathbf{d}_{kezdeti}$	A tervezési változók kiinduló geometriai kialakítását leíró vektor	mm
D_0	Próbatest azonosító állapotban lévő átmérője	mm
dV	Pillanatnyi állapotban lévő deformált térfogatelem térfogata	mm ³
dV_0	Azonosító állapotban lévő térfogatelem térfogata	mm ³
E_{10}	Gumi 0 – 10 [%]-os fajlagos nyúlás tartományában felvett rugalmassági modulus	MPa
$E_{SA,limit}$	Az elfogadható legrosszabb célfüggvényérték az SA algoritmus paraméter optimalizálási feladatában	1, kN ²
$E(\mathbf{c}_{opt})_{W,NMAD}$	A hiperelasztikus anyagmodell paraméter optimalizálási feladatának költségfüggvénye az illesztett anyagparaméterekkel	%
$E(\mathbf{d})_{FEA}$	A gumiütköző végeselemes úton számított célfüggvénye	kN ²
$E(\mathbf{d})_{GA}$	A gumiütköző genetikus egyesülés (<i>Genetic Aggregation</i>) eljárással prediktált célfüggvénye	kN ²
$E(\mathbf{d})_{SVR}$	A gumiütköző SVR eljárással becsült célfüggvényértéke	kN ²

$E(\mathbf{p})_{SA}$	Az SA algoritmus paraméter optimalizálási feladatának célfüggvény értéke	1
$\bar{E}(\mathbf{p})_{SA}$	Az SA algoritmus 100 [db] különböző kiinduló pontból futtatott paraméter optimalizálási feladatának átlagos célfüggvénye	1
$E(\mathbf{p})_{SA,cost}$	A függvényhívások alapján meghatározott mérőszám az SA algoritmus paraméter optimalizálási feladatában	1
$E(\mathbf{p})_{SA,succ}$	Az optimum megtalálásának sikere az SA algoritmus paraméter optimalizálási feladatában	1
\mathbf{F}	Alakváltozási gradiens	1
$F_{i,d}$	A vizsgált konstrukcióhoz tartozó rugókarakterisztikának az i -edik al-lépésben számított nyomóerő nagysága	kN
$F_{i,d,opt}$	Az optimális konstrukcióhoz tartozó rugókarakterisztikának az i -edik al-lépésben számított nyomóerő nagysága	kN
f_{limit}	Függvényérték az optimum megtalálásának értékelésére az SA algoritmus paraméter optimalizálási feladatában	1, kN ²
H	A deformációs energiasűrűség közelítésére felírt hiperelasztikus formula tagjainak száma	1
\mathbf{I}	Egységtenzor	
$\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$	Cauchy-Green alakváltozási tenzor három skalár invariánsa	1
J	Térfogatváltozási arány	1
J_m	Dimenziótlan anyagparaméter a Gent hiperelasztikus anyagmodellben	1
k	Az elfogadott állapotok számlálója az SA algoritmusban	1
k_f	Beállítás a többször megismételt kereszt kiértékelési eljárással végzett felügyelt gépi tanításhoz	1
L	A próbatest megnyúlt hossza	mm
L_0	A próbatest eredeti hossz	mm
m	Az SA algoritmus függvényhívásainak száma	1
m_1	Az energia csökkentő próbálkozások száma az SA algoritmusban	1
m_2	Az energia növelő próbálkozások száma az SA algoritmusban	1
m_c	Konvergencia feltétel paramétere az SA algoritmusban	1
m_{max}	Maximális iterációs szám az SA algoritmus futására	1
m_t	A T_t hőmérsékleten elvégzett próbálkozások száma az SA algoritmusban	1
n	A tervezési változók száma	1
\mathbf{n}_i	az i -edik főirány egységvektora	
N	Az azonos hőmérséklet értéken elvégzett próbálkozások száma	1

N_{GA}	A genetikus egyesülés (<i>Genetic Aggregation</i>) eljárással használt metamodellek száma	1
\mathbf{p}	A diszkrét tartományon értelmezett SA algoritmus változó paramétereit tartalmazó vektor	1
\mathbf{p}_{opt}	Az SA algoritmus optimális paraméterezésének vektora	1
\mathbf{P}	Az I. Piola-Kirchhoff feszültségi tenzor	
$P(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_{new}, T_t)$	Metropolis által adott elfogadási valószínűséget leíró függvény az SA algoritmusban	1
q	Elfogadási ráta paraméter az adaptív keresési térre az SA algoritmusban	1
\mathbf{r}_i	A vizsgált i -edik elemi rendszer helyvektora az azonosító állapotban	
\mathbf{R}_i	A vizsgált i -edik elemi rendszer helyvektora a kiinduló állapotban	
\mathbb{R}^n	Az n -dimenziós, valós euklideszi vektortér	1
$S(T_0, \Lambda, N)$	Hűtési stratégia az SA algoritmusba	1
t	Hűtési lépcső számlálója az SA algoritmus hűtési stratégiájához	1
T_0	Kiinduló hőmérséklet paraméter az SA algoritmusban	1
T_{min}	Minimálisan megengedett hőmérséklet paraméter az SA algoritmus hűtési függvényében	1
T_t	t -edik iterációban adott hőmérséklet paraméter az SA algoritmusban	1
\mathbf{T}	A Cauchy-féle (valós feszültségek) feszültségtenzor	
$\mathbf{u}_P, \mathbf{u}_Q$	P vagy Q csomópontokhoz tartozó elmozdulásvektor	mm
w_1, w_2	A tagok súlyozására használt tényezők az SA algoritmus paraméter optimalizálási feladatában	1
$w_{GA,i}$	A genetikus egyesülés (<i>Genetic Aggregation</i>) eljárásban használt i -edik helyettesítő modell súlya a prediktálásban	1
V_0	Azonosító állapotban a gumitest térfogata	mm ³
V_{sz}	Deformálódott gumitest egy V_{sz} szeletének térfogata	mm ³
W	Egységnyi térfogatra vonatkoztatott deformációs energiasűrűség	mJ
$W_V(J)$	Térfogatváltozásból származó deformációs energiasűrűség	mJ
$W_D(\mathbf{C})$	Deviátoros deformációs energiasűrűség	mJ
\hat{y}_i	Az i -edik helyettesítő modell jóslott értéke a genetikus egyesülés (<i>Genetic Aggregation</i>) eljárásban	kN ²

Görög betűk

Jelölés	Megnevezés, megjegyzés	Mértékegység
α_1	Hűtési sebességet szabályzó paraméter az SA algoritmus hűtési függvényében	1
α_2	Lineáris hűtési stratégiát gyorsító paraméter az SA algoritmus hűtési függvényében	1
α_k	Dimenziótlan kitevő az Ogden hiperelasztikus anyagmodellben	1
α_m	Az SA algoritmus m -edik új jelöltjének generálásához használt α_m lépés vektora	mm
β	Lépésméret adaptáló tényező az adaptív keresési térre az SA algoritmusban	1
ε_{dV}	A dV_0 térfogatelemre vonatkoztatott fajlagos térfogatváltozás	1
ε_V	A vizsgált test fajlagos térfogatváltozása a pillanatnyi állapotban	1
$\varepsilon_{x,e}$	A fajlagos nyúlás, mérnöki fajlagos nyúlás, Biot-féle nyúlás	1
$\varepsilon_{x,t}$	Valódi fajlagos nyúlás, logaritmikus nyúlás, Hencky-nyúlás	1
$\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_d, \varepsilon_E)$	A tolerancia értékek vektora, ahol $\boldsymbol{\varepsilon}_d$ a tervezési változókra, ε_E a célfüggvényre megadott konvergencia határ	%
ΔE	Aktuális és új állapot közötti energia különbség az SA algoritmusban	kN2
$\overline{\Delta E}^+$	Az m_2 energia növelő próbálkozások és a kiinduló konstrukcióhoz tartozó energia különbségeinek átlaga	kN ²
ΔT	Hőmérséklet csökkenés mértéke az SA algoritmus hűtési függvényében	1
κ	Anyagra jellemző térfogati rugalmassági (Bulk) modulus	MPa
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Főnyúlások	1
$\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$	Nyúlások	1
λ_L	Nyúlási korlát az Arruda-Boyce hiperelasztikus anyagmodellben	1
$\Lambda(t)$	Hűtési stratégia függvénye az SA algoritmusban	1
μ_k	Nyírómodulus az Arruda-Boyce, Gent és Ogden hiperelasztikus anyagmodellekben	MPa
μ_s	Statikus súrlódási tényező	1
ν	Poisson-tényező	1
$\boldsymbol{\rho}$	Keresési tér az SA algoritmusban	mm
$\sigma_{i,e}$	Az i -edik deformációs állapotra mérésrel felvett feszültség	MPa
$\sigma_{x,e}$	Mérnöki feszültség	MPa
$\sigma_{x,t}$	Valódi feszültség	MPa
$\sigma(\boldsymbol{c})_{i,r}$	Az i -edik deformációs állapotra a hiperelasztikus anyagmodellel meghatározott feszültség	MPa

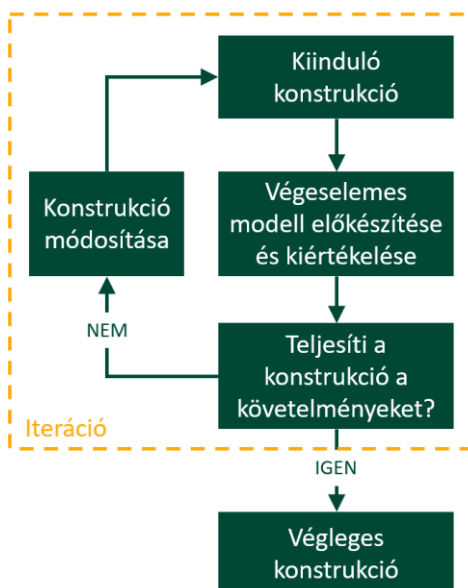
X	Vektor-vektor függvény	
χ_{10N}	Az utolsó $10N$ próbálkozásra meghatározott elfogadási ráta az SA algoritmusban	1
$\chi(T_t)$	Elfogadási arány a T_t hőmérsékleten végzett próbálkozásokra az SA algoritmusban	1
ψ	Az algoritmus változó paramétereinek \mathbf{p} vektorát tartalmazó halmaz	1
Ω	A \mathbf{d} tervezési változók vektorait tartalmazó halmaz	mm

Rövidítések

Jelölés	Megnevezés
API	Alkalmazásprogramozási felület, <i>Application Programming Interface</i>
CCD	Középpontos kompozíciós terv, <i>Central Composite Design</i>
COM	Összetevő objektummodell, <i>Component Object Model</i>
DE	Differenciális evolúció, <i>Differential Evolution</i>
DL	Mélytanulás, <i>Deep Learning</i>
DoE	Statisztikai mintavételezés, <i>Design of Experiment</i>
FC-CCD	Lapközepes középpontos kompozíciós terv, <i>Face-Centered Central Composite Design</i>
GA	Genetikus algoritmus, <i>Genetic Algorithm</i>
GPR	Kriging, <i>Gaussian Process Regression</i>
I-CCD	Forgatható középpontos kompozíciós terv, <i>Inscribed Central Composite Design</i>
LHD	Latin Hiperkocka terv, <i>Latin Hypercube Design</i>
LOOCV	Kihagyásos kereszt kiértékelési eljárás, <i>Leave-One-Out Cross-Validation</i>
MI, AI	Mesterséges intelligencia, <i>Artificial Intelligence</i>
MISQP	Lokális kereső eljárás folytonos és diszkrét bemenő paraméterekre, <i>Mixed-Integer Sequential Quadratic Programming</i>
ML	Gépi tanulás, <i>Machine Learning</i>
MOGA	Globális optimum kereső eljárás genetikus algoritmussal, <i>Multi-Objective Genetic Algorithm</i>
NBR	Butadién-nitril kaucsuk
NLPQL	Kvadratikus optimalizáló eljárás, <i>Nonlinear Programming by Quadratic</i>
NN	Neurális hálózatok, <i>Neural Network</i>
NR	Természetes kaucsuk, <i>Natural Rubber</i>
NSGA-II	Továbbfejlesztett genetikus algoritmus, <i>Non-dominated Sorted Genetic Algorithm-II</i>
OLE	Objektumok összekapcsolására és egymásba ágyazására szolgáló megoldás, <i>Object Linking and Embedding</i>
PTFE	Politetrafluoretilén/teflon
RSM	Válaszfelület módszer, <i>response surface methodology</i>
SA	Szimulált hűtési algoritmus, <i>simulated annealing</i>
SBR	Butadién-sztirol kaucsuk
SR	Kloroprénkaucsuk
SVR	Regressziós tartóvektor gép, <i>support vector regression</i>
TCP	Protokolstruktúra, <i>Transmission Control Protocol</i>
VBA	Visual Basic for Applications
VS	Microsoft Visual Studio

1. Bevezetés

A vevői elvárások alapján egy tervezőmérnöknek egyre bonyolultabb feladatokkal kell megküzdenie, melyre a rendelkezésére álló idő egyre inkább rövidül. Ahhoz, hogy ezek megoldása továbbra is időben tervezhető legyen módszeres gépészeti tervezést és azokba integrált számítógéppel segített tervezési eljárásokat kell használni. Ha lehetőség van az 1.1. ábrán látható iterációs folyamat automatizálására, a próbálgatáson „*what if*” alapuló gépészeti tervezési módszer helyett, optimalizáló eljárás implementálásával lehet versenyképes maradni a piacon. A numerikus szimulációs eljárásoknak köszönhetően ezt az iterációs folyamatot már a késztermék legyártása előtt el lehet végezni, így jelentős időt, költséget és mérnöki munkaórát lehet megtakarítani. A végelelemes modellen alapuló célfüggvény hívása perctől akár napokig is tarthat, emiatt feladatspecifikus mérnöki optimalizálási módszereket kutatnak jelenleg is.



1.1. ábra Végelelemes szimuláció alapú feladatok iterációs tervezési folyamata

Az optimalizáló eljárás fejlesztéséhez egy járműipari gumitermék numerikus szimuláción alapuló alakoptimalizálási feladatának vizsgálatát választottam, mely esettanulmányt az ipari igények alapján dolgoztam ki. A mesterséges alapanyagú gumikeverékek elterjedése a gumitermékből készült gépelemek széleskörű felhasználásához vezetett, mint például a tömítések, ütközők és rezgéscsillapító

elemek. A járműiparban meghatározó szerepük van a motor-, váltó- vagy kabinrögzítésben, futóműalkatrészként, vagy a mozgás utolsó szakaszát korlátozó ütköző elemként. Az elektromobilitás előretörésével ezen elemek jelentős részére továbbra is szükség lesz a járművek gyártása során, azonban a módosult szerkezeti kialakítások a termékek újratervezését követelik a megváltozott járműössztömegeből adódó terhelések figyelembevételével. A belsőégésű motorok üzemi zajkeltésének megszűnésével még inkább előtérbe kerül az egyéb forrásokból származó hangok csökkentésének igénye, melyre a gumitermékek alkalmasak. A napjainkban gyorsan változó piaci igények kielégítésére ezért előtérbe kerülnek az olyan innovatív tervezési eljárások, melyek a nagy alakváltozásnak kitett gumitermékek szerkezetoptimalizálási feladatát időben tervezhetővé teszik.

Értekezésemben ezért célként tűztem ki a mérnöki szimuláció alapú tervezési folyamatba integrálható optimalizáló eljárás fejlesztését. A megvalósítás közben törekedtem a mesterséges intelligencia (MI; *Artificial Intelligence*, AI) eszközeinek integrálására, hiszen az abban rejlő automatizálási lehetőség önmagában felgyorsítja a tervezési ciklust és növeli az innovációt. Az MI az 1950-es években jelent meg, mint az egyetemes tudomány fejlődésének egy új részterülete. A mesterséges intelligencia intelligens entitások építésének tudománya, melynek eredményeként emberi módon és/vagy racionálisan cselekvő és gondolkodó rendszerek létrehozása a cél. Ha a megközelítés központjában a racionalitás áll, akkor a rendszer tudásához viszonyítva helyesen cselekszik, melyhez mérnöki és matematikai tudományokat használ [1]. A XX. században számos kutatás történt melynek eredményeként új tudományos eredmények és megközelítések születtek az MI területén és feladatspecifikus megoldások alakultak ki. Az MI módszerei közé tartoznak például a természet ihlette metaheurisztikus optimalizáló algoritmusok [2] és a gépi tanuló (*Machine Learning*, ML) eljárások [3,4]. A globális optimum közelítésére alkalmas metaheurisztikus kereső eljárások közé tartozik a genetikus algoritmus (*Genetic Algorithm*, GA) [5], a differenciális evolúció (*Differential Evolution*, DE) [6], vagy a szimulált hűtési eljárás (*Simulated Annealing*, SA) [7]. A gépi tanuló eljárások közé tartoznak a tartóvektor gépek (*Support Vector Regression*, SVR) [8], vagy a neurális hálózatok (*Neural Network*, NN) [9]. A XXI. század első évtizedében a számítási kapacitás és az egyre nagyobb mennyiségben rendelkezésre álló adatok lehetőséget biztosítottak a gépi tanulás széleskörű akadémiai és ipari alkalmazására. Az elmúlt egy évtizedben a nagymennyiségű adathalmazt igénylő mélytanuló (*Deep Learning*, DL) [10] rendszerek dominanciája figyelhető meg, mely egy meghatározó technológia a jelenleg is zajló nyedek ipari forradalomban [11,12].

A gumitermék alakoptimalizálási feladatának megoldása során egy tervezőmérnök több – az 1.1. táblázatban felsorolt – problémával is szembesülhet, melyekre az elérhető megoldási módszerek napjainkban is aktívan kutatott területek. Ezért

értekezésemet az ide vonatkozó szakirodalmi áttekintéssel kezdem. A vonatkozó kontinuummechanikai háttérnek [13,14] köszönhetően a nagy alakváltozás, továbbá a deformált anyagban tárolt energia leírható, melyek segítségével a gumik nagymértékű rugalmas alakváltozása a hiperelasztikus anyagmodellek [15] segítségével vizsgálható. A gumitermékek modellezése során meg kell küzdeni az anyagi, a geometriai és az érintkezési hatásokból származó nemlinearitásokkal. A kereskedelmi forgalomban kapható általános célú végeeselemes rendszerek rendelkeznek a nemlineáris egyenletrendszereket kezelni képes numerikus megoldókkal. A gumitermék működésének vizsgálata így az elérhető végeeselemes rendszerek [P8] segítségével elvégezhető, azonban a kapott eredmények pontosságát alapjaiban meghatározza az alkalmazott anyagmodell. Ezért kutatásom első célkitűzésében arra kerestem a választ, hogy a termék terhelésének ismeretében milyen megfontolások alapján lehet a hiperelasztikus anyagmodellt és annak paramétereit megválasztani.

1.1. táblázat Numerikus szimuláció alapú alakoptimalizálási feladat során felmerülő problémák és megoldási módszereikre elérhető kutatási területek

Probléma	Kutatási terület, módszer
Gumiszerű anyagok viselkedésének matematikai modellezése	Hiperelasztikus anyagmodellek
Jobb megoldás elérése rövidebb idő alatt	Helyettesítő modell alapú optimalizálás: statisztikai mintavételezés (DoE); válaszfelület módszer (RSM); gépi tanulás (ML)
Ismeretlen viselkedésű célfüggvény optimalizációja	Globális optimum kereső eljárások: genetikus algoritmus (GA), szimulált hűtés (SA)
Automatizálás növelése, feladat összetettségétől független adaptálhatóság	Mesterséges intelligencia eszközei

Kutatásom második célkitűzése egy tervezési folyamatba illeszthető optimalizáló eljárás fejlesztése. Az optimalizáló módszer kiválasztása az 1.2. ábra alapján három szempont alapján történhet, mely a hatékonyság, a robusztusság és a pontosság. Azonban egy jól kidolgozott eljárás esetén is csak két szempont elégíthető ki hiánytalanul. A tervezés alatt az innovációt és piaci versenyképességet szem előtt tartva napról napra újabb műszaki követelményeket kell kielégíteni, így az optimalizációs feladat és annak célfüggvénye is változik. Ezen okból adódóan csak olyan robusztus eljárás jöhet szóba, mely a feladat típusától függetlenül képes az optimum megközelítésére. Ha a szimuláció futásideje hosszú, vagy a számítási kapacitás korlátozott, akkor kézenfekvő megoldás a helyettesítő modell (metamodell, *surrogate model*) [16] alapú eljárást választani. Kutatásom során célként tűztem ki helyettesítő modellként gépi tanuló eljárást alkalmazni. Az eljárással becült eredmény pontossága

azonban nem jobb mint a betanított helyettesítő modell és a globális optimum megtalálása sem garantált. A tanításhoz szükséges adathalmaz generálására különböző statisztikai mintavételezéseken alapuló kísérletterveket (*Design of Experiment, DoE*) [17] kívánok tesztelni. Amennyiben pontosabb eredményt kívánunk garantálni a robusztusság megtartásával akkor a magasabb függvényhívás számot igénylő globális optimum kereső eljárásokat célszerű választani.



1.2. ábra Az optimalizáló módszer kiválasztásának szempontjai

Kutatásom során célom olyan zárt eljárás kidolgozása, mely emberi beavatkozás nélkül a mérnöki szimuláción alapuló optimalizálási feladatokat a célfüggvény tulajdonságaitól függetlenül képes megoldani. Ezt a jelenleg is kutatott módszerek összekapcsolásával és feladatspecifikus implementálásával kívánom elérni. Az eljárás kidolgozása alatt elvárás, hogy az optimalizációs folyamat számítási időszükséglete előre becsülhető legyen és az ipar által alkalmazott szoftverek kerüljenek alkalmazásra. Ezzel elősegíthetjük a módszeres gépészeti tervezési folyamatokba való integrálhatóságot.

1.1. Probléma bemutatása

A vizsgálataimhoz esettanulmányként egy a haszongépjárművek légrugójában található másodlagos rugóként üzemelő gumiütköző tervezését választottam, melyre az 1.3 ábra mutat példát. Az ütközések és lökések felvételére különösen alkalmas gumiütközők előnye az acélrugókkal szemben, hogy a lökés után fellépő lengés a gumi belső csillapításának köszönhetően gyorsan elnyelődik. Az acéloknál nagyobb a fajlagos munkafellevő képességük és egyszerű szerkezeti kialakítás, valamint kis tömeg jellemzi őket, így alkalmazásuk gazdaságos [18].



1.3. ábra Haszongépjármű légrugójának metszete a vizsgált másodlagos gumiütközővel [19]

A gumiütköző a működése során két fémlap között egytengelyű nyomó terhelésnek van kitéve, miközben alakváltozása elérheti magasságának 30 [%]-át is. Deformációja korlátozva lehet egyéb fémkatrészekkel is, de a nagy alakváltozás következtében akár önmagával is érintkezésbe kerülhet. Így a terméket összetett alakváltozási állapot jellemzi, mely alatt kiinduló geometriáját jelentős mértékben megváltoztatja, így az erősen nemlineáris viselkedést mutat. Gumiütközők tervezése során az egyik legfontosabb műszaki követelmény a termék nyomó terhelés alatti erőelmozdulás karakterisztikája, mely a vevői elvárások alapján ismert. Ennek a célnak az elérésére a mérnökök többféle megoldási utat választhatnak. A késztermék karakterisztikájának ellenőrzése állandó alakítási sebesség melletti három előterhelő ciklust követő, negyedik felterhelés alatt mért félciklus adatai alapján történik. A kiértékelés a különböző mértékű összenyomódáshoz tartozó terhelőerő értékekkel történik, melyek relatív eltérése a műszaki követelményekben megadott elvárt erő értékektől maximálisan 15 [%]-os lehet.

A karakterisztika változtatásának egyik lehetősége a gumikeverék és ezáltal az anyag mechanikai viselkedésének módosítása, mely az alapanyag drágulását vagy kifáradási határának csökkenését is okozhatja. Ezért egy új keverék kifejlesztése hosszadalmas folyamat és számos anyagvizsgálat elvégzését igényli. Ez az út a legtöbb esetben akkor járható, ha rendelkezésre áll a vállalat által használt gumi alapanyagokra egy anyagadatbázis, vagy saját keverőüzem. Egyéb esetben beláthatatlan időt és költséget jelenthet egy új gumikeverék receptúra fejlesztése.

Másik lehetőség a gumiütköző deformációjának korlátozása fém alkatrészekkel, melynek hatására merevebb rugókarakterisztika érhető el. Azonban az új alkatrészek alkalmazása jelentős többletköltséget jelent nagysorozatban gyártott termékek esetén, mint amilyenek a haszongépjárművekben alkalmazott légrugó egységek is.

A tervezőmérnökök ezért általában a termék alakjának módosításával érik el a kívánt működési karakterisztikát, mely folyamatot alakoptimalizálásnak nevezzük. Több hazai és nemzetközi analitikus tervezési segédlet is elérhető gumirugók tervezésére, azonban azok többnyire adott geometriai kialakításokra és egyszerű igénybevételekre alkalmazhatóak, korlátozott alakváltozási mérték mellett tapasztalati úton felvett számolóábrák segítségével [18,20,21]. Mankovits értekezésében egy egyedi fejlesztésű végeeselemes célprogramot dolgozott ki tengelyszimmetrikus gumitermékek nagy alakváltozásainak számítására. A gumi alapanyag viselkedésének modellezésére a kétváltozós Mooney-Rivlin hiperelasztikus anyagmodellt alkalmazta, az anyagparamétereket pedig a termék Shore keménységéhez tartozó irodalmi adatok alapján határozta meg. Gumiütközők egy-, két- és háromváltozós alakoptimalizálási feladatait vizsgálta, ahol a célfüggvény a működési karakterisztikák közötti különbség minimalizálásaként került megadásra. A számításigényes szimuláció alapú optimalizálási feladatot SVR modellel helyettesítette, melynek betanításához a tanító adathalmaz előállítását az egyedi program továbbfejlesztésével érte el. A mintavételezést a tervezési változók előre megadott inkrementumainak kombinálásával végezte el. Az optimum az SVR modell által becsült értékek alapján került kiválasztásra diszkrét értékek közül optimalizáló algoritmus használata nélkül. A kifejlesztett eljárás alkalmasnak bizonyult az optimális működési karakterisztikát közelítő geometriai változók meghatározására [22,23]. A tervezési folyamat a végeeselemes módszer eszközeivel (nagy alakváltozás elmélete, hiperelasztikus anyagmodellek) megoldható feladat. Ehhez azonban minden esetben szükséges az alapanyag feszültség-alakváltozás viselkedésének ismerete. A vizsgált gumiütköző tengelyszimmetrikus kialakításának és peremfeltételeinek köszönhetően vizsgálható annak meridián metszetében, így a nemlineáris szimuláció ellenére az analízis futtatási ideje sem jelentős, mely lehetőséget biztosít az iterációs tervezési folyamatba való implementálásra és számítás költséges optimalizáló eljárások alkalmazására.

1.2. Szakirodalmi áttekintés

1.2.1. Hiperelasztikus anyagmodellek a gumiszerű anyagok nagymértékű rugalmas tulajdonságának leírására

A gumi az elasztomerek csoportjába tartozik, azaz egy elasztikus és viszkozus tulajdonságokkal rendelkező polimer. A gumi kis erő hatására is jelentősen deformálódik, míg a terhelés megszűnése után visszanyeri kiinduló alakját [24]. Statikai végeeselemes analízis előkészítése során jól beállított elmozdulás szabadságfokú anyagmodellt kell alkalmazni. Ehhez elsőként szükséges a gumi

terhelési esetére adott mechanikai viselkedések matematikai leírására alkalmas anyagmodell kiválasztása, majd anyagspecifikusan meg kell adni az anyagegyenletekben szereplő paraméterek értékeit [25]. Ezen paraméterek meghatározása bizonyos esetekben egyszerű, anyagvizsgálatokból direkt úton kapható (rugalmassági modulus lineárisan rugalmas anyagmodellhez). Más esetben úgynevezett paraméter optimalizálási eljárást kell végezni, melyre célszoftverek állnak rendelkezésre, például a Hyperfit [26], vagy az MCalibration [27].

A matematikai modell az anyagi választ származtathatja a lokális anyagi viselkedések és interakciók mikromechanikai modellezéséből, vagy fenomenológiai modellezés során a mérhető makroszkopikus mennyiségek, mint a feszültség és alakváltozás közötti kapcsolatból. A gumi nemlineárisan nagymértékű rugalmas izotrop viselkedését hiperelasztikus anyagmodellel lehet leírni, mely az ide vonatkozó kontinuummechanikai háttérrel az alakváltozási energia segítségével írja le a feszültség és deformáció közötti kapcsolatot [13,14,28]. Ezen belül több anyagmodell is található különböző anyagparaméterekkel, melynek kiválasztása elsősorban a terhelés, az alapanyag, a pontosság, a könnyű implementálhatóság, vagy az általános célú végeselemes rendszerben való elérhetőség függvénye [15]. A fenomenológiai modellek közé tartozik a teljesség igénye nélkül a Mooney-Rivlin [29,30], az Ogden [31], a Yeoh [32] és a mikromechanikai modellek közelítéséből létrehozott Arruda-Boyce [33] és Gent [34] anyagmodellek.

Az energiaalapú modellek pontosságát az egy- és kéttengelyű húzó, valamint tiszta nyíró igénybevételre adott válaszokkal lehet vizsgálni. Az irodalmak jelentős része [35–39] ezen terhelésekre a Treloar által természetes gumin végzett mérési adatokat használja [40]. Az egyik leggyakrabban hivatkozott munkában 20 különböző anyagmodellt vizsgáltak meg. A teljes alakváltozási tartományon belüli anyagi viselkedés leírására a legjobban teljesítő modellek között szerepelt az Ogden, azonban 250 [%]-os korlátozott fajlagos nyúlásra a Mooney-Rivlin modell bizonyult hatékonynak [37]. Az anyagparaméterek hatékony megválasztására egy genetikusan alapuló többcélú optimalizálási eljárás került kidolgozásra, melynek segítségével 44 különböző hiperelasztikus anyagmodell került beállításra. A legjobban teljesítő modell kiválasztásánál az illeszkedés jóságán kívül figyelembevételre került az anyagparaméterek száma is [38]. A műszaki életben gyakran használt 15 féle hiperelasztikus modell rangsorolása került ismertetésre egy olyan értékelő rendszer alapján, mely figyelembe veszi a különböző terhelési esetek közelítésének szórását és az anyagparaméterek számát is. Az eredmények alapján az Ogden és Yeoh modell a legjobban teljesítő modellek közé tartozik [39]. Kevés irodalom ellenőrzi az illesztett anyagmodell becslési képességét a gumitermék terhelésére futtatott végeselemes szimulációval [41,42]. Egyes kutatások inverz anyagkalibrációt végeznek a végeselemes modell paraméterezésével, mely különösen sok anyagparaméter esetén

egy összetett és számításigényes feladat, anyagvizsgálati eredmények hiányában viszont egy kielégítő eljárásnak tekinthető [43,44].

1.2.2. Mérnöki optimalizáló eljárások

Szerkezetoptimalizálásról beszélünk olyan összetett mérnöki feladatok esetén melyek megkövetelik, hogy a viselkedés leírására a szerkezetanalízis numerikus eszközeit, míg az optimális konstrukció kiválasztására az elérhető matematikai eljárásokat alkalmazzuk [45]. A kiválasztás a tervezési változók terén adott válaszok alapján számított mérőszám segítségével történik, amit célfüggvénynek hívunk. A célfüggvény tulajdonságai a különböző problémák esetén eltérő [46]. Ha az analízis futtatási idejének hossza megengedi az optimalizáló algoritmus futtatását közvetlenül a modellen, számos lokális és globális kereső eljárás áll rendelkezésre [47]. A végeselemes szimulációval számított célfüggvény gradiense analitikus formában nem ismert, azonban közelíthető a különböző pontokra felírható függvényekkel vagy azok véges differencia hányadosával. Ilyen eljárásokkal lehetőség van Lagrange módszerén alapuló kvadratikusan optimalizáló eljárásokat alkalmazni a lokális optimum gyors és hatékony megtalálására [48,49]. A direkt kereső módszerek, mint a Powell-féle konjugált irány [50], vagy a Nelder-Mead Szimplex eljárása [51,52] a célfüggvény értékét használva képesek a lokális minimum környezetébe eljutni. Ha a célfüggvényről kevés információ áll rendelkezésre, akkor a feladatról keveset feltételező globális optimum kereső eljárások használata javasolt. Ide tartoznak a természet ihlette metaheurisztikus kereső eljárások, mint a genetikusan algoritmus [5], a differenciális evolúció [6], vagy a szimulált hűtési eljárás (*simulated annealing*, SA) [7], mely megfelelő beállításokkal garantálja a globális optimum egy kellően jó környezetének megközelítését. Azonban ezen algoritmusok számos paramétert tartalmaznak, melyek megválasztása feladatspecifikusan, ezért tapasztalati úton történik.

1.2.3. Gumitermékek alakoptimalizálása

A szerkezetoptimalizálási feladatokat csoportosíthatjuk az alkalmazott eljárás alapján méret-, alak- vagy topológia optimalizálásra. A vizsgált probléma miatt a továbbiakban csak a gumitermékek alakoptimalizálási feladatára alkalmazott eljárásokat ismertetem. Számos kutató végeselemes vizsgálaton alapuló eljárással tervezett gumialkatrészeket, melyek közül többen is [53–58] a legkevésbé hatékony próbálgatáson „*what if*” alapuló iterációs tervezést használták.

Többen is különböző optimalizálási algoritmusokat alkalmaztak a numerikus szimuláció alapú tervezésben, melyek közül Kaya [59] egy gumipersely differenciális

evolúcióval támogatott 2D-s alakoptimalizálását végezte el. Kim egy motortartó optimalizálásához a másodrendű konvergenciával rendelkező Fletcher módszert használta, míg a kényszerek érvényesítésére a Powel-féle büntető tag került hozzáadásra a célfüggvény értékéhez [60]. A természeti megfigyelések inspirálta részecskeeraj és tömegvonzás algoritmusok Matlab környezetben való hibrid implementálásával egy épületszerkezeti alátámasztásokhoz használt szeizmikus rezgéscsillapító gumielem többcélú optimalizálása került megoldásra [61]. Repülőgép ajtóknál használt szöveterősítésű gumitömítések alakoptimalizálását végezték [62], ahol a feladat sokváltozós, geometriai- és működési feltételeket tartalmaz és súlyozott célfüggvénnyel definiált. A végeeselemes modell előkészítéséhez egy Python környezetben írt szkripttel vezérelt Abaqus szoftver, a keresés az Isight szoftverben található adaptív módon működő szimulált hűtési eljárással, míg az eredmények utófeldolgozása Matlab környezetben valósult meg. Az összetett feladat ellenére a kidolgozott eljárás hatékonynak bizonyult egy jobb konstrukció megtalálására.

1.2.4. Gumitermékek helyettesítő modell alapú alakoptimalizálása

Ha a célfüggvény hívása kiemelkedően költséges, célravezető helyettesítő modell (metamodell, *surrogate model*) alapú optimalizálási eljárást alkalmazni [16]. A metamodellezés célja, hogy minél kisebb számítási ráfordítással tárjon fel kapcsolatot a független változók (tervezési változók) és az egy vagy több függő változó (célfüggvény) között. Ehhez elsőként mintavételezésre van szükség, amelyre a helyettesítő modell illeszthető, majd azon egy kereső eljárást futtatva becsülhető az eredeti feladat optimuma.

A kísérlettervezés egy statisztikai alapokon végzett mintavételezési eljárás. Segítségével tervezhető az elvégzendő kísérletek eloszlása és mennyisége úgy, hogy a változó paraméterek hatására kapott válasz viselkedéséről minél több információ álljon rendelkezésre, miközben cél a minél kevesebb teszt elvégzése [63]. Számos statisztikai kritériumokon alapuló kísérletterv ismert, mint például a teljes és részleges faktoriális tervezés, a középpontos kompozíciós terv (*Central Composite Design, CCD*) [64], a Latin Hiperkocka terv (*Latin Hypercube Design, LHD*), a Box–Behnken terv [65], a Taguchi terv és még számos egyéb eljárás [66]. A maximin LHD a mintavételezett pontok közötti minimális távolságok maximalizálására törekszik [67].

Különbéféle számítás-hatékony helyettesítő modell ismert, mint például a Kriging (*Gaussian Process Regression, GPR*), a radiális bázisfüggvények, a neurális háló, a regressziós döntési fák, a kernel módszereken alapuló tartóvektor gépek (*support vector regression, SVR*) [8], vagy a válaszfelület módszer (*response surface methodology, RSM*) [64]. A számításigényesebb megoldások közé tartoznak azok az eljárások, melyek a választ a korábban említett metamodellek súlyozott összegeként becsülik [68–70].

Nagy mennyiségű tanító adathalmazra és számítási kapacitásra van szükség a mélytanuló eljárások esetén, ezért azok alkalmazásának kerülése javasolt szimuláció alapú eljárások esetén.

Egy gumitermék numerikus vizsgálata során az ortogonális kísérleti táblával felvett tanulópontra hiba-visszaterjesztéssel betanított neurális háló képesnek bizonyult meghatározni a geometriai paraméterek és a három fő irány menti merevség közötti teljes nemlineáris kapcsolatot [71]. Egy forgó fűrőfej tömítésének teljesítményét és élettartamát optimalizálták Taguchi módszerét és ortogonális táblát alkalmazva [42]. Regressziós döntési fák és SVR helyettesítő modellek kerültek betanításra járművek felfüggesztésében használt gumiperselyek különböző terhelési esetre adott merevségének közelítésére. A tanító adathalmaz pontjai magfüggvényes sűrűségbecslési eljárással kerültek kiválasztásra, melyekre a merevség végeselemes vizsgálatok futtatásával került számításra [72]. Laboratóriumi vizsgálatokkal különböző terhelési esetekre vizsgáltak rezgéscsillapítókba szerelt gumiperselyeket, melyekkel jó egyezést mutattak a futtatott végeselemes vizsgálati eredmények. Ezért a numerikus modellt használva nagy mennyiségű adathalmaz került mintavételezésre, melyre a neurális háló alapú helyettesítő modell Matlab környezetben került betanításra és alkalmasnak bizonyult a gumipersely viselkedésének közelítésére [73]. Egy autóiipari ajtó tömítés keresztmetszetének alakoptimalizálási feladatát vizsgálták az ajtózárodás javításának céljából [74]. A keresztmetszet geometriai paraméterei és a záródáshoz szükséges erő közötti kapcsolatot leíró helyettesítő modellnek neurális hálót alkalmaztak. A részecskeraj és genetikus algoritmus hatékonysága 50-szer futtatott keresések átlagaként került összehasonlításra. A kutatás kitért a genetikus algoritmus paramétereinek neurális hálón történő vizsgálatára is. A helyettesítő modell alapú optimum 7,9 [%]-os eltérést mutatott a meghatározott kialakításra futtatott végeselemes analízis eredményétől.

1.2.5. Gépi tanuló eljárások regressziós feladatra

A gépi tanulás egy jól megfogalmazott feladat minél jobb megoldására fókuszál. A mélytanulás - amely a gépi tanulás egy speciális változata - pedig egy általános intelligencia kifejlesztését is megcélozza. Mitchell [75] meghatározása a gépi tanulásra: *"A computer program is said to learn from experience E with respect to some class of tasks T and performance measure P if its performance at tasks in T, as measured by P, improves with experience E"*. A gépi tanulási módszernek szüksége van egy bemenő adathalmazra, melyet felhasználva olyan információt képes kinyerni, mely a rendszer megváltoztatásával létrehozott szabályokkal képes a számára korábbiakban ismeretlen adatokra egy kimenő jellemzőt megállapítani. Ezt a képességfejlesztési folyamatot tanulásnak nevezik, melynek kivitelezésére a felügyelet nélküli

(*unsupervised*), felügyelt (*supervised*) és megerősítéssel tanulás (*reinforcement learning*) ismert [76]. Felügyelt tanulás esetén a tanulás tanítóval valósul meg, amihez a tapasztalatokat egy olyan adathalmaz szolgáltatja melynek célértéke ismert. Ebbe a csoportba tartoznak az osztályozási és regressziós eljárások [76,77]. A korábban ismertetett helyettesítő modellek számos esetben a gépi tanuláson alapuló regressziós eljárásokat használják, ilyen a lineáris regresszió, a neurális háló, a regressziós döntési fák, a tartóvektor gépek vagy a Kriging. A numerikus szimuláció területén használt helyettesítő modelleket és trendeket áttekintő irodalomban a gépi tanuláson alapuló eljárások dominanciája figyelhető meg az elmúlt években publikált kutatások során [78].

1.2.6. Szimulált hűtési eljárás szerkezetoptimalizálási feladatokra

Az iparban előforduló alakoptimalizálási feladatokra megfogalmazott célfüggvényekről kevés információ áll rendelkezésre előzetesen, ezért jelen értekezés a globális optimum megközelítésére alkalmas szimulált hűtési kereső eljárást alkalmazza. A szimulált hűtési algoritmus további előnye, hogy a nagy alakváltozások szimulációja alatt sűrűn előforduló futtatási hibák esetén a kereső eljárás tovább futtatható egy másik megoldható pontból. Az elmúlt években az SA algoritmus számos új változatát implementálták mérnöki szerkezetoptimalizálási feladatok megoldására [79–82]. Ansys megoldó segítségével egy kvázistatikus terhelésű szerkezet kétváltozós alakoptimalizálási feladata került megoldásra a szimulált hűtési algoritmus használatával [83]. SA és Abaqus alkalmazásával egy ciklikus nyíró igénybevételnek kitett lemez kötőelem alakoptimalizálási feladatát vizsgálták a kifáradási határ javítása céljából.

A feldolgozott irodalmak alapján megállapítható, hogy az SA algoritmus képes a globális optimum egy jó környezetének megközelítésére szerkezetoptimalizálási feladatok során, ha az algoritmus paraméterei előzetes próbálkozásokkal kerültek meghatározásra. Ez azonban egy időigényes emberi beavatkozást igénylő folyamat. Ha rendelkezésre áll elég idő és számítási kapacitás, akkor Anily és Federgruen vizsgálata alapján magas kezdeti hőmérsékletet és lassú hűtési eljárást kell alkalmazni [84]. Amennyiben a célfüggvény előállítása szimuláció segítségével történik, mindenképpen törekedni kell az algoritmus számítási költségének csökkentésére. Ebből adódóan számos kutatás foglalkozik a szimulált hűtési algoritmus paramétereinek feladatspecifikus beállításával, figyelembe véve a számítási költséget és pontosságot [85,86]. A szükséges függvényhívások száma és az algoritmus konvergencia sebessége nagymértékben függ a hőmérséklet paraméter hűtési stratégiájától, melynek hatását számos irodalom vizsgálta [87–90]. A hűtési stratégia paramétereinek megválasztása történhet analitikusan [91], vagy genetikus algoritmus

segítségével automatikusan [92]. A kiinduló hőmérséklet és a keresési tér méretét megadó paraméterek hatásának vizsgálata található [93]-ben. Egy szélerőmű elhelyezési feladatának megoldása jelentősen javult a konstans helyett adaptív keresési tér használatával. Az Ingber által ismertetett adaptív SA algoritmus egy összetett paraméter hangolási folyamattal határozta meg a megnövekedett számú paraméterek értékét [94].

1.3. Célkitűzések

A feldolgozott irodalmak alapján a Treloar mérési adatsorra illesztett energiaalapú hiperelasztikus anyagmodellek viselkedéséről és egymáshoz viszonyított pontosságáról elég eredmény áll rendelkezésre. Ezek alapján a fenomenológiai modellek közül a Mooney-Rivlin, az Ogden, a Yeoh, az Arruda-Boyce és a Gent anyagmodellek bizonyultak a legpontosabbnak és a legszélesebb körben elérhetőnek az általános célú végeelemes rendszerekben [P8]. A gumitermék nyomó terhelés alatti működési karakterisztikájának numerikus számításához szükséges a megfelelő hiperelasztikus anyagmodell kiválasztása és pontosságának ismerete. A tervezési követelmények alapján gyakran meghatározható a termék fő terhelése és annak mértéke, mely a vizsgált gumiütköző esetén egytengelyű nyomó terhelés a magasság 30 [%]-os csökkenéséig. A feldolgozott irodalmak egyike sem vizsgálta, hogy az anyagmodellt csak a fő terhelési esetre illesztve, az milyen hibával képes a gumitermék nyomás alatti összetett alakváltozási állapotának viselkedését becsülni. Ezért a kutatásom egyik célja az alapanyagon nyomóvizsgálati adatsorral meghatározott feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikára illesztett anyagmodellek pontosságának összehasonlítása. Kevés irodalom ellenőrzi az illesztett anyagmodell becslési képességét a gumiterméken futtatott végeelemes szimulációval, ezért az anyagmodellek pontosságát az összetett alakváltozási állapotnak kitett gumiütköző modellezett működési karakterisztikája alapján értékelem ki.

Az analitikusan meghatározott célfüggvényekhez képest, a vizsgált numerikus szimuláció alapú alakoptimalizálási feladat hívása költséges, ezért célszerű megvizsgálni a helyettesítő modell alapú optimalizálási eljárás alkalmazhatóságát. A feldolgozott irodalmak alapján a célfüggvényt közelítő helyettesítő modell pontossága nagymértékben függ a mintavételezett pontok számától és a tervezési téren belüli eloszlásuktól. A gumi nemlineáris tulajdonsága, valamint az optimalizálási feladatra felírt célfüggvény számítási módszeréből adódóan legalább háromszintű mintavételezés szükséges a tervezési változók mentén. Ezért összehasonlítom a különböző mintavételezési stratégiákra (Box-Behnken terv, középpontos kompozíciós terv, Latin Hiperkocka terv) betanított helyettesítő modellek optimum becslési képességét. A feldolgozott irodalmak és a témavezetőm kutatási eredményei alapján

a kernel módszereken alapuló tartóvektor gépek a feladat összetettségétől függetlenül alkalmasak a nemlineáris kapcsolatok leírására. Ezért ez értekezésben külön vizsgálom az SVR eljáráson alapuló gépi tanulási eljáráshoz szükséges tanulóponatok számát a becslési képesség kiértékelésével.

A nagy alakváltozással és hiperelasztikus anyaggal futtatott végeselemes szimuláció pontossága megvalósítható a mérnöki gyakorlatban elfogadott 5 – 10 [%]-os hibahatáron belül. Amennyiben a tervezés folyamatában további bizonytalanság várható, mint például helyettesítő modell alapú optimum becslés, akkor a relatív hiba mértéke könnyedén válhat nem megengedett mértékűvé. Amennyiben rendelkezésre áll elég idő és erőforrás, érdemes közvetlenül a végeselemes modellen futtatni a kereső eljárást. A feldolgozott cikkekben alkalmazott optimalizáló eljárások képesek egy a műszaki szempontból jobban teljesítő megoldást találni, de nem tértek ki arra, hogy a megtalált konstrukció a globális optimum-e. Egyik mű esetén sem foglalkoztak a kereső algoritmusok hiperparamétereinek automatizált beállításával figyelembe véve az algoritmust jellemző pontosságot és függvényhívás számot. Ezért kutatásom célja olyan eljárás kidolgozása, mely alkalmas a kereső algoritmusok hiperparamétereinek feladatspecifikus beállításának automatizálására numerikus szimuláción alapuló optimalizálási feladatok esetén. Az emberi beavatkozás eliminálásán túl célom az algoritmus tesztelésének és betanítási folyamatának gyorsítása, valamint a robusztusság növelése. Alapvető elvárásom az algoritmussal szemben, hogy a globális optimumot egy a feladat pontosságát érdemben nem befolyásoló mértékben legyen képes megközelíteni. További célom a beállított kereső eljárás várható függvényhívásának a becslése, ezáltal tervezhetővé téve az optimalizáláshoz szükséges erőforrást és időt. A kidolgozott eljárást a globális optimum megközelítésére alkalmas szimulált hűtési algoritmuson tesztelem. Az algoritmus függvényhívásának száma és pontossága a feldolgozott irodalmak alapján nagymértékben függ a hűtési stratégiától és a keresési tér nagyságától, ezért ezen hiperparaméterek megválasztásának hatását vizsgálom.

2. Hiperelasztikus anyagmodellek paramétereinek illesztése

A gumi az elasztomerek csoportjába tartozik, azaz egy elasztikus és viszkózus tulajdonságokkal rendelkező polimer. A gumikeverék receptúrájának összeállítása során a gyártók figyelembe veszik a feldolgozhatóságot és az árat, valamint a termékkel szemben támasztott követelményeket. A gumi összetevői közül a nagymértékű rugalmas viselkedés hordozója a polimerek csoportjába tartozó kaucsuk. Műszaki szempontból gumirugók készítésére a legelőnyösebb tulajdonságokkal a természetes kaucsukból (*Natural Rubber*, NR) előállított vulkanizátumok rendelkeznek. A mesterséges kaucsukokat elsősorban kedvezőbb árak miatt alkalmazzák. Ilyen például a butadién-sztirol kaucsuk (SBR), butadién-nitril kaucsuk (NBR) és kloroprénkaucsuk (CR). A keverék tartalmazhat többféle kaucsukot is, továbbá nélkülözhetetlen alkotó a térhálósító adalék, mely a kaucsuk viszkózus jellegű viselkedését keresztkötések létrehozásával alakítja rugalmassá. Ezen kívül a gumikeverékbe kerülnek az árat kedvezően alakító töltőanyagok és lágyítók, melyek a technológia tulajdonságait és a műszaki jellemzőket is módosítják. Továbbá tartalmazhatnak öregedésgátlókat és egyéb adalék- és segédanyagokat, így könnyen belátható, hogy számos gumikeverék receptúra létezik melyek pontos összetétele ipari titok, műszaki jellemzőik pedig széles skálán változhatnak [24].

A gumitermékek tervezéséhez elengedhetetlen a feszültség és alakváltozás közötti törvényszerűségek ismerete és azok modellezése melyre a legátfogóbb irodalom Bergström könyve [15]. Ezen kapcsolatra jellemző a nagymértékű rugalmas, nemlineáris és térfogatában összenyomhatatlan viselkedés. Ha figyelembe vesszük az időfüggést, akkor megfigyelhető a feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztika alakítási sebességtől való függése, az állandó terhelés alatti kúszás, valamint a terhelést megszüntetve a késleltetett visszatérés a kiinduló alakhoz [95,96]. Az előzetes alakítás mértékében a gumiban nem visszafordítható károsodás következik be, amelyet Mullins-hatásnak hívnak [97,98]. Az alakítás növelésének, valamint megszüntetésének félciklusaiban végzett munkák különbsége a molekuláris belső súrlódás hatására hővé alakul, mely viselkedés a mechanikai hiszterézis [18,20].

Statikai végeeselemes analízis előkészítése során jól beállított elmozdulás szabadságfokú anyagmodellt kell alkalmazni. Ehhez elsőként szükséges a gumi terhelési esetére adott mechanikai viselkedések matematikai leírására alkalmas anyagmodell kiválasztása, majd anyagspecifikusan meg kell adni az anyagegyenletekben szereplő paraméterek értékeit [25]. Ezek meghatározására

úgynevezett paraméter optimalizálási eljárást kell végezni, melyre célszoftverek állnak rendelkezésre, például a Hyperfit [26], vagy az MCalibration [27].

Gumik esetén az anyagmodelleket a deformációs energiasűrűség függvényével lehet megadni. Jól ismert a gumik idő- és hőmérséklet függése, azonban a hiperelasztikus modellek ezeket a tulajdonságokat nem veszik figyelembe. Az adalékoknak köszönhetően a műszaki gumik Poisson-tényezője nem éri el a 0,5 értéket, amely azt jelenti, hogy közel összenyomhatatlanok. Ilyen anyagok esetén a deformációs energiasűrűség függvény két részből áll: térfogatváltozási és deviátoros. Amennyiben összenyomhatatlan anyagot vizsgálunk, a térfogatváltozási deformációs energiasűrűség tag zérus lenne (mivel $\nu = 0,5$).

A deformációs energiasűrűség deviátoros tagjára különböző hiperelasztikus anyagmodellek állnak rendelkezésre. A hiperelasztikus anyagmodellek egy része fenomenológiai, amelyek matematikai függvényekkel közelítik az anyagi választ. Ilyen fenomenológiai modell többek között a Mooney-Rivlin, a Yeoh, a Gent, az Arruda-Boyce és az Ogden anyagmodell. A hiperelasztikus anyagmodellek másik csoportja pedig anyagszerkezettani tulajdonságok alapján becsüli a gumik terhelésre adott válaszát.

Jelen fejezetben a gumitermék nyomó terhelése alatti működési karakterisztika vége-selemes modellezésére alkalmas hiperelasztikus anyagmodellek illesztését és azok pontosságát vizsgálom meg. A légrugókban használt gumiütköző méretezések és ellenőrzések az időfüggést nem veszik figyelembe, jellemzően három előterhelő ciklust követően a felterhelés alatti rugókarakterisztika vizsgálatát írják elő állandó alakítási sebesség mellett. Így tehát a viszkózus és hiszterézis anyagi tulajdonságokat, valamint a Mullins-hatást jelen feladat során elhanyagolom. Elsőként az ide vonatkozó kontinuummechanikai háttért, majd a gumitermékek vége-selemes vizsgálatához a mérnöki gyakorlatban gyakran használt energia alapon definiált hiperelasztikus anyagmodelleket ismertetem. A termék gumikeverékének pontos összetétele és műszaki jellemzői ismeretlenek, ezért a késztermékből kimunkált hengeres nyomó próbatesteken határozom meg a gumi feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikáját. Ismertetem és elvégzem az anyagparaméterek illesztésének eljárását, továbbá az anyagmodellek illeszkedésének összevetését a mérési adatsorral, mely alapján átlagos relatív hibát számolok és ez alapján a legjobban teljesítő hiperelasztikus anyagmodellt meghatározom.

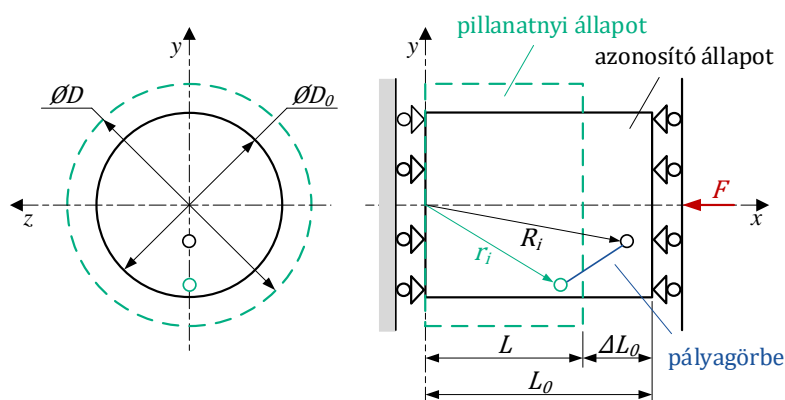
2.1. Hiperelasztikus anyagmodellek kontinuummechanikai háttere

A kontinuummechanika a külső terhelések (erő, elmozdulás, hőmérséklet) eredményeként létrejövő feszültségek és alakváltozások leírásával foglalkozik [13,14]. Ennek alapja a mozgásfüggvény, mely a 2.1. ábrán látható kontinuum mozgását

határozza meg a kiinduló (kezdeti) és pillanatnyi konfiguráció között t idő szerinti változásával (az elmozdulás az ábrával ellentétben általános esetben származhat nem csak alakváltozásból, hanem merevtestszerű mozgásból is). A vizsgált i -edik elemi rendszert különböztesse meg \mathbf{R}_i helyvektor a kiinduló időpillanatban. A Lagrange féle leírásmód alapján feltételezzük, hogy ismerjük a t_0 időpillanatban a kontinuum pillanatnyi helyzetét. Ezáltal annak mozgásfüggvénye az egyes elemi rendszerek t időpillanatban elfoglalt térbeli helyzetét megadó (pillanatnyi állapot) egyenlettel ismert

$$\mathbf{r}_i = X(\mathbf{R}_i; t), \quad (2.1)$$

ahol X egy vektor-vektor függvény.



2.1. ábra. Nyomásnak kitett szilárd test rugalmas alakváltozása ideális esetben

Ahhoz, hogy a gumi feszültségi állapotát meghatározzuk egy kontinuum elemre, az előírt deformációk és terhelések függvényébe, szükséges leírni milyen alakváltozáson ment keresztül a vizsgált elemi rendszer az azonosító állapothoz képest. A kontinuum egy pontjának elemi környezetében az alakváltozási állapot egyik lehetséges megadása az \mathbf{F} alakváltozási gradiens

$$\mathbf{F} = \frac{\partial X(\mathbf{R}_i; t)}{\partial \mathbf{R}_i}. \quad (2.2)$$

Egy tengelyszimmetrikus gumialkatrész alakváltozási jellemzőinek értelmezéséhez vizsgáljuk meg a 2.1. ábrát, mely ideális körülmények melletti alakváltozást szemléltet a kezdeti időpillanatban található azonosító- és egy adott deformációs mérték alatti pillanatnyi konfigurációban [14]. A próbatest hossz koordinátatengelye (x) irányában a deformáció meghatározására szolgáló nyúlás (*stretch ratio*)

$$\lambda_x = \frac{L}{L_0}, \quad (2.3)$$

ahol L a megnyúlt hossz, L_0 pedig az eredeti hossz. Az \mathbf{F} alakváltozási gradiens megadható a főtengek koordinátarendszerében meghatározott főnyúlásokkal [14]

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

A matematikai modell az anyagi választ származtathatja a lokális anyagi viselkedések és interakciók mikromechanikai modellezéséből, vagy fenomenológiai modellezés során a mérhető makroszkopikus mennyiségek, mint a feszültség és alakváltozás közötti kapcsolatból. Amennyiben a gumi viszkozus tulajdonságaitól eltekintünk, akkor annak feszültségi állapota a pillanatnyi állapottól és bármely feszültségi mértéke az alakváltozási gradiensből függ [22]. A hiperelasztikus anyagmodell az alakváltozási energia segítségével írja le a feszültség és deformáció közötti kapcsolatot [13,14,28]. Amennyiben a kontinuum pontjának elemi környezetében ható feszültségek által végzett alakváltozásból származó munka csak az azonosító és pillanatnyi állapot függvénye, azaz nem függ az alakítási úttól, akkor a gumi nemlineárisan elasztikus tulajdonságát leíró anyagegyenlet [99]

$$\mathbf{P} = \frac{\partial W(\mathbf{F})}{\partial \mathbf{F}}, \quad (2.5)$$

ahol \mathbf{P} az I. Piola-Kirchhoff feszültségi tenzor és $\partial W(\mathbf{F})$ az egységnyi térfogatra vonatkoztatott deformációs energiasűrűség. Utóbbit két részre lehet bontani [13,100]

$$W = W_D(\mathbf{C}) + W_V(J), \quad (2.6)$$

ahol a $W_V(J)$ térfogatváltozásból származó deformációs energiasűrűség, míg $W_D(\mathbf{C})$ a deviátoros azaz az alakváltozásból (térfogatállandóság mellett) származó deformációs energiasűrűség. A térfogatváltozásból származó deformációs energiasűrűség függvénye a J térfogatváltozási aránynak, ami kifejezhető az alakváltozási gradiens tenzor determinánsaként

$$J = \det(\mathbf{F}) = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \frac{dV}{dV_0}, \quad (2.7)$$

ahol a dV a pillanatnyi állapotban lévő deformált térfogatelem, míg a dV_0 az azonosító állapotban lévő térfogatelem térfogata [14]. A deviátoros deformációs energiasűrűség

W_D függvénye \mathbf{C} -nek azaz a jobboldali Cauchy-Green alakváltozási tenzornak, amely a kontinuum elem alakváltozási állapotának leírására szolgál, továbbá felírható

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (2.8)$$

alakban, mely tenzorszorzatban az \mathbf{F}^T az alakváltozási gradiens transzponáltja, ezáltal

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^2 \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Ha az anyag rugalmas tulajdonságai izotropok (azaz az anyag tulajdonságai iránytól függetlenek), akkor a deformáció jellemzésére alkalmas a jobboldali Cauchy-Green alakváltozási tenzor három skalár invariánsa [13]

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2, \\ \bar{I}_2 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_3^2 \lambda_1^2, \\ \bar{I}_3 &= \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

A \mathbf{T} Cauchy-féle (valós feszültségek) feszültségtenzor meghatározható az I. Piola-Kirchhoff feszültségi tenzorból [99]

$$\mathbf{T} = \frac{1}{J} \mathbf{P} \mathbf{F}^T. \quad (2.11)$$

Az deformációs energiasűrűség megadható a Cauchy-Green alakváltozási tenzor skalár invariánsaival $(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3)$, így az anyagegyenlet [99]

$$\mathbf{T} = \frac{2}{J} \left[\left(\bar{I}_2 \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_2} + \bar{I}_3 \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_3} \right) \mathbf{I} + \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_1} \mathbf{C} - \bar{I}_3 \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_2} \mathbf{C}^{-1} \right], \quad (2.12)$$

ahol \mathbf{I} az egységtenzor és \mathbf{C}^{-1} a \mathbf{C} tenzor inverze. Ha azonban a deformációs energiasűrűséget a $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ főnyúlások függvényében adjuk meg akkor az anyagegyenlet [99]

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{J} \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} \mathbf{n}_i \otimes \mathbf{n}_i \quad (2.13)$$

ahol \otimes szimbólum műveleti jel a diádikus szorzásra, \mathbf{n}_i pedig az i -edik főirány egységvektora a pillanatnyi állapotban.

2.2. Fenomenológiai hiperelasztikus anyagmodellek

A deviátoros deformációs energiasűrűsége elérhető polinomiális formulákkal adott fenomenológiai modellek felírhatóak a Cauchy-Green alakváltozási tenzor skalár invariánsaival $W_D(\bar{I}_1, \bar{I}_2)$ ahogy azt elsőként Rivlin ismertette [29]. Egy másik leírási mód a főnyúlások $W_D(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ függvényében adja meg a deviátoros deformációs energiasűrűséget, amit elsőként Valanis [101] és Ogden [31] ismertettek. Az anyagmodellek többsége eredetileg összenyomhatatlan anyagra került meghatározásra. A továbbiakban vizsgáljuk meg a deformációs energiasűrűsége a Cauchy-Green alakváltozási tenzor első- és második skalár invariánsának függvényében felírt polinomiális formula általános alakját [15]

$$W_D(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = \sum_{i+j=1}^H c_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j, \quad (2.14)$$

ahol a c_{ij} anyagállandó meghatározása szükséges az anyagmodellben.

Az invariánsokon alapuló polinomiális formulán belül elérhető anyagmodellek a teljesség igénye nélkül a Mooney-Rivlin, a Yeoh, az Arruda-Boyce és a Gent. Annál több anyagparaméterrel rendelkező anyagmodell alkalmazása a célszerű, minél több inflexiós pont van a mérés felvett feszültség-fajlagos nyúlás görbében. A (2.14) összefüggésben ha $H = 1$ értéket vesz fel akkor nincs, $H = 2$ esetén egy, míg $H = 3$ esetén két inflexiós pont van a formula által leírt görbében [102]. Az indokolatlanul magas fokszámú modell használata az anyagmodell instabilitását okozhatja, így az a jobb illeszkedés ellenére is kerülendő.

2.2.1. Mooney-Rivlin hiperelasztikus anyagmodell

A Mooney-Rivlin formula két-, három-, öt-, és kilencparaméteres modellként érhető el, ezáltal általánosan alkalmazott, hiszen jó görbeillesztéssel rendelkezik. A háromváltozós Mooney-Rivlin modell előállítható a $H = 2$ és a $c_{20} = c_{02} = 0$ értékek (2.14) összefüggésbe történő helyettesítésével [29,30]

$$W_{D,MR3}(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = W_{D,MR3}(c_{10}, c_{01}, c_{11}) = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + c_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3). \quad (2.15)$$

2.2.2. Yeoh hiperelasztikus anyagmodell

Számos kutatás bizonyítja, hogy a legtöbb elasztomer esetén - ideértve a gumit is - a deviátoros deformációs energia sokkal kevésbé függ a Cauchy-Green alakváltozási

tenzor \bar{I}_2 második skalár invariásától, mint az \bar{I}_1 -től [32,103,104]. A deviátoros deformációs energia \bar{I}_2 függésének pontos meghatározása csak több terhelési esetre elvégzett anyagvizsgálattal lehetséges. Az anyagmodell \bar{I}_2 függésének elhagyása egyszerűbbé teszi a 2.3 fejezetben ismertetett Drucker-féle stabilitás teljesítését. Ezen eredményeket figyelembe véve Yeoh a harmadfokú polinominális formula ($H = 3$) felírásakor csak az \bar{I}_1 első skalár invariánst vette figyelembe [32]

$$W_{D,Y3}(\bar{I}_1) = W_{D,Y3}(c_{10}, c_{20}, c_{30}) = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{20}(\bar{I}_1 - 3)^2 + c_{30}(\bar{I}_1 - 3)^3 \quad (2.16)$$

2.2.3. Ogden hiperelasztikus anyagmodell

Ogden az energiafüggvény leírására közvetlenül a főnyúlásokat használja, ebből adódóan pontosabb közelítést ad a nagy nyúlástartományokban [31]

$$W_{D,Ogden}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = W_{D,Ogden}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{k=1}^H \frac{2\mu_k}{\alpha_k^2} (\lambda_1^{\alpha_k} + \lambda_2^{\alpha_k} + \lambda_3^{\alpha_k} - 3), \quad (2.17)$$

ahol μ_k a nyírómodulus és α_k egy dimenziótlán kitevő. Vizsgálataim során az általánosan használt $H = 3$ formulát alkalmazom, ezáltal 6 darab anyagparamétert kell meghatároznom a modell illesztési folyamata során, mely az elmúlt években ismertetett globális kereső eljárásoknak köszönhetően nem okoz különösebb problémát.

2.2.4. Arruda-Boyce hiperelasztikus anyagmodell

Arruda és Boyce a statisztikus mechanika módszereit alkalmazva az elasztomer mikromechanikai modelljének segítségével közelítette annak deformációját. Ehhez egy a főirányokkal egybeeső oldalélű térközepes köbös elemi cellában a középpontból az átlók irányába elhelyezett 8 [db] molekulaláncot használ [33]. A deformációs energiasűrűség egyik közelítését mutatja a (2.18) összefüggés, mely az \bar{I}_1 első skalár invariáns függvénye, ebből adódóan a kéttengelyű húzásra adott anyagi választ alul becsüli

$$W_{D,AB}(\bar{I}_1) = W_{D,AB}(\mu, \lambda_L) = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{c_i}{\lambda_L^{2i-2}} (\bar{I}_1^i - 3^i), \quad (2.18)$$

$$[c_1, c_2, c_3, c_4, c_5] = \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{20}, \frac{11}{1050}, \frac{19}{7050}, \frac{519}{673750} \right],$$

ahol μ a nyírómodulus és λ_L a nyúlási korlát.

2.2.5. Gent hiperelasztikus anyagmodell

A Gent modell a jól ismert Neo-Hooke anyagmodell kiterjesztése, ahol a deviátoros deformációs energia az \bar{I}_1 -nek logaritmusikus függvénye. Továbbá a véges nyújthatóságot az $\bar{I}_1 - 3$ értékét határoló J_m dimenziótlan paraméterrel biztosítja, ezáltal pontosabban modellezve a nagyobb nyúlástartomány alatti viselkedést [34]

$$W_{D,Gent}(\bar{I}_1) = W_{D,Gent}(\mu, J_m) = -\frac{\mu J_m}{2} \ln\left(1 - \frac{\bar{I}_1 - 3}{J_m}\right), \quad (2.19)$$

ahol μ a nyírómodulus. A modell előnyei közé tartozik, hogy kalibrálásához elég az egytengelyű húzóvizsgálat, melyre könnyedén illeszthető és mindig teljesíti a Drucker-féle stabilitási kritériumot.

2.3. Drucker-féle stabilitási kritérium

A Drucker-féle stabilitási kritérium alapján az anyagra csak a matematikai feltételeknek megfelelő nemlineáris feszültség-alakváltozás karakterisztika elfogadható [105,106]. A feltételeket nem teljesítő anyag instabilitását általában az okozza, hogy egy terhelési esetre több deformációs állapot is tartozhat. Ez a fajta viselkedés a numerikus analízis során megoldási nehézségeket okoz. Ezért, ha lehetőség van kerülni kell az instabil anyagi viselkedést. Jelen vizsgálat szempontjából Drucker első stabilitási kritériumát érdemes megvizsgálni mely kimondja, hogy a testre ható külső hatás (idő, hőmérséklet terhelés) növekménye a belső energia pozitív értékű megváltozását kell, hogy eredményezze. Ezért ebből energia nem szabadulhat fel, így teljesül az alábbi feltétel a tenzorok belső szorzatára

$$\Delta(JT) \cdot \Delta A_t \geq 0, \quad (2.20)$$

ahol T a Cauchy-féle (valós feszültségek) feszültségtenzor míg A_t a valós fajlagos nyúlásokat tartalmazó alakváltozási tenzor. A kritériumot teljesítő energiafüggvényre épülő nemlineárisan rugalmas anyagmodell feszültség-alakváltozás közötti kapcsolata mindig egyértelmű és inverz. A hiperelasztikus anyagmodellek húzó igénybevételre nagymértékű alakváltozás esetén is stabilak, de más terhelési esetre már kis alakváltozás esetén is instabillá válhatnak. Ezért az anyagmodell választ meg kell vizsgálni az anyagvizsgálatok során is alkalmazott általános terhelési esetekre, egy előre megválasztott maximális alakváltozási mértékig, melyet a 2.1. táblázat alapján vettem fel az anyagmodellek későbbi vizsgálatához [15,107].

2.1. táblázat. A Drucker kritérium vizsgálatának alakváltozási tartománya különböző terhelési esetekre

Terhelési eset	Fajlagos nyúlás tartománya
egytengelyű húzás-nyomás	$-0,5 \leq \varepsilon_{lim,ten} \leq 0,5$
tiszta nyírás	$-0,5 \leq \varepsilon_{lim,pl} \leq 0,5$
kéttengelyű húzás-nyomás	$-0,5 \leq \varepsilon_{lim,bia} \leq 0,5$
egyszerű nyírás	$-0,5 \leq \varepsilon_{lim,sh} \leq 0,5$
térfogati	$-0,1 \leq \varepsilon_{lim,vol} \leq 0,01$

2.4. A deviátoros deformációs energiasűrűséget leíró fenomenológiai modellek paramétereinek illesztése

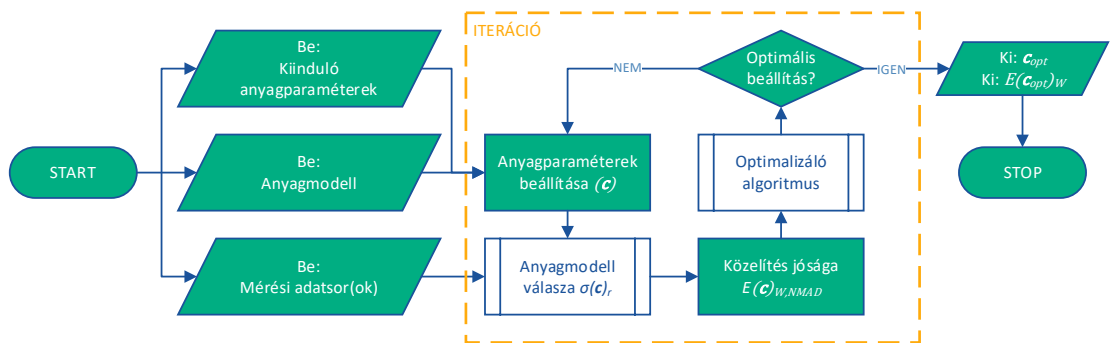
Az anyagmodell illesztéséhez szükséges feszültség-alakváltozás karakterisztika meghatározására a legelterjedtebb anyagvizsgálati eljárások az egytengelyű húzó és nyomó [S3, S4], a kéttengelyű húzó, a tiszta nyírás, az egyszerű nyírás, valamint a térfogati vizsgálat. Mivel a hiperelasztikus anyagmodellek a deformációs energia alapján definiáltak, a pontos paraméter kalibráláshoz két, de lehetőség szerint három terhelési esetre mért karakterisztika használata javasolt. Azon anyagmodellek esetén, melyek W_D deviátoros deformációs energiája csak az \bar{I}_1 függvénye, egy terhelési esetre is kellően pontosan kalibrálhatóak [15]. Ilyen anyagmodellek a Neo-Hooke, a Gent, az Arruda-Boyce és a Yeoh. A Mooney-Rivlin anyagmodell is kalibrálható egytengelyű vizsgálati adatsorral, azonban más terhelési esetre már kis alakváltozás esetén is instabillá válhat, ezért a Drucker-féle stabilitást fontos minden esetben megvizsgálni.

Az anyagmodell paramétereinek kiválasztása egy optimalizálási feladat, melyre a célfüggvény a mérésel felvett és a paraméterezett anyagmodell által leírt feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztika közötti különbségként számítható. Legyen C a változtatható anyagparaméterek \mathbf{c} vektorainak halmaza, továbbá az i -edik deformációs állapotra a mért feszültség $\sigma_{i,e}$, míg az anyagmodellel meghatározott feszültség $\sigma(\mathbf{c})_{i,r}$. Az optimális anyagparaméterek vektorának \mathbf{c}_{opt} meghatározásának egyik lehetősége a relatív hibák átlagának minimalizálása

$$E(\mathbf{c}_{opt})_{W,NMAD} = \min_{\mathbf{c} \in C} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{\sigma(\mathbf{c})_{i,r} - \sigma_{i,e}}{\sigma_{i,e}} \right| 100 [\%], \quad (2.21)$$

mely esetben a feszültség-fajlagos nyúlás adathalmaz minden pontpárja azonos súllyal kerül figyelembevételre a célfüggvényen belül. Ha cél az anyagmodell pontosabb működése a nagyobb alakváltozások tartományában, akkor a négyzetes hibaösszeget célszerű választani. Ha pedig ismert az anyag fő igénybevétele, vagy alakváltozási mértéke akkor lineáris interpolációval ezen tartományokban célszerű lehet az adatpontok számát növelni [68].

Az anyagmodell paramétereinek illesztése a 2.2. ábrán látható folyamat alapján történik, melynek első lépése az anyagmodell és kiinduló anyagparamétereinek megválasztása, továbbá a rendelkezésre álló mérési adatsornak a megadása. Ezt követően érdemes az anyagmodell illeszkedését megvizsgálni a kiinduló paraméterekkel. Ha a mérési adatsort jól közelíti az anyagmodell által adott válasz, akkor elégséges lehet lokális kereső eljárás alkalmazása, míg ellenkező esetben érdemes globális kereső eljárással az optimális paraméterek egy kellően jó környezetét megkeresni, majd lokális kereső eljárást alkalmazni. Ezen folyamatot szokás görbeillesztésként is említeni, melyre bizonyos végeeselemes szoftverek limitált képességekkel lehetőséget adnak, továbbá több piaci célszoftver is elérhető, például a Hyperfit [26] vagy az MCalibration [27].



2.2. ábra. A hiperelasztikus anyagmodell paraméter illesztési folyamata

2.4.1. Gumiüttköző nyomóvizsgálata, próbatestek kimunkálása, keménységmérés

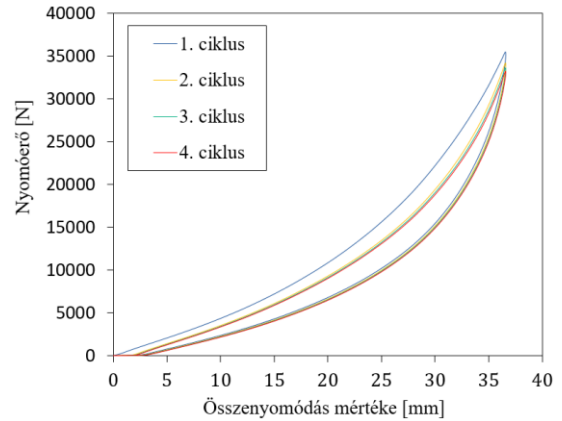
A gumiüttköző nyomóvizsgálatát egy Instron 8801 típusú (Norwood, MA, USA), szervo-hidraulikus egytengelyű dinamikus anyagfárasztó gépen végeztem el a 2.2. táblázatban található mérési körülmények között.

2.2. táblázat. A gumiüttköző nyomóvizsgálatának körülményei

Vizsgálati hőmérséklet, relatív páratartalom	25 [°C]; 50 [%]
Előterhelő ciklus száma, nagysága, sebessége	3 ciklus; 35 [mm]; 50 [mm/min]
Mért ciklus száma, nagysága, sebessége	4. ciklus; 35 [mm]; 50 [mm/min]
Mérési felépítés	Polírozott nyomólapok kenés nélkül

A 2.3. ábrán látható mért nyomóerő-elmozdulás diagramon jól látható az első és második ciklus közötti viszkózus és Mullins-hatásból adódó eltérések, melyek a további felterhelési karakterisztikák között már nem okoznak jelentős változást. A

termék műszaki viselkedését leíró karakterisztikát a 4. felterhelés alatt mért félciklusra felvett adatok alapján határoztam meg.



2.3. ábra. A gumitermék nyomóvizsgálata alatti mérési felépítés és a működési karakterisztika

A mintadarabokat a kész gumitermékben az ISO 23529 [S1] nemzetközi szabvány alapján munkáltam ki marógép segítségével, a terméken belüli mintavételezés helye és a kivágott próbatetek a 2.4. ábrán láthatóak. A gumipogácsákat a szabványnak megfelelően $29 \pm 0,5$ [mm]-es átmérőre és $12,5 \pm 0,5$ [mm]-es magasságra készítettem. Az alapanyagra referenciaként megmértem a keménységet az ISO 48-4 [S2] szabvány alapján egy BAREISS Digi-Test II típusú (Stouffville, ON, Kanada) automatikus Shore keménység mérő használatával, mely a próbatetekre 77 Shore A, míg a termékre 78 Shore A.



2.4. ábra. A mintavételezett próbatetek és elhelyezkedésük a gumiterméken belül

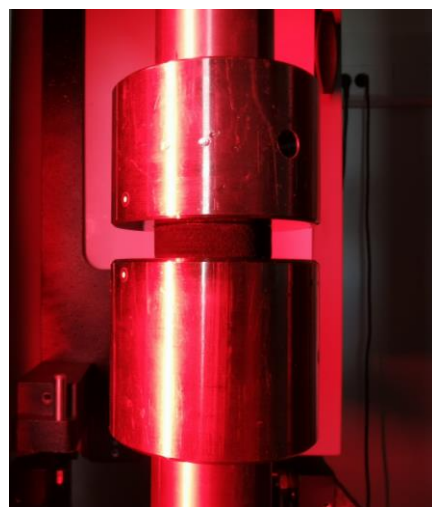
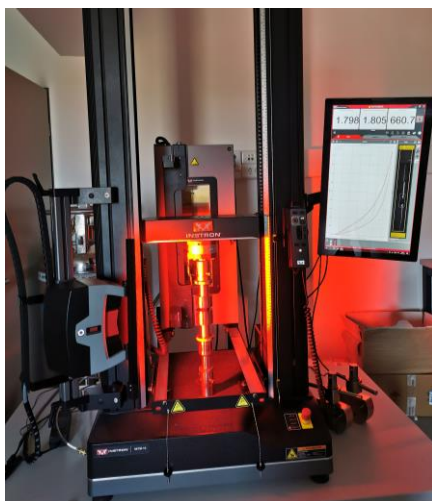
2.4.2. A gumi feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikájának felvétele nyomóvizsgálattal

A nyomóvizsgálatokhoz az Instron 68TM-10 típusú (Norwood, MA, USA) elektromechanikus egytengelyű anyagvizsgáló gépet és az Instron AVE 2 (Advanced Video Extensometer) érintésmentes optikai nyúlásmérőt használtam. A mérés az ISO 7743 szabványban [S3] leírt 'A' módszer alapján végeztem el a 2.3. táblázatban található mérési körülmények között. Az alakítási sebességet a gumitermék anyagát érő nyúlási sebesség alapján határoztam meg.

2.3. táblázat. A hengeres gumi próbatestek nyomóvizsgálatának körülményei

Vizsgálati hőmérséklet, relatív páratartalom	25 [°C]; 50 [%]
Előterhelő ciklus száma, nagysága, sebessége	3 ciklus; 6,4 [mm]; 6,76 [mm/min]
Mért ciklus száma, nagysága, sebessége	4. ciklus; 6,4 [mm]; 6,76 [mm/min]
Mérési felépítés	Polírozott nyomólapok kenéssel

A mérési felépítés a 2.5. ábrán látható, a súrlódás csökkentése céljából a nyomólapokat mechanikai polírozással készítettem elő, valamint a gumi próbatest és nyomólap között PTFE (politetrafluoretilén) kenőolajat alkalmaztam. A súrlódás hatására létrejövő hordósodás szemrevételezés alapján kis mértékben van jelen a 2.5. ábrán látható maximális összenyomódás során. A szabványban és a késztermékre előírt három előterhelési ciklust követően vettem fel a későbbi számításokhoz szükséges erő-alakváltozás görbéket, lásd az 1-es számú melléklet.



2.5. ábra. A próbatestek nyomóvizsgálati elrendezése és deformációja a maximális összenyomódáskor

A próbatest kialakítása és a mérés körülményei is ideálisnak tekinthetők, így ebben az esetben az összenyomódás mértéke és a szükséges terhelőerő között közel lineáris összefüggés a jellemző kis alakváltozás esetén (közel 15 [%]-os deformációig). A geometriai hibából adódó lineáristól eltérő mérési eredményeket ezen viselkedést figyelembe véve korrigáltam. Súlylódásmentes csúszást feltételezve a gumi és fémlap között, a nyomásból adódó feszültségeloszlás homogén, így a mérnöki feszültség

$$\sigma_{x,e} = \frac{F}{A_0}, \quad (2.22)$$

ahol A_0 az azonosító állapotban lévő keresztmetszet.

A méretváltozást a terhelés előtti hosszra vonatkoztatva a fajlagos nyúlást (mérnöki fajlagos nyúlás, Biot-féle nyúlás) kapjuk, melyet a vizsgálandó hossz mentén összegezve az alábbi összefüggés határoz meg pontosan

$$\varepsilon_{x,e} = \frac{\Delta L}{L_0} = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L_0} = \frac{1}{L_0} \int_{L_0}^L dL = \frac{1}{L_0} [L]_{L_0}^L = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1 = \lambda_x - 1. \quad (2.23)$$

A méretváltozást a mindenkorra hosszra vonatkoztatva a valódi fajlagos nyúlást (logaritmikus nyúlás, Hencky-nyúlás) kapjuk

$$\varepsilon_{x,t} = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = [\ln L]_{L_0}^L = \ln L - \ln L_0 = \ln \frac{L}{L_0} = \ln(1 + \varepsilon_{x,e}) = \ln(\lambda_x). \quad (2.24)$$

A gumi közel összenyomhatatlan anyagként viselkedik, így a térfogatváltozási arány értéke a (2.7)-es összefüggést használva

$$J = \lambda_x \lambda_y \lambda_z \approx 1, \quad (2.25)$$

amiből következik, hogy a nyúlás a gumiütköző keresztmetszetének irányában

$$\lambda_y = \lambda_z \approx \frac{1}{\sqrt{\lambda_x}}. \quad (2.26)$$

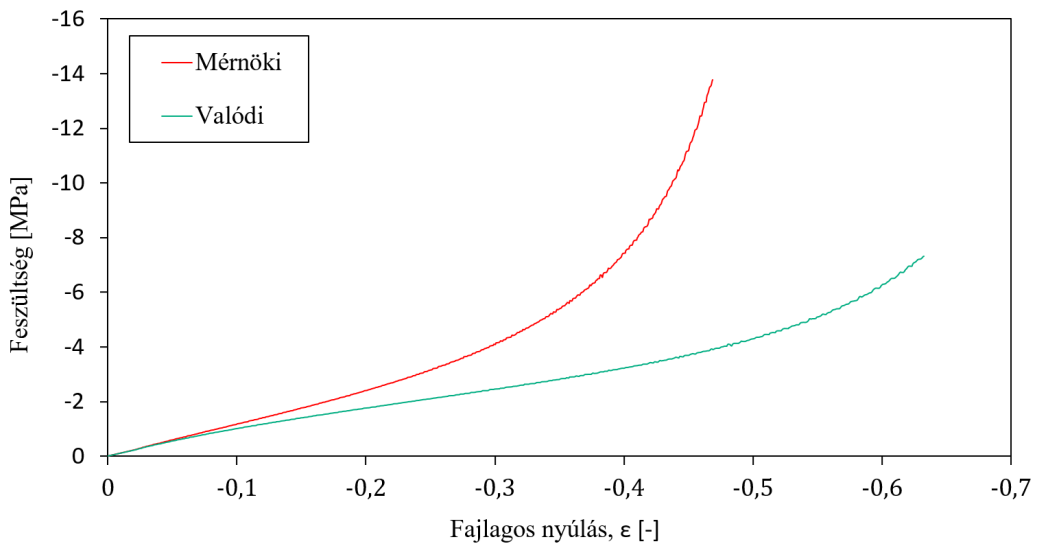
Így kifejezhető a pillanatnyi állapotban a keresztmetszet nagysága az azonosító állapotban lévő keresztmetszethez viszonyítva

$$A \approx \left(\frac{D_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\lambda_x}} \right)^2 \pi = \frac{D_0^2}{4} \pi \frac{1}{\lambda_x} = A_0 \frac{1}{\lambda_x}, \quad (2.27)$$

míg a valódi- és mérnöki feszültség közötti összefüggés

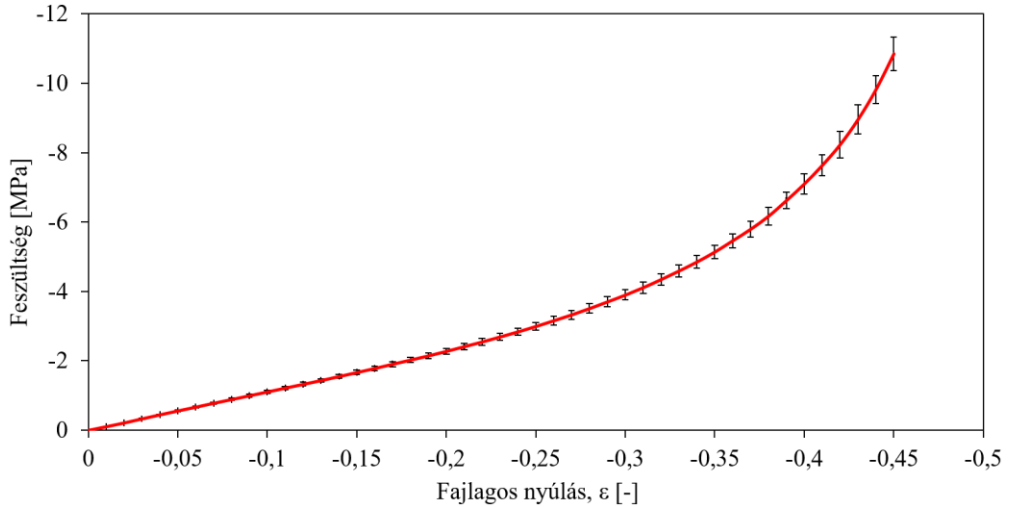
$$\sigma_{x,t} = \frac{F}{A} = \frac{A_0 F}{A_0 A} = \sigma_{x,e} \frac{A_0}{A} = \sigma_{x,e} \lambda_x = \sigma_{x,e} (1 + \varepsilon_{x,e}). \quad (2.28)$$

A (2.22-2.28) összefüggéseket felhasználva a próbatestekre meghatároztam a mérnöki- és valódi feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikákat. A 2.6. ábra az 1-es jelű próbatestre számított jellemző karakterisztikákat mutatja, melyek közül a valódi feszültség-fajlagos nyúlás görbének jól láthatóan inflexiós pontja van. A további próbatestek mérési eredményeit a 2-es számú melléklet tartalmazza.



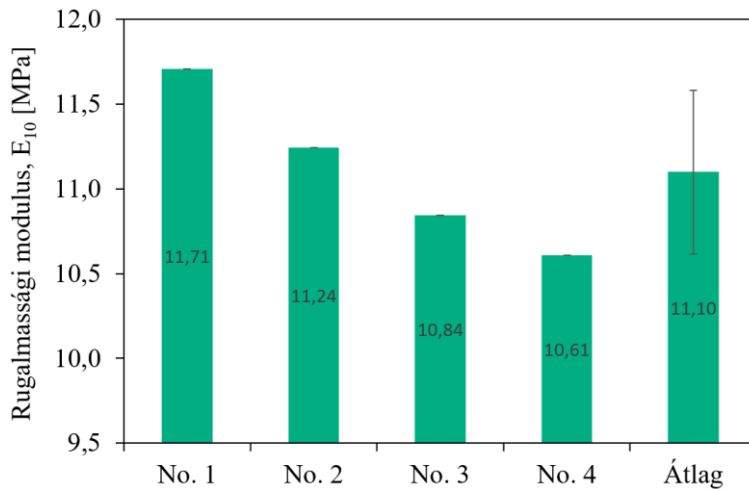
2.6. ábra. Az 1-es jelű próbatestre számított mérnöki- és valódi $\sigma - \varepsilon$ jelleggörbék egytengelyű nyomóvizsgálat esetén

A négy darab gumi próbatest átlagos mérnöki feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikájának meghatározásához és az adathalmaz pontjainak csökkentése céljából a próbatestek $\varepsilon = \{0; 0,01; 0,45\}$ fajlagos nyúláshoz tartozó feszültségeit a mért értékek közötti lineáris interpolációval határoztam meg Matlab nyelven írt szkript segítségével. Így megkaptam az anyagállandók meghatározásához szükséges átlagos mérnöki $\sigma - \varepsilon$ jelleggörbét (lásd 2-es számú melléklet), melyen külön feltüntettem a próbatestek azonos fajlagos nyúlásértékhez tartozó feszültségértékeinek szórását is a 2.7. ábrának megfelelően.



2.7. ábra. A próbatetek átlagos mérnöki $\sigma - \varepsilon$ jelleggörbéje egytengelyű nyomóvizsgálat esetén

A mérési eredményekből továbbá meghatároztam a 0 – 10 [%]-os fajlagos nyúlás tartományban a gumi E_{10} rugalmassági modulusát, melynek eredményét a 2.8. ábra mutatja.



2.8. ábra. A próbatetek rugalmassági modulusa, átlaga és szórása

2.4.3. Hiperelasztikus anyagparaméterek meghatározása

A görbeillesztéshez az MCalibration (PolymerFEM LLC, Dover, MA, USA) anyagmodell kalibráló szoftvert [27] és az egytengelyű nyomóvizsgálattal

meghatározott a 2.7. ábrán látható átlagos mérnöki feszültség-fajlagos nyúlás adathalmazt használtam. Optimalizáló eljárásként a szoftverben található automatikus keresést használtam, mely esetén beállítottam, hogy elsőként véletlen keresés kerüljön elvégzésre, majd ezt követően a Levenberg-Marquardt [108,109] és NEWUOA [110] megbízhatósági tartomány alapú módszerek kerüljenek futtatásra a nemlineáris legkisebb négyzetes feladat megoldására. A véletlen kereső eljárás miatt érdemes többszöri futtatást végezni az optimum meghatározására, ezért egy feltételes ciklust is beállítottam az optimalizáló eljárás ismétlésére, mely addig ismétlődik amíg nincs további költségfüggvény javulás. Költségfüggvénynek a (2.21) összefüggésben ismertetett relatív hibák átlagát $E(\mathbf{c}_{opt})_{W,NMAD}$ választottam.

A deviátoros deformációs energiasűrűséget leíró fenomenológiai anyagmodellek közül a Mooney-Rivlin, a Yeoh, a Gent, az Arruda-Boyce és az Ogden illesztését végeztem el, az így meghatározott anyagparamétereket a 2.4. táblázat tartalmazza. A meghatározott anyagparamétereket használva elvégeztem az anyagmodellek Drucker-féle stabilitási vizsgálatát a 2.1. táblázatban található terhelési esetekre. A 2.4. táblázatban láthatóan egyedül az Ogden mutat instabil viselkedést a $\varepsilon_{bia} = -0,42$ fajlagos nyúlást meghaladó kéttengelyű nyomó terhelésre.

2.4. táblázat. A görbeillesztéssel kapott anyagállandók értékei

Hiperelasztikus modell	Anyagparaméterek	Illeszkedés $E(\mathbf{c}_{opt})_{W,NMAD}$	Drucker-féle stabilitási feltétel
Mooney-Rivlin 3rd	$c_{10} = 4,33252$ [MPa] $c_{01} = 2,44690$ [MPa] $c_{11} = 0,65050$ [MPa]	0,721 [%]	Stabil
Yeoh 3rd	$c_{10} = 1,61168$ [MPa] $c_{20} = 0,46206$ [MPa] $c_{30} = 0,45899$ [MPa]	0,752 [%]	Stabil
Gent	$\mu = 2,69532$ [MPa] $J_m = 3,77895$ [-]	4,711 [%]	Stabil
Arruda-Boyce	$\mu = 1,51128$ [MPa] $\lambda_L = 1,28813$ [-]	4,833 [%]	Stabil
Ogden 3rd	$\mu_1 = -1,07018$ [MPa] $\mu_2 = 0,00018$ [MPa] $\mu_3 = 43,17404$ [MPa] $\alpha_1 = 0,00018$ [-] $\alpha_1 = 30,15348$ [-] $\alpha_1 = 0,11882$ [-]	2,830 [%]	Instabil kéttengelyű nyomó terhelésre $\varepsilon_{bia} < -0,42$

2.5. Az anyagmodellek ellenőrzése a nyomóvizsgálat végeselemes modellezésével

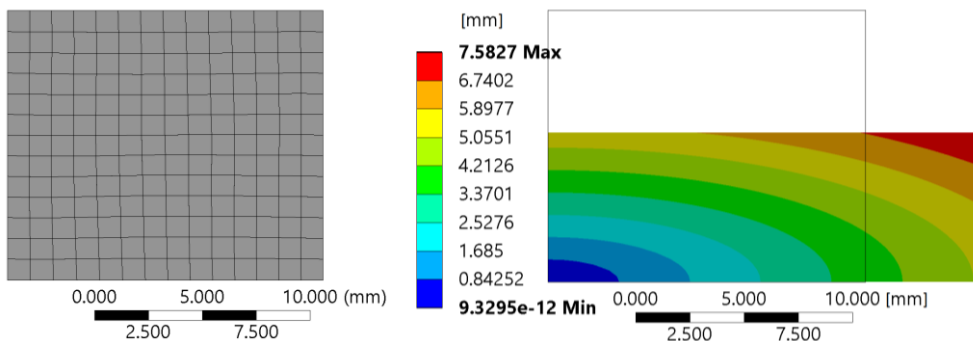
Célom a 2.4. táblázatban található görbeillesztéssel meghatározott anyagmodelleket használva a gumi próbatetek egytengelyű nyomóvizsgálatának végeselemes szimulációja és az anyagmodellek pontosságának ellenőrzése.

A vizsgált gumi próbatest geometriája, peremfeltételei tengelyszimmetrikusak, az alapanyag pedig izotrop, ezért tengelyszimmetrikus elemeket választottam a végeselemes diszkretizációhoz, mely beállításait a 2.5. táblázat tartalmazza.

2.5. táblázat. A végeselemes diszkretizáció beállításai

végeselem típusa	tengelyszimmetrikus
elem fokszáma, alakja	lineáris négyszögelem
elemméret	2 [mm]
anyagmodell	izotrop, hiperelasztikus a 2.4. táblázat alapján és $\kappa = 1000$ [MPa] a 2.6. fejezet alapján

Terhelésnek a 2.6. táblázatban található 45 [%]-os összenyomódás tartozó előírt elmozdulást írtam elő a próbatest felső élére. Az alsó élen található csomópontok szabadságfokait az ideális súrlódásmentes kapcsolatnak megfelelően kényszerítettem, amit jól szemléltet a 2.9. ábrán futtatás után kapott deformációs állapot.



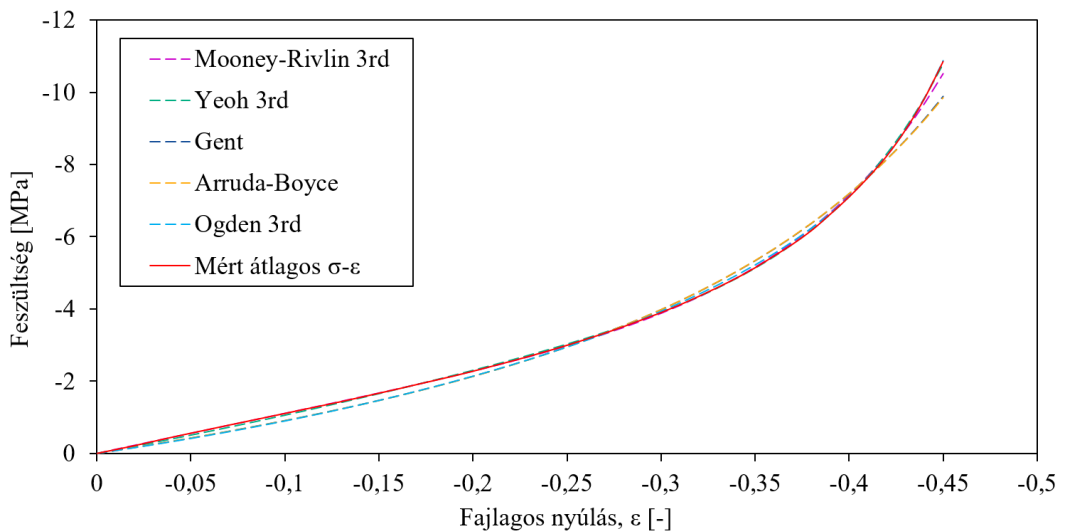
2.9. ábra A próbatest diszkretizált modellje ideális súrlódásmentes kapcsolatokat feltételezve és deformációs állapota 45 [%]-os magasság csökkenést okozó összenyomódás esetén a teljes elmozdulások színsávós megjelenítésével

Az analízis beállításait a 2.6. táblázat tartalmazza, az al-lépéseket az átlagos mérnöki $\sigma - \varepsilon$ jelleggörbe adatpontjainak számával megegyezően vettem fel. A nagy alakváltozások bekapcsolásával a valódi fajlagos nyúlásokkal kerül leírásra a deformációs állapot, amit a 2.10. ábrán látható mérnöki feszültség-fajlagos nyúlás görbék kiértékelésénél figyelembe kell venni.

2.6. táblázat. A végeleemes modell peremfeltételei és az analízis beállításai

terhelés	5,625 [mm]-es előírt elmozdulás (45 [%]-os összenyomódás)
kényszerezés	súrlódásmentes
analízis típusa	statikai
nagy alakváltozás	bekapcsolva
al-lépések	45 [db]
megoldó, közelítés	direkt, Newton-Raphson

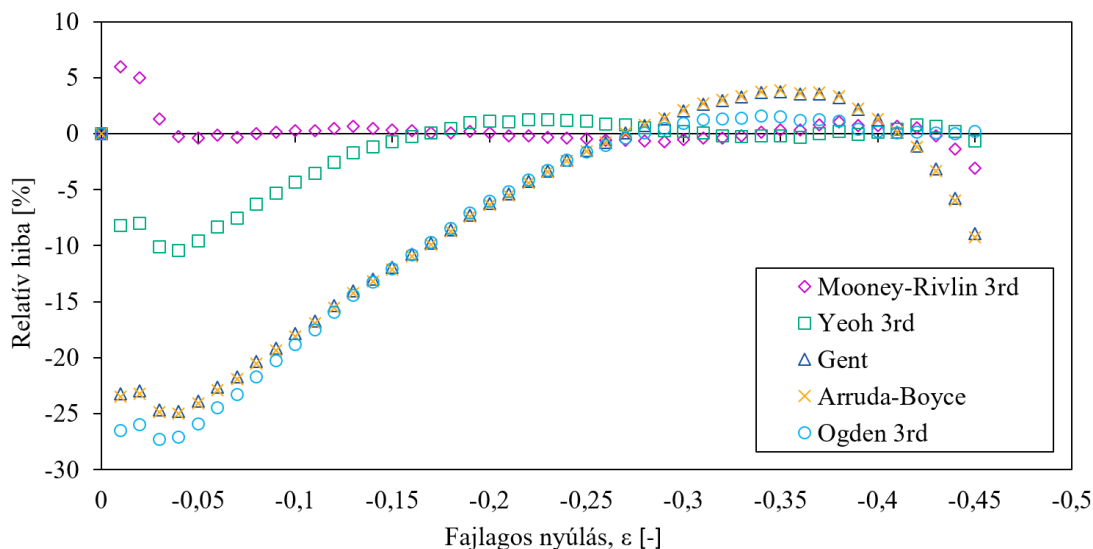
A végeleemes analízist futtatva kiértékeltem a forgástengely irányában ébredő valódi feszültség-fajlagos nyúlás értékeket minden al-lépésben, melyek az ideális peremfeltételek miatt homogének a háló mentén. A (2.22-2.28) összefüggéseket felhasználva meghatároztam a mérnöki feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikákat a különböző anyagmodelleket használva, melyek jellegét a 2.10. ábra mutatja. Az anyagmodellek jól közelítik az egytengelyű nyomóvizsgálattal felvett átlagos feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikát.



2.10. ábra. A különböző anyagmodellek összehasonlítása a próbatesten mért átlagos mérnöki $\sigma - \epsilon$ jelleggörbével

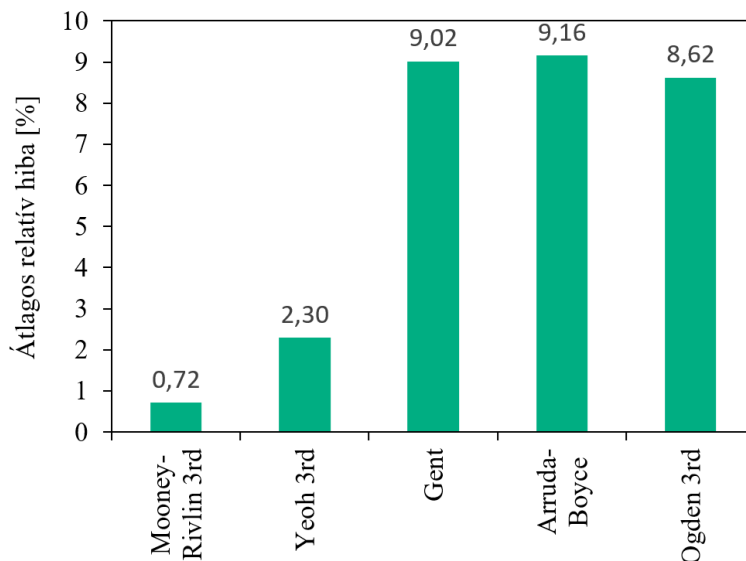
Az $\epsilon = \{0; 0,01; 0,45\}$ fajlagos nyúlásértékekre a különböző anyagmodelleket használva a gumi próbatest végeleemes modelljének futtatásával meghatároztam a feszültségeket. A különböző modellek fajlagos nyúlásértékekre adott feszültségeinek hibáját a próbatestek méréssel felvett feszültségeihez viszonyítva határoztam meg, lásd a 2.11. ábra. A kapott eredmények alapján a 10 [%] feletti fajlagos nyúlások

tartományában a Yeoh és Mooney-Rivlin anyagmodellek 5 [%] alatti hibával közelítik az anyag feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikáját. A 10 [%] alatti fajlagos nyúlás tartományban a gumi lineáris anyagtulajdonságokat mutat melytől a Mooney-Rivlin és Yeoh anyagmodellek szignifikánsan eltérnek, ennek oka a deformációs energiasűrűség polinomiális függvénnyel történő közelítésében keresendő. A Gent modell az Arruda-Boyce közelítése, ezért közel azonos a relatív hibák eloszlása a fajlagos nyúlás tartományában.



2.11. ábra. A különböző anyagmodellek relatív hibájának változása a próbatesten mért átlagos $\sigma - \epsilon$ jelleggörbéhez képest

Ha a relatív hibák értékeire átlag kerül számításra, akkor azt minden esetben az abszolút értékek átlagaként határozom meg és az értekezésben átlagos relatív hibaként fogok hivatkozni rá. Az anyagmodellek illeszkedésének egyik lehetséges mérőszáma az így számított átlagos relatív hiba, a kapott értékeket a 2.12. ábra mutatja. A Gent, az Arruda-Boyce és az Ogden anyagmodellek közel 10 [%]-os átlagos relatív hibával rendelkeznek, ami elsősorban a magasabb fajlagos nyúlás tartományban becsült feszültségértékek pontosságának köszönhető. Ezért ezen modellek használata nem javasolt, ha a teljes fajlagos nyúlás tartományon kívánjuk pontosan megállapítani a feszültség-fajlagos nyúlás közötti kapcsolatot. A Mooney-Rivlin és Yeoh anyagmodellek 2,5 [%]-os átlagos relatív hiba alatt közelítették a gumi nyomó terhelésre adott anyagi viselkedését.



2.12. ábra. A különböző anyagmodellek átlagos relatív hibája a próbatesten mért átlagos $\sigma - \varepsilon$ jelleggörbéhez képest

2.6. A térfogatváltozásból adódó deformációs energiasűrűséget leíró modell

Általános esetben az összenyomhatatlanság alatt azt értjük, hogy az anyag térfogatváltozása nulla hidrosztatikai nyomás hatására, így az $I_{III} = 1, J = \det(\mathbf{F}) = 1$ és a Poisson-tényező pontosan $\nu = 0,5$. A gumi vulkanizátumok a keverék adalékainak köszönhetően közel összenyomhatatlan viselkedést mutatnak, azaz a Poisson-tényező a $0,49 < \nu < 0,5$ tartományba esik. Ha számolni akarunk a térfogatváltozásból származó deformációs energiasűrűséggel, akkor annak kifejezésére közel összenyomhatatlan anyagra a leggyakrabban használt formula [111]

$$W_v(J) = \frac{\kappa}{2}(J - 1)^2 = \frac{1}{d}(J - 1)^2, \quad (2.29)$$

ahol κ az anyagra jellemző térfogati rugalmassági (*bulk*) modulus, míg az egyes szoftverekben használt d anyagparaméter kifejezhető az alábbi összefüggéssel

$$\kappa = \frac{2}{d}. \quad (2.30)$$

Hogy megértsük κ hatását vizsgáljuk meg az összenyomhatatlan anyag esetén fennálló rugalmassági kapcsolatot

$$\kappa = \frac{E_{10}}{3(1 - 2\nu)}, \quad (2.31)$$

ahova a korábban mérésrel meghatározott E_{10} értéket behelyettesítve (a 2.8. ábra) különböző κ esetére számítható a ν értéke, melyet a 2.7. táblázat tartalmaz. Az értékek alapján $\kappa = 500$ [MPa]-tól közel összenyomhatatlan anyagról beszélhetünk.

2.7. táblázat. A térfogati rugalmassági modulus értékének változtatásával kapott Poisson-tényező összenyomhatatlan anyag esetén

κ [MPa]	d [MPa ⁻¹]	E_{10} [MPa]	ν
10	0,2000	11,1	0,3150
100	0,0200	11,1	0,4815
500	0,0040	11,1	0,4963
1000	0,0020	11,1	0,4982
10000	0,0002	11,1	0,4998

A térfogati rugalmassági modulus pontos meghatározása csak az alapanyagon elvégzett laboratóriumi mérésrel lehetséges. A mérésre szabványos eljárás nem áll rendelkezésre, ezért a mérőlaborokban általában nem érhető el ez a típusú vizsgálati módszer. A mérőgép felszerszámozása pedig csak egyedileg gyártott eszközökkel lehetséges, így az idő- és költségigényes. Ezért jelen részben céлом a numerikus modell segítségével megvizsgálni azt, hogy lehetséges-e egy olyan javasolt κ értéket felvenni, mely a vizsgált feladat szempontjából elhanyagolható hibát okoz és a közel összenyomhatatlan tulajdonságot biztosítja.

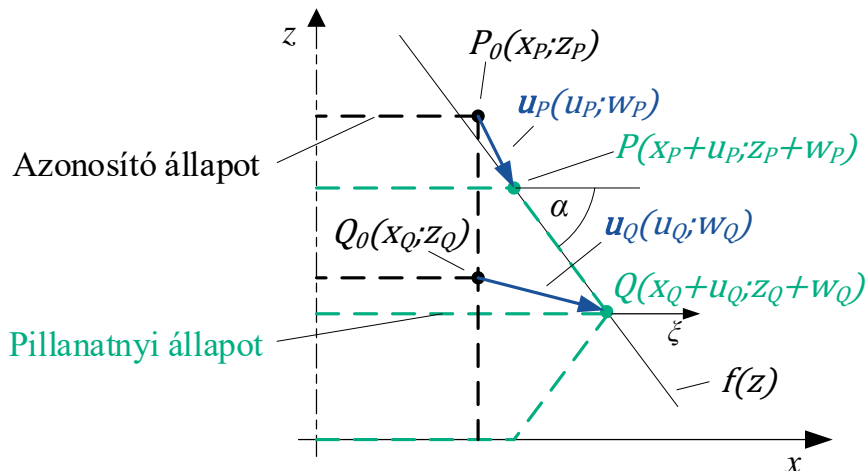
A végeeselemes futtatási eredményekből a dV_0 térfogatelemre vonatkoztatott fajlagos térfogatváltozás kiértékelhető

$$\varepsilon_{dV} = \Delta dV/dV_0 = (dV - dV_0)/dV_0 = J - 1. \quad (2.32)$$

A deformálatlan gumidarabra vonatkoztatva a vizsgált test fajlagos térfogatváltozásának mértéke a pillanatnyi állapotban

$$\varepsilon_V = \Delta V/V_0 = (V - V_0)/V_0 = V/V_0 - 1, \quad (2.33)$$

melynek értékét nem tudjuk közvetlenül a szoftverből kinyerni. Azonban a csomópontok elmozdulásvektorainak kiértékelésével a deformálódott forgástest térfogatát integrálszámítás segítségével meg lehet határozni.



2.13. ábra. A gumitest fajlagos térfogatváltozásának számításához használt pontok és elmozdulásvektorai.

A 2.13. ábra egy 2×1 -es hálózással diskretizált egyszerű hengeres gumütközőt szemléltet az ε_V számításához szükséges paraméterekkel, mely alapján az azonosító állapotban a deformálatlan gumitest térfogata

$$V_0 = x_P^2 \pi z_P. \quad (2.34)$$

A P_0 és Q_0 pontok az azonosító állapotban lévő diskretizált modell egy-egy csomópontját jelölik, melyek a geometriai méretek alapján adóttak. A deformálódott háló P és Q csomópontjai az \mathbf{u}_P és \mathbf{u}_Q elmozdulásvektorok segítségével számíthatóak. A számítások egyszerűsítése céljából vegyük fel a ξ tengelyt az x tengellyel párhuzamosan a Q ponton keresztül. Így a P és Q pontokat összekötő egyenes egyenlete a (ξ, z) síkban

$$f(z) = s^{-1}z + x_Q + u_Q, \quad (2.35)$$

ahol s az egyenes meredeksége

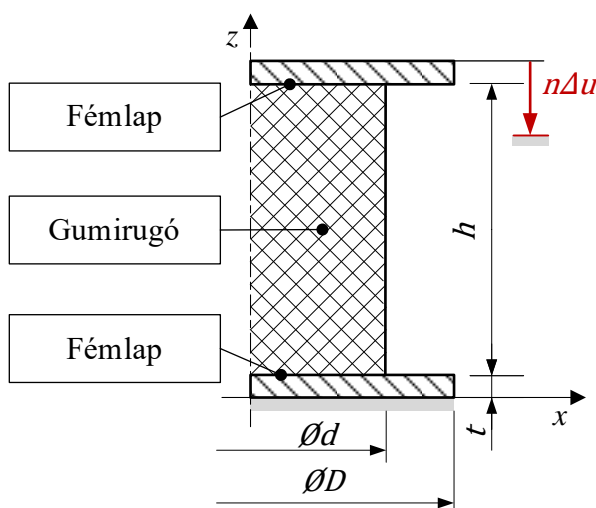
$$s = \operatorname{tg} \alpha = (z_Q + w_Q - z_P - w_P) / (u_Q - u_P). \quad (2.36)$$

A deformálódott gumitest egy V_{sz} szeletének a térfogata az $f(z)$ függvény által a $[0; \beta]$ intervallumon meghatározott forgástest térfogatával egyezik meg, így az alábbi határozott integrállal számítható

$$V_{sz} = \pi \int_0^\beta f^2(z) dz = \pi\beta \left[\frac{\beta}{3s} + x_Q + u_Q \right] + (x_Q + u_Q)^2, \quad (2.37)$$

ahol $\beta = z_P + w_P - z_Q - w_Q$ a 2.13. ábra alapján. A 2×1 -es hálózásból és a szimmetrikus feladatból adódóan V_{sz} megegyezik a deformált test térfogatának felével. Az ismertett eljárás finomabb hálózás esetén is alkalmazható a deformált test térfogatának számítására, melynek segítségével annak fajlagos térfogatváltozása ε_V is vizsgálható.

Mintapéldának egy egyszerű furat nélküli tengelyszimmetrikus, 65 Shore A keménységű gumiütközőt választottam (2.14. ábra). Az alapanyag Shore keménysége alapján lehetőség van referenciaértéket felvenni a kétváltozós Mooney-Rivlin anyagparaméterek értékére 35 – 70 Shore A tartományban [112]. A gumiütközőre alul és felül két fémfegyverzet van rávulkanizálva, melyeken keresztül nyomó terhelésnek van kitéve a magasság 50 [%]-áig, ami alatt az alakváltozás más módon nincs korlátozva. A κ értékének változtatásából származó hiba nagyságát jól követhetjük, ha megvizsgáljuk az összenyomáshoz szükséges terhelőerő változását.



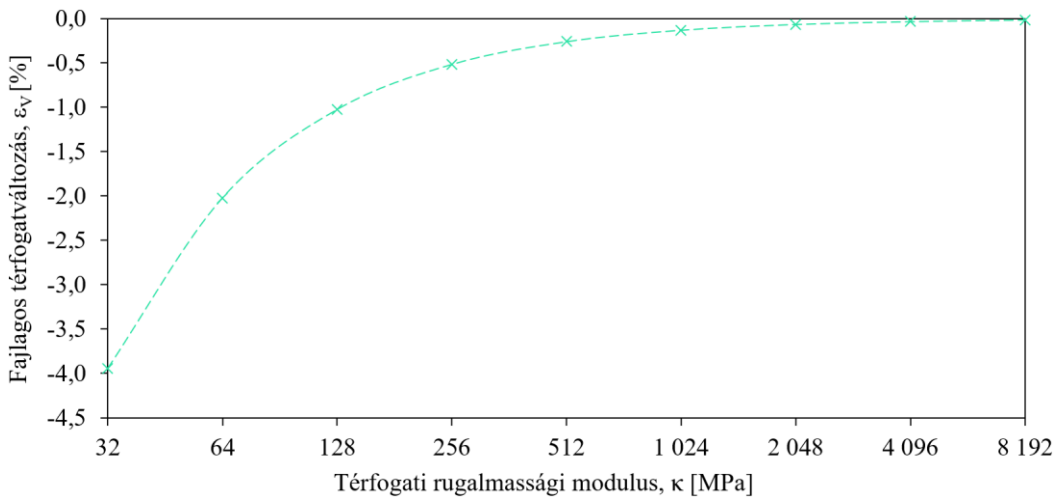
2.14. ábra. A térfogati rugalmassági modulus vizsgálatára használt gumiütköző és fémfegyverzeteinek mechanikai modellje

A numerikus analízist a gumitermék meridián metszetében végeztem el, a geometriát pedig párhuzamos oldalalú és azonos oldalarányú lineáris tengelyszimmetrikus négyszögelemekkel közelítettem, az egyéb beállításokat a 2.8. táblázat tartalmazza.

2.8. táblázat. A végeleemes diszkretizáció, peremfeltételek és az analízis beállításai

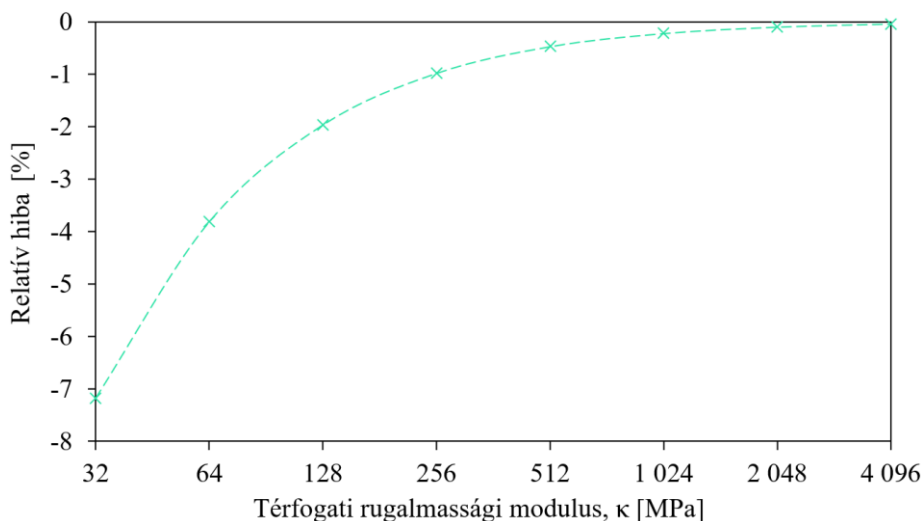
Geometriai paraméterek	
gumiütköző átmérője és magassága ($d; h$)	(20; 20) [mm]
fémlemez átmérője és vastagsága ($D; t$)	(30; 2,5) [mm]
Hiperelasztikus anyagparaméterek [112]	
Mooney-Rivlin állandó ($C_{10}; C_{01}$)	(0,6; 0,15) [MPa]
térfogati rugalmassági modulus (κ)	2^i ($i = 5 \dots 13$) [MPa]
Végeleemes modell beállítások	
végelem típusa	tengelyszimmetrikus
elem fokszáma, alakja	lineáris négyszögelem
elemméret a vonalak mentén	32x16 [db]
anyagmodell a nyomólapokra	izotrop, lineárisan rugalmas, $E = 2 \cdot 10^5$ [MPa], $\nu = 0,3$
kényszer	rögzített alsó nyomólap
kapcsolatok	ragasztott
elmozdulás növekmény (Δu)	1 [mm]
teherlépcsők száma (n)	10 [db]
analízis típusa, megoldó, közelítés	statikai, direkt, Newton-Raphson

A csomópontok elmozdulásvektorait és a (2.32-2.37) egyenleteket felhasználva kiszámítottam a gumiütköző fajlagos térfogatváltozását a maximális terhelés alatt. A különböző térfogati rugalmassági modulussal futtatott analízisekből kapott eredményeket a 2.15. ábrán megjelenítve megállapítható, hogy a fajlagos térfogatváltozás abszolút értéke 0,5 [%] alatti, ha $\kappa \geq 500$ [MPa].



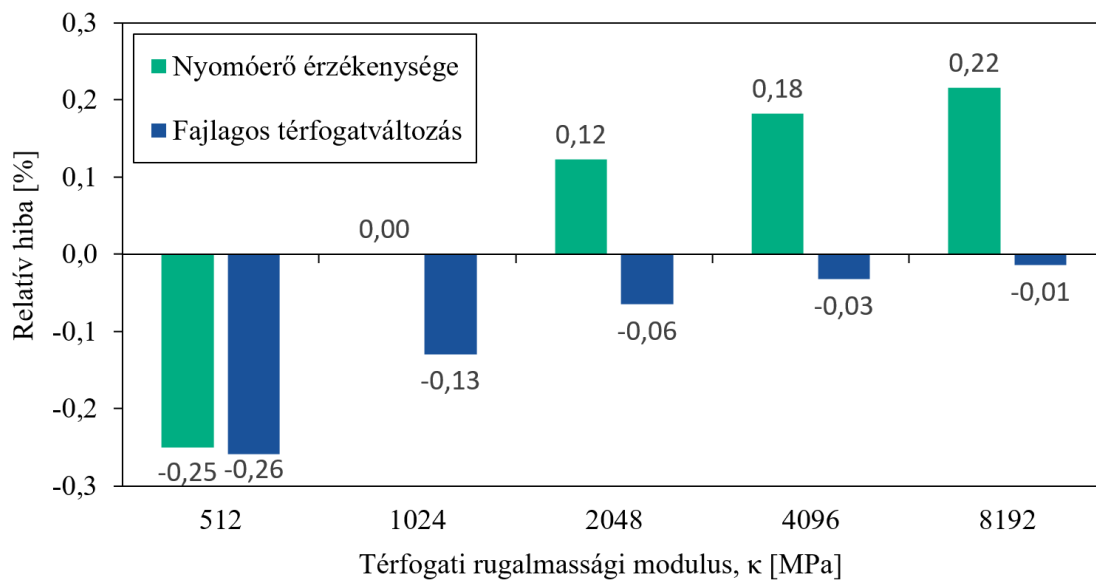
2.15. ábra. A vizsgált test fajlagos térfogatváltozása a maximális összenyomódás alatt különböző rugalmassági modulussal futtatott numerikus szimuláció esetén

A maximális összenyomódáshoz tartozó terhelőerő érzékenységét a κ függvényében megvizsgálva a 2.16. ábrát kaptam, ahol a referenciaértéknek a $\kappa = 8192$ [MPa]-os beállítással futtatott numerikus szimulációt használtam. Az eredmények alapján kijelenthető, hogy $\kappa = 500$ [MPa] értéktől a bulk modulus megválasztásából származó hiba 0,5 [%] alatti a nyomóerő nagyságában.



2.16. ábra. A maximális összenyomódáshoz tartozó terhelőerő érzékenysége a térfogati rugalmassági modulus változtatására

Ha a $\kappa = 1024$ [MPa] értékkel futtatott vizsgálat eredményeit választjuk referenciának, akkor a 2.17. ábrát megvizsgálva a nyomóerő hiba nagysága 0,25 [%]-tól kisebb a $500 \text{ [MPa]} \leq \kappa \leq 8000 \text{ [MPa]}$ tartományban. Így megállapítható, hogy a két fémlap között nyomott szabad alakváltozásnak kitett gumiütköző végeselemes vizsgálata során a κ értékének laboratóriumi vizsgálata nem szükséges. Ez az állítás abban az esetben helytálló, ha a végeselemes futtatás során a gumiütköző nyomó terhelés hatására bekövetkező fajlagos térfogatváltozása 0,13 [%]-nál kisebb mértékben változik. Ennek oka, hogy a növekvő térfogatváltozással az összenyomható hiperelasztikus anyagmodell energiasűrűségét leíró függvény is érzékenyebb a κ értékének megválasztására.



2.17. ábra. A $\kappa = 1024$ [MPa] értékkel futtatott vizsgálat eredményeit alapul véve a terhelőerő érzékenysége és a maximális alakváltozás alatti fajlagos térfogatváltozás értéke a térfogati rugalmassági modulus függvényében

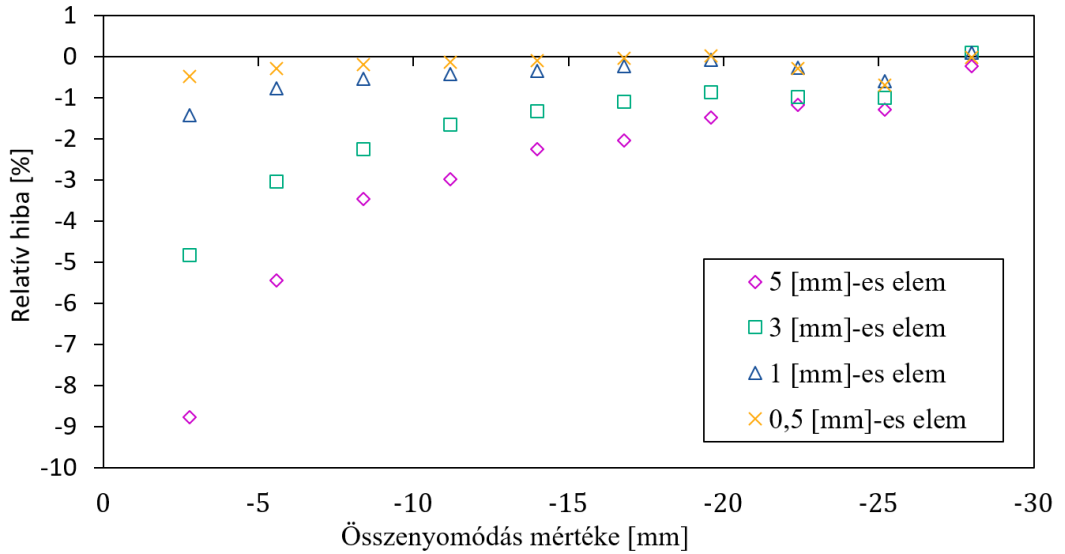
A gumiüttköző működése során érintkezésbe jön az alsó és felső nyomólapokkal miközben a magasságának csökkenése eléri a 30 [%] –ot. Ennek megfelelően súrlódásos él-él kapcsolatot határoztam meg, ahol az érintkező elemeket a gumiüttközőn, míg a keresendő elemeket a nyomólapon hoztam létre. A statikus súrlódási tényező értékét $\mu_s = 0,6$ -ra választottam [113], ezáltal többnyire tapadási állapot jellemző az érintkező elemek között az alakítás alatt.

A vizsgált gumiüttköző geometriája, peremfeltételei tengelyszimmetrikusak az alapanyag pedig izotrop, ezekből adódóan az alakváltozás nem függ a forgástengely körüli koordinátától. Ilyen esetben célszerű tengelyszimmetrikus elemet választani a végeelemes diszkretizációhoz, mely beállításait a 3.1. táblázat tartalmazza. Az összenyomhatatlan anyaggal diszkretizált hálók esetén nagy alakváltozás alatt megfigyelhető a végeelem bezáródás (*mesh locking*) jelensége. Ilyen esetben a hálózáshoz a bezáródásra kevésbé hajlamos négyszögelemeket kell alkalmazni lineáris közelítéssel [P15].

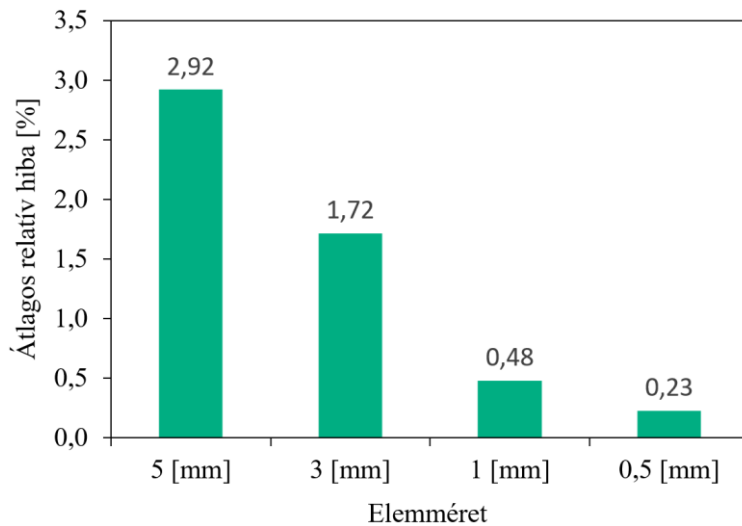
3.1. táblázat. A végeelemes diszkretizáció beállításai

végelem típusa	tengelyszimmetrikus
elem fokszáma, alakja	lineáris négyszögelem
globális elemméret	1 [mm]
anyagmodell a nyomólapokra	izotrop, lineárisan rugalmas, $E = 2 \cdot 10^5$ [MPa], $\nu = 0,3$
anyagmodell a gumiüttközőre	izotrop, hiperelasztikus a 2.4. táblázat alapján és $\kappa = 1000$ [MPa]

A vizsgálat célja a működési tartományra jellemző erő-elmozdulás karakterisztika kinyerése, ezért erőkonvergencia vizsgálatot végeztem a végeelemes háló elemméretének változtatása mellett. Az erő konvergencia vizsgálatot a 3.2. táblázatban található 30 [%]-os összenyomódáshoz tartozó előírt elmozdulás tíz egyenlő részre bontásával végeztem el, vagyis az analízis minden tizedik al-lépésének eredményét használtam. Viszonyítási értékeknek a 0,2 [mm]-es elemmérettel kapott erőértékeket vettem, a modellezéshez pedig minden esetben a 2.4. táblázatban található Mooney-Rivlin hiperelasztikus anyagmodellt alkalmaztam, a kapott eredményeket pedig a 3.2. ábrán szemléltetem. A 3.3. ábra az átlagos relatív hibák változását mutatja az elemméret függvényében. Ez alapján az 1 [mm]-es elemméret választással a hiba nagysága 0,5 [%] alatt tartható. A gumiüttköző és a fém nyomólapok geometriáját közelítő végeelemes háló a 3.4. ábrán látható. A több elemet tartalmazó háló jelentős mértékben megnövelheti az analízis futásidejét, mely optimalizálási feladat esetén kerülendő.



3.2. ábra. A nyomóerő elemméret érzékenységének vizsgálata különböző deformációs állapotokban



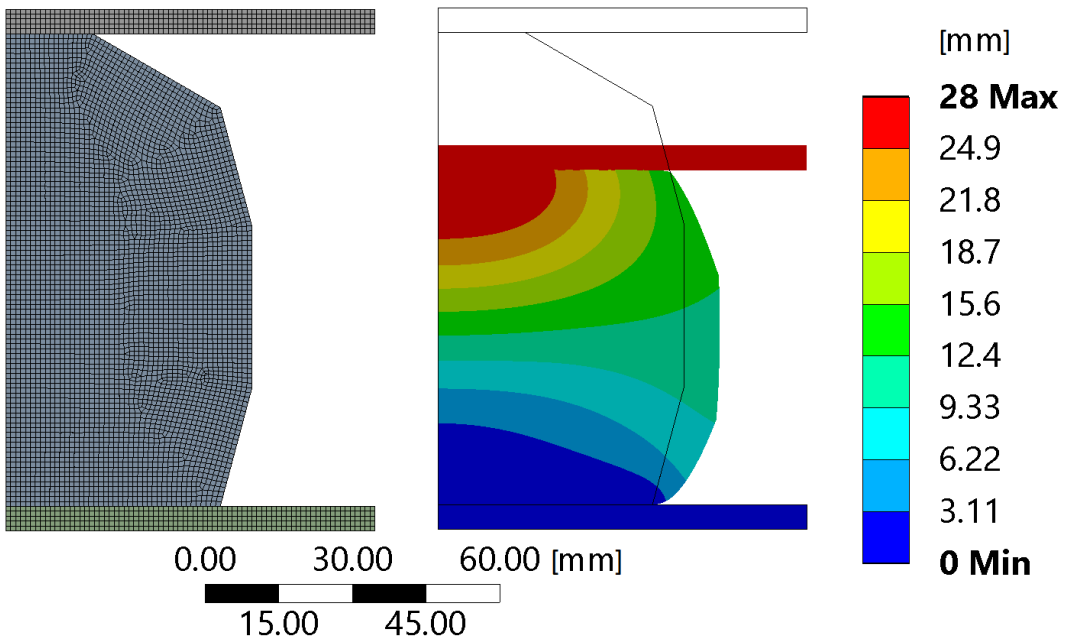
3.3. ábra. A nyomóerő elemméret érzékenységének vizsgálata

Nemlineáris problémák végeelemes vizsgálata során nagy figyelmet kell fordítani a végeelemes analízis 3.2. táblázatban található helyes beállításaira. A későbbi fejezetben bemutatásra kerülő optimalizálási feladat célfüggvénye miatt az analízis 100 [db] egyenletesen elosztott al-lépésben került megoldásra, melyből minden tizedik került eredményként kiírásra. Az analízis beállításainál a nagy alakváltozások bekapcsolásával valódi fajlagos nyúlásokkal kerül leírásra a deformációs állapot.

3.2. táblázat. A végeleemes modell peremfeltételei és az analízis beállításai

terhelés	28 [mm]-es előírt elmozdulás (30 [%]-os összenyomódás)
kényszer kapcsolatok	rögzített alsó nyomólap súrlódásos, $\mu_s = 0,6$
analízis típusa	statikai
nagy alakváltozás	bekapcsolva
al-lépések	100 [db]
megoldó, közelítés	direkt, Newton-Raphson

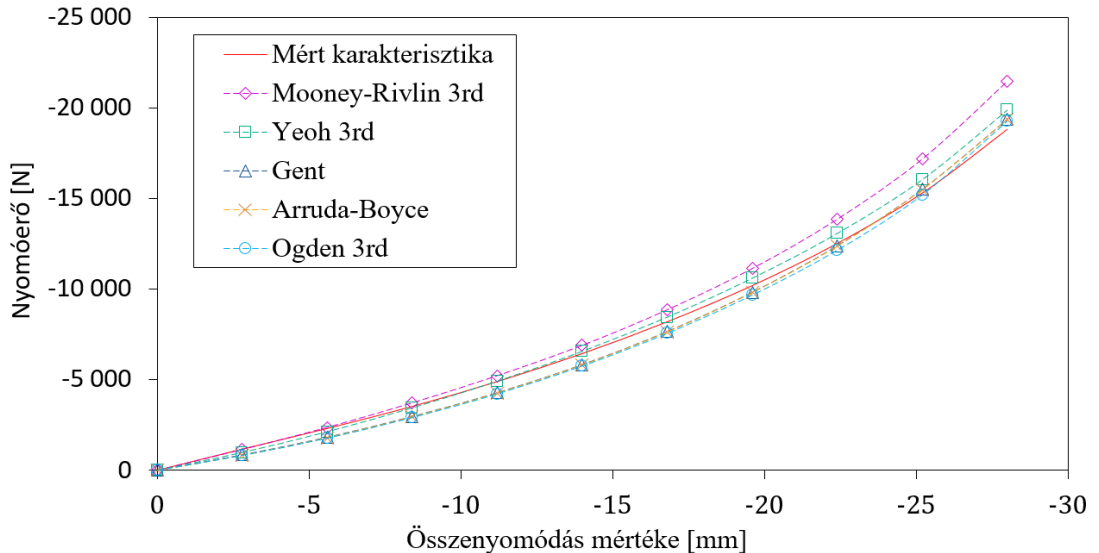
A konvergált nemlineáris numerikus számítást követően a maximális összenyomódás alatti deformációs állapotot a 3.4. ábrán láthatóan megjelenítve ellenőrizhető a létrehozott kapcsolatok és a felépített modell helyes működése.



3.4. ábra A gumiüttköző diszkrétizált modellje és deformációs állapota a 30 [%]-os magasság csökkenést okozó összenyomódás esetén, a teljes elmozdulások színsávos megjelenítésével

Kiértékeltem és összegeztem minden egyes al-lépésben a forgástengely irányában ébredő reakcióerőket a kényszerezett csomópontokban. A végeleemes analízist a különböző anyagmodellekkel elvégezve a szimulációs eredményekből meghatároztam a gumiüttközőre jellemző modellezett karakterisztikákat, melyek jellegét a 3.5. ábra mutatja. Az anyagmodellek ugyan képesek a gumiüttköző

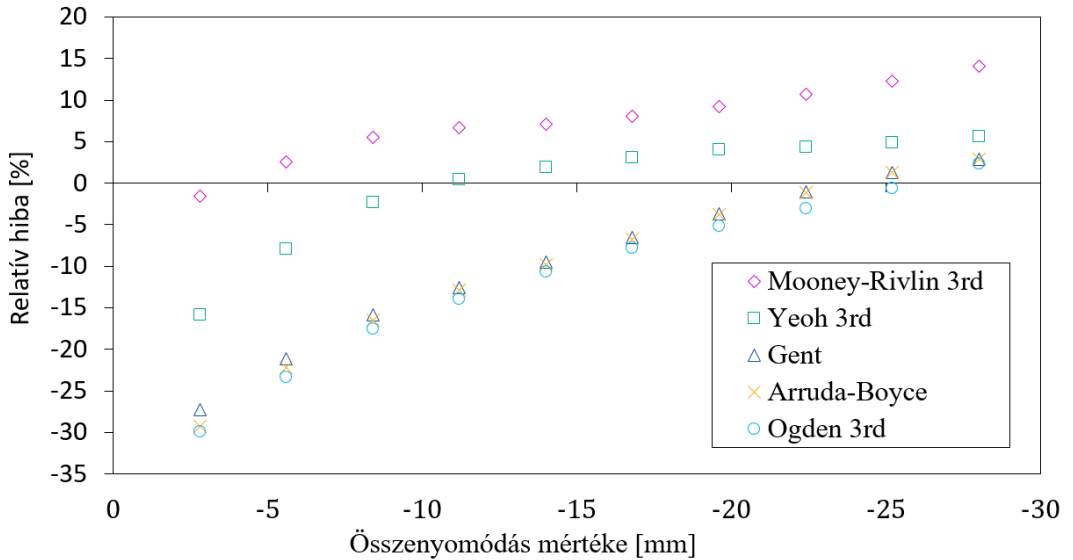
karakterisztikájának közelítésére, de jelentős különbség tapasztalható a pontosságban és az egymáshoz viszonyított értékekben is.



3.5. ábra. A különböző anyagmodellekkel futtatott végeelemes vizsgálatok eredményei a gumitermékre mérésel meghatározott karakterisztikához képest

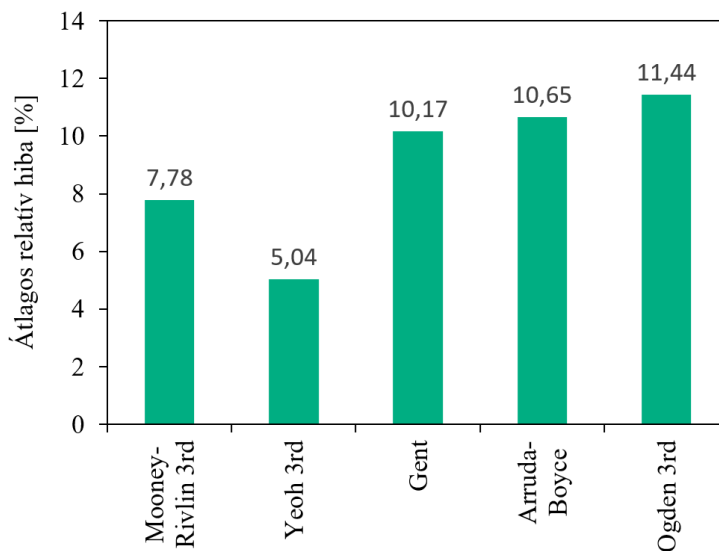
A gumiüttközőre mérésel felvett nyomóerőhöz viszonyítva a végeelemes modellből kinyert reakcióerőket, meghatároztam az anyagmodellek becslésének relatív hibáját tíz egyenletesen elosztott összenyomódási értéknél, amit a 3.6. ábra ismertet. A Gent, az Arruda-Boyce és az Ogden modellek relatív hibáinak eloszlása nagyon hasonló különböző összenyomódási értékekre. Ezekről a Mooney-Rivlin és a Yeoh anyagmodellek relatív hibáinak mértéke egyértelműen elkülönül. A gumitermék végeelemes vizsgálatát a Mooney-Rivlin anyagmodellel futtatva a kapott karakterisztika az alakváltozás csaknem teljes részében merevebb viselkedést mutat a mért karakterisztikához és a Yeoh anyagmodellhez képest is. Ennek oka az egy terhelési esetre illesztett energiaalapú hiperelasztikus anyagmodell, mely nem képes pontosan becsülni az ismert terhelési esettől eltérő anyagi válaszokat.

A 3.7. ábrán látható átlagos relatív hibákat megvizsgálva a Gent, az Arruda-Boyce és az Ogden modellek 10 [%] feletti eltérést mutatnak. A Mooney-Rivlin és a Yeoh anyagmodellek azonban jelentősen 10 [%] alatti hibával rendelkeznek, mely az összetett és nagy alakváltozás alatti nemlineáris anyagi viselkedések modellezése esetén elfogadható a mérnöki gyakorlatban. Fontos azt is észrevenni, hogy a Yeoh anyagmodell átlagos relatív hibája 3 [%]-kal, míg a Mooney-Rivlin esetén 7 [%]-kal romlott a nyomóvizsgálat végeelemes futtatása során tapasztalt értékekhez képest.



3.6. ábra. A különböző anyagmodellek relatív hibája a gumitermékre felvett karakterisztikához képest

Az eredmények alapján megállapítható, hogy ha csak a gumi próbatest nyomó igénybevételére rögzített mérési adatsor áll rendelkezésre az anyagmodell illesztéséhez, akkor a Yeoh modellt érdemes választani. A Yeoh anyagmodell képes a legpontosabban leírni a megvizsgált gumitermék nyomó terhelés alatti összetett alakváltozásának választát.



3.7. ábra. A különböző anyagmodellek átlagos relatív hibája a gumitermékre felvett nyomó karakterisztikához viszonyítva

4. Alakoptimalizálási feladat

A fejezetben egy gumiütköző numerikus vizsgálatán alapuló alakoptimalizálási feladatát ismertetem. A bemutatásra kerülő alakoptimalizálási feladat célja olyan végeselemes szimuláción alapuló teszt példa kidolgozása, melyen az 5. és a 7. fejezetben alkalmazott optimalizáló eljárások vizsgálhatóak. Először a végeselemes modell előkészítését mutatom be részletesen. Ezt követően az optimalizációs feladatot írom le, mely magába foglalja a konstrukciót leíró tervezési paraméterek és változók felvételét, a megengedett konstrukcióhoz szükséges optimalizálási feltételek felállítását és a célfüggvény meghatározását, mely alapján az optimális konstrukció kiválasztható. A kidolgozott optimalizálási feladat tetszőleges tervezési változó tartománnyal és optimális kialakítással használható a további vizsgálatokhoz.

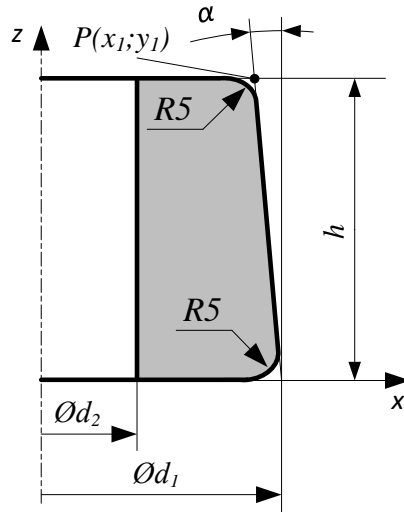
Szerkezetoptimalizálási feladat során definiálni kell azt az adathalmazt melyet, két diszjunkt részhalmazra bontva (tervezési változók és tervezési paraméterek) a kiinduló konstrukció egyértelműen megadható. Alakoptimalizálás során a geometriát alkotó elemek paraméterei közül határozzuk meg a tervezési változókat. A geometriát leíró építőelemek száma és egymáshoz való kapcsolódása nem változhat, ezt sok esetben geometriai feltételekkel lehet biztosítani. A tervezési paraméterek halmazába a ki nem választott geometriai paramétereken kívül bekerülhetnek az anyagjellemzők, vagy például a numerikus modellezésben használt peremfeltételek is.

Az alakoptimalizálás egy iterációs tervezési folyamat, mely során minden egyes megvizsgált konstrukcióhoz újra létre kell hozni a geometriát, a végeselemes modell előkészítését, majd el kell végezni a feladat megoldását és kiértékelését. Ezáltal egy rendkívül időigényes feladatról beszélünk. Ennek a folyamatnak az automatizálása nagymértékben felgyorsítja az optimális kialakítás megtalálásának idejét és jelentős mérnöki munkaórát tud megtakarítani. Ha az alkalmazott szoftverből nem érhető el a végeselemes modell paraméterezése, de készítője hozzáférést biztosít a szoftver utasításkészletéhez, akkor a 7.1. fejezetben bemutatott kommunikáció kiépítésével saját programmal lehet automatizálni a modell elő- és utófeldolgozását.

4.1. Végeselemes modell előkészítése

Az 5. és 7. fejezetekben alkalmazott optimalizálási eljárások tesztelésére a 4.1. ábrán látható keresztmetszettel rendelkező gumiütközőt választottam. Mivel az ütköző a haszongépjárművek légrugóinak meghatározott mértékű magasságcsökkenését követően másodlagos rugóként működik, annak $h = 40$ [mm] magassága csak szerkezeti átalakítással lenne változtatható, így azt tervezési paraméterként vettem fel.

A termék oldalferdeségét $\alpha = 3^\circ$ -ra választottam, mely érték gyártástechnológiai követelményből adódik.



4.1. ábra. Az alakoptimalizálási feladatban vizsgált gumiütköző meridián metszete, ahol a d_1 és d_2 átmérők a tervezési változók

A végeelemes futtatáshoz az NX Nastran és az Ansys megoldókat használom. A 4.1. táblázat a diszkretizációs beállításokat tartalmazza, mely a 3. fejezetben ismertetett gumiütköző numerikus feladata alatt tett megfontolásokat követi. A vizsgálatokhoz a mindkét szoftverben elérhető kétváltozós Mooney-Rivlin anyagmodellt használom

$$W_{MR2}(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = W_{MR2}(c_{10}, c_{01}, \kappa) = c_{10}(\bar{I}_1 - 3) + c_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \kappa(J - 1)^2. \quad (4.1)$$

4.1. táblázat. A végeelemes diszkretizáció beállításai

végelem típusa	tengelyszimmetrikus
elem fokszáma, alakja	lineáris négyszögelem
globális elemméret	1 [mm]
anyagmodell a nyomólapokra	izotrop, lineárisan rugalmas, $E = 2 \cdot 10^5$ [MPa], $\nu = 0,3$
anyagmodell a gumiütközőre	izotrop, hiperelasztikus $(c_{10}, c_{01}, \kappa) = (1,288; 1,137; 1000)$ [MPa]

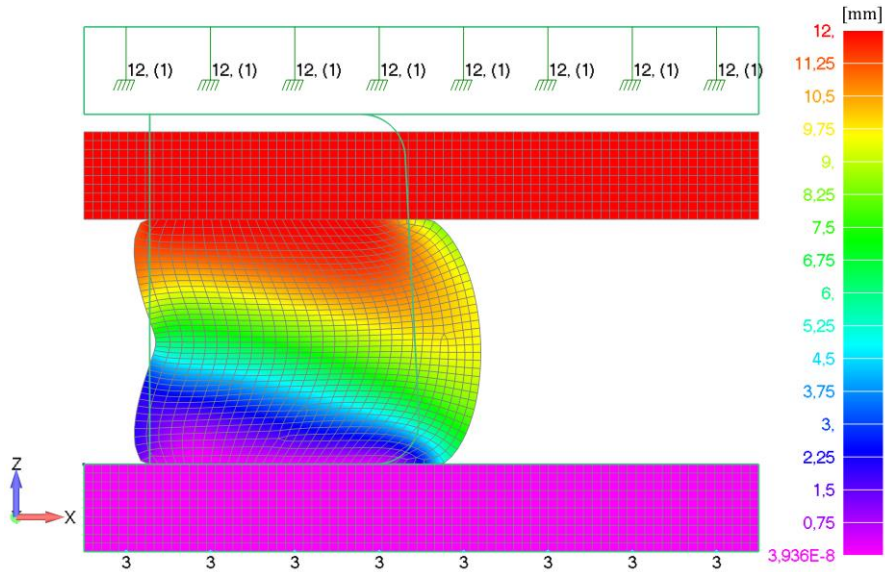
A terhelési modellt a két fémlap közötti egytengelyű összenyomással egyenértékű előírt elmozdulással határoztam meg a 4.2. táblázatnak megfelelően a termék

magasságának 30 [%]-áig. A gumiütköző és nyomólap közötti kapcsolatra, továbbá a furatot alkotó él mentén a nagy alakváltozás miatt létrejövő önérintkezés miatt súrlódásos érintkezésként adtam meg. Az analízis 100 [db] egyenletesen elosztott al-lépésben került megoldásra, melyből a (4.4)-es összefüggés miatt minden tizedik került eredményként kiírásra.

4.2. táblázat. A végeleemes modell peremfeltételei és az analízis beállításai

terhelés	12 [mm]-es előírt elmozdulás
kényszer	rögzített alsó nyomólap
kapcsolatok	súrlódásos, $\mu_s = 0,6$
analízis típusa	statikai
nagy alakváltozás	bekapcsolva
al-lépések	100 [db]
megoldó, közelítés	direkt, Newton-Raphson

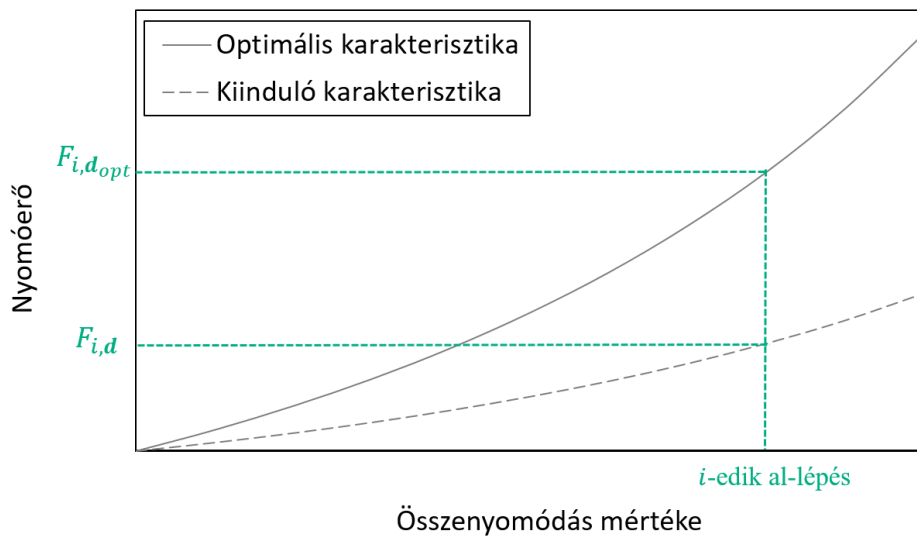
A nemlineáris numerikus megoldót lefuttatva és az utolsó al-lépéshez tartozó deformációs állapotot megjelenítve, ellenőrizhető a diszkrétizált modell és a kapcsolatok helyes működése a 4.2. ábrának megfelelően. A konstrukcióra jellemző erő-elmozdulás karakterisztikát megkaphatjuk, ha minden egyes al-lépésben összegezzük a kényszerezett csomópontokban a forgástengely irányában ébredő reakcióerőket.



4.2. ábra. A gumiütköző diszkrétizált modelljének deformációs állapota 12 [mm]-es összenyomódás esetén, a teljes elmozdulások színsávos megjelenítésével.

4.2. Tervezési változók és kényszerek, célfüggvény

Jelen tervezési feladatban a 4.3. ábrán adott vevő által elvárt optimális működési karakterisztikát a termék alakjának változtatásával kívánom elérni. A vizsgált termék geometriai kialakítása a korábban ismertetett 4.1. ábrán látható. Legyen Ω a folytonos tartományon értelmezett \mathbf{d} tervezési változók vektorait tartalmazó halmaz. A célfüggvény legyen $E(\Omega)_{FEA}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, mely függvény az $\Omega \in \mathbb{R}^n$ halmazból a valós számok halmazába képez, ahol a kapcsolatot az anyagmodellre, a geometriára és a peremfeltételekre meghatározott matematikai modellekkel diszkrétizált numerikus szimuláció eredménye adja.



4.3. ábra. A vizsgált gumiütköző működési karakterisztikája a kiinduló és optimális alakkal

A célfüggvény a 4.3. ábrán látható kiinduló és optimális rugókarakterisztika közötti eltérésként kerül számításra. Az optimalizálás során a célfüggvény értékének csökkentése a cél a $\mathbf{d} = (d_1; d_2)$ változtatásával. Az optimalizálás feladata így a függvény minimum értékének megtalálása és a hozzá tartozó optimális geometriai kialakítást leíró \mathbf{d}_{opt} vektor meghatározása

$$E(\mathbf{d}_{opt})_{FEA} = \min_{\mathbf{d} \in \Omega} E(\mathbf{d})_{FEA} \quad (4.2)$$

figyelembe véve

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{min} &\leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}_{max} \\ x_1 - d_2/2 &\geq 15, \text{ ahol } x_1 = d_1/2 - \tan(\alpha)h \end{aligned} \quad (4.3)$$

és x_1 a korábban ismertetett 4.1. ábrán jelölt P pont koordinátája. A (4.3) összefüggések az optimalizálás során figyelembe veendő geometriai feltételek, melyek segítségével a tervezési változók terének megengedett tartománya egyértelműen adott a vizsgált feladatra.

A kiinduló és optimális rugó karakterisztika közötti eltérés mértéke meghatározható a két jelleggörbe adott pontokban vett eltéréseinek négyzetes hibaösszegeinek számításával

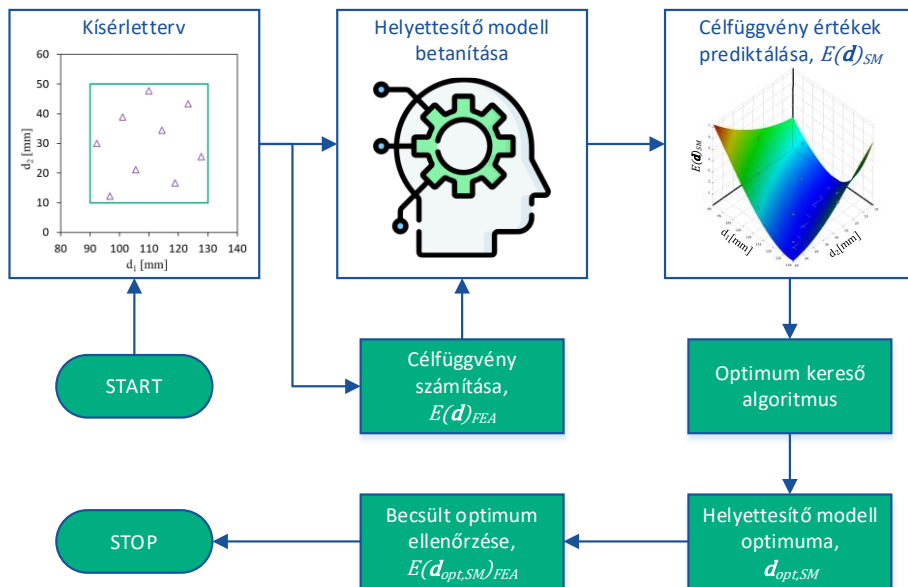
$$E(\mathbf{d})_{FEA} = \sum_{i=10}^{100} (F_{i,\mathbf{d}_{opt}} - F_{i,\mathbf{d}})^2 \quad i \in \{10:10:100\}, \quad (4.4)$$

ahol $E(\mathbf{d})_{FEA}$ a végeelemes úton számított célfüggvény érték a vizsgált konstrukcióra, $F_{i,\mathbf{d}_{opt}}$ az optimális, míg $F_{i,\mathbf{d}}$ a vizsgált konstrukcióhoz tartozó rugókarakterisztikának az i -edik al-lépésben számított nyomóerő nagysága. Az $F_{i,\mathbf{d}}$ a nyomólapon ébredő reakcióerő kiértékelésével határozható meg.

A fejezetben ismertetett eljárással a megengedett tartományon belül tetszőleges geometriai változó esetén modellezhető az erő-elmozdulás karakterisztika. Esettanulmány jelleggel a célfüggvény számításához szükséges optimális karakterisztika egy kiválasztott \mathbf{d}_{opt} tervezési változóra futtatott eredmény alapján felvehető. Ebben az esetben a \mathbf{d}_{opt} az optimalizálási feladat megoldása és a hozzá tartozó $E(\mathbf{d}_{opt})_{FEA}$ célfüggvény érték zérus.

5. Helyettesítő modell alapú optimalizálás

A gépészeti optimalizálási feladatok során a ki- és bemenő értékek közé felépített modellek és azok pontos viselkedése sok esetben nem ismert analitikus úton. A kapcsolat azonban numerikus modell segítségével rendelkezésre áll, de annak összetettségéből adódóan hívása költséges, így az optimalizálási feladat megoldása különösen magas változó szám esetén beláthatatlan futásidőt eredményez. Ilyen esetben célszerű helyettesítő modell alapú optimalizálási eljárást [16] választani, melynek folyamatát az 5.1. ábra mutatja.



5.1. ábra. Helyettesítő modell alapú optimalizálás folyamatábrája

A helyettesítő modell alapú optimalizálás első lépése az, hogy a tervezési változók megengedett tartományán mintavételezést kell végezni, majd a kiválasztott paraméterekre meghatározni a numerikus modell kiértékelésével a válaszokat. Ennek elvégzésére négy különböző statisztikai mintavételezést alkalmazok. A mintavételezett pontok és az azokra kapott szimulációs eredmények kapcsolatát gépi tanulási eljárásokon alapuló helyettesítő modellel írjuk le a különböző mintavételezési eljárásokra. Az így kapott helyettesítő modellek kisebb számításra fordítással hívhatóak a szimuláció alapú feladathoz képest. Ezt követően a helyettesítő modellek

optimumának megkeresésére lokális és globális optimum kereső eljárásokat futtatok különböző beállításokkal, majd kiválasztom a legjobban teljesítő kereső eljárást. Az ismert optimális kialakítást összehasonlítva a különböző mintavételezési eljárások alapján becsült optimális konstrukciókra futtatott szimulációs eredményekkel meghatározom az eljárás pontosságát. A vizsgálataimat az Ansys végeसेlemes szoftver DesignXplorer moduljának segítségével végzem, melyben a helyettesítő modell alapú optimalizálás folyamata integráltan megtalálható.

A helyettesítő modell alapú optimum becslést a 4. fejezetben ismertetett alakoptimalizálási feladaton végzem el. A $\mathbf{d} = (d_1; d_2)$ geometriai tervezési változók vektora az értékeit az alábbi tartományban veheti fel

$$\begin{aligned} 90 &\leq d_1 \leq 130 \text{ [mm]} \\ 10 &\leq d_2 \leq 50 \text{ [mm]} \\ x_1 - d_2/2 &\geq 15 \text{ ahol } x_1 = d_1/2 - \tan(\alpha)h, \end{aligned} \quad (5.1)$$

ahol a tervezési változók tetszőleges kombinációja esetén teljesül a felírt geometriai feltétel. Azért fogalmaztam meg így a feladatot, hogy tetszőleges statisztikai mintavételezés elvégezhető legyen a tervezési térben.

A vizsgálatom célja a válaszfület módszerrel történő optimalizálás pontosságának és hatékonyságának vizsgálata, ezért az elvárt karakterisztika előre ismert optimális alakból $\mathbf{d}_{opt} = (117; 28)$ [mm] került meghatározásra. Az optimalizálás során a kiinduló konstrukció geometriai méretét $\mathbf{d}_{kezdeti} = (100; 40)$ [mm]-re választottam. A végeसेlemes modellt a 4. fejezetben ismertetett úton előkészítve futtattam le a kezdeti konstrukcióra. A (4.4) összefüggéssel a futtatási eredményekből az $E(\mathbf{d}_{kezdeti})_{FEA}$ célfüggvény érték meghatározható, amit az 5.1. táblázat tartalmaz.

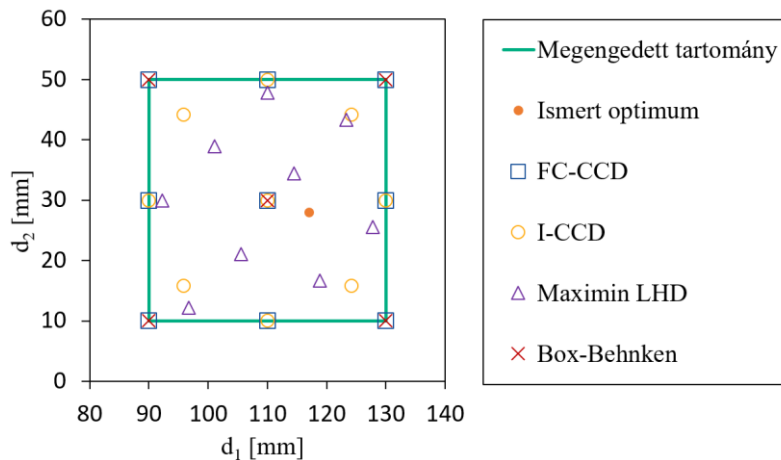
5.1. táblázat. A célfüggvény értéke az optimális és a kiinduló geometriai konstrukciókra

	d_1 [mm]	d_2 [mm]	$E(\mathbf{d})_{FEA}$ [kN] ²
Optimális alak, \mathbf{d}_{opt}	117	28	0
Kiinduló alak, $\mathbf{d}_{kezdeti}$	100	40	3127,641

5.1. Tanító adathalmaz különböző kísérlettervezési eljárásokkal

A célfüggvényt közelítő helyettesítő modell pontossága nagymértékben függ a mintavételezett pontok számától és a tervezési téren belüli eloszlásuktól [63]. Ha a válaszfüggvény viselkedését lineárisan közelítjük, akkor elegendő kétszintű (egy tervezési változó esetén kiválasztott értékek száma) kísérletet végrehajtani. Kvadratikus viselkedés esetén háromszintű, míg köbös viselkedés esetén négy szintű kísérlet szükséges [45]. A gumi nemlineáris tulajdonsága, valamint az optimalizálási

feladatra felírt célfüggvény számítási módszeréből adódóan legalább háromszintű mintavételezés szükséges a tervezési változók mentén. A vizsgálandó módszerek közül háromszintű kísérlet a Box-Behnken terv [65], mely öt dizájn pontot vételez a tervezési térből. A lapközepes középpontos kompozíciós terv (*Face-Centered Central Composite Design, FC-CCD*) [64] is háromszintű kísérlet, mely két változó esetén a teljes faktoriális tervvel megegyezően kilenc tervezési pontot vételez. A forgatható középpontos kompozíciós terv (*Inscribed Central Composite Design, I-CCD*) az előzővel megegyező számú, de ötszintű kísérletre alkalmas. A maximin Latin Hiperkocka terv (*maximin Latin Hypercube Design, maximin LHD*) [67] esetén lehetőség van tetszőleges mintavételezési számot megadni, így ez a két előző eljárással megegyezően kilenc darab. A módszer a mintavételezés számával megegyező szintű kísérletet készít. A különböző mintavételezési tervekkel felvett tervezési pontok az 5.2. ábrán láthatóak.



5.2. ábra. A mintavételezett pontok eloszlása a tervezési térben különböző kísérlettervet elvégezve

A 4. fejezetben bemutatott végeelemes modellt használva az $E(\mathbf{d})_{FEA}$ célfüggvény értékek meghatározhatóak a kísérlettervekkel kiválasztott konstrukciókra. Az Ansys környezetében van lehetőség a geometriai változók paraméterezésére, továbbá a DesignXplorer modult használva a mintavételezés és az arra adott válaszok számítása is automatizáltan elvégezhető, a kapott eredményeket az 5.3-5.6. ábrák tartalmazzák.

5.2. Helyettesítő modell betanítása

Jelen rész célja a helyettesítő modell betanítása a különböző mintavételezési módszerrel meghatározott tervezési pontok és a célfüggvényértékek közötti kapcsolat folytonos leírására. A genetikus egyesülés (*Genetic Aggregation*) [68–70] eljárás által adott válasz származhat egyetlen, vagy számos különböző modell (kernel regresszió,

regressziós döntési fák, Kriging, másodrendű polinomok és legkisebb négyzetösszeg) súlyozott kombinációjaként

$$E(\mathbf{d})_{FEA} \approx E(\mathbf{d})_{GA} = \sum_{i=1}^{N_{GA}} w_{GA,i} \hat{y}_i, \quad (5.2)$$

ahol $E(\mathbf{d})_{GA}$ az együttes algoritmusok által becsült célfüggvényérték, \hat{y}_i az i -edik helyettesítő modell becsült értéke, $N_{GA} \geq 1$ a használt metamodellek száma, míg $w_{GA,i}$ az i -edik tag súlya. A súlyfaktornak továbbá ki kell elégítenie a következő feltételeket

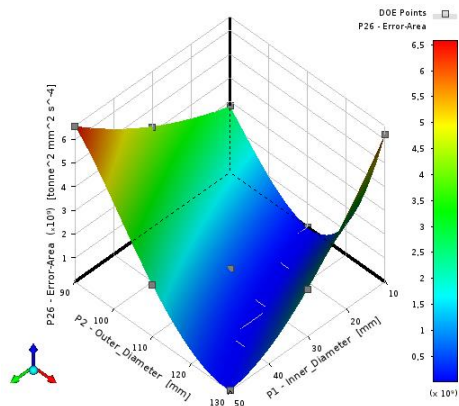
$$\sum_{i=1}^{N_m} w_{GA,i} = 1 \text{ és } w_{GA,i} \geq 0, \quad 1 \leq i \leq N_{GA}. \quad (5.3)$$

A legjobb kombináció kiválasztása genetikus algoritmus futtatásával történt. Megállapítható tehát, hogy az így létrehozott helyettesítő modell jobb, de legrosszabb esetben is azonos pontosságú az algoritmusban használt módszerekkel.

5.2.1. Lapközepes középpontos kompozíció tervre betanított helyettesítő modell (FC-CCD-GA)

A középpontos kompozíció terv (CCD) esetén több eljárás is rendelkezésre áll a mintavételezésre, melyek közül elsőként a lapközepes mintavételezést használtam. A mintavételezett pontokat (DP) és a végeselemes úton kiértékelt célfüggvény értékeket az 5.3. ábra tartalmazza az illesztett helyettesítő modell színskálás megjelenítésével.

DP száma	d_1 [mm]	d_2 [mm]	$E(\mathbf{d})_{FEA}$ [kN] ²
1	110	30	535,75
2	90	30	4228,41
3	130	30	2000,31
4	110	10	5,48
5	110	50	2192,13
6	90	10	2829,12
7	130	10	6205,78
8	90	50	6540,20
9	130	50	22,23

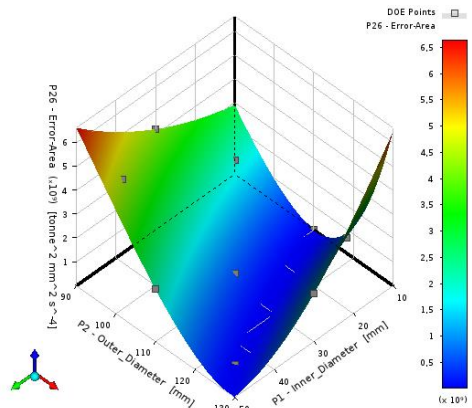


5.3. ábra. Az FC-CCD kísérlettervel meghatározott tervezési pontok, az azokhoz tartozó célfüggvény értékek és az illesztett helyettesítő modell

5.2.2. Forgatható középpontos kompozíció tervre betanított helyettesítő modell (I-CCD-GA)

A tervezési tér középpontjától azonos távolságban lévő pontok mintavételezésére alkalmas a forgatható középpontos kompozíció terv. A lapközepes típussal ellentétben a tervezési tér szélső értékeit nem vizsgálja, azonban a kvadratikus hatások kimutatására alkalmasabb módszer. A mintavételezett pontokat és a végeselemes úton kiértékelt célfüggvény értékeket az 5.4. ábra tartalmazza.

DP száma	d_1 [mm]	d_2 [mm]	$E(\mathbf{d})_{FEA}$ [kN] ²
1	110	30	535,75
2	90	30	4228,41
3	130	30	2000,31
4	110	10	5,48
5	110	50	2192,13
6	95,86	15,86	1957,06
7	124,14	15,86	2020,41
8	95,86	44,14	4468,71
9	124,14	44,14	11,84

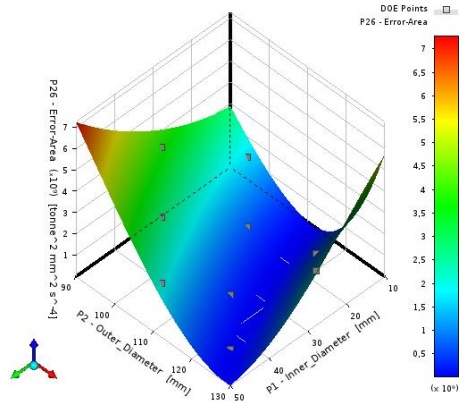


5.4. ábra. Az I-CCD kísérlettervvel meghatározott tervezési pontok, az azokhoz tartozó célfüggvény értékek és az illesztett helyettesítő modell

5.2.3. A maximin Latin Hiperkocka tervre betanított helyettesítő modell (maximin LHD-GA)

A maximin Latin Hiperkocka terv esetén lehetőség van megadni a mintavételezés számát, jelen esetben ez az összehasonlíthatóság céljából megegyezik a CCD esetén felvett pontokkal. A tervezési tér szélső értékei nem vizsgáltak, a pontok közötti minimális távolságok maximalizálásával egyenletes eloszlású mintavételezést készít. A kilencszintű kísérletterv a Latin Hiperkocka módszer alapján biztosított. A mintavételezett pontokat és a végeselemes úton kiértékelt célfüggvény értékeket az 5.5. ábra tartalmazza.

DP száma	d_1 [mm]	d_2 [mm]	$E(\mathbf{d})_{FEA}$ [kN] ²
1	118,89	16,67	512,99
2	127,78	25,56	1969,12
3	101,11	38,89	2803,70
4	114,44	34,44	282,03
5	96,67	12,22	1621,45
6	105,56	21,11	631,62
7	110,0	47,78	1975,07
8	123,33	43,33	20,35
9	92,22	30,00	3780,29

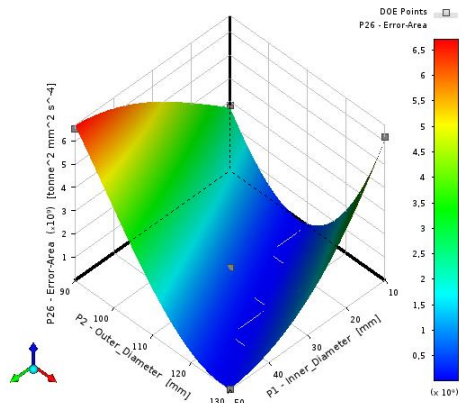


5.5. ábra. A maximin LHD kísérlettervel meghatározott tervezési pontok, az azokhoz tartozó célfüggvény értékek és az illesztett helyettesítő modell

5.2.4. A Box-Behnken tervre betanított helyettesítő modell (Box-Behnken-GA)

A Box-Behnken terv esetén öt darab pont került felvételre, mely a lapközepas középontos kompozíció terv által mintavételezett pontoktól abban tér el, hogy a változók tengelyeinek középső értéke nem került a dizájn pontok közé. A mintavételezett pontokat és a végeselemes úton kiértékelt célfüggvény értékeket az 5.6. ábra tartalmazza. A Box-Behnken tervre illesztett modell válasza jól láthatóan eltér az előző három helyettesítő modelltől.

DP száma	d_1 [mm]	d_2 [mm]	$E(\mathbf{d})_{FEA}$ [kN] ²
1	110	30	535,75
2	90	10	2829,12
3	130	10	6205,78
4	90	50	6540,20
5	130	50	22,23



5.6. ábra. A Box-Behnken kísérlettervel meghatározott tervezési pontok, az azokhoz tartozó célfüggvény értékek és az illesztett helyettesítő modell

5.3. Kereső eljárások összehasonlítása a helyettesítő modell optimumának megtalálására

Az alfejezetben célom a helyettesítő modell optimumának megtalálása, melyre több algoritmust is teszteltem. Az egyik egy lokális kereső eljárás az NLPQL (*Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian*), mely a kvázi-Newton technikát, a vonalmenti keresést, továbbá a lépéshossz választásához az Armijo feltételt használja [48]. Egy másik lokális kereső eljárás a folytonos és diszkrét bemenő paraméterek optimalizálására is alkalmas MISQP (*Mixed-Integer Sequential Quadratic Programming*) algoritmus, mely kvázi-Newton módszert alkalmaz a minimum megtalálására, a célfüggvényt polinommal közelíti, amit minden iterációban újraválaszt [49].

Mivel az NLPQL és MISQP algoritmusok működéséhez szükséges gradiens analitikusan nem áll rendelkezésre, numerikus úton kell azt meghatározni. A gradiens közelítése elvégezhető haladó differencia (*forward-difference*), retrográd differencia (*backward-difference*) vagy központi differencia (*central-difference*) eljárással [114]. Az NLPQL P-I és MISQP P-I algoritmusok haladó differencia beállítást alkalmaznak, azaz csak a tervezési pont egyik oldaláról vételeznek újabb pontot a gradiens közelítéséhez, míg az NLPQL P-II és MISQP P-II algoritmusok központi differencia beállítást használnak. A központi differencia eljárás a dizájn pont mindkét oldaláról vesz mintát a gradiens közelítéséhez, ezáltal a szükséges függvényhívás számát 50 [%]-kal növeli. Az NLPQL és MISQP algoritmusok esetén az optimalizálás a $d_{kezdeti}(100; 40)$ [mm] alakból került futtatásra. Az algoritmusok főbb módosított beállításait az 5.2. táblázat tartalmazza.

5.2. táblázat. Lokális optimum kereső módszerek és beállításaik

Beállítás	NLPQL		MISQP	
	P-I	P-II	P-I	P-II
Differencia típusa a gradiens közelítése	központi	haladó	központi	haladó
Konvergencia feltétel [%]	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

A globális optimum kereső eljárások közül a MOGA (*Multi-Objective Genetic Algorithm*) genetikus algoritmust választottam, mely többcélú optimalizálásra is alkalmazható és tetszőleges bemeneti paraméterrel futtatható [115]. Az eljárás a gyakran alkalmazott NSGA-II (*Non-dominated Sorted Genetic Algorithm-II*) genetikus algoritmus továbbfejlesztése [116]. Az algoritmus futását több paraméter is befolyásolja, így például a kiinduló populáció mérete, mely minimálisan javasolt száma tízszerese a tervezési változók számának. Egy másik paraméter a mutációk és rekombinációs lépésekkel generált új egyedekből álló generáció mérete, mely értéke

kisebb vagy egyező kell, hogy legyen a kezdeti populáció méretével. A konvergencia feltétel a populáció stabilitását vizsgálja azok átlaga és szórása alapján. Az algoritmus különböző beállításait az 5.3. táblázat tartalmazza.

5.3. táblázat. Globális optimum kereső módszer és beállításai

Beállítás	MOGA		
	P-I	P-II	P-III
Kezdeti populáció [db]	100	100	20
Új generáció [db]	100	50	20
Konvergencia feltétel [%]	2	2	2

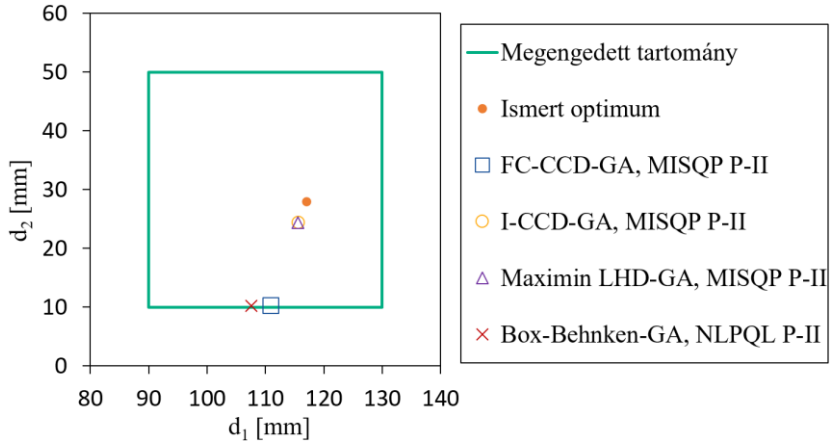
Az 5.4. táblázat az eltérő beállítású lokális és globális kereső eljárások által megtalált optimumot tartalmazza a különböző mintavételezéssel illesztett helyettesítő modelleken. Pontosság és számításigény szempontjából a haladó differenciával számoló MISQP P-II algoritmus bizonyult jó választásnak. A MOGA P-I és P-II beállítással közelíti a lokális kereső eljárások pontosságát, de számításigénye egy nagyságrenddel magasabb. A MOGA P-III egyik helyettesítő modell esetén sem volt alkalmas az optimum megközelítésére. Az FC-CCD-GA helyettesítő modell esetén az NLPQL P-I és P-II algoritmus is lokális optimumba ragadt, míg a MISQP és MOGA kereső eljárások képesek voltak megtalálni a globális optimum egy kellően jó környezetét. A futtatási eredmények alapján megállapítható, hogy a kereső eljárást és beállításait feladatspecifikusan kell megválasztani, ami a helyettesítő modelleken gyorsan elvégezhető feladat. A paraméterek és eljárások pontos megválasztása az optimalizálás területén jártas személyt kíván meg, mely kompetenciával a tervezőmérnökök nem mindig rendelkeznek.

5.4. táblázat. A különböző mintavételezéssel illesztett helyettesítő modelleken futtatott különböző beállítású lokális kereső eljárások által megtalált optimum

Helyettesítő modell	Kereső algoritmus	Függvény-hívás [db]	$d_{1,opt}$ [mm]	$d_{2,opt}$ [mm]	$E(\mathbf{d}_{opt})_{GA}$ [kN] ²	$E(\mathbf{d}_{opt})_{FEA}$ [kN] ²
FC-CCD-GA (9 [db] minta)	NLPQL P-I	32	116,88	27,6	1,1773	-
	NLPQL P-II	20	116,88	27,6	1,1772	-
	MISQP P-I	88	110,82	10,07	0,6786	-
	MISQP P-II	54	110,89	10,3	0,16745	0,13644
	MOGA P-I	385	112,6	15,884	0,40748	-
	MOGA P-II	258	113,92	19,575	0,7126	-
	MOGA P-III	98	115,07	23,413	1,2575	-
I-CCD-GA (9 [db] minta)	NLPQL P-I	32	117,04	27,74	0,02547	-
	NLPQL P-II	20	117,04	27,74	0,02545	-
	MISQP P-I	27	115,61	24,37	0,01259	-
	MISQP P-II	17	115,61	24,36	0,01259	0,77545
	MOGA P-I	385	114,07	20,27	0,0679	-
	MOGA P-II	258	113,95	20,18	0,01351	-
	MOGA P-III	82	118,7	28,56	19,269	-
Maximin LHD-GA (9 [db] minta)	NLPQL P-I	32	116,97	27,78	0,04252	-
	NLPQL P-II	20	116,97	27,78	0,04281	-
	MISQP P-I	27	115,56	24,38	0,00339	-
	MISQP P-II	17	115,56	24,38	0,00339	0,527529
	MOGA P-I	385	119,4	33,01	0,17765	-
	MOGA P-II	258	114,07	20,33	0,08828	-
	MOGA P-III	98	115,07	23,41	0,16001	-
Box-Behnken-GA (5 [db] minta)	NLPQL P-I	62	107,59	10,19	0,51104	-
	NLPQL P-II	38	107,61	10,21	0,51101	94,2689
	MISQP P-I	61	107,5	10	0,51183	-
	MISQP P-II	38	107,5	10	0,51189	-
	MOGA P-I	385	109	13,2	0,73735	-
	MOGA P-II	258	111	17,08	0,95769	-
	MOGA P-III	98	116,92	28,57	2,2302	-
Ismert optimum	-	-	117	28	-	0

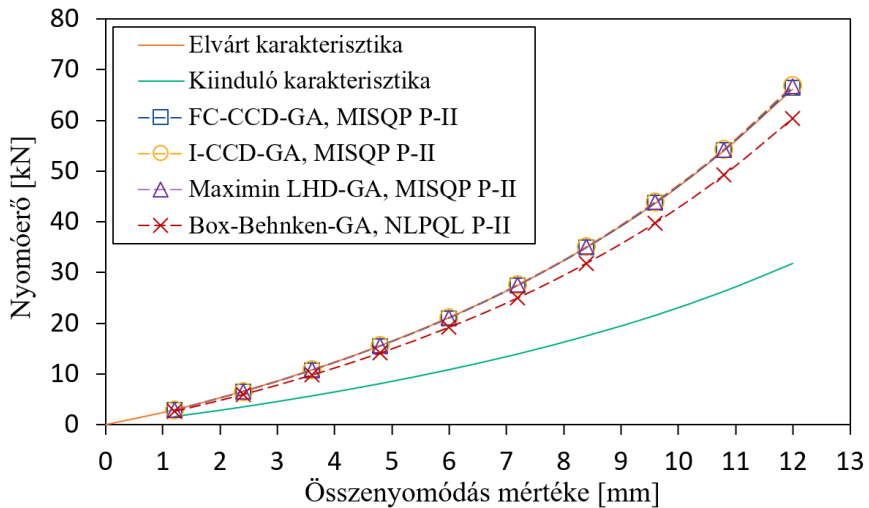
5.4. A helyettesítő modell alapján becsült optimum vizsgálata

A helyettesítő modell alapú optimalizáló eljárás pontosságának vizsgálatához először összehasonlítottam az ismert optimum helyét a helyettesítő modelleken meghatározottal, melyek elhelyezkedését a megengedett tartományon belül az 5.7. ábra szemlélteti. Az eredmények alapján az ismert optimum környezetének megtalálására egyik módszer sem alkalmas, ennek oka a célfüggvény elnyúló völgy alakú viselkedése, mely optimuma nehezen becsülhető pontosan a helyettesítő modellekkel.



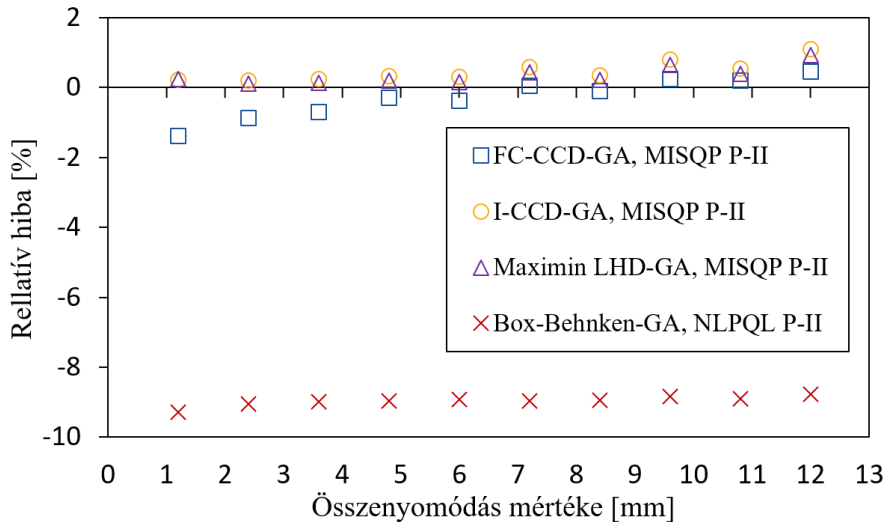
5.7. ábra. A különböző mintavételezéssel meghatározott pontokra illesztett helyettesítő modellek optimum becslése az ismerthez képest

Az összehasonlítás egy másik lehetősége a helyettesítő modelleken megtalált becsült legkisebb $E(\mathbf{d}_{opt})_{GA}$ célfüggvény érték ellenőrzése a becsült \mathbf{d}_{opt} konstrukcióra futtatott végeleemes analízissel. A futtatásból kiértékelt $E(\mathbf{d}_{opt})_{FEA}$ célfüggvényértékeket a korábban ismertetett 5.4. táblázat tartalmazza, mely alapján a nullához közeli célfüggvény értéket a Box-Behnken-GA kivételével mindegyik helyettesítő modell által javasolt geometriai kialakítás teljesítette. A célfüggvények értékein túl összehasonlítottam a javasolt konstrukciókhoz tartozó működési karakterisztikákat is, amely az 5.8. ábrán látható.



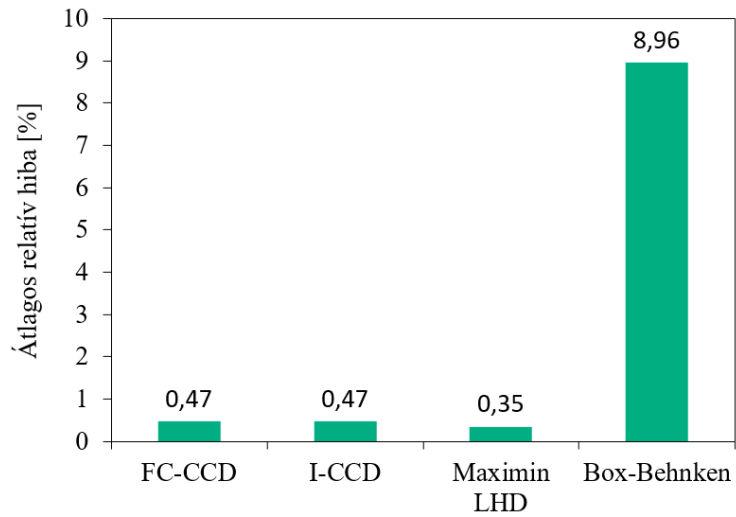
5.8. ábra. Különböző kísérlettervezéssel végzett válaszfelület optimalizációkból kapott konstrukciók végeleemes futtatásával kapott rugókarakterisztikák és viszonyok az optimumhoz képest

Az 5.9. ábra a karakterisztikák relatív hibáját mutatja a tíz egyenletesen elosztott összenyomódási értékben előírt nyomóerőhöz viszonyítva. Az ábra alapján láthatjuk, hogy a becslült nyomóerő mértéke az FC-CCD-GA, I-CCD-GA és Maximin LHD-GA helyettesítő modelleket használva ± 2 [%]-os relatív hiba között változik. Ez az eltérés műszaki szempontból elfogadható, de fontos megjegyezni, hogy az tovább növeli a végeselemes modellezésből már eleve adódó hiba nagyságát.



5.9. ábra. A különböző kísérlettervezéssel végzett válaszfelület optimalizációkból kapott konstrukciók végeselemes futtatásával kapott nyomóerők relatív hibája az elvárthoz képest.

Az 5.10. ábra alapján az átlagos relatív hiba 0,5 [%] alatti a kilenc mintát vételező FC-CCD-GA, I-CCD-GA és Maximin LHD-GA helyettesítő modelleket használva. A maximin Latin Hiperkocka kísérlettervre illesztett válaszfelület becslési pontossága azonos számú minta vételezése mellett nagyságrendben megegyezik a vizsgált középpontos kompozíciós tervekkel. A maximin LHD előnye, hogy a mintavételezés száma és ezáltal a helyettesítő modell becslési pontossága is tovább növelhető, ha a vizsgált numerikus optimalizálási feladat számítási költségét és a tervezésre rendelkezésre álló időt is figyelembe véve a mintavételek száma növelhető. Ezért a maximin Latin Hiperkocka módszert javaslom gumitermékek kétváltozós alakoptimalizálási feladatának helyettesítő modellezésére legalább 9 [db] minta vételezésével.



5.10. ábra. A különböző kísérlettervezéssel végzett válaszfelület optimalizációkból kapott konstrukciók végelelemes futtatásával kapott nyomóerők átlagos relatív hibája az elvárthoz képest.

6. Szimulált hűtési algoritmus fejlesztése gumiütközők alakoptimalizálására

Jelen fejezetben céloom a globális optimum megközelítésére alkalmas szimulált hűtési (SA) kereső eljárás fejlesztése, melyben az algoritmus hatékonyságát és pontosságát adaptív keresési térrel és az irodalmakban elérhető hűtési függvények vizsgálatával kívánom növelni. A feldolgozott irodalmak alapján az algoritmus beállításait feladat-specifikusan kell meghatározni, melyre hiperparaméter-optimalizálási eljárást dolgozok ki. A fejlesztett SA algoritmus és hiperparaméter-optimalizáló eljárást, a gumiütközők alakoptimalizálási feladatára felírt célfüggvény viselkedése alapján kiválasztott matematikai tesztfüggvényeken tesztelem.

A szimulált hűtés egy valószínűségi eljáráson alapuló metaheurisztikus módszer a globális optimum megközelítésére. Széleskörben leginkább diszkrét állapottér esetén alkalmazott, de ha megelégszünk a globális optimum egy kellően jó környezetével, akkor folytonos változók esetén is hatékony eljárás. Az algoritmus a fémgyártás során alkalmazott hőkezelési technológia alatti hűtési eljárást imitálva működik, mely hasonlóságot és a módszer elnevezését Kirkpatrick, Gelatt és Vecchi ismertették kombinatorikai feladatok megoldása során [7]. Számos irodalom érhető el, amely ismerteti az SA algoritmus alapvető működését [117–120]. Az algoritmus működése négy fő lépésre bontható:

- az új állapot generálására,
- a $P(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_{new}, T_t)$ elfogadási függvényre,
- az $S(T_0, A, N)$ hűtési stratégiára,
- a $C(cc_1, cc_2, sc)$ leállási/konvergencia feltételre.

Az algoritmus a hegymászó eljárástól abban különbözik, hogy kedvezőtlenebb függvényérték esetén a Metropolis kritériumot [121] alkalmazva bizonyos valószínűséggel elfogadja az új állapotot. Az új jelölt elfogadási valószínűsége felhasználva a t -edik hőmérséklet iterációban adott T_t hőmérsékletet, továbbá az aktuális és az új állapot közötti $\Delta E = E(\mathbf{d}_{new}) - E(\mathbf{d}_k)$ energia különbséget számítható

$$P(\mathbf{d}_k, \mathbf{d}_{new}, T_t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } \Delta E < 0 \\ \exp\left(\frac{-\Delta E}{T_t}\right), & \text{ha } \Delta E \geq 0. \end{cases} \quad (6.1)$$

Ha a jelenlegi állapotból kisebb energiaszintre mozdul el az algoritmus, akkor az új pont elfogadásra kerül, míg ellenkező esetben a P értékével egyezik meg ennek a valószínűsége. A kereső eljárás kezdetén T értékének elég nagyoknak kell lennie ahhoz,

hogy biztosítsa az algoritmus kilépését tetszőleges metastabil állapotból, míg egy kellően kicsi T hőmérsékletet elérve csak a minimális energiához tartozó alapállapot kerül elfogadásra [7].

6.1. Hűtési stratégia

Az algoritmus egyik központi része a hűtési stratégia $S(T_0, \Lambda, N)$, mely a T_0 kiinduló hőmérséklet, a T_t hőmérsékletről a T_{t+1} értékre csökkenést leíró hűtési függvény $\Lambda(t)$, és az N azonos hőmérséklet értéken elvégzett próbálkozások számát megadó paraméterek kiválasztásával határozható meg. A hőmérséklet csökkentésének sebessége és az N érték egymástól nem független, ezért utóbbi értékét az alábbi empirikus összefüggéssel határoztam meg

$$N = N_0 \cdot n, \quad (6.2)$$

ahol N_0 az adott feladathoz empirikusan felvett próbálkozások száma, n a tervezési változók száma.

6.2. Kiinduló hőmérséklet analitikus meghatározása

Jelölje $\chi(T_t)$ az elfogadási arányt a T_t hőmérsékleten végzett próbálkozásokra

$$\chi(T_t) = \frac{\text{elfogadott állapotok száma}}{\text{generált állapotok száma}}. \quad (6.3)$$

Általános szabályként elmondható, hogy a keresés elején jellemző magas T_t hőmérsékleten megközelítőleg az összes generált állapot elfogadásra kerül a Metropolis kritérium által (6.1), így $\chi(T_t)$ értéke is közelít egyhez. A T_0 kiinduló hőmérsékletet éppen ezért úgy kell megválasztani, hogy az biztosítsa a keresési tér bejárását a lokális minimum értékekből való kilépéssel. Azonban a túl magas kiinduló hőmérséklet növeli a kereső algoritmus függvényhívásának költségét. Számos analitikus eljárást meghatároztak a kiinduló hőmérséklet számítására, melyekkel teljesül az $\chi(T_0) \geq 0,8$, azaz közel az összes generált állapot elfogadásra kerül virtuálisan [7,122,123].

Jelölje m_t a T_t hőmérsékleten elvégzett próbálkozások számát továbbá teljesüljön, hogy $m_t = m_1 + m_2$. Tartozzon az m_1 az energia csökkentő míg m_2 az energia növelő próbálkozások számához. Továbbá meghatározva az energia növelő próbálkozások és a kiinduló konstrukcióhoz tartozó energia különbségeinek $\overline{\Delta E^+}$ átlagát, az $\chi(T_t)$ elfogadási arány egy lehetséges közelítése [124]

$$\chi(T_t) \approx \frac{m_1 + m_2 \exp\left(\frac{-\overline{\Delta E}^+}{T_t}\right)}{m_1 + m_2}. \quad (6.4)$$

Vegyük fel a kiinduló hőmérséklet értékét ideiglenesen nullára és készítsünk m_0 próbálkozást. Ezt követően határozzuk meg az $\chi(T_0)$ kiinduló elfogadási arányt, melyre az $\chi(T_0) = 0,85$ egy gyakran használt érték, ami a próbálkozások 85 [%]-os elfogadásának elvárását jelenti [124]. Ezáltal az Aarts és Van Leerhoven által ismertett analitikus képlet segítségével az elfogadási arányt teljesítő kiinduló hőmérséklet becsülhető [124]

$$T_0 \approx \frac{\overline{\Delta E}^+}{\ln\left(\frac{m_2}{m_2\chi(T_0) - m_1(1 - \chi(T_0))}\right)}. \quad (6.5)$$

Mivel a logaritmus függvény a pozitív valós számok halmazán értelmezett, T_0 csak azon m_0 próbálkozás esetén számítható, melyre teljesül

$$m_2 > m_0(1 - \chi(T_0)). \quad (6.6)$$

6.3. Hűtési függvény a hőmérséklet paraméterre

Az algoritmus konvergencia sebessége jelentős mértékben függ a T_t hőmérséklet paraméter T_{t+1} értékre csökkenését leíró $\Lambda(t)$ hűtési függvényről, melynek hatását számos kutatás vizsgálta [87–89]. Az SA algoritmus futása során a $\mathbf{T} = \{T_0, \dots, T_t, \dots, T_{min}\}$ hőmérséklet paraméter csökkenő sorozatát használja, mely sorozat véges, ha a T_{min} értéke is adott. A csökkenő sorozatot az irodalmakban különböző függvények segítségével adják meg, melyek közül az exponenciális-szorzatfüggvényt először Kirkpatrick, Gelatt és Vecchi javasolta [7]

$$T_t = T_0 \alpha_1^t, \quad (6.7)$$

ahol α_1 a hűtési sebességet szabályzó paraméter, melyre leggyakrabban a 0,8 és 0,99 közötti pozitív értéket alkalmazzák [125].

Randelman és Grest lineáris hűtési függvényt javasolt, ahol a T_t hőmérséklet paraméter minden N darab próbálkozást követően ΔT értékével csökken a T_{min} minimálisan megengedett hőmérsékletig [126]

$$T_t = T_0 - t\Delta T, \text{ és } T_t \geq T_{min}. \quad (6.8)$$

Szu [127] az általa ismertetett gyors szimulált hűtési algoritmusban a hűtési lépcsővel (t iterációs szám) fordítottan arányos hűtési függvényt alkalmazott

$$T_t = \frac{T_0}{1+t}. \quad (6.9)$$

6.4. Új állapot generálására adaptív keresési térrel

Az m -edik új jelölt létrehozásához az utoljára elfogadott állapothoz adjunk hozzá egy α_m lépést, melynek minden elemét egy nulla várható értékű normális eloszlású és $\rho_{i,t}$ szórású véletlen számmal képezzük. Ha túl kicsi ρ_t keresési tért választunk az algoritmus beragadhat egy lokális optimumba, míg ha túl nagyot az optimum csak hozzávetőlegesen közelíthető meg. A kiinduló lépéshossz $\rho_{i,0}$ az i -edik tervezési változó tartománya alapján az alábbi empirikus összefüggéssel került felvételre

$$\rho_{i,0} = (d_{i,max} - d_{i,min})/2, \quad i = 1, \dots, n. \quad (6.10)$$

A keresési tér szűkítése nélkül az esély, hogy jobb függvényértéket találjon az algoritmus a nullához konvergál. Ezért cél az, hogy az algoritmus futása alatt hatékonyabban találjon jobb megoldásokat, melyet kis elfogadási ráta esetén elő lehet segíteni a keresési tér szűkítésével, melyet Schwefel 1/5-ös sikerszabályként javasolt először evolúciós algoritmusokra [128]. Ezt úgy végezte el, hogy minden N próbálkozást követően a keresési tér szűkítésre vagy tágításra került az utolsó 10N próbálkozásra meghatározott elfogadási ráta értéke alapján

$$\chi_{10N} = \sum_{t=9}^t \frac{\chi(T_t)}{10}. \quad (6.11)$$

Schwefel szabályát tovább vizsgálták és az elfogadási ráta értéke alapján három esetet megkülönböztetve olyan lehetőség is adódhat, amikor a keresési tér nem kerül szűkítésre [129], azaz

$$\rho_{t+1} = \begin{cases} \min(\rho_0, \rho_t/\beta), & \text{ha } \chi_{10N} > 1 - q \\ \rho_t, & \text{ha } q \leq \chi_{10N} \leq 1 - q \\ \beta\rho_t, & \text{ha } \chi_{10N} < q, \end{cases} \quad (6.12)$$

ahol $q < 0,5$ az elfogadási ráta paraméter és $0 < \beta < 1$ a lépésméret adaptáló tényező.

6.5. Konvergencia feltétel

Cél olyan konvergencia kritériumok megfogalmazása, melyek az optimum hely és célfüggvény értékének ismerete nélkül alkalmasak az algoritmust az optimum egy kellően jó környezetében megállítani. Jelölje $E(\mathbf{d}_k)$ a Metropolis feltétel által elfogadott k -adik függvényértéket, így annak relatív változása a $(k - 1)$ -edik elfogadott állapothoz képest

$$RE_{E(\mathbf{d}_k)} = \frac{|E(\mathbf{d}_k) - E(\mathbf{d}_{k-1})|}{|E(\mathbf{d}_{k-1})|}. \quad (6.13)$$

A sztochasztikusan generált lépés távolsága a keresési eljárás bármely szakaszában lehet olyan kismértékű, mely esetén a konvergencia kritérium teljesül. A keresés korai leállása az utolsó m_c iterációban elfogadott állapotokra számított \overline{RE} átlagos relatív hibával elkerülhető. A konvergencia értékek vektora legyen $\boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_d, \varepsilon_E)$, ahol $\boldsymbol{\varepsilon}_d$ a tervezési változókra, míg ε_E a célfüggvényre megadott értékek. Így a konvergencia feltétel teljesülése az alábbi egyenlőtlenséggel vizsgálható

$$cc_1 = 1, \text{ ha } \overline{RE}_{E(\mathbf{d}_k)} < \varepsilon_E. \quad (6.14)$$

Jelölje \mathbf{d}_k a k -adik elfogadott tervezési változók vektorát, mely elemeinek relatív változása a $(k - 1)$ -edik elfogadott lépéshez képest

$$RE_{d_{i,k}} = \frac{|d_{i,k} - d_{i,k-1}|}{|d_{i,k-1}|}, i = 1, \dots, n, \quad (6.15)$$

így a konvergencia feltétel teljesülése az alábbi egyenlőtlenséggel vizsgálható

$$cc_2 = 1, \text{ ha } \overline{RE}_{d_{i,k}} < \varepsilon_{d,i} \text{ minden } i = 1, \dots, n \text{ esetén.} \quad (6.16)$$

A konvergencia kritériumok nem teljesülése esetén az algoritmus futását az m_{max} maximális iterációs szám elérésével lehet leállítani

$$sc = 1, \text{ ha } m \geq m_{max} = 3000 \cdot n. \quad (6.17)$$

Jelölje $C(cc_1, cc_2, sc)$ a leállási/konvergencia feltételt, mely bármely előzőekben ismerttetett feltétel teljesülése esetén aktiválódik

$$C(cc_1, cc_2, sc) = 1, \text{ ha } cc_1 = 1 \parallel cc_2 = 1 \parallel sc = 1. \quad (6.18)$$

6.6. Pszeudokód a szimulált hűtés algoritmusra

A fejlesztett szimulált hűtési algoritmus Matlab környezetben írt forráskódja a 3-as számú mellékletben található.

6.1. algoritmus. Szimulált hűtési kereső eljárás adaptív keresési térrel

(1) (Inicializálás)

Megadunk egy kiinduló tervezési változót $\mathbf{d}_0 \in \Omega$; kiinduló hőmérsékletet T_0, T_t hőmérséklet paraméteren elvégzett N próbálkozást; $\Lambda(t)$ hűtési függvényt; $\boldsymbol{\rho}_0$ kiinduló keresési tért; β lépésméret adaptáló tényezőt; a $(m_c; \boldsymbol{\varepsilon} = (\boldsymbol{\varepsilon}_d, \boldsymbol{\varepsilon}_E))$ konvergencia feltétel paramétereit

Legyen a számláló a célfüggvény hívásra $m = 0$, az elfogadott állapotra $k = 0$; a hűtési lépcsőre $t = 1$

Legyen a változók értéke $\mathbf{d}_k = \mathbf{d}_0$; $\mathbf{d}_{opt} = \mathbf{d}_0$; $\boldsymbol{\rho}_t = \boldsymbol{\rho}_0$; $T = T_0$

(2) (Új állapot generálása)

do

generáljunk egy véletlen lépést $\mathbf{a}_m(\boldsymbol{\rho}_t) \in \mathbb{R}^n$; $\mathbf{d}_{m+1} = \mathbf{d}_k + \mathbf{a}_m$

while $\mathbf{d}_{m+1} \in \Omega$

$\mathbf{d}_{new} = \mathbf{d}_{m+1}$; $(m = m + 1)$

(3) (Metropolis Kritérium)

számítsuk ki $\Delta E = E(\mathbf{d}_{new}) - E(\mathbf{d}_k)$

if $\Delta E < 0$

$\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{d}_{new}$; $(k = k + 1)$

if $\mathbf{d}_{new} < \mathbf{d}_{opt}$, $\mathbf{d}_{opt} = \mathbf{d}_{new}$

else

generáljunk egy egyenletes eloszlású véletlenszámot (r) a $(0; 1)$ tartományban

if $r < P = \exp(-\Delta E/T_t)$; $\mathbf{d}_{k+1} = \mathbf{d}_{new}$, $(k = k + 1)$

end

(4) (Hőmérséklet paraméter hűtése, keresési tér adaptálása)

if $m \% N = 0$

$T_t \rightarrow T_{t+1}$, hívjuk meg a hűtési függvényt $\Lambda(t)$

kiszámoljuk az χ_{10N} -t, ezután adaptáljuk a keresési tért $\boldsymbol{\rho}_t \rightarrow \boldsymbol{\rho}_{t+1}$; $(t = t + 1)$

end

(5) (Konvergencia feltétel)

if $m > m_c$

if $C(cc_1, cc_2, sc) = 1$, ellenőrizzük a leállási/konvergencia feltételt

állítsuk meg a keresést és adjuk vissza \mathbf{d}_{opt} , $E(\mathbf{d}_{opt})$, m

else lépünk vissza a (2)-es lépésre

end

end

6.7. Hiperparaméter-optimalizálás a szimulált hűtési algoritmus feladatspecifikus adaptálására

Jelen alfejezetben céloom olyan optimalizálási eljárást kidolgozni, mely képes a szimulált hűtési algoritmus hiperparamétereinek feladatspecifikus beállítására és ezáltal a globális optimum hatékony megtalálására. Az algoritmus működésének jóságát a konvergenciához szükséges függvényhívások számával és a megtalált minimális függvényérték pontosságával lehet jellemezni, melynek mérőszámát az $E(\mathbf{p})_{SA}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ célfüggvény határozza meg

$$E(\mathbf{p})_{SA} = w_1 E(\mathbf{p})_{SA,succ} + w_2 E(\mathbf{p})_{SA,cost}, \quad (6.19)$$

ahol $E(\mathbf{p})_{SA,succ}$ a minimális függvényérték megtalálásának sikere, $E(\mathbf{p})_{SA,cost}$ a függvényhívások alapján meghatározott mérőszám, míg w_1 és w_2 a tagok súlyozására használt tényezők. Jelen vizsgálat esetén $w_1 = 10$ és $w_2 = 1$. Az $E(\mathbf{p})_{SA,succ}$ bináris értékű az algoritmus által megtalált $f_{opt,SA}$ és az előre megadott f_{limit} függvényértékek függvényében

$$E(\mathbf{p})_{SA,succ} = \begin{cases} 0 & , \text{ha } f_{opt,SA} < f_{limit} \\ 1 & , \text{ha } f_{opt,SA} \geq f_{limit}. \end{cases} \quad (6.20)$$

Az algoritmus legkorábban az m_c függvényhívást követően konvergálhat, mely esetben az $E(\mathbf{p})_{SA,cost} = 0$ értéket vesz fel. Az $E(\mathbf{p})_{SA,cost} = 1$, ha az algoritmus az m_{max} maximális függvényhívást elérve áll le, míg a két eshetőség között egyenesen arányosan változik az értéke

$$E(\mathbf{p})_{SA,cost} = \frac{m - m_c}{m_{max} - m_c}. \quad (6.21)$$

A kereső eljárás sztochasztikus működéséből következik, hogy az algoritmust adott hiperparaméter beállítással ismételten lefuttatva szórás tapasztalható a függvényhívások számában és a megtalált minimális függvényértékben, ezáltal az $E(\mathbf{p})_{SA}$ célfüggvény értékében is. Ezért az algoritmus (6.23)-as összefüggésben található változó hiperparamétereinek diszkrét értékészletét határoztam meg az irodalmakban fellelhető adatokra támaszkodva tapasztalati úton [7,125–128]. A szimulált hűtési algoritmus feladatspecifikus adaptálása esetén céloom a hiperparaméterek véges számú kombinációjából a legjobban teljesítő beállítás megtalálása a célfüggvényt figyelembe véve.

Legyen Ψ a $\mathbf{p} = (p_1; p_2; p_3)$ diszkrét tartományon értelmezett algoritmus változó hiperparamétereit tartalmazó vektorok halmaza. A fentiek alapján belátható, hogy az

algoritmus működése akkor javul, ha a célfüggvény a nullához minél közelebbi értéket vesz fel, így a \mathbf{p}_{opt} optimális hiperparaméter beállítások vektora az alábbi feltételekkel választható ki

$$E(\mathbf{p}_{opt})_{SA} = \min_{\mathbf{p} \in \Psi} E(\mathbf{p})_{SA}, \quad (6.22)$$

figyelembe véve

$$\begin{aligned} p_1 = \beta &\in \{0,625:0,075:0,925\} \\ p_2 = \Lambda &\in \{1,2,3\} \\ p_3 = \alpha_1 &\in \{0,7:0,05:0,95\} \mid \alpha_2 \in \{1,4,8,16,32,64\} \\ E(\mathbf{p}_{opt})_{SA} &\leq E_{SA,limit} = 1, \end{aligned} \quad (6.23)$$

ahol β a lépésméret adaptáló tényező, α_1 a hűtési sebességet szabályzó paraméter, α_2 a lineáris hűtési stratégiát gyorsító paraméter, $E_{SA,limit}$ az elfogadható legrosszabb célfüggvény érték, és Λ a hűtési stratégia függvénye

$$\Lambda = \begin{cases} 1, & \text{esetén } T_t = T_0 \alpha_1^t \\ 2, & \text{esetén } T_t = \max(T_0 - t\Delta T, T_{min}) \\ 3, & \text{esetén } T_t = T_0 / (1 + t), \end{cases} \quad (6.24)$$

ahol T_0 a kiinduló hőmérséklet, $T_{min} = 0,001$, és ΔT a hőmérséklet csökkenés mértéke, mely az alábbi összefüggéssel adott

$$\Delta T = \alpha_2 \Delta T_{min} = \alpha_2 \frac{(T_0 - T_{min})N}{m_{max}}, \text{ ahol } 1 \leq \alpha_2. \quad (6.25)$$

6.8. Szimulált hűtési algoritmus adaptálása matematikai tesztfüggvényekre

A gumitermékek fizikai viselkedését anyagmodellel, geometriára és a peremfeltételekre meghatározott matematikai modellekkel, valamint a nagy alakváltozást leíró kontinuummechanikai hátteret használó numerikus diszkretizált modellel leírva a számított célfüggvény általában polinomokkal közelíthető viselkedést mutat. Ezen célfüggvényekre a tapasztalatok alapján az elnyúló völgy és/vagy több lokális minimum érték előfordulása a leginkább jellemző tulajdonság. Ezért az algoritmus működésének és hiperparaméter-optimalizálási feladatának tesztelésére az említett tulajdonságokkal rendelkező a globális optimum megtalálása szempontjából kihívást jelentő *Rosenbrock*, *Six-hump camel*, *McCormick* és *Michalewicz* matematikai tesztfüggvényeket választottam [130] alapján. A matematikai tesztfüggvények \mathbf{x}_{opt} optimum helyét, f_{opt} minimális értékét és az optimum egy

kellően jó megközelítésének feltételét f_{limit} függvényértékkel vettem fel a 6.1. táblázat alapján.

6.1. táblázat. Matematikai tesztfüggvények és tulajdonságaik [130]

Tesztfüggvény	Értelmezési tartomány		\mathbf{x}_{opt}	f_{opt}	f_{limit}
Rosenbrock	$x_1 \in [-5; 10]$	$x_2 \in [-5; 10]$	(1; 1)	0	0,01
Michalewicz	$x_1 \in [0; \pi]$	$x_2 \in [0; \pi]$	(2,20; 1,57)	-1,8013	-1,8
Six-hump camel	$x_1 \in [-3; 3]$	$x_2 \in [-2; 2]$	(0,0898; -0,7126) (-0,0898; 0,7126)	-1,0316	-1,03
McCormick	$x_1 \in [-1,5; 4]$	$x_2 \in [-3; 4]$	(-0,54719; -1,54719)	-1,9133	-1,91

Az optimalizációs feladatokat és a szimulált hűtési algoritmust is Matlab szkriptben implementáltam, lásd 3-as számú melléklet. A szimulált hűtési eljárás robusztusságának növelése céljából, továbbá annak sztochasztikus viselkedése miatt az algoritmust a tervezési tér pontjai közül véletlenszerűen kiválasztott 100 [db] kiinduló pontból futtattam, így az $\bar{E}(\mathbf{p})_{SA}$ célfüggvény értéke is azok átlagaként került meghatározásra. A feldolgozott irodalmak alapján tapasztalati úton vettem fel a 6.2. táblázatban megadott hiperparamétereket. A generált kezdőpontokra a korábban ismertetett (6.5) képletet használva azok átlagaként határoztam meg a kiinduló hőmérsékletet. A \mathbf{p}_0 kiinduló keresési tér a korábban ismertetett (6.10) összefüggés alapján került felvételre, majd az algoritmust futtatva a keresés előrehaladtával \mathbf{p} adaptív értékű a korábban bemutatott (6.12) szabályt követve. Az algoritmus függvényhívásának számát és a globális optimum megközelítésének pontosságát legjobban a hűtési stratégia, valamint a β lépésméret adaptáló tényező befolyásolja, ezért ezen hiperparamétereket választottam az optimalizálási feladat változóinak a korábban megadott (6.22-6.25) összefüggéseket figyelembe véve.

6.2. táblázat. Az SA algoritmus rögzített hiperparaméterei a különböző matematikai tesztfüggvényekre

Tesztfüggvény	Kiinduló hőmérséklet		Adaptív keresési tér			Konvergencia		
	m_0	$\chi(T_0)$	\mathbf{p}_0	N	q	ϵ	m_c	m_{max}
Rosenbrock	100	0,85	[7,5; 7,5]	20	0,2	[0,1; 0,1; 0,001]	100	6000
Michalewicz	100	0,85	$[\pi/2; \pi/2]$	20	0,2	[0,1; 0,1; 0,001]	100	6000
Six-hump camel	100	0,85	[3; 2]	20	0,2	[0,1; 0,1; 0,001]	100	6000
McCormick	100	0,85	[3,25; 3,5]	20	0,2	[0,1; 0,1; 0,001]	100	6000

A Szimulált hűtési algoritmust a változó hiperparaméterek diszkrét értékeinek kombinációjával futtattam a különböző tesztfüggvényeken, majd $E(\mathbf{p})_{SA}$ célfüggvény alapján kiválasztottam a legjobban teljesítő hiperparaméterezést, amit a 6.3. táblázat

tartalmaz. Az optimálisnak választott hiperparaméterezéssel a célfüggvény ismételhetőségét a tesztet 20-szor újra elvégezve vizsgáltam és meghatároztam az $\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$ átlagos célfüggvényértéket. Minden matematikai tesztfüggvény esetén a gyors hűtési paraméterű exponenciális hűtési függvény bizonyult megfelelő választásnak. A Rosenbrock tesztfüggvény esetén a többbitől eltérően a lassú keresési tér szűkítés bizonyult hatékonynak. A Rosenbrock célfüggvény optimumának megközelítése kihívás az algoritmus számára, amit az $\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$ szórásának mértéke is jelez. Ennek ellenére a Rosenbrock függvényre megtalált f_{opt} érték a futtatások 95 [%]-a esetén jobb, mint az f_{limit} érték. Ellenben a többi célfüggvény esetén az $\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$ célfüggvény ismételhetősége alapján a kidolgozott hiperparaméter-optimalizálási eljárás megfelelően működik a sztochasztikus viselkedés mellett is. Ez egyben bizonyítja a 6.5. fejezetben konvergencia feltételként kidolgozott eljárás helyes működését is.

6.3. táblázat. Az SA algoritmus adaptált hiperparaméterei a különböző matematikai tesztfüggvényekre

Tesztfüggvény	$\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$	Ismételhetőség		$S(T_0, \Lambda, N)$, Hűtési stratégia				β
		Átlag	SD	Λ	α_1	α_2	T_0	
Rosenbrock	0,74659	0,9291	0,27690	1	0,70	-	436335	0,925
Michalewicz	0,07565	0,0752	0,00023	1	0,70	-	1,06531	0,625
Six-hump camel	0,14214	0,1426	0,00045	1	0,70	-	72,73121	0,625
McCormick	0,12670	0,1274	0,00040	1	0,70	-	26,89435	0,625

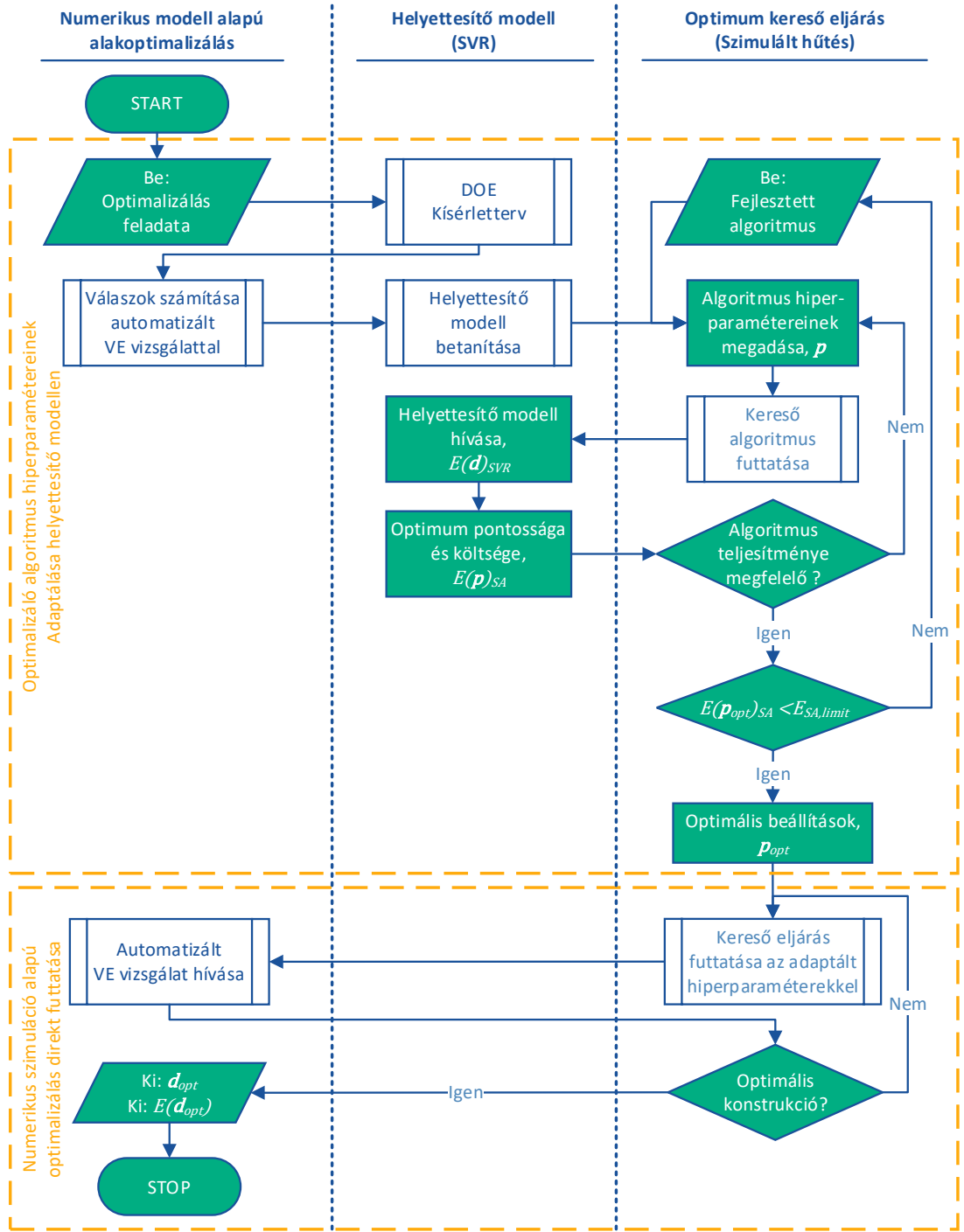
Az eredmények alapján a fejlesztett SA algoritmus a vizsgált matematikai tesztfüggvények esetén alkalmas a globális optimum egy kellően jó környezetének megtalálására, így jó eséllyel alkalmas megtalálni az alakoptimalizálási feladat esetén is a célfüggvény minimum értékét. Az algoritmus hiperparamétereit feladatspecifikusan kell felvenni, hogy pontos és költséghatékony keresési eljárást kapjunk. Ennek a célnak a figyelembevételével olyan hiperparaméter-optimalizálási eljárást dolgoztam ki az irodalmi és tapasztalati úton felvett diszkrét hiperparaméter értékekre, amely kellően robusztus ahhoz, hogy akár tetszőleges optimalizálási problémára képes legyen az algoritmus hiperparaméterezését meghatározni.

7. Szimulált hűtési algoritmus helyettesítő modell alapú adaptálása

Ebben a fejezetben célokom egy olyan új eljárás bemutatása, mely alkalmas a szimulált hűtés hiperparamétereinek adaptálására a mérnöki gyakorlatban előforduló számításgényes szimuláció alapú optimalizálási feladatokra. A 6. fejezetben bemutatott hiperparaméter-optimalizálási feladatot minden lehetséges esetre tesztelve 65 [db] futtatást kell elvégezni, mely a végeselemes modellek hívásából adódóan önmagában egy számítás és ezáltal időigényes feladat. Az algoritmus sztochasztikus működéséből adódóan az $E(\mathbf{p})_{SA}$ célfüggvény értékét többszöri futtatás átlagaként kell meghatározni, mely a feladat belátható időn túli megoldását eredményezi.

Fejlesztésem alapötlete és újdonsága az, hogy a szimulációt tartalmazó feladat helyett a kisebb számításgénnel hívható helyettesítő modellt alkalmazva végezzem el az algoritmus tesztelését és hiperparamétereinek feladatspecifikus adaptálását. Feltételezésem szerint a szimuláció alapú célfüggvényt helyettesítő modell kellően pontos viselkedéssel rendelkezik a szimulált hűtési algoritmus kezdeti hőmérsékletének analitikus meghatározására. Továbbá a helyettesítő modellen meghatározott \mathbf{p}_{opt} optimális hiperparaméterezéssel a szimulált hűtési algoritmust direkt futtatva a szimuláció alapú alakoptimalizálási feladaton, alkalmas annak optimumát megközelíteni, valamint megbecsülni a konvergencia feltétel teljesüléséhez szükséges függvényhívások számát. Az optimalizáló algoritmus hiperparamétereinek helyettesítő modell alapú adaptálására kidolgozott eljárás folyamatábrája a 7.1. ábrán látható.

A fejlesztett eljárás három fő részre osztható, melyek közül az első a numerikus modell alakoptimalizálási feladatának és automatizálásának megvalósítása a 7.1. ábrának megfelelően. A kidolgozott folyamatba való integrálhatóság miatt fontos, hogy a végeselemes modellezés lépései ne csak automatizálhatóak legyenek, hanem külső szoftverrel (jelen esetben Matlab) a kétirányú kommunikáció is megvalósítható legyen. Ezért a numerikus modellezéshez a Femap végeselemes pre- és posztprocesszort választottam, mely rendelkezik a szoftver utasításkészletéhez hozzáférést biztosító API-val (*application programming interface*). A végeselemes modell előkészítését, futtatását és utófeldolgozását az API-n keresztül utasított parancsok formájában saját program készítésével hajtottam végre. Az alakoptimalizálási feladatot (célfüggvény, tervezési paraméterek, -változók és -kényszerek) Matlab szkript formájában készítettem el.



7.1. ábra. A szimuláció alapú optimalizálási feladat kereső algoritmusának helyettesítő modell alapú hiperparaméter adaptálása

A fejlesztett eljárás központi része a szimuláció alapú célfüggvény helyettesítése egy kisebb számításí ráfordítással hívható modellel. Erre a célra az optimalizálási feladat változóinak számától és a fizikai probléma viselkedésének összetettségétől függetlenül alkalmazható módszert kerestem. Ezt az elvárást a regressziós feladatokra alkalmazható felügyelt gépi tanuló eljárások képesek teljesíteni, melyek közül az SVR modellt és annak betanításához a Matlab regressziós tanuló alkalmazást választottam.

A folyamat utolsó részében a 6. fejezetben fejlesztett hiperparaméter-optimalizálási eljárást alkalmaztam. Ennek segítségével a szimulált hűtési algoritmus hiperparamétereit a betanított SVR helyettesítő modell optimumának keresési feladatát vizsgálva adaptáltam az alakoptimalizálási feladatra. Végül az eljárással meghatározott \mathbf{p}_{opt} hiperparaméterekkel a szimulált hűtési algoritmust közvetlenül futtattam a numerikus modellen. A Femap és Matlab közötti kapcsolatot Visual Studio felületen készített program segítségével valósítottam meg.

A kereső algoritmus hiperparamétereinek helyettesítő modellen történő adaptálására fejlesztett folyamatot a 4. fejezetben ismertetett alakoptimalizálási feladaton keresztül teszteltem. A $\mathbf{d} = (d_1; d_2)$ geometriai tervezési változók vektora az értékeit az alábbi tartományban veheti fel

$$\begin{aligned} 70 \leq d_1 \leq 130 \text{ [mm]} \\ 10 \leq d_2 \leq 60 \text{ [mm]} \\ x_1 - d_2/2 \geq 15 \text{ ahol } x_1 = d_1/2 - \tan(\alpha)h, \end{aligned} \tag{7.1}$$

ahol a geometriai feltételként felírt egyenletek által meghatározott megengedett tartomány a 7.2. ábrán látható.

A fejlesztett eljárás pontosságának és hatékonyságának vizsgálatához az elvárt karakterisztikát előre ismert optimális alakból $\mathbf{d}_{opt} = (108; 33)$ [mm] határoztam meg. Ez az információ a kidolgozott eljárás által ismeretlen, mindössze a végső konklúziók meghatározására használom fel. A kiinduló konstrukció geometriai mérete $\mathbf{d}_{kezdeti} = (100; 40)$ [mm]. A végeselemes modellt a 4. fejezetben ismertetett úton építettem fel a Femap API parancsokat hívó egyedi szoftverrel, továbbá a numerikus számításokhoz az NX Nastran Advanced Nonlinear Static nemlineáris megoldót használtam. A kezdeti konstrukcióra elvégeztem a futtatást, melyből a (4.4)-es összefüggéssel a 7.1. táblázatban található $E(\mathbf{d}_{kezdeti})_{FEA}$ célfüggvény értéket meghatároztam.

7.1. táblázat. A célfüggvény értéke az optimális és a kiinduló geometriai konstrukciókra

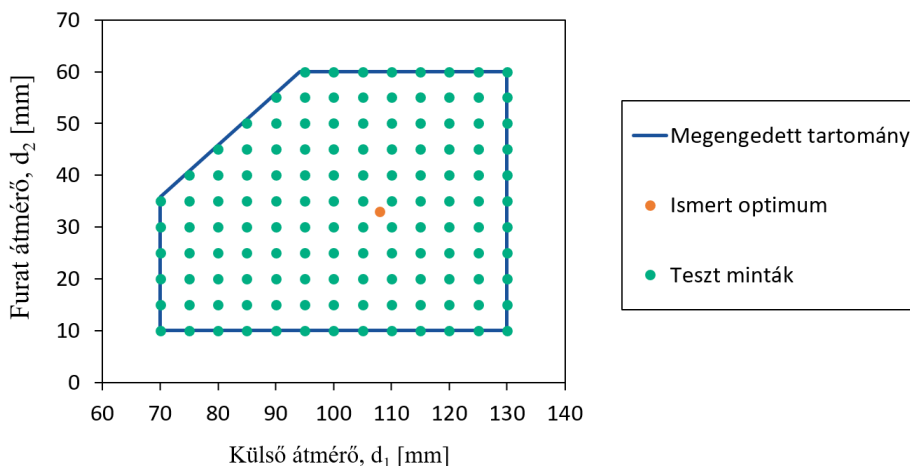
	d_1 [mm]	d_2 [mm]	$E(\mathbf{d})_{FEA}$ [kN] ²
Optimális alak, \mathbf{d}_{opt}	108	33	0
Kiinduló alak, $\mathbf{d}_{kezdeti}$	75	20	9666

7.1. A numerikus modellezés automatizálása a Femap API használatával

Ahhoz, hogy felgyorsítsam a végeleemes modell elő- és utófeldolgozását, szükséges a folyamatok paraméterezése. A modellépítés automatizálását a Femap API alkalmazásprogramozási felület használatával valósítottam meg. Ez egy objektum-orientált kód, ami VBA (*Visual Basic for Applications*) nyelven hozzáférést biztosít a szoftver utasításkészletéhez. Ezáltal a végeleemes modell elő- és utófeldolgozásához használt Femap függvényeket egy Microsoft Visual Studio (VS) környezetben megírt program segítségével hívtam meg COM/OLE interfészen keresztül. A Matlab és a Visual Studio közötti kétirányú adatcserét TCP protokollstruktúrával valósítottam meg. Ezáltal a paraméterezett Femap utasításkészletek hívása VS-n keresztül elvégezhető a Matlab környezetben írt szkript futtatásával, mely tartalmazza a kísérlettervezést, az optimalizálási feladatot és az optimum kereső eljárást. A végeleemes futtatásból kapott eredmények a kétirányú kommunikációnak köszönhetően visszaküldhetők a Matlab szkriptbe, így a vizsgált konstrukcióhoz tartozó célfüggvény számítása elvégezhető.

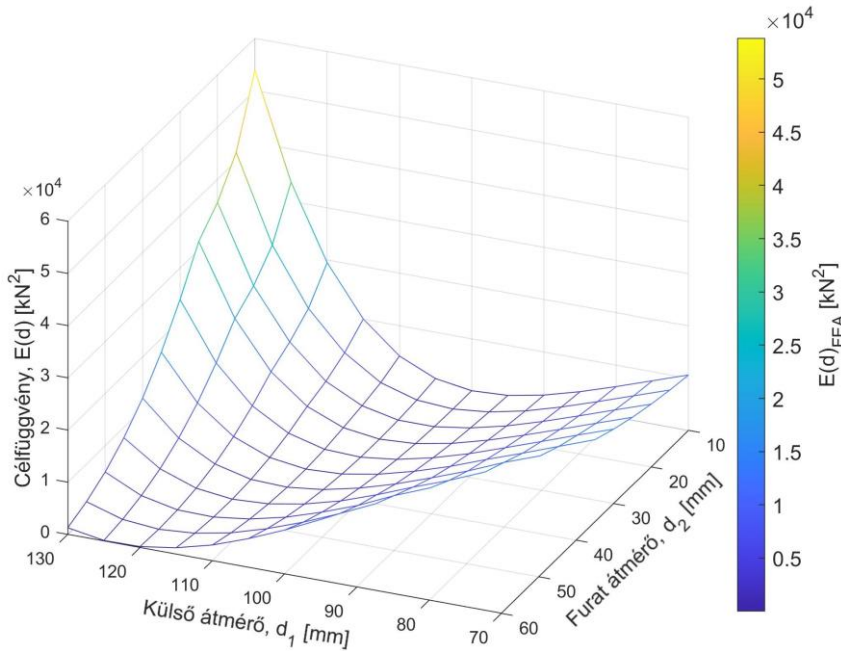
7.2. Tesztelő adathalmaz generálása, célfüggvény viselkedése

A tervezési változók mentén 5 [mm]-es lépésközökkel a megengedett tartományon belül 128 [db] mintát választottam ki a 7.2. ábrán látható módon. A gumiütköző automatizált végeleemes modelljének futtatásával lehetőség van minden ponthoz az $E(\mathbf{d})_{FEA}$ válaszokat meghatározni és így egy tesztelő adathalmazt előállítani. A későbbiekben illesztett SVR helyettesítő modellt így lehetőség lesz erre az ismeretlen adathalmazra futtatni és ezáltal a teljesítményét kiértékelni.



7.2. ábra. A 128 [db] tesztelő minta eloszlása a megengedett tartományban

A numerikusan meghatározott célfüggvény értékeket a tesztlő adathalmaz pontjaira ábrázolva a 7.3. ábrán látható elnyúló völgy alakú hálót kapjuk. Ez a fajta viselkedés egy gyakran vizsgált optimalizációs probléma, melyre az algoritmust az optimum egy kellően jó környezetében leállítani egy nagy kihívást jelentő feladat.

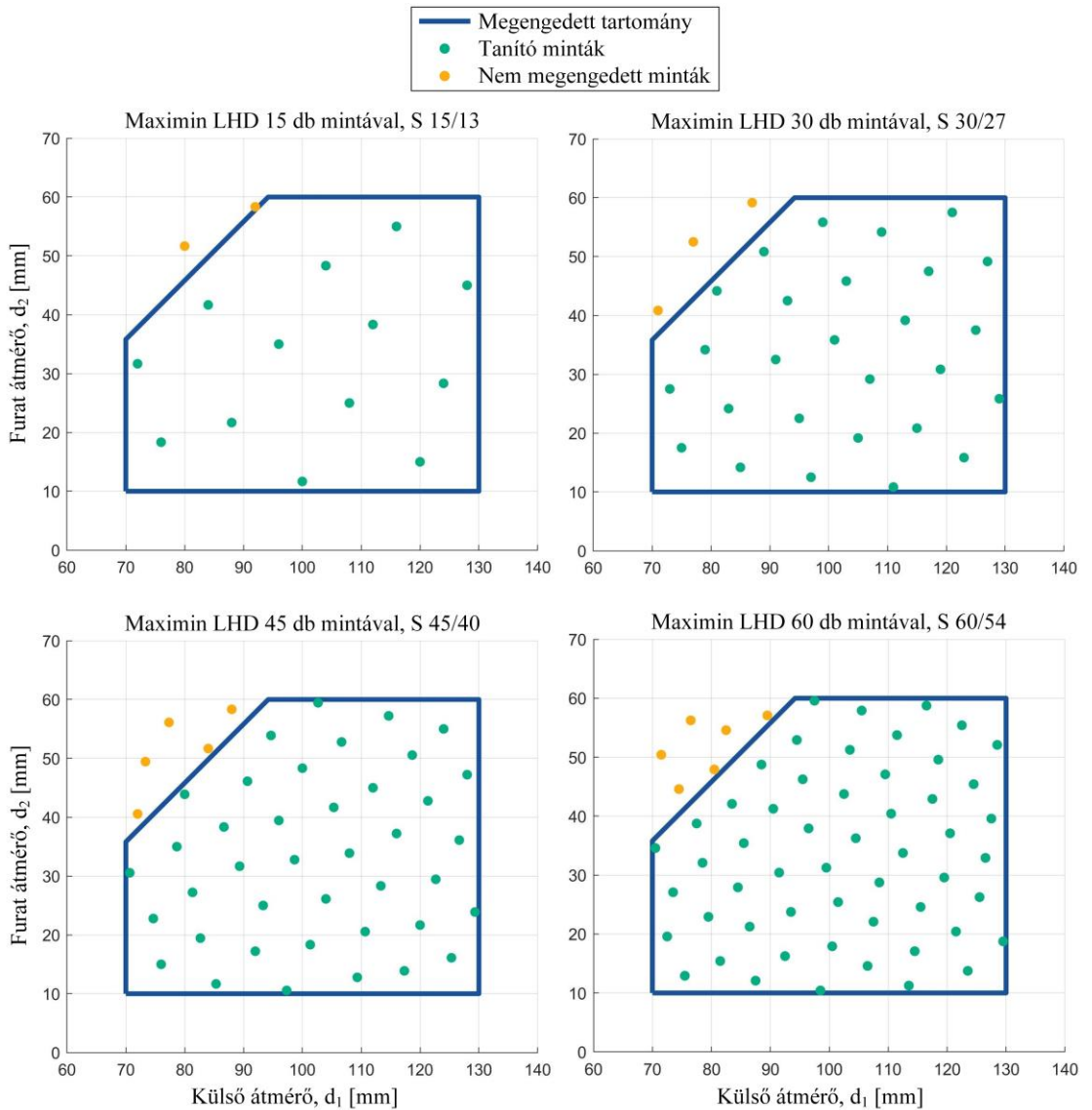


7.3. ábra. A tesztlő adathalmaz pontjaira számított numerikus célfüggvény értékek és az azokra illeszkedő színskálás háló

7.3. Tanító adathalmaz létrehozása statisztikai mintavételezéssel

Ahogy azt az 5. fejezetben elvégzett vizsgálataim is mutatták a célfüggvényt helyettesítő modell pontossága függ a mintavételezett pontok számától és azok tervezési térben való eloszlásától. A vizsgált célfüggvény erősen nemlineáris viselkedésének közelítésére legalább háromszintű statisztikai kritériumon alapuló mintavételezés elvégzése szükséges. A fejezetben megfogalmazott optimalizálási feladatra a középpontos kompozíciós terv, vagy a háromszintű teljes faktoriális terv nem végezhető el hiánytalanul a tervezési változók közé felírt geometriai optimalizálási feltétel miatt. Kevés tervezési változóval futtatott numerikus szimuláció esetén azonban jó választás lehet a Latin Hiperkocka terv elvégzése, hiszen a minták számának tetszőleges megválasztásával növelhető a célfüggvényről rendelkezésre álló információ, továbbá a tervezési változók szintjeinek száma megegyezik a megválasztott minták számával. Számos változata érhető el, melyek közül a Maximin

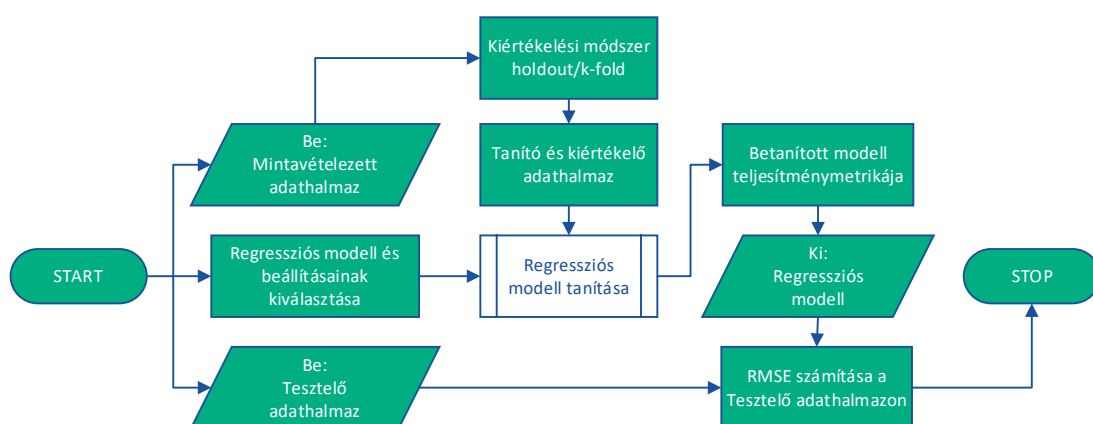
Latin Hiperkocka mintavételezést választottam [67]. A tervezési változók alsó és felső határait figyelembe véve 15,30,45 és 60 [db] mintát vételeztem a tervezési térből. Ezt követően a konstrukciós követelmények alapján megfogalmazott (4.3) összefüggésben ismertett geometriai feltételeket nem teljesítő pontok eltávolításra kerültek, így végül 13,27,40 és 54 [db] tanító pontból álló minta került kiválasztásra a megengedett tartományból, melynek eloszlása a 7.4. ábrán látható.



7.4. ábra. A maximin Latin Hiperkocka tervvel különböző mintaszámmal vételezett tanítópontok eloszlása a megengedett tartományban

7.4. Gépi tanuló eljárás alapuló helyettesítő modell illesztése

Ha a helyettesítő modellezéshez valamilyen felügyelt gépi tanuló eljárást választunk, akkor annak feladatspecifikus illesztését betanításnak nevezzük, melynek folyamata a 7.5. ábrán látható. Ennek első lépéseként egy adathalmazt kell megadni (mely lehet mintavételezéssel generált), majd definiálni kell a becsléshez tartozó bemenő adatokat (\mathbf{d} tervezési változók vektorai), valamint az ahhoz tartozó válaszokat ($E(\mathbf{d})_{FEA}$ végeselemes úton számított célfüggvény értékei). Ezt követően ki kell választani a gépi tanuló eljárást és specifikus beállításait (SVR modell esetén a kernel függvényt).



7.5. ábra. A gépi tanuló eljárás alapuló regressziós modell tanításának folyamata

A gépi tanuló (ML) eljárás hiperparamétereit feladatspecifikusan kell beállítani, mely az illeszkedést leíró hibaértékek csökkentésével egy optimalizációs eljárásához vezet. Azonos mintakészlet alkalmazása az ML algoritmus hiperparamétereinek meghatározására és tesztelésére egy olyan módszertani hiba, mely a modell túlillesztéséhez vezet. Ennek elkerülésére a rendelkezésre álló adathalmazt bizonyos százalékban tanító- és kiértékelő diszjunkt halmazokra kell bontani. Ezt az eljárást hívják *holdout* kiértékeléssel végzett tanításnak, mely metrika függetlensége a véletlenszerűen kiválasztott kiértékelő adathalmaztól csak nagyszámú minta esetén biztosítható. Kis adatbázis esetén a többször megismételt keresztkiértékelési (*k-fold cross-validation*) eljárással a tanító mintakészletet véletlenszerűen közel azonos elemszámú k_f diszjunkt részhalmazra kell bontani, majd k_f darab tanítást és kiértékelést lefuttatni. A kiértékeléshez minden futtatás során egy még korábban nem használt részhalmazt, míg a tanítást a maradék $k_f - 1$ részhalmaz elemeivel kell elvégezni. A különböző futtatásokra kapott kiértékelési metrika átlagával jellemezhető a modell illeszkedése. Ha k_f értékét a minták számának választjuk, akkor egy

kihagyásos keresztkiértékelési (*leave-one-out cross-validation*, LOOCV) eljárásra jutunk. Ennek hátránya, hogy magas elemszám esetén a tanítást hosszadalmassá teszi, ezért a k_f szám megválasztásával többen is foglalkoztak [131]. Kohavi vizsgálatai arra engednek következtetni, hogy $k_f = 10$ megfelelő választás általános esetben [132]. Ha az elemszám 10-nél kisebb akkor az LOOCV eljárás javasolt.

A Matlab regressziós tanuló applikációja automatizáltan alkalmas a különböző regressziós modellek betanítására, így a lineáris gépek, a neurális háló, a regressziós döntési fák, a tartóvektor gépek vagy a Kriging eljárás. Minden feladatra alkalmas algoritmus nem létezik, ezért a rendelkezésre álló módszerek közül a legtöbb esetben próbálgatással „*what if*” addig kell tesztelni az eljárásokat az adathalmazon, mígnem megtaláljuk a számunkra megfelelő pontossággal rendelkező eljárást. A tanítást követően a teljesítménymetriai értékek alapján a megfelelő regressziós eljárás kiválasztható [133].

Jelen vizsgálatom célja a regressziós modell illesztésén túl a vizsgált alakoptimalizálási feladathoz szükséges mintavételezési szám kiválasztása. Ennek meghatározásához megvizsgálom a regressziós modellek becslési képességét a tesztelő adathalmazon, melynek mérőszámaként az átlagos négyzetes hiba négyzetgyökét (RMSE) választom. A szükséges mintavételezési számot az RMSE érték konvergálása alapján határozom meg (13,27,40 és 54 [db] minta közül).

A helyettesítő modellezéssel célokom egy olyan kapcsolat feltárása $E(\mathbf{d})_{SVR} \approx E(\mathbf{d})_{FEA}$, amely jól közelíti az $E(\mathbf{d})_{FEA}$ célfüggvény értékét a \mathbf{d} tervezési változó megengedett tartományában. A vizsgált alakoptimalizálási feladat egy nemlineáris regressziós problémához vezet, amit a felügyelt ML eljárások hatékonyan képesek megismerni. A kernel trükköt [134] használó regressziós tartóvektor gépet (ε -SVR) elsőként a [8]-as irodalomban alkalmazták regressziós adathalmazok megoldására. A kernel trükk segítségével az eredetileg nemlineáris kapcsolatú adathalmazt egy magasabb dimenziójú kernel térbe transzformálva, a bemenetek és válaszok közötti kapcsolatot lineárisan lehet becsülni. A becslés jósága nagymértékben függ a választott kernel függvény típusától, melyre korábbi vizsgálataim alapján a köbös kernel függvény bizonyult megfelelő választásnak [P3,P4].

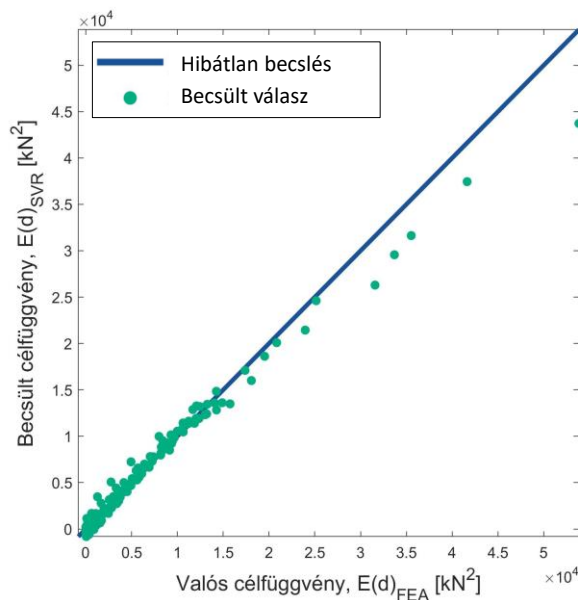
A regressziós feladat megoldására Matlab alkalmazást használtam, mellyel az ε -SVR modell hiperparamétereinek betanítása elvégezhető. Mivel a tanító adathalmaz kis méretű, a többször megismételt keresztkiértékelési eljárást használtam $k_f = 10$ beállítással a modell illeszkedésének vizsgálatára. Elvégeztem az ε -SVR modellek betanítását a különböző számú maximin LHD kísérlettervvel vett tanító adathalmazokra. A modellek illeszkedésének az eltérését a tesztelő adathalmaz pontjaira (128 [db]) becsült érték és a numerikus úton számított célfüggvény érték közötti átlagos négyzetes hiba négyzetgyökével (RMSE) határoztam meg, amit a 7.2. táblázat tartalmaz. A számított RMSE értékek alapján a tanító adathalmaz méretének

növelésével az SVR modell pontossága is nőtt a tesztalmazon az S 45/40 mintavételezésig, azonban ezt követően nem volt tapasztalható további javulás. Ezért a 40 [db] mintával betanított köbös kernel függvényt használó SVR modellt alkalmazom az eljárás további részeiben.

7.2. táblázat. A különböző mintavételezésre illesztett SVR helyettesítő modellek illeszkedésének összehasonlítása a tesztelő halmazra számított átlagos négyzetes hiba négyzetgyök alapján

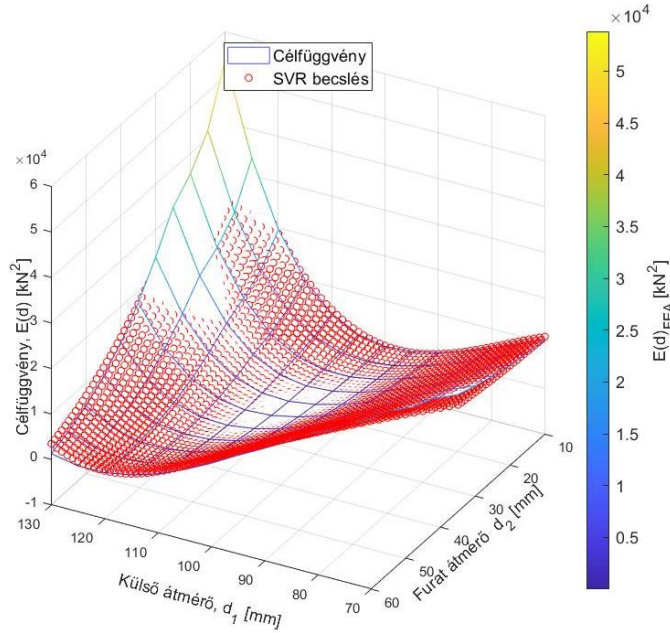
Kernel függvény	Keresztkiértékelés	RMSE			
		S 15/13	S 30/27	S 45/40	S 60/54
köbös SVR	10-fold	1927,45	1630,38	1411,24	1478,19

A betanított köbös SVR modellel a 128 [db] tesztelő pontra prediktált $E(d)_{SVR}$ célfüggvény értékeket ábrázolva a numerikusan meghatározott célfüggvényértékek függvényében a 7.6. ábrán látható eredményt kaptam. A metamodell becslése hiba nélküli, ha az összes pont a diagonális vonalon található, azaz a valós válasz megegyezik a jóslt válasszal. Egy pont vertikális távolsága a diagonális vonaltól a becslés hibáját szemlélteti. A 40 darab mintát tartalmazó maximin LHD kísérlettervvel betanított SVR modell becslései a diagonális vonalhoz közel helyezkednek el, ami alapján kijelenthető, hogy az SVR modell képes pontosan leírni a nemlineáris célfüggvény viselkedését.



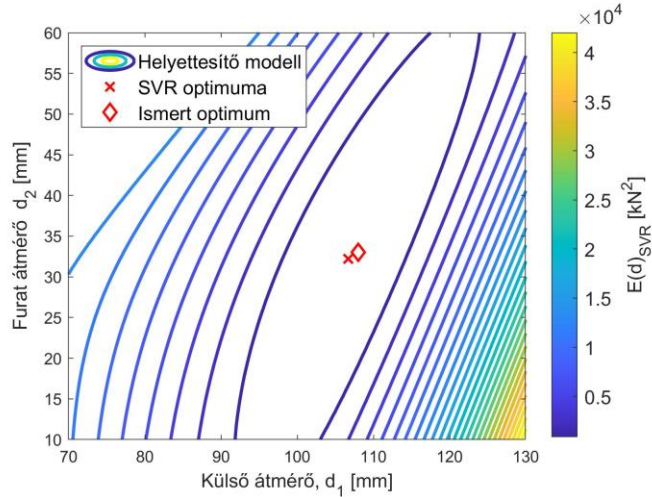
7.6. ábra. Az SVR modellel prediktált célfüggvény értékek a numerikusan meghatározott célfüggvényértékek függvényében a tesztelő adathalmaz pontjaira

Kiszámítottam a köbös SVR modell választ a tervezési változók egész számú diszkrét értékeinek kombinálásával létrehozott bemenő adathalmaz pontjaira. Az $E(\mathbf{d})_{SVR}$ SVR által becsült célfüggvény értékek alapján felvett piros pontok illeszkedését mutatja a 7.7. ábra a tesztelő adathalmaz pontjaira kifesztett színskálás háléhoz viszonyítva.



7.7. ábra. Az SVR modellel becsült célfüggvény értékek illeszkedése a tesztelő adathalmaz pontjaira kifesztett színskálás háléhoz viszonyítva

A 7.8. ábrán az $E(\mathbf{d})_{SVR}$ SVR modell által becsült célfüggvény izovonalas ábrázolása látható a megengedett tartomány felett, melyen az $E(\mathbf{d})_{FEA}$ numerikusan számított célfüggvénnyel egyező elnyúló völgy jellegű viselkedés jól megfigyelhető.



7.8. ábra. Az SVR által prediktált célfüggvény izovonalas ábrázolása a megengedett tartomány felett

7.5. A Szimulált hűtési algoritmus hiperparamétereinek beállítása a gumiütköző alakoptimalizálási feladatára

Ahhoz, hogy az SA algoritmus a globális optimum környezetében álljon le, az alakoptimalizálási feladatra specifikusan kell a hűtési stratégiát megválasztani, míg az optimum megközelítésének pontosságára a β lépésméret adaptáló tényezővel lehet hatással lenni. Ezen tényezők egyben az algoritmus függvényhívásának számára is hatnak. A gumitermék mérettoleranciája $\pm 0,1$ [mm], ezért az $E(\mathbf{p})_{SA}$ célfüggvény számításához szükséges f_{limit} értéket az SVR által becsült minimális $E(\mathbf{d})_{SVR}$ célfüggvény alapján határoztam meg a \mathbf{d} tervezési változók diszkrét értékkészletéből

$$f_{limit} = \min_{\mathbf{d} \in \Omega} E(\mathbf{d})_{SVR}, \quad (7.2)$$

figyelembe véve

$$\begin{aligned} d_1 &\in \{70:0,1:130\} \text{ [mm]} \\ d_2 &\in \{10:0,1:60\} \text{ [mm]} \\ x_1 - d_2/2 &\geq 15 \text{ ahol } x_1 = d_1/2 - d_3 \tan(d_4). \end{aligned} \quad (7.3)$$

Az így meghatározott f_{limit} értéket a 7.3. táblázat tartalmazza.

7.3. táblázat. Az S 45/40 mintán betanított SVR helyettesítő modell optimuma diszkrét tartományon

Célfüggvény	\mathbf{d}_{limit} [mm]	f_{limit} [kN ²]
köbös SVR	(106,7; 32,2)	-840,487

A szimulált hűtés rögzített hiperparamétereit a 6. fejezetben feldolgozott irodalmak alapján tapasztalati úton vettem fel a 7.4. táblázatnak megfelelően.

7.4. táblázat. Az SA algoritmus rögzített hiperparamétereit az alakoptimalizálási feladatra

Kiinduló hőmérséklet		Adaptív keresési tér			Konvergencia		
m_0	$\chi(T_0)$	ρ_0	N	q	ϵ	m_c	m_{max}
100	0,85	[30; 25]	20	0,2	[0,1; 0,1; 0,001]	100	6000

Elvégeztem a 6. fejezetben fejlesztett hiperparaméter-optimalizálást az S 45/40 darab mintával betanított SVR helyettesítő modell hívásával. Az eredmények alapján a gyors hűtési paraméterű lineáris hűtési függvény és a gyors keresési tér szűkítés bizonyult a legjobb beállításnak, mely értékeit a 7.5. táblázat tartalmazza.

7.5. táblázat. Az SA algoritmus SVR helyettesítő modellen beállított hiperparamétereit

Helyettesítő modell	$\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$	Ismételhetőség		$S(T_0, \Lambda, N)$, Hűtési stratégia				β
		Átlag	SD	Λ	α_1	α_2	T_0	
köbös SVR	0,07787	0,07811	0,00032	2	-	64	20430	0,625

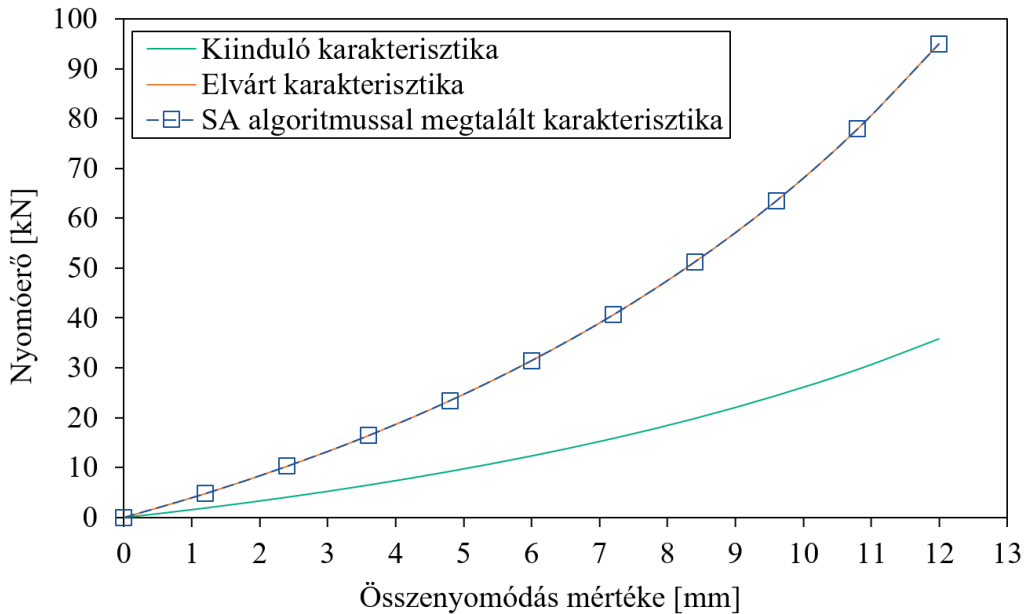
7.6. Gumiütkező alakoptimalizálása a beállított szimulált hűtési algoritmussal

Jelen alfejezetben célok az SVR modellen betanított hiperparaméterekkel az SA algoritmus hatékonyságának vizsgálata a szimuláció alapú alakoptimalizálási feladat közvetlen futtatásával. A keresést a $\mathbf{d}_{kezdeti}$ kiinduló konstrukcióból 11-szer futtattam le. A kapott eredményeket az $E(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$ értékek alapján sorba rendezve, kiválasztottam a mediánhoz tartozó futtatást, mely esetben a megtalált $\mathbf{d}_{opt,SA}$ optimális kialakítást a 7.6 táblázat tartalmazza. Az algoritmus az ismert \mathbf{d}_{opt} optimális konstrukciót egy tizedesjegy pontosságban közelítette meg, mely a gumitermék $\pm 0,1$ [mm]-es mérettoleranciáján belül esik. Ez az eredmény műszaki szempontból kellően pontosnak tekinthető különösen az 5. fejezetben ismertetett helyettesítő modell alapú optimalizálás eredményeivel összehasonlítva.

7.6. táblázat. A szimulált hűtési algoritmus által megtalált optimális tervezési változók

Konstrukció	d_1 [mm]	d_2 [mm]	$E(\mathbf{d})_{FEA}$ [kN ²]
$\mathbf{d}_{kezdeti}$	75	20	9666,118
\mathbf{d}_{opt}	108	33	0
$\mathbf{d}_{opt,SA}$	108,034	33,071	0,00005

Az SA algoritmussal megtalált $d_{opt,SA}$ konstrukcióra futtatott végeelemes szimulációból kapott működési karakterisztikát mutatja a 7.9. ábra.



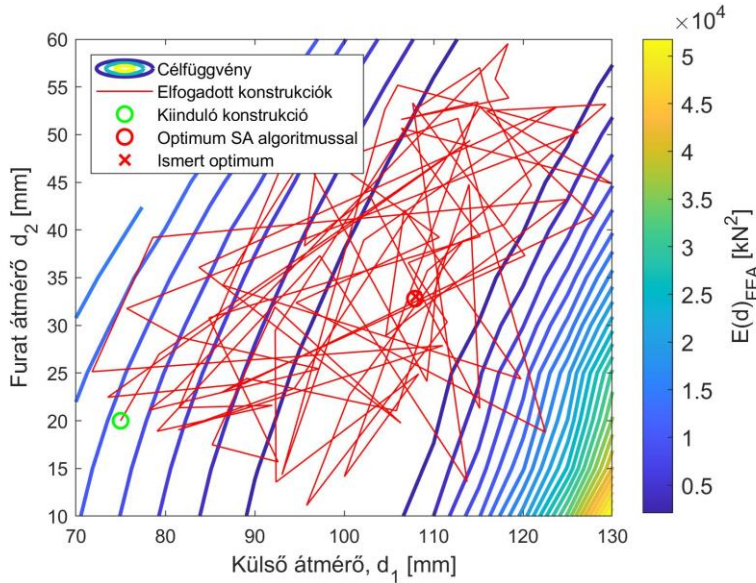
7.9. ábra. A betanított szimulált hűtési algoritmus által megtalált optimális működési karakterisztika

Az $d_{opt,SA}$ konstrukcióra kapott szimulációs eredményekből kiértékeltem és összegeztem minden egyes al-lépésben a forgástengely irányában ébredő reakcióerőket. Az eredményeket a 7.7. táblázat tartalmazza, mely alapján a modellezett működési karakterisztika erőértékei kevesebb mint 0,1 [%]-os relatív hibával közelítik az elvárt nyomóerőt a vizsgált összenyomódási mértékekben.

7.7. táblázat. Az algoritmus által megtalált optimális működési karakterisztika relatív hibája az elvárt működési jellemzőhöz képest

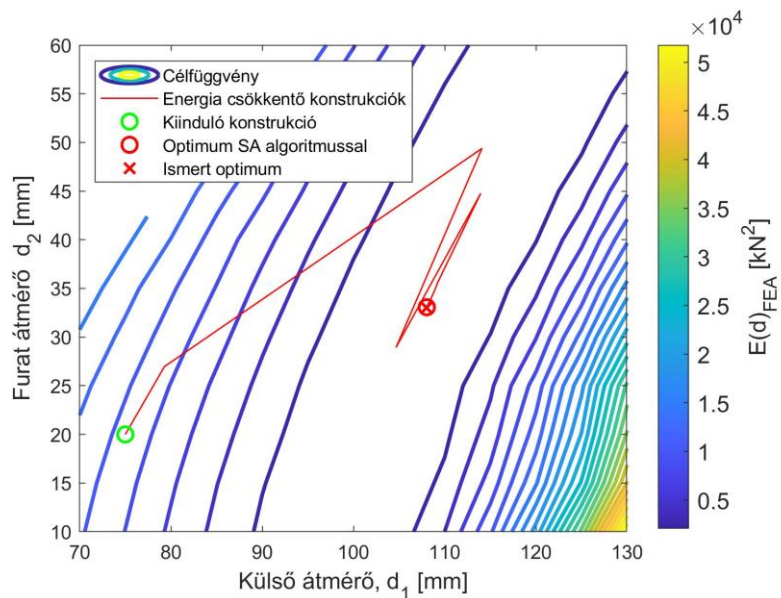
	Összenyomódás mértéke [mm]									
	1,2	2,4	3,6	4,8	6	7,2	8,4	9,6	10,8	12
$F_{i,d_{opt}}$ [N]	4805	10266	16424	23445	31462	40627	51226	63479	77933	95028
$F_{i,d_{opt,SA}}$ [N]	4805	10267	16426	23447	31464	40629	51228	63480	77932	95024
RE [%]	0,013	0,012	0,010	0,009	0,007	0,006	0,003	0,001	-0,002	-0,005

Az SA kereső eljárás által bejárt útvonalat mutatja a szimuláció alapú célfüggvény izovonalas megjelenítésén a 7.10. ábra. A meglátogatott pontok alapján megfigyelhető, hogy az algoritmus SVR modellen meghatározott kezdeti hőmérsékletével a Metropolis kritérium képes a keresés elején a rosszabb függvényértékek elfogadására.



7.10. ábra. Az alakoptimalizálási feladaton futtatott szimulált hűtési eljárás Metropolis kritériuma által elfogadott konstrukciók

Az energia csökkenéssel járó elfogadott konstrukciókat összekötve a 7.11 ábrán megfigyelhető, hogy az algoritmus megközelíti az ismert globális optimumot.



7.11. ábra. Az alakoptimalizálási feladaton futtatott szimulált hűtési eljárás energia csökkenéssel járó konstrukciói a futás alatt, továbbá a keresés leállásának helye az ismert optimumhoz képest

A szimuláció alapú alakoptimalizálási feladat közvetlen hívásával a kiinduló konstrukcióból 11-szer futtatott kereső eljárásra meghatároztam a 7.8. táblázatban látható $\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$ átlagos célfüggvény értéket, az ismételhetőség szórását és az \bar{m} átlagos függvényhívás számát. Az eredmények alapján az SVR helyettesítő modellen végzett SA futtatásokkal 5 [%]-os hibán belül lehetséges becsülni az átlagos függvényhívások számát.

A végeselemes modellt közvetlenül hívva, a \bar{T}_0 átlagos kiinduló hőmérséklet értékét kiszámoltam a (6.5)-ös összefüggéssel az SA algoritmus betanításához is használt 100 [db] véletlenszerűen kiválasztott kezdőpontra. Ez a folyamat 10^4 -en célfüggvény számítást követel, mely a végeselemes modellen napokban mérhető számítási időt jelent a helyettesítő modellen percek alatt elvégezhetővel szemben. Megvizsgálva azonban a 7.8. táblázatban kapott \bar{T}_0 értékeket megállapítható, hogy a helyettesítő modellen becsült kiinduló hőmérséklet kevesebb mint 0,5 [%]-os relatív eltérést mutat.

7.8. táblázat. Az SVR helyettesítő modellen prediktált futásidő és kiinduló hőmérséklet pontossága a direkt végeselemes futtatásokkal szemben

Célfüggvény	$\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$	SD $\bar{E}(\mathbf{p}_{opt})_{SA}$ -ra	\bar{T}_0	\bar{m}
köbös SVR	0,07811	0,00032	20430	561
gumi FEA	0,08071	0,00145	20367	576
RE [%]	-3,221	-	0,308	-2,662

Az eredmények alapján a matematikai tesztfüggvényeken fejlesztett SA algoritmus és annak hiperparaméter-optimalizálási eljárása alkalmas az SVR helyettesítő modell optimumának pontos és költséghatékony megtalálására. Az SVR modellen beállított SA algoritmust a numerikus modellen alapuló alakoptimalizálási feladatra közvetlenül futtattam, amelynek ismert optimumát kellően jól megközelítette. Az algoritmus hiperparamétereinek beállítása az SVR modellen nagyságrendekkel kevesebb időt igényel, mint a numerikus szimuláció direkt futtatásával. További előnye, hogy az optimalizálási folyamatot időben tervezhetővé teszi az algoritmus konvergenciájához szükséges függvényhívás becslésével. A helyettesítő modellen elvégzett hiperparaméter-optimalizálási módszer minden lépése automatizálható, ezáltal mérnöki beavatkozás nélkül integrálható a szimuláció alapú tervezési folyamatokba.

Összefoglalás

Kutatási munkám során a mérnöki életben előforduló tervezési feladatok megoldására alkalmas optimalizáló eljárás kidolgozásával foglalkoztam, melyhez egy gumiütköző numerikus szimuláción alapuló alakoptimalizálási feladatot választottam. Célként tűztem ki olyan zárt eljárás kidolgozását, mely emberi beavatkozás nélkül képes a szimuláción alapuló optimalizálási feladatokat a célfüggvény tulajdonságaitól függetlenül megoldani. Az eljárást a tervezési folyamatba integrált mesterséges intelligencia (szimulált hűtés, regressziós tartóvektor gép) eszközeivel valósítottam meg. A gumitermékek tervezése során a nemlineáris viselkedések (anyagi, nagy alakváltozás, kapcsolatok) miatt különös figyelmet kell fordítani a numerikus diszkretizáció folyamatára. Ezért megvizsgáltam a nyomó igénybevétel alatti anyagi viselkedés leírására alkalmas hiperelasztikus anyagmodelleket. Bemutattam a gumiütköző végeeselemes vizsgálatához szükséges modellezési megfontolásokat, majd ismertettem a szimulációból adódó hibákat. Végül egy olyan kereső eljárás került kidolgozásra, mely az optimális kialakítást pontosan és költséghatékonyan képes meghatározni a gumiütköző alakoptimalizálási feladatára.

A fentiek alapján a kutatás első részében a gumitermék nyomó terhelés alatti működési karakterisztikájának végeeselemes modellezésére alkalmas hiperelasztikus anyagmodell meghatározásával foglalkoztam. A légrugókban használt gumiütközők műszaki ellenőrzésekor az időfüggést nem veszik figyelembe, ezért a viszkózus és hiszterézis anyagi viselkedéseket, illetve a Mullins-hatást nem modelleztem. Ismertettem az ide vonatkozó kontinuummechanikai háttért, majd az energia alapon definiált hiperelasztikus anyagmodelleket. A termék gumikeverékének pontos összetétele ipari titok, ezért a késztermékből gumi próbatesteket munkáltam ki, amelyeken laboratóriumi méréseket végeztem. A hiperelasztikus anyagmodellek (Mooney-Rivlin, Yeoh, Gent, Arruda-Boyce, Ogden) illesztését a gumi nyomó igénybevételre felvett feszültség-alakváltozás karakterisztikáját használva oldottam meg. Az anyagmodellek pontosságát a gumiütköző numerikus és laboratóriumi vizsgálatával értékeltem ki. A vizsgált gumiütköző geometriája és peremfeltételei tengelyszimmetrikusak, az alapanyag izotrop, ezért tengelyszimmetrikus elemet választottam a végeeselemes diszkretizációhoz. Az eredmények alapján a Yeoh modell képes a legpontosabban becsülni a megvizsgált gumitermék nyomásra adott válaszát összetett és nagy alakváltozás alatt. A gumiütközők vizsgálata során számolni kell a térfogatváltozással, amit a hiperelasztikus anyagmodelleket leíró energiafüggvényekben a térfogati rugalmassági modulussal lehet figyelembe venni. A térfogati rugalmassági modulus értékére érzékenységvizsgálatot végeztem és

megállapítottam, hogy laboratóriumi méréssorozat nélkül 1000 [MPa] értékűre célszerű azt megválasztani, amennyiben az alakítás alatti fajlagos térfogatváltozás mértéke nem haladja meg a 0,13 [%]-ot. Ennek számítására eljárást dolgoztam ki.

Kutatásomat egy ipari igényeken és végeselemes szimuláción alapuló kétváltozós alakoptimalizálási feladat kidolgozásával folytattam. A célfüggvényt a kiinduló és optimális rugókarakterisztika közötti eltérésként határoztam meg, melynek elnyúló völgy alakú viselkedése kihívást jelentett az optimalizáló eljárásoknak. A szimulált hűtési (SA) algoritmust Matlab környezetben implementáltam adaptív keresési térrel és különböző hűtési függvényekkel. A célfüggvény számításigényes hívása és az SA algoritmus sztochasztikus viselkedése miatt a kereső eljárás hiperparaméter-optimalizálási eljárását nem lehet közvetlenül a végeselemes modellen futtatva elvégezni. Ennek megoldására egy olyan új eljárást dolgoztam ki, melyben a szimulációt tartalmazó feladat helyett, a kisebb számításigénnyel hívható regressziós tartóvektor gép (SVR) helyettesítő modellt használtam az algoritmus tesztelésére és ezáltal a hiperparamétereinek feladatspecifikus adaptálására. Az SVR modell betanítására a 40 [db] mintával felvett maximin Latin Hiperkocka kísérlettervet és köbös kernel függvényt használtam. Az így betanított helyettesítő modell pontosan leírta a gumitermék kétváltozós alakoptimalizálási feladatának bemenő és célértéke közötti kapcsolatot.

Az SA algoritmus működését és robusztusságát matematikai tesztfüggvények optimumának keresésével teszteltem. Az irodalmi és tapasztalati úton felvett diszkrét hiperparaméter értékek közül minden esetben feladatspecifikusan határoztam meg a legjobban teljesítő algoritmus beállítását. Az algoritmus által ismeretlen az optimum, azonban mind a matematikai tesztfüggvények, mind pedig az alakoptimalizálási feladat során képes volt annak egy kellően jó környezetét megtalálni, mely alátámasztja a kidolgozott algoritmus és annak konvergencia kritériumának helyes működését. A kereső eljárás képes műszaki szempontból elhanyagolható hibával megtalálni az optimális konstrukciót, így nem növelve tovább a nemlineáris anyagi viselkedésből és nagy alakváltozásból adódó modellezési hibákat.

A helyettesítő modellen elvégzett hiperparaméter-optimalizálási módszer minden lépése automatizálható, ezáltal mérnöki beavatkozás nélkül implementálható a szimuláció alapú tervezési folyamatokba. A kidolgozott eljárás a szimuláció alapú optimalizálási feladatokat időben tervezhetővé teszi. A beállított SA algoritmus költséghatékonyan és pontosan képes a globális optimum megközelítésére. A kezdeti hőmérséklet helyettesítő modellen történő meghatározása nagy pontosságú és jelentős időmegtakarítást jelent. A kidolgozott eljárás időszükséglete a szimulációs feladat bonyolultságától független, mindössze a helyettesítő modell számítási idejétől függ. A kidolgozott módszer a tervezhetőségével és rövidebb tervezési idejével növelheti a versenyképességet a piacon.

Új tudományos eredmények

1. Nyomó terhelésnek kitett gumiütköző viselkedésének numerikus modellezésére alkalmas hiperelasztikus anyagmodell

1. Tézis

A gumi Treloar-féle egy- és kéttengelyű húzó, valamint nyíró feszültség-fajlagos nyúlás karakterisztikáinak becslésére a Mooney-Rivlin, a Yeoh, a Gent, az Arruda-Boyce és az Ogden hiperelasztikus anyagmodellek alkalmasak. A vizsgálathoz szükséges idő jelentősen csökkenthető, amennyiben a gumi fő terhelésére kerül meghatározásra az anyagi viselkedés, ami gumiütközők esetén a nyomókarakterisztika. Az anyagmodellek pontosságát meghatároztam inhomogén alakváltozási állapotra, amihez egy adott keverékű, és összetett geometriával rendelkező gumiütköző kísérleti és numerikus vizsgálatát végeztem el. Megállapítottam, hogy a Yeoh hiperelasztikus anyagmodell képes a legpontosabban megbecsülni a gumiütköző nyomó terhelés alatti viselkedését.

Kapcsolódó publikáció: [P5]

2. A térfogati rugalmassági modulus értékének megválasztása gumiütközők numerikus vizsgálata esetén

2. Tézis

Az iparban alkalmazott gumiütközők vizsgálata során számolni kell a térfogatváltozással, amit a hiperelasztikus anyagmodelleket leíró energiafüggvényekben a térfogati rugalmassági modulussal (κ) lehet figyelembe venni. A κ értékére érzékenységvizsgálatot végeztem annak érdekében, hogy az anyagi viselkedést milyen mértékű hibával lehet leírni laboratóriumi mérésorozat nélkül. A gumiütközők végeeselemes vizsgálata során javasolom 1000 [MPa] értékre megválasztani a térfogati rugalmassági modulust, mivel ilyenkor a nyomóerőben ébredő hiba nagysága 0,25 [%]-tól kisebb a $500[\text{MPa}] \leq \kappa \leq 8000 [\text{MPa}]$ tartományban abban az esetben, amikor az alakítás alatti fajlagos térfogatváltozás mértéke nem haladja meg a 0,13 [%]-ot. Ennek számítására eljárást dolgoztam ki.

Kapcsolódó publikáció: [P6]

3. Helyettesítő modellek használata gumiütköző kétváltozós alakoptimalizálási feladata esetén

3. Tézis

A gumiütközők kétváltozós alakoptimalizálási feladatához regressziós tartóvektor gép (SVR) alapú eljárást dolgoztam ki. A felügyelt gépi tanítás mintavételezési stratégiájának helyes megválasztása érdekében a problémát jellemző nemlineáris hatások kimutatására alkalmas kísérletterveket (Box-Behnken, lapközepes- és forgatható középpontos kompozíciós, maximin Latin Hiperkocka) hasonlítottam össze. Az összehasonlító vizsgálat eredményére alapozva a maximin Latin Hiperkocka tervvel meghatároztam a feladatot jól közelítő SVR modellhez szükséges tanulóponatok számát. Az így betanított SVR modell pontos és hatékony megoldás a gumiütköző kétváltozós alakoptimalizálási célfüggvényének helyettesítésére.

Kapcsolódó publikáció: [P1,P2,P3,P4]

4. Szimulált hűtési algoritmus fejlesztése gumiütköző alakoptimalizálási feladatára, feladatspecifikus hiperparaméter-optimalizálási eljárás kidolgozása

4. Tézis

Gumiütköző alakoptimalizálására feladatspecifikus, adaptív keresési teret és különböző hűtési függvényt alkalmazó szimulált hűtési algoritmust fejlesztettem ki. Az algoritmus változó hiperparamétereire optimalizálási eljárást dolgoztam ki és matematikai tesztfüggvényeket (Rosenbrock, Six-hump camel, McCormick, Michalewicz) vizsgáltam a megfelelő működés ellenőrzésére. A tesztfüggvényekkel igazoltam, hogy a hiperparaméter-optimalizálással beállított szimulált hűtési algoritmus robusztus és alkalmas a globális optimum egy kellően jó környezetének meghatározására gumiütközők alakoptimalizálási feladatában.

Kapcsolódó publikáció: [P1]

5. Optimalizáló algoritmus hiperparamétereinek helyettesítő modell alapú adaptálása numerikus szimuláción alapuló feladatokra

5. Tézis

A szimulált hűtési algoritmus hiperparamétereinek beállítása annak sztochasztikus működése miatt nem valósítható meg a szimuláció alapú optimalizálási feladat közvetlen hívásával. Ennek érdekében az algoritmus tesztelésére és hiperparamétereinek feladatspecifikus adaptálására helyettesítő modellt alkalmazó eljárást dolgoztam ki. Az eljárás a gumiütköző alakoptimalizálási feladatot nagy pontossággal, magas automatizáltsági fokkal és időben tervezhető módon képes megoldani, amely támogatja annak termékfejlesztési folyamatba történő integrálhatóságát.

Kapcsolódó publikáció: [P1,P3]

Jövőbeni kutatási lehetőségek

Az optimalizáló algoritmus hiperparamétereinek helyettesítő modell alapú adaptálására kidolgozott eljárás számos új jövőbeni kutatást vet fel. Egyik lehetőség a nagy változó számú optimalizációs feladatok vizsgálata, melyre az SVR helyettesítő modell és SA algoritmus hatékony eljárás lehet. Az ismertetett folyamatban tetszőleges helyettesítő modell és optimum kereső eljárás alkalmazható, ezáltal lehetőség van újabb gépi tanuló módszereket alkalmazni és azok teljesítményét összevetni. A helyettesítő modellen különböző globális optimum kereső eljárások betanítását elvégezve a feladatra legjobban használható algoritmust lehetne megállapítani. A numerikus szimuláción alapuló feladatokon túl egyéb a gépészetben gyakran előforduló számításigényes modell alapú tervezési eljárások optimalizálási feladatának megoldására is javasolt az ismertetett módszer használata.

Summary

During my research work, I worked on the development of a novel optimization method which is suitable for solving structural optimization problems. A finite element simulation-based two-dimensional shape optimization problem of a rubber bumper was chosen as a case study. The aim was to develop an automated system, that regardless of the behavior of the objective function, can solve simulation-based optimization tasks without the need for human intervention. To accomplish the aforementioned objective, artificial intelligence methods (simulated annealing, support vector regression) were integrated into the design process. Designing rubber products requires special consideration of the numerical discretization process due to the nonlinear behaviors (material nonlinearity, large deformation, connections). Thus, hyperelastic material models were investigated which are suitable for describing material behavior under compressive load. Modeling considerations and error calculations were presented for the finite element analysis of the rubber bumper. Finally, a search algorithm was developed which accurately and cost-effectively can find the optimum for the shape optimization task of the rubber bumper.

Based on the foregoing, I started my research with the fitting and selection of a hyperelastic material model suitable for the finite element modeling of the working characteristics of rubber product under compressive load. The Mullins effect as well as the viscoelastic and hysteretic material behaviors were not modeled because the time dependence was not taken into consideration during the product testing of the rubber bumpers. Hyperelastic material models and the relevant continuum mechanics background were introduced. Rubber samples were machined out of the product because the content of the rubber compounds is a trade secret, and laboratory tests were then carried out using the samples. The stress-strain characteristics of the uniaxial compression test of rubber samples were used to fit the hyperelastic material models (Mooney-Rivlin, Yeoh, Gent, Arruda-Boyce, and Ogden). The laboratory and numerical tests of the rubber bumper were used to determine the accuracy of the material models. Axisymmetric elements were chosen for the finite element discretization due to the isotropic material, the axisymmetric geometry and the boundary conditions. The results showed, that the Yeoh model performs the best in describing how the rubber product behaves under a complex strain state. When simulating rubber bumpers, the volumetric change has to be taken into consideration. The bulk modulus of the energy function describing the hyperelastic material model can be used to account for this phenomenon. The bulk modulus sensitivity analysis was performed. The results showed that the absolute volumetric change during

compression does not exceed 0.13 [%], the bulk modulus value has to be chosen for 1000 [MPa] without the need for laboratory tests.

Based on a technical problem, a two-dimensional shape optimization task using finite element simulation was introduced in my research. The objective function was determined as the difference between the initial and the optimum characteristic and showed a valley shaped behavior which is itself a challenging task for the search algorithms. A simulated annealing algorithm (SA) with an adaptive search space and different cooling schedules was implemented in Matlab environment. Because of the time-consuming objective function call and the stochastic behavior of the SA algorithm, the parameter tuning process is infeasible with the direct call of the finite element simulation task. To solve the tuning process, a novel procedure was introduced using a support vector regression (SVR) surrogate model to test the optimization algorithm performance case-specifically. Sampling took place by means of the maximin Latin Hypercube design method to perform the SVR training where the dataset of 40 samples proved to be suitable to surrogate the two-dimensional shape optimization task of the rubber product.

The operation and the robustness of the SA algorithm were tested by solving optimization test functions. The best performing hyperparameters were selected task-specifically using the empirically obtained discrete hyperparameter domain from the literature. The optimum value is unknown by the algorithm, but it was able to approach it during the optimization of the mathematical test functions and the shape optimization task. This proved that the developed algorithm and its convergence criterion were correct. The tuned SA algorithm found an optimal design with negligible error from a technical point of view, thereby not increasing the modeling errors further due to the nonlinear material behavior and the large deformation.

Each step of the metamodel-based hyperparameter tuning of the optimization algorithm can be automated, thus eliminating the need for engineering intervention in the simulation-based design processes. The developed method enables the prediction of the development lead time in simulation-driven optimization processes. In terms of the precision and the number of function runs required for optimum determination the tuned SA algorithm proved to be efficient. The determination of the initial temperature on the surrogate model is accurate and saves a significant amount of time. Regardless of the complexity of the simulation task, the time required for the developed method is solely determined by the computation time of the surrogate model. The method aids market competitiveness due to the plannability and the shorter design time.

New scientific results

1. Selection of a hyperelastic material model suitable for the modeling of the behavior of rubber bumper under compressive load

Result 1

Different hyperelastic material models (Mooney-Rivlin, Yeoh, Gent, Arruda-Boyce and Ogden) are able to estimate the Treloar's test data series containing uniaxial and biaxial tension and pure shear stress-strain characteristics of rubber. If the rubber behavior is only determined for the specific load of the product, which in the case of rubber bumpers is the compression, the time needed for the laboratory test can be significantly decreased. Laboratory and numerical tests of a rubber bumper with given compound and complex geometry were used to determine the accuracy of the material models. The results showed, that the Yeoh model performs the best in describing the rubber bumper behavior under a complex strain state.

Relevant publication: [P5]

2. Selection of the bulk modulus value for the finite element analysis of rubber bumpers

Result 2

When simulating rubber bumpers, the volumetric change has to be taken into account. For this purpose in the energy function describing the hyperelastic material model the bulk modulus (κ) is used. For the determination of the value of the bulk modulus, sensitivity analysis was performed in order to determine the error of the material response. Assuming that the absolute volumetric change during compression does not exceed 0.13 [%] the bulk modulus value has to be chosen for 1000 [MPa] without the need for laboratory tests. Under these conditions, the error of the compressive force is less than 0.25 [%] in the range of $500 \text{ [MPa]} \leq \kappa \leq 8000 \text{ [MPa]}$. For this calculation, a process was developed.

Relevant publication: [P6]

3. Surrogate models usage in two-variables shape optimization task of rubber bumper

Result 3

A support vector regression (SVR) model-based method was worked out for two-variables shape optimization task of rubber bumpers. Different Design of Experiment methods (Box-Behnken, Face-Centered- and Inscribed Central Composite Design, maximin Latin Hypercube) which are capable for capturing the nonlinearities of the investigated problem were compared in order to choose the best sampling technique for the supervised machine learning process. The maximin Latin Hypercube design was selected based on the results to establish the minimum number of learning points required for the SVR model to successfully approximate the task. The SVR model that was trained in this manner was suitable to accurately and effectively surrogate the objective function of two-variables shape optimization task of the rubber bumper.

Relevant publications: [P1,P2,P3,P4]

4. Simulated annealing algorithm development for the shape optimization of rubber bumper, elaboration of a case-specific hyperparameter tuning process

Result 4

A simulated annealing algorithm with an adaptive search space and different cooling schedules was developed for the shape optimization of rubber bumper. A hyperparameter tuning optimization process was developed and its operation was tested by solving optimization test functions (Rosenbrock, Six-hump camel, McCormick, Michalewicz). The algorithm was terminated using the best performing hyperparameters in a sufficiently good environment of the global optimum for each test function, proving the robustness of the method and the applicability of the algorithm for the shape optimization task of rubber bumpers.

Relevant publication: [P1]

5. Surrogate model-based hyperparameter tuning of optimization algorithm for simulation-driven design problems

Result 5

Due to the stochastic behavior of the simulated annealing algorithm, the hyperparameter tuning of the process is infeasible with the direct call of the simulation-driven optimization task. As a solution, a procedure using surrogate model was developed for testing and for case-specifically tuning the hyperparameters of the optimization algorithm. The novel method is capable to solve the optimization task of the rubber bumper with high accuracy in plannable time and high automation. Due to the automated process, the developed method can be integrated into product development.

Relevant publications: [P1,P3]

Future research

The developed method opens up numerous new research possibilities. One area is the investigation of large-scale optimization problems for which the SVR surrogate model and the SA algorithm are suitable methods. The surrogate model and the optimization algorithm can be freely chosen in the developed parameter tuning process, allowing for the development of new methods as well as the comparison of those efficiencies. Another extension of the developed method could be the surrogate model-based hyperparameter tuning of various global search algorithms to choose the best performer. The developed method is also suitable for solving not only numerical simulation optimization problems but other computationally intensive model-driven optimizations.

Irodalomjegyzék

1. Norvig, P.; Russell, S.J. *Mesterséges Intelligencia Modern Megközelítésben*; 2nd ed.; Panem Kiadó Kft.: Budapest, HU, 2005;
2. Chopard, B.; Tomassini, M. *An Introduction to Metaheuristics for Optimization*; Natural Computing Series; Springer International Publishing: Cham, 2018; ISBN 978-3-319-93072-5.
3. Burkov, A. *The Hundred-Page Machine Learning Book*; 2019; ISBN 9781999579500.
4. Kubat, M. *An Introduction to Machine Learning*; Springer International Publishing: Cham, 2017; ISBN 978-3-319-63912-3.
5. David E. Goldberg *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*; Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc.: Boston, MA, USA, 1989; ISBN 0201157675.
6. Das, S.; Suganthan, P.N. Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art. *IEEE Trans. Evol. Comput.* **2011**, *15*, 4–31, doi:10.1109/TEVC.2010.2059031.
7. Kirkpatrick, S.; Gelatt, C.D.; Vecchi, M.P. Optimization by Simulated Annealing. *Science (80-.)*. **1983**, *220*, 671–680, doi:10.1126/science.220.4598.671.
8. Drucker, H.; Burges, C.J.C.; Kaufman, L.; Smola, A.; Vapnik, V. Support Vector Regression Machines. In *Proceedings of the Advances in neural information processing systems*; MIT Press: Cambridge, 1997; pp. 155–161.
9. Neapolitan, R.E.; Jiang, X. Neural Networks and Deep Learning. In *Artificial Intelligence*; Chapman and Hall/CRC, 2018; pp. 389–411 ISBN 9783319944623.
10. Skansi, S. *Introduction to Deep Learning*; Undergraduate Topics in Computer Science; Springer International Publishing: Cham, 2018; ISBN 978-3-319-73003-5.
11. Kotsiopoulou, T.; Sarigiannidis, P.; Ioannidis, D.; Tzouvaras, D. Machine Learning and Deep Learning in Smart Manufacturing: The Smart Grid Paradigm. *Comput. Sci. Rev.* **2021**, *40*, 100341, doi:10.1016/j.cosrev.2020.100341.
12. Khan, S.; Yairi, T. A Review on the Application of Deep Learning in System Health Management. *Mech. Syst. Signal Process.* **2018**, *107*, 241–265, doi:10.1016/j.ymssp.2017.11.024.
13. Bonet, J.; Wood, R.D. *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*; 2nd ed.; Cambridge University Press: Cambridge, 2008; ISBN 978-0-511-39468-3.
14. Kozák, I. *Kontinuummechanika*; Miskolci Egyetemi Kiadó: Miskolc, 1995;
15. Bergström, J. *Mechanics of Solid Polymers*; Elsevier, 2015; ISBN 9780323311502.

16. Forrester, A.I.J.; Sóbester, A.; Keane, A.J. *Engineering Design via Surrogate Modelling*; Wiley: Oxford, UK, 2008; ISBN 9780470060681.
17. Hinkelmann, K. *Design and Analysis of Experiments*; Hinkelmann, K., Ed.; Wiley Series in Probability and Statistics; John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, NJ, USA, 2012; Vol. 3; ISBN 9781118147634.
18. Makhult, M. *Gumirugók*; Szilágyi, L., Ed.; Műszaki Könyvkiadó: Budapest, 1963;
19. Vibracoustic SE – Commercial Vehicle Products Available online: <https://www.vibracoustic.com/en/> (accessed on 21 May 2022).
20. Istvánné, A.; Baitz, G.; Balogh, G.; Bartha, Z.; Darvas, J.; Demény, F.; Fejérdy, I.; Horváth, L.; Király, L.; Kiss, Z.; et al. *Gumiipari Kézikönyv II. Kötet*; Bartha, Z., Ed.; Taurus-OMIKK: Budapest, 1989; ISBN 9635930674.
21. Gent, A.N. *Engineering with Rubber: How to Design Rubber Components*; Carl Hanser Verlag GmbH: München, 2012; ISBN 978-3-446-42764-8.
22. Mankovits, T. *Gumialkatrészek Alakoptimalizálása*, University of Miskolc, 2012.
23. Mankovits, T.; Szabo, T.; Kocsis, I.; Paczelt, I. Optimization of the Shape of Axisymmetric Rubber Bumpers. *Stroj. Vestnik/Journal Mech. Eng.* **2014**, *60*, 61–71, doi:10.5545/sv-jme.2013.1315.
24. Istvánné, A.; Balogh, G.; Bartha, Z.; Budai, Á.; Erdős, P.; Horváth, L.; Kovács, M.; Nagy, T.; Sinka, G.; Soós, I.; et al. *Gumiipari Kézikönyv I. Kötet*; Bartha, Z., Ed.; Taurus-OMIKK: Budapest, 1988; ISBN 9635927215.
25. Tamás, P.; Bojtos, A.; Décsi-Paróczy, A.; Fekete, R.T. *Végeselem Módszerek*; BME MOGI, 2014; ISBN 9789633131459.
26. Bortoli, D.D.; Wrubleski, E.; Marczak, R.J. Hyperfit – Curve Fitting Software For Incompressible Hyperelastic Material Models. *21st Brazilian Congr. Mech. Eng.* **2011**, doi:10.13140/2.1.4055.7448.
27. MCalibration.
28. Ward, I.M.; Sweeney, J. *Mechanical Properties of Solid Polymers*; John Wiley & Sons, Ltd: Chichester, UK, 2012; Vol. 1; ISBN 9781119967125.
29. Rivlin, R.S. Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. I. Fundamental Concepts. *Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. A, Math. Phys. Sci.* **1948**, *240*, 459–490, doi:10.1098/rsta.1948.0002.
30. Mooney, M. A Theory of Large Elastic Deformation. *J. Appl. Phys.* **1940**, *11*, 582–592, doi:10.1063/1.1712836.
31. Ogden, R.W.; A, P.R.S.L. Large Deformation Isotropic Elasticity – on the Correlation of Theory and Experiment for Incompressible Rubberlike Solids. *Proc. R. Soc. London. A. Math. Phys. Sci.* **1972**, *326*, 565–584, doi:10.1098/rspa.1972.0026.

32. Yeoh, O.H. Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. *Rubber Chem. Technol.* **1993**, *66*, 754–771, doi:10.5254/1.3538343.
33. Arruda, E.M.; Boyce, M.C. A Three-Dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials. *J. Mech. Phys. Solids* **1993**, *41*, 389–412, doi:10.1016/0022-5096(93)90013-6.
34. Gent, A.N. A New Constitutive Relation for Rubber. *Rubber Chem. Technol.* **1996**, *69*, 59–61, doi:10.5254/1.3538357.
35. Steinmann, P.; Hossain, M.; Possart, G. Hyperelastic Models for Rubber-like Materials: Consistent Tangent Operators and Suitability for Treloar’s Data. *Arch. Appl. Mech.* **2012**, *82*, 1183–1217, doi:10.1007/s00419-012-0610-z.
36. Hossain, M.; Steinmann, P. More Hyperelastic Models for Rubber-like Materials: Consistent Tangent Operators and Comparative Study. *J. Mech. Behav. Mater.* **2013**, *22*, 27–50, doi:10.1515/jmbm-2012-0007.
37. Marckmann, G.; Verron, E. Comparison of Hyperelastic Models for Rubber-Like Materials. *Rubber Chem. Technol.* **2006**, *79*, 835–858, doi:10.5254/1.3547969.
38. Dal, H.; Açıkgöz, K.; Badienia, Y. On the Performance of Isotropic Hyperelastic Constitutive Models for Rubber-Like Materials: A State of the Art Review. *Appl. Mech. Rev.* **2021**, *73*, doi:10.1115/1.4050978.
39. Melly, S.K.; Liu, L.; Liu, Y.; Leng, J. A Review on Material Models for Isotropic Hyperelasticity. *Int. J. Mech. Syst. Dyn.* **2021**, *1*, 71–88, doi:10.1002/msd2.12013.
40. Treloar, L.R.G. Stress-Strain Data for Vulcanized Rubber under Various Types of Deformation. *Rubber Chem. Technol.* **1944**, *17*, 813–825, doi:10.5254/1.3546701.
41. Zhao, Z.; Mu, X.; Du, F. Modeling and Verification of a New Hyperelastic Model for Rubber-Like Materials. *Math. Probl. Eng.* **2019**, *2019*, 1–10, doi:10.1155/2019/2832059.
42. Guo, L.; Zeng, Y.; Huang, J.; Wang, Z.; Li, J.; Han, X.; Xia, C.; Qian, L. Fatigue Optimization of Rotary Control Head Rubber Core Based on Steady Sealing. *Eng. Fail. Anal.* **2022**, *132*, 105935, doi:10.1016/j.engfailanal.2021.105935.
43. Íñiguez-Macedo, S.; Lostado-Lorza, R.; Escribano-García, R.; Martínez-Calvo, M. Finite Element Model Updating Combined with Multi-Response Optimization for Hyper-Elastic Materials Characterization. *Materials (Basel)*. **2019**, *12*, 1019, doi:10.3390/ma12071019.
44. Lei, G.; Chen, Q.; Liu, Y.; Jiang, J. An Inverse Method to Reconstruct Complete Stiffness Information of Rubber Bushing. *Adv. Mater. Sci. Eng.* **2013**, *2013*, 1–6, doi:10.1155/2013/187636.
45. Erdősne Sélley, C.; Gyurecz, G.; Janik, J.; Körtélyesi, G. *Mérnöki Optimalizáció*; Körtélyesi, G., Ed.; Typotex Kiadó: Budapest, HU, 2012; ISBN 9789632795386.
46. Papalambros, P.Y.; Wilde, D.J. *Principles of Optimal Design*; Cambridge University Press:

- Cambridge, 2017; ISBN 9781107132672.
47. Wheeler, M.J.K.T.A. *Algorithms for Optimization*; The MIT Press, 2019; ISBN 9780262039420.
 48. Schittkowski, K. NLPQL: A Fortran Subroutine Solving Constrained Nonlinear Programming Problems. *Ann. Oper. Res.* **1986**, *5*, 485–500, doi:10.1007/BF02022087.
 49. Exler, O.; Schittkowski, K.; Exler, O.; Schittkowski, K. A Trust Region SQP Algorithm for Mixed-Integer Nonlinear Programming. *Optim. Lett.* **2007**, *1*, 269–280, doi:10.1007/s11590-006-0026-1.
 50. Powell, M.J.D. An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables without Calculating Derivatives. *Comput. J.* **1964**, *7*, 155–162, doi:10.1093/comjnl/7.2.155.
 51. Nelder, J.A.; Mead, R. A Simplex Method for Function Minimization. *Comput. J.* **1965**, *7*, 308–313, doi:10.1093/comjnl/7.4.308.
 52. Lagarias, J.C.; Reeds, J.A.; Wright, M.H.; Wright, P.E. Convergence Properties of the Nelder–Mead Simplex Method in Low Dimensions. *SIAM J. Optim.* **1998**, *9*, 112–147, doi:10.1137/S1052623496303470.
 53. Gurav, H.D.; Sanap, S.B.; Duggirala, B. Non-Linear Finite Element Analysis of Rubber Bush for 2-Wheeler Rear Shock Absorber for Prediction of Fatigue Life. *Int. J. Adv. Res. Eng.* **2015**, *2*, 2394–2444.
 54. Kennison, R. Nonlinear Simulation Helps Design Longer Lasting CV Boots. *Simulating reality, MSC Softw. Mag. Vol. II* **2012**, *2*, 18–19.
 55. Premarathna, W.A.A.S.; Jayasinghe, J.A.S.C.; Wijesundara, K.K.; Gamage, P.; Ranatunga, R.R.M.S.K.; Senanayake, C.D. Investigation of Design and Performance Improvements on Solid Resilient Tires through Numerical Simulation. *Eng. Fail. Anal.* **2021**, *128*, 105618, doi:10.1016/j.engfailanal.2021.105618.
 56. Zheng, C.; Zheng, X.; Qin, J.; Liu, P.; Aibaibu, A.; Liu, Y. Nonlinear Finite Element Analysis on the Sealing Performance of Rubber Packer for Hydraulic Fracturing. *J. Nat. Gas Sci. Eng.* **2021**, *85*, 103711, doi:10.1016/j.jngse.2020.103711.
 57. Dong, L.; Tang, Y.; Tang, G.; Li, H.; Wu, K.; Luo, W. Sealing Performance Analysis of Rubber Core of Annular BOP: FEM Simulation and Optimization to Prevent the SBZ. *Petroleum* **2021**, doi:10.1016/j.petlm.2021.12.001.
 58. Wu, J.; He, Y.; Wu, K.; Dai, M.; Xia, C. The Performance Optimization of the Stripper Rubber for the Rotating Blowout Preventer Based on Experiments and Simulation. *J. Pet. Sci. Eng.* **2021**, *204*, 108623, doi:10.1016/j.petrol.2021.108623.
 59. Kaya, N. Shape Optimization of Rubber Bushing Using Differential Evolution Algorithm. *Sci. World J.* **2014**, *2014*, 1–9, doi:10.1155/2014/379196.
 60. Kim, J.J.; Kim, H.Y. Shape Design of an Engine Mount by a Method of Parameter

- Optimization. *Comput. Struct.* **1997**, *65*, 725–731, doi:10.1016/S0045-7949(95)00118-2.
61. Hejazi, F.; Farahpour, H.; Ayyash, N.; Chong, T. Development of a Volumetric Compression Restrainer for Structures Subjected to Vibration. *J. Build. Eng.* **2022**, *46*, 103735, doi:10.1016/j.jobe.2021.103735.
 62. Dong, Y.; Yao, X.; Xu, X. Cross Section Shape Optimization Design of Fabric Rubber Seal. *Compos. Struct.* **2021**, *256*, 113047, doi:10.1016/j.compstruct.2020.113047.
 63. Myers, R.H.; Montgomery, D.C.; Anderson-Cook, C.M. Design of Experiments for Fitting Response Surfaces—I. In *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*; John Wiley & Sons: Hoboken, NJ, USA, 2016; pp. 369–449 ISBN 9781118916018.
 64. Box, G.E.P.; Wilson, K.B. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. *J. R. Stat. Soc. Ser. B* **1951**, *13*, 1–45.
 65. Box, G.E.P.; Behnken, D.W. Some New Three Level Designs for the Study of Quantitative Variables. *Technometrics* **1960**, *2*, 455–475, doi:10.2307/1266454.
 66. Montgomery, D.C. *Design and Analysis of Experiments*; 9th ed.; Wiley: Oxford, UK, 2017; ISBN 1119299454.
 67. Morris, M.D.; Mitchell, T.J. Exploratory Designs for Computational Experiments. *J. Stat. Plan. Inference* **1995**, *43*, 381–402, doi:10.1016/0378-3758(94)00035-T.
 68. Viana, F.A.C.; Haftka, R.T.; Steffen, V. Multiple Surrogates: How Cross-Validation Errors Can Help Us to Obtain the Best Predictor. *Struct. Multidiscip. Optim.* **2009**, *39*, 439–457, doi:10.1007/s00158-008-0338-0.
 69. Acar, E. Various Approaches for Constructing an Ensemble of Metamodels Using Local Measures. *Struct. Multidiscip. Optim.* **2010**, *42*, 879–896, doi:10.1007/s00158-010-0520-z.
 70. Wang, S.; Jian, G.; Xiao, J.; Wen, J.; Zhang, Z. Optimization Investigation on Configuration Parameters of Spiral-Wound Heat Exchanger Using Genetic Aggregation Response Surface and Multi-Objective Genetic Algorithm. *Appl. Therm. Eng.* **2017**, *119*, 603–609, doi:10.1016/j.applthermaleng.2017.03.100.
 71. Li, Q.; Zhao, J.; Zhao, B.; Zhu, X. Parameter Optimization of Rubber Mounts Based on Finite Element Analysis and Genetic Neural Network. *J. Macromol. Sci. Part A* **2008**, *46*, 186–192, doi:10.1080/10601320802594923.
 72. Cernuda, C.; Llavori, I.; Zavoianu, A.-C.; Aguirre, A.; Zabala, A.; Plaza, J. Critical Analysis of the Suitability of Surrogate Models for Finite Element Method Application in Catalog-Based Suspension Bushing Design. In Proceedings of the 2020 25th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA); IEEE, September 2020; Vol. 1, pp. 829–836.
 73. Li, L.; Sun, B.; He, M.; Hua, H. Analysis of the Radial Stiffness of Rubber Bush Used in Dynamic Vibration Absorber Based on Artificial Neural Network. *NeuroQuantology*

- 2018**, 16, 737–744, doi:10.14704/nq.2018.16.6.1643.
74. Zhu, W.; Wang, J.; Lin, P. Numerical Analysis and Optimal Design for New Automotive Door Sealing with Variable Cross-Section. *Finite Elem. Anal. Des.* **2014**, 91, 115–126, doi:10.1016/j.finel.2014.06.012.
 75. Mitchell, T.M. *Machine Learning*; McGraw-Hill Education, 1997; ISBN 9780070428072.
 76. Farkas, R. Gépi Tanulás a Gyakorlatban Available online: <https://www.inf.u-szeged.hu/~rfarkas/ML20/> (accessed on 8 December 2021).
 77. Altrichter, M.; Horváth, G.; Pataki, B.; Strausz, G.; Takács, G.; Valyon, J. *Neurális Hálózatok*; Horváth, G., Ed.; Hungarian Edition Panem Könyvkiadó Kft.: Budapest, HU, 2006; ISBN 9789635454648.
 78. Kudela, J.; Matousek, R. Recent Advances and Applications of Surrogate Models for Finite Element Method Computations: A Review. *Soft Comput.* **2022**, 1–25, doi:10.1007/s00500-022-07362-8.
 79. Sobótka, M. Shape Optimization of Flexible Soil-Steel Culverts Taking Non-Stationary Loads into Account. *Structures* **2020**, 23, 612–620, doi:10.1016/j.istruc.2019.12.010.
 80. Ghafil, H.N.; Jármái, K. Dynamic Differential Annealed Optimization: New Metaheuristic Optimization Algorithm for Engineering Applications. *Appl. Soft Comput.* **2020**, 93, 106392, doi:10.1016/j.asoc.2020.106392.
 81. Guo, J.; Yuan, W.; Dang, X.; Alam, M.S. Cable Force Optimization of a Curved Cable-Stayed Bridge with Combined Simulated Annealing Method and Cubic B-Spline Interpolation Curves. *Eng. Struct.* **2019**, 201, 109813, doi:10.1016/j.engstruct.2019.109813.
 82. Akbulut, M.; Sonmez, F.O. Design Optimization of Laminated Composites Using a New Variant of Simulated Annealing. *Comput. Struct.* **2011**, 89, 1712–1724, doi:10.1016/j.compstruc.2011.04.007.
 83. Sonmez, F.O. Shape Optimization of 2D Structures Using Simulated Annealing. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* **2007**, 196, 3279–3299, doi:10.1016/j.cma.2007.01.019.
 84. Anily, S.; Federgruen, A. Simulated Annealing Methods with General Acceptance Probabilities. *J. Appl. Probab.* **1987**, 24, 657–667.
 85. Jackson, W.G.; Ozcan, E.; John, R.I. Tuning a Simulated Annealing Metaheuristic for Cross-Domain Search. In Proceedings of the 2017 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC); IEEE, June 2017; pp. 1055–1062.
 86. Fotuhi, F. Optimal Determination of Simulated Annealing Parameters Using TOPSIS. In Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management; IEEE, December 2011; pp. 46–50.
 87. Velleda Gonzales, G.; Domingues dos Santos, E.; Ramos Emmendorfer, L.; André Isoldi, L.; Oliveira Rocha, L.A.; Da Silva Diaz Estrada, E. A Comparative Study of Simulated Annealing with Different Cooling Schedules for Geometric Optimization of a Heat

- Transfer Problem According to Constructal Design. *Sci. Plena* **2015**, *11*, 1–11, doi:10.14808/sci.plena.2015.081321.
88. Mahdi, W.; Medjahed, S.A.; Ouali, M. Performance Analysis of Simulated Annealing Cooling Schedules in the Context of Dense Image Matching. *Comput. y Sist.* **2017**, *21*, doi:10.13053/cys-21-3-2553.
89. Nourani, Y.; Andresen, B. *A Comparison of Simulated Annealing Cooling Strategies*; 1998; Vol. 31;.
90. Park, M.-W.; Kim, Y.-D. A Systematic Procedure for Setting Parameters in Simulated Annealing Algorithms. *Comput. Oper. Res.* **1998**, *25*, 207–217, doi:10.1016/S0305-0548(97)00054-3.
91. Frausto-Solis, J.; Román, E.F.; Romero, D.; Soberon, X.; Liñán-García, E. Analytically Tuned Simulated Annealing Applied to the Protein Folding Problem. In Proceedings of the Computational Science -- ICCS 2007; Shi, Y., van Albada, G.D., Dongarra, J., Sloot, P.M.A., Eds.; Springer Berlin Heidelberg: Berlin, Heidelberg, 2007; pp. 370–377.
92. Cabrera-Guerrero, P.; Guerrero, G.; Vega, J.; Johnson, F. Improving Simulated Annealing Performance by Means of Automatic Parameter Tuning. *Stud. Informatics Control* **2015**, *24*, doi:10.24846/v24i4y201506.
93. Lückehe, D.; Kramer, O.; Weisensee, M. Simulated Annealing with Parameter Tuning for Wind Turbine Placement Optimization. In Proceedings of the Proceedings of the LWA 2015 Workshops: KDML, FGWM, IR, and FGDB; Bergmann, R., Görg, S., Müller, G., Eds.; CEUR: Trier, 2015; pp. 108–119.
94. Ingber, L. Adaptive Simulated Annealing (ASA): Lessons Learned. *Control Cybern.* **2000**, *25*, 32–54.
95. Fazekas, B.; Goda, T.J. Determination of the Hyper-Viscoelastic Model Parameters of Open-Cell Polymer Foams and Rubber-like Materials with High Accuracy. *Mater. Des.* **2018**, *156*, 596–608, doi:10.1016/j.matdes.2018.07.010.
96. Luo, R.K. Creep Prediction with Temperature Effect and Experimental Verification of Rubber Suspension Components Used in Rail Vehicles. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.* **2019**, *233*, 3950–3963, doi:10.1177/0954406218809143.
97. Dorfmann, A.; Ogden, R.W. A Constitutive Model for the Mullins Effect with Permanent Set in Particle-Reinforced Rubber. *Int. J. Solids Struct.* **2004**, *41*, 1855–1878, doi:10.1016/j.ijsolstr.2003.11.014.
98. Dargazany, R.; Itskov, M. Constitutive Modeling of the Mullins Effect and Cyclic Stress Softening in Filled Elastomers. *Phys. Rev. E* **2013**, *88*, 012602, doi:10.1103/PhysRevE.88.012602.
99. FAZEKAS, B. Numerical Modelling and Experimental Testing of Largely Deformable Viscoelastic Materials, Budapest University of Technology and Economics, 2022.

100. Holzapfel, G.A. *Nonlinear Solid Mechanics, A Continuum Approach for Engineering*; John Wiley and Sons Ltd: Chichester, 2000; ISBN 047182304X.
101. Valanis, K.C.; Landel, R.F. The Strain-Energy Function of a Hyperelastic Material in Terms of the Extension Ratios. *J. Appl. Phys.* **1967**, *38*, 2997–3002, doi:10.1063/1.1710039.
102. Kumar, N.; Rao, V.V. Hyperelastic Mooney-Rivlin Model : Determination and Physical Interpretation of Material Constants. *MIT Int. J. Mech. Eng.* **2016**, *6*, 43–46.
103. Kaliske, M.; Rothert, H. On the Finite Element Implementation of Rubber-like Materials at Finite Strains. *Eng. Comput.* **1997**, *14*, 216–232, doi:10.1108/02644409710166190.
104. Kawabata, S.; Yamashita, Y.; Ooyama, H.; Yoshida, S. Mechanism of Carbon-Black Reinforcement of Rubber Vulcanizate. *Rubber Chem. Technol.* **1995**, *68*, 311–329, doi:10.5254/1.3538745.
105. Drucker, D.C. A Definition of a Stable Inelastic Material. *J. Appl. Mech.* **1959**, *26*, 101–195.
106. Hill, R. A General Theory of Uniqueness and Stability in Elastic-Plastic Solids. *J. Mech. Phys. Solids* **1958**, *6*, 236–249, doi:10.1016/0022-5096(58)90029-2.
107. Beleznai, R.; Szávai, S.; Baptisza, B. *Járműipari Anyagfejlesztések : Célzott Alapkutatás Az Alakíthatóság , Hőkezelés És Hegeszthetőség Témakörében „ Műanyag Előállítási Technológiák ”*; Miskolc, 2013;
108. Levenberg, K. A Method for the Solution of Certain Non-Linear Problems in Least Squares. *Q. Appl. Math.* **1944**, *2*, 164–168, doi:10.1090/qam/10666.
109. Marquardt, D.W. An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *J. Soc. Ind. Appl. Math.* **1963**, *11*, 431–441, doi:10.1137/0111030.
110. Powell, M.J.D. *The NEWUOA Software for Unconstrained Optimization without Derivatives*; 2004;
111. Horgan, C.O.; Murphy, J.G. On the Volumetric Part of Strain-Energy Functions Used in the Constitutive Modeling of Slightly Compressible Solid Rubbers. *Int. J. Solids Struct.* **2009**, *46*, 3078–3085, doi:10.1016/j.ijsolstr.2009.04.007.
112. Altidis, P.; Warner, B.; Adams, V. Analyzing Hyperelastic Materials with Some Practical Considerations. *Midwest ANSYS Users Gr.* **2005**, 1–39.
113. Cruz Gómez, M.A.; Gallardo-Hernández, E.A.; Vite Torres, M.; Peña Bautista, A. Rubber Steel Friction in Contaminated Contacts. *Wear* **2013**, *302*, 1421–1425, doi:10.1016/j.wear.2013.01.087.
114. Olver, P.J. *Introduction to Partial Differential Equations*; Undergraduate Texts in Mathematics; Springer International Publishing: Cham, 2014; Vol. 24; ISBN 978-3-319-02098-3.
115. ANSYS Inc. *Design Exploration User's Guide*; 2013;
116. Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic

- Algorithm: NSGA-II. *IEEE Trans. Evol. Comput.* **2002**, *6*, 182–197, doi:10.1109/4235.996017.
117. Delahaye, D.; Chaimatanan, S.; Mongeau, M. Simulated Annealing: From Basics to Applications. In: Springer, 2019; Vol. 272, pp. 1–35 ISBN 3-319-91086-4.
 118. *Modern Heuristic Optimization Techniques*; Lee, K.Y., El-Sharkawi, M.A., Eds.; John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, NJ, USA, 2008; ISBN 9780470225868.
 119. Aarts, E.H.L.; Korst, J.H.M. *Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing*; John Wiley & Sons, Inc.: New York, 1989; ISBN 978-0471921462.
 120. van Laarhoven, P.J.M.; Aarts, E.H.L. *Simulated Annealing: Theory and Applications*; Springer Netherlands: Dordrecht, 1987; Vol. 21; ISBN 978-90-481-8438-5.
 121. Metropolis, N.; Rosenbluth, A.W.; Rosenbluth, M.N.; Teller, A.H.; Teller, E. Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *J. Chem. Phys.* **1953**, *21*, 1087–1092, doi:10.1063/1.1699114.
 122. Johnson, D.S.; Aragon, C.R.; McGeoch, L.A.; Schevon, C. Optimization by Simulated Annealing: An Experimental Evaluation; Part I, Graph Partitioning. *Oper. Res.* **1989**, *37*, 865–892, doi:10.1287/opre.37.6.865.
 123. Ben-Ameur, W. Computing the Initial Temperature of Simulated Annealing. *Comput. Optim. Appl.* **2004**, *29*, 369–385, doi:10.1023/B:COAP.0000044187.23143.bd.
 124. Aarts, E.H.L.; van Laarhoven, P.J.M. Statistical Cooling: A General Approach To Combinatorial Optimization Problems. *Philips J. Res.* **1985**, *40*, 193–226.
 125. Aarts, E.; Korst, J.; Michiels, W. Search Methodologies. In *Search Methodologies - Introductory Tutorials in Optimization and Decision Support Techniques*; Burke, E.K., Kendall, G., Eds.; Springer US: Boston, MA, 2005; pp. 187–210 ISBN 978-1-4419-3628-8.
 126. Randelman, R.E.; Grest, G.S. N-City Traveling Salesman Problem: Optimization by Simulated Annealings. *J. Stat. Phys.* **1986**, *45*, 885–890, doi:10.1007/BF01020579.
 127. Szu, H. Fast Simulated Annealing. In *Proceedings of the AIP Conference Proceedings*; AIP, 1986; Vol. 151, pp. 420–425.
 128. Schwefel, H.-P. *Evolution and Optimum Seeking*; Wiley-Interscience, Ed.; 1st ed.; John Wiley & Sons, Inc.: New York, 1995; ISBN 978-0471571483.
 129. Sibylle D., M.; Nicol N., S.; Petros, K.; Nikolaus, H. Step Size Adaptation in Evolution Strategies - Two Approaches. In *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference Workshop Program*; Barry, A.M., Ed.; AAAI: New York, NY, 2002; pp. 161–164.
 130. Surjanovic, S.; Bingham, D. Optimization Test Functions and Datasets Available online: <https://www.sfu.ca/~ssurjano/optimization.html> (accessed on 8 January 2022).

131. Kuhn, M.; Johnson, K. *Applied Predictive Modeling*; Springer New York: New York, NY, 2013; ISBN 978-1-4614-6848-6.
132. Kohavi, R. A Study of Cross-Validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection. In *Proceedings of the Proceedings of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence - Volume 2*; Morgan Kaufmann Publishers Inc.: Montreal, Quebec, Canada, 1995; pp. 1137–1145.
133. Mathworks *Statistics and Machine Learning Toolbox, User's Guide, R2021b*; Natick, MA, 2021;
134. Cortes, C.; Vapnik, V. Support-Vector Networks. *Mach. Learn.* **1995**, *20*, 273–297, doi:10.1007/BF00994018.

Szabványok

- S1. ISO 23529:2016, Rubber — General procedures for preparing and conditioning test pieces for physical test methods, <https://www.iso.org/standard/70323.html>
- S2. ISO 48-4:2018, Rubber, vulcanized or thermoplastic — Determination of hardness — Part 4: Indentation hardness by durometer method (Shore hardness), <https://www.iso.org/standard/74969.html>
- S3. ISO 7743:2017, Rubber, vulcanized or thermoplastic — Determination of compression stress-strain properties, <https://www.iso.org/standard/72784.html>
- S4. ISO 37:2017, Rubber, vulcanized or thermoplastic — Determination of tensile stress-strain properties, <https://www.iso.org/standard/68116.html>

Publikációs jegyzék

Referált folyóiratcikkek

- P1. Huri, D.; Mankovits, T. Surrogate Model-Based Parameter Tuning of Simulated Annealing Algorithm for the Shape Optimization of Automotive Rubber Bumpers. *Appl. Sci.* 2022, 12, 5451, doi:10.3390/app12115451. (Q2, IF: 2,838 (2021))
- P2. Huri, D.; Mankovits, T. Automotive Rubber Product Design Using Response Surface Method. *Period. Polytech. Transp. Eng.* 2022, 50, 28–38, doi:10.3311/PPtr.16280. (Q2, (2021))
- P3. Huri, D.; Mankovits, T. Parameter Selection of Local Search Algorithm for Design Optimization of Automotive Rubber Bumper. *Appl. Sci.* 2020, 10, 3584, doi:10.3390/app10103584. (Q2, IF: 2,679)
- P4. Huri, D.; Mankovits, T. Automotive Rubber Part Design Using Machine Learning. *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 2019, 659, 012022, doi:10.1088/1757-899X/659/1/012022.
- P5. Huri, D.; Mankovits, T. Comparison of the Material Models in Rubber Finite Element Analysis. *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* 2018, 393, 012018, doi:10.1088/1757-899X/393/1/012018.
- P6. Huri, D. Incompressibility and Mesh Sensitivity Analysis in Finite Element Simulation of Rubbers. *Int. Rev. Appl. Sci. Eng.* 2016, 7, 7–12, doi:10.1556/1848.2016.7.1.2.

Lektorált folyóiratcikkek

- P7. Huri, D. Optimáló Módszerek Alkalmazhatósága Járműipari Gumitermékek Tervezésében. *Int. J. Eng. Manag. Sci. / Műszaki és Menedzsment Tudományi Közlemények* 2020, 5, 358–363, doi:10.21791/IJEMS.2020.2.41.
- P8. Huri, D. Finite Element Software for Rubber Products Design. *Int. J. Eng. Manag. Sci. / Műszaki és Menedzsment Tudományi Közlemények* 2018, 3, 13–20, doi:10.21791/IJEMS.2018.1.2.
- P9. Mankovits, T.; Huri, D.; Imre, K.; Kocsis, I.T.; Szabó, T. Material Characterization and Numerical Simulation of a Rubber Bumper. *Int. J. Mech. Aerosp. Ind. Mechatron. Manuf. Eng.* 2014, 8, 1367–1370.
- P10. Jacsó, N.; Mankovits, T.; Kállai, I.; Huri, D.; Kocsis, I.T.; Balogh, G. Gumi Próbatest Laboratóriumi Mérése És Kiértékelése Nyomó Igénybevételre. *Debreceni Műszaki Közlemények* 2013, 1, 89–97.

Konferenciakötetben megjelent cikkek

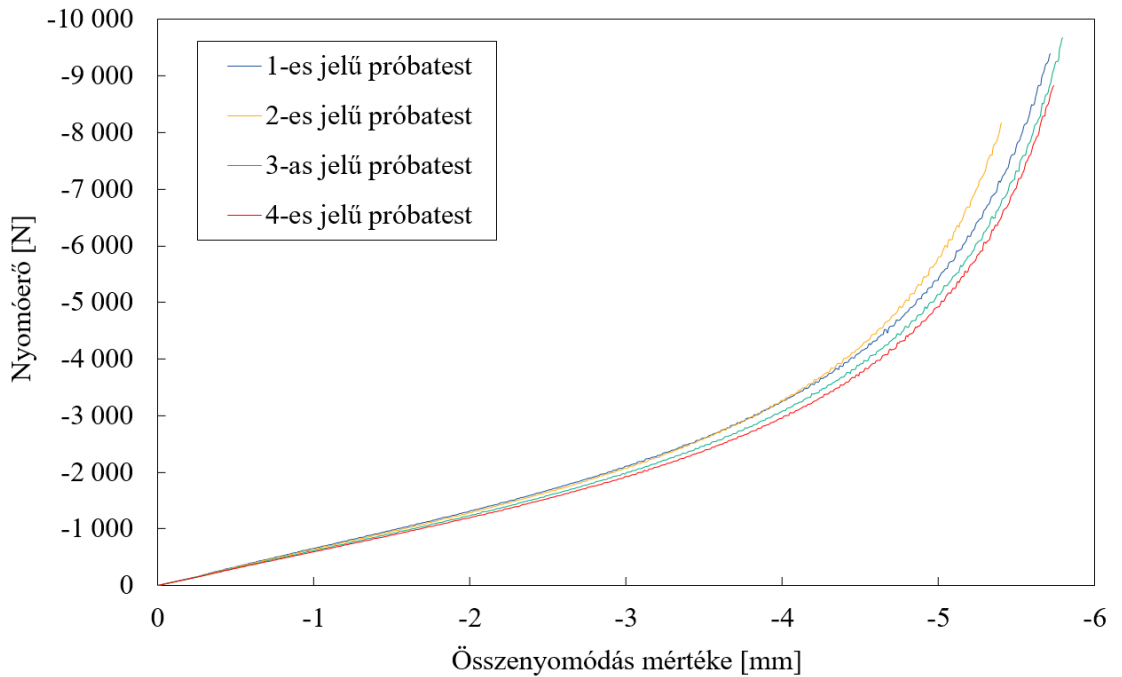
- P11. Huri, D. Hiperelasztikus Anyagmodellek Illesztése Gumi Anyagra = Fitting Different Hyperelastic Material Model for Rubber Material. In Proceedings of the XXVII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia OGÉT 2019; 2019; pp. 213–216.
- P12. Huri, D.; Mankovits, T. Comparison of the Material Models in Rubber Finite Element Analysis. In Proceedings of the The 10th International Conference on Machine and Industrial Design in Mechanical Engineering; 2018; pp. 42–43.
- P13. Huri, D.; Mankovits, T. Comparison of the Hyperelastic Material Models in the Finite Element Investigations of Rubber Parts. Proc. 6th Int. Sci. Conf. Adv. Mech. Eng. (ISCAME 2018) 2018, 75–76.
- P14. Huri, D. Gumipróbatest Egytengelyű Nyomóvizsgálata. In Proceedings of the OGÉT 2018: XXVI. Nemzetközi Gépészeti Konferencia: 26th International Conference on Mechanical Engineering.; 2018; pp. 208–211.
- P15. Huri, D. Locking Jelenség Vizsgálata Hiperelasztikus Anyagok Végeselem Szimulációjában = Locking Effect Analysis in Finite Element Simulation of Hyperelastic Materials. In Proceedings of the OGÉT 2017: XXV. Nemzetközi Gépészeti Konferencia; 2017; pp. 199–202.
- P16. Huri, D.; Mankovits, T. Incompressibility Analysis of Rubbers Using FEM. In Proceedings of the Proceedings of the 4th International Scientific Conference on Advances in Mechanical Engineering (ISCAME 2016); 2016; pp. 247–253.
- P17. Huri, D.; Mankovits, T.; Kállai, I. Izoparametrikus Végeselemek Bezáródásának Vizsgálata Nagy Alakváltozás Esetén = Numerical Investigations on the Locking Effect of Axi-Symmetric Isoparametric Finite Elements. In Proceedings of the Proceedings of the 1st international scientific conference on advances in mechanical engineering (ISCAME 2013): 10-11 October 2013, Debrecen, Hungary; 2013; pp. 70–73.
- P18. Huri, D.; Mankovits, T. Hiperelasztikus Anyagmodellek Kontinuum-Mechanikai Háttére, Optimalizálási Lehetőség Mooney–Rivlin Anyagállandókra. In Proceedings of the Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban, 2012; 2012; pp. 613–622.
- P19. Huri, D.; Mankovits, T.; Portik, T. Gumyszerű Anyagok Végeselemes Vizsgálatának Lehetőségei a FEMAP 9.3 Alkalmazásával = Possibilities of Finite Element Analysis with Hyperelastic Material Models Using FEMAP 9.3. In Proceedings of the Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi régióban 2011; 2011; pp. 531–538.

További konferencia-előadás

- P20. Huri, D.; Mankovits, T. Stochastic Search Algorithm for Design Optimization of Automotive Rubber Parts. In Proceedings of the The 11th International Conference on Applied Informatics; Eger, 2020.

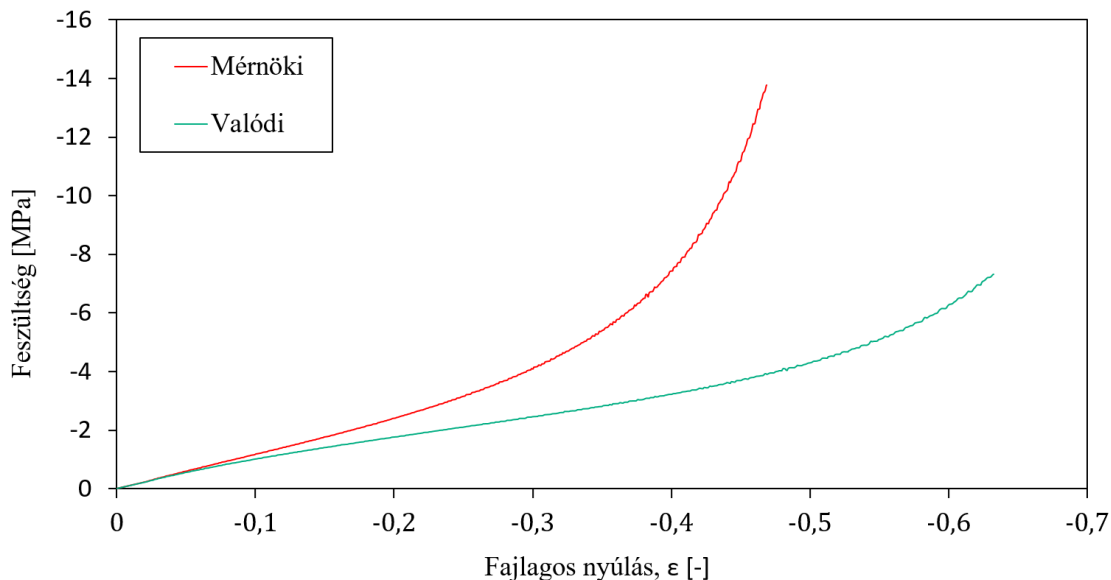
Melléklet

1. A gumi próbatetek egytengelyű nyomó terhelésére mért erő-alakváltozás görbék

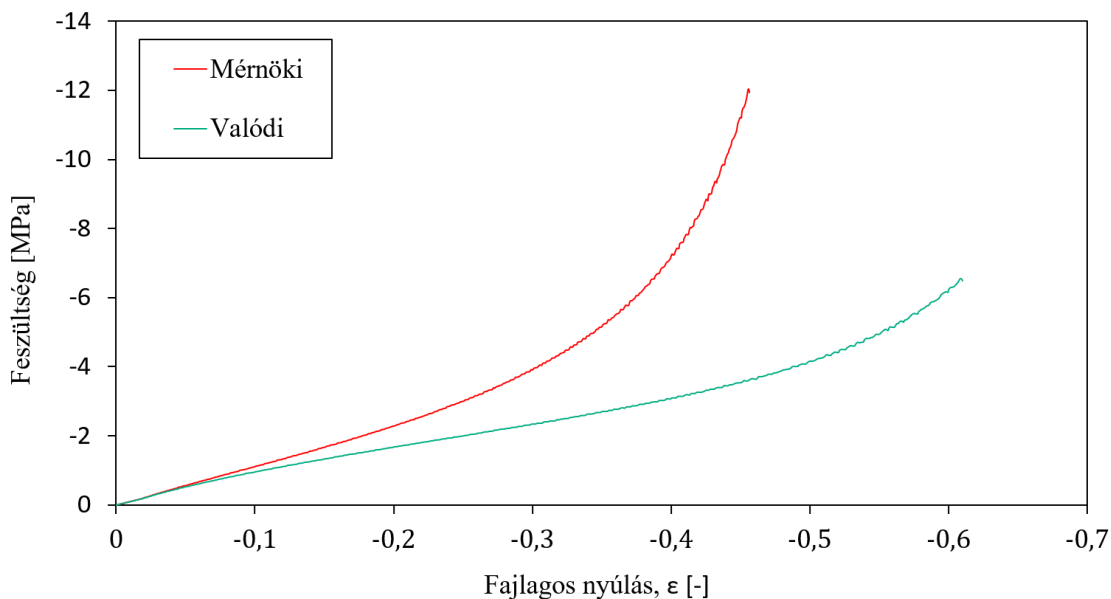


M.1. ábra. A hengeres gumi próbatetek egytengelyű nyomó terhelésére mért erő-alakváltozás görbék

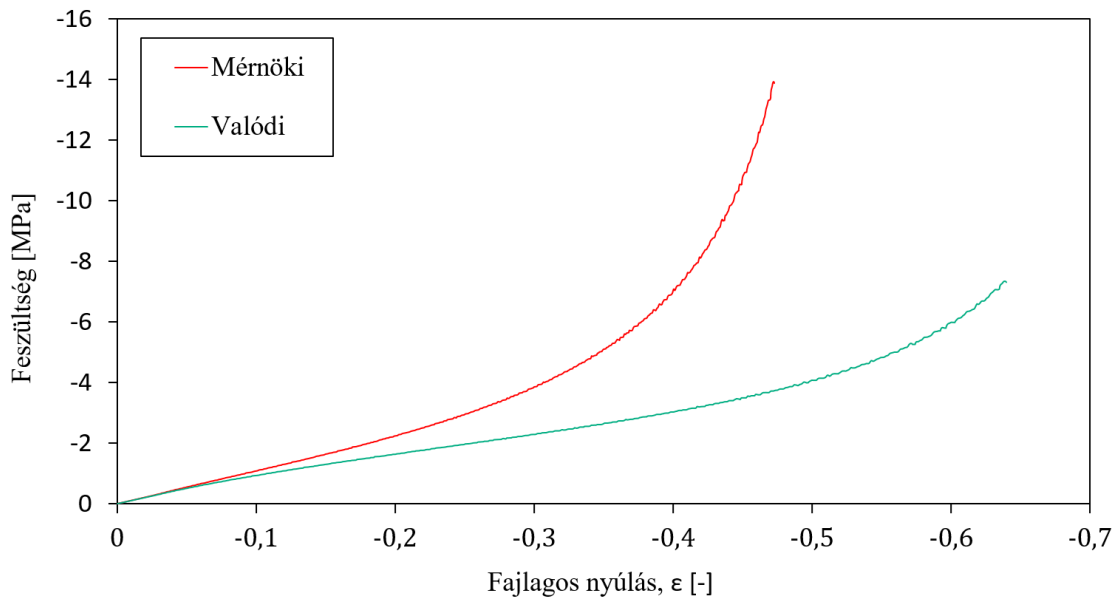
2. A gumi próbatetek egytengelyű nyomó igénybevételére mért feszültség-fajlagos nyúlás jelleggörbék



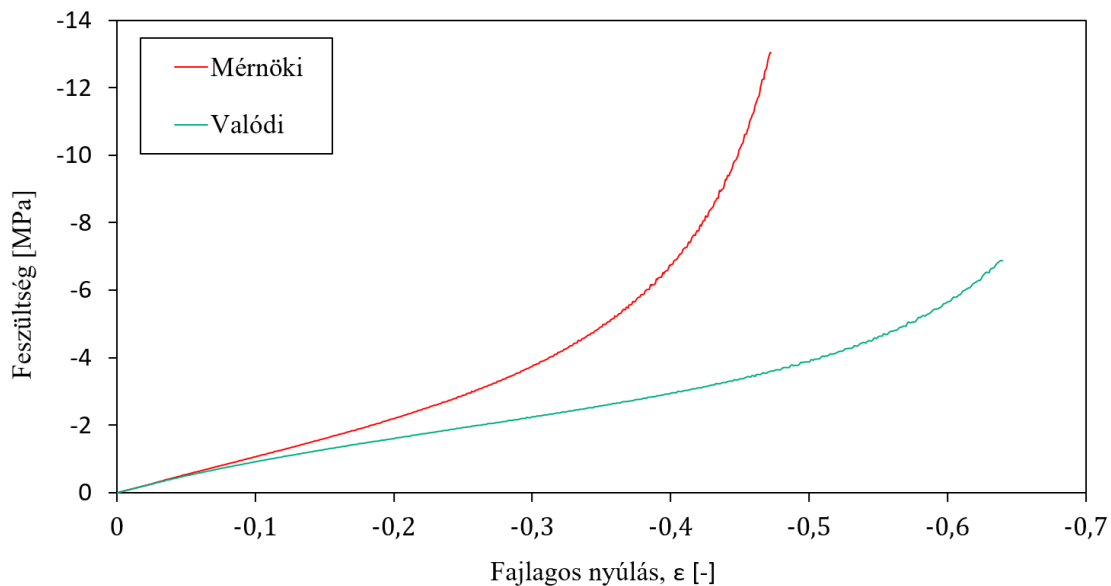
M.2. ábra. Az 1-es jelű próbatestre számított mérnöki- és valódi $\sigma - \epsilon$ jelleggörbék egytengelyű nyomóvizsgálat esetén



M.3. ábra. A 2-es jelű próbatestre számított mérnöki- és valódi $\sigma - \epsilon$ jelleggörbék egytengelyű nyomóvizsgálat esetén



M.4. ábra. A 3-es jelű próbatestre számított mérnöki- és valódi $\sigma - \epsilon$ jelleggörbék egytengelyű nyomóvizsgálat esetén



M.5. ábra. A 4-es jelű próbatestre számított mérnöki- és valódi $\sigma - \epsilon$ jelleggörbék egytengelyű nyomóvizsgálat esetén

M.1. táblázat. A próbatestek mérésrel felvett mérnöki $\sigma - \varepsilon$ jelleggörbéjének pontjai között diszkrét fajlagos nyúlásértékekre interpolációval felvett feszültség értékek és azok átlagai

ε_e [-]	σ_e [MPa]				Átlag	Medián	Szórás
	No.1	No.2	No.3	No.4			
-0,01	-0,11	-0,10	-0,11	-0,11	-0,106	-0,107	0,004
-0,02	-0,22	-0,21	-0,22	-0,21	-0,214	-0,214	0,006
-0,03	-0,35	-0,33	-0,32	-0,32	-0,332	-0,329	0,013
-0,04	-0,47	-0,45	-0,44	-0,43	-0,448	-0,443	0,018
-0,05	-0,59	-0,56	-0,55	-0,54	-0,560	-0,556	0,023
-0,06	-0,71	-0,67	-0,66	-0,64	-0,670	-0,665	0,030
-0,07	-0,82	-0,78	-0,77	-0,75	-0,781	-0,775	0,030
-0,08	-0,94	-0,89	-0,87	-0,86	-0,889	-0,881	0,036
-0,09	-1,05	-1,01	-0,98	-0,96	-0,998	-0,992	0,041
-0,10	-1,17	-1,11	-1,08	-1,07	-1,107	-1,096	0,044
-0,11	-1,29	-1,22	-1,19	-1,17	-1,218	-1,205	0,051
-0,12	-1,40	-1,33	-1,30	-1,27	-1,326	-1,313	0,056
-0,13	-1,51	-1,44	-1,41	-1,39	-1,435	-1,423	0,052
-0,14	-1,63	-1,56	-1,52	-1,50	-1,550	-1,539	0,059
-0,15	-1,76	-1,67	-1,64	-1,60	-1,667	-1,653	0,067
-0,16	-1,87	-1,80	-1,75	-1,72	-1,784	-1,773	0,069
-0,17	-2,00	-1,91	-1,88	-1,83	-1,906	-1,893	0,071
-0,18	-2,14	-2,03	-1,99	-1,95	-2,026	-2,008	0,081
-0,19	-2,26	-2,15	-2,12	-2,06	-2,147	-2,134	0,083
-0,20	-2,39	-2,28	-2,23	-2,20	-2,276	-2,258	0,085
-0,21	-2,53	-2,42	-2,37	-2,33	-2,412	-2,396	0,088
-0,22	-2,68	-2,55	-2,50	-2,45	-2,547	-2,528	0,098
-0,23	-2,82	-2,70	-2,65	-2,59	-2,691	-2,675	0,099
-0,24	-2,98	-2,85	-2,79	-2,73	-2,838	-2,822	0,108
-0,25	-3,15	-3,00	-2,95	-2,88	-2,994	-2,976	0,115
-0,26	-3,32	-3,18	-3,10	-3,03	-3,159	-3,140	0,122
-0,27	-3,50	-3,33	-3,29	-3,19	-3,327	-3,309	0,128
-0,28	-3,68	-3,53	-3,46	-3,36	-3,509	-3,495	0,135
-0,29	-3,89	-3,72	-3,66	-3,54	-3,703	-3,689	0,145
-0,30	-4,09	-3,91	-3,86	-3,74	-3,899	-3,882	0,147
-0,31	-4,33	-4,13	-4,06	-3,94	-4,113	-4,091	0,163
-0,32	-4,56	-4,37	-4,29	-4,17	-4,347	-4,329	0,162
-0,33	-4,81	-4,62	-4,53	-4,41	-4,593	-4,577	0,170
-0,34	-5,09	-4,88	-4,78	-4,65	-4,852	-4,834	0,184
-0,35	-5,38	-5,17	-5,09	-4,92	-5,140	-5,130	0,194
-0,36	-5,72	-5,50	-5,41	-5,23	-5,464	-5,453	0,200
-0,37	-6,09	-5,82	-5,72	-5,54	-5,795	-5,773	0,227
-0,38	-6,48	-6,23	-6,11	-5,87	-6,171	-6,169	0,255
-0,39	-6,89	-6,68	-6,59	-6,33	-6,624	-6,635	0,234
-0,40	-7,43	-7,18	-7,07	-6,73	-7,101	-7,126	0,291
-0,41	-7,95	-7,75	-7,61	-7,24	-7,635	-7,679	0,301
-0,42	-8,66	-8,37	-8,15	-7,76	-8,234	-8,258	0,382
-0,43	-9,39	-9,17	-8,85	-8,43	-8,959	-9,007	0,419
-0,44	-10,17	-10,08	-9,76	-9,27	-9,820	-9,920	0,402
-0,45	-11,19	-11,21	-10,82	-10,18	-10,851	-11,006	0,480

3. Szimulált hűtési algoritmus Matlab környezetben írt forráskódja

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%      Simulated Annealing Algorithm      %%%
%%%      FUNCTION CALL                      %%%
%%%      cite: doi:10.3390/app12115451     %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%kezdőpont kiválasztása
xinitial=xinitialSet(1,:);
%algoritmus beállításai/paraméterei
options = struct(...
    'AnnealSched',1,... %hűtési függvény
    'dTCoeff',256,... %dTmin=(Tinit-Tmin)*dTCoeff/kmax, gyorsítja a
lineáris hűtést ha egynél nagyobb az érték
    'alpha1',0.7,... %hűtési sebességet szabályzó paraméter
    'SearcSpace',rhoinitial,...%kiinduló keresési tér
    'NarrowingCoeff',0.925,...%lépésméret adaptáló tényező
    'SuccesRateCoeff',0.2,...%Schwefel elfogadási ráta
    ,SuccesRateCoeff<0.5
    'xnewGenerator',@(x,rho) (x+randn(1,length(x)).* rho),...%Új
állapot generálására függvény
    'InitTemp',Tinit,... %kiinduló hőmérséklet
    'MaxStallIterations',100,... %konvergencia feltételek számításához
használt utolsó mc iterációk
    'FunctionTolerance',[0.1,0.1,0.001],...%relatív változás %-ban a
változókra és a függvényértékre
    'N0',10); %próbálkozások száma (hűtési straégia paramétere)

%% optimáló algoritmus futtatása
% a kereső eljár hívásához megkell adni a kiinduló pontot, a célfüggvényt,
a hiperparaméterek beállításait tartalmazó struktúrát, geometriai
korlátokat és a geometriai kényezereket
[xoptSA,foptSA,m,BSAall]=SimulatedAnnealingHD_V4(xinitial,objFun,options,De
signVarBnd,GeomCrit)
OptimSA=[fpredictedBest<=foptSA,m]

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%      Simulated Annealing Algorithm      %%%
%%%      FUNCTION                          %%%
%%%      cite: doi:10.3390/app12115451     %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

function
[xoptSA,foptSA,m,BSAall,BSA,BSAbest]=SimulatedAnnealingHD_V4(xinitial,objFu
n,options,DesignVarBnd,GeomCrit)

% Hiperparaméterek beállításai
AnnSch = options.AnnealSched;

```

```

dTCoeff = options.dTCoeff;
alpha1 = options.alpha1;
rhoinitial = options.SearcSpace;
NarrowingCoeff = options.NarrowingCoeff;
SuccesRateCoeff = options.SuccesRateCoeff;
xnewGen = options.xnewGenerator;
Tinit = options.InitTemp;
MaxStallIterations = options.MaxStallIterations;
FunctionTolerance = options.FunctionTolerance;
N0 = options.N0;

% Hiperparaméterek empirikusan
N=N0*size(xinitial,2);
mmax=3000*size(xinitial,2);

//Változók megadása

T=Tinit;
rho=rhoinitial;

%számlálók
accepted=0;
allp = 0;
n=0;
m=1;%függvényhívás száma
k = 1;%elfogadott lépések száma
kT=1;%hűtési lépcsők száma

%Algoritmus indításának helye
xk = xinitial;
xoptSA=xk;
foptSA=objFun(xk);

SuccesRate=[NaN];

%Adatok tárolása a futásról
BSA=[m,xinitial,foptSA];
BSARelChange=[m,xinitial,1];
BSAbest=[m,xinitial,foptSA];
BSAall=[m,xinitial,foptSA,T,k,kT,SuccesRate(kT),rho(1)];
BSAcrit=10*ones(1,size(xinitial,2)+1);

// Új állapot generálása, geometriai korlátok és kényszerek ellenőrzése
while any(BSAcrit(1:end-1)>FunctionTolerance(1:end-1))&&BSAcrit(end)>FunctionTolerance(end)&&mmax>m
    xNew=xnewGen(xk,rho);
    geomconstrain=0;
    while geomconstrain<1
        if isempty(DesignVarBnd)
            geomconstrain=1;

```

```

        elseif (all(xNew'>=DesignVarBnd(:,1)) &&
all(xNew'<=DesignVarBnd(:,2)))
            geomconstrain=1;
        end
        if (geomconstrain==1 && ~isempty(GeomCrit))
            geomconstrain=GeomCrit(xNew);
        end
        if geomconstrain==0
            xNew=xnewGen(xk,rho);
        else
            m=m+1;
        end
    end
end

// Metropolis Kritérium
fnewSA=objFun(xNew);
BSAall=[BSAall(:,:);m,xNew,fnewSA,T,k,kT,SuccesRate(kT),rho(1)];
deltaH = fnewSA - foptSA;

if deltaH < 0
    BSARElChange=[BSARElChange(:,:);m,abs((xNew-
xk)./xk*100),abs(deltaH/foptSA*100)];
    xk = xNew;
    foptSA=fnewSA;
    k = k + 1;
    accepted = accepted + 1;
    BSA=[BSA(:,:);m,xk,foptSA];
    if BSA(end,end)<BSAbest(end,end)
        BSAbest=[BSAbest(:,:);m,xk,foptSA];
        xoptSA=xk;
    end
else
    // Egyenletes eloszlású véletlenszám generálása, állapot elfogadása P
    // valószínűséggel

    p = exp(-(deltaH / T));
    r = rand;
    if r < p
        BSARElChange=[BSARElChange(:,:);m,abs((xNew-
xk)./xk*100),abs(deltaH/foptSA*100)];
        xk = xNew;
        foptSA=fnewSA;
        k = k + 1;
        accepted = accepted + 1;
        BSA=[BSA(:,:);m,xk,foptSA];
    end
end
// Hőmérséklet paraméter hűtése, keresési tér adaptálása
n = n + 1;

```

```

allp = allp + 1;

if n==N
    SuccesRate=[SuccesRate(:);accepted / allp];
    if length(SuccesRate)<10
        meanSuccesRate=mean(SuccesRate);
    else
        meanSuccesRate=mean(SuccesRate(end-9:end));
    end
    if meanSuccesRate > 1-SuccesRateCoeff
        rho = min([rho / NarrowingCoeff,rhoinitial]);
        T=AnnealingSchedule(Tinit,kT,AnnSch,mmax,N,alpha1,dTCoeff);
        kT=kT+1;
    elseif meanSuccesRate < SuccesRateCoeff
        rho = rho *NarrowingCoeff;
        T=AnnealingSchedule(Tinit,kT,AnnSch,mmax,N,alpha1,dTCoeff);
        kT=kT+1;
    else
        T=AnnealingSchedule(Tinit,kT,AnnSch,mmax,N,alpha1,dTCoeff);
        kT=kT+1;
    end
    n=0;
    accepted=0;
    allp = 0;
end
// Konvergencia feltétel
if m>MaxStallIterations
    j=nnz((m-BSARelChange(:,1))<MaxStallIterations);
    if j==0
        BSACrit=BSARelChange(end,2:end);
    else
        BSACrit=mean(BSARelChange(end-j:end,2:end));
    end
end
end
foptSA=BSAbest(end,end);
end

```