

Doktori (PhD) értekezés tézisei

**Metakognitív tevékenységek vizsgálata
középiskolások matematikai
problémamegoldásának kivitelezési és ellenőrzési
szakasza során**

Kiss Márton

Témavezető: Herendiné Dr. Kónya Eszter



DEBRECENI EGYETEM

Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2024

Bevezetés

A dolgozat kiindulópontja az a tapasztalat volt (Kiss, 2017; Kiss & Kónya, 2018), hogy a tanulók többsége matematikából nagyon ritkán ellenőrzi az általa elvégzett munkát és annak eredményét a problémamegoldás során. Ez azt jelenti, hogy az ilyen tanulók nem maradnak kapcsolatban a szöveggel, nem ellenőrzik a lépéseket, az eredményeket, és nem értékelik azokat sem menet közben, sem a „kész” állapotban. Ez tanulási és tanítási probléma is. A tanulók nem ismerik az említett tevékenységek jelentőségét és nincsenek azokhoz hozzászoktatva. Ebben a dolgozatban középiskolás tanulók nyomon követő (monitoring) és ellenőrző (control) tevékenységeit vizsgáltuk a problémamegoldás (Lester, 1985) kivitelezési és ellenőrzési szakaszában. Az említett tevékenységek mint metakognitív tevékenységek, a kognitív folyamatok és azok eredményeinek dinamikus nyomon követését és ellenőrzését végzik. A matematikai problémamegoldás egyes nehézségei pedig többnyire a gyenge metakognitív tevékenységekkel hozhatók összefüggésbe (Lester, 1985; Silver, 1985; Schoenfeld, 1985, 1987).

A dolgozat felépítése

Az 1. fejezetben a nyomon követő és ellenőrző tevékenységekhez mint metakognitív tevékenységekhez kapcsolódó elméleti áttekintést mutattuk be. Ennek az összeállításnak a metakogníció és a matematikai problémamegoldás főbb szakirodalmának az alkalmazható összekapcsolása volt a célja. Tárgyaltuk a problémamegoldás szerepét a gondolkodásra nevelésben, a metakogníció elméleti modelljeit és összetevőit, majd a metakogníció és a matematikai teljesítmény, illetve a problémamegoldás viszonyára vonatkozó ismereteket mutattuk be. Hangsúlyos volt néhány problémamegoldó modell bemutatása és a modellekben szereplő metakognitív elemek megismerése. Ezek után szó

volt még a metakogníció matematikai szempontból történő fejlődéséről és tanításáról, majd a metakogníció mérésére alkalmas módszerekről.

A 2. fejezetben a kutatási kérdéseket és a kutatásaink körülményeit foglaltuk össze. A dolgozatunkban négy kutatásunk szerepel, amik a tanulói nyomon követő és ellenőrző tevékenységek ösztönzését és megfigyelését elemezték. Ezeket a kutatásokat a 3-6. fejezetekben mutattuk be.

A dolgozat 3. fejezetében ismertetett kutatásunkkal 111 fő 9. osztályos tanuló az önálló írásbeli problémamegoldás kivitelezési és ellenőrzési szakaszában végzett nyomon követő és ellenőrző tevékenységeinek jellemzőibe akartunk betekintést nyerni. Egy kombinatorikai problémát tartalmazott az általunk szerkesztett feladatlap, amelyen írásbeli utasításban kértük a tanulóktól a megoldásuk lépéseinek indoklását, utána pedig az írásbeli ellenőrzést a megoldásuk helyességét illetően. A kombinatorikai problémák többsége nem oldható meg mechanikusan, hanem kritikai gondolkodást igényel, így aktiválja a metakognitív tevékenységeket, a stratégiai tervezést, ezáltal javíthatja a matematikai teljesítményt (Csíkos et al., 2012). Megfigyeléseinket nem előzte meg semmilyen célzott beavatkozás vagy fejlesztés ezen a területen.

A 4. fejezetben egy akciókutatást mutattunk be, amelyet egy matematikából átlagos teljesítményű 9. osztályban hajtottunk végre. Egy fejlesztő kísérletet valósítottunk meg, amelynek célja az volt, hogy felülírja a vizsgált osztályban azokat a meggyőződéseket, miszerint: Minden matematikai feladatnak van megoldása, és pontosan egy megoldása van (Schoenfeld, 1992). A kutatásunkban a tanulók fejlődésének mértékét vizsgáltuk, illetve azt, hogy a meggyőződés milyen hatással van a tanulók írásban megnyilvánuló nyomon követő és ellenőrző tevékenységeire az adott problémák megoldása során.

Az 5. fejezetben egy 29 fős 11-12. osztály tanulóinak metakognitív tevékenységeit akartuk kiváltani és vizsgálni a problémamegoldás ellenőrzési szakaszában az úgynevezett „hangosdolgozatok” által. Az

online oktatás alatt az említett osztályban a tanulók számonkérése abból állt, hogy az írásbeli megoldások mellett hangfelvételt is kellett készíteni, amiben röviden elmagyarázták a diákok az egyes feladatok megoldását. A hangosdolgozat értékes eszköznek tűnik a diákok nyomon követő és ellenőrző tevékenységeinek ösztönzésére és megfigyelésére, mivel a feladat írásbeli megoldása utáni szóbeli magyarázat a tanulókat a problémamegoldási folyamat újragondolására kényszerítette, lehetőséget teremtve az ellenőrzésre és a reflexióra (Mason et al., 1982/2010).

A 6. fejezetben leírt kutatásunk a nyomon követő és ellenőrző tevékenységek megjelenését vizsgálta középiskolai tanítási gyakorlatukat töltő, végzős, matematika szakos tanárjelöltek óráin a frontális munka során. Hét tanárjelölt óráját elemeztük, abból a szempontból, hogy egy általunk kiemelt órarészletben hogyan kezdeményeztek és kezeltek a tanulókat nyomon követő és ellenőrző tevékenységekre ösztönző helyzeteket, és hogy mennyire sikerült bevonni a diákokat a beszélgetésbe. Ezek az osztálybeszélgetések a diákok önálló problémamegoldását követően történtek, annak eredményeit tárgyalták, vagyis elsősorban a problémamegoldás ellenőrzési szakaszára összpontosítottak. Kutatásunk olyan órarészleteket vizsgált, amelyben lehetősége volt a tanulóknak a hibakeresésre vagy hibaelemzésre. Megfigyeléseinket nem előzte meg célzott beavatkozás vagy fejlesztés ezen a területen a tanárjelöltek és a diákok szempontjából sem.

Válaszok a kutatási kérdésekre, az eredmények bemutatása

A fő kutatási kérdéseket további 2-3 alkérdés segítségével válaszoltuk meg.

K1. Hogyan jelenik meg a tanulók nyomon követő és ellenőrző tevékenysége az írásbeli problémamegoldás kivitelezési és ellenőrzési szakasza során?

K1.1. Milyen jellegű ellenőrző tevékenységeket végeznek a tanulók írásban?

Nagyon kevesen, de voltak, akik ellenőrzésként másik módszerrel oldották meg a feladatot. Többen igyekeztek áttekintést adni a teljes megoldási folyamatukról. A legtöbben viszont felszínes ellenőrzésekkel próbálkoztak, azaz, vagy csak néhány lépését ellenőrizték a megoldási folyamatnak, vagy egy műveletsort számoltak újra, vagy néhány példát soroltak fel a szóba jöhető számok közül. A mintában szereplő tanulók majdnem fele viszont nem adott írásbeli ellenőrzést. Közöttük voltak olyanok, akik nem hagyták üresen ezt a részt, hanem megjegyezték, hogy biztosak a megoldásuk helyességében vagy éppen bizonytalanok benne. A kapott eredmény realitását senki sem értékelte írásban, vagyis nem vizsgálták, hogy valóban elképzelhető-e, hogy annyi szám elégíti ki a feladat feltételeit, amit eredményül kaptak.

K1.2. Van-e különbség az ellenőrző tevékenységek minőségében a megoldás helyességétől függően?

A megoldás helyességének függvényében nem volt szignifikáns különbség abban, hogy milyen típusú ellenőrzést választottak a tanulók. A megoldás helyességétől függetlenül minden megoldástípus esetén a felszínes ellenőrzést végzők vagy a nem ellenőrzők voltak többségben.

K1.3. Észreveszik-e a tanulók az elkövetett hibát és tudják-e azt javítani?

A helyes vagy lényegében helyes megoldók között nagyobb volt az aránya azoknak, akiknél a megoldás folyamán olyan áthúzás történt, ami befolyásolta az eredményt. Összességében pedig a diákok valamivel több mint felére volt jellemző, hogy észrevettek egy hibát, áthúzták és javítani próbálták azt. Tehát a nyomon követő és ellenőrző tevékenységeknek van írásbeli bizonyítéka. A helyes vagy lényegében helyes megoldók sem feltétlenül úgy jöttek rá a helyes megoldásra, hogy közben nem vétettek volna valamilyen hibát. Náluk stabilabb volt a tárgyi tudás és hatékonyabban működtek a nyomon követő és

ellenőrző tevékenységek. Az utólagos ellenőrzésre való utasításunkhoz tartozó rész kidolgozása a tanulók jelentős többségénél nem mutatta azt a minőséget (ha egyáltalán írtak oda valamit), ami alkalmas lett volna a megoldásuk ellenőrzésére.

K2. Hatással van-e a nyomon követő és ellenőrző tevékenységekre az a metakognitív tudás, hogy egy feladatnak több, ezen belül akár ellentmondást tartalmazó megoldása is lehet?

K2.1. Kialakítható-e egy adott témakör tanítása során az a metakognitív tudás, hogy egy feladatnak több, akár ellentmondást tartalmazó megoldása is lehet?

Az eredmények alapján a kezdeti egy diákhöz képest a vizsgált tanulók közel felénél volt megfigyelhető a fejlesztés során vagy után az említett metakognitív tudás. A tanulók majdnem fele az utó- és késleltetett tesztnél már tudatosan kereshette a több esetet, mert annak ellenére, hogy találtak egy megoldást, további esetet is vizsgáltak. Az ellentmondást kevesen tudták megindokolni, de annak felismerését és megoldásként való kezelését is sikerként tartjuk számon.

K2.2. Milyen nyomon követő és ellenőrző tevékenységek figyelhetők meg egy olyan feladat megoldása során, amelynek több, akár ellentmondást is tartalmazó megoldása van?

A több esetet vagy ellentmondást tartalmazó megoldások alkalmas terepet nyújtottak a tanulók nyomon követő és ellenőrző tevékenységeinek megnyilvánulására. Erre a több eset vagy ellentmondás észrevételéből, illetve a tanulók munkáiban megfigyelt áthúzásokból következtettünk. Az ellentmondás értelmezése, vagyis egy kognitív folyamat eredményének értékelése gyakran tapasztalható volt a tanulók írásbeli munkáiban, attól függetlenül, hogy az általuk kapott ellentmondás matematikailag helyes vagy helytelen volt. Annak mérlegelése, hogy lehet-e több megoldása a feladatnak, a kognitív folyamat feldolgozásával kapcsolatos nyomon követő és ellenőrző

tevékenységeket igényelte. Ilyenre is láttunk több példát, akár úgy, hogy a tanulók egy eset után még további megoldást kerestek, akár úgy, hogy néhány tanuló (tévesen) elvetette a további megoldás(oka)t.

K3. Hogyan tükröződnek a nyomon követő és ellenőrző tevékenységek az írásbeli problémamegoldást követő szóbeli magyarázatban?

K3.1. Azonosíthatók-e nyomon követő és ellenőrző tevékenységek a szóbeli magyarázat által adott többletinformációkban?

A nyomon követő és ellenőrző tevékenységeket három többletinformáció-típushoz társítottuk: A megoldás egy lépésének indoklásához (lépés), a választott stratégia vagy modell magyarázatához (gondolatmenet), az eredmény értékeléséhez és ellenőrzéséhez (eredmény). Az előbbi kettő a kognitív feldolgozás nyomon követését és ellenőrzését, az utóbbi pedig elsősorban a kognitív feldolgozás eredményének értékelését és ellenőrzését, mint metakognitív tevékenységeket igényli. A szóbeli magyarázatokban nagy számban jelentek meg az írásbeli megoldáshoz képest többletinformációk. Mindhárom típusra találhatók példák, de a legtöbb a megoldás modelljére, egy teljes gondolatmenetre vonatkozott. Ez azt jelzi, hogy a szóbeli magyarázatok alkalmasak arra, hogy a tanulóknak nyomon követő és ellenőrző tevékenységeket váltsanak ki, és arra is, hogy a kiváltott tevékenységeket tanárként, kutatóként megfigyelhessük.

K3.2. Függ-e a szóbeli magyarázatban azonosított nyomon követő és ellenőrző tevékenységek mennyisége és típusa a feladatok témakörétől?

Igen, a két dolgozatnál megjelenő többletinformációk és ezáltal a nyomon követő és ellenőrző tevékenységek mennyisége és típusa eltérő mintázatot mutat a két témakörben, és a feladattípusokban is. A kombinatorika dolgozathoz kapcsolódó többletinformációk elsősorban a teljes gondolatmenetre vonatkoztak, míg a mértani sorozat dolgozatban nagyobb számban voltak jelen a lépés és az eredmény típusú

többletinformációk. Ez arra utal, hogy az utóbbi témakörben az ellenőrző tevékenységnek hangsúlyosabb szerep jut. Ezen kívül a feladatok típusa (rutin vagy probléma) is befolyásolta a többletinformációk számát és típusát. A problémáknál több és változatosabb többletinformációkat azonosítottunk.

K3.3. Függ-e a szóbeli magyarázatban azonosított nyomon követő és ellenőrző tevékenységek mennyisége a tanulók írásbeli teljesítményétől?

A kombinatorika dolgozatban függ, a mértani sorozat dolgozatban nem függ a szóbeli magyarázatban azonosított nyomon követő és ellenőrző tevékenységek mennyisége a tanulók írásbeli teljesítményétől. Tehát a tapasztalataink azt mutatják, hogy erre a kérdésre adható választ a témakörtől függően lehet megadni. A kombinatorika dolgozatnál elért nagyobb írásbeli pontszám a többletinformációk számának növekedésével járt együtt. A mértani sorozatot felölöző dolgozatnál viszont azok a tanulók adták a legtöbb plusz információt a szóbeli magyarázatban az írásbeli munkákhoz képest, akiknek a pontszámai közel voltak az átlaghoz. A módszer létjogosultságát mutatja, hogy a módszer révén feltárható metakognitív tevékenységek hozzájárulhatnak a nem kiemelkedő teljesítményű tanulók gondolkodásmódjának megismeréséhez, így az esetleges gondolkodási hibák javításához is.

K4. Hogyan jelennek meg a tanulói nyomon követő és ellenőrző tevékenységek a tanárjelöltek óráinak frontális szakaszaiban?

K4.1. Előfordulnak-e tanulói nyomon követő és ellenőrző tevékenységek kiváltására alkalmas helyzetek a tanárjelöltek óráinak frontális szakaszaiban?

Igen, egy tanárjelölt órarészletét kivéve, több olyan helyzetet is azonosítottunk egy-egy órarészletben, amelyek kiválóan alkalmasak voltak arra, hogy abból tanulói nyomon követő és ellenőrző

tevékenység bontakozhasson ki. Az alkalmas helyzeteket vagy a tanárjelölt (többnyire) tudatosan, vagy a diákok spontán váltották ki.

K4.2. Ha igen, hogyan kezeli a tanárjelölt ezeket a helyzeteket?

Az esetek valamivel több mint felében sikerült nyomon követő és ellenőrző tevékenységre ösztönözni tanulót. Ugyanakkor ezek közül sok eset többet ígért annál, mint ami megvalósult, vagyis több helyzetet metakognitív szempontból értékesebben ki lehetett volna használni.

K4.3. Milyen tényezők befolyásolhatják a tanulói nyomon követő és ellenőrző tevékenységek megjelenését az osztálytermi megbeszélésben a tanárjelöltek óráin?

A tanulói nyomon követő és ellenőrző tevékenység összefüggést mutatott a párbeszéd típusával (tanár-diák, diák-diák vagy tanár-tanár, azaz önválasz), valamint a tanárjelöltek megnyilvánulásainak diszkurzív vagy negatív diszkurzív voltával. További, a dolgozatban részletesen nem elemzett tényezőnek tűnik a tanárjelölt matematikai háttere, kérdéskultúrája, és az óra közvetlen irányításának mértéke.

Saját eredmények

1. kutatás:

- A tanulók ellenőrző tevékenységeinek típusa független a megoldásuk minőségétől.

2. kutatás:

- A több esetet vagy ellentmondást tartalmazó megoldások alkalmas terepet nyújtottak a tanulók nyomon követő és ellenőrző tevékenységeinek írásbeli megnyilvánulására. Ehhez kapcsolódóan az általunk induktívan felállított fejlődési szintek vizsgálata, használható módszer a tanulók aktuális és lehetséges fejlődési szintjeinek vizsgálatára.

3. kutatás:

- A hangosdolgozatok módszere alkalmas volt a tanulók nyomon követő és ellenőrző tevékenységeinek ösztönzésére és megfigyelésére. Az általunk kért szóbeli magyarázatok a tanulók írásbeli munkáihoz képest jelentős többletinformációval szolgáltak a tanulók gondolkodásáról.
- A két dolgozatnál (kombinatorika és mértani sorozat) megjelenő többletinformációk és ezáltal a nyomon követő és ellenőrző tevékenységek mennyisége és típusa eltérő mintázatot mutatott a két témakörben, és a feladattípusokban (rutin vagy probléma) is.
- A kombinatorika dolgozatban függött, a mértani sorozat dolgozatban nem függött a szóbeli magyarázatban azonosított nyomon követő és ellenőrző tevékenységek mennyisége a tanulók írásbeli teljesítményétől.

4. kutatás

- Szükség van a tanárjelöltek képzésére a tanulói metakognitív tevékenységek órai megvalósítása és kibontakoztatása terén.

További kutatási lehetőségek

A jövőben az 1. kutatás módszerét tervezzük kipróbálni nagyobb mintán és más témakörökben is, illetve célunk a 9. évfolyam után a 12. évfolyamos tanulók nyomon követő és ellenőrző tevékenységeinek megfigyelése az alkalmazott módszerrel.

A 2. kutatásban bemutatott fejlesztő kísérletet más osztályokban és más tanárokkal is megvalósítanánk kontrollcsoportok bevonásával.

A 3. kutatásban két dolgozatnál alkalmaztuk a módszerünket, ami hozott a témakörtől függő eredményeket. Elsődleges célunk különböző témakörök területén folytatni a tapasztalatszerzést. Másrészt a 12. évfolyamos korosztály mellett a 9-es tanulók szóbeli magyarázatait is vizsgálnánk és bővítenénk a mintánkat.

A 4. kutatásnál a további irányokat elsősorban a nagyobb tapasztalattal rendelkező gyakorló tanárok hasonló körülmények közötti megfigyelése és bizonyos mértékű felkészítés hatásának a megfigyelése jelentik.

Irodalom

- Csíkos, C., Szitányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 47–65. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9360-z>
- Kiss, M. (2017). *A megértés és a memória szerepe a problémamegoldás módszerének kiválasztásában* [OTDK-dolgozat].
- Kiss, M., & Kónya, E. (2018). Mi a sorsa egy megtanított ismeretnek? In P. Markó (Ed.), *„Használni akartam, nem tündökölni”* (pp. 163–175). Druk-ker Kft.
- Lester, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 41-69). Lawrence Erlbaum Associates.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982/2010). *Thinking mathematically* (2nd ed.). Pearson.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (Ed.). (1987). What's all that fuss about metacognition? In *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189–215). Lawrence Erlbaum Associates.

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). Macmillan Publishing.
- Silver, E. A. (Ed.). (1985). Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and needed directions. In *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 247–266). Lawrence Erlbaum Associates.



Nyilvántartási szám: DEENK/428/2024.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Kiss Márton

Doktori Iskola: Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

MTMT azonosító: 10078149

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Magyar nyelvű könyvrészletek (1)

1. **Kiss, M.:** Fejlesztőkísérlet matematikaórán egy meggyőződés felülírására.

In: Új kutatások a neveléstudományokban 2021 : A neveléstudomány válaszai a jövő

kihívásaira. Szerk.: Molnár Gyöngyvér, Tóth Edit, Szegedi Tudományegyetem

Neveléstudományi Intézet ; Budapest : MTA Pedagógiai Tudományos Bizottság, Szeged, 54-72, 2022. ISBN: 9789633068960

Idegen nyelvű, külföldi könyvrészletek (1)

2. **Kiss, M.,** Herendiné Kónya, E.: Do students analyze and evaluate the result of their problem solving activity?

In: Critical thinking in mathematics: perspectives and challenges. Ed.: Božena Maj-Tatsis;

Konstantinos Tatsis, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów, 143-152, 2021.

ISBN: 9788379969036

Idegen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (1)

3. **Kiss, M.,** Herendiné Kónya, E.: Is it possible to develop some elements of metacognition in a Mathematics classroom environment?

Teach. math. comput. sci. 18 (3), 123-132, 2020. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2020.0485>

Idegen nyelvű konferencia közlemények (2)

4. **Kiss, M.,** Ambrus, A.: How students control their work in mathematical problem-solving process.

In: Problem Solving and Problem Posing : Perspectives and Potentials in Research and

Practice : Proceedings of the 22th ProMath conference from August 22-24, 2022 in

Thessaloniki / eds I. Papadopoulos, N. Patsiala, Aristotle University of Thessaloniki,

Thessaloniki, 113-123, 2023. ISBN: 9789602437360





5. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Written test with oral explanation during the pandemic.
In: Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 12), Feb 2022, Bozen-Bolzano, Italy. Eds.: Jeremy Hodgen; Eirini Geraniou; Giorgio Bolondi; Federica Ferretti, European Society for Research in Mathematics Education (ERME), Bozen, 3835-3842, 2022. ISBN: 9791221025378

Idegen nyelvű absztrakt kiadványok (1)

6. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Analysis of metacognitive activities in pre-service teachers' lessons: case study.
In: Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13). Eds.: Drijvers P.; Csapodi C.; Palmér H.; Gosztonyi K.; Kónya E, Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest, 3602-3603, 2024. ISBN: 9789637031045

További közlemények

Magyar nyelvű könyvrészletek (1)

7. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Mi a sorsa egy megtanított ismeretnek?
In: Használni akartam, nem tündökölni : a 75 éves Ambrus András tiszteletére közölt tanítványai, tisztelői. Szerk.: Szentgyörgyiné Szlovák Mária, Prentun TS Kft., Budapest, 163-175, 2018.
ISBN: 9786150016368

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudománymetriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2024.08.22.



Short thesis for the degree of doctor of philosophy (PhD)

**Study of metacognitive activities during the
execution and verification phases of mathematical
problem solving in secondary school students**

by Márton Kiss

Supervisor: Herendiné Dr. Kónya Eszter



UNIVERSITY OF DEBRECEN

Doctoral School of Mathematical and Computational
Sciences

Debrecen, 2024

Introduction

The starting point for this paper was the experience (Kiss, 2017; Kiss & Kónya, 2018) that the majority of students in mathematics rarely check their work and its results during problem solving. This means that such learners do not stay in touch with the text, do not check the steps and results, and do not evaluate them either on the fly or in the "done" state. This is a learning and teaching problem. Learners are not aware of the importance of these activities and are not used to them. In this paper we investigated the monitoring and control activities of secondary school students during the execution and verification phases of problem solving (Lester, 1985). These activities, as metacognitive activities, perform dynamic monitoring and control of cognitive processes and their outcomes. And some difficulties in mathematical problem solving are mostly associated with poor metacognitive activities (Lester, 1985; Silver, 1985; Schoenfeld, 1985, 1987).

Structure of the dissertation

In Chapter 1, we presented a theoretical overview of monitoring and control activities as metacognitive activities. The aim of this compilation was to provide an applicable link between the main literature on metacognition and mathematical problem solving. We discussed the role of problem solving in thinking education, theoretical models and components of metacognition, and then presented insights on the relationship between metacognition and mathematical performance and problem solving. Emphasis was placed on the presentation of some problem solving models and on the metacognitive elements included in these models. This was followed by a discussion on the development and teaching of metacognition from a mathematical perspective and then on methods for measuring metacognition.

Chapter 2 summarised the research questions and the context of our research. In our thesis, we included four research studies that analysed

the stimulation and observation of student monitoring and control activities. These research studies are presented in Chapters 3-6.

With our research, described in Chapter 3 of this thesis, we wanted to gain insights into the characteristics of the monitoring and control activities of 111 9th grade students during the execution and verification phases of independent writing problem solving. A combinatorial problem was included in the task sheet we constructed, on which we asked the students to justify the steps of their answer in written instructions, followed by a written check on the correctness of their answer. Most of the combinatorial problems cannot be solved mechanically, but require critical thinking, thus activating metacognitive activities and strategic planning, and thus can improve mathematical performance (Csíkos et al., 2012). Our observations were not preceded by any targeted intervention or development in this area.

In Chapter 4, we presented an action research study conducted in a 9th grade class with average performance in mathematics. We implemented a developmental experiment aimed at overriding the beliefs in the class under study that: every mathematical problem has an answer and exactly one answer (Schoenfeld, 1992). In our study, we investigated the extent of students' progress and the impact of beliefs on students' monitoring and control activities in writing when solving given problems.

In Chapter 5, we wanted to elicit and investigate the metacognitive activities of students in a class of 29 students in grades 11-12 during the verification phase of problem solving by means of so-called "sound tasks". During the online instruction in that class, the students' accountability consisted of making an audio recording alongside the written answers, in which the students briefly explained the solution of each problem. The audio essay seems to be a valuable tool for encouraging and monitoring students' monitoring and control activities, as the oral explanation after the written solution of the task forced

students to rethink the problem solving process, creating opportunities for monitoring and reflection (Mason et al., 1982/2010).

Our research, described in Chapter 6, investigated the emergence of monitoring and control activities in the lessons of senior mathematics teacher candidates in frontal work during their secondary school teaching practice. We analysed the lessons of seven teacher candidates from the perspective of how they initiated and managed situations that encouraged students to engage in monitoring and control activities in a lesson we highlighted, and the extent to which they succeeded in engaging students in discussion. These class discussions followed the students' independent problem solving and discussed the results of that problem solving, i.e. they focused primarily on the verification phase of problem solving. Our research looked at class sessions in which students had the opportunity to search for or analyse errors. Our observations were not preceded by any targeted intervention or development in this area from the perspective of either teacher candidates or students.

Answers to research questions, presentation of results

The main research questions were answered by 2-3 further sub-questions.

Q1 How does the monitoring and control activity of the learners appear during the execution and verification phases of the written problem solving?

Q1.1 What kind of control activities do learners carry out in their writing?

Very few, but there were some who solved the problem using another method as a control. Several tried to give an overview of their whole solving process. Most of them, however, tried superficial checks, i.e. they either checked only a few steps of the solving process, recalculated a sequence of operations or listed a few examples of the numbers

involved. However, almost half of the pupils in the sample did not provide a written check. Some of them did not leave this section blank, but noted that they were sure or uncertain of their solution. None of them assessed the realism of the result in writing, i.e. they did not check whether it was really conceivable that the number of numbers they had obtained satisfied the conditions of the task.

Q1.2 Is there a difference in the quality of the control activities depending on the correctness of the answer?

There was no significant difference in the type of control chosen by the students depending on the correctness of the answer. Regardless of the correctness of the answer, for all answer types, there was a majority of superficial checkers or non-checkers.

Q1.3 Do learners notice the mistake they make and are they able to correct it?

The proportion of correct or substantially correct solvers was higher for those who made a crossing out in the course of the answer that affected the result. Overall, slightly more than half of the students noticed an error, crossed it out and tried to correct it. So there is written evidence of monitoring and control activities. Even those who solved correctly or substantially correctly did not necessarily find the correct answer without making a mistake. They had more stable subject knowledge and more effective monitoring and control activities. For the vast majority of students, the elaboration of the part of our instructions for the verification afterwards did not show the quality (if they wrote anything at all) that would have been appropriate to verify their answers.

Q2 Does the metacognitive knowledge that a task can have several solutions, including contradictory ones, have an impact on monitoring and control activities?

Q2.1 Can the metacognitive knowledge that a problem can have several solutions, including contradictions, be developed during the teaching of a given subject?

The results show that, compared to the initial one student, almost half of the students in the study showed this metacognitive knowledge during or after development. Almost half of the students at the post- and delayed test could have been consciously looking for multiple cases because, despite having found a solution, they had also examined additional cases. Few were able to justify the contradiction, but recognising it and treating it as a solution is also considered a success.

Q2.2. What monitoring and control activities can be observed when solving a problem with several solutions, including contradictions?

The solutions with multiple cases or contradictions provided a suitable context for the students' monitoring and control activities. This was inferred from the observation of multiple cases or inconsistencies and the cross-outs observed in the pupils' work. The interpretation of a discrepancy, i.e. the evaluation of the result of a cognitive process, was frequently observed in the pupils' written work, regardless of whether the discrepancy they received was mathematically correct or incorrect. Considering whether there could be more than one solution to the problem required monitoring and checking activities related to the processing of the cognitive process. We saw several examples of this, either with students looking for a further solution after one instance, or with some students (wrongly) rejecting the further solution(s).

Q3 How are the monitoring and control activities reflected in the oral explanation following the written problem solving?

Q3.1 Can monitoring and control activities be identified in the additional information provided by the oral explanation?

Monitoring and control activities were associated with three types of additional information: justification of a step in the answer (step),

explanation of the strategy or model chosen (thought process), evaluation and control of the result (result). The former two require the monitoring and control of cognitive processing, the latter two require mainly the evaluation and checking of the result of cognitive processing as metacognitive activities. A large amount of additional information appeared in the oral explanations compared to the written answer. There were examples of all three types, but most referred to a model of the answer, a complete train of thought. This indicates that the oral explanations are suitable for triggering monitoring and control activities in the learners, and also for observing the triggered activities as teachers and researchers.

Q3.2 Does the amount and type of monitoring and control activities identified in the oral explanation depend on the subject matter of the problems?

Yes, the amount and type of additional information, and hence the amount and type of monitoring and control activities, that appear in the two tests show different patterns in the two topics and in the types of problem. The additional information associated with the combinatorics problem was mainly related to the whole train of thought, whereas the additional information of step and result type was more numerous in the geometric sequence problem. This suggests a more pronounced role for the control activity in the latter topic. In addition, the type of task (routine or problem) also influenced the number and type of additional information. For problems, more and more diverse types of additional information were identified.

Q3.3 Does the amount of monitoring and control activities identified in the oral explanations depend on the students' written performance?

In the combinatorics essay, the amount of monitoring and control activities identified in the oral explanation depends on the written performance of the students. So, our experience shows that the answer

to this question depends on the topic. A higher written score on the combinatorics test was associated with an increase in the amount of additional information. On the other hand, for the geometric series test, the students who gave the most extra information in the oral explanation compared to the written test were those whose scores were close to the average. The validity of the method is demonstrated by the fact that the metacognitive activities that can be explored through the method can contribute to understanding the thinking of non-achieving students and thus to correcting possible thinking errors.

Q4 How do student monitoring and control activities appear in the frontal phases of teacher candidates' lessons?

Q4.1. Do situations suitable for triggering student monitoring and control activities occur in the frontal phases of the candidate teachers' lessons?

Yes, with the exception of one teacher candidate's lesson, we identified several situations in a lesson that were well suited to trigger pupil monitoring and control activities. The suitable situations were either triggered consciously by the teacher candidate (mostly) or spontaneously by the students.

Q4.2 If so, how does the teacher candidate deal with these situations?

In slightly more than half of the cases, it was possible to encourage monitoring and control activities by the pupil. However, many of these cases promised more than what was achieved, i.e. more situations could have been exploited in a more metacognitively valuable way.

Q4.3 What factors might influence the way in which student monitoring and control activities are presented in classroom discussions in the lessons of teacher candidates?

Student monitoring and control activities were associated with the type of dialogue (teacher-student, student-student or teacher-teacher, i.e.

self-response) and the discursive or negative discursive nature of the teacher candidates' utterances. Other factors not analysed in detail in the paper seem to be the teacher candidate's mathematical background, question culture and the degree of direct control of the lesson.

Own findings

Research 1:

- The type of students' control activities is independent of the quality of their answers.

Research 2:

- Solutions with multiple cases or inconsistencies provided a suitable arena for the written manifestation of learners' monitoring and control activities. Related to this, our inductively posited levels of development, is a useful method for investigating learners' current and potential levels of development.

Research 3:

- The method of audio tasks was suitable for stimulating and observing learners' monitoring and control activities. The oral explanations we asked for provided significant additional information about pupils' thinking compared to their written work.

- The amount and type of additional information, and thus the amount and type of monitoring and control activities, that appeared in the two tests (combinatorics and geometric sequence) showed different patterns across the two topics and across task types (routine or problem).

- In the combinatorics test, the amount of monitoring and control activities identified in the verbal explanation was dependent on students' written performance, whereas in the geometric sequence test it was not.

Research 4:

- There is a need to train teacher candidates in the implementation and development of student metacognitive activities in the classroom.

Further research plans

In the future, we plan to test Research 1 on a larger sample and in other subjects, and we aim to observe the monitoring and control activities of 12th grade students after 9th grade using this method.

We would also implement the development experiment presented in Research 2 in other classes and with other teachers, involving control groups.

In Research 3, we applied our method to two tests, which produced results depending on the topic. Our primary aim is to continue to gain experience in different subject areas. On the other hand, in addition to the 12th grade age group, we would also investigate the oral explanations of 9th grade students and expand our sample.

For Research 4, further directions would be mainly to observe practicing teachers with more experience in similar settings and to observe the effect of some coaching.

References

- Csíkos, C., Szitányi, J., & Kelemen, R. (2012). The effects of using drawings in developing young children's mathematical word problem solving: A design experiment with third-grade Hungarian students. *Educational Studies in Mathematics*, 81(1), 47–65. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9360-z>
- Kiss, M. (2017). *A megértés és a memória szerepe a problémamegoldás módszerének kiválasztásában* [OTDK-dolgozat].

- Kiss, M., & Kónya, E. (2018). Mi a sorsa egy megtanított ismeretnek? In P. Markó (Ed.), „*Használni akartam, nem tündökölni*” (pp. 163–175). Druk-ker Kft.
- Lester, F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. In E. A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 41-69). Lawrence Erlbaum Associates.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982/2010). *Thinking mathematically* (2nd ed.). Pearson.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (Ed.). (1987). What’s all that fuss about metacognition? In *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189–215). Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). Macmillan Publishing.
- Silver, E. A. (Ed.). (1985). Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and needed directions. In *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (pp. 247–266). Lawrence Erlbaum Associates.



Registry number:
Subject:

DEENK/428/2024.PL
PhD Publication List

Candidate: Márton Kiss

Doctoral School: Doctoral School of Mathematical and Computational Sciences

MTMT ID: 10078149

List of publications related to the dissertation

Hungarian book chapters (1)

1. **Kiss, M.**: Fejlesztőkísérlet matematikaórán egy meggyőződés felülírására.

In: Új kutatások a neveléstudományokban 2021 : A neveléstudomány válaszai a jövő kihívásaira. Szerk.: Molnár Gyöngyvér, Tóth Edit, Szegedi Tudományegyetem Neveléstudományi Intézet ; Budapest : MTA Pedagógiai Tudományos Bizottság, Szeged, 54-72, 2022. ISBN: 9789633068960

Foreign language international book chapters (1)

2. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Do students analyze and evaluate the result of their problem solving activity?

In: Critical thinking in mathematics: perspectives and challenges. Ed.: Božena Maj-Tatsis; Konstantinos Tatsis, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, Rzeszów, 143-152, 2021. ISBN: 9788379969036

Foreign language scientific articles in Hungarian journals (1)

3. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Is it possible to develop some elements of metacognition in a Mathematics classroom environment?

Teach. math. comput. sci. 18 (3), 123-132, 2020. ISSN: 1589-7389.

DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2020.0485>

Foreign language conference proceedings (2)

4. **Kiss, M.**, Ambrus, A.: How students control their work in mathematical problem-solving process.

In: Problem Solving and Problem Posing : Perspectives and Potentials in Research and Practice : Proceedings of the 22th ProMath conference from August 22-24, 2022 in Thessaloniki / eds I. Papadopoulos, N. Patsiala, Aristotle University of Thessaloniki, Thessaloniki, 113-123, 2023. ISBN: 9789602437360





5. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Written test with oral explanation during the pandemic.
In: Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 12), Feb 2022, Bozen-Bolzano, Italy. Eds.: Jeremy Hodgen; Eirini Geraniou; Giorgio Bolondi; Federica Ferretti, European Society for Research in Mathematics Education (ERME), Bozen, 3835-3842, 2022. ISBN: 9791221025378

Foreign language abstracts (1)

6. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Analysis of metacognitive activities in pre-service teachers' lessons: case study.
In: Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13). Eds.: Drijvers P.; Csapodi C.; Palmér H.; Gosztanyi K.; Kónya E, Alfréd Rényi Institute of Mathematics, Budapest, 3602-3603, 2024. ISBN: 9789637031045

List of other publications

Hungarian book chapters (1)

7. **Kiss, M.**, Herendiné Kónya, E.: Mi a sorsa egy megtanított ismeretnek?
In: Használni akartam, nem tündökölni : a 75 éves Ambrus Andrászt köszöntik tanítványai, tisztelői. Szerk.: Szentgyörgyiné Szlovák Mária, Prentun TS Kft., Budapest, 163-175, 2018.
ISBN: 9786150016368

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

22 August, 2024

