

## Tartalomjegyzék

<b>M1. A TÉMAVÁLASZTÁS INDOKLÁSA</b> .....	3
<b>M2. KUTATÁSI CÉLOK ÉS A KUTATÁSI HÁTTÉR</b> .....	4
<b>M3. A KUTATÁS MÓDSZEREI</b> .....	5
<b>M4. A KUTATÁS HIPOTÉZISEI</b> .....	6
<b>M5. A KUTATÁS FOLYAMATA</b> .....	8
<b>M6. EREDMÉNYEK A HIPOTÉZISEKKEL ÖSSZEVEETVE</b> .....	9
<b>M7. NÉHÁNY TOVÁBBI EREDMÉNY, NYITOTT KÉRDÉSEK</b> .....	12
<b>M8. ÖSSZEGZÉS, KITEKINTÉS</b> .....	14
<b>D1. BEGRÜNDUNG DER THEMENWAHL</b> .....	15
<b>D2. FORSCHUNGSZIELE UND -HINTERGRUND</b> .....	16
<b>D3. FORSCHUNGSMETHODEN</b> .....	17
<b>D4. FORSCHUNGSHYPOTHESEN</b> .....	18
<b>D5. FORSCHUNGSABLAUF</b> .....	20
<b>D6. ERGEBNISSE IM HINBLICK AUF DIE HYPOTHESEN</b> .....	22
<b>D7. EINIGE WEITERE ERGEBNISSE UND OFFENE FRAGEN</b> .....	25
<b>D8. ZUSAMMENFASSUNG, AUSBLICK</b> .....	27
<b>E1. MOTIVATIONS FOR THE TOPIC</b> .....	29
<b>E2. GOALS AND BACKGROUND OF THE RESEARCH</b> .....	30
<b>E3. RESEARCH METHODS</b> .....	31
<b>E4. RESEARCH HYPOTHESES</b> .....	32
<b>E5. RESEARCH PROCESS</b> .....	34
<b>E6. RESULTS WITH RESPECT TO THE HYPOTHESES</b> .....	35
<b>E7. SOME FURTHER RESULTS</b> .....	38
<b>E8. SUMMARY, PERSPECTIVES</b> .....	40
<b>PUBLIKÁCIÓK / PUBLIKATIONEN / LIST OF PUBLICATIONS</b> .....	41



## M1. A témaválasztás indoklása

Dolgozatomban a kéttannyelvű matematikaoktatás egy kis szeletével, a felsőfokú, nem szakirányú kéttannyelvű matematikaoktatással foglalkoztam.

A dolgozat elkészítését személyes érintettség mellett elsősorban a meglévő kéttannyelvű oktatási gyakorlat hiányos elméleti megalapozottsága indokolta. Bár a két-, ill. többnyelvű oktatás minden kontinensen jelen van, Európában pedig alig akad olyan ország, ahol a kéttannyelvű oktatás ne lenne szerves része az oktatási rendszernek, egyelőre hiányoznak annak didaktikai alapjai. Mivel bármiféle kéttannyelvű szaktárgyi oktatás esetén elsődlegesen a szaktárgy oktatásáról van szó, így elsősorban a megfelelő szakdidaktika hivatott arra, hogy megalapozza a kéttannyelvű változat didaktikáját. Ebből kifolyólag alapvetően a matematikadidaktika feladata, hogy a kéttannyelvű matematikaoktatás didaktikájának alapjait lefedtesse. Kutatásom elsődleges célja abban állt, hogy hozzájáruljon ehhez a megalapozáshoz, és kiindulópontként szolgáljon további, a kéttannyelvű matematikaoktatásra vonatkozó kutatásokhoz. Ugyanakkor az is kiderült, hogy a kéttannyelvű matematikaoktatás vizsgálata új impulzusokat adhat a hagyományos egynyelvű matematikadidaktikának is, többek között azáltal, hogy betekintést nyújt a matematikai fogalomalkotás, ill. a matematikatanulás közben lezajló kognitív folyamatokba, valamint rávilágít a szaknyelv matematikatanítás és -tanulás során betöltött szerepére és fontosságára. Így kutatásom másodlagos célja az volt, hogy a kéttannyelvű matematikaoktatás vizsgálatán keresztül lehetőség szerint új aspektusokkal gazdagítsa a matematikadidaktika hagyományos kérdésfelvetéseit.

A kéttannyelvű matematikaoktatás felsőfokú, nem szakirányú környezetben történő vizsgálata több szempontból is indokolt. A felsőfokú, nem szakirányú matematikaoktatás ugyanis a matematika néhány jól körülhatárolható részterületére – elsősorban analízisre, valószínűségszámításra – koncentrálódik, ezeken a területeken belül a középiskolai matematika fogalmaiból kiindulva, azok általánosításán, valamint keresztkapcsolatok létrehozásán keresztül juttat újabb, mélyebb ismeretekhez. Ebben a helyzetben, ha a meglévő fogalmi bázis anyanyelvű, de a ráépülő ismeretek megszerzése idegen nyelven történik, elemi módon vizsgálható az idegen nyelv hatása a matematikatanulás folyamatára, a matematikai ismeretszerzésre és a matematikai fogalomalkotásra.

## M2. Kutatási célok és a kutatási háttér

A Budapesti Gazdasági Főiskola Kereskedelmi, Vendéglátóipari és Idegenforgalmi Főiskolai Karán<sup>1</sup> (a továbbiakban: BGF-KVIFK) másfél évtizede folyik idegen nyelvű (német és angol) képzés. A gazdasági matematika tantárgyat az alapozó képzés részeként az anyanyelvű képzés minden szakán két féléven keresztül heti három órában (1 előadás + 2 gyakorlat) oktatják. Ettől eltérően az idegen nyelvű képzésekben a kreditrendszer 2002/03-as tanévben történő bevezetéséig a gazdasági matematikát két féléven keresztül heti két órában (előadás) oktatták, de azóta a tárgy oktatása minden szakon és minden nyelven egységes, tehát időbeli kerete két félévet és félévente heti három tanórát ölel fel. Ezen túlmenően a német nyelvű képzésben a 2001/02-es tanévben kísérleti jelleggel egy fakultatív, az előadást kiegészítő gyakorlat is szerepelt az oktatási kínálatban, heti egy tanórás időkeretben.

Kutatási tevékenységem két egymást kiegészítő tevékenységből állt:

1. A BGF-KVIFK német nyelvű képzésének keretében a 2001/02-es tanévben fakultatív, de a kreditrendszer 2002-es bevezetésétől kezdve kötelező gazdasági matematika tantárgy szemináriumai számára oktatási segédanyagok készítése, gyakorlati kipróbálása és értékelése. A bachelor-képzés 2006-os bevezetésének keretében a BGF-KVIFK német nyelvű képzésében a gazdasági matematika tantárgy tantervének, oktatási segédanyagainak és számonkérési rendszerének módosítása és ezek folyamatos felülvizsgálata.

2. A kéttannyelvű matematikaoktatás didaktikai problémarendszerére vonatkozó hazai és nemzetközi kutatási eredmények megismerését követően saját elméleti és gyakorlati kutatások végzése ezen a területen. Mindez a megismert eredmények kritikai elemzését és továbbfejlesztését, valamint empirikus matematika didaktikai kutatási módszerek kéttannyelvű környezetre történő adaptálását és ebben a környezetben történő alkalmazását jelentette.

A fent nevezett tevékenységeket további, a kéttannyelvű tehetséggondozásban szerzett tapasztalatok is kiegészítették. A másfél évtizedes múltra visszatekintő német Deutsche Schülerakademie 2003 óta szervez olyan német munkanyelvű nyári diákkadémiákat, melyek résztvevői különösen tehetséges közép-kelet-európai középiskolai tanulók. A 2005-ben, 2006-ban és 2007-ben általam vezetett matematika kurzusok lehetőséget nyújtottak arra, hogy a felsőfokú oktatástól merőben eltérő környezetben és feltételek mellett vizsgáljam az idegen nyelvű matematikai ismeretszerzés fo-

---

<sup>1</sup> 1999 decemberéig Kereskedelmi, Vendéglátóipari és Idegenforgalmi Főiskola.

lyamatát, és az itt szerzett tapasztalatok segítségével árnyaljam az addigi kutatási eredményeimet. A kutatás további kiegészítését jelentették a jénai Friedrich-Schiller-Universität-en (a továbbiakban: jénai FSU) szerzett tapasztalatok és az itteni magyar hallgatók körében végzett esettanulmány.

A kutatás során az anyanyelvű alapokra épülő, kéttannyelvű, nem szakirányú felsőfokú matematikaoktatás állt a középpontban, melynek vizsgálatán keresztül az alább főbb kérdésekre igyekeztem választ keresni, ill. eldöntésükre diagnosztikai eljárásokat kidolgozni:

- Szétválaszthatóak-e, és ha igen, hogyan a kéttannyelvű matematikaoktatás pszichológiai, matematikai és nyelvi komponensei?
- Mely esetekben utalnak nyelvi nehézségek hiányos matematikai (és nem nyelvi) ismeretekre?
- Hat-e, és ha igen, hogyan az idegen nyelv használata a megszerzett matematikai ismeretekre, az elsajátított matematikai fogalmakra?
- Milyen speciális nehézségek merülnek fel a kéttannyelvű matematikaoktatás során, amelyek egyértelműen az idegen nyelv használatára vezethetők vissza? Hogyan kerülhetők ezek el?
- Milyen körülmények között jelenthet előnyt az idegen nyelv használata a matematikaoktatás számára?

### **M3. A kutatás módszerei**

A kutatási tevékenység során elsősorban a következő módszereket alkalmaztam:

- Hazai és nemzetközi szakirodalom követése, a publikált eredmények értelmezése és értékelése.
- Részvétel és előadások tartása hazai és nemzetközi konferenciákon.
- A BGF-KVIFK német nyelvű képzésének keretében oktatott gazdasági matematika tantárgy számára oktatási segédanyagok készítése, azok gyakorlati kipróbálása és értékelése.
- A bachelor-képzés bevezetésének keretében a BGF-KVIFK német nyelvű képzésében a gazdasági matematika tantárgy tantervének, oktatási segédanyagainak és számonkérési rendszerének módosítása.
- Pedagógiai megfigyelés és adatgyűjtés.
- Kontrollcsoportos kísérlet és ennek elemzése.
- Interjú és esettanulmány készítése olyan hallgatókkal, akik kéttannyelvű matematikaoktatásban vesznek részt.
- Tehetséggondozás keretében kéttannyelvű környezetben a tanórai oktatást kiegészítő foglalkozások tervezése, gyakorlati kipróbálása és értékelése.

- Konzultáció olyan kollégákkal, akik kéttannyelvű szaktárgyi oktatást, ill. kéttannyelvű matematikaoktatást végeznek.
- Speciálisan a német kéttannyelvű szaktárgyi oktatás számára kidolgozott oktatási módszerek felkutatása, gyakorlati alkalmazása és értékelése.
- Magyar és német nyelvű matematikai szakszövegek nyelvi elemzése és kontrasztív vizsgálata, tankönyvelemzés.

#### **M4. A kutatás hipotézisei**

Dolgozatom első felében áttekintettem azt az összetett hatásrendszert, amelynek metszetében a kéttannyelvű felsőfokú, nem szakirányú matematikaoktatás áll. A felsőfokú oktatás részeként a kéttannyelvű felsőfokú, nem szakirányú matematikaoktatás szervezésében nyilvánvalóan szerepet játszanak a felsőoktatás jellemzői, annak célkitűzései, hatnak rá az oktatás, azon belül a felsőoktatás változásai. A matematikaoktatás részeként illeszkedik annak hagyományaihoz, jellemzőihez és célkitűzéseire. Mivel vizsgálataimban elsősorban az analízis témakörére szorítkoztam, így áttekintettem a matematikaoktatáson belül az analízis oktatásának jelentőségét, sajátosságait, felépítésének lehetőségeit, valamint rámutattam arra, hogy a matematikai analízis nem csak olyan eszközrendszer jelent, amely rendkívül alkalmas például gazdasági problémák modellezésére és megoldására, hanem olyan szemléletmódot is közvetíthet, amely hozzájárulhat további fontos kompetenciák (kulcs-, ill. munkahelyi kompetenciák) fejlesztéséhez. A BGF-KVIFK-nak példáján keresztül megvizsgáltam a fentiek gyakorlati megvalósulását és kis kitérőként javaslatot tettem arra, hogy hogyan lehetne gazdasági és matematikai problémák szorosabb összekapcsolásával az analízisoktatás célkitűzéseire közelebb kerülni. A kéttannyelvű matematikaoktatás tanulói oldalához visszatérve áttekintettem a matematikai és az idegen nyelvi kompetencia jellemzőit és szintjeit, valamint megvizsgáltam a matematikai tudás kognitív összetevőit. Ez utóbbit egy olyan modellen keresztül mutattam be, amely ötvözi a megértés hierarchikusan egymásra épülő szintjeit, az ún. Bloom-féle taxonómiát a procedurális-konceptuális tudás elméletével. Mivel a kéttannyelvű felsőfokú, nem szakirányú matematikaoktatás nem csak a felsőoktatás és a matematikaoktatás része, hanem a kéttannyelvű szaktárgyi oktatás és azon belül is a kéttannyelvű matematikaoktatás egy speciális formája is, így a fentiekben túlmenően áttekintettem a kéttannyelvű szaktárgyi oktatás európai és magyarországi történetét, ill. jellemzőit, valamint a kéttannyelvű matematikaoktatás európai helyzetét, és az ezzel kapcsolatos kutatásokat.

Az elméleti háttér és a szakirodalmi áttekintés alapján a fent megfogalmazott kutatási kérdéseket a következő három kutatási hipotézisként pontosítottam:

**1. Főhipotézis:**

Minőségében eltérőek az anyanyelven, ill. az idegen nyelven elsajátított matematikai ismeretek.

Mivel érdeklődésem középpontjában az idegen nyelv matematikai fogalomalkotásra, ill. a matematikai ismeretszerzés kognitív folyamataira gyakorolt hatása állt, így ezt a hipotézist a következő további három alhipotézisre bontottam:

**1.1. Alhipotézis:**

Anya-, ill. idegen nyelven elsajátított matematikai ismeretek esetében eltérés mutatkozik procedurális, ill. konceptuális tudás kiépülésében és azok kapcsolatában.

**1.2. Alhipotézis:**

Anya-, ill. idegen nyelven elsajátított matematikai ismeretek esetében eltérés mutatkozik a matematikai kompetencia fejlődésében.

**1.3. Alhipotézis:**

Anya-, ill. idegen nyelven elsajátított matematikai fogalmak esetében eltérés mutatkozik a fogalmak stabilitásában és tisztaságában.

**2. Főhipotézis:**

A kéttannyelvű matematikaoktatás során felmerülő megértési nehézségek esetében diagnosztizálható, hogy ezek matematikai, vagy nyelvi eredetűek-e.

**3. Főhipotézis:**

Kéttannyelvű matematikaoktatás esetén a tudatos kétnyelvű óravezetés segítheti a közvetítendő matematikai ismeretek megértését.

Ennek a hipotézisnek a következő két alhipotézisét fogalmaztam meg:

**3.1. Alhipotézis:**

Kéttannyelvű matematikaoktatás esetén segítheti a közvetítendő matematikai ismeretek megértését, ha feltárjuk és tudatos tárgyaljuk a tanórán azokat a matematikai fogalmakat, amelyeket az idegen nyelv szabatosabban fejez ki, mint az anyanyelv, ill. fordítva, ahol az anyanyelv kifejezőbb, szabatosabb az idegen nyelvvel szemben.

**3.2. Alhipotézis:**

Kéttannyelvű matematikaoktatás esetén segítheti a közvetítendő ma-

tematikai ismeretek megértését, ha feltárjuk és tudatos tárgyaljuk a tanórán azokat a fogalmakat, amelyek szaknyelvi jelölésében anyanyelven megértést zavaró nyelvi tényezők (interferencia, többjelentésű szavak) fordulhatnak elő, míg az idegen nyelvű megfelelőik között ezek a jelenségek nem állnak fenn, valamint fordítva, idegen nyelven előfordulhatnak megértést zavaró nyelvi tényezők, de az anyanyelvű megfelelőkre mindez nem áll.

## **M5. A kutatás folyamata**

A megfogalmazott hipotézisek pontszerű vizsgálatára három különböző, két gyakorlati és egy elméleti kutatást végeztem.

A BGF-KVIFK elsőéves hallgatói körében 2004-ben készített felmérés az *I.* hipotézis vizsgálatára irányult. A magyar, ill. német nyelvű képzés hallgatóinak teljesítményét a sorozat témakörére vonatkozóan összehasonlítva arra kerestem a választ, hogy

- idegen nyelvű matematikaoktatás esetén a hallgatók matematikára vonatkozó procedurális és konceptuális tudása eltér-e az anyanyelvű oktatásban részesült hallgatókétól, és ha igen, milyen tekintetben;
- eltér-e a procedurális és a konceptuális tudás közötti kapcsolat az idegen nyelvű képzés hallgatóinál, mint az anyanyelvű képzés hallgatóinál;
- eltérnek-e az idegen nyelvű képzésben részt vett hallgatók által elért kompetenciaszintek az anyanyelvű oktatásban részesült hallgatók kompetenciaszintjeitől, és ha igen, milyen irányban és mértékben;
- van-e különbség az újonnan elsajátított fogalmak stabilitásában idegen nyelvű, ill. anyanyelvű óravezetés esetén.

A jénai FSU-en 2008-ban készített esettanulmány célja a *2.* hipotézis vizsgálata volt. Két magyar anyanyelvű hallgató angol nyelvű matematikai (a geometria témakörére vonatkozó) ismeretszerzésének során megpróbáltam az előforduló megértési nehézségeket nyomon követni, valamint diagnosztizálni, hogy azok matematikai vagy nyelvi hiányosságokban gyökereznek-e.

Az elvégzett harmadik kutatás elméleti jellegű: A magyar és a német – elsősorban analízisre vonatkozó – matematikai szaknyelvet hasonlítottam össze abból a szempontból, hogy előfordulnak-e ezekben a nyelvekben olyan nyelvi jelenségek, ahol a másik nyelvvel történő szembesítés segíthet a háttérben húzódó matematikai tartalmak megértésében.

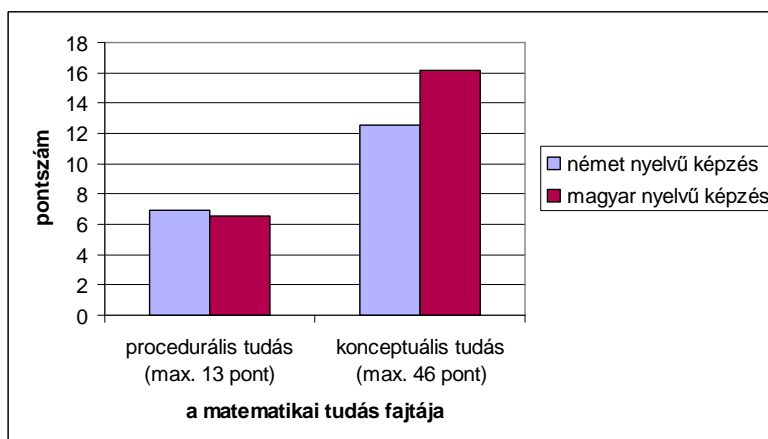
Az összehasonlítás során két fő kérdésre összpontosítottam: Léteznek-e egyrészt a magyar matematikai szaknyelvben olyan szakkifejezések, amelyek német megfelelője szabatosabb, erősebb kifejezőerővel bír, valamint

fordítva: léteznek-e a német matematikai szaknyelvben olyan terminusok, amelyek magyar megfelelője szabatosabb? Másrészt léteznek-e a magyar matematikai szaknyelvben olyan szakszavak, amelyek adott esetben gátolhatják a mögöttes matematikai fogalmak megértését, de a német megfelelő(k)re mindez nem áll fenn, valamint fordítva: léteznek-e a német matematikai szaknyelvben olyan terminusok, amelyek adott esetben gátolhatják a mögöttes matematikai fogalmak megértését, de a magyar megfelelő(k)re ez nem jellemző.

## M6. Eredmények a hipotézisekkel összevetve

Az elvégzett kutatások eredményei mindhárom hipotézis állítását részben vagy egészben megerősítették.

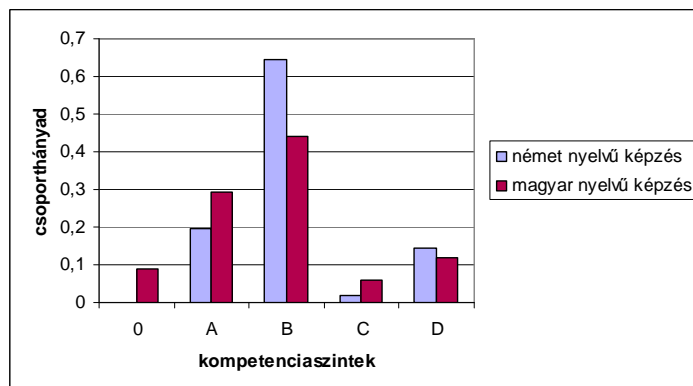
A BGF-KVIFK-on végzett feladatlapos felmérés eltérést mutatott ki az anya-, ill. idegen nyelvű képzés hallgatóinak teljesítménye között, bár egy-egy tendencia nem volt felismerhető. Az idegen nyelvű képzés hallgatói valamivel eredményesebbek voltak a procedurális tudás tekintetében, de konceptuális tudásuk összességében lényegesen alacsonyabb volt, mint az anyanyelvű képzésben részt vevőké (ld. 1. ábra). Ugyanakkor a két tudásfajta közötti kapcsolat mindkét csoportban azonosnak mutatkozott, így az 1.1. alhipotézis állításának első része megerősítést nyert, de másik része nem igazolódott be. Ezért ezen alhipotézis első részét elfogadtam, míg a másodikat elvettem.



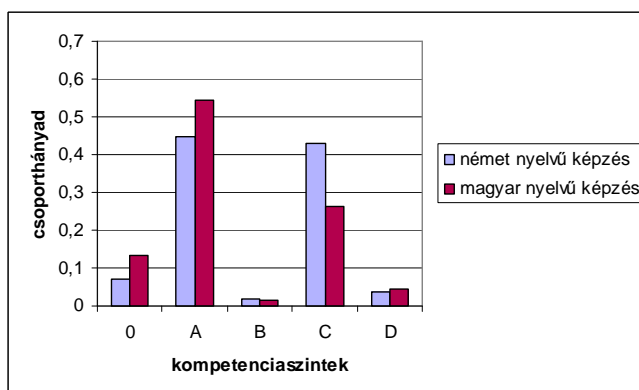
1 ábra: Átlagos procedurális, ill. konceptuális teljesítmény a BGF- KVIFK-n végzett felmérésnél

Ennek a kutatásnak további eredménye, hogy az idegen nyelvű képzés hallgatói számottevően magasabb kompetenciaszinteket értek el bizonyos fogalmakkal kapcsolatban (monotonitás, korlátosság, ld. 2. és 3. ábra), míg más fogalmakra vonatkozóan (konvergencia, ld. 4. ábra) nem jelentősen, de alulmaradtak az anyanyelvű csoporttal szemben. További kutatás tárgya

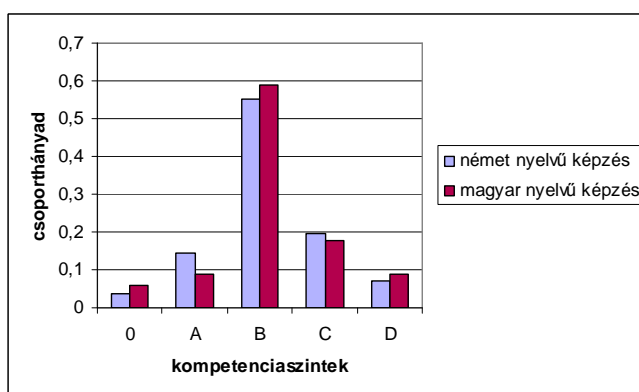
lehet annak feltárása, hogy mely okok húzódnak meg a tapasztalt jelenség mögött. A kimutatható különbségek alapján az 1.2. alhipotézist is elfogadtam.



2. ábra: A **monotonitás** fogalmával kapcsolatban elért kompetenciaszintek a vizsgált tanulócsoporthányadának arányában



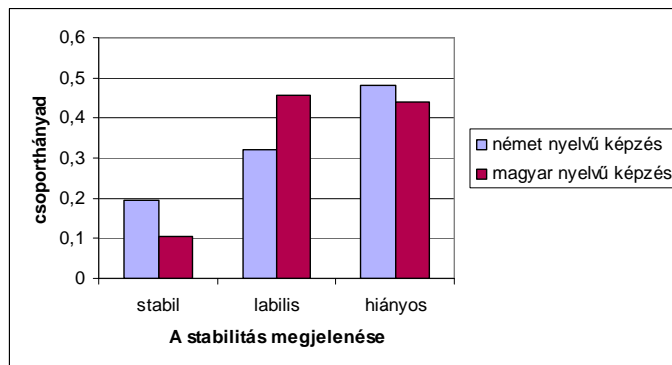
3. ábra: A **korlátosság** fogalmával kapcsolatban elért kompetenciaszintek a vizsgált tanulócsoporthányadának arányában



4. ábra: A **konvergencia** fogalmával kapcsolatban elért kompetenciaszintek a vizsgált tanulócsoporthányadának arányában

Az újonnan elsajátított fogalmak stabilitására vonatkozó vizsgálat azzal az eredménnyel szolgált, hogy az idegen nyelvű képzés hallgatói között

arányában többen akadnak olyanok, akik stabil konvergenciafogalommal rendelkeznek, mint az anyanyelvű képzésben (ld. 5. ábra). Szintén további kutatás tárgyát képezheti annak a vizsgálata, hogy ez a jelenség milyen okokra vezethető vissza.



5. ábra: A konvergenciafogalom **stabilitása** a vizsgált tanulócsoporthányadának arányában

A jénai FSU-en készített esettanulmány keretében sikerült egy többlépcsős folyamatban angol nyelvű környezetben olyan megértési nehézségeket diagnosztizálni, amelyek két magyar anyanyelvű hallgató matematikai ismeretszerzése során merültek fel. A vizsgálat során jórészt az is eldönthető volt, hogy ezek a nehézségek nyelvi vagy matematikai hiányosságokban gyökereznek-e. Ezeket az eredményeket a **2.** hipotézis megerősítéseként értékeltem.

A magyar és a német matematikai szaknyelv – elsősorban az analízis témakörére szorító – összehasonlítása azt mutatta, hogy mind a magyar, mind a német matematikai szaknyelvben előfordulnak olyan terminusok, amelyek kevésbé kifejezőek, mint a másik nyelv megfelelő szakkifejezése. Feltártam továbbá olyan magyar nyelvű matematikai szakszavakat, amelyek jelentése nyilvánvalóbbá válik bizonyos – nem feltétlenül ugyanarra a fogalomra vonatkozó – német nyelvű matematikai szakkifejezések ismeretével. Fellelhetőek voltak ezeken túlmenően mind a magyar mind a német matematikai terminusok között olyanok, amelyek adott nyelven belüli megértését valamilyen nyelvi tényező nehezíti, pl. szaknyelven belüli interferencia vagy több jelentés, de a másik nyelv megfelelő hangalakjaira mindez nem jellemző. Feltételezhető tehát, hogy ezeknek a szakszavaknak és jelentésüknek kontrasztív kétnyelvű tárgyalása a kéttannyelvű matematikaoktatás keretében hozzájárulhat az interferenciák elkerüléséhez és a több különböző jelentés közül a megfelelő kiválasztásához. Mindezek tükrében a **3.1.** és **3.2.** alhipotézisekkel kapcsolatban azt állapítottam meg, hogy magyar-német viszonylatban elméleti szinten valóban segítheti matematikai tartalmak megértését egy tudatos kétnyelvű óravezetés, elméleti síkon

tehát igazolást nyertek az alhipotézisek állításai. Hogy ezek az állítások gyakorlati szinten is megállják-e a helyüket, további, empirikus vizsgálatot igényel.

## **M7. Néhány további eredmény, nyitott kérdések**

A fentiek alapján látható, hogy az elvégzett vizsgálatok nem csak olyan közvetlen eredményekkel szolgáltak, amelyek alátámasztják, illetve egy esetben részben cáfolják az általam megfogalmazott hipotézisek állításait, hanem további kutatási kérdéseket vetnek fel. Utalás történt már arra, hogy további kutatás tárgyát képezheti a kapott eredmények háttérében húzódó okok kiderítése. Például annak a vizsgálatára, hogy miért érnek el bizonyos fogalmakkal kapcsolatban magasabb, míg más fogalmakkal kapcsolatban alacsonyabb kompetenciaszinteket az idegen nyelvű képzésben részt vett hallgatók, mint az anyanyelvű képzésben részesültek. Összefügg-e mindez esetleg a fogalmak összetettségével, vagy más tényezők játszanak ennél a jelenségnél közre? Hasonlóan vetődött fel az a kérdés is, hogy milyen okokra vezethető az a tény vissza, hogy a kompetenciaszintekkel kapcsolatos eredményeknek látszólag ellentmondva az idegen nyelvű képzés hallgatói rendelkeztek stabilabb konvergencia-fogalommal. További kézenfekvő kérdésnek bizonyult annak a vizsgálatára, hogy a német-magyar viszonylatban elméleti síkon indokolt kontrasztív kétnyelvű óravezetés a gyakorlatban is hozzájárul-e a matematikai fogalmak pontosabb megértéséhez.

Mindezekben túlmenően az elvégzett vizsgálatok néhány olyan további eredménnyel is szolgáltak, amelyek további összefüggéseket sejtetnek, ezek ellenőrzése szintén újabb kutatást igényel. A következőkben ezeket az eredményeket foglalom össze.

1. A BGF-KVIFK-án végzett felmérésben mindkét csoportban azt tapasztaltam, hogy a procedurális tudás szükséges, de nem elégséges feltétele a konceptuális tudásnak. Ennek alapján megfogalmazható az a sejtés, hogy felsőfokú nem szakirányú képzésben részt vevő hallgatók számára az oktatás nyelvétől függetlenül az analízis érintett területein belül a két tudásfajta között ez a kapcsolat dominál. Utalni szeretnék arra, hogy a sejtés beigazolódása komoly ellenérvet szolgáltatna az érintett tananyag jelenlegi deduktív építkezésével és a deduktív óravezetéssel szemben.
2. Ugyanebben a feladatlapos felmérésben tapasztaltam, hogy az anyanyelvű képzésben részt vevő hallgatók között lényegesen magasabb azoknak az aránya, akik adott matematikai fogalmakkal kapcsolatban egyetlen részfeladatot sem oldottak meg, mint az idegen nyelvű képzés hallgatóinál. Sejtésem, hogy ez a tény a hallgatók felsőoktatással, ill. matematikatanulással kapcsolatos motivációjával állhat összefüggésben.

3. Szembeötlő volt ugyanezen felmérés a során a korlátosság fogalmára vonatkozó feladatok sikertelensége. Mivel mind az anyanyelvű mind az idegen nyelvű képzés hallgatói egyaránt gyengén teljesítettek ezekben a részfeladatokban, feltételezhető, hogy szintén az oktatás nyelvétől független jelenséggel állunk szemben. Az okok véleményem szerint a tananyag felépítésében, tanórai tárgyalásában, ill. a feladatlap összeállításában keresendők.
4. Szintén a BGF-KVIFK-án végzett feladatlapos felmérés eredménye annak igazolása, hogy idegen nyelvű oktatásban részt vett hallgatók lényegesen több hibát követnek el matematika feladatok megoldása során, mint az anyanyelvű oktatás hallgatói. Az elkövetett hibák részletes elemzése azt mutatta, hogy különös gondot jelent szimbolikus matematikai összefüggéseket nyelvi reprezentációba átültetni, valamint összetett matematikai tételeket, összefüggéseket alkalmazni. Ezek a tények olyan jelzésként értelmezhetőek, amelyek felhívják a figyelmet a kéttannyelvű matematikaoktatás gyenge pontjaira és rámutatnak arra, hogy az oktatáson belül mely területekre érdemes különös gondot fordítani.
5. A jénai FSU-en készített esettanulmány során geometriai fogalmak és összefüggések több különböző reprezentációjának ill. különböző nyelvi nehézségű szövegek használata alkalmas eszköznek bizonyult idegen nyelvű matematikai ismeretszerzés folyamán előforduló, különböző eredetű megértési nehézségek diagnosztizálására. Ezek alapján megfogalmazható az a sejtés, hogy ezek a módszerek jól alkalmazhatóak kéttannyelvű matematikatanulás során fellépő megértési nehézségek feltárására. Továbbmenve, a vizsgálat során különböző nyelvi nehézségű, de azonos matematikai tartalmú szövegek használata hozzájárult bizonyos matematikai és nyelvi nehézségek elosztatásához is, így feltételezhető, hogy ez a módszer hatékony eszköz lehet a kéttannyelvű matematikaoktatásban. Ezek a sejtések is további vizsgálatra szorulnak.
6. Szintén a jénai FSU-en készített esettanulmány alapján fogalmazható meg a sejtés, hogy idegen nyelvű matematikai ismeretszerzés során magas matematikai kompetencia képes átsegíteni nyelvi eredetű megértési nehézségeken, míg magas idegen nyelvi kompetenciával rendelkezve nem leszünk képesek matematikai eredetű nehézségeket, hiányosságokat áthidalni. Természetesen ennek a sejtésnek az igazolása is további empirikus kutatást igényel, de szeretnék utalni arra, hogy mindez azt is jelentené, hogy a kéttannyelvű matematikaoktatásban a matematikai kompetencia fontosabb szerepet játszik, mint az idegen nyelvi. Ennek egy lehetséges következménye a kéttannyelvű oktatás bemeneti feltételeinek felülvizsgálatában állhat.

7. A magyar és a német matematikai szaknyelv összehasonlítása során sikerült feltárni olyan szakkifejezéseket és ezen keresztül olyan fogalmakat, amelyek csak az egyik nyelven használatosak és a másik nyelvben nincs megfelelőjük. Ez a tény alátámasztja azokat az általam is vallott nézeteket, és amelyek szerint a matematika függ az adott kultúrától és minden egyes nyelven más-más árnyalatot kap.

## **M8. Összegzés, kitekintés**

Megállapítható tehát, hogy az elvégzett kutatás a kéttannyelvű matematikaoktatással kapcsolatos alapvető kérdéseket vizsgálta. A kutatás megmutatta, hogy van különbség a kéttannyelvű és az anyanyelvű matematikai ismeretszerzés között, de ugyanakkor irányt mutatott arra nézve is, hogy mely pontokon lehet érdemes eltérni a hagyományos matematika didaktikától, hogy hatékonyabbá tegyük a kéttannyelvű oktatást, utalnék itt a tényleges kétnyelvű órávezetésre és több különböző reprezentáció használatára.

A kutatás legfőbb eredményének azt tartom, hogy a fentiek mellett a vizsgálatok jelentős számú további kérdést vetettek fel, amelyek kiindulópontként szolgálhatnak jövőbeli kutatások számára, azaz további kutatási hipotéziseket generáltak a kéttannyelvű matematikaoktatással kapcsolatban. Ezzel jelen kutatás elérte elsődleges célját. Fontos kiemelni továbbá, hogy a kutatás során olyan diagnosztikai és kognitív matematikai teljesítményösszehasonlító gyakorlati eljárásokat sikerült kidolgozni, amelyekre jövőbeli empirikus kutatások eredményesen nyúlhatnak vissza. Gondolok itt a BGF-KVIFK-n készített esettanulmány keretében kidolgozott eljárásokra, amelyek segítségével összehasonlíthatóak

- a matematikai fogalmakkal kapcsolatban elért kompetenciaszintek,
- egy adott témakörön belül megszerzett procedurális, ill. konceptuális tudás,
- az elsajátított matematikai fogalmak stabilitása, valamint
- a feladatmegoldás során elkövetett hibák mennyisége és minősége.

Hasonlóan jövőbemutató a jénai FSU-n elvégzett esettanulmány keretében kidolgozott diagnosztikai eljárás.

A vizsgálatok során néhány olyan további eredmény is napvilágra került, amelyek az oktatás nyelvétől független összefüggésre utalhatnak, és ezáltal a hagyományos matematika didaktika számára jelenthetnek új aspektusokat. Ezzel vizsgálataim másodlagos célja is megvalósult, így kutatásomat összességében eredményesnek értékelem.

## D1. Begründung der Themenwahl

In meiner Arbeit habe ich eine spezielle Form des bilingualen Mathematikunterrichts, nämlich den nichtfachspezifischen<sup>2</sup> Mathematikunterricht im Hochschulbereich untersucht.

Die Arbeit wurde ausser durch persönliches Interesse auch durch die Tatsache motiviert, dass für die durchaus vorhandene bilinguale Unterrichtspraxis bislang keine ausreichende theoretische Grundlage existierte. Obwohl der bi- und sogar der multilinguale Fachunterricht auf allen Kontinenten präsent ist und es in Europa kaum ein Land gibt, in dem der bilinguale Unterricht als Teil des herkömmlichen Bildungssystems nicht vorkommen würde, fehlen bis heute geeignete didaktische Grundlagen hierfür. Da bei jedem bilingualen Fachunterricht primär um das Fach geht, ist es in erster Linie Aufgabe der entsprechenden Fachdidaktik, Grundlagen von bilingualen Unterrichtsformen herauszuarbeiten. Demzufolge ist es in erster Linie eine Aufgabe der Mathematikdidaktik, Eckpunkte für eine Didaktik des bilingualen Mathematikunterrichts zu erarbeiten. In meiner Arbeit setzte ich mir daher als erstes Ziel, einen Beitrag zu dieser Grundlagenforschung zu leisten, der als Ausgangspunkt für weitere Forschungen bezüglich des bilingualen Mathematikunterrichts dienen kann. Meine Überlegungen haben überdies zur Feststellung geführt, dass die Erforschung des bilingualen Mathematikunterrichts auch der herkömmlichen monolingualen Mathematikdidaktik neue Impulse geben kann, unter anderem dadurch, dass sie einen tieferen Einblick in kognitive Prozesse der mathematischen Begriffsbildung und des Mathematiklernens ermöglicht, bzw. Rolle und Bedeutung der Sprache im mathematischen Lern- und Lehrprozess neu beleuchtet. Ein sekundäres Ziel der Arbeit bestand somit darin, durch Untersuchungen im Bereich des bilingualen Mathematikunterrichts je nach Möglichkeit die herkömmlichen Fragestellungen der Mathematikdidaktik durch neue Aspekte zu bereichern.

Den bilingualen Mathematikunterricht im nichtfachspezifischen Hochschulbereich zu untersuchen, lässt sich m. E. durch die Heranziehung mehrerer Gesichtspunkte begründen. Der bilinguale nichtfachspezifische Mathematikunterricht an Fachhochschulen beschränkt sich nämlich in seiner Thematik auf einige gut abgrenzbare Teilgebiete der Mathematik – insbesondere auf Analysis und Wahrscheinlichkeitsrechnung – und wird dadurch geprägt, dass er innerhalb dieser Gebiete, basierend auf den Begriffen der Schulmathematik, durch deren Verallgemeinerung und durch Herstellung von Querverbindungen zur Bildung neuer Begriffe verhilft. Ist die begriff-

---

<sup>2</sup> Das Wort „nichtfachspezifisch“ bezieht sich in der vorliegenden Arbeit darauf, dass Mathematik nicht als Hauptfach, sondern als Nebenfach unterrichtet wird.

liche Basis in dieser speziellen Unterrichtssituation in der Muttersprache zugänglich, werden aber die darauf aufbauenden Kenntnisse in der Fremdsprache vermittelt, so kann der Einfluss der Fremdsprache auf den mathematischen Lernprozess und Wissenserwerb, bzw. auf die mathematische Begriffsbildung in einer elementaren Umgebung untersucht werden.

## **D2. Forschungsziele und -hintergrund**

An der Fakultät für Handel, Gastronomie und Tourismus der Wirtschaftshochschule Budapest<sup>3</sup> (im Weiteren BGF-KVIFK) gibt es seit anderthalb Jahrzehnten eine fremdsprachliche (d.h. deutsch- und englischsprachliche) Ausbildung. Wirtschaftsmathematik wird Studenten aus allen Fachrichtungen der muttersprachlichen Ausbildung im Grundstudium zwei Semester lang in einem Zeitrahmen von drei Semesterwochenstunden (1 Vorlesung + 2 Übung) unterrichtet. In den fremdsprachlichen Ausbildungen wurde der wirtschaftsmathematische Unterricht bis zur Einführung des Leistungspunktesystems im Studienjahr 2002/03 in zwei Semesterwochenstunden (2 Vorlesungen) ebenfalls im Grundstudium erteilt. In der deutschsprachigen Ausbildung wurde im Studienjahr 2001/02 zusätzlich eine fakultative Übungsstunde pro Woche angeboten. Seit der Einführung des Leistungspunktesystems läuft die wirtschaftsmathematische Ausbildung in jeder Fachrichtung und in jeder Sprache parallel nebeneinander, also in einem Zeitrahmen von je drei Semesterwochenstunden zwei Semester lang. Die durchgeführte Forschungstätigkeit bestand aus zwei einander ergänzenden Teiltätigkeiten:

1. Erstellung, Erprobung und Evaluierung von Unterrichtsmaterialien für die bis zur Einführung des Leistungspunktesystems die Vorlesung begleitenden fakultativen, seitdem jedoch verpflichtenden Mathematikseminare der deutschsprachigen Ausbildung. Erstellung, Erprobung und regelmäßige Überprüfung eines modifizierten Lehrplans, von Unterrichtsmaterialien und eines modifizierten Leistungsnachweissystems für die deutschsprachige Ausbildung im Rahmen der Umstrukturierung der bisherigen Studienangebote zu Bachelor-Studiengängen.
2. Durchführung von theoretischen und empirischen Forschungen auf diesem Gebiet nach der Recherche ungarischer und internationaler Forschungsergebnisse hinsichtlich des didaktischen Problemnetzes des bilingualen Mathematikunterrichts. Dies beinhaltete einerseits die kritische Auseinandersetzung mit den von anderen publizierten Ergebnissen bzw. deren Weiterentwicklung, andererseits aber die

---

<sup>3</sup> bis Dezember 1999: Hochschule für Handel, Gastronomie und Tourismus

adaptive Anwendung empirischer Forschungsmethoden aus der Mathematikdidaktik im bilingualen Kontext.

Die genannten Tätigkeiten wurden durch weitere Erfahrungen im Bereich der bilingualen Begabtenförderung ergänzt. Die Deutsche Schülerakademie, die auf eine Geschichte von anderthalb Jahrzehnten zurückblicken kann, organisiert seit 2003 eine multinationale Sommerakademie für besonders begabte Schüler aus Ost-Mittel-Europa. Arbeitssprache der Akademie ist Deutsch. Die in den Jahren 2005/2006/2007 von mir geleiteten Mathematikurse boten sich als eine besonders gute Chance an, in einer hinsichtlich der Voraussetzungen und Lernbedingungen von dem Hochschulbereich deutlich verschiedenen Unterrichtssituation den bilingualen mathematischen Wissenserwerb zu untersuchen und durch die hier erworbenen Erfahrungen die bis dahin gewonnenen Forschungsergebnisse zu differenzieren. Eine weitere Ergänzung der Forschung bedeuteten die an der Friedrich-Schiller-Universität Jena (im Weiteren FSU Jena) gesammelten Erfahrungen und die in Jena mit ungarischen Studenten durchgeführte Fallstudie.

Der Hauptakzent der Forschung lag auf der didaktischen Analyse des auf muttersprachlichem Grundwissen basierenden nichtfachspezifischen fremdsprachlichen Mathematikunterrichts im Hochschulbereich. Meine Leitfragen, die ich zu beantworten bzw. zu deren Entscheidung ich diagnostische Verfahren zu erarbeiten mich bemüht habe, waren folgende:

- Sind überhaupt, bzw. auf welche Art und Weise sind mathematische, sprachliche und psychologische Komponenten des bilingualen mathematischen Lernprozesses voneinander zu trennen?
- In welchen Fällen verweisen sprachliche Schwierigkeiten auf mangelnde mathematische (und nicht sprachliche) Kenntnisse?
- Wie kann die Verwendung einer Fremdsprache im mathematischen Lehr- und Lernprozess die begrifflichen und psychologischen Aspekte der angeeigneten mathematischen Kenntnisse beeinflussen?
- Gibt es spezielle Schwierigkeiten beim bilingualen Mathematiklernen, die eindeutig der Verwendung einer Fremdsprache im Unterricht zuzuschreiben sind? Wie können diese behoben werden?
- In welchen Situationen/Themenbereichen kann die Verwendung einer Fremdsprache im Mathematikunterricht vorteilhaft sein?

### **D3. Forschungsmethoden**

Die bei der Forschungstätigkeit verwendeten Methoden waren insbesondere die folgenden:

- Recherche der einschlägigen einheimischen und internationalen Fachliteratur, bzw. Interpretation und Auswertung publizierter Ergebnisse.
- Teilnahme an und Vortrag bei in- und ausländischen Konferenzen.
- Erstellung, Erprobung und Evaluierung von Unterrichtsmaterialien und von Aufgabensammlungen für die Mathematikseminare der deutschsprachigen Ausbildung an der BGF-KVIFK.
- Modifizierung des Lehrplans, der Unterrichtsmaterialien und des Leistungsnachweissystems für die deutschsprachige Ausbildung an dieser Fachhochschule infolge der Umstrukturierung der bisherigen Studienangebote zu Bachelor-Studiengängen.
- Pädagogische Beobachtung und Datensammlung.
- Untersuchungen mit Versuchs- und Kontrollgruppe und deren Auswertung.
- Fallstudie und Interviews mit Studenten an der FSU Jena, die am bilingualen Mathematikunterricht teilgenommen haben.
- Planung, Erprobung und Evaluierung von Ergänzungsunterricht für begabte Schüler im bilingualen Kontext.
- Konsultation von Kollegen, die bilingualen Fachunterricht, bzw. bilingualen Mathematikunterricht erteilen.
- Recherche, Anwendung und Auswertung von für den deutschsprachigen Fachunterricht<sup>4</sup> entwickelten Unterrichtsmethoden.
- Sprachliche Analyse und kontrastiver Vergleich von mathematischen Fachtexten in deutscher und ungarischer Sprache, Lehrbuchanalyse.

#### **D4. Forschungshypothesen**

Um an die in Abschnitt D2 formulierten Forschungsfragen wissenschaftlich herangehen zu können, wurde für den nichtfachspezifischen bilingualen Mathematikunterricht im Hochschulbereich ein theoretischer Rahmen entwickelt. Dabei wurde versucht, das komplexe Wirkungssystem zu überblicken, in dessen Spannungsfeld der nichtfachspezifische bilinguale Mathematikunterricht an Fachhochschulen steht. Da er Teil der Hochschulausbildung ist, spielen Charakteristika und Zielsetzungen der Hochschulausbildung in seiner Organisation eine Rolle, und wird er weiterhin auch durch die Veränderungen des Bildungssystems insbesondere durch die der Hochschulausbildung beeinflusst. Als Teil des Mathematikunterrichts passt er sich an dessen Traditionen, Zielsetzungen und Charakteristika an. Da ich mich in den durchgeführten Untersuchungen größtenteils auf den Themen-

---

<sup>4</sup> Der Begriff „deutschsprachiger Fachunterricht“ oder abgekürzt DFU wird für bilingualen Fachunterricht verwendet, also für einen Fachunterricht, der größtenteils in deutscher Sprache abläuft, die aber nicht die Muttersprache der Lernenden ist.

bereich der Analysis beschränkte, wurde über Bedeutung, Besonderheiten und Möglichkeiten zum Aufbau eines Analysislehrgangs innerhalb des Mathematikunterrichts ebenfalls ein Überblick gegeben. Es wurde weiterhin gezeigt, dass die Analysis nicht nur geeignetes mathematisches Mittel ist, um u. a. wirtschaftliche Probleme zu modellieren und zu lösen, sondern sie kann auch eine Betrachtungsweise vermitteln, die zur Förderung wichtiger Kompetenzen (Schlüsselkompetenzen und berufliche Kompetenzen) beitragen kann. Am Beispiel der BGF-KVIFK wurde die praktische Umsetzung der obigen Behauptungen überprüft und als kurzer Exkurs wurde ein Vorschlag dafür gemacht, auf welche Art und Weise man durch eine engere Verknüpfung von mathematischen und wirtschaftlichen Problemen den Zielsetzungen des Analysisunterrichts näher kommen könnte. Zurückkehrend zur Lernerseite des bilingualen Mathematikunterrichts wurden die Charakteristika und Stufen der mathematischen sowie der fremdsprachlichen Kompetenz thematisiert, bzw. es wurden die kognitiven Komponenten des mathematischen Wissens in eine Gesamtschau eingeordnet. Letztere wurden im Rahmen eines Modells dargestellt, welches die hierarchisch aufeinander aufbauenden Stufen des Verstehens – die sog. Bloomsche Taxonomie – mit dem Ansatz des prozeduralen und konzeptuellen Wissens verbindet. Da der bilinguale Mathematikunterricht im Hochschulbereich nicht nur Teil der Hochschulausbildung sowie des Mathematikunterrichts ist, sondern auch eine besondere Variante des bilingualen Fachunterrichts und insbesondere des bilingualen Mathematikunterrichts darstellt, wurden über das Bisherige hinaus Geschichte und Charakteristika des bilingualen Fachunterrichts in Europa und in Ungarn thematisiert, ferner wurde über die europäische Situation des bilingualen Mathematikunterrichts und über entsprechende Forschungen ein Überblick gegeben.

Anhand des entwickelten theoretischen Rahmens und der Literaturrecherche wurden die anfangs formulierten Forschungsfragen zu den folgenden drei Forschungshypothesen präzisiert.

### **1. *Hauptthese:***

Es gibt Unterschiede in der Qualität zwischen in der Muttersprache und in der Fremdsprache erworbenen mathematischen Kenntnissen.

Da in meiner Arbeit der Einfluss der Verwendung der Fremdsprache auf die mathematische Begriffsbildung bzw. auf die kognitiven Prozesse beim mathematischen Wissenserwerb im Mittelpunkt stand, so wurde diese Hypothese in folgende drei Teilhypothesen zerlegt:

#### **1.1. *Teilhypothese:***

Zwischen muttersprachlich und fremdsprachlich bearbeiteten ma-

thematischen Bereichen gibt es Unterschiede, die sich sowohl auf die Entwicklung von als auch auf das Verhältnis zwischen prozeduralem und konzeptuellem Wissen beziehen.

*1.2. Teilhypothese:*

Es gibt Unterschiede in der Kompetenzentwicklung zwischen muttersprachlich bzw. fremdsprachlich bearbeiteten mathematischen Bereichen.

*1.3. Teilhypothese:*

Es gibt Unterschiede in der Stabilität und Klarheit der muttersprachlich bzw. fremdsprachlich angeeigneten Begriffe.

**2. *Haupthypothese:***

Im Falle von Verstehensschwierigkeiten im bilingualen Mathematikunterricht ist es diagnostizierbar, ob diese mathematischer oder sprachlicher Natur sind.

**3. *Haupthypothese:***

Eine bewusste zweisprachige Unterrichtsführung kann im bilingualen Mathematikunterricht das Verstehen mathematischer Inhalte unterstützen.

Bei dieser Haupthypothese wurden folgende Teilhypothesen formuliert:

*3.1. Teilhypothese:*

Die Ermittlung und bewusste Thematisierung derjenigen Stellen im bilingualen Mathematikunterricht, an denen die Fremdsprache gegenüber der Muttersprache oder umgekehrt, die Muttersprache gegenüber der Fremdsprache in der Repräsentation mathematischer Inhalte ausdrucksvoller ist, kann deren Verstehen fördern.

*3.2. Teilhypothese:*

Die Ermittlung und bewusste und gezielte Thematisierung derjenigen Stellen im bilingualen Mathematikunterricht, an denen in der Muttersprache sprachliche Hindernisse vorliegen können, dies aber in der Fremdsprache nicht zutrifft, oder umgekehrt, in der Fremdsprache sprachliche Hindernisse vorliegen können, dies aber in der Muttersprache nicht zutrifft, kann dazu beitragen, mathematische Inhalte besser zu verstehen.

## **D5. Forschungsablauf**

Zur punktuellen Überprüfung der von mir formulierten Hypothesen wurden drei Untersuchungen durchgeführt, nämlich eine theoretische und zwei empirische. Eine Fallstudie, die unter Studenten der deutsch- und ungarisch-

sprachigen Ausbildung an der Wirtschaftshochschule Budapest im Jahre 2004 durchgeführt wurde, nahm auf die Hypothese *1* Bezug. Durch den Vergleich der Leistungen von Probanden der ungarisch- und der deutschsprachigen Ausbildung im Themenbereich „Folgen“ wurde beabsichtigt, die Fragen zu beantworten, ob

- und in welcher Hinsicht das prozedurale sowie das konzeptuelle Wissen bilingual bzw. in der Muttersprache unterrichteter Probanden voneinander abweicht;
- es Unterschiede in der Beziehung zwischen dem prozeduralen und konzeptuellen Wissen zwischen muttersprachlich und fremdsprachig unterrichteten Probanden gibt;
- und in welcher Richtung sowie in welchem Maße Unterschiede in den von Probanden erreichten Kompetenzstufen zwischen muttersprachlich und fremdsprachig unterrichteten Probanden vorhanden sind;
- es Unterschiede in der Stabilität der neu erworbenen Begriffe bei fremdsprachlicher sowie muttersprachlicher Unterrichtsführung gibt.

In einer weiteren Fallstudie – nämlich an der FSU Jena – wurde beabsichtigt, die Gültigkeit der Hypothese *2* zu überprüfen. Während des englischsprachigen mathematischen (sich auf die Geometrie beziehenden) Wissenserwerbs zweier ungarischen Studenten wurde versucht, Verstehensschwierigkeiten zu ermitteln und überdies zu diagnostizieren, ob diese mathematische oder sprachliche Wurzeln haben. Ferner wurde die deutsche und die ungarische mathematische – sich in erster Linie auf Analysis beschränkende – Fachsprache daraufhin verglichen, inwieweit fachsprachliche Ausdrücke in der einen Sprache geeignet sind, durch die Kontrastierung mit entsprechenden Ausdrücken der jeweiligen anderen Sprache das Verstehen der im Hintergrund stehenden mathematischer Begriffe zu fördern. Es ging also um eine theoretische Überprüfung der Hypothese *3*. Beim Vergleich konzentrierte ich mich auf zwei zentrale Fragen: Gibt es einerseits in der deutschen mathematischen Fachsprache Termini, die ausdrucksvoller sind als ihre ungarischen Entsprechungen bzw. umgekehrt, existieren ungarische Fachausdrücke in der Mathematik, die expressiver sind als ihre deutschen Entsprechungen? Kommen andererseits in der ungarischen mathematischen Fachsprache Phänomene vor, die u. U. das Verstehen mathematischer Inhalte behindern können, was aber auf die entsprechenden deutschen Bezeichnungen nicht zutrifft, bzw. umgekehrt, gibt es eventuell in der deutschen mathematischen Fachsprache Phänomene, die gegebenenfalls das Verstehen im Hintergrund stehender mathematischer Begriffe behindern

können, während dies für die ungarischen Entsprechungen nicht der Fall ist?

## D6. Ergebnisse im Hinblick auf die Hypothesen

Die durchgeführten Untersuchungen stützten teilweise oder ganz jede Aussage der Hypothesen.

Die Ergebnisse der Fallstudie an der BGF-KVIFK zeigten, dass es hier qualitative Unterschiede in der Leistung von Probanden der fremdsprachigen und der muttersprachlichen Ausbildung gab, es konnte allerdings keine einheitliche Tendenz erfasst werden. Die Probanden der deutschsprachigen Ausbildung waren im prozeduralen Bereich etwas erfolgreicher als die Probanden der ungarischsprachigen Ausbildung, aber im konzeptuellen Bereich war ihre Leistung durchschnittlich deutlich niedriger (siehe Abbildung 1). Das Verhältnis zwischen dem prozeduralen und dem konzeptuellen Wissen zeigte sich allerdings in beiden Gruppen gleich, somit wurde die erste Aussage der Teilhypothese 1.1. bestätigt, während die zweite Aussage derselben Teilhypothese nicht untermauert werden konnte. Demzufolge wurde der erste Teil dieser Teilhypothese akzeptiert, den zweiten Teil habe ich verworfen.

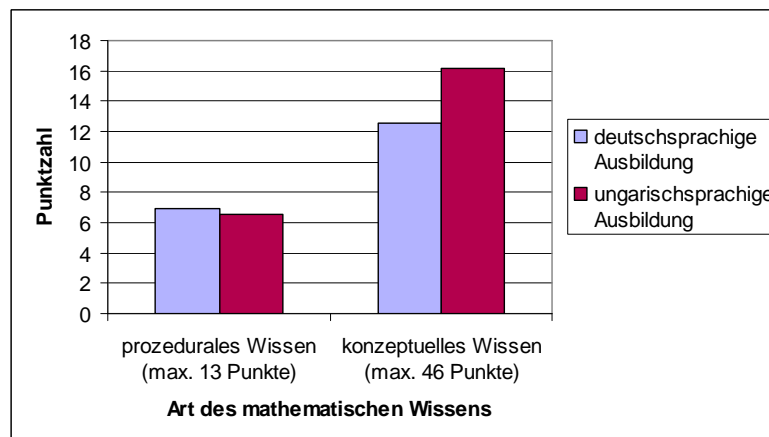


Abbildung 1: Durchschnittliche prozedurale sowie konzeptuelle Leistung in der Fallstudie an der BGF-KVIFK

Ein weiteres Ergebnis dieser Fallstudie war, dass die Probanden der deutschsprachigen Ausbildung bei manchen Begriffen (Monotonie, Beschränktheit, siehe Abbildungen 2 und 3) im Durchschnitt wesentlich höhere Kompetenzstufen erreicht haben, während sie bezüglich anderer Begriffe (Konvergenz, siehe Abbildung 4) geringfügig schlechter abgeschnitten haben als Probanden der ungarischsprachigen Ausbildung. Es kann Gegenstand zukünftiger Forschungen werden, zu untersuchen, auf welche Ursachen das beobachtete Phänomen zurückgeführt werden kann. Anhand der

festgestellten Unterschiede wurde die Teilhypothese 1.2. ebenfalls angenommen.

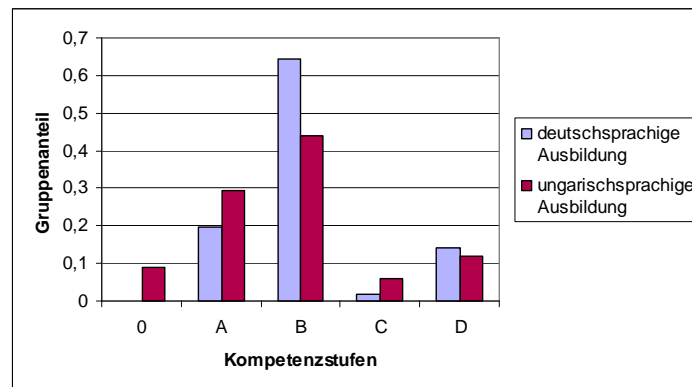


Abbildung 2: Bezüglich des Begriffs **Monotonie** erreichte Kompetenzstufen

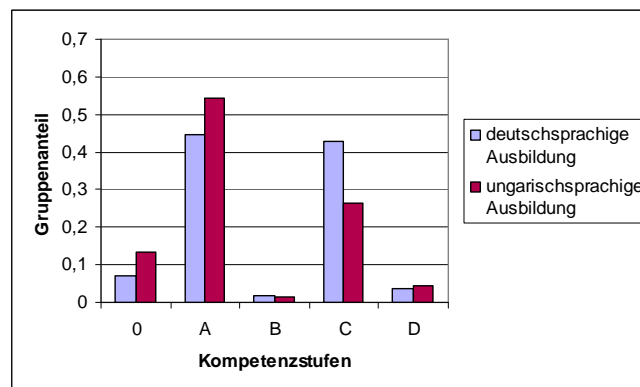


Abbildung 3: Bezüglich des Begriffs **Beschränktheit** erreichte Kompetenzstufen

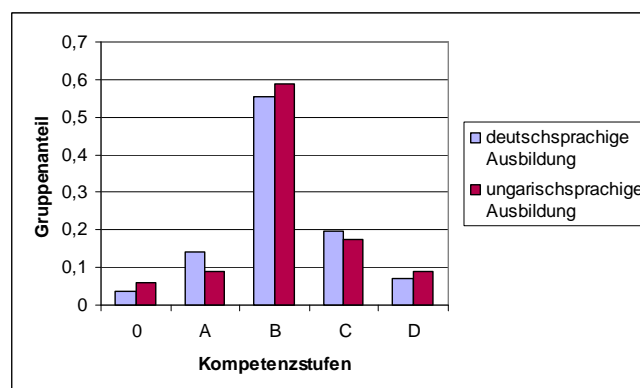


Abbildung 4: Bezüglich des Begriffs **Konvergenz** erreichte Kompetenzstufen

Die Untersuchung der Stabilität der neu erworbenen Begriffe ergab, dass es unter Probanden der deutschsprachigen Ausbildung prozentual mehr Studenten gab, die über einen stabilen Konvergenzbegriff verfügten, als unter Probanden der ungarischsprachigen Ausbildung (siehe Abbildung 5). Es

kann ebenfalls Gegenstand zukünftiger Forschungen sein, welche Ursachen dieses Phänomen haben kann.

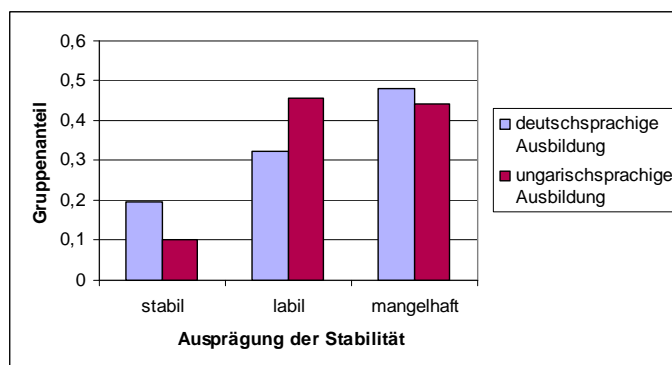


Abbildung 5: Stabilität des Konvergenzbegriffs

Im Rahmen der an der FSU Jena durchgeführten Fallstudie konnten in einem mehrschrittigen Prozess Verstehensschwierigkeiten beim englischsprachigen mathematischen Wissenserwerb zweier ungarischen Studenten diagnostiziert werden und es konnte überwiegend auch entschieden werden, ob diese Schwierigkeiten sprachlicher oder mathematischer Herkunft sind. Diese Ergebnisse wurden als Stütze für die Hypothese 2 interpretiert und sie wurde somit nicht verworfen.

Eine vergleichende Analyse der deutschen und ungarischen mathematischen Fachsprache, die sich in erster Linie auf die Fachsprache der Analysis beschränkte, zeigte, dass sowohl in der ungarischen als auch in der deutschen mathematischen Fachsprache Termini existieren, die weniger expressiv sind als die entsprechenden Fachausdrücke der jeweiligen anderen Sprache.

Es konnten ferner ungarische mathematische Termini ermittelt werden, deren Bedeutung durch die Kenntnis bestimmter – nicht unbedingt auf denselben Begriff bezogener – deutscher Bezeichnungen offensichtlicher wird. Es konnten darüber hinausgehend in beiden Sprachen Bezeichnungen ermittelt werden, deren Verständnis durch bestimmte intralinguale Phänomene, wie z. B. durch Interferenz oder fachsprachliche Mehrdeutigkeit erschwert wird, während dies auf die entsprechenden Bezeichnungen der anderen Sprache nicht zutrifft.

Es kann also angenommen werden, dass eine kontrastiv zweisprachige Thematisierung dieser Fachbegriffe und deren Bedeutungen im Rahmen des bilingualen Mathematikunterrichts zur Vermeidung der Interferenzen und zur Auswahl der richtigen Bedeutung aus mehreren fachsprachlichen Bedeutungen beitragen kann. Diese Ergebnisse wurde im Hinblick auf die Teilhypothesen 3.1. und 3.2. derart interpretiert, dass im deutsch-ungarischen Kontext die theoretische Möglichkeit besteht, durch eine be-

wusste zweisprachige Unterrichtsführung die kognitive Verarbeitung mathematischer Inhalte zu fördern, die Aussagen der Teilhypothesen wurden also auf theoretischer Ebene bestätigt. Ob sich diese Aussagen auch auf praktischer Ebene bestätigen lassen, erfordert wiederum weitere empirische Forschung.

## **D7. Einige weitere Ergebnisse und offene Fragen**

Anhand der obigen Behauptungen ist zu sehen, dass die durchgeführten Untersuchungen nicht nur solche Ergebnisse lieferten, die die von mir formulierten Hypothesen bestätigen bzw. in einem Fall zum Teil widerlegen, sondern sie ließen einige weitere Forschungsfragen entstehen. Es wurde schon darauf hingewiesen, dass Gegenstand zukünftiger Forschung sein kann, zu untersuchen, auf welche Gründe die ermittelten Ergebnisse zurückzuführen sind, beispielsweise die Untersuchung der Frage, warum Probanden der deutschsprachigen Ausbildung bei manchen Begriffen höhere, während bei anderen Begriffen niedrigere Kompetenzstufen erreichten als Probanden der ungarischsprachigen Ausbildung. Kann dies mit der Komplexität der Begriffe zusammenhängen oder spielen andere Faktoren bei diesem Phänomen eine Rolle? Ähnlich stellte sich auch die Frage, auf welche Ursachen die Beobachtung zurückzuführen ist, dass Probanden der deutschsprachigen Ausbildung – zu Ergebnissen bei den Kompetenzstufen scheinbar im Widerspruch stehend – über einen stabileren Konvergenzbegriff verfügen als Probanden der ungarischsprachigen Ausbildung. Ferner ergab sich die Frage, ob die auf theoretischer Ebene begründete kontrastive zweisprachige Unterrichtsführung auch in der Praxis zum genaueren Verstehen mathematischer Begriffe beitragen kann.

Über diese Fragen hinaus erbrachten die durchgeführten Untersuchungen einige weitere Ergebnisse, die weitere Zusammenhänge vermuten lassen; die Überprüfung dieser Vermutungen erfordert ebenfalls zukünftige Forschung. Im Folgenden werden diese Ergebnisse zusammengefasst:

1. Bei der Fallstudie an der BGF-KVIFK wurde in beiden Gruppen gefunden, dass unter den dargestellten Bedingungen das prozedurale Wissen eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für konzeptuelles Wissen darstellt. Es kann daher die Vermutung formuliert werden, dass in einer nichtfachspezifischen Mathematikausbildung an Fachhochschulen, also in einer Fachhochschulausbildung, in der Mathematik als Nebenfach unterrichtet wird, ferner in der in der Schwerpunkt im Unterricht auf Analysis liegt, das Verhältnis zwischen dem konzeptuellen und dem prozeduralen Wissen wie oben beschrieben charakterisiert werden kann. Es soll darauf verwiesen werden, dass die Bestätigung dieser

- Vermutung ein starkes Argument gegen den deduktiven Aufbau und eine deduktive Unterrichtsführung in diesem Kontext bedeuten würde.
2. In derselben Fallstudie war es auffallend, dass der Anteil derjenigen Probanden, die keine Teilaufgaben bearbeiteten, in der muttersprachlichen Ausbildung deutlich höher war als in der fremdsprachigen Ausbildung. Es wird vermutet, dass dieses Phänomen mit motivationalen Aspekten des Mathematikunterrichts und der Fachhochschulausbildung zusammenhängt.
  3. In der Fallstudie an der BGF-KVIFK war ebenfalls auffallend, dass sowohl die mutter- als auch die fremdsprachlich unterrichteten Probanden bei der Beschränktheit am wenigsten Erfolg aufwiesen. Es wird vermutet, dass dies ein von der Arbeitssprache unabhängiges Phänomen ist. Die Gründe für den relativ hohen Misserfolg sind m. E. auf den Aufbau der mathematischen Inhalte im vorangehenden Unterricht, oder eventuell auf die Zusammenstellung des Fragebogens zurückzuführen.
  4. Die Auswertung der Fehleranalyse bei der Fallstudie an der BGF-KVIFK zeigte, dass es im bilingualen Mathematikunterricht mehr Fehlerquellen gibt. Es wurde insbesondere gefunden, dass es bilingual Lernenden Schwierigkeiten bereitet, mathematische Inhalte aus dem einen Repräsentationsmodus in den anderen zu übersetzen (insbesondere aus symbolischem in sprachlichen) und mit komplexen Sachverhalten umzugehen. Diese Ergebnisse können als Zeichen für die Schwachstellen des bilingualen Mathematikunterrichts interpretiert werden, die darauf hinweisen, auf welche Bereiche während des Unterrichts besonders geachtet werden soll.
  5. In der Fallstudie an der FSU Jena konnten Verstehensschwierigkeiten im bilingualen Kontext diagnostiziert werden. Dabei wurden zwei Methoden verwendet, einerseits die Übertragung mathematischer Inhalte in verschiedene Repräsentationsmodi, andererseits die Einsetzung von Texten mit verschiedenem sprachlichem Schwierigkeitsgrad, aber mit demselben mathematischen Inhalt. Es wird daher die Vermutung formuliert, dass sich diese Methoden als geeignetes Mittel zur Diagnostik von Verstehensschwierigkeiten im bilingualen Mathematikunterricht erweisen. Ferner wurde gefunden, dass die Einsetzung von Texten mit verschiedenem sprachlichem Schwierigkeitsgrad auch zur Beseitigung mathematischer Schwierigkeiten beim fremdsprachlichen mathematischen Wissenserwerb beitrug. Demzufolge wird vermutet, dass durch eine sprachliche Abstufung der im bilingualen Mathematikunterricht eingesetzten Texte nicht nur sprachliche, sondern auch fachliche Schwierigkeiten beseitigt werden können. Diese Vermutungen erfordern ebenfalls weitere Untersuchungen.

6. Ebenfalls anhand der Ergebnisse der Fallstudie an der FSU Jena kann die Vermutung formuliert werden, dass Lernende mit einer hohen mathematischen Kompetenz aber einer niedrigen fremdsprachlichen Kompetenz fähig sind, sprachliche Schwierigkeiten zu überwinden, während Lernende mit einer hohen fremdsprachlichen, aber niedrigen mathematischen Kompetenz nicht fähig sind, mathematische Schwierigkeiten zu überwinden. Auch die Überprüfung dieser Vermutung erfordert natürlich weitere empirische Untersuchungen, es soll aber darauf hingewiesen werden, dass die Bestätigung dieser Vermutung bedeuten würde, dass im bilingualen Mathematikunterricht die mathematische Kompetenz eine größere Rolle spielt als die fremdsprachliche Kompetenz. Eine mögliche Folge wäre die Notwendigkeit der Überprüfung der Zulassungsbedingungen zum bilingualen Unterricht.
7. Bei der durchgeführten vergleichenden Analyse der deutschen und ungarischen mathematischen Fachsprache konnten in der deutschen sowie in der ungarischen mathematischen Fachsprache Begriffe gefunden werden, die über keine Entsprechung in der anderen Sprache verfügen. Dies wurde als Beleg für die Kulturabhängigkeit der Mathematik interpretiert.

## **D8. Zusammenfassung, Ausblick**

Es kann festgestellt werden, dass die durchgeführte Forschung grundlegende Fragestellungen bezüglich der bilingualen Mathematikdidaktik (einschliesslich Mathematikunterricht) untersuchte. Die Untersuchungen zeigten, dass es Unterschiede zwischen dem fremdsprachlichen und dem muttersprachlichen mathematischen Wissenserwerb gibt, sie verwiesen aber auch darauf, an welchen Stellen es sich lohnen könnte, von der herkömmlichen Mathematikdidaktik abzuweichen, um den bilingualen Mathematikunterricht effektiver gestalten zu können. An dieser Stelle möchte ich auf die tatsächlich zweisprachige Unterrichtsführung sowie auf die Verwendung mehrerer Repräsentationsmodi hinweisen. Das wichtigste Ergebnis der Forschung besteht m. E. darin, dass sie zu zahlreichen weiteren offenen Fragen führte, die als Ausgangspunkt für die zukünftige Forschung dienen können. Es wurden also weitere Forschungshypothesen bezüglich des bilingualen Mathematikunterrichts generiert. Somit wurde das primäre Ziel der vorliegenden Arbeit bereits erreicht. Es soll betont werden, dass auch ein breites empirisches Instrumentarium für den bilingualen Mathematikunterricht entwickelt wurde, auf welches zukünftige Forschungen auf diesem Gebiet zurückgreifen können. Ich denke an dieser Stelle an die Fallstudie an der BGF-KVIFK, in deren Rahmen

- Kompetenzstufen,
- prozedurales und konzeptuelles Wissen,
- Stabilität von Begriffen,
- Qualität und Quantität von begangenen Fehlern

empirisch verglichen wurden. Ebenfalls fruchtbar kann das diagnostische Verfahren, welches in der Fallstudie an der FSU Jena entwickelt wurde, in der Zukunft dienen. Einige Ergebnisse der Untersuchungen deuten auf von der Unterrichtssprache unabhängige Zusammenhänge hin, die neue Aspekte für die herkömmliche Mathematikdidaktik ergeben können. Somit wurde auch das sekundäre Ziel der durchgeführten Forschung verwirklicht, so wird sie insgesamt als erfolgreich bewertet.

## **E1. Motivations for the Topic**

In my thesis I dealt with a small portion of tertiary, non- major specific bilingual mathematics education.

This paper was induced – besides personal involvement – by deficiencies of the theoretical basis in practical, present-day bilingual education. Although bi- and multilingual education is present on all continents and there is barely any country in Europe where bilingual education is not elemental part of the system of education, at the moment it lacks its didactical background.

Since the essence of bilingual education of any subject is primarily the education of the subject itself, it is on the first place the subject-related didactics' task to support the didactics of the bilingual version. Therefore, it is essentially the task of mathematics education to contribute to a sound basis of bilingual mathematics instruction. The main goal of my research is to contribute to these fundamentals and to be starting point for further research with regard to bilingual mathematics education.

Furthermore, it turned out that the examination of bilingual mathematics education may give new impulse to conventional monolingual mathematics didactics. Among others it provides insight into cognitive processes governing the formation of mathematical concepts and the learning of mathematics. It also reveals the role and importance of terminology while teaching and learning mathematics. Hence, a secondary goal of my research was to enrich mathematics education with new aspects by the examination of bilingual mathematics education as far as possible.

It is justified in many ways, to study bilingual mathematics education at colleges, where the students' major is not mathematics. Non-subject-related mathematics instruction at colleges is focused on some clearly limited areas of mathematics: especially on calculus and probability. This type of mathematics instruction might lead to the formation of new concepts within these topics by starting from concepts from highschool mathematics and generalizing them. In this specific situation of instruction, if the existing conceptional basis was in the native language and additional knowledge was acquired in a foreign language, the influence of the foreign language on the process of learning mathematics, on the acquisition of new mathematical knowledge and on the formation of mathematical concepts can be examined in a simple learning environment.

## E2. Goals and Background of the Research

There has been education in foreign languages (in English and German) on the Faculty of Commerce, Catering and Tourism<sup>5</sup> of the Budapest Business School (furthermore: BGF-KVIFK) for more than fifteen years. The subject “*mathematics for economics*” is taught as part of the basic studies in all Hungarian language classes three times a week (1 lecture and 2 exercise courses) for two terms. Differing from this, mathematics for economics was taught in foreign language classes two times a week (lectures) for two terms until the academic year 2002/03 when the system of credit points was introduced. Since then this subject is taught uniformly in all classes and languages: three times a week for two terms. Besides this an additional, non-mandatory exercise course was offered on an experimental basis once a week in the academic year 2001/02 in the German language program. My research activity consists of two complementary parts:

1. Preparation, testing and evaluation of teaching materials for exercise courses of mathematics for economics in German (this course is non-mandatory in the academic year 2001/02, after the introduction of the system of credit points in 2002 mandatory) at BGF-KVIFK. The adaptation and continuous supervision of the curriculum, teaching materials and examination regulation of mathematics for economics while implementing the Bologna process and introducing the bachelor system in the German language program at BGF-KVIFK.
2. Having got acquainted with national and international research results concerning didactical problems of bilingual mathematics education, I also conducted theoretical and practical research on this field. Through these experiences, I could critically analyse and further develop existing research results. Furthermore, I adopted and applied empirical research methods from mathematical education in bilingual context.

The above mentioned activities were further supplemented by experiences gained in bilingual programs for the promotion of young talents. The over 15 years old German Academy for High School Students („Deutsche Schülerakademie”) has been organising summer schools in German language since 2003 whose participants are especially talented high school students from East Central Europe. I happened to lead there mathematics classes in 2005, 2006 and 2007 which gave me a chance to examine the process of gaining mathematical knowledge in a foreign language under circumstances fundamentally different from those in tertiary education and to deepen hereby my research results through these experiences. My re-

---

<sup>5</sup> Until December 1999: University of Applied Sciences for Commerce, Catering and Tourism

search was further supplemented by experiences acquired at Friedrich Schiller University in Jena, Germany (furthermore FSU, Jena) and by a case study conducted among Hungarian students there.

My research focused on bilingual mathematics education in institutions of higher education where the students' major is not mathematics, through which I tried to find answers to the following main questions and to develop diagnostic methods to answer them respectively:

- Can psychological, mathematical and linguistic components of learning bilingual mathematics be separated? If yes, how?
- In which cases do linguistic problems refer to deficient mathematical (and not linguistic) knowledge?
- Does the use of a foreign language effect the acquired mathematical knowledge and definitions? If yes, how?
- What are the special difficulties of bilingual mathematics education which can unambiguously be attributed to the use of that foreign language?
- Under which circumstances can the use of a foreign language be an advantage for mathematics instruction?

### **E3. Research Methods**

Beyond others, I applied the following methods during my research:

- Keeping up with relevant national and international literature, analysing and evaluating published results.
- Participating and holding of lectures at national and international conferences.
- Preparation, testing and evaluation of teaching materials for courses of mathematics for economics in the German language program at BGF-KVIFK.
- The adaptation of the curriculum, teaching materials and examination regulation of mathematics for economics during the introduction of the bachelor system in the German language program at BGF-KVIFK.
- Pedagogical inspection and collection of data.
- Experimental control group designed studies and evaluation.
- Conducting of interviews and case studies with university students who participated in bilingual mathematics instruction.
- Planning, testing and evaluating bilingual courses additional to the regular curriculum for the promotion of young talents.
- Consultation with colleagues who teach a bilingual subject, especially bilingual mathematics.

- Developing, applying and evaluating teaching methods specifically designed for bilingual instruction in German.
- Linguistic analysis, compare and contrast of mathematical texts in Hungarian and in German, course book analysis.

#### **E4. Research Hypotheses**

To approach my research questions in a scientific way a theoretical framework had been developed which referred to bilingual mathematics instruction in institutions of higher education where the students' major is not mathematics. The characteristics, goals of tertiary education play certainly a role in its organization being part of it. Changes of education, especially of higher education have an impact on it. Being part of mathematics instruction, bilingual mathematics instruction fits into its traditions, characteristics and goals.

Since I restricted my research mainly to the subject calculus it was consequent to review the importance, characteristics and the possible structures of the education of calculus courses within mathematics instruction. Additionally, I pointed out that calculus is not only a tool which is suitable to model and solve problems for example from economy but it may also provide with a view which helps to develop further important competences (key or workplace competences). On the example of BGF-KVIFK I examined the practical realization of the above mentioned points and also suggested ways of getting closer to the goals of calculus instruction by linking mathematical and economic problems more tightly. After this I returned to examine the students' side of bilingual mathematics instruction and reviewed the characteristics and levels of mathematical and foreign language competences. Moreover, I examined the cognitive components of mathematical knowledge. The latter I demonstrated on a model which unifies the hierarchical levels of learning and understanding (the so called Bloom's Taxonomy) with the theory of procedural and conceptual knowledge.

Furthermore, bilingual mathematics instruction at institutions of higher education is also a special form of teaching a subject, mathematics, in a foreign language. Therefore I reviewed additionally the history and characteristics of bilingual instruction in Europe and Hungary, the present situation of bilingual mathematics instruction in Europe and the related research.

On the basis of this theoretical background and of the survey of literature I specified the above defined research questions in form of three research hypotheses:

**1. Main hypothesis:**

The quality of mathematical knowledge is different if acquired in one's mother tongue or in a foreign language respectively.

I divided this hypothesis into three sub-hypotheses because the focus of my interest was the effect of the foreign language on the formation of mathematical concepts and on the cognitive processes of acquiring mathematical knowledge:

**1.1. Sub-hypothesis:**

The development of procedural and conceptual knowledge and their relation seem to differ if mathematical knowledge was acquired in one's mother tongue or in a foreign language respectively.

**1.2. Sub-hypothesis:**

The development of mathematical competences seems to differ if mathematical knowledge was acquired in one's mother tongue or in a foreign language respectively.

**1.3. Sub-hypothesis:**

The stability and clarity of mathematical concepts seem to differ if they were acquired in one's mother tongue or in a foreign language respectively.

**2. Main hypothesis:**

It can be found out whether difficulties of understanding in the course of bilingual mathematics instruction are of mathematical or linguistic nature.

**3. Main hypothesis:**

Controlled and reflected bilingual mathematics teaching method might help to improve the understanding of mathematical content which is to be acquired in the lesson.

I split up this hypothesis to the following two sub-hypotheses:

**3.1. Sub-hypothesis:**

The understanding of mathematical knowledge to be acquired in the course of bilingual mathematics instruction can be supported if we discover and purposely discuss in the lesson those mathematical concepts which can be defined more accurately in the foreign language than in one's mother tongue and vice versa.

### 3.2. *Sub-hypothesis:*

The understanding of mathematical knowledge to be acquired in the course of bilingual mathematics instruction can be supported if we discover and purposely discuss in the lesson those mathematical concepts whose understanding may be disturbed by linguistic factors (such as interference, ambiguous words) in one's mother tongue but these factors do not appear in the foreign language and vice versa.

## **E5. Research Process**

I conducted three different studies (two empirical and one theoretical) in order to examine the above mentioned hypotheses respectively.

The first case study was conducted by administering a mathematical test to freshmen at BGF-KVIFK in 2004 intended to examine the hypothesis *1*. I compared the test results in the field of sequences between students enrolled in the German and in the Hungarian language programs respectively. Thereby I tried to find out, whether

- the procedural and conceptual knowledge of students participating in the foreign language program differ from those of students in the Hungarian language program, and if yes, how;
- procedural and conceptual knowledge differ from each other like among students in the Hungarian language program;
- competence levels reached by these students differ from those in the Hungarian language program and if yes, to which extent;
- there is any difference between the stability of newly learned concepts in case of Hungarian and foreign language classes respectively.

Goal of a case study conducted at FSU, Jena in 2008 was to examine the hypothesis *2*. I conducted a case study in English with two Hungarian native speakers using a geometry test. Hereby, I tried to follow their difficulties of understanding and to find out whether they are rooted in mathematical or in linguistic deficiencies.

My third survey is of theoretical nature. I compared the Hungarian and German terminology – particularly with regard to calculus – from the point of view whether there are linguistic difficulties in these languages and whether getting acquainted with the terminology in the other language may help to understand the underlying mathematical concepts. In the comparison I focused on two major questions: Is there any mathematical terminology in Hungarian whose German counterpart is more accurate and can better express a certain concept and vice versa? Is there any mathematical terminology in Hungarian – in contrast to German terminology – which may hinder a person to understand the underlying mathematical concepts and vice versa?

## E6. Results with Respect to the Hypotheses

My research results partly or wholly supported the statements of all three hypotheses.

The results of the tests from my first case study at BGF-KVIFK revealed differences between the students from the German and the Hungarian language program respectively. However, a uniform tendency could not be identified. Students in the Hungarian language program were slightly more successful regarding procedural knowledge but their conceptual knowledge was all together considerably lower than that of students from the German language program (see figure 1). On the other hand, the relation between these two types of knowledge seemed to be identical in both groups; hence, there was a tendency in favour of the first part of sub-hypothesis 1.1. but not for the second part. Therefore, I accepted the first part and rejected the second one.

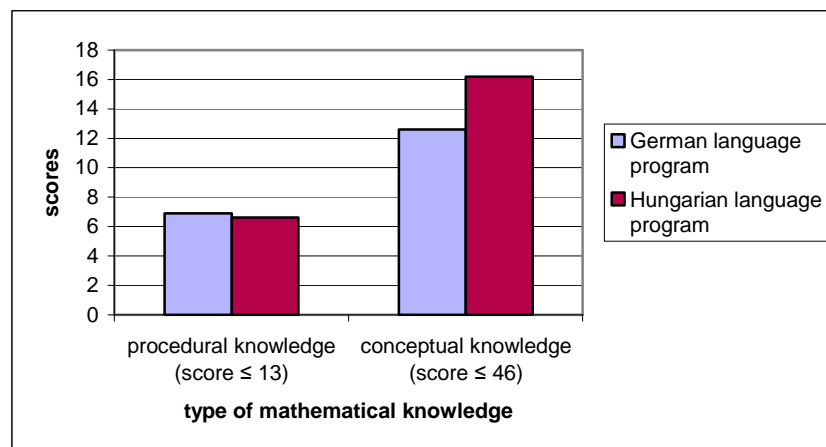


figure 1: Average procedural and conceptual results in the case study conducted at BGF- KVIFK

Furthermore, this case study yielded that students from the German language program achieved a much higher competence level in connection with certain concepts (monotony, boundedness see figures 2 and 3), but they performed slightly worse in respect to other concepts (as convergence see figure 4) than members of the Hungarian language program. Further research might reveal possible reasons behind this phenomenon. To put all together I see some evidence of sub-hypothesis 1.2.

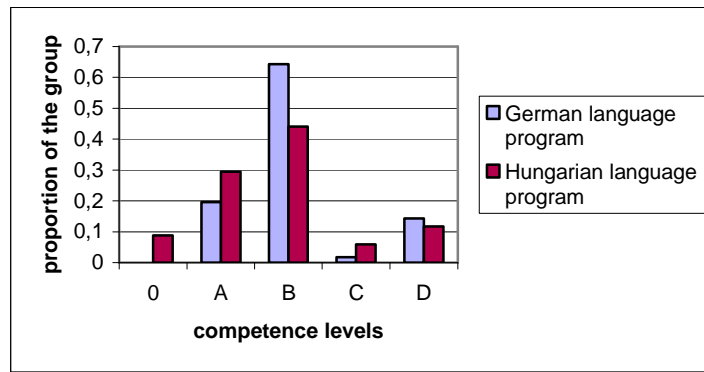


figure 2: Competence levels achieved with respect to the concept of **monotony**

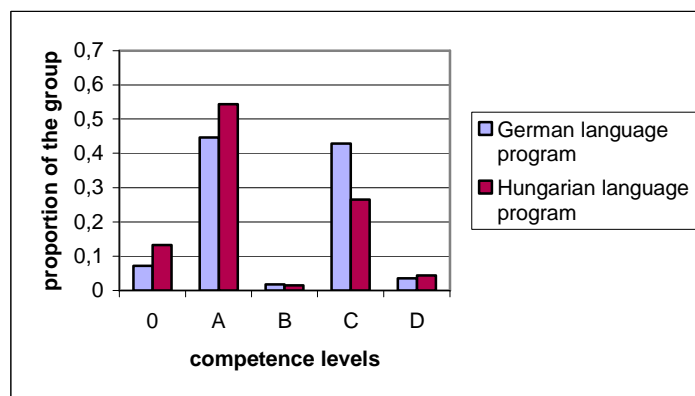


figure 3: Competence levels achieved with respect to the concept of **boundedness**

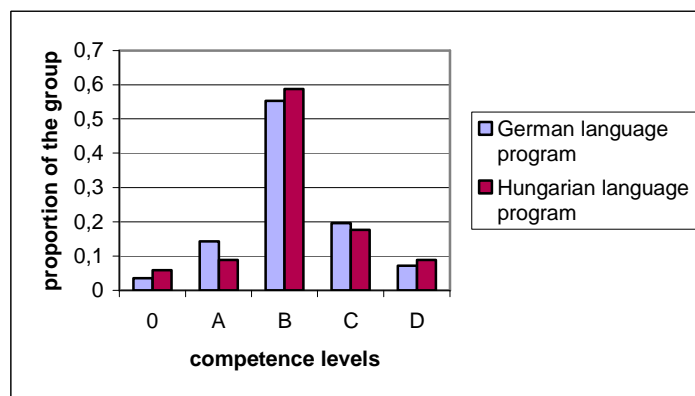


Figure 4: Competence levels achieved with respect to the concept of **convergence**

By analysing the stability of newly learned concepts I came to the result that there are relatively more students in the German language program than in the Hungarian one whose concept of convergence is stable (see figure 5). By additional research possible reasons behind this phenomenon could be found.

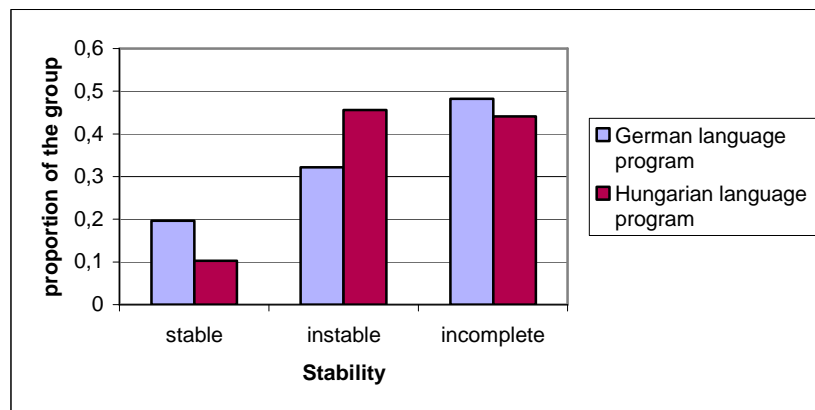


figure 5: **Stability** of the concept on convergence

I managed to find out difficulties of understanding in the course of the case study in a multi-level process conducted at FSU, Jena. These difficulties resulted within the process of acquiring mathematical knowledge by two students whose mother tongue is Hungarian. It could be decided throughout the examination to a great extent whether these difficulties are rooted in linguistic or mathematical deficiencies, supporting the hypothesis 2.

The comparison of Hungarian and German mathematical terminology – with the main focus on calculus – provided some evidence that there are terms in both, Hungarian and German mathematical terminologies, which clarify a certain concept less than the corresponding expression of the other language. I also found some Hungarian mathematical terms the meaning of which might become more obvious if appropriate German mathematical terms – not necessarily with respect to the same concept – are also known.

In addition to these, one could find Hungarian as well as German terms with understanding in that language was hindered by some linguistic factors such as interference within the terminology or ambiguity of the subject terminology when these are not characteristic of the corresponding expressions in the other language. Hence, it can be assumed that contrastive bilingual treatment of these words and their meanings in a course of bilingual mathematics instruction might diminish such interferences and may contribute to the choice of a correct meaning from a set of different meanings.

Based on all these results, I discovered with regard to sub-hypotheses 3.1. and 3.2. that *purposely bilingual* teaching methods in Hungarian-German context can theoretically support the understanding of mathematical concepts. Hence, the statements of these sub-hypotheses were theoretically approved. It requires additional empirical research to find out whether these statements are also true in practice.

## **E7. Some Further Results**

By virtue of the above comparison it can be seen that these completed researches did not only provide direct results which support (or in one case partly reject) my hypotheses but they also raise further questions to be examined. It has already been referred to that it can be the subject of new research to find out the reasons behind the obtained results. It can be analysed, for example, why students in the foreign language program reach higher or lower competence levels with regard to certain concepts respectively than students taught in their mother tongue. Is all this related to the complexity of concepts or are there other factors which influence this phenomenon? Similarly, the question was raised why students in the foreign language program had a more stable concept of convergence which seemingly contradicts research results related to competence levels. A further obvious research issue is to examine whether theoretically justified contrastive bilingual teaching methods in Hungarian-German context can support a more precise understanding of mathematical concepts in practice, too.

Above all these, the conducted examinations brought some additional results which foreshadow further connections. Their approval requires additional research, too. The results I gained until now are summarised as follows:

1. The case study conducted at BGF-KVIFK learned me for both groups that procedural knowledge is a necessary but not sufficient condition of conceptual knowledge. According to this, it can be assumed that this relation prevails concerning the involved topic of calculus for students who are enrolled in tertiary education where the students' major is not mathematics. This phenomenon is independent of the language of instruction. I would like to point out, that if this assumption could be verified it would be a serious argument against the present deductive structure of the involved course materials and the deductive teaching method.
2. In the same case study I discovered that the ratio of students who did not solve any part of the item with regard to mathematical concepts was clearly higher in the Hungarian language program than in the foreign language program. My assumption is that this fact may be related to students' motivation connected with higher education and learning mathematics.
3. It was striking that the students from the case study in Budapest were most unsuccessful in test items related to the concept of boundedness, no matter, whether they were taught in Hungarian or German. So this specific phenomenon seems to be independent of the language of

instruction. In my opinion, reasons for this might be sought in the structure of course materials, their teaching experience earlier by the class and in the construction of the test items.

4. An additional result of the case study at BGF-KVIFK approved that students participating in the foreign language program made more mistakes when solving mathematical problems than those in the Hungarian language program. A detailed analysis of these mistakes showed that it is especially problematic to transform symbolic mathematical relations into linguistic explanations and to use complex mathematical laws and relations. These facts can be interpreted as warnings that call attention to the weak points of bilingual mathematics instruction and show in which fields of instruction it is worth to be particularly careful.
5. In the case study from Jena I used concepts and relations of geometry in different modes of representation and texts of different linguistic difficulties. They turned out to be suitable tools to discover difficulties of understanding which occur in the learning process of mathematics in a foreign language. On this basis I assume that these methods can also be applied well in the field of teaching bilingual mathematics classes in order to discover specific difficulties of understanding. Furthermore, the use of texts in the case study differing according to difficulty of their linguistic levels contributed to eliminate certain mathematical and linguistic difficulties. Hence, it can be assumed that this method may become an efficient tool for bilingual mathematics instruction. These assumptions have to be further tested.
6. Further results of my case study in Jena led me assume that high mathematical competence may enable someone to bridge difficulties of understanding of linguistic origin in the course of a foreign language learning process. However, we will not be able to bridge our difficulties and deficiencies of mathematical nature if we only have high linguistic competence. Certainly, the approval of this assumption requires additional empirical research. Nevertheless, I would like to point out that a confirmation would also mean that mathematical competence play a more important role in bilingual mathematics instruction than linguistic competence. A possible consequence of this result can be that the input factors of bilingual education have to be checked.
7. By comparing Hungarian and German mathematical terminology I managed to discover such terms and thus concepts which are used only in one of these languages and do not have counterparts in the

other language. This fact approves opinions – which I also agree with – that mathematics depends on the given culture and therefore has different nuances in different languages.

## **E8. Summary, Perspectives**

It can be concluded that this conducted research dealt with fundamental questions related to bilingual mathematics instruction. The results showed that there are differences between acquiring mathematical knowledge in a foreign language or in someone's mother tongue. Additionally, they also revealed aspects when it is worth dissenting from conventional mathematics education in order to make bilingual mathematics instruction more efficient. At this point I would like to refer to real bilingual teaching in class and to the use of different modes of representation.

In my opinion, the most important outcome of my research besides the above mentioned is that the surveys raised a significant number of new questions. These can be starting points of future investigations, thus they may generate further research hypotheses with regard to bilingual mathematics instruction. So the present research reached its primary goal.

Additionally, it is important to point out that during my research I succeeded in developing practical diagnostic and cognitive methods with the help of which mathematical performances can be compared. One shall think of the methods developed in the case study at BGF-KVIFK which help to compare

- achieved competence levels with regard to mathematical concepts;
- procedural and conceptual knowledge accomplished within a given topic;
- the stability of newly learned mathematical concepts;
- the quantity and quality of mistakes made while solving the items.

Furthermore, the diagnostic method developed from the case study in Jena is also important. All these methods can be applied for future empirical research.

My studies also revealed some further results referring to relations independent of the language of instruction. Therefore, they can shed new light on mathematics education. Thus, the secondary research goal was achieved, hence, it can be deemed successful on the whole.

## **Publikációk / Publikationen / List of Publications**

### **REFERÁLT CIKKEK / REFERIERTE PUBLIKATIONEN / REFERRED PUBLICATIONS**

- [1] Szűcs, K. (2005): Theoretische Überlegungen zur Rolle und Funktion der Sprache im fremdsprachigen Mathematikunterricht – Ein Plädoyer für die Förderung der fremdsprachigen Fachsprachenkompetenz. In: Parisot, K.J. – Vásárhelyi, É. (2005): Positionen – Mathematikdidaktik in Entwicklung. Salzburg: Abacus Verlag, 203– 210.

### **TANKÖNYV, JEGYZET / BÜCHER, SKRIPTÉ / COURSE BOOKS, SCRIPTS**

- [2] Bánhalmi, Á. – Szenttelekiné, P.I. – Szűcs, K. (2007): Önellenző feladatgyűjtemény – Analízis. Budapest: Budapesti Gazdasági Főiskola.
- [3] Rejtő, K. – Szűcs, K. (2003): Wirtschaftsmathematik II. Wahrscheinlichkeitsrechnung – Aufgabensammlung. Budapest: Budapesti Gazdasági Főiskola Kereskedelmi, Vendéglátóipari és Idegenforgalmi Főiskolai Kar THM német nyelvű képzés.
- [4] Rejtő, K. – Szűcs, K. (2002): Wirtschaftsmathematik I. Analysis, Matrizenrechnung – Aufgabensammlung. Budapest: Budapesti Gazdasági Főiskola Kereskedelmi, Vendéglátóipari és Idegenforgalmi Főiskolai Kar THM német nyelvű képzés.

### **REFERÁLT KONFERENCIA KIADVÁNYOK / REFERIERTE KONFERENZBÄNDE / REFERRED CONFERENCE LECTURES**

- [5] Szűcs, K. (2009): Problemlösen in der wirtschaftsmathematischen Ausbildung. In: Beiträge zu Mathematikunterricht, Oldenburg, (in Druck).
- [6] Szűcs, K. (2008): Vergleichende Analyse der kognitiven Leistung von mutter- bzw. fremdsprachig unterrichteten Kursgruppen im Bereich der Analysis. In: Beiträge zu Mathematikunterricht, Budapest, S. 753-756.
- [7] Szűcs, K. (2007): Verkettete Funktionen und die Kettenregel. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Berlin, S. 941-944.
- [8] Szűcs, K. (2006): Untersuchung der Reichweite der allgemeinen fremdsprachlichen Lesekompetenz in mathematischer Lernumgebung – Eine Fallstudie an der Budapester Wirtschaftshochschule. In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Osnabrück. S. 517-520.

### **NEMREFERÁLT KONFERENCIA KIADVÁNYOK / NICHTREFERIERTE KONFERENZBÄNDE / NON-REFERRED CONFERENCE LECTURES**

- [9] Szűcs, K. (2006): Az általános idegennyelvű olvasásértési kompetencia matematikai környezetben történő használhatóságának/ elegendőségének vizsgálata – A Budapesti Gazdasági Főiskolán végzett esettanulmány ismertetése. Főiskolák Matematika, Fizika és Számítástechnika Oktatóinak XXX. Országos Konferenciája, Pécs, CD-ROM-Publikation.
- [10] Szűcs, K. (2005): A nyelv szerepe az idegen nyelvű matematikaoktatásban – Védőbeszéd az idegen nyelvű szaknyelvi kompetencia fejlesztése mellett. In: BGF Tudományos Évkönyv, Budapest, S. 341– 348.
- [11] Szűcs, K. – Szontagh, K. – Sternerné, V. Á. (2002): Szemléltetés vagy szemfényvesztés? CD-ROM-os szemléltetés a nem szakirányú főiskolai matematikaokta-

tásban. Főiskolák Matematika, Fizika és Számítástechnika Oktatóinak XXVI. Országos Konferenciája, Szombathely, CD-ROM-Publikation.

#### **KONFERENCIA ELŐADÁSOK / KONFERENZVORTRÄGE / CONFERENCE LECTURES**

- [12] Szűcs, K. (2009): Problemlösen in der wirtschaftsmathematischen Ausbildung. GDM-Tagung, Oldenburg.
- [13] Szűcs, K. (2008): Vergleichende Analyse der kognitiven Leistung von mutter- bzw. fremdsprachig unterrichteten Kursgruppen im Bereich der Analysis GDM-Tagung, Budapest.
- [14] Szűcs, K. (2007): Verkettete Funktionen und die Kettenregel. GDM-Tagung, Berlin.
- [15] Szűcs, K. (2007): A BGF-KVIFK-n szervezett tehetségdonozó matematika kurzus bemutatása. BGF-KVIFK Módszertani Szimpóziuma, Budapest.
- [16] Szűcs, K. (2006): Untersuchung der Reichweite der allgemeinen fremdsprachlichen Lesekompetenz in mathematischer Lernumgebung – Eine Fallstudie an der Budapester Wirtschaftshochschule. GDM-Tagung, Osnabrück.
- [17] Szűcs, K. (2006): Az általános idegennyelvű olvasásértési kompetencia matematikai környezetben történő használhatóságának/ elegendőségének vizsgálata – A Budapesti Gazdasági Főiskolán végzett esettanulmány ismertetése. Főiskolák Matematika, Fizika és Számítástechnika Oktatóinak XXX. Országos Konferenciája, Pécs.
- [18] Szűcs, K. (2005): Az általános idegen nyelvű olvasásértési kompetencia matematikai környezetben történő használhatóságának/ elegendőségének vizsgálata – A III. Nemzetközi Nyári Diákkadémián végzett esettanulmány ismertetése. III. Felvidéki Matematika-Didaktikai PhD-konferencia, Révkomárom.
- [19] Szűcs, K. (2005): Theoretische Überlegungen zur Rolle und Funktion der Sprache im fremdsprachigen Mathematikunterricht – Ein Plädoyer für die Förderung der fremdsprachigen Fachsprachenkompetenz. Doktorandenseminar: Salzburg 2004, Salzburg.
- [20] Szűcs, K. (2005): A nyelv szerepe az idegen nyelvű matematikaoktatásban – Védőbeszéd az idegen nyelvű szaknyelvi kompetencia fejlesztése mellett. Magyar Tudomány Napja, Budapest.
- [21] Szűcs, K. (2003): Schwierigkeiten im nichtfachspezifischen fremdsprachigen, aber auf muttersprachlichem Basiswissen basierenden Mathematikunterricht im Hochschulbereich. Doktorandenseminar: Salzburg 2003, Salzburg.
- [22] Szűcs, K. (2002): Szemléltetés vagy szemfényvesztés? CD-ROM-os szemléltetés a nem szakirányú főiskolai matematikaoktatásban. Főiskolák Matematika, Fizika és Számítástechnika Oktatóinak XXVI. Országos Konferenciája, Szombathely.

#### **EGYÉB PUBLIKÁCIÓK / SONSTIGE PUBLIKATIONEN / OTHER PUBLICATIONS**

- [23] Nagy, Gy. - Holló-Szabó, F. – Szűcs, K. (2008): Was ist KöMaL? GDM-Tagung, Budapest.
- [24] Felber, M. – Sternerné, V. Á. – Szűcs, K. (2003). Az elsőéves nappali tagozatos hallgatók körében végzett kérdőíves vizsgálat eredményei. Főiskolák Matematika, Fizika és Számítástechnika Oktatóinak XXVII. Országos Konferenciája, Székesfehérvár.