

Debreceni Egyetem Informatika Kar
Informatikai Kar

Oktatási célú operációkutatási software fejlesztése

Diplomamunka

Témavezető:

Dr Bajalinov Erik

(tudományos főmunkatárs)

Készítette:

Asztalos Zsolt

(programtervező matematikus)

Debrecen

2009

Tartalomjegyzék

1. Köszönet nyilvánítás	4
2. Bevezetés	5
3. Az input - output modell	6
3.1. Az alap leontief modell	6
3.1.1. A modell célja és alapötlete	6
3.1.2. Matematikai leírás	7
3.1.3. Az input - output mátrix:	9
3.1.4. A szállítás felvétele az input-output mátrixba	10
3.2. Az input-output modellek különböző típusairól	11
3.2.1. Zárt Leontief Rendszer	11
3.2.2. Nyílt Leontief Rendszer	11
3.2.3. Zárt Dinamikus input-output modell	12
3.3. Közgazdaságban használtmodellek	16
3.3.1. Az alapmodell és főbb felvetései	16
3.3.2. Produktivitás és Leontieff inverz	17
3.3.3. A termelési rendszer belső strukturális sajátosságai	19
3.3.4. Az átlagos Ráfordítási szint mértéke: A sajátérték	21
3.3.5. Az input-output modellek főbb változatai	22
4. MPS formátum	25
4.1. Az MPS formátum története	25
4.2. Az MPS formátum leírása	25
5. LINDO API	30
5.1. Mire is használható	30
5.2. LINDO API integrált módszerei	30
5.3. Feladatmegoldás LINDO API-val	30
6. A program	34
6.1. Program célja	34
6.2. A választott modell	34
6.3. A program kezelőfelületének bemutatása	35
6.3.1. Telepítés	40

7. Összefoglalás	40
8. Irodalom jegyzék	41
9. Ábrajegyzék	42

1. Köszönet nyilvánítás

Köszönöm oktatóimnak, hogy olyan sokat tanulhattam tőlük. Különösképpen Dr. Bajalinov Erik tanár úrnak.

Köszönöm további barátaimnak a segítségét és türelmet. Az esetleges együttérzésüket. Különös képen Somogyi Csillának amiért az egyetem jóformán összes könyvtárába elkísért, és tette mindezt nem csak egy alkalommal.

Köszönettel tartozom még a családomnak azért mert lehetővé tették hogy a Debreceni egyetemem tanuljak.

2. Bevezetés

Diplomamunkámban egy olyan program elkészítésére vállalkoztam, amely a dinamikus Leontieff input-output modell átlátható kezelését és az operációkutatás területén elterjedt mps - fájlformátumba történő átalakítását teszi lehetővé, további feldolgozás céljából.

A Leontieff input-output modellről elől járóban annyit, hogy az egy közgazdasági modell és a dinamikus változata annyiban különbözik, hogy az több periódust foglal magában. A megfelelő megoldási feltételek mellet, ez egy lineáris programozási feladat.

A program fejlesztése Microsoft Visual studio 2005 c++ ban történt, jelen pillanatban két fajta megoldási feltételt tartalmaz.

1. Az utolsó évben megtermelt javak maximalizálásán alapulót
2. Az egész periódus alatt igénybe vett munkaerő maximalizálásán, ez első ránézésre értelmetlen, de ha a célunk a munkanélküliség lejjebb, szorítása akkor már egy hasznos feltétellel rendelkezünk.

A programba könnyen beépíthetők új, más fajtájú célfeltételek is.

Igény szerint a programba beépíthető egy megoldó program egy úgy nevezett solver. Ilyen beépíthető solverre kiváló példa a LINDO System a saját állításaik szerint a világvezető operációkutatási programjait gyártó cég- programcsomagja a Lindo Api. Teljes becsületes nevén: Lindo Application Programming Interface.

Ennek a témának a megválasztására az egyetemi oktatásunk sokrétűsége inspirált. Nem tudom, hogy lehetséges e találni még egy ilyen témát ahol, így összekapcsolódik, a programozás a matematikával és közgazdaságtannal.

3. Az input - output modell

3.1. Az alap leontief modell

3.1.1. A modell célja és alapötlete

A gazdasági input-output modell mátrix reprezentációt használ, hogy megjósolja, hogy egy változás egy iparágban milyen hatással van a többi iparágra a nemzet (vagy régió) gazdaságában, a vásárlókon, a kormányzaton és a külföldi ellátókon keresztül. Ha ezt a módszert egy régióra alkalmazzák, akkor Regional Impact Multiplier Systemnek is nevezik.

Az input-output analízis figyelembe veszi az iparágak közötti kapcsolatokat, leírja, hogyan jut el egy iparág outputja egy másik iparágba és hol szolgál inputként és ez állttal függővé téve az iparágakat a vásárlók outputjától és az ellátó inputjától. Az input-output modell az input-output analízis egy jellegzetes formalizálása.

Az input-output modell alapötlete:

Az input-output fogalmai egyszerűek. Figyelembe véve az i . ágazat termelését, különválaszthatjuk:

- (1) azon termékeket, amik a végső felhasználást (célt) elégíti ki, c_i ,
- (2) ami a teljes output, x_i , és
- (3) átmenetek x_{ij} az egyik ágazatból a másik ágazatba.

3 területet transzaksiós tábla: ábrajegyzék 3.1 es ábra

Használhatósága:

Az input-output modell széles körben használt a gazdasági előrejelzésekben arra, hogy megjósolják az áramlásokat a területek között. Használják még helyi városi gazdaságban.

A modell hátrányai:

Nem egy elhanyagolható probléma hogy ez a tábla nagyon hamar nagyon nagygyá válik. Azoknak akik az input - output mátrixokat állítják össze, nagyon jól kell érteniük az iparágak osztályozásához, adatértékeléshez. Mivel ezek a mátrixok gyakran rosszul kondicionáltak így az ezen területen dolgozóknak jól kell érteniük a rosszul kondicionált mátrixok invertálásához. Problémás kérdés egy input egy másikkal való helyettesítése és kérdés még az együtthatók stabilitása, ahogy a termelés fokozódik vagy csökken.

3.1.2. Matematikai leírás

Tranzakciós táblát más alakban felírva:

$$x_{11} + \dots + x_{1n} + c_1 = x_1$$

$$x_{21} + \dots + x_{2n} + c_2 = x_2$$

$$\vdots = \vdots$$

Nagyon keveset tudunk a termékek funkcióiról, mert csak számokkal rendelkezünk, amik a tranzakciókat reprezentálják.

$$x_1 = f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n})$$

$$x_2 = g(x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n})$$

$$\vdots = \vdots$$

A Termékfüggvény egy explicit függvény:

$Q = f(K, L)$ ahol Q = számosság, K = tőke (Capital), L = munkaerő.
ezeket a

($\partial Q / \partial K = f_K > 0$; $\partial Q / \partial L = f_L > 0$) a parciális deriváltakat követeljük meg az input együtt hatóknak.

Leontief, az input - output analízis megújítója egy speciális termelési függvényt használ, ami lineárisan függ az összes output változótól x_i . Használva a Leontief együtthatókat a_{ij} , módosíthatjuk az átviteli információkat az input-output táblában.

$$x_{11} = a_{11} * x_1$$

$$x_{12} = a_{12} * x_2$$

$$\vdots = \vdots$$

Zárt alakban felírva:

$$x_{ij} = a_{ij} * x_j$$

Esetünkben most:

$$\begin{aligned}
a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \dots + a_{1n} * x_n + c_1 &= x_1 \\
a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \dots + a_{2n} * x_n + c_2 &= x_2 \\
\vdots &= \vdots
\end{aligned}$$

Átrendezés után a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$\begin{aligned}
x_1 - a_{11} * x_1 - a_{12} * x_2 - \dots - a_{1n} * x_n &= c_1 \\
x_2 - a_{21} * x_1 - a_{22} * x_2 - \dots - a_{2n} * x_n &= c_2 \\
\vdots &= \vdots
\end{aligned}$$

Kiemelés után a következő rendszer marad:

$$\begin{aligned}
(1 - a_{11}) * x_1 - a_{12} * x_2 - \dots - a_{1n} * x_n &= c_1 \\
-a_{21} * x_1 + (1 - a_{22}) * x_2 - \dots - a_{2n} * x_n &= c_2 \\
\vdots &= \vdots
\end{aligned}$$

Mátrixok jelölése: $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}; \quad c = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix};$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix};$$

Kifejezve a teljes output vektort és a végsőfogyasztás vektort.
Akkor:

$$\begin{aligned}
A * x + c &= x \\
(I - A) * x &= c \\
x &= (I - A)^{-1} * c
\end{aligned}$$

Ha $(I - A)$ reguláris mátrix akkor $(I - A)$ invertálható. Az $(I - A)$ mátrixot technológiai mátrixnak nevezik

Kifejezve a teljes output vektor, a végkövetelmény vektort, az egység mátrixot és az input - output mátrixot, egyenként.

Megjegyzés: A standard input - output számítások sematikus egyöntetűsége bizonyos gyakorlati előnyt biztosít és egyben a módszer korlátait is jelenti. Az egyöntetűség legnagyobb előnye, hogy lehetővé teszi az input - output együtthatók mátrixának használatát.

3.1.3. Az input - output mátrix:

Minden egyes oszlopa az input-output mátrixnak egy iparág inputjainak a pénzbeli értékét jelenti és minden egyes sor az iparág outputjainak az értékét fejezi ki.

Például: ha feltesszük, hogy van 3 iparág akkor az 1. oszlop jelenti az 1. iparág inputjainak az értékét az 1-es, 2-es és 3-as iparágtól. Az első sor jelenti az 1. iparág outputjainak az értékét az 1-es, 2-es és 3-as iparágak számára. Ezek hasonlóan mennek a 2-es és 3-as sorokra és oszlopokra is.

Az input-output gazdaságtudomány matematikai része egyszerű, de az adat szükséglete hatalmas, mert meg kell jeleníteni a ráfordítását és a bevételt és az adatgyűjtés és az előkészítési folyamat késése nehezé teszi az analízist.

Tipikusan az input-output táblák szerkesztett visszatekintések, mint amolyan gazdasági keresztmetszet felvételek, ezeket néhány évente készítik.

Az is probléma, hogy nem minden ország gyűjti a szükséges adatokat, valamint az adat minőséggel is problémák vannak.

Az input-output mátrix alkalmas két különböző gazdaság szerkezeti jellemvonásainak az összehasonlítása, illetve ugyanannál a gazdaságnál a két különböző időpontban fennálló szerkezeti jellemvonások összemérése két A mátrix összehasonlítására korlátozódik.

Az egyedüli nehézséget ekkor gyakran az okozza, hogy a kétféle szektorbontás, amely szerint a két táblázat készült, nem hasonlítható össze (ami az egyes technológiai együtthatók között a nagyságrendi különbségek és hasonlóságok megállapításánál olykor az együtthatók egész sorában vagy oszlopában fellép)

Ezen mátrixok, és a hozzájuk szükséges adatok nagy része már rendelkezésre áll.

3.1.4. A szállítás felvétele az input-output mátrixba

Egyértelműen elismert, az amikor a szállítás is egy iparágnak van azonosítva - milyen sokat fizettük a szállításért azért, hogy termeljünk. De ez nem igazán kielégítő, mert a szállítási követelmények eltérnek, az iparág helyétől és a régióra vonatkozó kapacitási megszorítások függvényében.

Az áru fogadója általában fuvar költséget fizet és gyakran a szállítási adatok elvesznek, mert a szállítási költséget az áru árának a részeként kezelik.

Walter Isard és a tanítványa, Leon Moses hamar megértették a térbeli gazdaság és a szállítás hozzávétele fontosságát az input - output modellbe és elkezdtek ezen a területen dolgozni az 1950-es években a régiók közti input - output modell elméletén.

Szeretnénk tudni valamit a régióközi árucikkáramlásról, szóval bevezetünk egy oszlopot a "exports" fejlécű táblázatba és bevezetünk egy (Import) "input" sort.

Táblázat: export és import tranzakciók hozzáadás: 3.2-es ábra

3.2. Az input-output modellek különböző típusairól

3.2.1. Zárt Leontief Rendszer

Zárt rendszerben nincs fogyasztás vektor. Így a j -edik terméket teljes egészében csak a termékek inputjaként szolgál.

3.2.2. Nyílt Leontief Rendszer

Vegyük azt a nyílt Leontief modellt ami nem tartalmaz se felhalmozott készletet se növekedést, az az egy statikus modell.

Az i -edik termék fogyasztását jelölje C_i -vel. Adott n darab termék esetén jelölje $c = [C_1, C_2, \dots, C_n]$ a gazdaság fogyasztásának oszlopvektorát. A j -edik iparág outputját ebben a rendszerben nem teljes egészében fordítódik arra, hogy az iparágak inputjait fedezze, hanem még a fogyasztást is fedeznie kell. Így a j -edik iparágra a következő feltételnek kell teljesülnie:

$$x_j = a_{j1}x_1 + a_{j2}x_2 + \dots + a_{jn}x_n + C_j, \quad j = 1 \dots n - re$$

Így a következő egyenletrendszert kapjuk:

$$x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + C_1$$

$$x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + C_2$$

$$\vdots = \vdots$$

$$x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + C_n$$

A fentebb leírtak szerint ez akkor úgy írható fel, hogy $x = (I - A)^{-1}c$

A szemléltethetőség kedvéért nézzünk egy két iparágas esetet.

$$\begin{pmatrix} (1 - a_{11}) & -a_{12} \\ -a_{21} & (1 - a_{22}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}$$

Így két lineáris egyenletünk van. Adott C_1 és C_2 esetén tudunk húzni két vonalat az (x_1, x_2) térben. Ezeket a vonalakat jelöljük $L_1 - el$ és $L_2 - vel$. Az L_1 egyenesre esnek azon x_1 és x_2 értékek amik kielégítik a első egyenletet és az L_2 egyenesre pedig azok amik a második egyenletet elégítik ki.

Az első egyenletből L_1 a $C_1/(a_{12}) < 0$ metszi a függőleges tengelyt és $C_1/(a_{11}) > 0$ metszi a vízszintes tengelyt és a meredeksége $(1 - a_{11})/a_{12} > 0$.

Az első egyenletből L_1 a $C_1/(a_{12}) < 0$ metszi a függőleges tengelyt és $C_1/(a_{11}) >$

0 metszi a vízszintes tengelyt és a meredeksége $(1 - a_{11})/a_{12} > 0$.

A közös megoldásnak ott kell lennie ahol az L_1 és L_2 metszi egymást ez az ábrajegyzék 3.3 -as ábráján látható (x_1^*, x_2^*) koordinátájú pont.

Könnyen észrevehető, hogy a metszéspont helye függ a C_1 és C_2 értékeitől.

C_1 növekedése jobbra fogja tolni az L_1 et

C_2 növekedése pedig az L_2 -ot foglya balra tolni.

Ha mindkettőt növeljük akkor az x_1^* és az x_2^* egyensúlyban fog növekedni.

Hasonlóan a csökkenése a a_{11} és a_{22} együttthatóknak alacsonyabb egyensúlyi outputot fog adni ugyanígy a csökkenése a kereszt követelményekben (a_{12} és a_{21}) is alacsonyabb egyensúlyi outputot fog eredményezni

. Ez a meredekségből és a metszési feltételekből figyelhető meg.

3.2.3. Zárt Dinamikus input-output modell

A zárt dinamikus modell egyensúlyi megoldásának klasszikus megoldási módszere. Említésre méltó, hogy az egyensúlyi helyzet számítása nem a maximalizáláson alapul. A profit vagy a növekedés maximumára való törekvés nem közelít, hanem távolít az egyensúlyi pályától.

A klasszikus megoldás:

Leontief zárt homogén, dinamikus modelljének alakja.

$$x - Ax = Bdx/dt \quad (1)$$

A modell lineáris differenciálegyenlet. Ez valós statisztikai adatokkal kitölthető rendszerként ír le.

Az egyenletben x a termelés oszlopvektora,

$A = (a_{ik})$ a folyó ráfordítások

$B = (b_{ik})$ pedig a tőkebefektetések együttthatóinak mátrixa.

Az egyenlet azt tételezi fel, hogy a termelésből az ehhez szükséges folyó ráfordítást levonva, a maradékot (a terméktöbbletet) a termelési kapacitások bővítésére fordítják. A termelés növekménye (idő szerinti deriváltja) dx/dt .

Az ilyen egyenletet a matematika tőkebefektetések együttthatói mátrixának nevezi. Az egyenlet azt tételezi fel, hogy a termelésből az ehhez szükséges folyó ráfordítást levonva, a maradékot (a terméktöbbletet) $dx/dt = \lambda x$ feltevessel élve (egyöntetű növekedési rátát keresve) a derivált mellett álló B mátrix inverziójával oldja meg.

Azonban, e mátrix szinguláris vagy közel szinguláris is lehet. Ezért vagy egyáltalán nem, vagy csak igen pontatlanul invertálható.

A gazdaság erősen irreverzibilis folyamatainak mátrixaitól, nem követelhető meg

a regularitás.

A termelés a szokásostól eltérő, mintegy fordított irányban csak bizonytalanul és lassan működtethető. Ezért a megoldás Leontief inverzével számol, a $Q = (1 - A)^{-1} = 1 + A + A^2 + \dots A^n + \dots$ végtelen hatványsorral. Ennek a hatványsornak az összege többlettermék létezése esetén biztosan pozitív és véges. Segítségével a következő módon oldható meg a feladat:

$$x = \lambda QBx \quad (2)$$

A (2) egyenletnek a gyakorlatban (ahol minden termék termeléséhez szükséges a munka, a létrehozott termékek és szolgáltatások) mindig egyértelmű és pozitív a megoldása. Ez a λQB mátrixszal végzett transzformáció úgynevezett fixpontja, ez határozza meg a gazdasági növekedés egyensúlyi pályáját.

Rögtön meg kell jegyezni azt, hogy λ , tehát az egyensúlyi növekedési ráta nem maximális. Értéke a QB pozitív mátrix egyértelmű és legnagyobb abszolút értékű, mindig pozitív és reális sajátértékének a reciprokja.

A mátrix többi sajátértéke kisebb. Ezek reciprokjai nagyobb abszolút értékű, és ezért gyorsabb növekedést is eredményeznek. Az egyensúly nem maximalizálja a növekedés rátáját, az egyensúlyi ráta rövidebb távon mindig felülmúlható. Erre a mindenkor érdekek ösztönzik a gazdálkodókat, a profit, illetve a növekedés maximalizálására törekedve.

Mégis csak az egyensúlyi ráta az egyetlen olyan ráta, amelynek mentén megbízhatóan pozitív és simán lebonyolítható növekedés tartható fenn.

A növekedés akkor tehető ennél gyorsabbá, ha felborítjuk ezeket az egyensúlyi arányokat, de minden más megoldás irányában elmozdulva az új irány csak korlátozott ideig követhető.

ugyanis előbb-utóbb zérussá, azután pedig negatívvá válik a termelési vektor valamelyik eleme. Az egyensúlyi pálya nem vonzó.

A maximalás a modellt domináló többi sajátvektor irányába löki a gazdaság pályáját. Mindennek az elméleti következménye, hogy bár a modell elfogadhatóan, logikusan és ellentmondásoktól mentesen írja le a gazdasági egyensúlyt, sőt az adatok mindenkor megbízhatóságának mértékében lehetővé teszi számszerű megközelítését is, mégsem írja le a tényleges gazdasági mozgást.

Azért nem írhatja le ezt a mozgást, mert az egyenlet megoldásait, negatív elemeket is tartalmazó vektorok dominálják. A gazdaságról viszont az a tapasztalatunk, hogy bár eltávolodik az egyensúlytól, és éles eltérítő tendenciák lépnek fel

benne, pályája mégis az n dimenziós tér pozitív orításában marad.

Egyszerűbben kifejezve, habár mind az ár, mind a termelés mértéke elmozdulhat negatív irányban is, ez szinte sohasem vezet zérus árhoz vagy zérus termeléshez

A gazdaság az elméletileg igen széles és gazdag (ráadásul: változó dimenziójú) tér pozitív szögletében marad, az egyensúly "közelében".

E közelség azonban tisztán matematikai értelemben áll fenn. A gyakorlat összefér azzal, hogy egy-egy ár vagy mennyiség nemcsak többszöröse, de néha akár tízszerese-százszorosa is legyen az egyensúlyinak, habár nem állandóan és nem túl hosszú időn keresztül.

Milyen gazdasági transzformációt ír hát le a fenti QB mátrix? A Q mátrix mindig valamely végtermék előállításához szükséges teljes termelést határoz meg. Ezért a B mátrixnak a x vektorral való szorzata az egyensúlyi pályát biztosító kapacitások előállításához szükséges teljes termelést adja meg.

Ha a számítás azt mutatja, hogy az éves egyensúlyi növekedési ráta például három egész és egyharmad százalék nagyságú, akkor ebből az következik, hogy az éves termelés átlagosan mintegy harminc év folyamán felhalmozott tőkekészletet tart lekötvé.

Az árak meghatározására szolgáló duális egyenletrendszer az (1) egyenlet sorvektorokkal szorzott változata:

$$p' - P'A = \lambda p'B \quad (1*)$$

Ha a λ tényezőt az átlagos és egyöntetű profitrátának tekintjük, akkor ez a képlet mind Marx termelési árait, mind Marshall hosszú távú egyensúly árait kifejezi.

A két látszólag szembenálló, ellentétes, sőt ellenségesnek vélt nézet, az áraknak a szükséges ráfordítással, illetve a kielégítendő szükséglettel való meghatározása egyazon matematikai formához vezet.

Értelmezhető azonban a növekedési ráta exponenciális kitevőként is. Ez mindkét iskolát kielégítve, és ugyanakkor meg is haladva, hosszú távú egyensúlyi inflációs rátának felel meg. Ezt az értelmezési lehetőséget, amit az utóbbi évtizedek adatai nem cáfolnak.

Meg kell jegyezni azonban, hogy ez az egyenlet nem egyszerűen a (2) egyenlet transzpozíciójához, hanem az ettől eltérő, de mégis azonos rátát adó

$$p' = \lambda p'BQ \quad (2*)$$

alakhoz vezet. Ez az alak azt is megmutatja, hogy az egyensúlyi árak rendszere az egyes termékek és szolgáltatások létrehozásához szükséges összes befektetett tőke

arányait tükrözi.

A mátrixszorzás azonban (egyes kitüntetett esetektől eltekintve) nem kommutatív művelet. A szorzás sorrendjének felcserélése azonban nem változtatja meg a szorzat determinánsát és sajátértékeit, viszont transzformálja a sajátvektorokat.

A (2) egyenlet bal oldali sajátvektora ezért nem az árakat, hanem az egyensúlyi értéktöbbletek $m' = p'(1 - A)$ sorvektorral jelölhető értékeit, míg a (2*) egyenlet jobb oldali oszlopvektora nem a termelt egyensúlyi mennyiségeket, hanem a többlettermék $y = (1 - A)x$ oszlopvektorban összefoglalt mennyiségeit adja meg.

Bár a módszer oksági viszonyt leíró (kauzális) differenciálegyenletből ered, ez mégsem igazi mozgásegyenlet, tehát nem a gazdaság mozgását leíró, annak ingadozását követő és leíró modell.

Felhasználható azonban az egyensúlyi növekedés pályájának elméleti meghatározására.

Az elemzés és tájékozódás megbízhatósága természetesen függ a statisztikai megfigyelés mindenkori teljességétől, minőségétől és pontosságától.

3.3. Közgazdaságtanban használt modellek

Elméleti és gyakorlati vizsgálódásokban egyaránt az egyik leggyakrabban használt termelési modell a Leontief - féle input - output modell. Alkalmazásai szorosan kapcsolódnak a makrogazdasági kimutatásokban alkalmazott ágazati kapcsolati mérleghez (ÁKM), amelyek elméleti módszertani háttéréül az input - output modell és a hozzá kapcsolódó elemzési technika szolgál.

3.3.1. Az alapmodell és főbb felvetései

Az input-output modell olyan többszektoros termelési modell, amelyben a termékek és a termelőszektorok (ágazatok) között kölcsönös és egyértelmű megfeleltetés létezik. Minden terméket egyetlenegy szektor állít elő, s fordítva: minden ágazat egyetlenegy terméket termel csupán.

Az input-output modellekben megjelenő gazdasági javakat ennek megfelelően két nagy csoportba sorolhatjuk: a termékek (a figyelembe vett technológia által előállítható javak) és az elsődleges erőforrások csoportjába.

A termékeket tovább csoportosíthatjuk még további termelőfelszánálásra kerülő, úgynevezett közbenső termékekre és külső, nem termelő felhasználásra szolgáló végtermékekre.

Ez utóbbi kettő csoportosítás már nem átfedés mentes, ugyanis ugyanazon termék egyidejűleg mindkét csoportba is beleeshet. A gyakorlati modellekben szereplő termékek rendszerint a végső és közbenső felhasználásban egyaránt megjelennek.

Az input-output modellek számos változata ismert. A legelterjedtebbek a lineáris modellek. Feltesszük, hogy az egyes szektorokban a ráfordítások (inputok) szintje csupán az adott szektor kibocsátásától függ, és pedig egyenes arányban változik a termelés (output) szintjével.

Legyen n db termék és m db elsődleges erőforrás, s jelöljük q_j -vel a j -edik termék termelésének a szintjét (termelt mennyiségséget), q_{ij} vel az i -edik termékből és s_{hj} -vel a h -adik elsődleges erőforrásból egyidejűleg felhasznált mennyiséget.

A linearitás feltételezése tehát azt jelenti, hogy az

$$r_{ij} = q_{ij}/q_j$$

és a

$$d_{hj} = s_{hj}/q_j$$

Ráfordítási együtthatók állandóak. Jelöljük ezeket az együtthatókat tartalmazó mátrixokat $R = (r_{ij})$ és $D = (d_{hj})$ szimbólumokkal.

A termelési tevékenységek általánosan elfogadott jelölési rendszere szerinte a termelési (technológiai) lehetőségeket a jószágter pontjaiként szoktuk ábrázolni.

A vizsgált input-output modell esetében a jószágter $n+m$ dimenziós, s a technológiailag (tehát, erőforráskorlátoktól függetlenül) lehetséges tevékenységek halmaza az alábbi lesz:

$$T = \left\{ t : t = \begin{bmatrix} E - R \\ -D \end{bmatrix} * q, \quad q \geq 0 \right\};$$

ahol $q = (q_j)$ bruttó kibocsátási vektor az egyes termékekből összesen előállított mennyiséget mutatja, E pedig az $n \times n$ -es egységmátrix.

Az input - output elemzések középpontjában e modellnek a termékek által meghatározott négyzetes blokkja áll, nevezetesen az R ráfordítási együtthatómátrix és az $(E-R)$ által adott úgynevezett Leontief - mátrix.

Ez utóbbiak definiálják a bruttó és nettó kibocsátások viszonyát.

A bruttó (teljes) kibocsátás az egyes termékekből összesen előállított mennyiség.

A nettó kibocsátás ugyanezeknek az egyidejű termelő felhasználással csökkentett mennyisége.

Jelöljük ez utóbbiakat $q^0 = (q_j^0)$ vektorral, így definíciószerűen fennáll az alábbi azonosság:

$$q^0 = q - R * q = (E - R) * q \quad (3)$$

Adott bruttó kibocsátások ismeretében tehát egyszerűen kiszámítható a végső felhasználás céljára rendelkezésre álló (nettó) kibocsátások vektora.

Az esetek jelentős részében külső, azaz nem a folyó termelésből származó termékforrásoktól eltekintünk. Ilyen esetekben természetesen csak nem negatív végső kibocsátási vektorok tarthatnak érdeklődésre számot.

3.3.2. Produktivitás és Leontieff inverz

A gazdasági elemzésekben gyakran fordítva merül fel a kérdés: milyen bruttó termelési szintek mellett elégíthető ki egy adott végső felhasználási igény?

Ez utóbbi esetben tehát az (3) egyenletrendszer adott q_0 melletti megoldását keressük. Mint majd látni fogjuk, a fenti kérdést általánosabban úgy fogalmazhatjuk meg, hogy létezik-e egyáltalán ilyen (természetesen nem negatív) bruttó kibocsátási vektor, s amennyiben vannak ilyenek, melyek azok, amelyek bizonyos

szempontból a leghatékonyabban elégítik ki az adott végső felhasználási igényt.

Konkrét adatok nélkül, tehát általánosan megfogalmazva, a választ tetszőleges nem negatív végső kibocsátási igénye feltételezése mellett kell megvizsgálnunk.

Az input-output modellek egyik jellegzetes kérdése azonban éppen az, hogy "normális" esetben az (E-R) Leontief-mátrixnak létezik nem negatív, sőt diagonálisban pozitív inverze.

Ebből adódóan a $q = (E - R)^{-1} * q^0$ alakban előállítható q vektor mindig egyértelműen megadja a keresett nem negatív bruttó kibocsátási vektort, tetszőleges (nem negatív) q^0 nettó kibocsátási igény esetén.

Nem véletlen tehát, hogy a matematikai közgazdaságtani irodalomban a nem negatív Leontief-inverz létezésének feltételeit számosan és sokféleképpen öntötték formába. Az első megfogalmazók után gyakran Simon-Hawkins-féle tételként utalnak rájuk.

Közgazdaságtani tartalmat illetően D. Gale produktivitási feltételei a legérdekesebbek.

Gale nyomán akkor tekintünk produktívnek egy R fajlagos ráfordítási mátrixot (vagy az általa jellemzett gazdaságot), ha van olyan $\bar{x} \geq 0$ vektorom hogy $\bar{x} > R^* \bar{x}$ vagy olyan $\bar{p} \geq 0$ vektor, hogy $\bar{p} > \bar{p}^* R$.

A Gale-féle produktivitási feltétellel első, primális (vagy technológiai) megfogalmazása azt mondja ki, hogy az adott (konstans) ráfordítási fajlagosuk mellett elképzelhető olyan termelés, hogy minden termékből keletkezzen végső kibocsátás. A második, duális megfogalmazásban pedig azt jelenti, hogy található olyan árrendszert, hogy minden ágazatban keletkezik (pozitív) hozzáadott érték.

A gyakorlatban összeállított, jelentősen aggregát ÁKM-ek esetén rendszerint mindkét feltétel teljesül, így biztosított a Leontief-mátrix invertálhatósága és az inverz nem negatívítása.

A produktivitás a termelési rendszer egészét jellemző tulajdonság. Ha azonban egy input-output technológiával jellemzett termelési rendszer produktív, akkor alkalmas árrendszer (értékelési rendszer) megválasztásával bármelyik tevékenység jövedelmezővé (gazdaságilag produktívvá, hasznot hozóvá) tehető.

Ilyen értelemben tehát van kapcsolat az általánosabb közgazdaságtani és a matematikai közgazdaságtani fogalomhasználat között.

Gyakran ezzel a fogalommal egyenértékűként használják a működőképesség fogalmát. Mivel külső termékforrások hiányában ugyanis csak akkor nevezhetünk egy termelési rendszert működőképesnek, ha képes saját felhasználását meghaladó termékmennyiséget előállítani.

Ha a működőképességet erős formában fogalmazzuk meg, az az minden termék esetén többletet (pozitív végső kibocsátást) írunk elő, akkor pontosan a produktivitás feltételéhez jutunk.

Elméleti szempontból a produktivitás duális megfogalmazása a jelentősebb. Elképzelhető ugyanis olyan eset, hogy a vizsgált gazdaságban vannak tisztán közben-ső termékeke, amelyekből nincsen végső kibocsátás, vagy külső erőforrások (import) igénybevétele miatt egyes termékekből kevesebbet termelnek, mint amennyit azokból felhasználnak (negatív végső kibocsátás).

Normális árutermelés esetén az azonban megkövetelhető, hogy minden ágazatban keletkezzen hozzáadott érték.

Eddig csak a termékmennyiségek összefüggéseivel, a lineáris programozás szóhasználatával élve: a primális oldal kérdéseivel foglalkoztunk az (3) forma duális megfelelője:

$$p^0 = p - pR = p(E - R) \quad (4)$$

ahol $p = (p_i)$ az i -edik termék ára (értéke), $p^0 = (p_i^0)$ különböző termékek egységnyi előállításán keletkező hozzáadott, vagy új érték vektora.

A (4) összefüggés matematikai szempontból l nézve nem más, mint az (3) képlet az R mátrix transzponáltjára felírva.

A (4) egyenletrendszer nem negatív p^0 melletti nem negatív p -beli megoldásainak feltételei ugyanazok, mint az analóg (3) probléma esetében. Ha $(E - R)^{-1}$, azaz az R mátrix Leontief-inverze létezik és nem negatív, akkor bármilyen előre megadott eredményező árrendszer, éspedig

$$p = p^0(E - R)^{-1}$$

alakban

Az árak pontos definiálásához további, e képlet szerint az új érték nagyságát magyarázó elméleti feltevések szükségesek, ezek alapján a különböző típusú (érték-, önköltségi, termelési ár stb. típusú) árrendszerek írhatók fel.

3.3.3. A termelési rendszer belső strukturális sajátosságai

A termelőrendszer tetszőleges két ágazatát kiválasztva, az input-output modell ráfordítási együtthatóinak mátrixa alapján egyszerű ránézéssel megállapítható, hogy van-e közvetlen ráfordítási kapcsolat a két ágazat között.

Ez a kapcsolat lehet egy vagy kétirányú, de nem szükségszerűen szimmetrikus.

Ha az i -edik sor és a j -edik oszlop találkozásánál lévő ráfordítási együttható (r_{ij}) értéke pozitív, akkor azt mondhatjuk: a j -edik ágazat közvetlenül függ az i -edik ágazattól.

Közvetve függ a j -edik ágazat az i -edikről, ha van olyan i -től j -hez vezető $i=k(0), k(1), \dots, k(m)=j$ indexsorozat, hogy $r_{k(s-1), k(s)} > 0$ minden $s=1, 2, \dots, m$ esetén, azaz a sorozatban szereplő ágazatok mindegyike közvetlenül függ az őt megelőzőtől. Nyilvánvaló, hogy két ágazat közvetlenül és különböző fokon közvetve is függhet egymástól.

A ráfordítási kapcsolatokon keresztül kialakuló függőségi viszonyok alapján jellemezhetjük a termelési rendszer belső struktúráját.

Definiáljuk először is a független ágazatcsoportot: adott $i_1, i_2, \dots, i_k$ indexekkel jelzett ágazatok akkor alkotnak független ágazatcsoportot, ha - sem közvetlenül, sem közvetve - egyik tagjuk sem függ a csoporton kívüli ágazatok egyikétől sem.

Vegyük észre, hogy a definícióból nem következik semmi a független ágazatcsoport belső struktúrájára nézve, a csoport tagjai eleve egymástól teljesen független ágazatok is lehetnek.

Ha egy adott független ágazatcsoportba tartozó ágazatok az ágazatlista elejére soroljuk, azaz az $1, 2, \dots, k$ indexeket rendeljük hozzá, akkor a ráfordítási együtthatómátrixot a k -edik sor és a k -edik oszlop után elvágva, az alábbi jellegű partíciót kapjuk:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{pmatrix}$$

Az olyan négyzetes mátrixokat, amelyeknek létezik a fenti tulajdonságú partíciója, reducibilis (másképpen: dekompozálabilis) mátrixoknak szoktuk nevezni.

Független ágazatcsoportot ezek szerint pontosan akkor létezik, ha a ráfordítás mátrix reducibilis.

Könnyen megmutatható az is, hogy a ráfordítás mátrix pontosan akkor irreducibilis, ha minden ágazat kötetlenül vagy közvetve függ minden másik ágazattól. Az ilyen termelési rendszert teljesen összefüggőnek nevezzük.

A teljesen összefüggő rendszer ellentéte a széteső struktúrájú rendszer, amely független ágazat csoportokra "esik szét", illetve azokból tevődik össze. (Meg kell jegyezni, hogy egy független ágazatcsoport komplementere nem feltétlenül független ágazatcsoport. A széteső rendszert éppen az jellemzi, hogy a függetlenség kölcsönösen fennáll.)

Szélsőséges esetben akár az is elképzelhető, hogy minden ilyen független ágazatcsoportra csak egyetlen ágazatot tartalmaz.

Egy r db független ágazatcsoportra széteső rendszer ráfordítási mátrixnak a struktúrája az alábbi lesz:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R_{rr} \end{pmatrix}$$

A modern gazdaságok termelési rendszere, ha nem is teljesen összefüggő (hiszen általában vannak tisztán végtermékek, amelyekre a termelésben nincs szükség), nem is teljesen széteső.

Vannak ugyanis bizonyos alapvető termékek (P.Sraffa bázistermékeknek nevezi ezeket), amelyekre minden más termék termelése során, közvetlenül vagy közvetve, szükség van (például villamos energia). Ezek mintegy "összefogják" az ágazatokat, nem engedik azokat teljesen szétesni.

Egy nem széteső, de nem is teljesen összefüggő (reducibilis) termelési rendszer ráfordítási struktúráját az alábbi partícióval szemléltetjük:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ 0 & R_{22} & R_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{alapvető termékek,} \\ \text{egyéb termékek,} \\ \text{tisztán végtermékek} \end{array}$$

Természetesen, mivel feltettük, hogy az első csoportba tartozó ágazatok termékei alapvető termékek, ebből következik, hogy az R_{11} négyzetes almatrix irreducibilis.

A lényeg tehát az, hogy ha egy termelési rendszerben vannak alapvető termékek, akkor a rendszerben van egy irreducibilis magja, ezt képviseli a fenti példában az R_{11} mátrix. S mint látni fogjuk, ez az irreducibilis mag, döntő a termelési rendszer által képviselt gazdaság bizonyos alapvető jellemzőinek (például a profitráta vagy a növekedési ütem) meghatározásában

3.3.4. Az átlagos Ráfordítási szint mértéke: A sajátérték

A nem negatív négyzetes mátrixok nevezetes jellemzői a skaláris sajátértékek (λ) és a hozzájuk tartozó (jobb és bal oldali) sajátvektorok (x, p), amelyeket az alábbi sajátérték-feladatok nem triviális megoldásai határoznak meg:

$$\lambda x = Ax \quad \text{illetve} \quad \lambda p = pA$$

Tekintsük először a jobb oldali sajátvektorra felírt feladatot, s tegyük fel, hogy van x -ben határozottan pozitív megoldása. Ez nyilván magam után vonja, a sajátértékek is pozitív, hacsak A nem a 0 mátrix. Sőt, lásd a függelék, azt is tudjuk, hogy

ez a sajátérték csak az úgynevezett domináns (abszolút értékben legnagyobb) saját érték lehet.

A fenti (jobb oldali) sajátvektor olyan sajátos termelési szerkezetként értelmezhető, amely esetén a termelés (x) és a termelő ráfordítások (Ax) struktúrája azonos. A sajátérték pedig a termékráfordítások (sajátfelhasználás) és a kibocsátások átlagos arányát méri, tehát a saját felhasználási hányadot.

Ahhoz, hogy a termelési rendszer valamit külső felhasználásra átadhasson, azaz produktív legyen, ahhoz nyilván az szükséges, hogy ez az arány 1-nél kisebb legyen. (A pontosan akkor produktív, ha a domináns sajátértéke 1-nél kisebb.)

A duális (bal oldali) sajátérték-feladat közgazdaságtani jelentse: Tegyük fel, hogy van p -ben határozottan pozitív megoldása, ami csak a domináns sajátértékhez tartozhat.

Ez a p vektor olyan árrendszerként értelmezhető, amely esetén minden termék egységnyi árbevételére ugyanakkora termékköltség jutna (ebből következően ugyanakkora a hozzáadott érték is). Tehát most nem naturális, hanem értékformában jellemezzük a ráfordítási együttható-mátrix által implikált átlagos ráfordítási hányadot a sajátértékkel (és a bal oldali sajátvektorral).

Mindezek alapján megállapíthatjuk, azok a sajátértékek, amelyekhez nem negatív sajátvektorok tartoznak, a termelési rendszer egészének vagy (alternatív megoldások esetén) valamely résznek "sajátos" értelemben vett átlagos ráfordítási hányadaként értelmezhetőek.

A közgazdasági elemzések döntő többségében a domináns sajátérték játszik fő szerepet, amely - pontosabban ennek reciprokja - a termelési rendszer működésének határfokát méri.

3.3.5. Az input-output modellek főbb változatai

Az input-output jellegű modellek általános kérdései közül itt még két további legzetes osztályozási szempont: a nyíltsági-zártsági, illetve a statika-dinamika fogalmak sajátos megjelenéseit.

Az eddig tárgyalt modell a gyakorlatban hasznát nyílt input-output modellek osztályába esik.

Nyíltnak (vagy nyitottnak) nevezzük egy input-output modellt akkor, ha a termékek között végső felhasználásra is kerülő termékek és/vagy az inputok között nem termelhető, elsődleges erőforrások is vannak.

Az ábrázolt termelési rendszer tehát input-output kapcsolatai révén kötődik környe-

zetéhez, válhat nyitottá. (A kétféle nyitottság rendszerint kölcsönösen feltételezi egymást.)

Zárt input-output modellek esetén ezek a külső kapcsolatok feltevészerűen hiányoznak, vagy egy eredendően nyílt modell átfogalmazása révén endogenizáltak. Zárt modellek esetén (3) és (4) alapvető egyenletrendszerei homogénné válnak. Legegyszerűbb esetben például:

$$q = Rq \quad \text{és} \quad p = PR \quad (5)$$

alakra redukálódnak.

Lényeges az, hogy a zárt formák esetében már nem a Leontief-inverz (nem is létezhet), hanem az együtthatómátrix (R) sajátértékei és sajátvektorai állnak a matematikai közgazdaságtani elmézés közé pontjában.

A (5) más egyenletrendszerek sajátérték feladatok. akkor van nem negatív megoldásuk, ha az 1 az R mátrix sajátértékei között szerepel, s ahhoz tartozik mind jobb, mind bal oldali nem negatív sajátvektor.

Az időtényező szerepeltetésétől függően statikus és dinamikus, illetve köztes megoldásként stacionárius input-output modell típusokat különböztethetünk meg.

Eddigi tárgyalásunk a statikus alapmodellre szorítkozott. Ebben az esetben az adatok (például termelés, felhasználás) egy adott időszak egészére vagy átlagára (például ráfordítási együtthatók) vonatkoznak.

Dinamikus modellek esetén az idő explicite megjelenik - vagy diszkrét, vagy folytonos módon, azaz időszakokat vagy időpontokat ábrázolva. A gyakorlati alkalmazások szempontjából a diszkrét időábrázolásnak van nagyobb jelentősége, így itt csak ezzel foglalkozunk.

Az egyes időszakok között a különböző készletek (állományok) változása jelenti az összekötő kapcsolatot, az úgynevezett intertemporális összefüggéseken keresztül. Ezek között a legfontosabb a termelési kapacitások időbeli alakulása (bővülése) a felhalmozás révén.

A legegyszerűbb és leggyakoribb dinamikus input-output modellek egy időszakos (egyéves) késleltetést feltételeznek a beruházási ráfordítások felmerülésének és az új kapacitások belépésének ideje között.

Az egyes szektorok kapacitásbővítési (beruházási) igényeit az úgynevezett fajlagos beruházási együttható, $B = (b_{ij})$ segítségével ábrázoljuk, ahol b_{ij} a j -edik szektor egységnyi kapacitásbővítéshez az i -edik szektor termékeiből szükséges beruházási igényt mutatja.

Ezen együtthatók felhasználásával a kapott dinamikus input-output mod-

ell alapösszefüggése a következő alakot ölti:

$$q(t) = R(t)g(t) + B(t)[g(t+1) - g(t)] + v(t) \quad (6)$$

ahol v a beruházáson felüli, egyéb végső felhasználások vektora.

Egyetlen időszakra vonatkoztatva és az időre utaló indexet el is hagyva, a dinamikus összefüggés az alábbi egyszerű formára hozható:

$$q = Rq + B\Delta q + v \quad (7)$$

ahol Δq a kapacitás (termelés) bővítésének vektora.

Változatlan technológiai feltételek és változatlan szektorális arányok mellett bekövetkező növekedést (vagy csökkenést) stacionárius folyamatoknak nevezzük. Az ilyen típusú növekedési pályák vizsgálata a matematikai közgazdaságtanban jelentős szerepet játszik.

Jelölje a bővülés (szűkülés) ütemét λ ($\delta q = \lambda q$).

A stacionárius növekedési modell alapegyenlete így a következő alakot ölti:

$$q = Rq + \lambda Bq + v \quad (8)$$

ugyan ez a probléma zárt megfogalmazása a következőképpen írható fel:

$$q = Rq + \lambda Bq \quad (9)$$

Ez utóbbiból látható, hogy itt együttesen lép fel a Leontief-inverz és a sajátérték-probléma, mint matematikai háttér. Ha a Leontief-inverz létezik, akkor a (9) átalkítható az alábbi speciális sajátérték-feladatra:

$$q = \lambda(E - R)^{-1}Bq \quad (10)$$

Itt tehát az $(E - R)^{-1}Bq$ együttható mátrix sajátértékei és sajátvektorai között kell keresni a közgazdaságilag értelmes megoldásokat.

A vázolt alapvető input-output modell típusok változatos közgazdasági tartalommal és jelenségekkel köthetők össze.

4. MPS formátum

4.1. Az MPS formátum története

A formátum a korai IMB LP (linear programming) termék után lett elnevezve és standard ASCII közvetítő eszközzé fejlődött a legtöbb kereskedelmi LP program között.

Az MPS (Mathematical Programming System) formátumot azzal a céllal fejlesztette ki az IBM, hogy egységes tárolási formátumot vezessen be a matematikai programozási feladatok megoldására.

Eredetileg lyukkártyás megoldáson alapult, mégpedig, hogy a 80 oszlopos kártyán az előre rögzített hosszúságú mezők a feladat adott részeit tartalmazzák. Érdekesség keppen megjegyzem, hogy nem ingyenes formátum volt.

Napjainkra az MPS lyukkártya tárolási módját felváltotta a szöveges fájlformátum. Tehát hagyományos (szekvenciális) text formátumban írható\olvasható egy adott MPS feladat.

A fájlformátum gyakorlatilag követi a lyukkártyás megjelenést: legalább 5 db. szekcióból (sorból) és 6 db. oszlopból áll. Elmondható, hogy az IBM ezzel a formátummal elérte célját, hiszen mostanra, alapvetően minden kereskedelmi LP program elfogadja ezt a formátumot, és ezt a formátumot a nyílt forráskódú COIN-OR rendszer is elfogadja. Valamint más nyílt forráskódú rendszerekhez nem nehéz olyan eljárásokat írni, hogy a olvasni tudják, az MPS formátumú fájlokat. Két kép található a lyukkártyáról az ábrajegyzék 4.1 és 4.2 -es ábráján.

Két MPS file formátum alakult ki. A Fixed MPS formátum és a Free MPS formátum.

4.2. Az MPS formátum leírása

A fixed MPS formátum oszlop orientált és minden (változó, sor, stb..) kap egy nevet.

Mint említettük ez egy lyukkártyás formátum volt eredetileg.

A mezők a 2, 5, 15, 25, 40 és 50-es pozíciókban kezdődnek.

Az MPS file részei az úgy nevezett kártya címkék (Header Cards) vannak jelölve, amik az első pozícióba kerülnek. Habár mindenütt a fájlban tipikus a nagy betűk használata, a legtöbb MPS olvasó elfogadja a nem csupa nagy betűsöket is kivéve a kártya címkénél, de néhány még ott is.

Az egyes entitásoknak (konstansok vagy változók) választott név nem érdekli a solver-t (megoldó program -ot), ez azért van, hogy beszélő neveket adhasson a fel-

használó a könnyebb átláthatóság végett.

Egy példa modell MPS formátumban látható az ábrajegyzék 4.3 -es ábráján

Különös módon semmi sem foglalkozik az MPS formátumban az optimalizálás irányával és ennek az iránynak nincs default értéke.

Néhány LP program maximalizálni fog ha nem mondasz mást, megint más programok minimalizálni és vannak olyanok is amik a biztosra menve megkérnek hogy add meg valahol a kontrol programban vagy hívási paraméterrel.

Ha olyan modelled van amit minimalizálni szeretnél de a programod olyan hogy maximalizál (vagy vice versa), akkor sincs nehéz dolgod csak a szorozd meg a célfüggvényed minden együtthatóját -1 - el. Igaz így a célfüggvény értéke negatív lesz, de abszolút értékben ez az eredmény helyes.

Minden sort ami csillaggal (*) van jelölve az első pozícióban azt megjegyzésnek tekint.

Lebegő pontos számok adhatók meg a Free formátumú MPS fájlban egy 12 hosszúságú mezőn (beleértve a beágyazott üres karaktereket is).

A következő lista megadja, hogy hogyan tudjuk leírni ezeket a számokat.

Mantissza:

+ vagy -	opcionális előjel karakter, ha nincs megadva akkor pozitív.
számjegyek	opcionális egész rész, a mantissza része.
.	opcionális tizedes pont (alapértelmezésben a mantissza után van).
számjegyek	opcionális tört része a a mantisszának - a mantisszának legalább egy számjegyet tartalmaznia kell.

Kitevő (opcionális):

D vagy E	exponent leader
+ vagy -	(opcionális) kitevő előjele
számjegyek	kitevő

Azokat a számokat amiknek az abszolút értéke nagyobb mint 10^{10} vagy kisebb mint 10^{-10} -en nem fogadja el.

Az MPS fájl szekcióinak magyar elnevezései:

	MPS-beli név	Jelentés
1.	NAME	név
2.	ROWS	sorok
3.	COLUMNS	oszlopok
4.	RHS	jobb oldali feltételek
5.	RANGES	tartományok (opcionális)
6.	BOUNDS	korlátok (opcionális)
7.	ENDATA	végjel

NAME: A név szekció bármit tartalmazhat, a 15-ös pozíciótól kezdődően a 22-es pozícióig.

Azaz 8 karakter hosszú nevek specifikálják a váltókat, konstansokat és más elemeket a fixed MPS formátumban. Az üres karaktereket is ugyan olyan karaktereknek kezeli, mint a többi karaktert.

Tehát "ROW1 " nem egyezik meg " ROW1 " -el. (Megjegyzés: Nem minden optimalizáló engedélyezi az üres karaktereket a nevekben).

A kis és nagy betű is eltér tehát "row1 " nem egyezik meg "ROW1 " -vel.

Minden képen az első sorban kell lennie. Az ezelőtti sorok nincsenek értelmezve

ROWS: A ROWS kulcsszónak egyedül kell szerepelni az adott sorban, ezzel nyitja meg a sorok szekciót.

A feladatra vonatkozó sorok definícióját az az típusát és azonosítóját (nevét) tartalmazza. A sorok sorrendje ebben a részben nem fontos.

A sortípusok a 2. vagy 3. pozícióban szereplő karakter adja meg. Ezek a karakterek a következők lehetnek:

karakter	jelentés	relációs jel
E	egyenlő (equality)	=
L	kisebb egyenlő (less than or equal)	≤
G	nagyobb egyenlő (greater than or equal)	≥
N	nincs megszorítás (objectiv — célfüggvény)	

COLUMNS: A COLUMNS kulcsszónak egyedül kell szerepelni az adott sorban, ezzel nyitja meg az oszlopok szekciót.

A feladat változóit tartalmazó szekció ez. 5-12-es pozíciókon az oszlop azonosítóját, 15-22-es pozíción a sor azonosítóját, 25-36-os pozíción a pedig az adott sor adott együtthatójának értékét tartalmazza.

Csak olyan sorazonosító adható meg amelyet a ROWS szekcióban deklaráltunk.

Mint látható ide kerül az A-mátrix szóval ez a legnagyobb része a fájlnek.
Az oszlopokat muszáj oszlop folytonosan elhelyeznünk, habár a sorok sorrendje lényegtelen. Az itt nem említett, sorokat úgy veszi, hogy az együttthatójuk 0 -la.

RHS: (Right-Hand-Side) Ugyan azon a módon nyitja meg a szekcióját mint az előző kettő.

Ez a szekció tartalmazza az adott feladat jobboldali értékeit a következő módon: 5-12 -es pozíción az adott érték azonosítóját, a 15-22-es pozíción a sor azonosítóját, a 25-36-os pozíción pedig az adott sor jobboldali értékét tartalmazza.

Csak olyan azonosító szerepelhet ebben a szekcióban is ami a ROWS (sorok) szekcióban is szerepel.

A 40-47-es és 50-61-es pozíciókra ugyan azok igazak, mint a 15-22-es és 25-36-os pozíciókra, attól eltekintve ,hogy ez utóbbiak kitöltése nem kötelező.

RANGES: Ez opcionális szekció, ennek ellenére ugyan úgy nyitja meg saját szekcióját mint az eddigiek.

Azon sorokat tartalmazza ez a szekció amelyekre tartomány alakú feltételeket akarunk megadni.

5-12-es pozíción a RANGES vektor azonosítót tartalmazza, a 15-22 es pozíción a sor azonosítót, a 25-36-os pozíción pedig az adott tartomány alakú értéket tartalmazza.

A 40-47-es és 50-61-es pozíciókra ugyan azok igazak mint a 15-22-es és 25-36-os pozíciókra, attól eltekintve ,hogy ez utóbbiak kitöltése nem kötelező.

A RANGES szekcióhoz tartozó megszorítás alakja: $h \leq \text{megszorítás} \leq u$. A tartomány megszorítása $r = u - h$. Az r értéke a RANGES szekcióban van részletezve, és az u vagy h értéke pedig az RHS szekcióban van részletezve.

Ha a b értéke az RHS szekcióba van beírva és r értéke a RANGES szekcióba van beírva akkor u-t és h-t így definiáljuk:

sortípus	r előjele	h	u
G	+ vagy -	b	$b + \text{---}r\text{---}$
L	+ vagy -	$b - \text{---}r\text{---}$	b
E	+	b	$b + \text{---}r\text{---}$
E	-	$b - \text{---}r\text{---}$	b

Csak olyan sorokat tartalmazhat amiket a ROWS szekcióban már megadtunk.

BOUNDS: Ugyan úgy nyitja meg a saját szekcióját mint a RANGE és ez is

opcionális.

Ez a szekció azokat a sorokat tartalmazza amelyekre korlátot akarunk megadni. Alapértelmezésben minden együttható nem negatív ($0 \leq x < \infty$). A következő típusok adhatók meg:

típus	jelentés	
LO	alsó határ	$b \leq x (< \infty)$
UP	felső határ	$(0 \leq)x \leq b$
FX	kötött változó	$x = b$
FR	szabad változó	$-\infty < x < +\infty$
MI	alós határ $-\infty$	$-\infty \leq x (\leq 0)$
PL	felső határ $+\infty$	$(0 \leq)x < \infty$
BV	bináris változó	$x = 0$ vagy $x = 1$
LI	egész változó	$b \leq x (< +\infty)$
UI	egész változó	$(0 \leq)x \leq b$
SC	feltéles változó	$x = 0$ vagy $l \leq x \leq bl$ az alsó korlát ha nincs beállítva akkor 1.

5-12-es pozíción lévő érték fogja beazonosítani az adott együtthatóra (oszlopra) megadott korlátot,

15-22-es pozíción annak az oszlopnak az azonosítója, amelyik tartalmazza az adott együtthatót.

Csak olyan érték adható meg, amit a COLUMNS szekcióban deklaráltunk, 25-36-os. pozíción az adott korlát értéke.

ENDATA: Ez a kulcsszó csak egyszer szerepelhet a lyukkártyán. Ez az adott feladatot végét jelöli, az utána következő sorok már nincsenek értelmezve.

Tehát az MPS formátum körülbelüli váza az ábrajegyzék (4.3)-es ábráján látható.

5. LINDO API

5.1. Mire is használható

A LINDO API (Application Programming Interface) mint olyan egy eszközkészlet optimalizálási feladatok megoldására. Könnyen applikálható formában tartalmazza az elmúlt évtized során ilyen jellegű problémákra kifejlesztett eljárásokat.

5.2. LINDO API integrált módszerei

A következő problémák megoldására rendelkezik megoldási módszerrel:

1. **Lineáris programozási** (LP linear Programming) feladatokra az alábbiak vannak:
 - primal simplex módszer
 - dual simplex módszer
 - Barrier módszer
2. **vegyes-egészértékű** (mixed-integer) feladatokra
 - szétválasztás és vágás (branch and cut) módszer
3. **nem lineáris** feladatokra az alábbiak:
 - egymásra épülő lineáris módszer (successive linear programming - SLP)
 - általánosított csökkentett gradiens módszer
(generalized reduced gradient - GRG)
4. **általános** programozási feladatok (global solver)
 - megoldásukat visszavezetik nem lineáris feladat megoldására.

5.3. Feladatmegoldás LINDO API-val

LINDO API integrált programozási környezetben a következő lehetőségek állnak rendelkezésünkre egy feladat megadására (oldására):

1. (a) a modellt jellemző adatstruktúrától (tömb reprezentáció) a LINDO API-ba integrált logikai adatmodellen keresztül a rendelkezésre álló rutinok használata.
- (b) a modell beolvasása fájlból közvetlenül a LINDO API-ba a rendelkezésre álló input\output eljárásokon keresztül.

Példa az a) esetre ami bemutatja, hogy a tömbreprezentáció hogyan jellemzi az LP feladatot egy adott programozási környezetben.

Legyen ez a példa négy együtthatós ($n = 4$) és négy kényszerfeltételes ($m = 4$):

Célfüggvény:

$$2 * x_1 + x_2 + 3 * x_3 + x_4 \longrightarrow \min$$

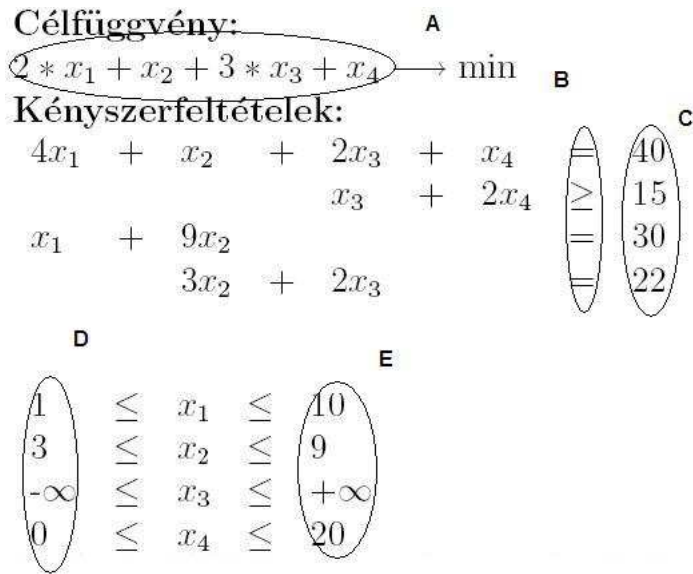
Kényszerfeltételek:

$$\begin{array}{rcccccl} 4x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 40 \\ & & & & x_3 & + & 2x_4 & \geq & 15 \\ x_1 & + & 9x_2 & & & & & = & 30 \\ & & 3x_2 & + & 2x_3 & & & = & 22 \end{array}$$

ha nincs megadva semmilyen korlát akkor alapértelmezés szerinte a változók értékei folytonosak, alsó korlátjuk nulla, felső korlátjuk pedig végtelen

$$\begin{array}{rcccl} 1 & \leq & x_1 & \leq & 10 \\ 3 & \leq & x_2 & \leq & 9 \\ -\infty & \leq & x_3 & \leq & +\infty \\ 0 & \leq & x_4 & \leq & 20 \end{array}$$

Az ábrán jól látható hogy hogyan vannak eljelölve az egyes oszlopok



Az ábrán A, B, C, D, és E elnevezésekkel rendre a célfüggvényt, a változókkal végzett műveleteket, a jobboldali értékeket az alsó- és a felső korlátokat jelöli. (A B tömb elemei az eredeti MPS szabványnak megfelelően a 4. fejezet ROWS szekciójában leírt betűjelek lehetnek.)

Ebből kiindulva az alábbi tömböket állíthatjuk elő:

$$\begin{aligned}
 A &= [2 \ 1 \ 3 \ 4] \\
 B &= [E \ G \ E \ E] \\
 C &= [40 \ 15 \ 30 \ 22] \\
 D &= [1 \ 3 \ -\text{LS_INFINITY} \ 0] \\
 E &= [10 \ 9 \ \text{LS_INFINITY} \ 20]
 \end{aligned}$$

Mivel MPS fájlformátumot használ a program így következzen egy egyszerűbb input-output feladat, ami egy 3 ágazatos példa:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; \text{ a termelési vektor.}$$

$$d = \begin{bmatrix} 10.000 \\ 20.000 \\ 10.000 \end{bmatrix} \text{ A végső fogyasztás vektor}$$

$$\begin{matrix} \text{Mun.} & \text{Sz\acute{a}.} & \text{\'Ele.} \end{matrix} C = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.4 & 0.3 & 0.05 \\ 0.2 & 0 & 0.35 \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Munkaer\acute{o}} \\ \text{Sz\acute{a}llítás} \\ \text{\'Elelmiszer} \end{matrix}$$

technikai m\atri{x}

$$X - CX = d$$

teh\at a feladat egyenletrendszer\, amit a LINDO fel tud dolgozni a k\ovetkez\o form\at \o lti:

$$\begin{aligned} x_1 - 0.5x_2 - 0.5x_3 &= 10000 \\ -0.4x_1 + 0.7x_2 - 0.05x_3 &= 20000 \\ -0.2x_1 + 0x_2 + 0.65x_3 &= 10000 \end{aligned}$$

Ez a k\ovetkez\o k\ep\pen van le\irva MPS fileban:

A feladat le\ir\as\ mps form\atumban megtekinthet\o az \abrajegyz\ek (5.1)-es \abraj\an

Parancsf\ajlb\ol egyszer\uen futtatva csak a file nev\et kell megadnunk \s\ ut\ana a lehets\eges opci\okat. Eset\unkben a feladata maximaliz\al\as\ra van sz\uks\eg. Amit egy *-max* -al \er\unk el amit az opci\ok bek\er\es\en\el kel beg\epelni.

Az x_1, x_2, x_3 \er\tekeket megadva tudjuk megadni a c\elf\uggv\enyt.

$x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 0$ ra maximaliz\alva adja meg a megold\as els\o koordin\at\aj\at ami 59200

$x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0$ ra maximaliz\alva adja meg a megold\as m\asodik koordin\at\aj\at ami 64800 (a 12. tizedes jegyn\el egy 7 es elt\er\ess\el ami a lebeg\o pontos sz\am\it\asb\ol ad\odhatott)

$x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1$ ra maximaliz\alva adja meg a megold\as harmadik koordin\at\aj\at ami 33600

6. A program

6.1. Program célja

A program célja, hogy egy kezelhető és átlátható felületet adjon, a dinamikus Leontieff input-output modell kezelésére és mps fájlra alakítása.

Erre azért van szükség, mert az mps fájl elég nehezen olvasható, és a modell mps fájlformátumra hozása sem triviális.

Minden olyan területen ahol Leontieff modellt használnak, könnyítés jelenthet a program, beleértve az oktatást is. Az utóbbira azért is alkalmas, mert a kitöltendő részek nagy részének a jelentését magyarázza is.

6.2. A választott modell

A program állttal használt modellben, lehetőség van akár minden termelési ciklusban más technikai mátrixot megadni.

A fogyasztás is külön megadható minden ciklusra.

A gyártási maximalizálás, az utolsó évi outputot maximalizálja.

A munka maximalizálás viszont a teljes időtartami alatti munkát maximalizálja. Ehez hozzá kell tenni, hogy feltételezi, hogy egy iparágat se tekintünk munkának, és hogy megadjuk minden iparághoz hogy 1 egységnyi termék legyártásához, mennyi munkaidő szükséges.

Az egységesség nevében, minden pénzben van kifejezve, erre azért van szükség, hogy ne legyen gond a mértékegységekkel. Például, hogy az egyik kilóban van megadva a másik tonnában.

$$\begin{aligned} A^1 * x^1 - z^1 &\leq 0 \\ I * x^1 - f^1 - z^2 &\leq 0 \\ A^2 * x^2 - z^2 &\leq 0 \\ I * x^2 - f^2 - z^3 &\leq 0 \\ &\vdots \\ I * x^{v-1} - f^{v-1} - z^v &\leq 0 \\ A^v * x^v - z^v &\leq 0 \end{aligned}$$

ahol:

A^i az i . évi $(n*n)$ -es technikai mátrix.

I az egy $(n \times n)$ -es egységmátrix

x^i az évben az egyes iparágak állttal az i .évben termelt termékek mennyiségét jelölő változó n dimenziós oszlopvektora.

z^i az i . évben a termeléshez felhasznált termékeket jelölő változó n dimenziós oszlopvektora.

f^i az i . évben a fogyasztást jelölő változó n dimenziós oszlopvektora.

v a vizsgált évek száma.

pluszban vannak még megkötések:

f^i re olyan megkötés van hogy nagyobbnak kell lennie mint az i . évre számolt végső fogyasztás.

z^1 az első évbe minden elemének kisebbnek kell lennie mint a konstans a kiindulási vektor megfelelő elemeinek.

természetesen mindemellett minden változó nem negatív.

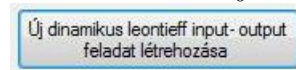
Mint látható az éveket z^i -k kapcsolják össze a köztes részekén keresztül. Ezek azok a jól látható szekciók ahol két fajta évindex is szerepel

A egy 5 ágazatos 3 éves modell látható az ábrajegyzék (6.1)-es ábráján.

6.3. A program kezelőfelületének bemutatása

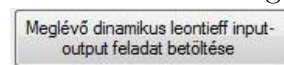
A program egy eléggé egyszerű üdvözlőképernyővel indul. Ahol 4 gomb áll rendelkezésünkre

Az első az 'Új dinamikus leontieff input-output feladat létrehozása' gomb:



, ami értelemszerűen egy új feladatot létrehozását teszi lehetővé, úgy hogy felhozza nekünk a feladat beállításait tartalmazó ablakot.

A második 'Meglévő dinamikus leontieff input-output feladat betöltése' gomb:



, aminek segítségével egy korábban létrehozott a program által használt ktf formátumba mentett feladatot tudunk visszatölteni.

A harmadik a 'Névjegy' gomb:  A negyedik és egyben utolsó 'Bezárás' gomb: .

A teljes üdvözlő képernyő az ábrajegyzék (6.2) es ábráján látható.

A feladat beállításait tartalmazó ablak:

Megadható egy kezdő és egy záró év, az éveket a legördülő menükben lehet kiválasztani 2000-rel kezdődőleg.

A záró év a választható értékeinek halmaza a kezdő év értétől függ, oly módon, hogy minimum értéke a kezdő évet követő év, és maximuma a kezdőévnél 50 évvel

későbbi év.

Az Ágazatszám numerikus mezőnél a termelésben résztvevő iparágak számait adhatjuk meg.

A Pontosság numerikus mezőben az értékek tizedes jegyeinek hosszát adhatjuk meg.

A Maximalizálás címkéhez két rádió gomb tartozik, név szerint a Végtermék, ami az utolsó évi output maximalizálását tűzi ki feladatául. A másik a Munkaigény pedig a teljes időtartam alatti munkaerő maximális kihasználását.

Valamint a a Kész és Mégse gombok.

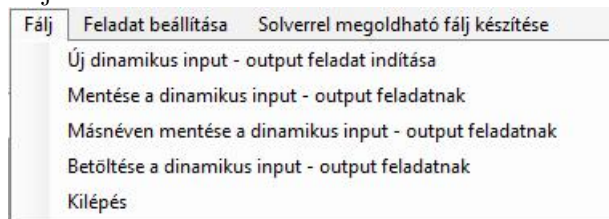
A feladat beállításait tartalmazó ablak az ábrajegyzék (6.3)-es ábráján látható.

A beállítások után, vagy a sikeres betöltés után érkezünk el a kezelőfelületre.

A kezelőfelületen 3 fő menüből álló menürendszer található.

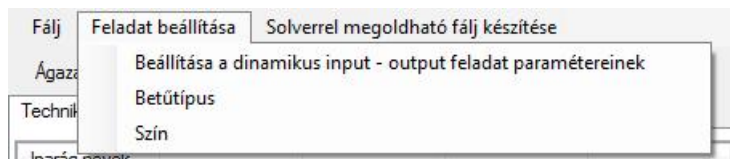


1. fájl menü



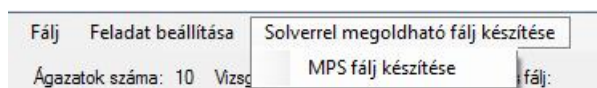
- Új dinamikus input - output feladat indítása:
Eredményeképpen új feladatott hoz létre és a régit mentés nélkül bezárja
- Mentése a dinamikus input - output feladatnak
Menti a feladatott az aktuális fájlba, amennyiben nincs úgy viselkedik mint a mentés másként menüpont
- Másnéven mentése a dinamikus input - output feladatnak:
Dialogus ablakban kiválaszthatjuk, hogy hova mentjük és milyen néven.
- Betöltése a dinamikus input - output feladatnak:
egy dialogus ablakban választhatjuk ki a betöltendő feladatott, csak a .ktf kiterjesztésű fájlokat jeleníti meg.
- Kilépés:
bezárja a programot

2. Feladat beállítása menü



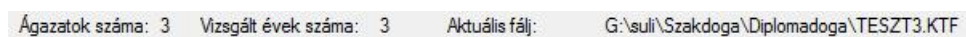
- Dinamikus input - output feladat paramétereinek beállítás:
Hatására a feladat beállításait tartalmazó ablakot jeleníti meg.
- Betűtípus:
Itt globálisan manipulálhatjuk a betűk méretét és típusát, ha igény lenne rá.
- Szín:
Betűk színét adhatjuk meg.

3. Solverrel megoldható fájl készítése menü



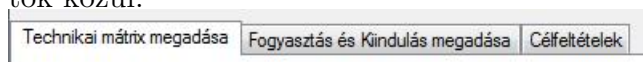
- MPS fájl készítése:
A feladat mps formátumú fájlt készít el.

A menürendszer alatt látható az állapotsor. Ami 3 információt tartalmaz.



1. Ágazatok száma: Az általunk beállított iparágak számát mutatja
2. Vizsgált évek száma: a periódusok számát mutatja.
3. Aktuális fájl: az éppen manipulált ktf kiterjesztésű fájl elérési útját mutatja.
Ha van éppen manipulált fájl.

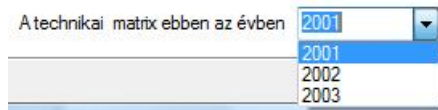
3 tabulátort füllel manipulálhatjuk amivel az választhatunk az éppen bevihető adatok közül.



1. Technikai mátrix megadása - erre a fülre kattintva adhatjuk meg a technikai mátrixot.
2. Fogyasztás és Kiindulás megadása - erre a fülre kattintva adhatjuk meg a fogyasztást minden évre és kiindulás vektort

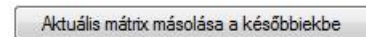
3. Célfeltételek - Itt a beállításoktól függően adhatjuk meg az utolsó évi termék maximalizálás együtthatóit, vagy ha a munka maximalizálását választottuk, akkor minden év minden iparágára megadhatjuk, hogy egy termék előállításához mennyi munka szükséges.

Az technikai mátrix megadásakor van egy legördülő menü,



ahol az aktuálisan szerkesztett évet tudjuk kiválasztani.

Valamint az 'Aktuális mátrix másolása a későbbiekbe' gomb:

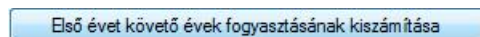


aminek hatására az aktuálisan szerkesztett mátrixszal felülírja a később következőket. Ez arra az esetre könnyebbség, ha a technikai mátrixok nem változnának évenként, vagy csak kevésben térnének el.

Az ábrajegyzék (6.4)-as ábráján látható egy frissen létrehozott új feladat ami 10 iparágból és 3 peridus évből áll.

Fogyasztás és Kiindulás megadásakor A fogyasztáshoz tartozik egy beállítás gomb, amivel automatikusan kiszámíthatjuk a következő években fogyasztást, már ha az lineárisan változik. Természetesen kiszámítás után ezeket szerkeszthetjük is. Az ábrajegyzék (6.5)-as ábráján látható a fent említett feladat Fogyasztás és Kiindulás megadása fül.

Az 'Első évet követő évek fogyasztásának kiszámítása' gomb:



Felugrik egy Fogyasztási vektorok beállítsa ablak. Amiben be lehet kapcsolni, hogy automatikusan számítsa ki a fogyasztás vektorokat az első évi fogyasztásból kiindulva. Két fajta számítási módot ismer

1. Százalékos növekedés: az első évi fogyasztások általunk beállított százalékával növeli mindig a következő évi fogyasztást.
2. Numerikus növekedés: az általunk beállított egységgel növeli mindig a beállított fogyasztást.

A Fogyasztási vektorok beállításait tartalmazó ablak az ábrajegyzék (6.6)-ös ábráján látható.

A Célfüggvények megadása kétféle képen nézhet ki, attól függően hogy a feladat beállításánál mit adtunk meg.

Az ábrajegyzék (6.7a)-as ábráján látható a célfeltételek megadási része ha a maximalizálásnál Végtermék maximalizálást választottunk.

Az ábrajegyzék (6.7b)-es ábráján látható a célfeltételek megadási része ha a maximalizálásnál Munkaigény maximalizálást választottunk.

6.3.1. Telepítés

A program visual studio 2005 ben lett fejlesztve, ezért a futtatáshoz szükség van .net framework-re. A setup.exe a kiválasztott mappába helyezi a program fájljait. Ha mégsem indulna akkor arra az esetre a program könyvtárában elhelyez egy .net framework instalt.

7. Összefoglalás

Diplomadolgozatom elkészítésével leginkább azt szerettem volna bizonyítani, hogy nem fölösleges az egyetemi oktatás sokszínűsége, hogy egy programozó számára nem haszontalan az egyetemi szintű matematika, a közgazdaságtan.

Igyekeztem érthetően leírni a Leontieff féle input-output modellt, hogy megértsük, hogy hogyan is működik, és mi a haszna. Hiszen nem tagadhatjuk, hogy bizonyos szintű állami irányításra, szükség van az országon belüli gazdasági ágazatok irányítására. Amit mégha nem is közvetlenül tervgazdálkodással köt meg, de közvetve irányíthatja, terelheti támogatásokkal, engedményekkel, megszorításokkal a számára megfelelő irányba.

8. Irodalom jegyzék

Takács Tamás Sándor - Operációkutatási feladat megoldására készített oktatási célú program fejlesztése Delphi 5 rendszerben, LINDO API segítségével

Leontieff input-output modell:

http://www2.krellinst.org/AiS/textbook/unit7/f77_7.11_leontief.html

http://en.wikipedia.org/wiki/Input-output_model

<http://www.math.yorku.ca/~zabrocki/math2041/Leontieff/Leontieff.shtml>

<http://math.fullerton.edu/mathews/n2003/LeontiefModelMod.html>

MPS fájlformátum: [http://en.wikipedia.org/wiki/MPS_\(format\)](http://en.wikipedia.org/wiki/MPS_(format))

Dinamikus modell: BRÓDY ANDRÁS: Leontief zárt dinamikus modellje Megoldások és értelmezések

Augusztinovics Mária: Miről szól az input-output modell?

Közgazdasági Szemle, XLIII. évf., 1996. április (315-320. o.)

C++ Referencia:

<http://www.cplusplus.com/reference/clibrary/>

LINDO API dokumentáció:

LINDO API 5.0 User Manual - LINDO System Inc., 2007

9. Ábrajegyzék

Ábrák jegyzéke

1.	3.1	43
2.	3.2	43
3.	3.3	43
4.	4.1	44
5.	4.2	44
6.	4.3	45
7.	4.4	46
8.	5.1	47
9.	6.1	48
10.	6.2	49
11.	6.3	49
12.	6.4	50
13.	6.5	50
14.	6.6	51
15.	6.7a	51
16.	6.7b	52

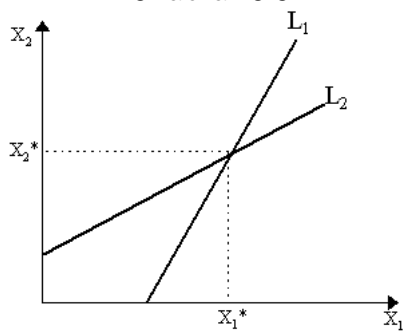
1. ábra. 3.1

Gazdasági tevékenységek	Mezőgazdasági inputok	Gyár inputok	Szállítási inputok	Végső felhasználás	Teljes output
Mezőgazdaság	x_{11}	x_{12}	x_{13}	c_1	x_1
Gyár	x_{21}	x_{22}	x_{23}	c_2	x_2
Szállítás	x_{31}	x_{32}	x_{33}	c_3	x_3
Munkaerő	x_{41}	x_{42}	x_{43}	c_4	x_4

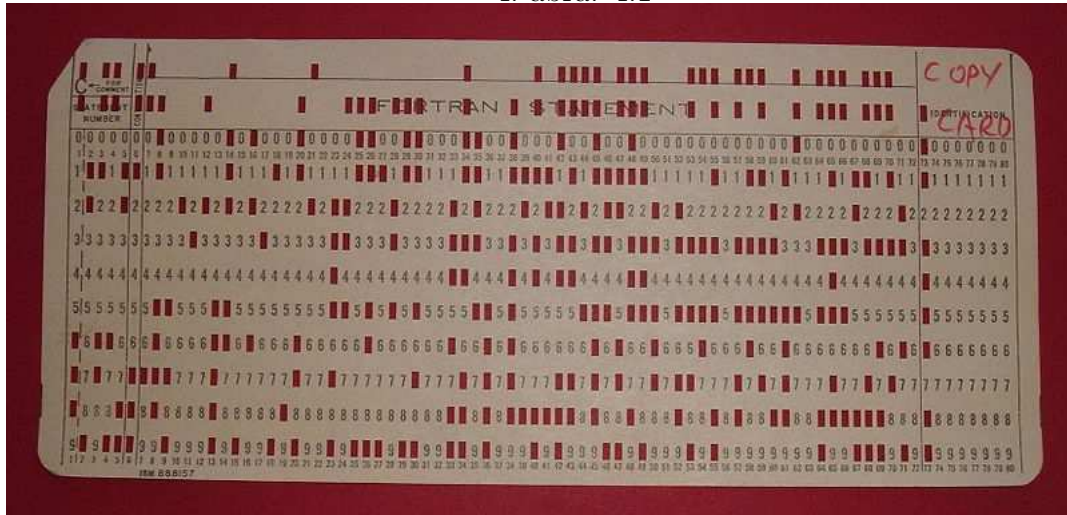
2. ábra. 3.2

Gazdasági tevékenység	1	2	...	z	Kivitel	Végfelhasz- nálásra	Teljes kimenet
1							
2							
⋮							
z							
Behozatal							

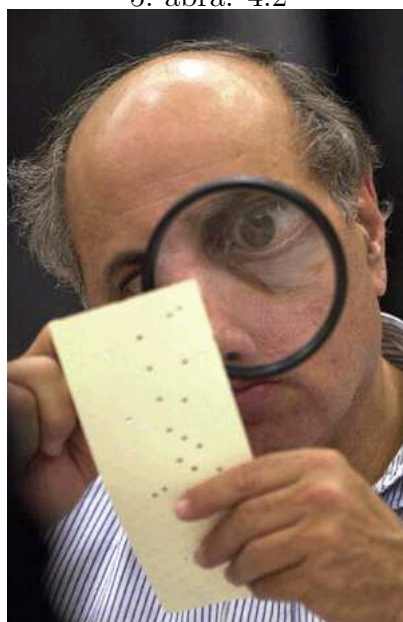
3. ábra. 3.3



4. ábra. 4.1



5. ábra. 4.2



6. ábra. 4.3

NAME	TESTPROB				
ROWS					
N	COST				
L	LIM1				
G	LIM2				
E	MYEQN				
COLUMNS					
	XONE	COST	1	LIM1	1
	XONE	LIM2	1		
	YTWO	COST	4	LIM1	1
	YTWO	MYEQN	-1		
	ZTHREE	COST	9	LIM2	1
	ZTHREE	MYEQN	1		
RHS					
	RHS1	LIM1	5	LIM2	10
	RHS1	MYEQN	7		
BOUNDS					
	UP	BND1	XONE	4	
	LO	BND1	YTWO	-1	
	UP	BND1	YTWO	1	
ENDATA					

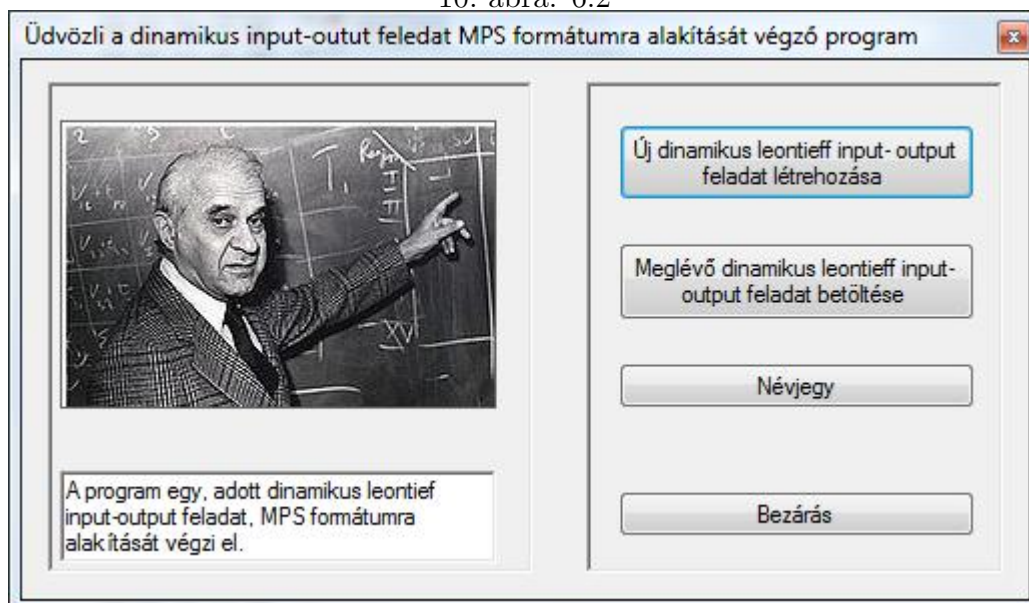
7. ábra. 4.4						
Mezők:	1	2	3	4	5	6
Pozíciók:	2-3	5-12	15-22	25-36	40-47	50-61
	NAME	feladat neve				
	ROWS					
	típus	név				
	COLUMNS					
		oszlop neve	sor neve	érték	sor név	érték
	RHS					
		rhs név	sor név	érték	sor név	érték
	RANGES					
		tartomány név	sor név	érték	sor név	érték
	BOUNDS					
	típus	korlát név	oszlop név	érték		
	ENDATA					

8. ábra. 5.1

NAME	TESTPROB		
ROWS			
N	ROWC		
E	ROW1		
E	ROW2		
E	ROW3		
COLUMNS			
	XONE	ROW1	1
	XONE	ROW2	-0.4
	XONE	ROW3	-0.2
	XONE	ROWC	x_1
	YTWO	ROW1	-0.5
	YTWO	ROW2	0.7
	YTWO	ROW3	0
	YTWO	ROWC	x_2
	ZTHREE	ROW1	-0.5
	ZTHREE	ROW2	-0.05
	ZTHREE	ROW3	0.65
	ZTHREE	ROWC	x_3
RHS			
	RHS1	ROW1	10000
	RHS1	ROW2	20000
	RHS1	ROW3	10000
ENDATA			

[illegible]

10. ábra. 6.2



11. ábra. 6.3

A dinamikus input - output modell paraméteri

Kezdő év: 2000

Záró év: 2001

ÁgazatSzám: 1

Pontosság: 2

Maximalizálás:

- ☒ Végtemék
- ☐ Munkaigény

Kész

Mégse

12. ábra. 6.4

Fájl Feladat beállítás Solverrel megoldható fájl készítése

Ágazatok száma: 10 Vizsgált évek száma: 3 Aktuális fájl:

Technikai mátrix megadása Fogyasztás és Kiindulás megadása Célfeltételek

Iparág	IP1	IP2	IP3	IP4	IP5	IP6	IP7	IP8	IP9	IP10
IP1										
IP2										
IP3										
IP4										
IP5										
IP6										
IP7										
IP8										
IP9										

A technikai mátrix ebben az évben: 2001
 2001
 2002
 2003

Aktuális mátrix másolása a későbbiekbe

13. ábra. 6.5

Fájl Feladat beállítás Solverrel megoldható fájl készítése

Ágazatok száma: 10 Vizsgált évek száma: 3 Aktuális fájl:

Technikai mátrix megadása Fogyasztás és Kiindulás megadása Célfeltételek

Kezdeti erőforrások:

Iparág nevek	Értékek
IP1	
IP2	
IP3	
IP4	
IP5	
IP6	
IP7	
IP8	
IP9	
IP10	

Első évet követő évek fogyasztásának kiszámítása

Iparág nevek	1. Évi fogyasztás	2. Évi Fogyasztás	3. Évi Fogyasztás
IP1			
IP2			
IP3			
IP4			
IP5			
IP6			
IP7			
IP8			
IP9			
IP10			

14. ábra. 6.6

Első évet követő évek fogyasztásának kiszámítása

Fogyasztás vektorok beállítás

Fogyasztás vektorok automatikus kiszámítása ☐

☒ Numerikus növekedés %

☐ Százalékos növekedés

Kész Mégse

15. ábra. 6.7a

DIOM

Fájl Feladat beállítása Solverrel megoldható fájl készítése

Ágazatok száma: 10 Vizsgált évek száma: 3 Aktuális fájl:

Technikai mátrix megadása Fogyasztás és Kiindulás megadása Célfeltételek

Utolsó évi végemékek együtthatói

IP1	IP2	IP3	IP4	IP5	IP6	IP7	IP8	IP9	IP10

16. ábra. 6.7b

DIOM

Fájl Feladat beállítás Solverrel megoldható fájl készítése

Ágazatok száma: 10 Vizsgált évek száma: 3 Aktuális fájl:

Technikai mátrix megadása Fogasztás és Kiindulás megadása Célfeltételek

Szükséges munka egy egység előállításához

1.év IP1	1.év IP2	1.év IP3	1.év IP4	1.év IP5	1.év IP6	1.év IP7	1.év IP8	1.év IP9	1.év IP10
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00