



Szilárdtestek törésének és fragmentációjának vizsgálata

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Szuszik Csanád

Témavezető: Dr. Kun Ferenc

DEBRECENI EGYETEM

Természettudományi és Műszaki Tudományi Doktori Tanács

Fizikai Tudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2026

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi és Műszaki Tudományi Doktori Tanács, Fizikai Tudományok Doktori Iskola Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.

Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 20.

.....

Szuszik Csanád
doktorjelölt

Tanúsítom, hogy Szuszik Csanád doktorjelölt 2021-2025. között a fent megnevezett Doktori Iskola Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult. Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét. Az értekezés elfogadását javasolom.

Debrecen, 20..

.....

Dr. Kun Ferenc
témavezető

Szilárdtestek törésének és fragmentációjának vizsgálata

Értekezés a doktori (Ph.D.) fokozat megszerzése érdekében
a Fizika tudományágban

Írta: Szuszik Csanád okleveles fizikus

Készült a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori Iskolája
Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programja keretében

Témavezető: Dr. Kun Ferenc

Az értekezés bírálói:

Dr.
Dr.

A bírálóbizottság:

elnök:

Dr.

tagok:

Dr.

Dr.

Dr.

Dr.

Az értekezés védésének időpontja: 20... ..

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Fragmentációs folyamatok heterogén anyagokban	3
2.1. Fragmentációs jelenségek univerzalitása	4
2.2. Dinamikus fragmentáció statisztikus modelljei	6
2.2.1. Gyűrűk és héjak fragmentációja	10
2.3. Folytonos fragmentáció statisztikus modelljei	14
3. Kvázisztatikus törési folyamatok heterogén anyagokban	18
3.1. A heterogenitás szerepe a makroszkopikus törési viselkedésben	19
3.2. Zajos repedezés	21
4. Diszkrételem modellek	26
4.1. Kétdimenziós héjak robbanásának diszkrételem modellje . .	26
4.1.1. Heterogén anyagok diszkrétizációja véletlen rácson .	26
4.1.2. Rugalmas viselkedés implementálása	27
4.1.3. Törési mechanizmus	31
4.2. Háromdimenziós porózus kőzetek kvázisztatikus terhelésé- nek diszkrételem modellje	32
4.2.1. Heterogén mikrostruktúra	33
4.2.2. Kohézív kölcsönhatás és törési mechanizmus	36
5. Célkitűzések	41
5.1. Héjak robbanása kétdimenziós beágyazó térben	42

5.2. Porózus kőzetek kvázisztatikus törése	43
6. Dimenzionális átmenet gyűrűk fragmentációjában	45
6.1. A robbanó gyűrűk fázisdiagramja	45
6.2. A fragmenstömegek eloszlásának fejlődése	50
6.3. Átmenet a porrázúzódás fázisába	55
6.4. Eredmények értelmezése és következtetések	58
7. Repedési hálózatok szerkezete gyűrűkben	63
7.1. Mikro- és makrorepedések szerkezete	64
7.2. A repedések fraktálszerkezete	68
7.3. A repedések iránya	75
7.4. A diszkretizáció hatása a repedésmintázat szerkezetére	77
7.5. Átmenet a síkbeli fragmentációba	79
7.6. Eredmények értelmezése és következtetések	84
8. A terhelési mód hatása a repedési zaj statisztikájára	87
8.1. Kvázi rideg viselkedés	88
8.2. Skálafüggetlen törési statisztika	93
8.3. A károsodás térbeli szerkezete	100
8.4. Eredmények értelmezése és következtetések	105
9. Összefoglalás	110
10. Summary	115
Köszönetnyilvánítás	119
Publikációs jegyzék	120
Irodalomjegyzék	122

1. fejezet

Bevezetés

A heterogén anyagok törési folyamatai a természetben és a műszaki alkalmazásokban egyaránt alapvető szerepet játszanak. A földrengések, földcsuszamlások és bányarobbanások, valamint az anyagszerkezeti törések és robbantástechnikai folyamatok hátterében is olyan mechanizmusok állnak, amelyek megértése elengedhetetlen a biztonságos és a hatékony mérnöki tervezés szempontjából. A törési jelenségek kutatása során két alapvető véglet különíthető el: a gyors energiabevittel kiváltott dinamikus fragmentáció, valamint a lassú kvázisztatikus terhelés mellett lejátszódó lavinyszerű törési folyamatok.

A szilárdtestek dinamikus fragmentációja során a hirtelen energiabevittel (például ütközés vagy robbanás) következtében az anyag sokféle alakú és méretű fragmensre esik szét [1–6]. Ilyen folyamatok széles körben megfigyelhetők geológiai környezetben, többek között vulkáni kitörések piroklastikus aktivitása, sziklafalak omlása és gleccserek szétesése során [7–9]. A fragmentáció statisztikus törvényszerűségeinek feltárásának nemcsak a természeti mintázatok leírásában [3, 4, 6, 10], hanem a technológiai alkalmazásokban, például a bányászatban, robbantásos eljárásokban vagy törésmechanikai anyagvizsgálatokban is fontos szerepe van.

A közelmúltban egyre nagyobb figyelem irányul a porózus kőzetek lassú kvázisztatikus deformációja közben fellépő, törési folyamatokra is. A ter-

mészetben megtalálható kőzetek összetett terhelési feltételeknek vannak kitéve, amelyek közé tartozik a nyomás, húzás és nyírás együttes jelenléte. A deformáció során mikrorepedések keletkeznek, amelyek rugalmas energia felszabadulásával járnak, akusztikus emisszió formájában detektálható módon [11–13]. Laboratóriumi kísérletek igazolták, hogy a kőzetek mechanikai tönkremenetele előtt a repedési események statisztikája skálafüggetlen viselkedést mutat, mely a földrengések statisztikájához hasonló törvényszerűségeket követ [12, 14–19]. Ezen jelenségek alaposabb megértése hozzájárulhat a geológiai katasztrófák előrejelzéséhez is.

Doktori kutatásaim során e két véglet (a dinamikus fragmentáció és a kvázisztatikus terhelés alatti törés) statisztikus és mikromechanikai elemzésére koncentráltunk. A vizsgálatokhoz diszkrét elemes modellezést (DEM) alkalmaztunk, amely lehetővé tette a törési folyamatok részletes vizsgálatát különböző geometriák és terhelési feltételek mellett. A disszertáció következő két fejezetében áttekintem a releváns szakirodalmat, majd részletezem a kutatási kérdéseket és célkitűzéseket. Ezután bemutatom a számítógépes modelljeink alapjául szolgáló numerikus és elméleti módszereket. A dolgozat két fő vizsgálati irány köré épül: *(a)* a gyűrűszerű héjszerkezetek robbanásszerű fragmentációja, valamint *(b)* a hengeres geometriájú porózus minták kvázisztatikus húzóterhelés melletti törési folyamatai.

2. fejezet

Fragmentációs folyamatok heterogén anyagokban

Fragmentációnak nevezzük azokat a folyamatokat, amelyek során a vizsgált rendszer darabokra esik szét. Ilyen folyamatokkal a természetben széles méretskálán találkozhatunk: a szubnanométeres tartományban nehéz atommagok ütközésekor kisebb atommagok keletkeznek, míg molekuláris szinten a programozott sejthalál (apoptózis) során DNS-fragmentáció következik be. Geológiai méretléptékben a földfelszín különböző szemcseméretű közettörmelékekkel borított, az agyagtól a szikláig terjedően, míg tektonikus léptékben a földkéreg a litoszféralemezek mozgása során darabolódik fel. Végül, asztrofizikai méretekben a szupernóva-robbanások során a csillagok anyagának darabokra szakadása a fragmentáció extrém példáját szolgáltatja.

Anyagtudományi szempontból a fragmentáció olyan törési folyamatként értelmezhető, amelyben egy szilárdtest külső mechanikai vagy kémiai terhelés hatására sok diszkrét darabra esik szét [1]. Ha ez a folyamat jelentős képlékeny deformáció nélkül megy végbe, rideg törésről beszélünk. Rideg anyagnak olyan rendszert tekintünk, amely lineárisan rugalmasan viselkedik egészen a törési határig. Mivel ezt a határt elsősorban mikrostrukturális hibák és mikrorepedések determinálják, a törési szilárdság nem

tekinthető abszolút, azaz intrinszik anyagtulajdonságnak. Tipikus példák a rideg fragmentációra: üveg széttörése eséskor, kőzetrobbanások bányászati során, illetve az agyag repedezése kiszáradt medrekben.

A fragmentáció egyik legismertebb és legjelentősebb ipari alkalmazási területe a bányászat, különösen a robbantástechnika [3]. A robbantások során keletkező fragmensek szolgálnak elsődleges nyersanyagként, amelyeket további mechanikai eljárások, például zúzás és őrlés segítségével tovább aprítanak. Ugyanakkor ezek a másodlagos műveletek jelentős energiaigénnyel járnak, és a finom szemcsék gyakran toxikus nehézfémeket is tartalmazhatnak, így potenciális környezeti kockázatot jelentenek. Ebből következően a fragmentációs folyamatok optimalizálása nemcsak gazdasági, hanem fenntarthatósági szempontból is kiemelt jelentőségű.

A fragmentációs folyamatok osztályozása történhet a folyamat dinamikáján alapuló megkülönböztetés szerint. Ennek alapján két alapvető típust különböztetünk meg: a folytonos és a dinamikus fragmentációt. Noha e kategóriák elválasztása némileg módszertani konstrukció, a gyakorlatban hasznos elvi keretet nyújtanak. A folytonos fragmentáció fokozatos, többlépcsős felaprózódást jelent, amely során a fragmensek egymás után, több generáción keresztül kisebb darabokra esnek szét, ennek tipikus példái a zúzógépek működése vagy a földkéreg fokozatos tektonikus aprózódása. Ezzel szemben a dinamikus fragmentáció gyors és heves folyamat, amelyet hirtelen energiabevitel vált ki, mint például robbanás vagy becsapódás, ilyen folyamatok során rövid idő alatt nagyszámú, különböző méretű fragmensek keletkeznek.

2.1. Fragmentációs jelenségek univerzalitása

Gyakorlati jelentősége miatt a fragmentációs folyamatok kísérleti vizsgálata nagy múltra tekint vissza. Mióta elkezdődött a robbanóanyagok használata a bányászatban, hatalmas mennyiségű adat gyűlt össze, elsősorban a folyamat végállapotára vonatkozóan, azóta a darabok méret-, il-

letve tömegeloszlása viszonylag könnyen meghatározható szítálással. Ezek a vizsgálatok megmutatják, hogy a fragmentációs folyamatokban a keletkező fragmensek tömeg- vagy méreteloszlása gyakran hatványfüggvény viselkedést mutat:

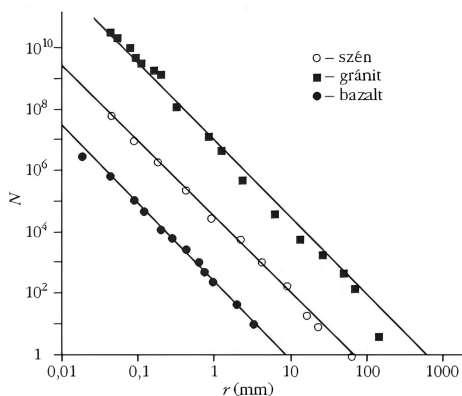
$$p(m) \sim m^{-\tau}, \quad (2.1)$$

függetlenül az anyag típusától, a törési mechanizmustól vagy a mikroszkopikus kölcsönhatások részleteitől [20–23]. Ennek figyelemre méltó példája, hogy a bányarobbantásokkal nyert széndarabok méreteloszlása ugyanolyan hatványfüggvényt követ, mint az ütközések révén keletkezett aszteroidáké a Naprendszerben [5].

A 2.1. ábrán látható kísérleti eredmények is ezt az univerzális viselkedést illusztrálják. Három különböző anyag – szén, gránit és bazalt – fragmentációját vizsgálták, eltérő energiabevitel alkalmazásával: a szenet bányarobbantással, a gránitot föld alatti nukleáris detonáció révén, míg a bazaltot laboratóriumi lövedékkel fragmentálták. Minden esetben a fragmensek méreteloszlása hatványfüggvény szerint csökkent, és az eloszlás exponense egymással nagymértékben megegyezett, $\tau \approx 2.5$ érték körül.

A szakirodalomban számtalan mennyiségű kísérletet végeztek az univerzalitás határainak feltárására. Ezek a vizsgálatok megmutatták, hogy a tömeg- vagy méreteloszlás csak akkor követ hatványfüggvény alakot, ha a törés rideg és az anyag mikroszkopikusan heterogén. Ilyen anyagok a kerámia, üveg, természetes kőzetek (pl. gránit, bazalt) és a beton. Az eloszlás τ kitevője, erősen függ a rendszer D dimenziójától: egy dimenzióban (pl. hosszú, vékony rudak) $\tau \approx 1.5$, két dimenzióban (pl. üveglapok) $\tau \approx 1.5 - 2.0$, míg három dimenzióban $\tau \approx 2.3 - 2.7$ [27].

A képlékeny anyagok fragmentációs folyamatának kísérleti és elméleti vizsgálata – polipropilénből készült, gömb alakú részecskék kemény fallal történő ütköztetése révén – kimutatta, hogy ezen anyagok törési viselkedése egy új univerzalitási osztályba sorolható, amelyet egy eltérő tömegeloszlási exponens jellemez [28]. Ennek értéke $\tau \approx 1.2$, ami jelentősen különbözik



2.1. ábra. Adott r kiterjedésnél nagyobb fragmensek N száma az r függvényében három különböző kísérlet adatai alapján: bányarobbantással nyert szén [24], föld alatti nukleáris detonációval fragmentált gránit [25], illetve lövedék által széttört bazalt [26]. Az $N \sim r^{-\tau}$ összefüggés több nagyságrenden keresztül érvényes. A görbék exponense minden esetben $\tau \approx 2.5$, alátámasztva a rideg fragmentáció univerzalitását.

a háromdimenziós rideg anyagokra jellemző exponenstől. Diszkrét elem módszerrel végzett szimulációk alapján az eltérés oka a képlékeny deformációs viselkedésben, valamint a repedésképződés során domináló nyírási mechanizmusban rejlik.

2.2. Dinamikus fragmentáció statisztikus modelljei

A dinamikus fragmentáció statisztikus modellezésének célja, hogy leírja a keletkező fragmensek méreteloszlását a rugalmas deformáció, a törési kritérium és a terhelési feltételek együttes hatásának figyelembevételével. Mivel az anyag heterogenitása (például a merevség és szakítószilárdság lokális fluktuációi) alapvetően befolyásolja a törési folyamatot, ezek a modellek szükségszerűen sztochasztikus jellegűek. A rendezetlenség következtében nincs két olyan próbatest, amely azonos módon hasadna fel, még megegyező makroszkopikus feltételek mellett sem. A fragmensek méreteloszlásá-

nak leírására tett egyik legkorábbi kísérlet az 1940-es évekre nyúlik vissza, Mott úttörő munkájához [29–32]. Vizsgálataiban Mott vastag falú héjak fragmentációját tanulmányozta, és az eredmények értelmezésére két absztrakt statisztikus modellt használt: egy egydimenziós Poisson-folyamatot, valamint egy kétdimenziós sztochasztikus konstrukciót, amelyben a sík vízszintes és függőleges, véletlenszerűen elhelyezett egyenesek által fragmentálódik. Ez utóbbi megközelítés esetén a keletkező darabok méretének kumulatív eloszlása, vagyis az a területnél nagyobb fragmensek száma az alábbi alakban adható meg:

$$N(a) \propto \sqrt{a}K_1, \quad (2.2)$$

ahol K_1 a módosított Bessel-függvény. Grady és Kipp későbbi numerikus vizsgálatai tovább finomították a fenti elméleti kereteket azáltal, hogy különféle konstrukciójú, a síkot feldaraboló vonalstruktúrákat vizsgáltak [33]. Elemzéseikben arra a következtetésre jutottak, hogy a fizikailag realiztikusabb modellek, amelyek kizárják a vonalak metszését (vagyis szabad felületre érve megáll a repedés növekedés), fragmensméret-eloszlásaikban a kétdimenziós Poisson-folyamatokhoz közelítenek:

$$N(a) \propto e^{-a}. \quad (2.3)$$

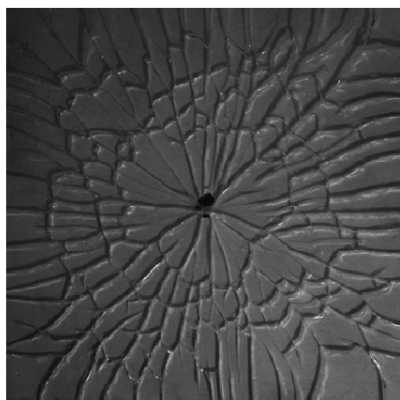
A fragmentáció statisztikai modellezésének egy másik klasszikus kiindulópontját Gilvarry és Bergstrom [34, 35] munkái jelentik. Gilvarry egy elméleti fragmensméret-eloszlást vezetett le azzal a feltételezéssel, hogy a korrelálatlan hibák (legyenek azok a térfogatban, a felületen, vagy a már létrejött fragmensek peremén), Poisson-folyamatként aktiválódnak. A kapott elméleti eloszlás jól illeszkedik több empirikus eloszláshoz, például a Rosin–Rammler-féle [36] és a Gates–Gaudin–Schuhmann-féle [37–39] eloszláshoz, valamint a Gilvarry és Bergstrom által végzett kísérletekhez is. Ezek alapján azt a következtetést vonták le, hogy dinamikus fragmentáció esetén a peremhibák dominálnak a törési mechanizmusban. Az ebből az

elméleti keretből származtatott fragmensméret-eloszlás az a és $a + da$ közé eső területű darabok számára a következő alakot ölti:

$$N(a) \propto q(a)a^{-(D-1)/D}e^{-a/a_0}da, \quad (2.4)$$

ahol D a vizsgált objektum dimenziója, a_0 egy karakterisztikus méretskála, amely a Poisson-eloszlás rátájához kapcsolódik, míg $q(a)$ az a területű fragmensek sűrűsége. Gilvarry az utóbbi paramétert úgy választotta meg, hogy $q(a) = V_0/a$ legyen, ahol V_0 az eredeti, még érintetlen test térfogata. A (2.4) egyenlet formája több kísérleti eredmény esetén is jól illeszkedik a megfigyelt fragmentációs eloszlásokhoz, és ezáltal értelmezési lehetőséget nyújt a korábban említett empirikus törvényszerűségekre. Ugyanakkor a modell néhány aspektusát kritikák érték. Grady és Kipp [33] kétdimenziós Poisson-folyamatokon alapuló modelljei például arra utalnak, hogy a Gilvarry által választott $q(a) = V_0/a$ forma nem képes helyesen leírni a Poisson-folyamatok fragmentációs méreteloszlását. Alternatívaként a $q(a) = konstans$ feltételezése pontosabb leírást eredményez ezekben az esetekben, ugyanakkor ez jelentős eltérést okoz a kísérleti eredményekhez és az empirikus eloszlásokhoz képest. További elméleti korlátozást jelent, hogy a Gilvarry-féle modellben a repedések egyszerű felületekként szerepelnek, amelyek a fragmenseket határolják. Ezzel szemben újabb kutatók kimutatták, hogy rideg anyagokban a nagy sebességgel terjedő törések instabilitásokat szenvedhetnek el, és egy kritikus repedéssebesség fölött repedés elágazódás és repedéscsúcs-hasadás léphet fel [40]. Ezek az instabil folyamatok megszüntetik a repedési síkok simaságát, és elősegítik a törési front mentén keletkező apró fragmensek kialakulását, amelyek a dinamikus fragmentáció karakterisztikus jelei.

Megfigyelhető, hogy a rideg szilárdtestek dinamikus fragmentációjának statisztikus jellemzésére többféle modellt javasoltak, de ezek közül az egyik legátfogóbb és legszélesebb körűen validált elméleti konstrukció Åström kutatócsoportjához fűződik [1, 42–45]. Elméletük azon tapasztalati megfigyelésen alapul, hogy a repedések előrenyomulása során a repedéscsúcs



2.2. ábra. *Egy tipikus repedési mintázat üveg fragmentációja során [41]. Jól megfigyelhetők a törési folyamat kezdeti stádiumát jellemző domináns instabil repedések, amelyek mentén mellékágak fejlődtek ki, majd ezek összeolvadása révén alakult ki a végső fragmentációs mintázat.*

instabilitást mutat, amikor sebessége meghaladja az adott anyagra jellemző felületi hullámok terjedési sebességét, ez az ún. Yoffe-típusú instabilitás [46]. Az instabil zóna kialakulása a repedésvonal elágazását eredményezi, új mellékrepedések keletkeznek, amelyek fokozzák az anyag szétesését (lásd a 2.2. ábrán). A dinamikusan táguló rendszer miatt ezek az ágak is gyorsulnak, további szétválásokhoz vezetve, végül egy kvázifraktál (önhasonló) szerkezetet eredményezve, ahol a törmelékdarabok az egymásba futó repedések révén formálódnak. Ezen fizikai folyamatok figyelembevételével a keletkező tömegeloszlás analitikusan is levezethető, ami hatványfüggvényt eredményez univerzális exponenssel:

$$\tau = \frac{2D - 1}{D}, \quad (2.5)$$

ahol D a rendszer térbeli dimenzióját jelöli. A mellékrepedések terjedését az energia disszipáció limitálja, ami egy karakterisztikus levágási tömeget okoz. Továbbá, a kezdetben kialakuló, egymástól független repedések kölcsönhatását egy Poisson-jellegű folyamattal modellezve, az elméleti el-

oszlás egy második, tisztán exponenciális taggal is kiegészül. Az így kapott teljes tömegeloszlás:

$$p(m) = \beta m^{-\tau} e^{-m/m_1} + (1 - \beta) e^{-m/m_2}, \quad (2.6)$$

ahol m_1 az elágazó repedéshálózatból származó törmelékdarabok tömegének, míg m_2 az egymástól függetlenül indult és később összeolvadt repedésekből létrejött fragmensek levágási értéke. A β paraméter a két keletkezési mechanizmus relatív súlyát szabályozza. A fent bemutatott modellel nemcsak részletes numerikus szimulációk igazolták [47–50], hanem laboratóriumi kísérletek eredményei is kiváló összhangot mutattak vele [51–53].

2.2.1. Gyűrűk és héjak fragmentációja

A második világháború idején N. F. Mott úttörő munkát végzett a nagy intenzitású, impulzusszerű terhelésnek kitett szilárdtestek statisztikus fragmentációjának elméleti leírásában [30–32]. Kutatásai elsősorban hengeres geometriájú robbanófejek dinamikus széttörésére fókuszáltak, amelyet nagysebességű ütközések vagy detonáció során fellépő extrém mechanikai igénybevételek idéztek elő. Mott munkái alapvető fontosságúak lettek a dinamikus fragmentációval foglalkozó tudományos közösségben, különösen a fegyvertechnikai, haditechnikai és anyagfizikai alkalmazásokban dolgozó kutatók és mérnökök számára, mivel számos későbbi modell és empirikus képlet ezekre az elméleti alapokra épül.

Mott többféle megközelítést alkalmazott fragmentációelméletének kidolgozása során, és gondolkodására jelentős hatást gyakorolt Lienau korábbi munkája [54], aki részletesen tanulmányozta az egydimenziós testek véletlenszerű feldarabolásából származó fragmensek hosszúságeloszlását. Lienau eloszlásfüggvénye formai hasonlóságot mutatott az akkoriban rendelkezésére álló robbanó fém lövedékek fragmentációjáról szóló korai kísérleti adatokkal, ami arra ösztönözte Mottot és munkatársát, Linfootot, hogy kiterjesszék vizsgálataikat kétdimenziós és háromdimenziós testek véletlenszerű geometriai feldarabolására [29]. Az eredmény az alábbi

valószínűségi sűrűségfüggvény lett:

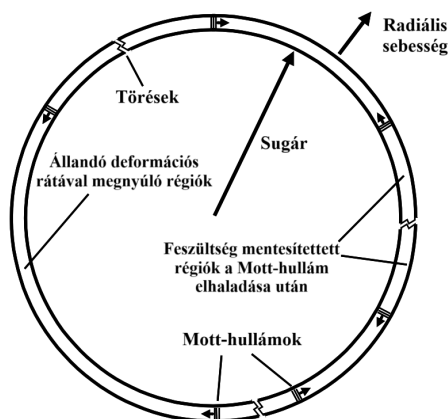
$$p(m) = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{m}{\mu} \right)^{-1/2} e^{-(m/\mu)^{1/2}}, \quad (2.7)$$

ahol a μ karakterisztikus tömeg az eloszlás skála paramétere és m a fragmensek tömege. Ez az úgynevezett Mott-eloszlás, amely a mai napig széles körben használt eszköz lövedékek és repeszek fragmentációjának előrejelzésére.

Ezt követően Mott a problémát fizikailag megalapozottabb, dinamikus törésméleti megközelítés felől vizsgálta tovább. Elmélete kifejezetten egydimenziós karakterű, és legjobban egy egyenletesen táguló gyűrű segítségével szemléltethető, amelynek geometriája és terhelési feltételei a 2.3. ábrán láthatók. A gyűrű anyagát egyenletesen nyújtják egy adott ε axiális deformációig, amely időben konstans $\dot{\varepsilon}$ sebességgel növekszik.

Mott elméleti megközelítésének alátámasztására acél rudakon végzett töréskísérleteket használt fel, amelyek során a törést megelőző keresztmetszet csökkenést, vagyis a lokális megnyúlást vizsgálta [29]. A kísérleti eredmények azt mutatták, hogy a lokális deformáció mértéke nem volt állandó a kísérletek között, hanem vizsgálatonként több százalékos szórással rendelkezett. Ezen megfigyelések alapján Mott azt a feltételezést fogalmazta meg, hogy a törést megelőző lokális deformáció valószínűségi változóként kezelendő, és hogy a törési események bekövetkezése valószínűségi alapon történik, miután az alakváltozás elér egy kritikus határértéket.

A törés bekövetkezése után a repedéspontról feszültségmentesítő hullámok indulnak ki, amelyek véges sebességgel haladva csökkentik a húzófeszültséget és az ehhez társuló deformációt az általuk lefedett tartományon belül. A hullámterjedés jellege függ a vizsgált anyagtól és a törési mechanizmustól. Plasztikus törés esetén, ahol a hullámok egy konstans σ_Y folyáshatár mellett deformálódó közegben terjednek, a hullámfront diffúz jellegű és Mott-hullámként ismert. A hullámterjedés ekkor az alábbi össze-



2.3. ábra. Az egydimenziós Mott-probléma sematikus ábrája [55]. A vizsgált rendszer egy egydimenziós gyűrű, amely állandó u sebességgel radiálisan tágul. A törési eseményeket megelőzően az anyag egyenletes megnyúlást mutat, amelyet az $\dot{\epsilon} = u/r$ alakú deformációs ráta jellemez, ahol r a gyűrű aktuális sugara. A törések sztochasztikus módon, azaz véletlenszerű helyeken következnek be. Minden töréspontban rugalmas (hullámszerű) relaxáció indul ki, amely véges sebességgel terjed szét az anyagban. Ezek a hullámok lokálisan megszüntetik a húzófeszültséget, így gátolva a további törések kialakulását az általuk elért tértartományban. Következésképpen a deformáció-indukált fragmentáció csak azokban a régiókban mehet tovább, amelyeket a hullámok még nem értek el.

függéssel írható le:

$$x = \sqrt{\frac{2t\sigma_Y}{\rho\dot{\epsilon}}}, \quad (2.8)$$

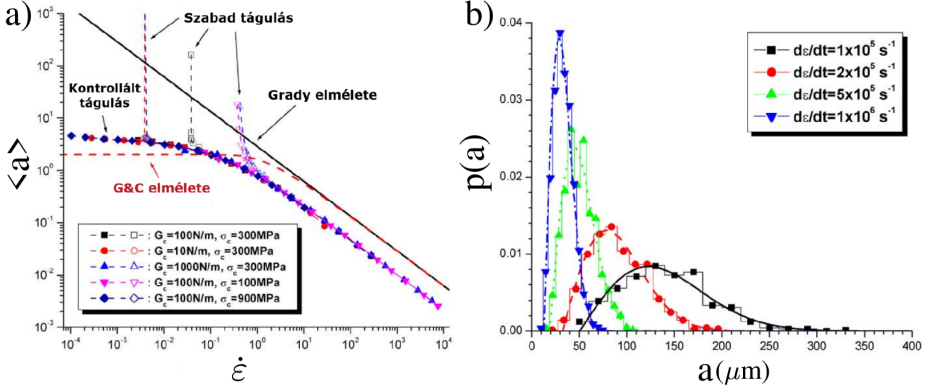
ahol t az idő, ρ az anyag sűrűsége, σ_Y a folyáshatár, $\dot{\epsilon}$ pedig az alkalmazott deformációs ráta. Rugalmas törés esetén a hullámterjedés sebességét az anyagra jellemző c rugalmas hullámsebesség határozza meg:

$$x = ct, \quad \text{ahol} \quad c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2.9)$$

ahol E az anyag Young-modulusa. Mindkét esetben a további fragmentáció térbeli lefutását azok a régiók határozzák meg, amelyeket a korábban keletkezett hullámok még nem értek el. A törési folyamat így olyan hullámfrontok versenyeként értelmezhető, amelyek lokálisan határozzák meg, hol és mikor jöhet létre újabb törési esemény.

F. Zhou, J.-F. Molinari és K. T. Ramesh numerikus módszertant dolgoztak ki rideg gyűrűk dinamikus terhelés alatti fragmentációjának elemzésére, amelyet különböző terhelési feltételek mellett alkalmaztak a fragmentációs tulajdonságok vizsgálatára [56]. Megállapították, hogy a kontrollált, állandó sebességgel táguló gyűrűk fragmentációja megegyezik egy egydimenziós rúd állandó deformációs sebesség melletti fragmentációjával [57]. Emellett megfigyelték, hogy szabad tágulás esetén létezik egy kritikus kezdeti sebesség, amely alatt nem következik be repedés. Eredményeik azt mutatják, hogy az $\langle a \rangle$ normált átlagos fragmensméret hatványfüggvény szerint csökken az $\dot{\epsilon}$ deformációs sebesség növekedésével, kivéve a kis méretek tartományában (lásd a 2.4.(a) ábrán). Kontrollált tágulás esetén a különböző anyagokra vonatkozó $\langle a \rangle(\dot{\epsilon})$ görbék egymásra esnek. Szabad tágulás esetén a nagy deformációs sebességek tartományában mért $\langle a \rangle(\dot{\epsilon})$ értékek szintén illeszkednek erre a főgörbére, azonban jelentős eltérés figyelhető meg, ahogy közelítjük a kezdeti repedések megjelenéséhez tartozó kritikus pontot. A 2.4.(a) ábrán Grady [58], valamint Glenn és Chudnovsky [59] energiamodelljei alapján számított átlagos fragmensméretek is láthatók, és megfigyelhető, hogy a Zhou és munkatársai által meghatározott értékek szisztematikusan eltérnek ezektől az elméleti becslésektől. Azóta számos elméleti és numerikus elemzés is megerősítette ezt az eltérést [60–64], és a nagy sebességű ütközések során megfigyelt kísérleti eredmények is hasonló viselkedést mutatnak [65, 66].

Zhou, Molinari és Ramesh kutatásai a fragmensméretek eloszlásának meghatározására is kiterjedtek. Megállapították, hogy a dinamikusan fragmentált gyűrűk törése során keletkezett fragmensek méretének $p(a)$ való-



2.4. ábra. F. Zhou, J.-F. Molinari és K. T. Ramesh munkájának eredménye a rideg gyűrűk fragmentációjának elemzéséről [56]. (a) Az $\langle a \rangle$ normált átlagos fragmensméretet a $\dot{\epsilon}$ deformációs sebesség függvényében különböző σ_c szakítószilárdságú és G_c törési energiájú anyagokra. (b) A fragmensméretek $p(a)$ valószínűségi sűrűségfüggvénye több $\dot{\epsilon}$ deformációs sebesség esetén, a (2.10) egyenlettel illesztve.

sűrűségi sűrűségfüggvénye a következőképpen írható fel:

$$p(a) = \frac{2(a - a_{min})}{a_{sc}^2} \exp \left[- \left(\frac{a - a_{min}}{a_{sc}} \right)^2 \right], \quad (2.10)$$

ahol a_{min} a minimális fragmensméret, míg a_{sc} a skálázási fragmensméret paraméter. Ez az egyenlet egy Rayleigh-eloszlást ír le, amely egy 2-es alakparaméterű speciális Weibull-eloszlásnak feleltethető meg. A 2.4.(b) ábrán négy különböző $\dot{\epsilon}$ deformációs sebességnél kapott $p(a)$ fragmensméret-eloszlás van ábrázolva, a (2.10) függvénnyel illesztve. Látható, hogy a (2.10) eloszlás alakja jó egyezést mutat a szimulációs eredményekkel [56, 67].

2.3. Folytonos fragmentáció statisztikus modelljei

A folytonos fragmentáció lényegi különbséget mutat a dinamikus fragmentációval szemben abban, hogy a keletkező fragmensek időben jól de-

finiált, egymást követő törési események eredményeként jönnek létre. E fizikai értelmezés alapján a folytonos töredezési folyamat felfogható úgy, mint lokális, kis térfogatban lejátszódó dinamikus fragmentációk nagy számú, sztochasztikus halmaza. Bár a törésszekvenciák számos különböző tulajdonságot mutathatnak, a szakirodalomban három alapvető modellkategória terjedt el: (a) korrelálatlan törési előzményeket feltételező modell, (b) kaszkád típusú töredezés, valamint (c) statisztikus rátaegyenleteken alapuló formalizmus [1].

(a) A korrelálatlan töréstörténetű modell esetén az anyag minden infinitezimálisan kicsi tömegpontjához hozzárendelünk egy i változót, amely az adott pontot tartalmazó fragmens eddigi törésszámát jelöli. A korrelálatlanság azt jelenti, hogy az i változó statisztikai szempontból egy kumulatív, független véletlen változó, amely normál (Gauss) eloszlást követ. Ez a modell egy olyan fragmentációs mechanizmust reprezentál, amelyben a fragmensek véletlenszerű kiválasztása és darabolása memória nélküli (Markov-jellegű) sztochasztikus folyamatként ismétlődik. Ebben a modellben a keletkező fragmensek tömegeloszlása lognormális jellegű, amely számos kísérleti rendszerben tapasztalt eloszlással összhangban van [68]. A lognormális eloszlás elméleti alapjainak részletes analitikus tárgyalását Delannay és szerzőársai nyújtották [69].

(b) A kaszkádfragmentációs modell a töréstörténetek között erős korrelációt feltételez, ahol kizárólag a legkisebb méretű darabok képesek további fragmentációra. A folyamat a következő sémát követi: az első generációban ($i = 1$) egy fragmens a darab azonos méretű részre esik szét. Az így létrejött darabok egy része ($1 - p$ arányban) nem töredezik tovább, míg a fennmaradó p hányad minden tagja tovább darabolódik pa^2 egyenlő méretű fragmensre. Az iteratív alkalmazás során így önhasznós törési struktúra alakul ki, amely beépített skálainvarianciát hordoz, s ennek következtében a kapott fragmensméret-eloszlás hatványfüggvény szerint alakul [5, 51].

(c) A rátamodellek a legáltalánosabb matematikai keretet kínálják a folytonos fragmentációs folyamatok leírására. Az ilyen modellek alapja egy

integro-differenciálegyenlet, amely a $p(v, t)$ fragmensméret-eloszlás időbeli és méret szerinti változását írja le. Az x méretű fragmensek dt idő alatt történő feldarabolódásának valószínűségét az $a(x, t)dt$ kifejezés adja meg, míg a $k(v, x)$ törési kernel annak a valószínűségét reprezentálja, hogy egy x méretű darabból egy v méretű fragmens keletkezik. Az általános alakú rátaegyenlet a következő:

$$\frac{\partial p(v, t)}{\partial t} = -a(v, t)p(v, t) + \int_v^\infty p(x, t)a(x, t)k(v, x)dx, \quad (2.11)$$

ahol a jobb oldali első tag a v méretű fragmensek fogyását (feldarabolódását), míg a második tag a képződésüket írja le, $x > v$ méretű fragmensek szétesésének következtében.

A folytonos fragmentáció elméleti vizsgálata során a legnagyobb figyelem a rátaegyenleteken alapuló megközelítésekre irányult, annak ellenére, hogy a (2.11) egyenlet analitikus megoldása általában nem triviális, és a kísérleti körülményeket jellemző k törési kernelek legtöbbször nem ismertek explicit módon. Ziff és McGrady [70] általános elveket fogalmaztak meg az úgynevezett bináris fragmentációs folyamatok kezelésére, ahol minden törés pontosan két részre osztja az anyagot. Az ilyen rendszerekre vonatkozó rátaegyenlet általános megoldását Cheng és Redner [71–73] vezették le azokra a bináris törési kernelekre, amelyek az alábbi alakot veszik fel:

$$F(x, y) \propto (x + y)^{\lambda-1}, \quad (2.12)$$

ahol a kernel azt a valószínűségi rátát adja meg, amellyel egy $(x + y)$ méretű test két részre, x és y méretű fragmensekre hasad szét. A modell egyik kulcsfontosságú eredménye, hogy $\lambda = 0$ esetén a rendszer porrázúzódási (shattering) átmenetet mutat, amely során nagy számú infinitézimális tömegű darab keletkezik. Pozitív λ értékeknél a nagy méretű fragmensek eloszlása aszimptotikusan $\exp(-x^\lambda)$ alakú, míg a kis mérettartományban az eloszlás lognormális vagy hatványfüggvény jellegű. Ez a viselkedés szoros kapcsolatot teremt a rátaegyenletek és a fragmentáció statisztikus

skálatörvényei között. Noha a rátaegyenletek kétségtelenül számos kiaknázatlan elméleti lehetőséget kínálnak, és jelentős matematikai mélységgel rendelkeznek, a kísérleti fragmentációs adatok kvantitatív leírásában való alkalmazhatóságuk mindeddig korlátozottnak bizonyult.

3. fejezet

Kvázisztatikus törési folyamatok heterogén anyagokban

Amikor egy szilárdtestet külső mechanikai hatások érnek, a teherbírását meghaladó igénybevétel esetén az anyag integritása megszűnik, és két, vagy több darabra esik szét – ezt az eseményt törésként definiáljuk. A törési folyamat lefolyása és kimenetele nem csupán az anyag szerkezeti és mechanikai tulajdonságaitól függ, hanem lényegesen befolyásolja a terhelés jellege is. Amennyiben a külső igénybevétel meghaladja az anyag szilárdsági határát, a törés rövid időn belül, gyorsan következik be. Ezzel szemben alacsonyabb, úgynevezett szubkritikus terhelés hatására a törési folyamat lényegesen lassabb lehet, sőt, egy bizonyos terhelési küszöb alatt tartós igénybevétel esetén sem történik makroszkopikus törés.

Időfüggő terhelések esetén kiemelten fontos szerepet játszik a terhelésváltozás sebessége. A fragmentáció, amellyel az előző fejezetben foglalkoztunk, egy olyan szélsőséges esetet képvisel, amikor extrém rövid idő alatt jelentős mennyiségű energia jut az anyagba, amelynek következtében nagyszámú repedés alakul ki, és ezek gyors növekedése az egész testet sok különálló, apró darabra bontja. Amennyiben az alkalmazott terhelés kis

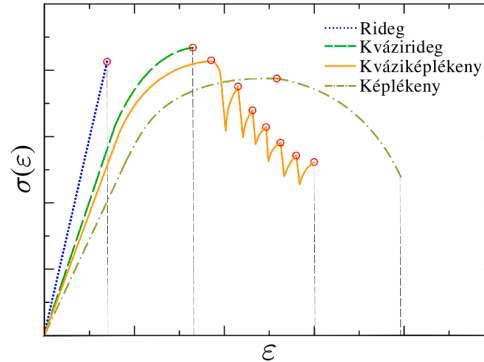
lépésekben, fokozatosan növekszik, és az anyag minden ponton képes a feszültségrelaxációra, kvázisztatikus terhelésről beszélünk. Ilyen körülmények között a rendszer kvázisztacionárius konfigurációkon átmenve közelíti meg a globális törés bekövetkeztét, ahol az anyag jellemzően két nagyobb részre hasad [74, 75]. Ezen folyamatok pontos megértése elengedhetetlen a szerkezeti integritás megbízható előrejelzése, valamint a kockázatalapú mérnöki tervezés szempontjából is.

Kutatásaink második szakaszában rendezetlen belső szerkezetű szilárdtestek kvázisztatikus törési folyamatait elemeztük elméleti modellezés és numerikus szimulációk alkalmazásával. E fejezet célja, hogy bemutassa, miként befolyásolja a természetes és mesterséges anyagok heterogenitása a különböző törési mechanizmusokat, valamint áttekintést adjon e folyamatok kísérleti megközelítéseiről és vizsgálhatóságáról.

3.1. A heterogenitás szerepe a makroszkopikus törési viselkedésben

A törési mechanizmusokat alapvetően meghatározza az anyag belső rendezetlenségének mértéke. Ideális szilárdtestek esetében, ahol a szerkezet tökéletesen szabályos, a szakítószilárdság közelítően meghatározható úgy, mint az a feszültség, amely elegendő ahhoz, hogy két egymással párhuzamos atomi síkot egymástól elválasszunk [76]. Ezen megfontolás alapján a σ_c szakítófeszültség értéke az E Young-modulus nagyságrendjébe esik. Az ilyen típusú anyagokra jellemző, hogy törésük hirtelen következik be, előzetes lokális károsodás jelei nélkül, ezt a viselkedést nevezzük rideg törésnek. Ekkor a törési eseményt megelőzően kevés, vagy semmilyen képlékeny alakváltozás nem történik (lásd a 3.1. ábrán).

Ha azonban az anyag heterogenitása nem elhanyagolható, azaz rendezetlenség jelen van a mikro- vagy mezoskálán, a törési viselkedés jelentősen módosul. A feszültség–deformációs görbe alakja alapján két fő töréstípust különböztethetünk meg: a kvázirideg törés akkor fordul elő, ha az adott



3.1. ábra. A $\sigma(\varepsilon)$ feszültség–deformáció görbék tipikus alaktípusai négy eltérő mechanikai viselkedést mutató anyag esetén. A rideg anyagokra jellemző, hogy törésük a lineáris, rugalmas deformációs tartományon belül következik be, előzetes plasztikus alakváltozás nélkül. Kvázirideg anyagok esetén a görbe maximumot mutat, amelyet a lokális instabilitások és mikrorepedések fokozatos felhalmozódása előz meg. Kváziképlékeny anyagoknál a kezdeti lágyulási szakaszt jellemzően keményedés követi, amely során a repedések terjedése kontrolláltabb. Képlékeny anyagoknál a feszültség monoton növekszik az alakváltozással, és a törés jelentős plasztikus deformáció után következik be [77].

$\sigma(\varepsilon)$ függvény maximumot vesz fel, míg szívós törésről akkor beszélhetünk, ha a görbe monoton növekvő, így a szakadás jelentős képlékeny alakváltozás után következik be.

A heterogén belső szerkezet jelenléte a törésfolyamat során lokális gyengeségek kialakulását eredményezi, amelyeken már a globális törési feszültségnél kisebb terhelés hatására is mikrorepedések alakulhatnak ki. Ezek a repedések gyakran megállnak, amikor ellenállóbb zónába ütköznek. A külső terhelés fokozatos növelése újabb repedések keletkezését, illetve már meglévők hirtelen tovaterjedését indukálhatja. Ennek eredményeként a törés úgynevezett károsodáshalmozódás révén következik be, amely során a mikrorepedések fokozatosan összeolvadnak, végül egy domináns, a minta

teljes keresztmetszetét lefedő repedés kialakulásához vezetve.

Ez az evolúciós törési folyamat a makroszkopikus mechanikai viselkedést is alapvetően meghatározza. A károsodás felhalmozódása a feszültség-deformáció görbe karakterisztika nemlinearitásához vezet nagy deformációk esetén. Ezenkívül, mivel a gyengébb zónák már kisebb terhelésnél instabilitást idézhetnek elő, a rendezetlenség csökkenti a próbatestek teherbíró képességét, azaz a tapasztalt szakítószilárdság az ideális értéktől nagyságrendekkel kisebb lehet. Továbbá, az anyag szerkezeti rendezetlenségének köszönhetően, még azonos feltételek és anyagparaméterek mellett is jelentős eltérések tapasztalhatók a próbatestek törési viselkedésében. Ezért a szakítószilárdságot egy valószínűségi eloszlás segítségével célszerű jellemezni [73, 78].

Kvázirideg, heterogén szerkezetű anyagok esetében a törési szilárdság sztochaszticitásának leírására leggyakrabban a Weibull-eloszlást alkalmazzák. Ennek kumulatív formulája a következő alakban írható fel:

$$P(\sigma_c) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_0} \right)^m \right]. \quad (3.1)$$

Itt σ_0 egy méretfüggő skálaparaméter, míg az m Weibull-kitevő az anyag belső szerkezeti rendezetlenségének érzékeny mutatója. Az m értéke közvetlen információval szolgál a törési folyamat sztochasztikus természetéről, vagyis az anyagok rendezetlenségének mértékéről [79].

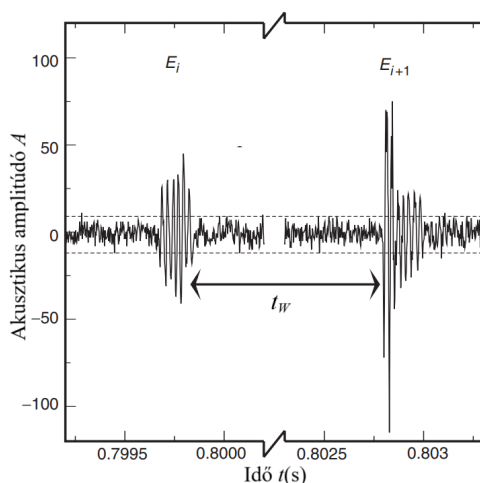
3.2. Zajos repedezés

A kísérletekben gyakran vizsgált, kvázirideg viselkedést mutató anyagok, a porózus szerkezetű üledékes kőzetek. Ezek az anyagok nyomóterhelés melletti mechanikai viselkedésének vizsgálata alapvető jelentőséggel bír a geofizikai kutatásokban, valamint számos mérnöki alkalmazásban. E kőzetek nemcsak szerkezeti építőanyagként játszanak kulcsszerepet, hanem törési mechanizmusuk szabályozza az olyan természetes és antropogén veszélyforrások kialakulását és dinamikáját, mint a földcsuszamlások vagy

földrengések [17, 80–83]. A törés ezen anyagokban (ideértve más kohézív szemcsés közegű anyagokat is) jellemzően a mikrorepedések intermittens nukleációja, továbbterjedése és összeolvadása révén történik, amely folyamatok akusztikus emisszióval (AE), más néven repedési zajjal járnak. Az ilyen egy- vagy többrepedéses törési rendszerekben lejátszódó lokális törési mechanizmusok megfigyelése kísérletileg jelentős kihívást jelent [78]. A rendelkezésre álló mérési technikák közé tartozik a hőkamerás képalkotás, elektromágneses érzékelés, felületi deformációkövetés (pl. digitális képkorreláció vagy interferometria), a Young-modulus monitorozása [84], valamint a háromdimenziós tomográfia [85]. Ugyanakkor ezek a módszerek gyakran korlátozott tér- és időbeli felbontással bírnak, illetve nem biztosítanak közvetlen betekintést az anyagon belüli folyamatokba, miközben a mérési zaj jelenléte tovább nehezíti az adatok értelmezését. E tényezők miatt a repedési dinamika kísérleti feltárásának egyik leghatékonyabb eszköze a törés során kibocsátott hullámok, azaz a repedési zaj érzékelése [11, 80, 86].

Az akusztikus emisszió (AE) jelensége klasszikusan a rugalmas energia felszabadulásának következménye kvázirideg törés során, de előidézhető belső súrlódás vagy diszlokációs mozgás révén is. Egy tipikus AE kísérlet során piezoelektromos érzékelőkkel detektálják az akusztikus aktivitást, amelyek a mechanikai hullámokat elektromos jelekké alakítják. A rendszer működésének alapja a zajküszöb meghatározása, amely felett jól elkülöníthető zajcsomagokat, törési eseményeket regisztrálnak. A 3.2. ábra egy szakítóvizsgálat során, papírmintán mért két egymást követő eseményt mutat, és szemlélteti az AE jelekre jellemző főbb paramétereket: a t_W várakozási időt, valamint az E eseményenergiát [78].

Számos, eltérő terhelési mód használatával végzett kísérlet (beleértve húzó-, nyomó- és nyíróterhelést különböző anyagtípusokon), konzisztens módon azt az eredményt hozta, hogy az AE események statisztikai eloszlásai a földrengések skálatörvényeivel mutatnak analógiát. Tehát az események közötti t_W várakozási idők és az E eseményenergiák skálafüggetlen



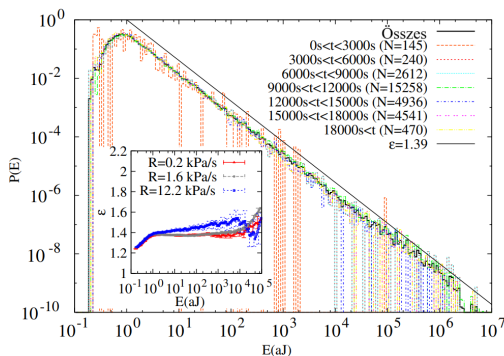
3.2. ábra. Repedési zaj tipikus példája [78]. A detektált két esemény időben jól elkülönül, közöttük egy meghatározott t_W várakozási idő figyelhető meg, míg az események egyenként a hozzájuk tartozó E energiaértékkel jellemezhetők. Látszódnak, hogy az AE jel erős háttérzajjal terhelt, ezért a releváns események azonosításához és szeparálásához egy küszöbérték alkalmazása szükséges.

viselkedést mutatnak, eloszlásaik hatványfüggvény szerint csökkennek:

$$p(t_W) \sim t_W^{-\tau_W}, \quad \text{és} \quad p(E) \sim E^{-\tau_E}, \quad (3.2)$$

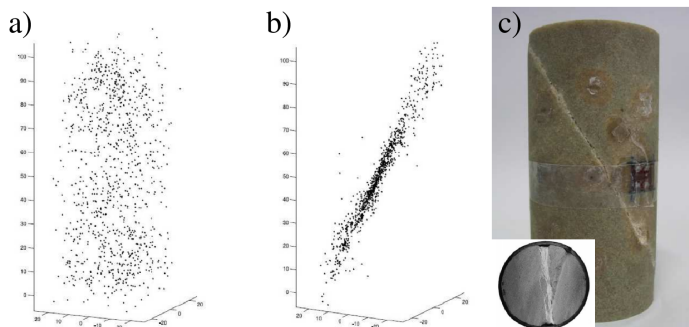
ahol a τ_W és τ_E exponensek az Omori-típusú időbeli eloszlás és a Gutenberg Richter típusú energiaeloszlás kitevőéhez hasonló értéket vesznek fel, közvetlen analógiát képezve a szeizmológiai jelenségek statisztikus leírásával. Erre látható egy tipikus példa a 3.3. ábrán, amely során porózus szilícium-dioxid kerámia anyagdarabok törését vizsgálták kísérletben AE módszerekkel. Az AE események jellemzőinek hatványfüggvény szerint csökkenő eloszlása egyes értelmezések szerint a törési folyamat önszerveződő kritikus viselkedésének (SOC) jele, amely hasonlóságot mutat a földrengések dinamikáját leíró SOC modellekkel [87].

Laboratóriumi vizsgálatok eredményei alapján megállapítható, hogy a



3.3. ábra. Szilícium-dioxid kerámia próbatesten végzett, nyomóterhelés hatására kialakult törési események energiájának eloszlása egyben, és 7 különböző alperiódusra felosztva [19]. A folytonos fekete vonal a $\tau_E = 1.39$ exponens értéket mutatja. A belső ábrán a Maximum Likelihood módszerrel számolt τ_E exponens értéke látható az E_{min} alsó küszöbérték függvényében, három kísérlet esetén.

törési folyamat előrehaladtával mind a roncsolódás térbeli eloszlása, mind az ehhez társuló akusztikus emissziós jelek időfüggő viselkedése összetett módon fejlődik, ahogy a rendszer közelít a globális törés kialakulásának pontjához [80, 83]. Az AE technológia lehetővé teszi a mikrotörések térbeli lokalizációját a deformáció során fellépő hangjelek alapján három dimenzióban. A 3.4.(a, b) ábrákon minden pont egy-egy detektált repedési esemény helyét reprezentálja, amelyeket AE jel alapján azonosítottak homokkőből készült próbatesten, háromtengelyű deformációvezérelt nyomóterhelés alatt. Az (a) panelen jól megfigyelhető, hogy a terhelés kezdeti szakaszában a mikropredések a teljes próbatestenben elszórtan jelennek meg. A folyamat előrehaladtával azonban, amint azt a (b) panel mutatja, a repedések egyre inkább összefüggő mintázatot alkotnak, és a károsodás lokalizálódik egy keskeny zónába, ahol a repedések összekapcsolódása révén makroszkopikus törési (nyírási) sáv alakul ki [17, 81, 82]. E zóna mentén a próbatest két, még közel épen maradt része relatív elmozdulást szenved el, elcsúsznak egymáshoz képest.



3.4. ábra. (a, b) Akusztikus emissziós jelek alapján meghatározott térbeli repedések lokalizációja, háromtengelyű nyomási vizsgálat alatt deformált homokkő próbatesten. (a) A törési folyamat kezdeti stádiumában a mikrorepedések elszórt megjelenése figyelhető meg a minta teljes térfogatában. (b) A rendszer katasztrofális törési állapotához közeledve az AE események fokozatosan egy szűk tartományba sűrűsödnek, amelyben egy kiterjedt makroszkopikus törésfelület alakul ki. Ez a felület két nagyobb darabra osztja az anyagot. (c) Az utólag rekonstruált próbatesten a kialakult törési zóna jól kivehető. A belső ábra a próbatest tengelyirányra merőleges vágási síkját ábrázolja felülnézetből, megjelenítve a repedési régió laterális kiterjedését.

A törési sáv morfológiája tisztán kivehető a 3.4.(c) ábrán, ahol a vizsgálatot követően a minta részeit mechanikusan újraegyesítették. A törés főként ebben a lokalizált régióban koncentrálódik, ahol a repedéssűrűség extrém módon megnő, így az anyag részleges fragmentációja is bekövetkezik. A károsodási zóna kialakulása arra utal, hogy a törési folyamat során egyre dominánsabbá válik az események közötti kölcsönhatás, vagyis az egymást követő repedések statisztikai és térbeli korrelációja. Ez a korrelációs dinamika nem csupán a térbeli elhelyezkedésben figyelhető meg: a repedési eseményekhez tartozó átlagos energia növekszik, míg az események közötti átlagos várakozási idő csökken, amint a rendszer a kritikus törési állapothoz közelít. Ezen időbeli mintázatok elemzése lehetőséget kínál a közelgő katasztrofális törési események előrejelzésére [88].

4. fejezet

Diszkrételem modellek

Saját kutatómunkám során, heterogén szerkezetű szilárdtestek törési és fragmentációs folyamait vizsgáltam elméleti eszközökkel. Legfontosabb eszközként diszkrét elem modellezést és számítógépes szimulációt használtam mind két-, mind háromdimenziós beágyazó térben. Heterogén anyagok diszkrét elem modeljei (DEM) képesek megragadni a törési folyamat minden lényeges elemét, az anyag mechanikai viselkedését, törési sajátosságait és változatos terhelési módok mellett képesek leírni nagyszámú repedés szimultán terjedésének hatását. A fejezetben ismertetem az általunk használt diszkrét elem modellek konstrukciójának fő lépéseit. Mind a törés, mind a fragmentáció esetén korábban kidolgozott keretmodellekből indultunk ki. Az egyes modelleknél kiemeltem azokat az elemeket, amelyeket az általunk vizsgált problémákhoz illesztettünk.

4.1. Kétdimenziós héjak robbanásának diszkrételem modellje

4.1.1. Heterogén anyagok diszkretizációja véletlen rácson

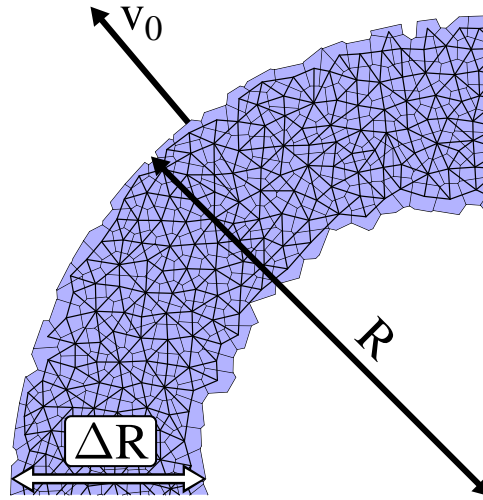
A szilárd anyagok belső heterogenitásának kétdimenziós, realisztikus reprezentációja érdekében a próbatesteket véletlenszerű szerkezetű rácson

diszkrétizáljuk, amit véletlenszerű alakú konvex poligonokkal valósítunk meg. A poligonhálózat kiindulási konfigurációját egy vektorizálható véletlen rács alapján hozzuk létre, amely egy Voronoi-konstrukció regularizált változata [89]. E konstrukció előnye a hagyományos Poisson-típusú Voronoi-tesszellációval szemben az, hogy a létrejövő sokszögek szomszéd-sági kapcsolatai korlátozottak, ami nemcsak a program numerikus gyorsaságát javítja, hanem lehetővé teszi nagy méretű rendszerek hatékony szimulációját is. A kapott konvex Voronoi-cellák mezoszkopikus anyagdarabokat reprezentálnak [90]. A modell keretében minden poligon önálló diszkrét elemet képez, melynek három független szabadsági foka van a kétdimenziós térben: a tömegközéppont helyzetének két koordinátája és egy forgási szög.

A diszkrételemes modellünkben (DEM) egy síkbeli gyűrűs geometriát implementálunk oly módon, hogy először egy téglalap alakú doménen hozunk létre Voronoi lefedést, majd abból két koncentrikus kör kivágásával képezzük a gyűrűt. A külső sugár értékét $R = 120l_0$ -ban rögzítjük, míg a gyűrű ΔR vastagságát változtatjuk annak érdekében, hogy lefedjük a $\Delta R/R = 0.02 - 1.0$ tartományt, ahol l_0 a tesszellációban szereplő poligonok karakterisztikus lineáris méretét jelöli. Ennek megfelelően a legkisebb modellezett vastagság $\Delta R \approx 2.5l_0$, míg a legnagyobb esetén $\Delta R/R = 1$, ami egy teljes körlemez eredményez (ilyenkor a rendszer körülbelül 50000 Voronoi-poligont tartalmaz). A modell geometriai felépítését a 4.1. ábra szemlélteti.

4.1.2. Rugalmas viselkedés implementálása

A szilárdtest rugalmas viselkedését a modellben úgy közelítjük, hogy a Voronoi-konstrukciójával definiált sokszögeket merev testekként kezeljük, azaz ezek nem képesek sem deformálódni, sem eltörni. Ugyanakkor a lokális deformációjuk modellezése céljából megengedjük, hogy a poligonok átfedésbe kerüljenek, amikor mechanikai kölcsönhatásba lépnek. Az átfedő poligonok általában két metszéspontot definiálnak, amelyek a 4.2. ábrán



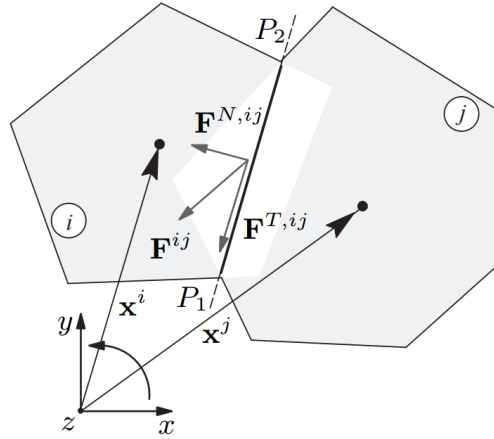
4.1. ábra. Kétdimenziós térbe ágyazott gyűrű diszkrétizációja konvex poligonok véletlen rácsán. A jó láthatóság miatt a szimulációban használt gyűrűnek csak a negyede van szemléltetve. A gyűrű külső R sugarát lerögzítettük, míg a $\Delta R/R$ vastagságot változtattuk a $0.02 - 1.0$ tartományban. A szomszédos poligonokat a tömegközéppontjaik között törhető rudakkal kötöttük össze, majd a dinamikus robbanás szimulálásához a poligonokat v_0 kezdeti sebességgel láttuk el.

látható módon meghatározzák az érintkezési szakaszt.

A részecskék közötti rugalmas kontaktus szimulálására egy taszító erőt definiálunk, amely az A átfedési terület és a kölcsönható poligonpár l_0 karakterisztikus méretének hányadosával arányos. Ez utóbbi hosszparamétert a következő reláció alapján határozzuk meg:

$$\frac{1}{l_0} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{L_i} + \frac{1}{L_j} \right), \quad (4.1)$$

ahol L_i és L_j annak a két körnek az átmérője, amelyek területe megegyezik az i és j indexű poligonokéval. Ez a definíció biztosítja, hogy az effektív rugóállandó arányban legyen a Young-modulus osztva a geometriai méreteket reprezentáló hosszskáálával. Az erő irányát az érintkezési vonalra merőleges



4.2. ábra. Két poligonális i és j részecske közötti rugalmas kontaktus-erő $\vec{F}^{N,ij}$ meghatározásához először szükséges az átfedési terület (az ábrán fehérrel jelölve) kiszámítása [91]. A geometriai érintkezési feltételek alapján az átfedő sokszögek két metszéspontja, P_1 és P_2 , definiálja a kontaktvonalat $\overline{P_1P_2}$. Az $\vec{F}^{N,ij}$ erő alkalmazási pontját ennek a kontaktvonalnak a felezőpontjába helyezzük, míg a vektor irányát az $\overline{P_1P_2}$ szakaszra merőleges egységvektor határozza meg. Ez a definíció biztosítja, hogy a kontaktusban fellépő erő lokálisan normálirányú legyen, összhangban az elasztikus kölcsönhatás fizikájával.

\vec{n} egységvektor adja meg. A kontaktusban lévő szemcsék közötti rugalmas erő vektoriális alakja:

$$\vec{F}^{N,ij} = -\frac{EA}{l_0}\vec{n}, \quad (4.2)$$

ahol E a szemcsék anyagának Young-modulusa. A Coulomb-típusú súrlódás is implementálható [90], ugyanakkor korábbi eredmények alapján belátható, hogy a súrlódás elhanyagolható hatással van a fragmentációs viselkedésre, így jelen modellben nem vesszük figyelembe.

A modellben a kohézív kölcsönhatások biztosítása érdekében a szomszédos sokszögeket rugalmas rudakkal kapcsoljuk össze. Ezek a rudak a poligonok tömegközéppontjait kötik össze, és lehetővé teszik a szilárdtest

integritásának megőrzését mindaddig, amíg a rúd mechanikailag el nem törik. Ez a megközelítés összhangban van a klasszikus törési rúdmodellekben alkalmazott módszerekkel [73, 92]. A diszkrétizáció véletlenszerűsége miatt a rúdstruktúra is sztochasztikus, a kapcsolódásokat az eredeti poligonhálózat geometriája határozza meg (lásd a 4.1. ábrán).

Egy adott i és j részecskepár között húzódnó rúd S^{ij} keresztmetszete a poligonok közös oldalának hossza a kezdeti konfigurációban. A rudak l^{ij} hosszát a tömegközéppontok távolsága határozza meg. A rúd mechanikai paramétereit a következők szerint definiálhatók:

$$a^{ij} = \frac{l^{ij}}{ES^{ij}}, \quad (4.3)$$

$$b^{ij} = \frac{l^{ij}}{GS^{ij}}, \quad (4.4)$$

$$c^{ij} = \frac{(l^{ij})^3}{EI^{ij}}, \quad (4.5)$$

ahol E és G a rúd Young- és nyírási modulusa, S^{ij} a keresztmetszeti terület, I^{ij} pedig a tehetetlenségi nyomaték hajlítás esetén. A szimuláció során E konstans, míg b^{ij} nagyságát a $2a^{ij}$ értékkel rögzítjük. Az egyes rudak hosszát, keresztmetszetét és tehetetlenségi nyomatékát a poligonok véletlenszerű kezdeti konfigurációja határozza meg a korábbiak szerint.

A rudak által összekötött tömegközéppontok három-három folytonos szabadsági fokkal rendelkeznek: az i -edik poligonhoz az u_x^i , u_y^i elmozdulásvektor komponensek és a Θ^i elfordulási szög tartozik. Az i és j poligonok közötti rúd esetében az i -re ható hosszirányú erő:

$$F_x^i = \alpha^{ij} (u_x^j - u_x^i), \quad (4.6)$$

a nyíróerő:

$$F_y^i = \beta^{ij} (u_y^j - u_y^i) - \frac{1}{2}\beta^{ij}l^{ij} (\Theta^i + \Theta^j), \quad (4.7)$$

és a hajlítónyomaték az i helyen:

$$M_z^i = \frac{1}{2}\beta^{ij}l^{ij} (u_y^j - u_y^i + l^{ij}\Theta^j) + \delta^{ij} (l^{ij})^2 (\Theta^j - \Theta^i), \quad (4.8)$$

ahol a következő rövidítéseket vezettük be:

$$\alpha^{ij} = \frac{1}{a^{ij}}, \quad (4.9)$$

$$\beta^{ij} = \frac{1}{b^{ij} + \frac{c^{ij}}{12}}, \quad (4.10)$$

$$\delta^{ij} = \beta^{ij} \left(\frac{b^{ij}}{c^{ij}} + \frac{1}{3} \right). \quad (4.11)$$

Ez a rúdmechanikai formalizmus diszkrét módon közelíti a Cosserat-elmélet egyszerűsített alakját, amelyet deformálható testek lokális forgásainak és elmozdulásainak modellezésére vezettek be [73].

4.1.3. Törési mechanizmus

A dinamikus fragmentáció numerikus modellezéséhez elengedhetetlen a kohézív kötések törését leíró feltétel bevezetése, amely meghatározza, hogy a túlfeszített rugalmas rudak mikor és milyen feltételek mellett szakadnak el. A modellben alkalmazott törési kritérium explicit módon figyelembe veszi mind a hosszirányú nyúlást, mind pedig a hajlítást (nyíró terhelést), és tükrözi azt a tényt, hogy vékonyabb és hosszabb rudak hajlamosabbak a törésre. A törési szabály formailag a von Mises-féle képlékenységi feltétel alakját követi [73], és az alábbi módon definiálható:

$$\left(\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{th}} \right)^2 + \frac{\max(|\Theta_i|, |\Theta_j|)}{\Theta_{th}} \geq 1, \quad (4.12)$$

ahol ε_{ij} az i és j poligonokat összekötő rúd hosszirányú relatív deformációja, Θ_i és Θ_j pedig a rúd végpontjaiban fellépő hajlítási szögek. A (4.12) egyenlet első tagja a nyúlási, míg a második a hajlítási komponens szerepét veszi figyelembe. A két törési módus fontosságát meghatározó küszöbértékeket (ε_{th} és Θ_{th}) konstansként adjuk meg, azonos értékekkel minden rúdra. Ugyanakkor a modell sztochasztikus törési viselkedést mutat, mivel a Voronoi-tesszelláció geometriai véletlenszerűsége a rúdelemek mechanikai tulajdonságaira is kihat [93, 94].

A szimuláció során minden iterációs időlépésben kiértékeljük a törési feltételt az összes, még intakt állapotban lévő rúdra. Amennyiben a feltétel teljesül, a rúd kohézív kölcsönhatása megszűnik: a hozzá tartozó rugalmassági paramétereket nullára állítjuk, így az elem eltávolításra kerül a modellből. Az eltört rudak a szimuláció során nem regenerálódnak, a modell nem tartalmaz gyógyulási effektust. A rudak eltörése repedések létrejöttével jár a poligonok élei mentén, és a mechanikai kötések felszakadásai révén lokális energiadisszipáció történik. Ezt a modellt korábbi tanulmányok már sikeresen használták a rideg, heterogén anyagok törési és fragmentációs viselkedésének dinamikai és statisztikus jellemzésére, különböző terhelési körülmények között [93, 95, 96].

A modellben a robbanásszerű terhelés inicializálása úgy történik, hogy minden poligonhoz egy a gyűrű középpontjából kifelé mutató v_0 kezdeti radiális sebességkomponenst rendelünk (lásd a 4.1. ábrán). A rendszer fejlődését a poligonok translációs és rotációs mozgásegyenleteinek numerikus megoldásával követjük nyomon, egy ötödfokú Prediktor-Korrektor algoritmus alkalmazásával [97]. A dinamikus terhelést a $\dot{\epsilon}$ deformációs rátával jellemezzük, amely a v_0 kezdeti poligonsebességgel kifejezve:

$$\dot{\epsilon} = \frac{v_0}{R}, \quad (4.13)$$

ahol R a gyűrű külső sugara. Ezt a deformációs rátát a v_e/R értékkel normáljuk, ahol v_e a rugalmas hullámok sebessége a próbatest anyagában, melynek értékét numerikusan határoztunk meg.

4.2. Háromdimenziós porózus kőzetek kváziszztatikus terhelésének diszkrétilem modellje

Kutatómunkám második nagy területe a geológiai kőzetek törésének vizsgálata. A porózus kőzetek egytengelyű terhelés alatt történő törése során kialakuló repedéshálózatok fejlődésének numerikus vizsgálatához ismét egy diszkrét elemes modellt alkalmazunk. Ez a modellezési megközelítés

eredetileg 2013-ban került bevezetésre, mint a heterogén anyagok mechanikai viselkedésének általános numerikus keretrendszere [74, 75, 98]. A következőkben bemutatásra kerülnek a modell kulcselemei, amelyek megragadják az üledékes kőzetek mikrostruktúrájának heterogenitását, valamint a törési és károsodási mechanizmusok időbeli és térbeli fejlődésének realiztikus reprezentációját.

4.2.1. Heterogén mikrostruktúra

A szimulációkhoz háromdimenziós henger alakú próbatesteket használunk D átmérővel és H magassággal, melyek oldalaránya $H/D = 2.3$, összhangban a geológiai anyagokon végzett kísérletek sztenderdjeivel [99]. Az üledékes kőzetek rendezetlen mikroszerkezetének szimulációjára sztochasztikus eloszlású, R sugarú, gömb alakú szemcsékből álló granuláris szerkezetet hozunk létre. A kiinduló elrendezés generálásához ebben az esetben is diszkrétilem szimulációt alkalmazunk, amely során a részecskék egyenként ülepednek a gravitáció hatására (lásd a 4.3.(a) ábrán). Eközben energiájukat disszipatív kölcsönhatások révén vesztik el, mind egymással, mind a henger falával ütközve, míg el nem érik végső nyugalmi pozíciójukat.

A részecskék közti kölcsönhatást egy lágy kontaktmodellen keresztül írjuk le, ahol a szemcsék lokálisan átfedhetik egymást, ami taszító erőt eredményez [100]. Az R_i és R_j sugarú, valamint \vec{r}_i és \vec{r}_j pozíciójú részecskék közötti átfedés mértéke: $\xi = R_i + R_j - r_{ij}$, ahol $r_{ij} = |\vec{r}_i - \vec{r}_j|$ a két részecske távolsága. Átfedés akkor lép fel, ha $\xi > 0$. A fellépő \vec{F}_{ij}^c kontakterőt a Hertz-féle érintkezési törvény adja, amely magába foglal egy viszkoelasztikus disszipációs kifejezést is:

$$\vec{F}_{ij}^c = -k_{ij}^p \left(\xi^{3/2} + a\sqrt{\xi}\dot{\xi} \right) \vec{n}_{ij}, \quad (4.14)$$

ahol \vec{n}_{ij} a j részecskétől i -re mutató, egység hosszúságú irányvektor, a $\dot{\xi}$ az átfedés idő szerinti deriváltja, és a egy disszipációs állandó. A kontakt-

merevség k_{ij}^p a következő formában definiálható:

$$k_{ij}^p = \frac{2E_p \sqrt{R_{ij}^{eff}}}{3(1 - \nu_p^2)}, \quad (4.15)$$

ahol az effektív sugár:

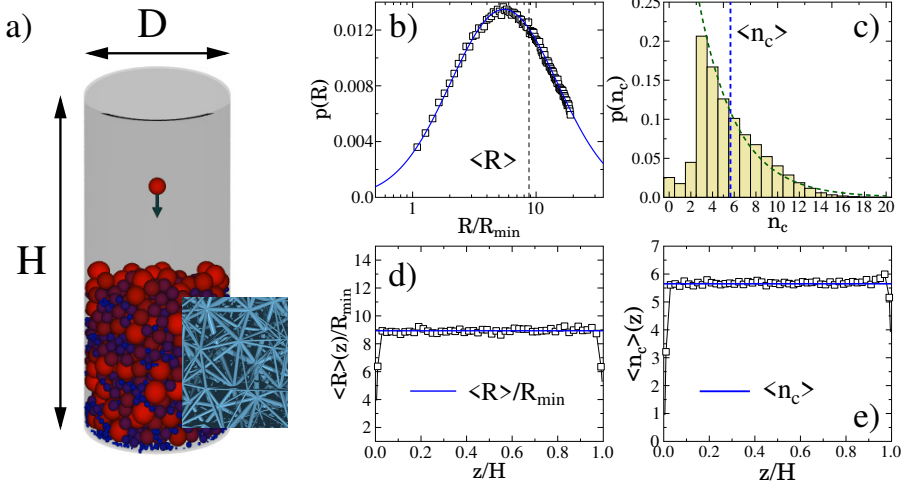
$$\frac{1}{R_{ij}^{eff}} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}, \quad (4.16)$$

míg E_p és ν_p a részecskék anyagára jellemző Young-modulus és Poisson-tényező.

A rendszer időfejlődését a részecskék translációs és rotációs mozgás-egyenleteinek integrálásával követjük nyomon, egy ötödfokú Prediktor-Korrektor algoritmus alkalmazásával [101]. A szemcséket véletlenszerű, az üledékréteg fölé eső pozíciókból, kezdetben nulla sebességgel helyezzük be a rendszerbe, majd ballisztikus pályájuk során kinetikus energiájukat disszipatív ütközések révén elvesztve ülepednek. A szimulációt akkor állítjuk le, amikor elértük a kívánt N részecskeszámot és a hengerben stabilan elhelyezkedő, egyenletes felszínű üledékes réteg jött létre.

A szimulációk során a szemcsék méreteloszlását a természetes üledékes kőzetek szemcseméret-karakterisztikáit tükröző lognormális eloszlás szerint generáltuk. A részecskék R sugara egy $R_{min} \leq R \leq R_{max}$ intervallumon belül korlátozott volt azzal a céllal, hogy elkerüljük az ülepítés során fellépő méret szerinti szegregációt. A túl kicsi szemcsék a tartály aljára ülepedhetnek, a nagy részecskék közötti üres térben pattogva. Ennek kiküszöbölésére az eloszlás felső és alsó határértékei közötti arányt rögzítettük: $R_{max}/R_{min} = 20$, míg az átlagos szemcseméretet minden konfigurációban $\langle R \rangle = 8.9R_{min}$ értékre állítottuk be [74]. A részecskék végső mintabeli $p(R)$ eloszlását a 4.3.(b) ábra szemlélteti, amely jól illeszkedik az előírt lognormális sűrűségfüggvényhez.

A granuláris szerkezet jellemzésére a szemcsék kontaktusszámának $p(n_c)$ valószínűségi eloszlását is meghatároztuk, amelyet a 4.3.(c) ábra mutat be.



4.3. ábra. (a) Az üledékes kőzetek belső mikrostruktúrájának szimulációjához a részecskék véletlenszerű, homogén elrendezését egy H magasságú és D átmérőjű hengeres tartályban végzett üledékképződés-szimulációval állítottuk elő. A színkódolás a részecskék R sugarát jelöli: a sötétek a legkisebb, míg a piros a legnagyobb szemcsékhez tartozik. A belső betétábrán a végső konfigurációhoz tartozó Delaunay-háromszögeléssel generált rúdstruktúra kinagyított részlete látható. A rudak vastagsága le van csökkentve annak érdekében, hogy a szerkezet jól kivehető legyen. (b) A szemcsék R sugara $p(R)$ lognormális eloszlás szerint került generálásra az $R_{\min} \leq R \leq R_{\max}$ intervallumon belül, ahol a méretarányt $R_{\max} = 20R_{\min}$ értékre állítottuk be. (c) Az ülepedést követően kialakuló konfigurációban meghatároztuk a szemcsék kontaktusainak n_c számát, és azok $p(n_c)$ valószínűségi eloszlását. A kapott hisztogram $n_c \geq 3$ tartományban jól közelíthető egy csökkenő exponenciális függvénnyel, amelyet szaggatott vonallal jelöltünk. (d) Az $\langle R \rangle(z)$ görbe a szemcsék átlagos sugarát, míg (e) az $\langle n_c \rangle(z)$ kontaktusok átlagos számát mutatja a henger aljától mért z magasság függvényeként. A vízszintes vonalak a teljes mintára vonatkozó átlagértékeket jelölik.

Ez az eloszlás a $n_c \geq 3$ tartományban exponenciális alakot követ:

$$p(n_c) \sim \exp\left(-\frac{n_c}{\langle n_c \rangle}\right), \quad (4.17)$$

ahol az átlagos kontaktusszám $\langle n_c \rangle \approx 5.6$, amely jól egyezik az üledékes kőzeteken végzett korábbi kísérleti megfigyelésekkel [102]. A kevés szomszédal rendelkező ($n_c = 0, 1, 2$) szemcsék elsősorban kis méretűek, és jellemzően a minta alsó határánál, vagy a tartály függőleges falai mentén helyezkednek el.

A rendszer vertikális homogenitásának kvantitatív jellemzéséhez kiszámítottuk a részecskék $\langle R \rangle(z)$ átlagos sugarát, valamint az $\langle n_c \rangle(z)$ átlagos kontaktusszámot, a henger tengelye mentén mért z magasság függvényében, az alsó laptól számítva. A 4.3.(d) és (e) ábrákon bemutatott eredmények azt mutatják, hogy mindkét mennyiség statisztikailag stabil és a globális átlag körül fluktuál, ami a térbeli homogenitás magas fokát jelzi.

Végül megjegyezzük, hogy a modellben alkalmazott ülepítési módszer lehetőségét biztosít a rendszer porozitásának szabályozására, a lognormális $p(R)$ eloszlás szórásának megfelelő beállításával [103]. A jelen tanulmányban vizsgált minták porozitása átlagosan ≈ 0.41 értéket vettek fel, enyhe fluktuációkkal.

4.2.2. Kohézív kölcsönhatás és törési mechanizmus

A törési mechanizmus beépítése a rendszerbe a 4.1.3. alszekcióban tárgyaltakhoz hasonlóan történik, azzal a különbséggel, hogy most egy háromdimenziós térben dolgozunk. Az ülepített részecskekonfiguráció statikus állapotában a szemcsék közötti mechanikai kapcsolatok kialakításához Delaunay-háromszögelést alkalmaztunk a gömbök középpontjaira, majd az egyes háromszögek élei mentén a hozzájuk tartozó részecskék középpontjai között rugalmas rudakat vezettünk be. A rudak geometriai jellemzőit az üledékszerkezet rendezetlensége határozza meg: egy adott i és j részecskepár között húzódó rúd kezdeti hossza $l_{ij}^0 = |\bar{r}_i^0 - \bar{r}_j^0|$, míg az S_{ij} keresztmetszete az alábbi módon számítható ki:

$$\frac{1}{S_{ij}} = \frac{1}{R_i^2 \pi} + \frac{1}{R_j^2 \pi}, \quad (4.18)$$

ahol R_i és R_j a részecskék sugara. Ebből következik, hogy a részecskék heterogén szerkezete a rudak geometriájának véletlenszerűségét eredményezi, ami viszont befolyásolja a fizikai mennyiségek, pl. a rudak merevségének értékeit is. A 4.3.(a) ábrán a részecskékhez rendelt rudak egy kis részletének kinagyított képe látható.

A modell dinamikáját az Euler–Bernoulli rúdmechanika alapelvei szerint valósítottuk meg [100, 104, 105]. A rúddeformációk leírása lokálisan definiált koordinátarendszereken keresztül történik, melyeket a rúd végein a csatlakozó részecskékhez rögzítettünk. A szemcsék deformáció hatására bekövetkező translációs és rotációs mozgása révén a rudak nyúlásnak, összenyomásnak, nyírásnak és torzióknak vannak kitéve, ami mechanikai erőket és nyomatékokat generál a kapcsolódó részecskéken.

A rudak $\Delta l_{ij} = r_{ij} - l_{ij}^0$ tengelyirányú deformációja alapján az i és j részecskék közötti rúd által kifejtett erő:

$$\vec{F}_{ij}^b = -k_{ij}^b \Delta l_{ij} \vec{n}_{ij}, \quad (4.19)$$

ahol k_{ij}^b a rudak tengelyirányú merevsége, melyet a rudak keresztmetszete, hossza és a rúd anyagának E_b Young-modulusa határoz meg:

$$k_{ij}^b = \frac{E_b S_{ij}}{l_{ij}^0}. \quad (4.20)$$

A (4.19) egyenlet kiegészítésére egy viszkózus disszipatív tagot is bevezetünk, analóg módon a kontaktmodellekben alkalmazott (4.14) formulával.

A rudak hajlítási és torziós hatásainak leírásához az orientációváltozásokat a rúdhöz rögzített $(\vec{e}_x^b, \vec{e}_y^b, \vec{e}_z^b)$ koordinátarendszerben követjük. Egy egyszerűsített esetben, amikor a rúd két vége a \vec{e}_z^b tengely körül Θ_i^z és Θ_j^z szögeket zár be, az i részecskére ható $\vec{Q}_i^{z,b}$ eredő hajlítóerő és $\vec{M}_i^{z,b}$ nyomaték a következő alakot ölti [100]:

$$\vec{Q}_i^{z,b} = 3E_b I_{ij} \frac{\Theta_i^z + \Theta_j^z}{(l_{ij}^0)^2} \vec{e}_y^b, \quad (4.21)$$

$$\vec{M}_i^{z,b} = E_b I_{ij} \frac{\Theta_i^z + \Theta_j^z}{l_{ij}^0} \vec{e}_z^b + \left(\vec{Q}_i^{z,b} \times |\vec{r}_{ij}| \vec{e}_x^b \right), \quad (4.22)$$

ahol I_{ij} a rúd tehetetlenségi nyomatéka. A torziós nyomaték, amely a \vec{e}_x^b tengely mentén ható relatív elfordulásból származik, az alábbiak szerint adható meg:

$$\vec{M}_i^{x,b} = G_b I_{ij}^t \frac{\Theta_i^x - \Theta_j^x}{l_{ij}^0} \vec{e}_x^b, \quad (4.23)$$

ahol G_b a rúd nyírási modulusa, I_{ij}^t pedig a rúd tengelyére vonatkoztatott torziós tehetetlenségi nyomaték. A rudak által kifejtett erők és nyomatékok a próbatest globális koordinátarendszerébe történő transzformációja után kerültek beépítésre a részecskék mozgásegyenleteibe, amelyeket numerikus úton oldottunk meg az összes szabadsági fokra (transzláció és rotáció). A szimulációk numerikus integrációját az előző fejezetekben is említett ötöd-fokú Prediktor-Korrektor módszerrel végeztük, figyelembe véve a releváns perem- és terhelési feltételeket [97].

A külső terhelés hatására bekövetkező deformáció során a próbatestben kialakuló feszültségeloszlás következtében a szemcsék között elhelyezkedő rudak fokozatosan túlfeszülhetnek és eltörhetnek, ami lokális szerkezeti károsodásokhoz és mikrorepedésekhez vezet. A rudak tönkremenetelét ugyanazon mechanikai törési feltétel alapján modellezzük, mint amelyet a 4.1.3. fejezetben részletezett gyűrűfragmentációs szimulációk során is alkalmaztunk. Ez a törési kritérium lehetővé teszi, hogy a rudak törése mind axiális megnyúlás, mind hajlítás hatására bekövetkezhessen:

$$\left(\frac{\varepsilon_{ij}}{\varepsilon_{th}} \right)^2 + \frac{\max(|\Theta_i|, |\Theta_j|)}{\Theta_{th}} \geq 1, \quad (4.24)$$

ahol $\varepsilon_{ij} = \Delta l_{ij} / l_{ij}^0$ a két (i, j) részecske között húzódó rúd tengelyirányú deformációját jellemzi, míg Θ_i és Θ_j a rúdvégek lokális hajlítási szögeit jelentik. A törési küszöbértékek $\varepsilon_{th} = 0.003$ és $\Theta_{th} = 2^\circ$ rögzített paraméterként szerepelnek minden rúd esetében, és a megnyúlás, illetve a hajlítás relatív jelentőségét szabályozzák a törési mechanizmusban. Fontos megjegyezni, hogy az ülepedési folyamatból származó mikroszerkezeti rendezetlenség sztochasztikus variabilitást eredményez a rudak geometriai

és mechanikai tulajdonságaiban (pl. hossz, keresztmetszet, merevség), ami közvetve befolyásolja azok törési viselkedését is.

Azok a részecskepárok, amelyek között nem jön létre rúdcsatlakozás a Delaunay-hálózatban, kizárólag kontaktmechanikai kölcsönhatáson keresztül lépnek interakcióba. Ezekben az esetekben a normálirányú erőt a (4.14) egyenletben definiált viszkoelasztikus Hertz-típusú kontaktmodell alapján határozzuk meg, míg a tangenciális irányú interakciókat a Coulomb-féle súrlódási törvénnyel írjuk le, rögzített $\mu = 0.5$ súrlódási együttható mellett [74, 75, 98, 100].

Kutatómunkám során a henger alakú próbatestekre deformációkontrollált húzóterhelést alkalmaztunk olyan módon, hogy a minta alsó és felső peremén elhelyezkedő néhány részecskeréteget rögzítettük, majd ezeket a rétegeket egymástól távolodó irányban, a henger hosszanti tengelye mentén állandó v_0 sebességgel mozgattuk. Ez az eljárás konstans $\dot{\epsilon}$ deformációs sebességet eredményezett. A minta oldalirányú határfelületein nem alkalmaztunk külső mechanikai nyomást. A szimuláció során minden időlépésben kiértékeljük a rudak törési állapotát a (4.24) egyenletben meghatározott törési kritérium alapján. Azok a rudak, amelyek esetében a feltétel teljesült, eltávolításra kerültek, így mikrorepedések alakultak ki és lokálisan gyengült az anyag. A folyamat fejlődése során a törésvonalak növekednek, összeolvadnak, és végül egy szűk szubplanáris zónába lokalizálódnak, amely megfeleltethető a kialakuló makroszkopikus törési síknak. A szimuláció végét az a pont jelöli, amikor a rögzített részecskerétegre ható eredő erő nullára csökken, vagyis a minta teljes mechanikai integritása megszűnik.

Ez a diszkrétilem alapú modell korábban is eredményesen került alkalmazásra porózus közetek egytengelyű nyomóterhelés alatti törésének modellezésében, ahol reprodukálni tudta a kísérletileg megfigyelt térbeli károsodási mintázatokat, a tönkremenetelt kísérő lavinaszerű törési eseménysorozatokat, valamint az akusztikus emisszió statisztikai jellemzőire vonatkozó skálázási törvényeket és azok exponenseit [74, 75, 98, 103].

4.1. táblázat. Összefoglaló a rendszer jellemző mennyiségeinek jelöléséről és a szimuláció paramétereinek értékéről.

Paraméter	Jelölés	Érték	Mértékegység
Rudak			
E_b	Young-modulus	6	GPa
G_b	Nyírási modulus	6	GPa
ε_{th}	Törési küszöbérték	0.003	-
Θ_{th}	Törési küszöbérték	2	°
Részecskék			
$\langle R \rangle$	Átlagos sugár	0.1	mm
ρ	Sűrűség	3000	kg/m^3
E_p	Részecske Young-modulus	6	GPa
ν_p	Részecske Poission-tényező	0.3	-
μ	Coulomb súrlódási együttható	0.5	-
Terhelés			
Δt	Időlépés	10^{-8}	s
$\dot{\varepsilon}$	Deformációs ráta	0.01	1/s

Olyan hengeres geometriájú mintákat alkalmaztunk, amelyek átlagosan $N \approx 20000$ darab, gömb alakú részecskét tartalmaztak. A próbatestek alapjának D átmérője $D \approx 87 \langle R \rangle$, ahol $\langle R \rangle$ a szemcsék átlagos sugara. A statisztikai elemzést $K = 1000$ numerikus szimuláció eredményei alapján végeztük, amelyekhez a kiindulási konfigurációkat egymástól független ülepítési szimulációkkal generáltuk. A modellben alkalmazott főbb paraméterek, valamint a rendszerre jellemző fizikai és geometriai mennyiségek jelöléseit és értékeit a 4.1. táblázat foglalja össze.

5. fejezet

Célkitűzések

Kutatásunk során a törési jelenségek két alapvetően eltérő, de egymással szoros kapcsolatban álló végletét vizsgáltuk: a gyorsan lejátszódó, impulzusszerű energia betáplálás hatására létrejövő dinamikus fragmentációt, valamint a lassan növekvő terhelés alatt lejátszódó kvázisztatikus törést. E két terhelési mód különböző típusú anyagkárosodási és repedés-fejlődési folyamatokat eredményez, melyek megértése kulcsfontosságú mind az alap kutatás, mind az alkalmazott mérnöki gyakorlat szempontjából. A tématerület iránti érdeklődést az is indokolja, hogy a törési folyamatokkal kapcsolatos jelenségek számos stratégiai jelentőségű iparágban jelen vannak: kiemelt szerepet játszanak a bányászati aprítási és őrlési technológiák optimalizálásában, a haditechnikai robbanási folyamatok modellezésében, valamint az építőiparban alkalmazott rideg szerkezeti anyagok törésének előrejelzésében. Doktori munkám célja ezért kettős: egyrészt a fragmentáció fizikai mechanizmusainak mélyebb megértése, másrészt a lassú terhelés alatti lokális törési események statisztikájának vizsgálata, kvantitatív leírása realiztikus számítógépes modellezés segítségével.

5.1. Héjak robbanása kétdimenziós beágyazó térben

A szilárdtestek robbanás vagy más típusú dinamikus terhelés hatására bekövetkező hirtelen széttöredezése széles körben előforduló jelenség a természetben, amely különböző méretű és alakú fragmensek kialakulásához vezet. Bár a szakirodalom döntő része tömbi anyagok fragmentációjára fókuszál [1–6], a héjszerkezetek törése is kiemelt jelentőséggel bír, különösen az űrtechnológia számára [106, 107]. A földkörüli pályán keringő űrszemét jelentős hányada tartályok és egyéb héjstruktúrák felrobbanásából származik. Ezek az objektumok komoly veszélyt jelentenek az űrmissziókra, a műholdak élettartamát pedig gyakran az határozza meg, hogy a rendelkezésre álló hajtóanyag meddig elegendő az ütközések elkerüléséhez szükséges pályakorrekciókhoz. A dinamikus fragmentáció során keletkező tömegeloszlások univerzalitási osztályokba sorolhatók, amelyek jelentős robusztusságot mutatnak az anyagi és terhelési paraméterek változásaival szemben [21, 22, 28, 52, 53, 96, 108, 109]. Ez a robusztusság ugyanakkor komoly kihívást jelent a fragmensek méreteloszlásának irányított befolyásolása szempontjából.

Kutatómunkánk során részletesen vizsgáltuk kétdimenziós térbe ágyazott héjszerkezetek, azaz gyűrűk robbanás okozta széttörését, változtatva a gyűrű vastagságát és a robbanás erősségét jellemző deformációs sebességet. Elsődleges célunk volt annak tisztázása, hogy milyen módon lehet kontrollálni a fragmensek tömegeloszlásának függvényalakját. Ehhez diszkrét elem szimulációkkal feltártuk a robbanó gyűrű fázisszerkezetét, meghatároztuk az egyes fázisok skálatörvényeit, majd arra kerestük a választ, hogy a repedési mintázat szerkezete alapján hogyan lehet megérteni az egyes fázisok létrejöttét.

Eredményeink várhatóan hozzájárulnak a fragmentációs univerzalitási osztályok mélyebb megértéséhez, valamint a különböző törési fázisokat elválasztó kritikus pontok azonosításához. A modell gyakorlati alkalmaz-

hatósága kiterjedhet az úrtörmelék viselkedésének előrejelzésére, a kontrollált robbantási technológiák optimalizálására, valamint új anyagtervezési stratégiák fejlesztésére is.

5.2. Porózus kőzetek kvázisztatikus törése

Kísérleti megfigyelések szerint porózus kőzetek nyomás alatti tönkremenetelét gyakran megelőzi az akusztikus emissziós aktivitás fokozódása, amely a repedési események intenzitásának gyorsuló növekedését jelzi. Ez a jelenség potenciális indikátora lehet a közelgő katasztrofális szerkezeti összeomlásnak, és így előrejelző mechanizmusként is értelmezhető [110–112]. Noha számos kísérleti és elméleti kutatás foglalkozott már az AE-jelenségek karakterizálásával, a külső terhelési feltételek, különösen a különböző típusú mechanikai igénybevételek szerepe a repedési lavinák statisztikus tulajdonságaiban továbbra is nyitott kérdés maradt.

Az elmúlt években a heterogén anyagok diszkrét modelljein alapuló numerikus szimulációk fontos előrelépést tettek lehetővé a repedési zaj időfejlődésének és statisztikus tulajdonságainak megértésében. Ezek a számítógépes szimulációk megmutatták, hogy az intermittens repedési zaj skálafüggetlen eloszlásokkal jellemezhető, amelyek exponense robosztus az anyagi jellemzőkkel szemben. Ugyanakkor a különböző terhelési módok, különösen a húzó és nyomó igénybevételek hatásának szisztematikus összehasonlítása eddig kevés figyelmet kapott, és jelenleg is nagyrészt feltáratlan területet képez.

Kutatásunk céljaként ezért annak feltárását tűztük ki, hogy a külső mechanikai terhelési feltételek, különösen az egytengelyű kvázisztatikus húzó- és nyomóterhelés, milyen módon befolyásolják a porózus kőzetanyagok törését kísérő repedési lavinák statisztikus és dinamikai jellemzőit. A vizsgálat során realizisztikus mikroszerkezeti felépítéssel rendelkező kőzetmintákon végzünk diszkrét elemes (DEM) szimulációkat, amelyek lehetővé teszik a törési események időbeli és térbeli karakterisztikájának nagy fel-

bontású elemzését. Azonos mintageometria és mikroszerkezeti konfiguráció mellett hasonlítjuk össze az általunk elvégzett húzóterheléses szimulációkat a korábbi nyomóterhelés alatti eredményekkel. A kutatás középpontjában annak kvantitatív meghatározása áll, hogy a lokális repedési eseményeket jellemző energiafelszabadulás, magnitúdó, időtartam és az egymást követő események közötti várakozási idő eloszlásai mutatnak-e szisztematikus különbségeket a két terhelési eset között. Emellett vizsgáljuk a repedések korrelációs mintázatát, térbeli szerveződését, valamint a makroszkopikus törési sík geometriáját és orientációját, a két terhelési módusban. Elemzéseink célja, hogy hozzájáruljunk a lavinaszerű mikrotörések fizikai mechanizmusainak mélyebb megértéséhez, és ezáltal előmozdítsuk a heterogén szilárdtestekben végbemenő katasztrofális tönkremeneteli események előrejelezhetőségének fejlesztését.

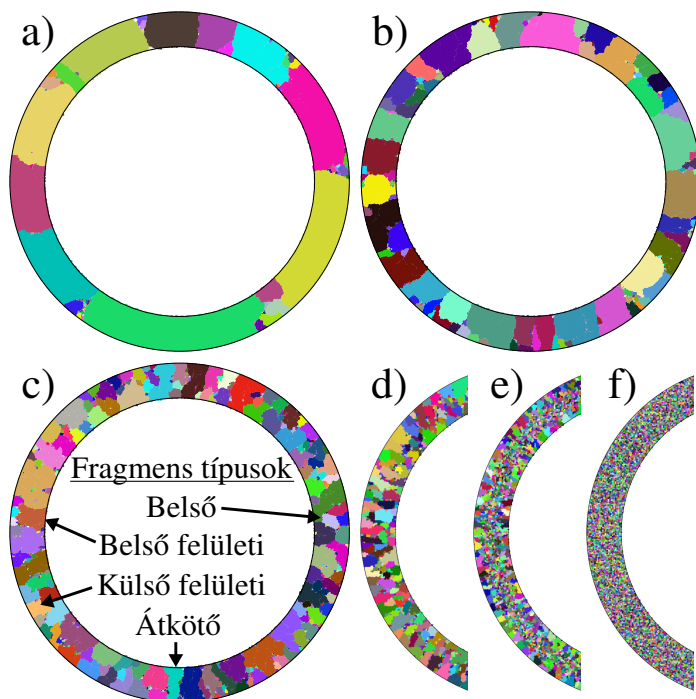
6. fejezet

Dimenzionális átmenet gyűrűk fragmentációjában

Héjszerkezetek fragmentációjának mélyebb megértésére számítógépes szimulációkkal vizsgáltuk rideg, heterogén anyagból készült gyűrűk robbanás által okozott széttörésének folyamatát. A 4.1. fejezetben bemutatott diszkrét elem modellre építve szimulációkat végeztünk változtatva a gyűrű vastagságát és a robbanást jellemző deformációs rátát. Célunk volt feltárni a rendszer fázisszerkezetét és a fázisokat jellemző skálatörvényeket. Arra kerestük a választ, lehetséges-e kontrollálni a fragmensek tömegeloszlásának függvényalakját. A fejezetben bemutatott eredmények a [P1] publikáción alapszanak.

6.1. A robbanó gyűrűk fázisdiagramja

A héjszerkezetek felrobbanásának számítógépes szimulációi kimutatták, hogy a repedezés megindulásához a $\dot{\epsilon}$ deformációs rátának meg kell haladnia egy anyagfüggő $\dot{\epsilon}_c$ küszöbértéket. A 6.1. ábra a különböző $\dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_c$ értékek mellett felrobbanó gyűrűk végső állapotát mutatja, $\Delta R/R = 0.2$ rögzített vastagság mellett, a fragmenseket eredeti helyzetükben szemléltetve. A rendszer tágulása miatt a repedések jellemzően sugárirányban

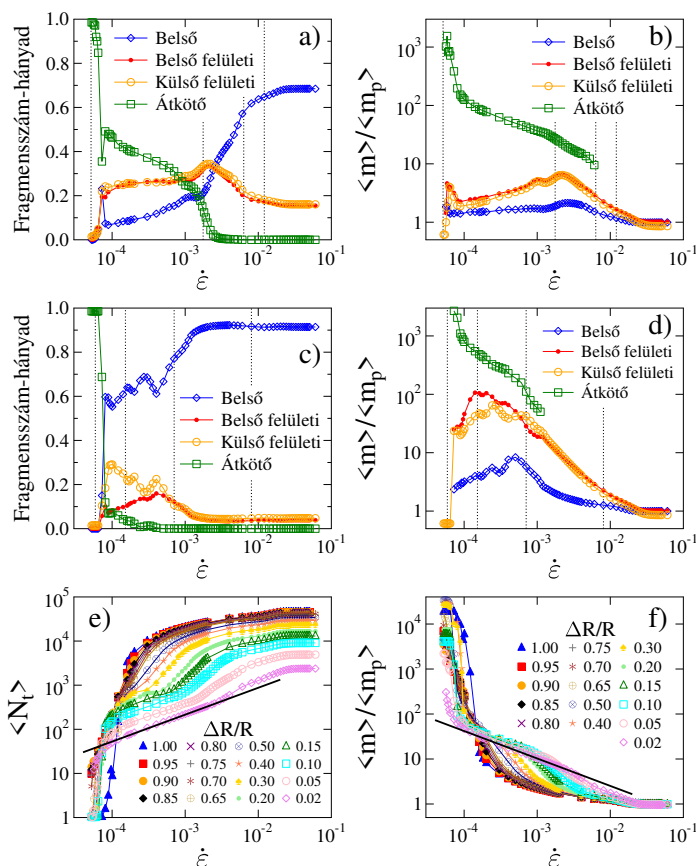


6.1. ábra. A gyűrűk széttörése során kialakuló végállapotok $\Delta R/R = 0.2$ vastagság mellett, különböző ε deformációs ráták esetén: 8×10^{-5} (a), 1×10^{-4} (b), 3×10^{-4} (c), 8×10^{-4} (d), 2×10^{-3} (e), 4×10^{-2} (f). A keletkezett fragmenseket véletlenszerűen hozzárendelt színekkel emeltük ki, és az ábrázolás során az eredeti helyükre lettek visszaillesztve a gyűrűn belül. A (c) panelen különböző típusú fragmensekre látható példákat is kiemeltünk.

haladnak, lényegében egydimenziós módon szegmentálva a gyűrűt (6.1.(a) ábra). Ahogy ε növekszik, a szegmentáló repedések távolsága csökken, csökkentve a fragmensek méretét (lásd 6.1.(b) ábra), ami összhangban van Mott és Grady előrejelzéseivel [32, 33]. Ez azt is mutatja, hogy dinamikai modellünk megfelelően ragadja meg a terhelés deformációs rátája, az anyagszerkezeti heterogenitás, valamint a feszültségfelszabadulási hullámok közötti komplex kölcsönhatásokat. Nagyobb ε értékeknél a törési

folyamat lényegesen megváltozik: a rugalmas hullámok interferenciája egy erősen deformált régiót hoz létre a gyűrű közepe mentén, ami a radiális irányra merőleges másodlagos repedéseket aktivál, és olyan fragmenseket hoz létre, amelyek már nem ívelik át a gyűrűt a belső és a külső felület között (6.1.(c) ábra). A $\dot{\epsilon}$ további növelése a másodlagos repedések növekvő száma miatt összetettebb repedésszerkezetet eredményez: a szegmentált darabok fokozatosan eltűnnek, bár a fragmensek megnyúlt alakja még mindig emlékeztet az elsődleges repedések erős radiális irányultságára (6.1.(d) ábra). A nagyon magas $\dot{\epsilon}$ értékek határán a repedések nagy sűrűsége a gyűrű teljes porrázúzódását eredményezi, amikor csak külön álló poligonok maradnak a rendszerben (6.1.(e, f) ábrák).

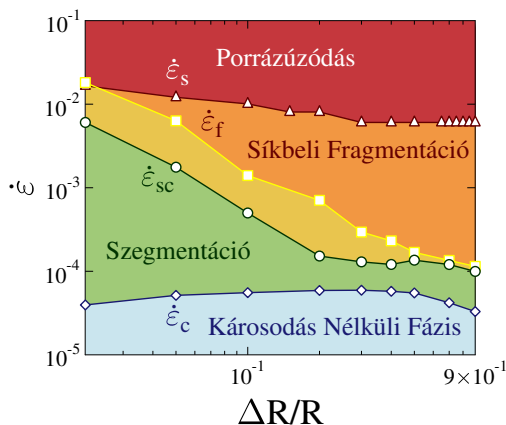
Annak feltárására, hogy a repedési szerkezet fent vázolt fejlődése hogyan befolyásolja a keletkező fragmenseket, a széttörési folyamat végállapotában három osztályba csoportosítjuk a keletkezett anyagdarabokat: felületi, belső vagy átkötő fragmensek. Az átkötő fragmensek sugárirányban érintik a gyűrű belső és külső oldalát, a belső darabok teljes egészében a gyűrűn belül helyezkednek el, a felületiek pedig vagy a belső vagy a külső felület mentén helyezkednek el (a fragmenstípusok példáit lásd a 6.1.(c) ábrán). A 6.2.(a) ábra egy vékony gyűrű $\Delta R/R = 0.05$ esetében mutatja az egyes fragmenstípusok N_s (átkötő), N_b (belső), N_{in} , N_{out} (belső és külső felületi) számának alakulását, a teljes N_t fragmensszámmal normálva, 150 szimuláció átlagában, minden $\dot{\epsilon}$ értéken. Közvetlenül az $\dot{\epsilon}_c$ küszöbráta felett a legtöbb fragmens a radiális repedések által létrehozott átkötő szegmens lesz $\langle N_s/N_t \rangle \approx 1$ (lásd a 6.1.(a) ábrán). Az $\dot{\epsilon}$ növekedésével kis darabok letörnek a szegmentált fragmensekről, így az átkötő darabok $\langle N_s/N_t \rangle$ aránya csökken, míg a belső $\langle N_b/N_t \rangle$ és a felületi darabok $\langle N_{in}/N_t \rangle$, $\langle N_{out}/N_t \rangle$ aránya nő. A különböző fragmenstípusok átlagos tömege, amely az 6.2.(b) ábrán látható, azt mutatja, hogy eleinte a belső és felszíni fragmensek csak néhány poligonból állnak, míg az átkötő szegmensek nagyságrendekkel nagyobbak. A repedésszerkezet fejlődésének következményeként (6.1. ábra) kialakul egy $\dot{\epsilon}_{sc}$ küszöbérték, amely felett



6.2. ábra. A különböző típusú fragmensek átlagos száma (a) és tömege (b) az $\dot{\epsilon}$ deformációs ráta függvényében a $\Delta R/R = 0.05$ gyűrűvastagság esetén. (c) és (d) ugyanezen mennyiségeket mutatja be egy nagyobb $\Delta R/R = 0.2$ vastagság esetén. Az összes keletkező anyagdarab átlagos száma (e) és átlagos tömege (f) az $\dot{\epsilon}$ függvényében ábrázolva minden vizsgált gyűrűvastagságra, a különböző fragmenstípusok elkülönítése nélkül. Az (a) és (b) ábrákon a függőleges szaggatott vonalak balról jobbra haladva az $\dot{\epsilon}_c$, $\dot{\epsilon}_{sc}$, $\dot{\epsilon}_f$ és $\dot{\epsilon}_s$ megfelelő értékeit jelölik. Az (e) és (f) ábrákon a folytonos egyenesek az $\alpha = 0.61$ exponensű hatványfüggvényt ábrázolják. $\langle m_p \rangle$ az egyedi poligonok átlagos tömege.

jelentős változás történik a kialakuló fragmensek összetételében: az átkötő szegmensek szinte eltűnnek, míg a felületi darabok aránya tetőzik, és a gyűrűn belüliek aránya gyorsabb növekedésnek indul (6.2.(a) ábra), amelyet az átlagos tömegük maximuma kísér (6.2.(b) ábra). Ez a viselkedés az egydimenziós (1D) radiális szegmentálódásból a síkbeli (2D) fragmentációba való átmenet kezdetére utal, ahogy a gyűrű belső szabadságfokai aktiválódnak. Ugyanez a viselkedés megfigyelhető a 6.2.(c) és (d) ábrákon is, egy vastagabb, $\Delta R/R = 0.2$ gyűrű esetén. Számításaink kimutatták, hogy ennek a dimenzióátmenetnek a kezdőpontja kvantitatív módon azonosítható azzal az $\dot{\epsilon}_{sc}$ deformációs ráta értékkel, ahol az össz fragmenstömeg túlnyomó részét először a nem átkötő (belső és felületi) darabok alkotják. A síkbeli fragmentációba való átmenet az $\dot{\epsilon}_f$ ponton fejeződik be, ahol az átkötő fragmensek száma nullára csökken $\langle N_s/N_t \rangle = 0$. A 6.2.(a, b) ábrán megfigyelhető, hogy a függőleges szaggatott vonalakkal jelzett $\dot{\epsilon}_c$, $\dot{\epsilon}_{sc}$ és $\dot{\epsilon}_f$ karakterisztikus deformációs ráta értékeknél, a különböző fragmenstípusok átlagos száma és tömege minőségi változáson megy keresztül.

Annak érdekében, hogy könnyebben áttekinthessük a rendszer komplexitását, a 6.3. ábra a felrobbanó gyűrűk fázisdiagramját mutatja be a gyűrű vastagság-deformációs ráta $\Delta R/R - \dot{\epsilon}$ síkjára leképezve. Számításaink szerint, a szegmentáció egy közel azonos $\dot{\epsilon}_c$ küszöbértéknél kezdődik minden $\Delta R/R$ gyűrűvastagságnál. Az $\dot{\epsilon}_{sc}$ és $\dot{\epsilon}_f$ fázishatárok, azonban a $\Delta R/R$ növekedésével úgy csökkennek, hogy mind a szegmentációs fázis, mind az átmeneti tartomány (ahol mindhárom fragmenstípus egymás mellett létezik) fokozatosan szűkül. Fontos kiemelni, hogy eredményeink megerősítik egy kritikus vastagság $\Delta R_c/R \approx 0.3$ létezését, amelyen túl a szegmentációs fázis nagyon szűkké válik, az átmeneti szakasz pedig teljesen eltűnik $\Delta R/R \approx 0.5$ felett. Megjegyzendő, hogy a $\Delta R/R \rightarrow 1$ határértékben szegmentálódás nem valósulhat meg.



6.3. ábra. A robbanó gyűrűk fázisdiagramja a vastagság-deformációs ráta síkján. A repedések megjelenése az $\dot{\epsilon}_c$ küszöbértéknél kezdődik szegmentációval. A repedési dinamika $\dot{\epsilon}_f$ érték felett átmegy síkbeli fragmentációba, amit egy $\dot{\epsilon}_{sc}$ és $\dot{\epsilon}_f$ közötti átmeneti régió előz meg, ahol az átkötő, a belső, illetve a felületi fragmensek együtt léteznek. A minta porrázúzódása az $\dot{\epsilon}_s$ küszöbértéknél kezdődik.

6.2. A fragmenstömegek eloszlásának fejlődése

A fragmenstömegek statisztikája nagyon érzékeny a rendszer effektív dimenzionalitására [22, 43, 53]. A fragmentálódó gyűrűk esetében az analitikus számítások a keletkező törmelékek $\langle m \rangle$ átlagos tömegének aszimptotikus hatványfüggvény szerinti csökkenését jósolták, az

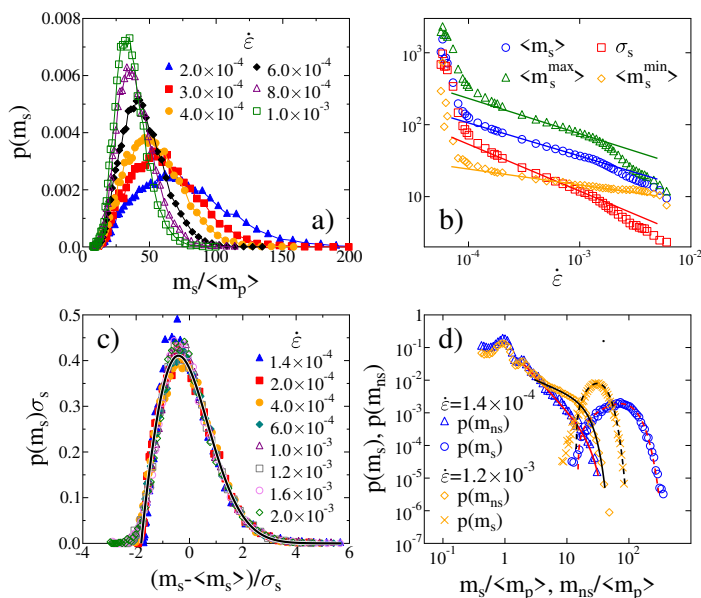
$$\langle m \rangle \sim \dot{\epsilon}^{-\alpha} \quad (6.1)$$

alakban, ahol az α exponens heterogén rideg anyagok esetén univerzálisan 2/3-os értéket vesz fel [32, 33]. Szimulációink esetében a 6.2.(f) ábra az $\langle m \rangle$ átlagos fragmenstömeget mutatja (típusuk megkülönböztetése nélkül) különböző $\Delta R/R$ vastagságok esetén a deformációs ráta függvényében. A (6.1) egyenletben szereplő hatványfüggvény viselkedés szerinti összefüggés nagy pontossággal érvényesül az $\dot{\epsilon}_c$ és $\dot{\epsilon}_{sc}$ közötti tartományban, ahol az átkötő szegmensek dominálnak az átlagos fragmenstömegekben. Fontos

megjegyezni, hogy ez a hatványfüggvény eloszlásos régió a gyűrű vastagságának növekedésével zsugorodik, összhangban a fázishatárok fejlődésével (6.3. ábra). Az illesztés során meghatározott $\alpha = 0.61 \pm 0.04$ exponens értéke összhangban van az analitikus előrejelzéssel. Ennek megfelelően a fragmensek teljes száma, amely a 6.2.(e) ábrán látható, monoton növekedést mutat, követve a $\langle N_t \rangle \sim \dot{\epsilon}^\alpha$ hatványfüggvény viselkedést a megfelelő deformációs ráta tartományban, az átlagos fragmenstömeg görbéjével azonos α kitevővel, a várakozásoknak megfelelően.

Annak érdekében, hogy elkülönítsük a különböző repedési mechanizmusok hozzájárulását a fragmensek statisztikájához, külön határoztuk meg a tömegeloszlást az átkötő és az egyéb típusú fragmensek esetén. A 6.4.(a) ábra $\Delta R/R = 0.05$ vastagság esetén azt mutatja, hogy amíg vannak szegmentált darabok a végállapotban, azaz $\dot{\epsilon}_c$ és $\dot{\epsilon}_f$ között, addig a $p(m_s)$ tömegeloszlásuknak nagyon robusztus függvény alakja van. A 6.4.(b) ábrán látható, hogy az $\dot{\epsilon}$ növekedésével nemcsak az átkötő szegmensek $\langle m_s \rangle$ átlagos tömege, hanem a $\langle m_s^{min} \rangle$ legkisebb és a $\langle m_s^{max} \rangle$ legnagyobb darabok átlagos tömege, valamint az eloszlás σ_s szórása is csökken a (6.1) egyenlet hatványfüggvényes formájának megfelelően, rendre az alábbi kitevőkkel: $\alpha_{av} = 0.47$, $\alpha_{min} = 0.22$, $\alpha_{max} = 0.49$, $\alpha_{sd} = 0.65$. Az eredmények azt mutatják, hogy miközben a 6.4.(a) ábrán a $p(m_s)$ eloszlások a kisebb tömegek felé tolódnak el az $\dot{\epsilon}$ növekedésével, szűkülnek is, de úgy, hogy a legnagyobb és az átlag aránya közel azonos marad. Azon kívül, hogy $\langle m_s \rangle$ és $\langle m_s^{max} \rangle$ azonos függvényalakot vesz fel, az is megfigyelhető, hogy mindkettő a tömegeloszlás alsó határértéke $\langle m_s^{min} \rangle$ felé konvergál. Eközben a σ_s szórás nullához közelít, ami az átkötő fragmensek fokozatos eltűnését jelzi.

A 6.4.(c) ábra azt mutatja, hogy a különböző $\dot{\epsilon}$ értékeknél kapott $p(m_s)$ eloszlások az $\langle m_s \rangle$ átlagtömeggel és a σ_s szórással való átskálázással egymásra ejthetők. A tömegeloszlásokat nagyon jól lehetett illeszteni egy We-



6.4. ábra. (a) Az átkötő fragmensek $p(m_s)$ tömegeloszlása a $\Delta R/R = 0.05$ vastagságnál, különböző deformációs ráták esetén, a $\dot{\epsilon}_c < \dot{\epsilon} < \dot{\epsilon}_f$ tartományban. (b) A szegmentált darabok $\langle m_s \rangle$ átlagos tömege, a legkisebb $\langle m_s^{min} \rangle$ és a legnagyobb $\langle m_s^{max} \rangle$ átkötő fragmensek átlagos tömege, valamint a σ_s szórás az $\dot{\epsilon}$ függvényében az (a)-ban szereplővel azonos vastagság esetén. (c) Az átkötő fragmensek tömegeloszlásainak egymásra ejtése skálázással. A folytonos vonal a (6.2) egyenlet segítségével kapott skálázási függvény legjobb illesztését mutatja. (d) A szegmentált fragmensek Weibull típusú eloszlásának és az egyéb fajta (belső, felületi) darabok hatványfüggvény szerinti eloszlásának együttes létezése, két jellegzetes deformációs ráta esetén a $\Delta R/R = 0.05$ vastagságnál.

ibull típusú eloszlással, amelyet az m_s^{min} minimális tömeggel eltolunk:

$$p(m_s) = \mu \frac{(m_s + m_s^{min})^{\mu-1}}{\lambda^\mu} \exp \left[- \left(\frac{m_s + m_s^{min}}{\lambda} \right)^\mu \right]. \quad (6.2)$$

Itt a μ exponens az eloszlás alakját, míg λ és m_s^{min} paraméterek a fragmens-tömegek skáláját határozza meg. Fontos kiemelni, hogy a 6.4.(c) ábrán az

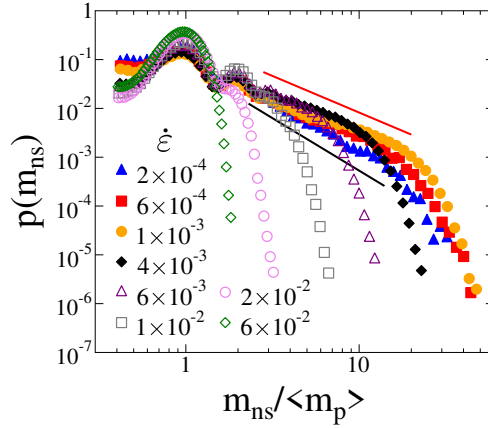
illesztett görbe numerikusan kapott $\mu = 1.93$ és $\lambda = 2.04$ paraméterértékei összhangban vannak a [67] publikációban jóslott Rayleigh-eloszlással. Az eredményeink azonban arra utalnak, hogy a Rayleigh-eloszlás érvényessége túlmutat a szegmentációs fázison, a ε_f fragmentációs küszöbértékig nagyon jól leírja az átkötő fragmensek statisztikáját.

Számításaink azt mutatták, hogy a végállapotban lévő belső, illetve felületi fragmensek esetében a $p(m_{ns})$ tömegeloszlásnak a $\dot{\varepsilon}_f$ kritikus pont alatt és felett egyaránt hatványfüggvény alakja van, amelyet egy exponenciális levágás követ:

$$p(m_{ns}) \sim m_{ns}^{-\tau} \exp(-m_{ns}/m_0). \quad (6.3)$$

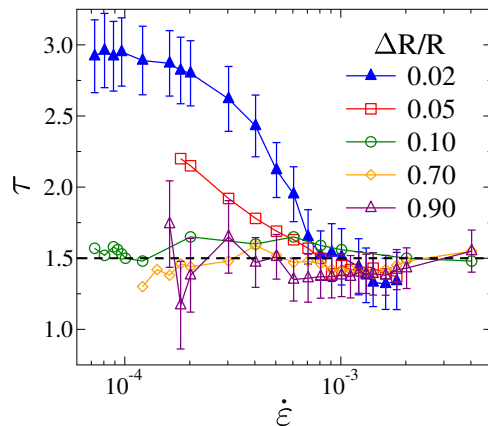
Viszont $\dot{\varepsilon} < \dot{\varepsilon}_f$ esetén, ahol még léteznek átkötő darabok, a τ hatványfüggvény exponens függ az $\dot{\varepsilon}$ deformációs rátától. A 6.4.(d) ábra a gyűrűszegmensek Weibull típusú tömegeloszlásának ((6.2) egyenlet) és a nem átkötő fragmensek hatványfüggvény szerinti eloszlásának ((6.3) egyenlet) együttes létezését mutatja be, két $\dot{\varepsilon}_f$ alatti deformációs ráta esetén. A $p(m_s)$ és $p(m_{ns})$ lényegesen eltérő függvényalakja a különböző repedési mechanizmusok versengésének a következménye.

Hogy betekintést kapjunk a nem átkötő fragmensek statisztikájába, a 6.5. ábra a $p(m_{ns})$ tömegeloszlásukat mutatja be a $\Delta R/R = 0.05$ gyűrűvastagság mellett többféle $\dot{\varepsilon}$ rátánál, amelyek a rendszer szegmentálódásának, átmeneti tartományának, síkbeli fragmentációjának és porrázúdásának fázisait fedik le. Megjegyezzük, hogy $\dot{\varepsilon}_f$ felett már nem léteznek szegmentált fragmensek, így az eloszlás $p(m_{ns})$ az összes végállapotú anyagdarabot tartalmazza. Megfigyelhető, hogy amíg léteznek átkötő darabok, addig a hatványfüggvény eloszlások meredeksége, azaz a (6.3) egyenletben szereplő τ kitevő értéke csökken az $\dot{\varepsilon}$ növekedésével. A $\dot{\varepsilon}_f$ fragmentációs kritikus pont felett azonban τ értéke gyakorlatilag állandó marad, $\tau = 3/2$ körül ingadozva. A τ hatványfüggvény exponens viselkedését a 6.6. ábra foglalja össze, ahol az eredményeket több gyűrűvastagságra vonatkozóan mutatjuk be. Látható, hogy vékony gyűrűk esetén, mint például a



6.5. ábra. A nem átkötő fragmensek $p(m_{ns})$ tömegeloszlása $\Delta R/R = 0.05$ vastagságnál, az $\dot{\epsilon}$ deformációs ráta széles tartományán, a szegmentáció, az átmenet, a síkbeli fragmentáció és a porrázúzóadás fázisaira vonatkozóan. $\langle m_p \rangle$ az egyedi poligonok átlagos tömegét jelöli. Az egyenesek a $\tau = 1.5$ és $\tau = 2.14$ kitevőjű hatványfüggvényeket jelölik.

$\Delta R/R = 0.02$, a τ exponens alacsony $\dot{\epsilon}$ értéknél viszonylag magas $\tau \approx 3.0$ értéket vesz fel, ami a kis fragmensek dominanciáját jelzi a nem átkötő darabok között. Ahogy azonban a $\dot{\epsilon}$ növekedésével egyre nagyobb és nagyobb nem átkötő darabok keletkeznek a szegmentált gyűrűdarabok felbomlásával, a τ exponens fokozatosan csökken és megközelíti a $\tau_{2D} = 3/2$ értéket, ami a síkbeli fragmentáció analitikusan megjósolt univerzális tömegeloszlási exponense [21, 113]. Fontos hangsúlyozni, hogy amint a rendszer a síkbeli fragmentáció fázisába lép τ gyakorlatilag állandó $\tau \approx \tau_{2D}$ marad, eltekintve a numerikus hibától. Ha a deformációs rátát növeljük a $\dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_f$ régióban, csak a (6.3) egyenletben szereplő exponenciális levágás m_0 határ-tömege tolódik el alacsonyabb értékek felé. A gyűrű $\Delta R/R$ vastagságának növekedésével a τ eltérése a τ_{2D} -tól csökken, és kellően nagy vastagságok esetén, ahol a szegmentációs fázis gyakorlatilag eltűnik (6.3. ábra), az exponens csak τ_{2D} körül ingadozik (6.6. ábra).

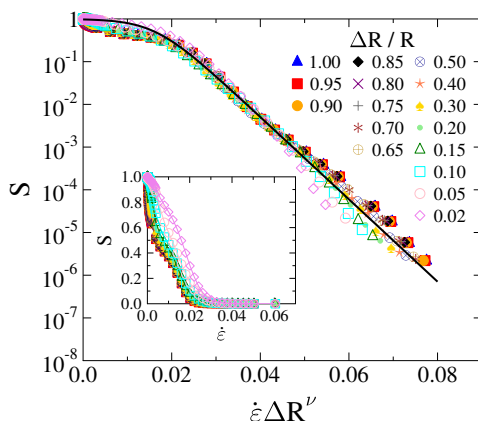


6.6. ábra. A nem átkötő fragmensek hatványfüggvény tömegeloszlásának τ exponense az $\dot{\epsilon}$ deformációs ráta függvényében, különböző gyűrűvastagságok esetén. A vízszintes szaggatott vonal jelzi a síkbeli fragmentáció $\tau_{2D} = 3/2$ univerzális exponensét. Az átláthatóság kedvéért, a hibásávok csak két vastagság esetén vannak jelölve.

6.3. Átmenet a porrázúzóódás fázisába

Az $\dot{\epsilon}$ további növelésével a gyűrűk egyre nagyobb hányada alakul át porrá, és a nagyon nagy deformációs rátákhoz közelítve a teljes minta egyedi poligonokra esik szét. A porrázúzóódás fázisának megjelenése a $p(m_{ns})$ tömegeloszlásokból is megfigyelhető a 6.5. ábrán a legnagyobb deformációs ráták esetén: az $\dot{\epsilon}$ növelésével úgy csökken a fragmensek tömegének skálája, hogy az eloszlások m_0 levágási értéke megközelíti az egyedi poligonok $\langle m_p \rangle$ átlagos tömegét, míg végül csak a por darabkák tömegeloszlása marad $m_{ns}/\langle m_p \rangle \approx 1$ körül.

A porrázúzóódás határához való közeledés számszerűsítéséhez definiáljuk az s porarányt: a pordarabok (egyedülálló poligonok) tömeghányada a rendszer végállapotában [114], amelyet a porszemcsék tömegének és a teljes gyűrű tömegének hányadosaként kapunk. A 6.7. ábra belső grafikonja



6.7. ábra. (Belső grafikon) A még nem porszerű fragmensek S tömeghányada az $\dot{\epsilon}$ függvényében, különböző $\Delta R/R$ vastagságok esetén. (Külső grafikon) A belső grafikon adatainak a vízszintes tengely mentén történő átskálázása az adott ΔR vastagság ν hatványával, amelynek hatására a különböző görbék egymásra esnek. Itt a függőleges tengelyen logaritmikus skálát használtunk. A folytonos fekete vonal pedig a (6.5) egyenlet szerinti illesztést mutatja.

azt mutatja, hogy az $S = 1 - s$ nem pordarabok tömeghányada, az $S \approx 1$ értékről indulva nullára csökken a deformációs ráta növelésével, minden $\Delta R/R$ gyűrűvastagság esetén. Vastagabb gyűrűk esetén a görbék balra tolnak, ami a nem porszerű fragmensek gyorsabb töredezésére utal. A 6.7. ábra azt mutatja, hogy a belső grafikon adatainak a ΔR gyűrűvastagság ν hatványával való átskálázásával, az S görbék egymásra ejthetőek. Elemzéseink a következő skálázási forma érvényességét mutatják:

$$S(\dot{\epsilon}, \Delta R) = \Phi(\dot{\epsilon} \Delta R^\nu), \quad (6.4)$$

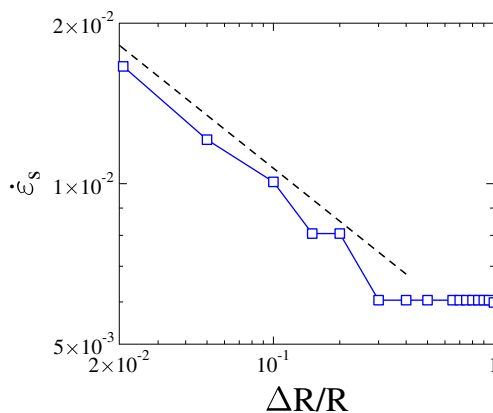
ahol $\Phi(x)$ a skálázási függvény. A legjobb skálázást a $\nu = 0.1 \pm 0.015$ exponenssel kaptuk (lásd 6.7. ábra). A függőleges tengelyen logaritmikus skálát használva látható, hogy a $\Phi(x)$ aszimptotikusan egy exponenciális

csökkenést követ, amelyet a következő összefüggés ír le:

$$\Phi(x) = Ae^{-B(x-x_c)}, \quad (6.5)$$

ahol A és B konstans értékeket jelölnek, x_c pedig a $\Phi(x)$ közel konstans szakaszának végét határozza meg. A (6.4) egyenlet alakja arra utal, hogy a gyűrű porrázúzódnásának $\dot{\epsilon}_s$ karakterisztikus deformációs rátája, a gyűrű vastagságával hatványfüggvény szerűen változik:

$$\dot{\epsilon}_s \sim \Delta R^{-\nu}. \quad (6.6)$$



6.8. ábra. A porrázúzódnás fázisába való átmenetet jelző $\dot{\epsilon}_s$ pont jó közelítésben hatványfüggvény viselkedést mutat, egészen egy $\Delta R_c/R$ kritikus gyűrűvastagságig. A szaggatott egyenes a (6.6) egyenletű hatványfüggvényt ábrázolja $\nu = 0.33$ kitevővel.

Annak érdekében, hogy teljes legyen a felrobbanó két dimenziós gyűrűk fázisdiagramja (6.3. ábra), meghatároztuk a porrázúzódnás $\dot{\epsilon}_s$ kritikus pontját. Ehhez a ponthoz azt a deformációs rátát feleltettük meg, amelynél a porszerű fragmensek tömeghányadosa meghaladja a kettőt, vagy annál több poligonból álló fragmensek tömeghányadát ($s > S$). Az elvártak szerint, a 6.3. ábrán megfigyelhető, hogy a porképződés $\dot{\epsilon}_s$ és a síkbeli fragmentáció $\dot{\epsilon}_f$ fázishatárai konvergálnak vékony gyűrűk esetén $\Delta R/R \rightarrow 0$.

Az ε_s kritikus pont $\Delta R/R$ gyűrűvastagság szerinti változása a 6.8. ábrán külön is be van mutatva, ami megerősíti, hogy a (6.6) skálázási törvény pontosan leírja a szimulációs eredményeket a $\nu = 0.33 \pm 0.12$ exponenssel a $\Delta R_c/R$ kritikus gyűrűvastagságig, amelyen túl az ε_s közel állandóvá válik. Megjegyezzük, hogy az S görbék egymásra ejtésével, illetve a közvetlen illesztés alapján meghatározott ν exponens két értéke a hozzájuk tartozó bizonytalanságokat meghaladó mértékben eltér egymástól. Ez az eltérés feltehetően a rendszer véges mérete miatt fellépő hatásokat tükrözi.

6.4. Eredmények értelmezése és következtetések

A fragmentációs folyamatok számos ipari, technológiai és tudományos alkalmazás szempontjából kulcsfontosságú szerepet játszanak. A bányászat és az ércfeldolgozás területén a kontrollált fragmentáció elengedhetetlen az anyagok hatékony feldolgozásához, minimalizált energiafelhasználással [1–6]. Az űrkutatásban a héjszerű szerkezetek, mint az üzemanyag-tartályok fragmentációja az űrszemét egyik jelentős forrása, amely komoly veszélyt jelent mind a műholdakra, mind az emberi űrmissziókra. Hasonlóan, katonai szempontból fontos, hogy szabályozni tudjuk a robbanó szerkezetek által létrehozott anyagdarabok tömegeloszlását, a teljesítmény és a biztonság optimalizálásának érdekében [106, 107].

A heterogén, rideg anyagok fragmentációja univerzális viselkedést mutat, hatványfüggvény szerinti fragmenstömeg-eloszlásokkal, amely robusztus marad az anyagtulajdonságok és a külső terhelés széles spektrumán. Kísérleti és elméleti tanulmányok azonosították azokat az univerzalitási osztályokat, amelyek döntően a rendszer dimenzionalitásától és az anyag mechanikai viselkedésének rideg-képlékeny karakterétől függenek [21, 22, 28, 43, 53, 108, 115]. Az univerzalitás fontos következménye, hogy a fragmensek tömegeloszlásának csak olyan jellemzői, mint az átlagos fragmenstömeg, vagy a legnagyobb fragmens átlagos tömege kontrollálható, de a függvény alakja nem.

Jelen munkában a héjfragmentáció részletes elméleti analízisét mutatuk be, amelyet diszkrét elem módszerrel (DEM) végzett numerikus szimulációk révén hajtottunk végre kétdimenziós beágyazó térben. Eredményeink rámutatnak arra, hogy a gyűrűszerű héjak fragmentációs viselkedése jelentős mértékben függ a különböző gyűrűvastagságoknál és deformációs rátáknál kialakuló repedéshálózat struktúrájától. Különösen vékony gyűrűk esetén sikerült azonosítani egy karakterisztikus dimenzionális átmenetet, az egydimenziós (1D) szegmentációból a két-dimenziós (2D) fragmentációba, amelyek önálló skálázási törvényekkel rendelkeznek. Alacsony deformációs ráta értékeknél a törésfolyamatot dominánsan radiálisan orientált, a belső és külső felület között átkötő fragmensek jellemzik. A deformációs ráta növekedésével aktiválódnak a gyűrű belső szabadsági fokai, amely az átkötő darabok felbomlásához vezet felületi és belső fragmensekre.

Szimulációs vizsgálatunk alapján az átkötő szegmensek tömegeloszlása Weibull típusú, míg a többi anyagdarabnak hatványfüggvény eloszlása van, exponenciális levágással. Figyelemre méltó, hogy a hatványfüggvény eloszlások exponense a deformációs sebesség növelésével csökken, egészen addig a pontig, ahol az átkötő fragmensek teljesen eltűnnek. Ezen a fragmentációs kritikus ponton túl a törési folyamat statisztikája átvált egy robusztus hatványfüggvény eloszlásba, mégpedig a 2D fragmentációra jellemző univerzális exponenssel. A deformációs ráta további növelésével az anyag egyre nagyobb hányada porlad szét a robbanás során. A nem porszerű fragmensek tömeghányadának exponenciális csökkenését elemezve megállapítottuk ezen átmenet kritikus pontját a 2D fragmentáció és a porrázúródás között.

Nagyszámú szimulációs adat feldolgozásával meghatároztuk a rendszer fázisdiagramját, a deformációs ráta és a gyűrűvastagság paraméterek terében. Az eredmények szerint, míg a repedések kialakulásához szükséges kritikus pont közel állandó marad a vastagság változásával, a dimenzionális átmenet és a 2D fragmentáció határa a gyűrű vastagodásával egyre alacsonyabb deformációs ráták felé tolódik. Egy adott kritikus vastagság

felett az 1D szegmentáció és 2D fragmentáció közötti átmenet megszűnik. Ezenfelül kimutattuk, hogy a porrázúródás határának megfeleltetett deformációs ráta hatványfüggvényszerűen csökken a gyűrű vastagságának növelésével.

Szimulációs eredményeink kísérleti megfigyelésekkel való összehasonlítása elsősorban vékony gyűrűk és kétdimenziós tömör lemezek határesetében lehetséges, mivel a gyűrűvastagság és a deformációs ráta együttes szisztematikus változtatására irányuló kísérleteket eddig nem végeztek. Ennek ellenére fontos kiemelni, hogy szimulációink sikeresen reprodukálják a kísérletekben megfigyelt kulcsfontosságú minőségi és mennyiségi jellemzőket. Különösen jól megfigyelhető modellünkben az átlagos fragmensméret hatványfüggvény csökkenése a deformációs ráta növekedése során, valamint a gyűrűszegmensek tömegeloszlásának függvényalakja, amelyeket megfigyeltek laboratóriumi kísérletekben [33, 116], és korábbi szimulációs eredmények is alátámasztják [1, 116, 117]. A rideg lemezek dinamikus fragmentációja esetén átfogó kísérleti vizsgálatok kimutatták, hogy a fragmenstömeg-eloszlás hatványfüggvény alakot követ, amely a nagy fragmens méreteknél exponenciális levágással egészül ki. Figyelemre méltó módon az eloszlás exponense különböző anyagok és terhelési feltételek mellett is robusztusnak bizonyult, nagysága minden esetben közel van a $3/2$ értékhez [1, 53, 109, 118]. A vastag gyűrűkre vonatkozó szimulációink jól visszaadják ezeket a kísérleti és elméleti eredményeket. Fontos megállapítás, hogy a vékony gyűrűk határesetében megfigyelt jellemzők a vastagabb gyűrűkben is fennmaradnak az átkötő fragmensekre vonatkozóan. Ugyanakkor szimulációink feltárják, miként fejlődik a fragmentációs folyamat, ahogy a rendszer az egy- és kétdimenziós törési univerzalitási osztályok között megy át.

2D-s vizsgálataink alapján feltételezhető, hogy hasonló dimenzióátmenet alakul ki háromdimenziós rendszerekben is, ahol a fragmentáció univerzalitási osztálya a 2D és 3D viselkedés között vált. Ez arra utal, hogy a rendszer paramétereinek megfelelő hangolásával célzottan befolyásolható

lehet a fragmenstömeg-eloszlás hatványkitevője, ami jelentős alkalmazási lehetőségeket kínál mind ipari, mind tudományos területeken. Ezek az eredmények új perspektívákat nyitnak a fragmentációs dinamika mélyebb megértésében, valamint gyakorlati stratégiák kidolgozásában a fragmentációs viselkedés szabályozására. Eredményeink kihangsúlyozzák a geometriai dimenzió és az anyag mechanikai jellemzőinek fontosságát a fragmentációs folyamatok statisztikájában.

A számítógépes modellünk egyik kulcsfontosságú eleme az volt, hogy a gyűrű ΔR vastagságát variáltuk, miközben az R külső sugár rögzített volt. Ez lehetővé tette számunkra, hogy a $\Delta R/R$ relatív vastagságot a $0 \lesssim \Delta R/R \leq 1$ tartományban változtassuk, így irányított átmenetet létrehozva az egy- és kétdimenziós törési folyamat között. Annak vizsgálatára, hogy a minta mérete miként befolyásolja a fragmentációt, rögzíteni kell a belső és külső sugár arányát, amelyet a $r = R_{in}/R$ képlettel definiálunk. Az R külső sugár változtatása állandó r mellett geometriai hasonlóságot biztosít, miközben a gyűrű területe az $A = \pi R^2(1 - r^2)$ képlettel változik. Ez a megközelítés lehetőséget nyújt véges méret skálázás elemzésre, amely a nem átkötő fragmensek tömegeloszlás exponensének pontosabb meghatározását is elősegítheti. A gyűrű vastagságának módosítására más geometriai megközelítések is alkalmazhatók, például az R külső sugár növelése az R_{in} belső sugár állandó értéken tartása mellett. Mivel azonban az r arány egyértelműen meghatározza a gyűrű geometriáját, ezek az esetek visszavezethetők a mi modellünkre, így várhatóan azonos eredményekhez vezetnek.

Az egy- és kétdimenziós törési viselkedés közötti átmenet másik megközelítése a gyűrű síkjára merőleges kiterjedés növelése. Ennek hatására a vékony gyűrű fokozatosan hengeres héjjá módosul, amely fragmentálható, ha tengelye mentén hajtjuk végre a robbantást. Ezt kísérletileg is vizsgálták vékony kerámiaacsovek robbantásos törésével, ahol a betáplált energiát szisztematikusan változtatták [119]. A kísérletek azt mutatták, hogy kellően magas robbantási energiák esetén a fragmensek tömegelosz-

lása hatványfüggvény szerint csökken exponenciális levágással. Mivel ez a kísérlet teljes mértékben háromdimenziós fragmentációs folyamat, ezért túlmutat jelenlegi modellünk vizsgálati körén.

Jelen kutatásunkban különféle fragmenstípusok statisztikájának változására koncentráltunk annak érdekében, hogy megértsük a gyűrűk törése során bekövetkező 1D és 2D fragmentáció közötti átmenetet. A fragmenseket olyan anyagdarabokként definiáljuk, amelyeket teljes egészében repedések, illetve az eredeti próbatest határfelülete vesz körül. Ebből következően a szegmentálódás, a fragmentáció, valamint a porrázúródás közötti átmeneteket a repedésmintázat szerkezetének szignifikáns változásai kísérik. E folyamat megértéséhez tovább kell vizsgálni, hogy a különálló mikrorepedések, valamint a több mikrorepedésből felépülő kiterjedt makrorepedések geometriai jellemzői miként változnak a különböző vastagságú mintákon, a növekvő deformációs ráta hatására. A makrorepedések fejlődése és szerkezete érdekes hasonlóságokat mutathat az inváziós perkolációval [120], amit a következő fejezetben részletesen tárgyalunk.

7. fejezet

Repedési hálózatok szerkezete gyűrűkben

Ebben a részben a 6. fejezetben bemutatott eredményekre építve a gyűrűk széttörése során kialakuló repedésmintázatok geometriai szerkezetének részletes vizsgálatára összpontosítunk. Célunk annak demonstrálása, hogy a különböző törési fázisok kialakulása mögött a repedéshálózat fokozatos strukturális átalakulása áll: az egyszerű, dominánsan egyenes repedésektől kiindulva fraktálszerű mintázatokon keresztül egészen a teljesen összefüggő repedéshálózat kialakulásáig vezet az átmenetek sorozata. E szerkezeti fejlődés kvantitatív jellemzése lehetőséget ad a törési fázisok közötti átmenetek pontos azonosítására a repedésmintázat topológiai és statisztikai tulajdonságainak elemzése révén. Az ebben a fejezetben bemutatott eredmények a [P2] publikáción alapszanak.

A fragmenseket olyan anyagdarabokként definiáljuk, amelyeket teljes egészében repedések, illetve az eredeti próbatest határfelülete vesz körül. Ebből következően a szegmentálódás, a fragmentáció, valamint a porrá zúzdás közötti átmeneteket a repedéshálózat morfológiájában és topológiájában bekövetkező jelentős szerkezeti átalakulások jellemzik. E folyamatok átfogó megértése érdekében vizsgálataink középpontjában az áll, hogy miként módosulnak a repedések lokális és globális geometriai tulajdonságai a

próbatest vastagságának és az alkalmazott deformációs ráta változásának függvényében.

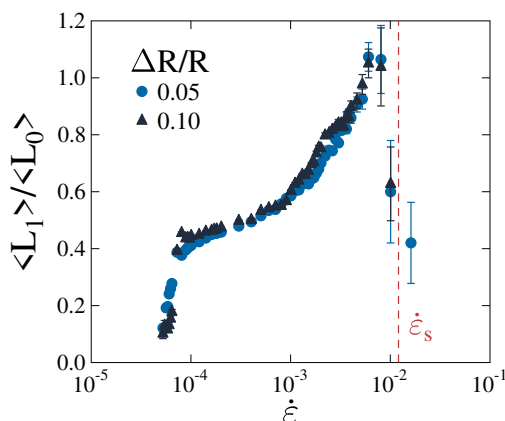
7.1. Mikro- és makrorepedések szerkezete

A gyűrű robbanásszerű tágulása során a részecskék közötti mechanikai kohéziót biztosító rudak eltörnek, és ezzel a szomszédos sokszögek közös élei mentén mikrorepedések keletkeznek. A szimulációs eredmények azt mutatják, hogy a repedésképződés korai szakaszát dominánsan a rendszer szerkezeti rendezetlensége határozza meg: a mikrorepedések kezdetben a leggyengébb kapcsolatok mentén jelennek meg, majd a gyűrű további tágulásával ezekből kiindulva terjednek tovább a repedések.

A mikrorepedések kialakulásának és fejlődésének kvantitatív jellemzése érdekében az $\dot{\epsilon}$ deformációs ráta különböző értékei mellett meghatároztuk a végső állapotban detektált, egymással még nem egyesült egyedi mikrorepedések $\langle L_1 \rangle$ átlagos hosszát, és összevetettük azt a poligonhálózat éleinek $\langle L_0 \rangle$ átlagos hosszával. Tekintettel arra, hogy a hosszú és vékony rudak - amelyek rövidebb élhosszúságú poligonokat kapcsolnak össze - kisebb terhelést képesek elviselni, ezek törnek el elsőként. A 7.1. ábrán bemutatott eredmények szerint $\langle L_1 \rangle / \langle L_0 \rangle$ kis értékről indul, majd monoton módon növekszik az $\dot{\epsilon}$ széles tartományában, ami az egyre nagyobb teherbírású kapcsolatok törésére utal.

A repedéshossz normalizált átlaga eléri a maximumát $\langle L_1 \rangle / \langle L_0 \rangle \approx 1$ értéknél, amely az $\dot{\epsilon}_s$ deformációs sebesség közelében jelentkezik. Ez az átmenet a repedéshálózat szerkezetében a porrázúzó fázisának kezdetét jelzi, ahol a kezdetben domináló, korrelált repedések növekedése fokozatosan átadja helyét a lokális, elsősorban a rendezetlenség által vezérelt töréseknek. Megjegyzendő, hogy ez a viselkedés csak gyenge függést mutat a gyűrű vastagságától: az $\langle L_1 \rangle (\dot{\epsilon})$ görbéi különböző ΔR értékek mellett lényegében egy görbére esnek.

A repedéshálózat topológiai fejlődésének kvantitatív vizsgálatához a



7.1. ábra. A nem egyesült mikrorepedések $\langle L_1 \rangle$ átlagos hossza a külső mechanikai terhelés $\dot{\epsilon}$ deformációs sebességének függvényében, különböző ΔR gyűrűvastagságok esetén. A repedéshosszokat a kezdeti Voronoi-konstrukcióból származó poligonélek $\langle L_0 \rangle$ átlagos hosszával normáltuk. A szaggatott függőleges vonal az $\dot{\epsilon}_s$ deformációs ráta értékét jelöli a $\Delta R = 0.05$ vastagságú konfigurációra vonatkozóan.

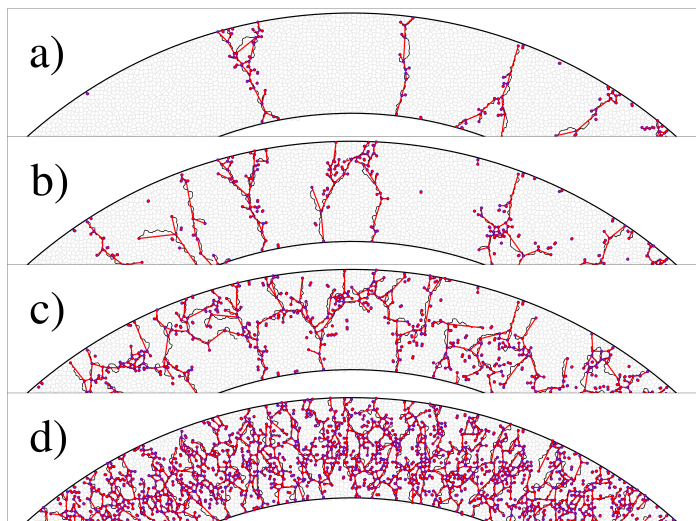
makrorepedéseket mikrorepedések összefüggő sorozataiként definiáljuk. Kis $\dot{\epsilon}$ deformációs ráták esetén ezek a makrorepedések tipikusan egyetlen, folytonos repedési útvonal mentén haladnak, elágazások nélkül. Azonban az $\dot{\epsilon}$ növelésével a repedések komplexebb, hierarchikusan szerveződő struktúrákat vesznek fel, ahol elágazások és alelágazások alakulnak ki, amelyek később összeolvadva kiterjedt, hálózatszerű mintázatot hoznak létre. Ezen elágazó szerkezet szisztematikus feltárása érdekében olyan algoritmust dolgoztunk ki, amely a mikrorepedések térbeli elhelyezkedése alapján rekonstruálja a makroszkopikus töréshálózat elágazási pontjait. Az eljárás első lépése a repedéshálózat csomópontjainak azonosítása, amelyeket a Voronoi-alapú poligonrács azon csúcspontjaiként definiálunk, ahol mikrorepedések találkoznak. Azokat a csomópontokat, amelyekbe két mikrorepedés fut be, egy adott makrorepedés belső pontjaként kezeljük. Azon csomópontok, amelyekre egyetlen mikrorepedés illeszkedik, repedési ágak

végpontjait adják. Három repedést tartalmazó csomópontok pedig a repedéshálózat elágazási pontjaiként értelmezhetők, ahol különböző repedési utak ágainak találkozása történik. Ez a megközelítés lehetővé teszi a repedésmintázat fejlődésének topológiai szintű nyomon követését a külső terhelés függvényében.

A makrorepedések ágait olyan folytonos élsorozatként definiáljuk, amely két csomópontot köt össze a poligonális hálózat mentén. A rekonstrukciós algoritmus azokon a csomópontokon indul, ahol a repedéshálózat egy vagy három mikrorepedést tartalmaz, és a szomszédos, egymáshoz illeszkedő éleken keresztül halad a következő releváns csomópontig, ezzel meghatározva a makrorepedéság kezdetét és végét. Ezt a folyamatot a 7.2.(a) ábra szemlélteti. A Voronoi-alapú poligonrács véletlenszerű topológiája miatt a rekonstruált repedéságak jellemzően sztochasztikusan cikk-cakkos vonalvezetést mutatnak.

A makrorepedéseket két fő geometriai paraméterrel jellemezzük. A teljes L_m hosszukat, az adott repedés mentén található poligonélek hosszának összegzéséként számítjuk ki. Emellett meghatározzuk a repedéságak orientációját jellemző Θ szöget, amelyet a gyűrű középpontjából kifelé mutató radiális irány és az adott repedéság két végpontját összekötő egyenes által bezárt szöggént definiálunk. Ennek megfelelően $\Theta = 0$ azt jelenti, hogy az ág a radiális irányban helyezkedik el, míg $\Theta = \pi/2$ az arra merőleges irányú repedéságot jelenti. Az algoritmus által rekonstruált teljes repedéshálózat, valamint az azonosított elágazások és főbb repedéspályák a 7.2. ábrán kerülnek bemutatásra.

Alacsony deformációs sebességek esetén (lásd a 7.2.(a) ábrán) a repedéshálózat domináns jellemzője a közel egyenes, erősen sugárirányban orientált repedések kialakulása. Ezekhez a fő repedésekhez csatlakozó oldalágak általában rövidek, és tipikusan a gyűrű külső pereme felé mutatnak. Az $\dot{\epsilon}$ növelésével a repedéshálózat komplexitása fokozatosan növekszik: egyre több oldalág és alélágazás jelenik meg, amelyek hierarchikus, faszzerű struktúrává szerveződnek (7.2.(b) ábra). Az $\dot{\epsilon}$ további növelésével



7.2. ábra. Makrorepedések térbeli elrendezése látható egy $\Delta R/R = 0.2$ vastagságú gyűrű esetében, négy különböző deformációs ráta mellett: (a) $\dot{\epsilon} = 8 \times 10^{-5}$, (b) $\dot{\epsilon} = 1 \times 10^{-4}$, (c) $\dot{\epsilon} = 2 \times 10^{-4}$ és (d) $\dot{\epsilon} = 1 \times 10^{-3}$. A makrorepedések elágazási pontjait kék színű pontok jelölik. A repedéságak radiális orientációjának kvantitatív vizsgálata céljából a rekonstrukció során az egyes repedésszakaszok végpontjaiban található csomópontokat piros egyenes szakaszokkal kötjük össze, amelyek az adott ág globális irányultságát reprezentálják.

a repedések sűrűsége jelentősen megnő, amely végső soron a repedéságak összeolvadását eredményezi. Ez a folyamat egy, a gyűrű sugárirányára merőlegesen átfogó, összefüggő repedéshálózat kialakulásához vezet (7.2.(c) ábra). Magas $\dot{\epsilon}$ értékek mellett a repedéshálózat teljesen kitölti a mintát, és a rendszer mechanikai integritása megszűnik, ami a minta szétesésében nyilvánul meg (7.2.(d) ábra).

7.2. A repedések fraktálszerkezete

A 7.2. ábrán látható, hogy a repedésmintázat bonyolult térbeli szerkezetet mutat, amely változásokon megy keresztül a terhelés során alkalmazott deformációs sebesség növelésével. A repedéshálózat fejlődésének kvantitatív leírása érdekében első lépésként elemzésünket azokra a makrorepedésekre fókuszáltuk, amelyek teljes egészében átszelik a gyűrű keresztmetszetét (átkötő repedések). E vizsgálat keretében részletesen elemeztük az elágazási pontok térbeli szerkezetét, amely kulcsfontosságú információkat nyújt a repedéshálózat hierarchikus felépítésének és szerkezeti átalakulásainak megértéséhez a deformációs ráta változtatásával.

A repedéshálózat térbeli szerkezetének kvantitatív jellemzésére a szakirodalomban jól ismert sandbox módszert alkalmazzuk, amelyet korábban sikeresen használtak különös attraktorok vizsgálatára [121–123], geometriai multifraktálok elemzésére [124], valamint részecskespektrumok tanulmányozására nagyenergiájú nehézion-ütközések során [125]. A sandbox módszer egy numerikus eljárás, amely a fraktál- és multifraktál-jellemzők meghatározására szolgál, különösen olyan rendszerekben, amelyek komplex térbeli eloszlást mutatnak. A hagyományos dobozszámlálási (box-counting) módszerrel szemben, amely fix rácsot alkalmaz, a sandbox megközelítés egy változó sugarú környezetet vizsgál minden elem körül, lehetővé téve ezzel a lokális sűrűségingadozások és a skálázási viselkedés pontosabb becslését [123, 124].

Módszerünkben meghatározzuk az átkötő repedések csomópontjai körüli r sugarú körön belül található csomópontok számát. A 7.3. ábrán bemutatott eljárás során az adott \vec{r}_i helyű csomópont körül számoljuk az r sugarú körön belül elhelyezkedő további csomópontok $N_i(r)$ számát, amely a

$$N_i(r) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^K H(r - |\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (7.1)$$

alakkal adható meg, ahol K a repedés csomópontjainak száma, $H(x)$ pedig a Heaviside-lépcsőfüggvény, amely 1, ha $x \geq 0$, és 0 egyébként. Az $N_i(r)$ értékeket ezután átlagoljuk a repedés összes K csomópontjára:

$$N(r) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K N_i(r), \quad (7.2)$$

majd végül az így kapott $N(r)$ mennyiséget a gyűrűk összes átkötő repedésére átlagoljuk adott ΔR gyűrűvastagság és ε deformációs ráta mellett.

A 7.3. ábra alapján megállapítható, hogy $N(r)$ monoton növekszik az r sugárral, és $r \leq \Delta R$ tartományban jól közelíthető hatványfüggvénnyel:

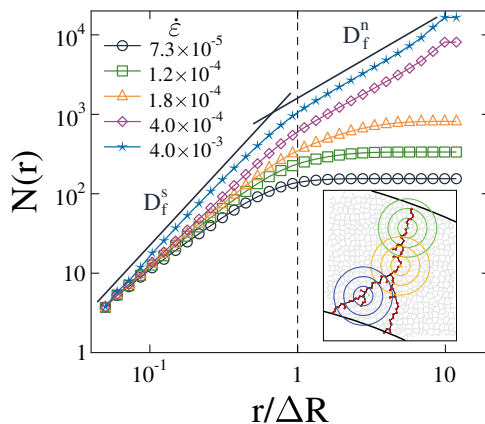
$$N(r) \sim r^{D_f^s}. \quad (7.3)$$

Ez a skálázási viselkedés arra utal, hogy az átkötő repedések fraktálszerkezettel rendelkeznek. A D_f^s kitevő a repedés fraktáldimenziója. Megfigyeltük, hogy D_f^s értéke szisztematikusan növekszik a deformációs sebességgel: nagyobb ε esetén a repedések sűrűbben ágaznak el, ami kompaktabb, összefüggőbb repedéshálózat kialakulásához vezet. Ez a fraktáldimenzió változása jól tükrözi a törési mintázat topológiai komplexitásának növekedését.

A 7.4. ábrán bemutatott eredmények alapján megfigyelhető, hogy a fraktáldimenzió D_f^s a terhelés ε deformációs sebességének növekedésével monoton módon nő. Féllogaritmikus ábrázoláson a $D_f^s(\varepsilon)$ függvény jól közelíthető egy egyenes vonallal, ami logaritmikus összefüggés fennállását jelzi:

$$D_f^s \approx A \ln \varepsilon. \quad (7.4)$$

A fraktáldimenzió értéke alacsony terhelési sebességeknél $D_f^s \approx 1.3$ körül indul, amely az alkalmazott poligonális rács strukturális rendezetlenségére vezethető vissza. Ez a sztochasztikus poligon geometria megakadályozza, hogy a repedések teljesen egyenes pályát kövessenek $D_f^s = 1$ dimenzióval, még a legkisebb ε esetén is.

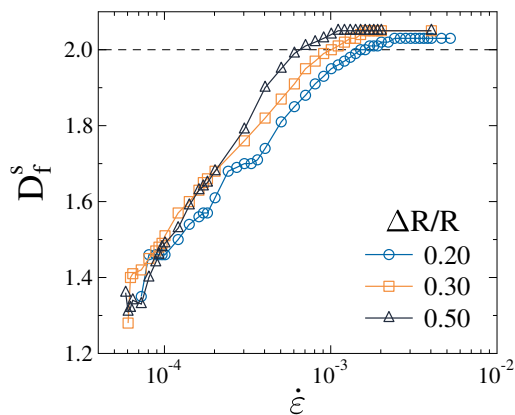


7.3. ábra. A repedéshálózat fraktál jellemzőinek meghatározása a $\Delta R/R = 0.2$ vastagságú gyűrűmintában, sandbox módszer alkalmazásával. Az eljárás során az átkötő repedések csomópontjai körül definiált r sugarú körökben számoltuk meg az átlagos $N(r)$ csomópontszámokat. A betétábrán illusztrált sandbox módszer alapján az $N(r)$ függvény $r \leq \Delta R$ tartományban jól közelíthető egy hatványfüggvénnyel, amelynek kitevője a repedéshálózat D_f^s fraktáldimenzióját adja. Eredményeink azt mutatják, hogy a D_f^s értéke az $\dot{\epsilon}$ deformációs sebesség növekedésével változik. Nagy $\dot{\epsilon}$ esetén az $N(r)$ függvényben egy második hatványfüggvényszakasz jelenik meg, amelyet egy alacsonyabb fraktáldimenzióval, D_f^n -nel jellemezhetünk. A két egyenes vonal a $D_f^s = 2.01$ és a $D_f^n = 1.08$ exponensű hatványfüggvényeket ábrázolják.

A deformációs ráta növekedésével a repedéshálózat topológiája jelentősen átalakul: a repedések egyre gyakrabban elágazódnak, majd ezek az elágazások kölcsönhatásba lépnek és összeolvadnak, így egyre összetettebb repedéshálózatot eredményezve. Nagy $\dot{\epsilon}$ esetén a gyűrű teljes átmérőjét átszelő repedések már nemcsak a sugárirányban, hanem az arra merőleges irányban is összefonódnak, így teljesen összefüggő repedéshálózat alakul ki. Ebben a határesetben a fraktáldimenzió $D_f^s \rightarrow 2$, vagyis eléri a kétdimenziós beágyazó tér dimenziójának értékét, amely teljes térkitöltést jelent. Ez az átmenet jól tükrözi a repedésszerkezet komplexitásának fokozódását

a terhelési sebesség növelésével.

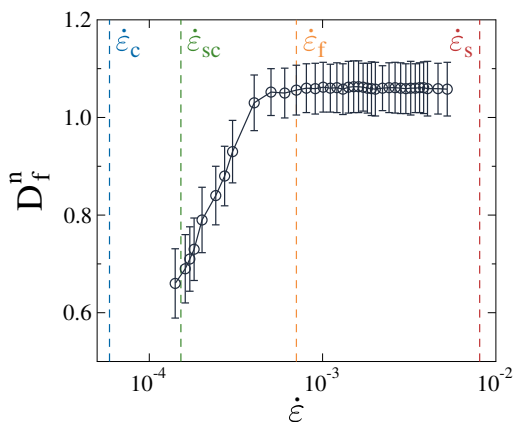
A (7.4) egyenletben szereplő A szorzótényező a gyűrű ΔR vastagságának növekedésével enyhe, de szisztematikus emelkedést mutat. Ez arra utal, hogy azonos $\dot{\epsilon}$ deformációs sebesség mellett a nagyobb vastagságú gyűrűkben kialakuló átkötő repedések összetettebb térbeli szerkezettel rendelkeznek, amit a fraktáldimenzió emelkedő értéke jelez. A jelenség mögött az áll, hogy vastagabb mintákban a repedések hosszabb utat tesznek meg a minta átszelése során, így nagyobb valószínűséggel metszenek strukturálisan gyengébb régiókat, amelyek kedveznek az elágazások kialakulásának. Fontos megjegyezni továbbá, hogy a fraktáldimenzió felső határát jelentő $D_f^s = 2$ értéket a vastagabb gyűrűk alacsonyabb $\dot{\epsilon}$ értéknél éri el, mint a vékonyabb társaik.



7.4. ábra. Az $r \leq \Delta R$ tartományban, az átkötő repedések D_f^s fraktáldimenziójának alakulása, az alkalmazott $\dot{\epsilon}$ deformációs ráta függvényében, három különböző ΔR gyűrűvastagság esetén. Az ábra vízszintes tengelyén logaritmikus skálát alkalmaztunk, amely lehetővé teszi a különböző változások részletesebb vizsgálatát. A vízszintes szaggatott vonal a beágyazó tér $d = 2$ dimenzióját jelöli, amely egyben a fraktáldimenzió felső határértékét is reprezentálja kétdimenziós rendszerek esetén.

A 7.3. ábrán megfigyelhető, hogy az $N(r)$ függvény nagy távolságoknál

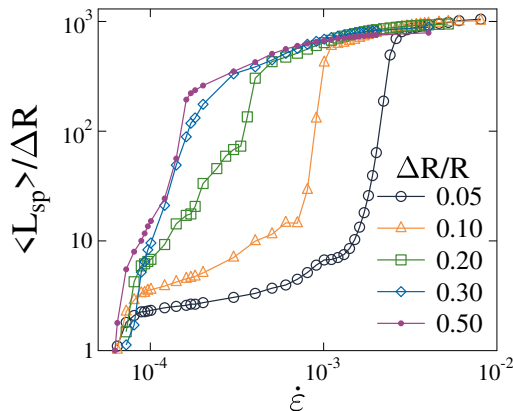
($r > \Delta R$) gyors telítődésbe megy át. A telítési érték azonban az alkalmazott $\dot{\epsilon}$ deformációs sebességgel együtt növekszik, ami arra utal, hogy a magasabb sebességeken kialakuló átkötő repedések hosszabbak, több csomópontot tartalmaznak. Fontos kiemelni, hogy kellően nagy deformációs ráták $\dot{\epsilon} > 1.8 \times 10^{-4}$ esetén az $r > \Delta R$ tartományban egy második hatványfüggvény-szakasz jelenik meg, amelyet egy kisebb $D_f^n < D_f^s$ fraktáldimenzió jellemez. Ez a viselkedés az átkötő repedések összeolvadására vezethető vissza a közelükben kialakuló kisebb repedésekkel, melyek révén a repedések radiális irányra merőleges kiterjedése megnő.



7.5. ábra. A $\Delta R < r < R$ tartományban, az $N(r)$ görbék második hatványfüggvény-szakaszához tartozó D_f^n fraktáldimenzió változása, az $\dot{\epsilon}$ deformációs ráta függvényében, a $\Delta R/R = 0.2$ vastagságú gyűrű esetén. Az eredmények alapján a D_f^n értéke először az átmeneti fázis $\dot{\epsilon}_{sc}$ deformációs rátájának környezetében válik meghatározhatóvá. A fraktáldimenzió ezt követően monoton növekedést mutat az $\dot{\epsilon}$ növekedésével, majd $D_f^n \approx 1$ körüli értéknél telítődik a $\dot{\epsilon}_f$ fragmentációs átmenethez közelítve. Ez az érték jól értelmezhető annak a kvázi-egydimenziós szerkezetnek a kialakulásaként, amely során az átkötő repedések összeolvadnak és teljes mértékben lefedik a gyűrűt, a radiális irányra merőleges kiterjedésükkel. A törési fázisokhoz tartozó értékeket a 6. fejezetben bemutatott fázisdiagram (6.3. ábra) alapján a függőleges szaggatott vonalak jelölik.

A 7.5. ábra a $\Delta R/R = 0.2$ gyűrűvastagság esetére mutatja be, hogy a második hatványfüggvény-szakasz a szegmentáció és a síkbeli fragmentáció közötti átmeneti tartományban jelenik meg az $\dot{\epsilon}_{sc}$ deformációs rátánál. Az $\dot{\epsilon}_{sc}$ pont alatt a fraktáldimenzió a $D_f^n = 0$ értéket veszi fel, melyet a 7.3 ábrán látható $N(r)$ görbék telítődése mutat, alacsony $\dot{\epsilon}$ és $r > \Delta R$ esetén. Ez arra utal, hogy az összefüggő repedéshálózat kialakulása előtt a sandbox módszer a repedéseket pontokként érzékeli, ha az r sugár nagyobb a gyűrűvastagságnál. Az $\dot{\epsilon}_{sc}$ pontban az exponens értéke $D_f^n \approx 0.65$, amely fokozatosan növekszik az $\dot{\epsilon}$ növelésével. Végül az exponens telítődik a $D_f^n \approx 1$ értéken, az $\dot{\epsilon}_f$ fragmentációs átmeneti pont elérésekor, amikor az átkötő repedések egy összefüggő, kvázi-egydimenziós geometriai objektummá olvadnak össze, amely lefedi az egész gyűrűt. Ennek alátámasztására a 7.6. ábra az átkötő repedések $\langle L_{sp} \rangle$ átlagos hosszának alakulását mutatja be a terhelés deformációs rátájának függvényében, különböző gyűrűvastagságok mellett. A kezdeti szakaszban a repedések hossza megközelítőleg $\langle L_{sp} \rangle / \Delta R \approx 1$ értékről indul, amely a gyűrű vastagságának megfelelő kiterjedést jelent. Ezt követően a repedéshossz fokozatos, monoton növekedést mutat, amely több, egymástól jól elkülöníthető fázisban zajlik. A növekedés első szakasza az oldalirányú repedéságak fokozódó megjelenésével magyarázható, amely a repedéshálózat sűrűsödését és a fraktáldimenzió növekedését eredményezi (lásd a 7.4. ábrán), így a repedések kiterjedése a radiális irányra merőlegesen is jelentőssé válik. Ugyanebben a $\dot{\epsilon}$ tartományban, kisebb gyűrűvastagságok esetén $\langle L_{sp} \rangle$ közel állandó marad, mivel az oldalsó elágazások fejlődéséhez szükséges tér hiányzik. Ilyen esetekben a többletenergia az átkötő repedések számának növekedésében realizálódik. A $\langle L_{sp} \rangle$ görbék hirtelen emelkedése azt a kritikus pontot jelzi, ahol az átkötő repedések laterálisan összeolvadnak, és egy a teljes gyűrűt lefedő repedéshálózatot alkotnak. Ez a struktúra képezi annak a mechanizmusnak az alapját, amely a 7.5. ábrán bemutatott fraktáldimenzió $D_f^n \approx 1$ telítődéséhez vezet.

Összességében négy aszimptotikus értéket azonosíthatunk a fraktáldi-



7.6. ábra. Az átkötő repedések $\langle L_{sp} \rangle$ átlagos hosszának változása a $\dot{\epsilon}$ deformációs sebesség függvényében a különböző ΔR gyűrűvastagságok mellett. A repedéshossz a $\langle L_{sp} \rangle / \Delta R \approx 1$ értéktől indulva monoton növekedést mutat. A kezdeti, lassú növekedési szakaszt egy karakterisztikus ponton hirtelen emelkedés követi, amely az átkötő repedések összeolvadását jelöli, és ezáltal egy összefüggő repedéshálózat kialakulására utal.

menzió sandbox módszerrel végzett vizsgálata során. Kis, $r \leq \Delta R$ távolságokon a D_f^s fraktáldimenzió két aszimptotikus értéket vehet fel. Az $\dot{\epsilon}$ csökkentésével $D_f^s \rightarrow 1$ ideális esetben, míg az $\dot{\epsilon}$ növelésével $D_f^s \rightarrow 2$, ami az összefüggő repedéshálózat térkitöltő jellegére utal. Nagyobb, $\Delta R < r < R$ távolságokon a második, D_f^n fraktáldimenzió szintén két aszimptotikus értékkel rendelkezik. Az $\dot{\epsilon}$ csökkentésével $D_f^n \rightarrow 0$, ami azt jelzi, hogy az összefüggő repedéshálózat megjelenése előtt a sandbox módszer a repedéseket egyedi pontokként érzékeli nagy távolságokon. Az $\dot{\epsilon}$ növelésével pedig $D_f^n \rightarrow 1$, ami arra utal, hogy az összefüggő repedéshálózat nagy r sugaraknál egyszimptotikus objektumként, azaz vonalként viselkedik.

7.3. A repedések iránya

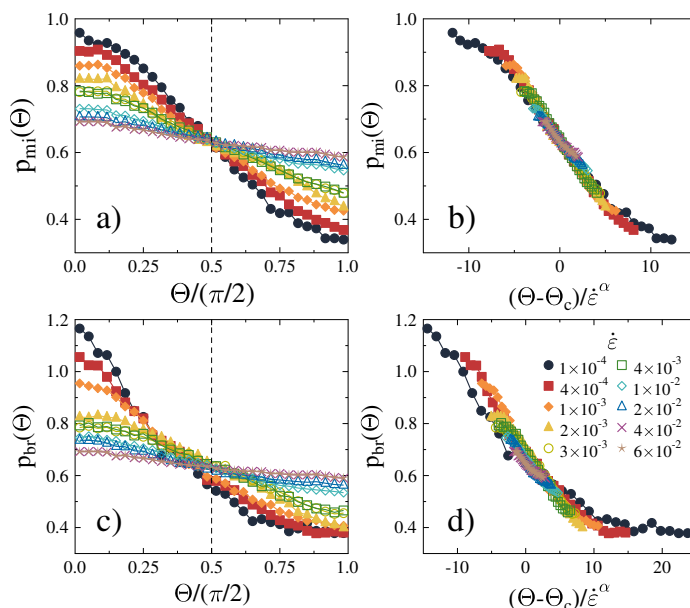
Mivel a repedések kialakulása elsősorban a gyűrű tágulásából ered, a keletkező mikrorepedések és a belőlük szerveződő kiterjedt repedéságak kezdetben jellemzően a radiális iránnyal párhuzamosan orientálódnak. Ez a radiális preferencia alacsony deformációs sebességek mellett a legmarkánsabb, de a $\dot{\epsilon}$ növekedésével fokozatosan gyengül, ahogy a rendszer közelít az egész mintát átszelő, összefüggő repedéshálózat kialakulásához. Az orientációs változások kvantitatív jellemzésére meghatároztuk a mikrorepedések Θ szögének valószínűségi eloszlását $p_{mi}(\Theta)$, ahol Θ a mikrorepedés és a lokális radiális irány által bezárt szöget jelöli.

Amint a 7.7.(a) ábra szemlélteti, alacsony $\dot{\epsilon}$ értékeknél az eloszlás meredeken csökken, ami erőteljes sugárirányú orientációt jelez. Ez a viselkedés összhangban van az átkötő repedések ebben a tartományban megfigyelt alacsony fraktáldimenziójával, ami lineáris, kevésbé elágazó repedésszerkezetet tükröz. A deformációs ráta fokozatos növelésével a $p_{mi}(\Theta)$ eloszlás egyre laposabbá válik, jelezve a radiális irányítottság gyengülését és a repedések orientációjának egyenletesebb eloszlását. Figyelemre méltó, hogy az eloszlás görbék különböző $\dot{\epsilon}$ értékek mellett nagyjából $\Theta \approx \pi/4$ körül metszik egymást.

A növekvő deformációs ráta hatására aktiválódó belső szabadsági fokok kvantitatív jellemzésére – amely a repedéskialakulás irányának a radiális iránytól való fokozódó eltérésében nyilvánul meg – skálázási analízist végeztünk. A 7.7.(b) ábrán bemutatott eredmények alapján megállapítható, hogy a különböző $\dot{\epsilon}$ deformációs rátákhoz tartozó szögeloszlási görbék egy univerzális görbére ejthetők össze, ha a szöget egy Θ_c értékkel eltoljuk, majd a deformációs ráta megfelelő α hatványával átskálázzuk. A jó minőségű egymásra esés az alábbi skálázási formára utal:

$$p_{mi}(\Theta, \dot{\epsilon}) = \Phi \left(\frac{\Theta - \Theta_c}{\dot{\epsilon}^\alpha} \right). \quad (7.5)$$

Az elemzés alapján a legjobb összeesést $\Theta_c = \pi/4$ és $\alpha = 0.3$ paraméter-



7.7. ábra. (a) A mikrorepedések $p_{mi}(\Theta)$ szögeloszlása a $\Delta R/R = 0.05$ gyűrűvastagságnál, több $\dot{\epsilon}$ deformációs sebességnél. (b) Az (a) görbéket $\Theta_c = \pi/4$ szöggel eltolva és az $\dot{\epsilon}$ $\alpha = 0.3$ hatványával átskálázva a különböző deformációs ráták eredményei egyetlen főgörbére esnek. Az elemzést a makrorepedések elágazásainak $p_{br}(\Theta)$ szögeloszlására is elvégeztük, ezek láthatók a (c) és (d) grafikonokon. A (d) grafikonnál a legjobb skálázást a $\Theta_c = 0.6$ és $\alpha = 0.35$ paraméterértékek mellett értük el.

értékek mellett kaptuk.

A fenti skálázási elemzést kiterjesztettük a makrorepedések azon ágaira is, amelyek két háromfokú csomópont, vagy egy egyfokú és egy háromfokú csomópont között húzódnak (illusztrációját lásd a 7.2. ábrán). A 7.7.(c) panelen bemutatott repedési ágakra vonatkozó $p_{br}(\Theta)$ szögeloszlások hasonló minőségi viselkedést mutatnak a mikrorepedésekhez. Kiseb deformációs sebességek mellett az eloszlás erősen csúcsosodik a radiális irány közelében, míg növekvő $\dot{\epsilon}$ esetén a görbék egyre laposabbá válnak. Ez azt jelzi, hogy nagyobb deformációs ráták esetén a repedéságaknál nincs pre-

ferált specifikus irány. E viselkedés mögött az a mechanizmus áll, hogy magas $\dot{\epsilon}$ értékek esetén a repedések gyors elágazása és egymásba olvadása következtében egy szinte teljesen összefüggő, komplex geometriájú töréshálózat alakul ki, amelyben a repedésszakaszok orientációja már nem korlátozódik egy kitüntetett irányra.

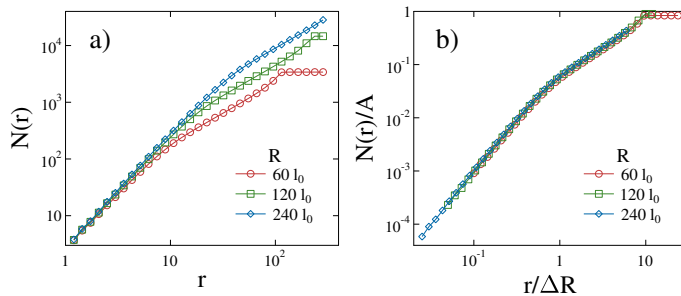
Fontos kiemelni, hogy a makrorepedések ágainak $p_{br}(\Theta)$ szögeloszlása a deformációs ráta növekedésével ugyanazt a kvalitatív tendenciát követi, mint a mikrorepedéseket jellemző $p_{mi}(\Theta)$ eloszlás. A görbék közös metszéspontja azonban kisebb szögértéknél jelentkezik. A 7.7.(d) ábra demonstrálja, hogy a különböző $\dot{\epsilon}$ értékekhez tartozó szögeloszlások összeejthetők egy univerzális görbére, ha a (7.5) skálázási összefüggést alkalmazzuk. Az optimális összeesést $\Theta_c = 0.6$ és $\alpha = 0.35$ paraméterek mellett kaptuk.

Az eredmények egyértelműen azt mutatják, hogy a rendszer fejlődése során – a szegmentációtól a kétdimenziós fragmentáción át egészen a porrázúródásig – a repedések orientációja jelentős átalakuláson megy keresztül. A kezdetben radiális irányultságú, közel egyenes repedésekből fokozatosan egy olyan statisztikailag izotróp repedéshálózat alakul ki, amely már nem őrzi a kezdeti robbanásszerű tágulás geometriáját. Ezt a szerkezeti átalakulást és a repedések irányának fokozódó rendezetlenségét a (7.5) egyenlet által leírt szögeloszlás skálázási törvénye kvantitatívan is megragadja.

7.4. A diszkretizáció hatása a repedésmintázat szerkezetére

Az előző fejezetekben a repedésmintázatokat és azok skálázási tulajdonságait elemeztük, amelyeket a gyűrű R külső sugarának rögzített értéke mellett kaptunk. Mivel diszkrét elem modellünkben a mintát sokszögek véletlenszerű rácsára bontjuk fel, fontos ellenőrizni, hogy a kapott repedésmintázatok szerkezeti jellemzőit nem befolyásolja-e a felosztás finomsága. Ebből fakadóan szisztematikus vizsgálatot végeztünk annak megállapítására, hogy a poligonok mérete miként hat a repedések geometriai jellemzőire.

A diszkretizáció során létrehozott poligonok geometriai véletlenszerűsége szolgál a modell egyetlen heterogenitási forrásaként; ez határozza meg a szomszédos sokszögeket összekötő törhető rudak fizikai tulajdonságait. A poligonok mérete rögzített, és meghatározza a rendszer egység hosszát, ezért a diszkretizáció finomsága csak a minta teljes méretének megváltoztatásával szabályozható.



7.8. ábra. (a) Az $N(r)$ függvény, amely az r távolságra lévő csomópont-párok számát jelöli, három különböző ($R = 60, 120$ és $240l_0$) rendszer méretben meghatározva. Minden esetben az $N(r)$ görbe két jól elkülönülő, különböző exponensű, hatványfüggvény tartománnyal rendelkezik. (b) Ugyanezen adatok skálázva. Az r távolságot a gyűrű ΔR vastagságával, az $N(r)$ értékeket pedig a gyűrű A területével skáláztuk. A görbék kiváló egybeesése azt mutatja, hogy a repedésmintázat szerkezete független a poligonos diszkretizáció finomságától.

A diszkretizáció lehetséges hatásának felmérése érdekében a repedésmintázat szerkezetére vonatkozóan további szimulációkat végeztünk két, a fő elemzésben használt mérettől eltérő rendszer esetén. Az R külső sugarat és a ΔR gyűrű vastagságot változtattuk, miközben arányukat $\Delta R/R = 0.2$ értéken tartottuk, hogy biztosítsuk a minták geometriai hasonlóságát. A három vizsgált rendszer mérete $R = 60, 120$ és $240l_0$ volt. A hozzájuk tartozó vastagságok pedig $\Delta R = 12, 24$ és $48l_0$. A gyűrűkben lévő poligonok átlagos száma rendre 4293, 16731 és 66035 volt. Minden szimulációt rögzített $\dot{\epsilon} = 1.21 \times 10^{-3}$ deformációs rátánál hajtottunk végre, ahol a

repedésmintázat teljes komplexitása megfigyelhető, beleértve a fa-szerű, fraktál jellegű repedések megjelenését és az alacsonyabb fraktáldimenzióba való átmenetet is.

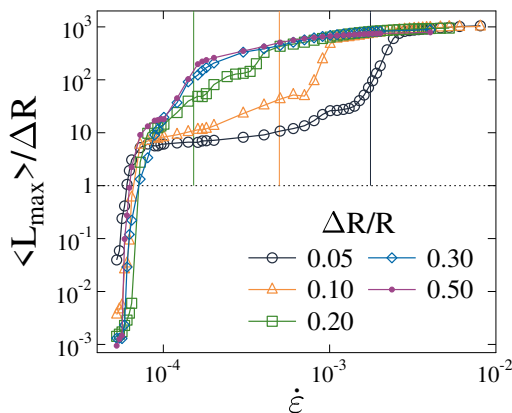
A diszkretizáció finomságának a repedések geometriai szerkezetére gyakorolt hatását vizsgálva fraktálemzést végeztünk minden egyes rendszerméretre. A sandbox módszerrel meghatározott $N(r)$ függvények a 7.8.(a) ábrán láthatóak. Az $N(r)$ görbék mindhárom rendszerméretnél ugyanazt a jellegzetes viselkedést mutatják: kétszeresen logaritmikus skálán két hatványfüggvény tartomány figyelhető meg, amelyeket egy jól definiált átmenet választ el egymástól. Ezek az eredmények azt mutatják, hogy az $N(r)$ általános függvényalakja nem függ a poligonok relatív méretétől.

Az eredmények további vizsgálatához skálázási elemzést végeztünk. Amikor az r távolságot a gyűrű ΔR vastagságával, az $N(r)$ értékeket pedig a gyűrű A területével normaljuk, a különböző rendszerméretekhez tartozó értékek egyetlen görbére esnek (lásd a 7.8.(b) ábrán). Ez a kiváló illeszkedés megerősíti, hogy a rendezetlen rács finomsága nem befolyásolja jelentősen a repedésmintázat geometriai szerkezetét, vagy skálázási tulajdonságait.

7.5. Átmenet a síkbeli fragmentációba

Amikor a repedések jelentős része egyetlen, a gyűrűt a radiális irányra merőlegesen átszelő, kiterjedt makrorepedéssé egyesül, a rendszer globális integritása megszűnik, és a teljes minta fragmensekre esik szét. A síkbeli fragmentációt jellemző $\dot{\epsilon}_f$ kritikus deformációs ráta megközelítésének kvantitatív vizsgálatához a legnagyobb, átkötő makrorepedés kialakulását elemeztük. Ennek során kiszámítottuk a legnagyobb repedés $\langle L_{max} \rangle$ átlagos hosszát az $\dot{\epsilon}$ függvényében, különböző gyűrűvastagságokra vonatkozóan.

Amint azt a 7.9. ábra szemlélteti, a legnagyobb makrorepedés $\langle L_{max} \rangle$ átlagos hossza monoton növekszik az alkalmazott $\dot{\epsilon}$ deformációs rátával, azonban kvalitatív változások figyelhetők meg a törési fázishatárok köze-



7.9. ábra. A legnagyobb makrorepedés $\langle L_{max} \rangle$ átlagos hosszát az $\dot{\epsilon}$ deformációs ráta függvényében vizsgáltuk, különböző ΔR gyűrűvastagságok esetén. A vízszintes szaggatott vonal az $\langle L_{max} \rangle / \Delta R = 1$ küszöbértéket jelöli, amely a szegmentációs fázis kezdetét határozza meg. A különböző színű függőleges vonalak az egyes vastagságokra jellemző $\dot{\epsilon}_{sc}$ karakterisztikus deformációs sebességek értékeit mutatják, amelyek az összefüggő repedéshálózat kialakulásához és ezáltal a fragmentációs fázis kezdetéhez társíthatók.

leben (a fázisdiagramot lásd a 6. fejezet 6.3. ábráján). A szegmentációs fázis kezdetét az $\langle L_{max} \rangle / \Delta R \approx 1$ feltétel teljesülése jelzi, amikor a legnagyobb repedés sugárirányban átfogja a gyűrűt. Vékony gyűrűk esetén egy karakterisztikus $\dot{\epsilon}$ -tartomány azonosítható, amelyben a $\langle L_{max} \rangle$ növekedése jelentősen lelassul. Ebben a rezsimben az energia főként új repedések keltesére fordítódik, miközben a legnagyobb repedés hossza lényegében nem változik – hasonló viselkedés figyelhető meg a 7.6. ábrán bemutatott $\langle L_{sp} \rangle$ mennyiség esetében is. Ebben az átmeneti tartományban számos, egymással versengő méretű átkötő repedés alakul ki anélkül, hogy közülük bármelyik dominánssá válna.

A $\langle L_{max} \rangle$ értéke csak az $\dot{\epsilon} > \dot{\epsilon}_{sc}$ tartományban kezd ismét gyors ütemben növekedni, ahol az átkötő repedések elkezdnek összeolvadni, végül

egyetlen összefüggő repedéshálózatot formálva. A gyűrű ΔR vastagságának növekedésével ez az átmeneti, lassuló viselkedés fokozatosan elhalványul, mivel a vastagabb mintákban a repedések az elágazásokon keresztül hatékonyabban terjednek, elősegítve a nagy kiterjedésű makrorepedések kialakulását. Megfelelően nagy gyűrűvastagság esetén a repedéshosszok növekedésében megfigyelhető lelassulás teljesen eltűnik. A 7.9. ábrán függőleges vonalakkal jelöltük az egyes vastagságokhoz tartozó $\dot{\epsilon}_{sc}$ karakterisztikus deformációs sebességeket, amelyek meghatározzák a fraktálszerkezetű szegmentáció és az összefüggő repedéshálózat közötti átmenetet. Az eredmények konzisztenciát mutatnak a fraktálelemzés során kapott eredményekkel, alátámasztva, hogy a szegmentációs fázisban kialakuló repedések fraktál jelleget mutatnak egészen az $\dot{\epsilon}_{sc}$ átmeneti rátáig.

A domináns, egész gyűrűt átfogó repedéshálózat kialakulásának részletesebb jellemzése érdekében elemeztük a repedések átlagos hosszának változását a terhelési ráta függvényében, a legnagyobb repedés kihagyása mellett. Ennek célja, hogy pontosabb képet kapjunk a rendszer kollektív repedésszerkezetének fejlődéséről. Az L_{av} átlagos repedéshosszt a repedéshossz-eloszlás M_2 második és M_1 első momentumának hányadosaként definiáljuk:

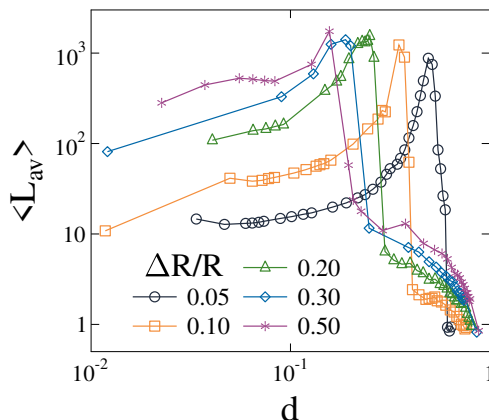
$$L_{av} = \frac{M_2}{M_1}, \quad (7.6)$$

ahol az M_q momentumokat a következőképpen számítottunk:

$$M_q = \sum_i^l L_i^q. \quad (7.7)$$

Az összegzésben L_i az i -edik repedés hossza, és az aposztróf (l) arra utal, hogy a leghosszabb repedés nem szerepel a számításban. Az M_2/M_1 arányt minden egyes szimuláció esetében külön határoztuk meg, majd a kapott értékeket átlagoltuk az adott terhelési feltételek mellett generált mintahalmazra. Ez a módszer lehetővé teszi, hogy kvantitatív módon nyomon

kövessük a jellemző repedéshosszok fejlődését, és pontosabb képet kapjunk a repedéshálózat globális szerkezetéről a kritikus törési fázisok közelében.

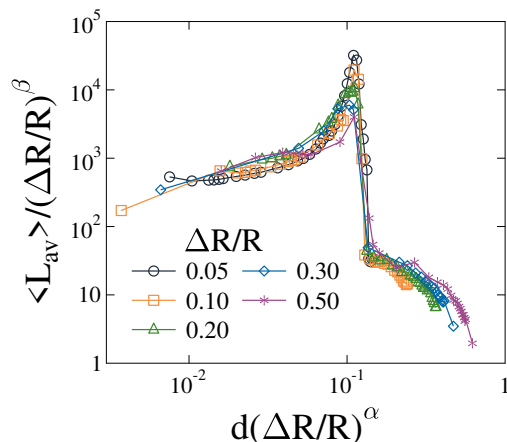


7.10. ábra. A $\langle L_{av} \rangle$ átlagos makrorepedéshossz alakulása a d kumulatív károsodás függvényében, különböző $\Delta R/R$ relatív gyűrűvastagságok esetén. Az átlagos hossz meghatározása a repedéshossz-eloszlás második és első momentumának arányaként történt, a legnagyobb repedést kihagyva az összegzésből.

A 7.10. ábra az $\langle L_{av} \rangle$ átlagos makrorepedéshossz alakulását mutatja a d kumulatív károsodás függvényében, ahol a károsodás mértékét a végső konfigurációban a törött rudak részarányaként definiáljuk: $d = N_{br}/N_B$, N_B a kezdeti mintában található összes rúd, míg N_{br} a törött rudak száma. A d károsodási paraméter monoton növekvő függvénye a terhelési sebességnek, ugyanakkor előnye, hogy közvetlenebb kapcsolatot tesz lehetővé a repedéshálózat geometriai jellemzőivel.

Megfigyelhető, hogy $\langle L_{av} \rangle$ kezdetben a károsodás növekedésével együttesen növekszik, ami arra utal, hogy nagyobb deformációk során jellemzően hosszabb repedések alakulnak ki. A repedésszerkezetben bekövetkező jelentős topológiai átalakulást az a pont jelzi, ahol $\langle L_{av} \rangle$ eléri maximumát, majd ezt követően az értéke gyorsan csökken. Mivel a statisztikai jellemzés során a leghosszabb repedést kizártuk az értékelésből, ez a maximum

azt a d_c kritikus károsodási szintet jelöli, amelyhez a rendszer szerkezeti átmenete társítható: a kezdetben diszkrét repedéseket fokozatosan egyetlen, domináns kiterjedésű repedés váltja fel a repedések összeolvadása révén. Az $\langle L_{av} \rangle$ átlagos repedéshossz markáns csökkenése arra utal, hogy az átmenet az egymástól elkülönülő repedésekkel jellemezhető állapotból az összefüggő repedéshálózat kialakulásához viszonylag hirtelen megy végbe. Fontos megfigyelés, hogy a gyűrű ΔR vastagságának növekedésével a d_c kritikus károsodás értéke alacsonyabb tartományba tolódik, ami azt jelzi, hogy a kiterjedt repedéshálózat már az eltört rudak kisebb hányada mellett kialakul.



7.11. ábra. Az $\langle L_{av} \rangle$ makrorepedések átlagos hosszának skálázása különböző gyűrűvastagságok esetén. Az adatsorok legjobb összeesését az $\alpha = 0.50$ és $\beta = 1.20$ skálázási exponensek alkalmazásával kaptuk.

A 7.11. ábra azt szemlélteti, hogy a 7.10. ábrán bemutatott görbék egymásra ejthetők, ha az adatsorokat a vízszintes és a függőleges tengely mentén ΔR megfelelő hatványával skálázzuk. Ez a jó minőségű skálázás arra utal, hogy az $\langle L_{av} \rangle (d, \Delta R)$ függvény az alábbi skálaszerkezettel ren-

delkezik:

$$\langle L_{av} \rangle (d, \Delta R) = \Delta R^\beta \Psi (d \Delta R^\alpha) \quad (7.8)$$

ahol $\Psi(x)$ a skálázási függvényt jelöli. A legjobb illeszkedést az $\alpha = 0.5$ és $\beta = 1.2$ exponens értékek mellett kaptuk, ahogy azt a 7.11. ábra is mutatja. Ez az eredmény azt implikálja, hogy a fragmentációs átmenethez tartozó d_c kritikus károsodás a gyűrű vastagságának α hatványával skálázódik: $d_c \sim \Delta R^{-\alpha}$. Mivel vékony gyűrűk esetén az N_B teljes kezdeti rúdszám arányos a gyűrű vastagságával ($N_B \sim \Delta R$), az ebből következő N_{br}^c kritikus törésszámmra fennáll, hogy

$$N_{br}^c \sim \Delta R^{1-\alpha}. \quad (7.9)$$

Mivel $\alpha < 1$, az eredmény azt mutatja, hogy az N_{br}^c kritikus repedéshossz szublineáris módon növekszik a gyűrű vastagságával, legalábbis kis gyűrűvastagságok esetén.

7.6. Eredmények értelmezése és következtetések

A felrobbanó gyűrűk fázisdiagramjának mélyebb megértése érdekében részletes vizsgálatot végeztünk a keletkező repedéshálózatok morfológiai és topológiai jellemzőiről. A fragmenseket olyan anyagrészekként definiáltuk, amelyeket teljes egészében repedések vagy a kiindulási próbatest határfelülete zár körbe. E meghatározás alapján azonosítottuk a szegmentálódás, a fragmentáció és a porrázúzódnás közötti átmeneteket, amelyeket a repedéshálózat geometriájában bekövetkező karakterisztikus szerkezeti átalakulások jellemeznek. A repedések lokális és globális sajátosságait a gyűrű vastagságának, valamint az alkalmazott deformációs sebesség függvényében elemeztük.

Elemzéseink azt mutatták, hogy alacsony deformációs sebességnél a szegmentáció sugárirányú, közel egyenes repedések mentén megy végbe. A

deformációs sebesség növelésével ezek a repedések hierarchikusan elágaznak, és egyre összetettebb, fa-szerkezetű mintázatok jönnek létre. Az így kialakuló elágazó repedések fraktálszerkezetet mutatnak, amelynek fraktáldimenziója arányosan nő a deformációs sebesség logaritmusával. A deformációs sebesség további növelésével megjelenik egy második fraktáltartomány is, amelyet a repedések sugárirányra merőleges összeolvadása és egy kvázi egydimenziós repedési hálózat kialakulása jellemez. Ez a struktúra az átmeneti régióban figyelhető meg, ahol egyaránt jelen vannak átkötő és nem átkötő repedések. Amint a fragmentációs kritikus pontot eléri a rendszer, a kiterjedt repedések mellékágaikon keresztül összeolvadnak, és a folyamat belép a síkbeli fragmentáció szakaszába, ahol a repedéshálózat térkitöltővé válik. További sebességnövekedés a repedéshálózat sűrűségének növekedésével végül porrázúródást eredményez.

Továbbá megfigyeltük, hogy a repedéshálózat szerkezeti átalakulását a mikrorepedések és makrorepedések ágai orientációjának változása is kíséri. Kis deformációs sebességnél a repedéságak erősen radiális irányultságot mutatnak, amit egy gyorsan csökkenő valószínűségi eloszlás ír le. A deformációs sebesség növelésével a repedések szögeloszlása fokozatosan közelít az egyenletes eloszláshoz, jelezve, hogy a fragmentációt előidéző összefüggő repedéshálózat ágai izotróp eloszlást vesznek fel. Numerikus elemzéseink segítségével meghatároztuk a repedések szögeloszlásának skálaszerkezetét, és kimutattuk, hogy a deformációs sebesség hatása jól leírható hatványfüggvénnyel.

A paraméterek – elsősorban a deformációs sebesség és a gyűrű vastagsága – hatásának részletesebb vizsgálata során azt találtuk, hogy az átlagos repedéshossz, amelyet a repedéshosszak második és első momentumának hányadosaként definiáltunk, maximumot mutat. Ennek maximumhelye egybeesik a gyűrű fragmentációs kritikus pontjával. Emellett megmutattuk, hogy a fragmentációhoz szükséges teljes repedéshossz a gyűrű vastagságának szublineáris hatványfüggvényeként növekszik.

Az eddig tárgyalt eredmények összhangban állnak azzal a megfigyelés-

sel, hogy a rideg anyagok repedéshálózatai gyakran fraktálszerű geometriát mutatnak, tükrözve a törési folyamatok skálainvariáns természetét. A fraktáltulajdonságok megjelenése az anyagszerkezet rendezetlensége, a feszültségkoncentrációk, valamint a repedésterjedés során fellépő disszipatív mechanizmusok összetett kölcsönhatásainak eredményeként értelmezhető. Megfigyeléseink összhangban állnak korábbi kísérleti és elméleti munkákkal, amelyek szerint a repedési felületek és repedésvonalak fraktáldimenzióval jellemezhetők [126–128], és univerzális repedésfejlődési mechanizmusokra utalnak különböző fizikai rendszerekben – a geológiai törésvonalaktól a nagyenergiájú becsapódások által kiváltott törésekig [5, 129, 130]. Elméleti megközelítések – mint például a perkolációelméleten alapuló modellek, valamint a rendezetlen közegekben lejátszódó károsodásfelhalmozódási folyamatok – szintén előrejelzik a fraktálgeometriai jellemzők megjelenését [73, 131]. A repedéshálózat fraktál természetének felismerése mélyebb betekintést nyújt a törési jelenségek mögötti fizikai folyamatokba, továbbá elősegíti a fragmentáció és a felületi érdesség pontosabb leírását.

8. fejezet

A terhelési mód hatása a repedési zaj statisztikájára

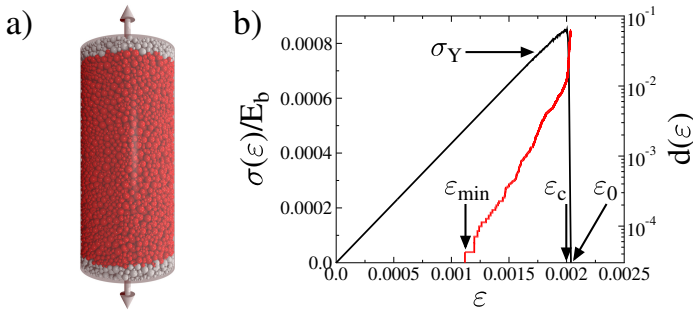
A heterogén szilárdtestek lassú deformáció során történő törése nemcsak a geofizikai folyamatok, hanem a mérnöki és ipari alkalmazások szempontjából is alapvető fontosságú jelenség. A kőzetek mechanikai viselkedése során megfigyelhető lavinaszerű mikrotörések statisztikus tulajdonságai értékes információt hordoznak a tönkremeneteli folyamatokról. Doktori munkám során részletesen vizsgáltuk szemcsés szerkezetű szilárdtestek kvázisztatikus törését a 4.2. fejezetben bemutatott diszkrét elem modellben. A vizsgálat középpontjában a mikrotörések statisztikus jellemzése, térbeli eloszlása, valamint a repedéssáv kialakulásának dinamikája áll. Annak tisztázásához, hogy a terhelés húzó és nyomó jellege hogyan befolyásolja a repedési zaj jellemzőit, a húzóterheléssel végzett szimulációink eredményeit összevetettük a kutatócsoportunk által korábban publikált nyomófeszültségre kapott eredményekkel. Az így nyert eredmények hozzájárulhatnak a lavinaszerű törési folyamatok mélyebb megértéséhez és a kőzetek makroszkopikus tönkremenetelének előrejelezhetőségéhez. A fejezetben bemutatott eredmények a [P3] publikáción alapszanak.

8.1. Kvázi rideg viselkedés

Számítógépes szimulációkat végeztünk henger alakú minták egytengelyű húzóterhelésének elemzésére, hogy nyomon kövessük makroszkopikus viselkedésüket és a törés mikroszkopikus folyamatát. A minta deformációvezérelt terhelés alatti mechanikai válaszánaak jellemzésére meghatároztuk az adott deformáció fenntartásához szükséges F erőt, miközben a minta két végét képező, rögzített határrészecske-rétegeket mozgattuk a henger tengelyének irányában. A vizsgálat konfigurációját és a terhelési feltételeket a 8.1.(a) ábra szemlélteti. A σ makroszkopikus feszültséget és az ε fajlagos alakváltozást a következő összefüggések alapján számítottuk: $\sigma = F/A$ és $\varepsilon = \Delta H/H$, ahol $A = \pi D^2/4$ a henger kezdeti keresztmetszeti területe, ΔH pedig a minta megnyúlása a kezdeti H magassághoz viszonyítva.

A húzóterhelés során a részecskéket összekötő rudak – amelyek a lokális kohéziós kapcsolatokat reprezentálják – fokozatosan elszakadnak, repedéseket hozva létre az anyagban. Ez a folyamat kumulatíván egy kiterjedt, globális töréshez vezet, amelynek során a minta végül két fő részre szakad. A szimuláció akkor áll le, amikor az F erő nullára csökken. A 8.1.(b) ábra a $\sigma(\varepsilon)$ feszültség–deformáció görbét ábrázolja egyetlen minta esetére, bemutatva a rendszer fejlődését. A rendszer a deformáció jelentős tartományában lineárisan rugalmas választ mutat, nemlineáris viselkedés csak a maximális σ_c feszültség közelében jelentkezik. E pontot követően a feszültség értéke hirtelen nullára csökken, jelezve a minta makroszkopikus törését. A minta szilárdsága jellemezhető a $\sigma(\varepsilon)$ görbe maximumának ε_c helyével és σ_c értékével. Ezek a paraméterek meghatározzák a rendszer kritikus deformációját és kritikus feszültségét.

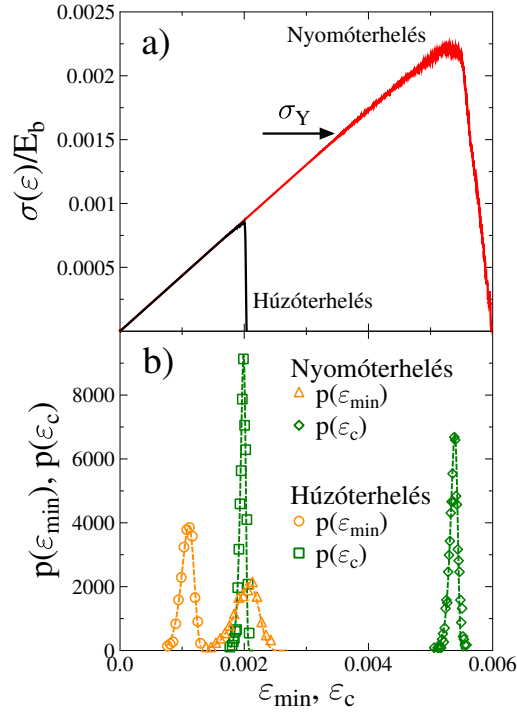
A terhelés során a felhalmozódott károsodás mértéke kvantitatívan jellemezhető az eltört kapcsolatok arányával, amelyet a következő módon definiálunk: $d = N_{br}/N_B$, ahol N_{br} az eltört rudak, míg N_B az eredeti, ép állapotban lévő összes rúd számát jelöli. A $d(\varepsilon)$ károsodási görbének és a $\sigma(\varepsilon)$ mechanikai válaszfüggvény alakulásának összehasonlításával a 8.1.(b)



8.1. ábra. (a) A numerikus szimulációk felépítése. A DEM szimulációk során gömb alakú részecskék véletlenszerű, lognormális méreteloszlású pakolásából származó hengeres mintákat vetettünk alá kvázi-statisztikus húzóterhelésnek. A minta alsó és felső végén pár réteg részecskét (szürkével jelölve) rögzítünk, és ezeket a peremrétegeket egymással ellentétes irányban, a henger tengelye mentén lassan mozgatjuk. Ez a terhelési mód lehetővé teszi a folytonos károsodás- és repedésfejlődés részletes vizsgálatát. (b) A mechanikai válasz. A rendszer $\sigma(\epsilon)$ feszültség-deformáció konstitutív görbáját fekete vonallal, míg a törési folyamat során felhalmozott $d(\epsilon)$ relatív károsodást pirossal ábrázoltuk egy reprezentatív próbatest esetén. A σ feszültség a rudak E_b Young-modulusával van skálázva. A nyilak különböző jellegzetes deformációs értékeket jelölnek: ϵ_{min} a repedések első megjelenését jelöli, ϵ_c a makroszkopikus (globális) törés kialakulásának pontja, és ϵ_0 az a deformációs érték, ahol a feszültség nullára csökken a teljes tönkremenetel után. Továbbá a σ_Y érték a rendszer folyáshatárát jelöli, amely a $\sigma(\epsilon)$ görbe első szignifikáns eltérését mutatja a lineárisan rugalmas viselkedéstől.

ábrán látható, hogy a $\sigma(\epsilon)$ növekvő nemlinearitása a kumulatív károsodás gyorsulásával magyarázható, amely a kritikus pont közelében jelentkezik. A $\sigma(\epsilon)$ viszonylag gyenge nemlinearitása, valamint a hirtelen feszültségesés a globális törés után, kvázi rideg anyagviselkedésre utal.

A 8.2.(a) ábrán azonos mintán végzett húzó- és nyomóterheléses szimulációk eredményei láthatóak rögzített paraméterek mellett, amelyből a nyomóterheléssel kapott eredményeket a kutatócsoportunk korábbi publi-



8.2. ábra. (a) A $\sigma(\varepsilon)$ feszültség–deformáció görbék alakulása egy reprezentatív mintán, egytengelyű nyomó- (piros görbe) és húzóterhelés (fekete görbe) esetén. A feszültség értékét a rudak E_b Young-moduluszával normáltuk, hogy az anyagmechanikai jellemzők összehasonlíthatók legyenek. A vízszintes nyíllal jelölt σ_Y érték a nyomás alatt mért folyási feszültséget mutatja. (b) A legelső repedések megjelenéséhez tartozó ε_{min} , valamint a globális törést jelző ε_c értékekhez tartozó valószínűségi eloszlásokat ($p(\varepsilon_{min})$ és $p(\varepsilon_c)$) ábrázoltuk mindkét terhelési konfiguráció esetén. A szaggatott vonalak a (8.1) egyenlet szerinti Weibull-eloszlás illesztésének legjobb eredményeit mutatják. Az (a) és (b) panelek vízszintes tengelyei megegyeznek, elősegítve ezzel az deformációs értékek közvetlen összehasonlítását.

kációi tartalmazzák [74, 75]. A kapott $\sigma(\varepsilon)$ görbék lényegében fedik egymást, amely igazolja, hogy az E_{eff} effektív Young-modulusz, azaz a $\sigma(\varepsilon)$

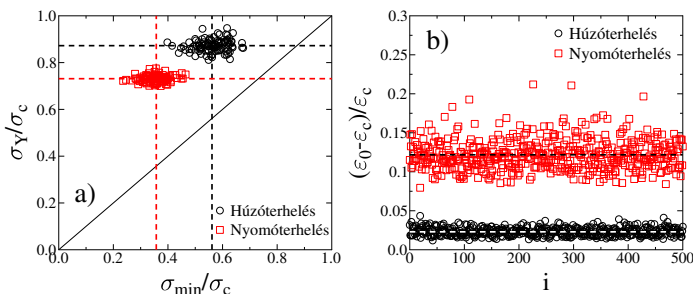
lineáris tartományának merevedsége, független a terhelési módtól. A konstitutív görbék pontos illesztésével $E_{eff}/E_b \approx 0.22$ értéket kaptunk. Ezzel szemben az anyag végső szilárdságát jellemző ε_c és σ_c értékek – amelyek a globális töréshez tartoznak – nyomóterhelés esetén jelentősen nagyobbak adódtak, amit a repedések záródása okozta stabilizáló hatás magyaráz, elsősorban a feszültség irányára merőleges repedések esetén. Az összenyomás esetén megfigyelhető nagyobb szilárdság empirikusan már az ókori római korban is ismert volt, ezért váltotta fel a boltív a korábbi görög építészetben alkalmazott, gyengébb oszlop- és gerendarendszert. A globális töréshez tartozó feszültségesés nyomóterhelésnél kevésbé hirtelen, és az azt megelőző nemlinearitás is erősebb, ami arra utal, hogy húzóterhelés esetén a test ridegebben viselkedik.

A minta mikroszerkezetének rendezetlensége kontrollálja a lokális repedésképződéshez tartozó ε_{min} értéket, valamint a makroszkopikus folyáshatárhoz tartozó σ_Y feszültséget. Ezen felül a végső töréshez tartozó ε_c kritikus deformáció és σ_c feszültség is statisztikus mennyiségek, amelyek mintánkénti fluktuációt mutatnak. E fluktuációk kvantitatív jellemzésére meghatároztuk a valószínűségi eloszlásokat $p(\varepsilon_{min})$ és $p(\varepsilon_c)$ húzó- és nyomóterhelés esetén is, melyeket a 8.2.(b) ábra szemléltet. A relatív szórások a következő értékeket vették fel: $var(\varepsilon_{min})/\langle\varepsilon_{min}\rangle \approx 0.09$ és $var(\varepsilon_c)/\langle\varepsilon_c\rangle \approx 0.025$ húzóterhelés esetén, $var(\varepsilon_{min})/\langle\varepsilon_{min}\rangle \approx 0.105$ és $var(\varepsilon_c)/\langle\varepsilon_c\rangle \approx 0.014$ nyomóterhelés esetén. Ezek az értékek arra utalnak, hogy az adott N rendszer-méret mellett mind ε_{min} , mind ε_c mérsékelt fluktuációt mutat. A numerikus elemzés alapján mindkét terhelési esetben az eloszlásfüggvények, $p(\varepsilon_{min})$ és $p(\varepsilon_c)$, jól illeszthetők Weibull-eloszlással

$$p(x) = \frac{m}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{m-1} e^{-(x/\lambda)^m}, \quad (8.1)$$

két paraméter segítségével, ahol λ az x változó skáláját határozza meg, míg az m kitevő az eloszlás alakját szabályozza. A 8.2.(b) ábrán bemutatott legjobb illesztések a (8.1) egyenlet alkalmazásával készültek, az alábbi paraméterértékek mellett: ε_{min} -re $\lambda = 0.0012$, $m = 11$, míg ε_c -re $\lambda = 0.00204$,

$m = 50$ húzóterhelés esetén, ε_{min} -re $\lambda = 0.00209$, $m = 12$, míg ε_c -re $\lambda = 0.0054$, $m = 99$ nyomóterhelés esetén. Megállapítást nyert, hogy a σ_c kritikus terhelés ugyanezt a statisztikai törvényszerűséget követi, és a Weibull-eloszlás exponense mind húzó-, mind nyomóterhelés esetén hasonlóan magas értéket vesz fel.



8.3. ábra. A minta ridegségének mértékét jellemző mennyiségek a σ_c előtti (a) és utáni (b) állapotban. Az (a) ábrán a folyáshatárhoz tartozó σ_Y feszültség, valamint a repedésképződés σ_{min} kezdeti feszültsége közötti kapcsolat szórásdiagramja látható húzó- és nyomóterhelés esetén. A (b) ábra az ε_c (a végső globális törés deformációja) és az ε_0 (az a deformáció, ahol a feszültség a globális törést követően nullára csökken) különbségét ábrázolja szórásdiagram formájában, mindkét terhelési módra. Az (a) panelen a szaggatott vonalak a $\langle \sigma_Y/\sigma_c \rangle$ és $\langle \sigma_{min}/\sigma_c \rangle$ átlagértékeket jelölik, míg a folytonos vonal az $y = x$ függvényt ábrázolja, demonstrálva, hogy az $\sigma_Y > \sigma_{min}$ reláció minden esetben teljesül. A (b) ábrán a vízszintes szaggatott vonalak az $\langle (\varepsilon_0 - \varepsilon_c)/\varepsilon_c \rangle$ -hez tartozó átlagos értéket mutatják húzó- és nyomóterhelés esetén.

A Weibull-eloszlás magas kitevői összhangban vannak a fentebb bemutatott relatív szórásokkal jellemzett paraméterek enyhe fluktuációival. A repedés kezdetéhez tartozó ε_{min} deformáció, valamint a végső globális töréshez tartozó ε_c deformáció átlagértékei húzóterhelés esetén rendre 0.00112 és 0.00199, míg nyomóterhelés mellett 0.00219 és 0.00536 értékekre adódtak. A numerikus elemzés alapján megállapítható, hogy a minta átlagos szilárdsága körülbelül 2.7-szer nagyobb nyomás esetén, mint húzás-

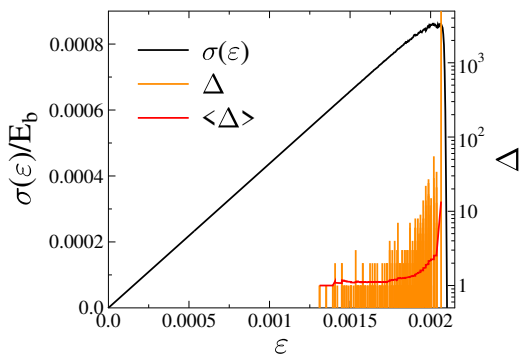
nál, jöllehet a szilárdság értékeinek relatív szórása mindkét esetben közel azonos, amely összhangban áll a kísérleti megfigyelésekkel is [132].

A minta ridegségének kvantitatív jellemzésére két paramétert vezetünk be. A makroszkópikus viselkedés globális törés előtti ridegségét a folyáshatárhoz tartozó σ_Y feszültség és a végső törés σ_c feszültségének hányadosa adja meg, ahol σ_Y annak a feszültségértéknek felel meg, ahol a $\sigma(\varepsilon)$ görbe először mutat eltérést a lineáris viselkedéstől. Emellett meghatároztuk az ε_c kritikus alakváltozás, valamint a globális törést követően a feszültség nullára csökkenéséhez tartozó ε_0 deformáció különbségét is. (Az ε_0 definícióját lásd a 8.1.(b) ábrán.) A $(\varepsilon_0 - \varepsilon_c)/\varepsilon_c$ arány jellemzi, milyen gyorsan esik le a $\sigma(\varepsilon)$ görbe nullára, tehát ez a hányados a kritikus törés utáni ridegség mérőszámaként értelmezhető.

A 8.3.(a) ábrán a σ_Y/σ_c értékek láthatók a σ_{min}/σ_c függvényében szórádiagram formájában, ahol minden pont egy-egy különálló mintát reprezentál. A 8.3.(b) ábra a csúcsterhelés utáni ridegségi paraméter szórádiagramját mutatja az i -edik mintaszám függvényében. Minden vizsgált mennyiség viszonylag alacsony mintánkénti fluktuációt mutat, jól definiált átlagértékek körül ingadozva. A feszültségarányok összehasonlítása alapján megállapítható, hogy húzóterhelés esetén $\langle \sigma_Y/\sigma_c \rangle \approx 0.89$, míg nyomás esetén $\langle \sigma_Y/\sigma_c \rangle \approx 0.72$, ami jelentősen magasabb kritikus feszültség előtti ridegségre utal húzó igénybevétel mellett. Ezt a jelenséget magasabb globális törés utáni ridegség is kíséri: húzás esetén a feszültség jóval gyorsabban esik nullára a tönkremenetel után, amit a $\langle (\varepsilon_0 - \varepsilon_c)/\varepsilon_c \rangle \approx 0.02$ érték is alátámaszt, míg nyomásnál ez az arány $\langle (\varepsilon_0 - \varepsilon_c)/\varepsilon_c \rangle \approx 0.12$.

8.2. Skálafüggetlen törési statisztika

A szimulációk eredményei alapján megállapítható, hogy a minta károsodása szakaszosan, rudak törési sorozatának lavináin keresztül megy végbe. Ezek a törési események megfeleltethetők a valós kísérletekben mért akusztikus emissziós eseményekkel. A jelenség mögött az a mecha-



8.4. ábra. Egy reprezentatív próbatest törési lavináinak sorozata, valamint annak $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbéje. Az oszlopdiagrammon az egyes oszlopok magassága a lavinák Δ_i méretét jelöli ($i = 1, \dots, n_b$). A folytonos piros vonal a $\langle \Delta \rangle$ mozgóátlagot mutatja, amelyet 51 egymást követő esemény átlagaként számítottunk.

nizmus áll, hogy egy rúd törése lokális feszültség-újraosztást idéz elő a mintán belül, amely a feszültségkoncentráció növekedését okozhatja. Ezek a lokális feszültség növekedések további törési eseményeket válthatnak ki. Ennek következtében egyetlen rúd törése egy teljes törési lavinát indíthat el, amely vagy lecseng, amennyiben a megmaradó ép elemek képesek a lokális terheléseket megtartani, vagy pedig a rendszer katasztrofális tönkremenetelét idézi elő. A feszültség-újraosztás t_c karakterisztikus időskáláját a rugalmas hullámok sebessége határozza meg a mintában. A lokális törési eseményekből álló lavinák azonosításához a [74, 75] hivatkozásokban ismertetett eljárást alkalmazzuk: a szimulációk során minden egyes rúd t_j törésének idejét elmentjük, és azon törési eseményeket, amelyek egymást $t_{j+1} - t_j < t_c$ időn belül követik, ugyanazon törési eseménysorozat (laviná) részének tekintjük. Az algoritmus által azonosított egyedi lavinák a következő jellemző paraméterekkel írhatók le: a lavina Δ mérete, annak T időtartama, \vec{r} térbeli helyzete, valamint a lavina során disszipált E energia. A törési sorozat Δ mérete a lavinában eltörő rudak összszámát jelenti,

amely arányos a minta belsejében létrejövő új szabad felületekhez. Egy Δ méretű lavina \vec{r} térbeli helyzetét a benne eltört rudak tömegközéppontjának helyzeteként határozzuk meg:

$$\vec{r} = \frac{\sum_{j=1}^{\Delta} \vec{r}_j^b}{\Delta}, \quad (8.2)$$

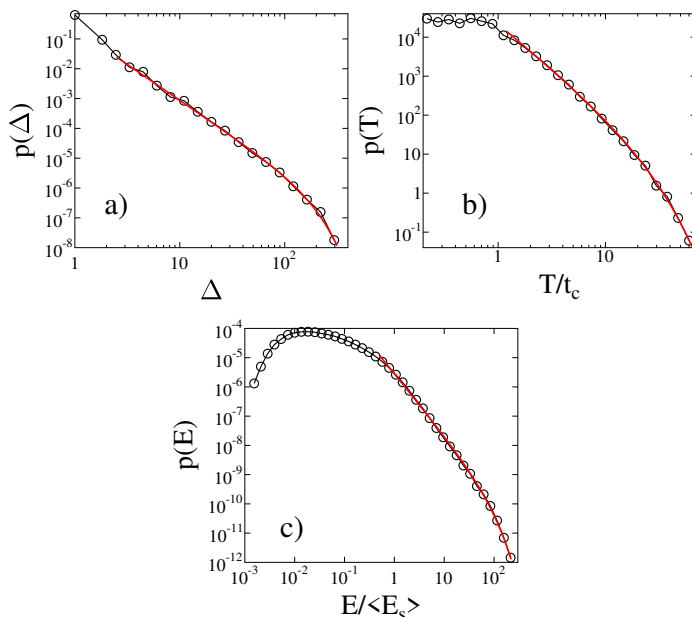
ahol \vec{r}_j^b ($j = 1, \dots, \Delta$) a lavinában eltört rudak középpontjához tartozó helyvektorokat jelöli. A lavina T időtartama a benne lévő első t_e és utolsó t_u törés bekövetkezési ideje közötti különbségként definiálható:

$$T = t_u - t_e. \quad (8.3)$$

A rudak deformációjában felhalmozódott E_j^b rugalmas energia a törés pillanatában felszabadul. A lavina során felszabaduló teljes E energia a rudakban tárolt energiák összegeként adódik:

$$E = \sum_{j=1}^{\Delta} E_j^b. \quad (8.4)$$

A lavinák sorozata a 8.4. ábrán van szemléltetve egy reprezentatív próbatest esetén, ahol az egyes lavinák Δ_i ($i = 1, \dots, n_b$) mérete, melyeket a narancssárga oszlopok magassága reprezentál, az adott eseménysorozat ε deformációs értékénél van ábrázolva. A károsodási folyamat kezdeti szakaszában a lavinák kis méretűek, jellemzően csupán néhány rúd töréséből állnak. A globális töréshez közeledve azonban – az esetleges fluktuációktól eltekintve – a lavinák Δ mérete növekvő tendenciát mutat, miközben azok egyre kisebb deformációs-növekmények után következnek be, jelezve a törési folyamat gyorsulását. A minták belső rendezetlenségéből fakadóan a Δ lavinaméret jelentős szórást mutat, és széles tartományt lefed, ahol a legnagyobb lavina mindig a végső, úgynevezett katasztrofális lavina, amely során az egész mintát átszelő makroszkopikus repedés alakul ki. A lavina paraméterek statisztikai jellemzéséhez meghatároztuk a lavinák méretének $p(\Delta)$, időtartamának $p(T)$, valamint a lavinák során disszipált energiának



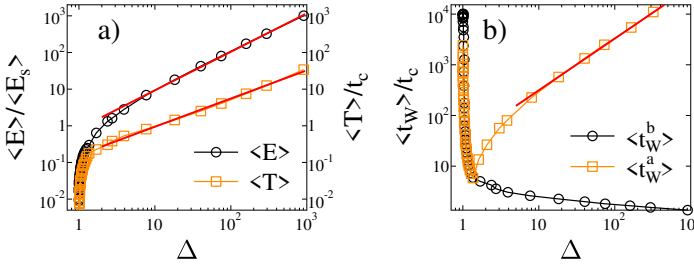
8.5. ábra. (a) A lavinák $p(\Delta)$ méretének, (b) $p(T)$ időtartamának és (c) a $p(E)$ disszipált energia valószínűségi eloszlása, figyelembe véve a katasztrofális törés előtt bekövetkezett összes eseményt (a $\sigma(\varepsilon)$ görbe maximumáig). A folytonos piros vonalak a (8.5) egyenlet szerinti illesztéseket jelölik. A T időtartamot és az E energiát a t_c korrelációs idővel, illetve az egyetlen rúdtörés által disszipált $\langle E_s \rangle$ átlagos energiával való osztással dimenziótlaná tettük.

$p(E)$ valószínűségi eloszlásait. Az eloszlásokhoz az összes lavinát figyelembe vettük, kivéve a végső, globális töréshez vezető katasztrofális eseményt. A 8.5. ábra kétszer logaritmikus skálán ábrázolt eloszlásai azt mutatják, hogy kellően nagy Δ , T és E értékeknél mindhárom vizsgált mennyiség eloszlása hatványfüggvénnyel jól közelíthető, melyet egy exponenciális levágás követ a rendszer véges méretéből adódóan:

$$p(x) \sim x^{-\tau} \exp(-x/x_0). \quad (8.5)$$

Itt x_0 a levágást meghatározó karakterisztikus lavina paramétert jelöli. A

τ hatványfüggvény-exponens értékét a 8.5.(a), (b) és (c) ábrákon bemutatott illesztésekből határoztuk meg, melyre a következő értékeket kaptuk: $\tau_\Delta = 2.4 \pm 0.11$, $\tau_T = 2.25 \pm 0.08$ és $\tau_E = 2.11 \pm 0.05$ a lavinaméret, időtartam és disszipált energia eloszlásaira, rendre. A $p(E)$ energiaeloszlás esetében megfigyelhető egy lokális maximum is, amely az egyedi törések energiaeloszlásából adódik.



8.6. ábra. (a) A Δ méretű lavinák $\langle E \rangle$ átlagos energiája és $\langle T \rangle$ átlagos időtartama. Az egyenes vonalak a $\nu_E = 1.01$ és $\nu_T = 0.77$ exponensű hatványfüggvényeket reprezentálják. (b) Adott Δ méretű lavinák előtt és után eltelt várakozási idők $\langle t_W^b \rangle$ és $\langle t_W^a \rangle$ átlagértékei. A $\langle t_W^a \rangle$ és Δ között hatványfüggvény szerinti korreláció jelenik meg a $\nu_W = 1.02$ korrelációs exponenssel.

Természetesen a τ_Δ , τ_T és τ_E exponensek nem függetlenek egymástól, a lavina paraméterek általában pozitívan korrelálnak egymással, mivel egy nagyobb méretű lavina jellemzően hosszabb ideig tart és több energiát disszipál el. Ennek a korrelációnak a mennyiségi jellemzésére kiszámítottuk az adott Δ méretű lavinák $\langle T \rangle$ átlagos időtartamát és $\langle E \rangle$ energiáját. A 8.6.(a) ábra azt mutatja, hogy kellően nagy lavinák esetén a három mennyiség korrelációja jól leírható hatványfüggvénnyel

$$\begin{aligned} \langle T \rangle &\sim \Delta^{\nu_T}, \\ \langle E \rangle &\sim \Delta^{\nu_E}, \end{aligned} \tag{8.6}$$

ahol a görbék illesztése során a $\nu_T = 0.770 \pm 0.025$ és $\nu_E = 1.01 \pm 0.02$ exponenseket kaptuk. A legjobb illesztést eredményező ν_T , ν_E , τ_Δ , τ_T és

τ_E exponensek hibahatáron belül összhangban vannak a következő összefüggésekkel:

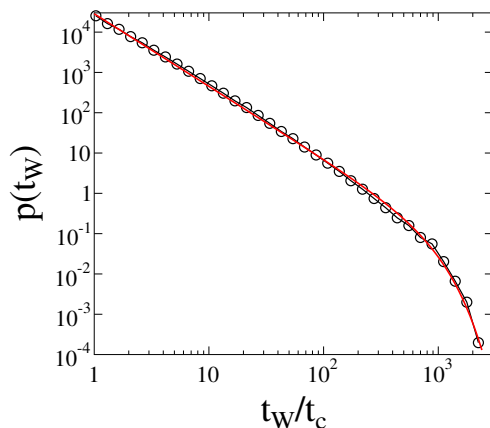
$$\begin{aligned}\tau_T &= (\tau_\Delta + \nu_T - 1)/\nu_T, \\ \tau_E &= (\tau_\Delta + \nu_E - 1)/\nu_E.\end{aligned}\tag{8.7}$$

A lavinasorozat időbeli fejlődésének elemzéséhez elengedhetetlen a t_W várakozási idők, vagyis az egymást követő lavinák közötti csendes időszakok időtartamának vizsgálata. A 8.7. ábra azt mutatja, hogy a várakozási idők $p(t_W)$ valószínűségi eloszlása is skálafüggetlen viselkedést mutat, amelyet jól leír a (8.5) függvény alak. A várakozási idő eloszlás τ_W exponensének értéke viszonylag magas $\tau_W = 1.81 \pm 0.04$, ami azt jelenti, hogy a nagy várakozási idők viszonylag ritkán fordulnak elő a sorozatban. Mivel a lavinákat a terhelés fokozatos újraelosztása hajtja, a lavinák mérete és a következő lavina megindulásáig eltelt várakozási idő között korreláció alakulhat ki. A lavinák feszültséget szabadítanak fel a közvetlen környezetükben, így várható, hogy egy nagyobb lavina után hosszabb ideig kell várni, hogy a lassan növekvő deformációvezérelt terhelés alatt a következő lavina elinduljon. Ennek a hatásnak a számszerűsítésére meghatároztuk a várakozási idő átlagos értékeit egy adott Δ méretű lavina előtt $\langle t_W^b \rangle$ és a lavina után $\langle t_W^a \rangle$. A 8.6.(b) ábra azt mutatja, hogy a $\langle t_W^b \rangle$ gyorsan konvergál a t_c közelébe, ami azt jelenti, hogy nincs összefüggés a t_W^b és az öt követő lavina Δ mérete között. A $\langle t_W^a \rangle$ azonban hatványfüggvény szerinti növekedést mutat, ahogy Δ nő:

$$\langle t_W^a \rangle \sim \Delta^{\nu_W},\tag{8.8}$$

ami azt mutatja, hogy egy nagyobb méretű lavina után, a következő lavina elindulásáig, több idő fog eltelni. A ν_W exponens értéke $\nu_W = 1.02 \pm 0.02$.

Ugyanezen minták hosszirányú összenyomásának számítógépes szimulációjánál [74, 75] ugyanilyen típusú, skálafüggetlen statisztikát mutattak ki a lavinajelenségekre vonatkozóan. A 8.1. táblázat összefoglalja a lavinák méretére, energiájára és időtartamára vonatkozó valószínűségi eloszlás exponenseinek értékét, a három mennyiség korrelációs exponenseit és



8.7. ábra. Az egymást követő lavinák közötti várakozási idők $p(t_W)$ valószínűségi eloszlása. A piros vonal a (8.5) egyenlet segítségével kapott legjobb illesztést mutatja.

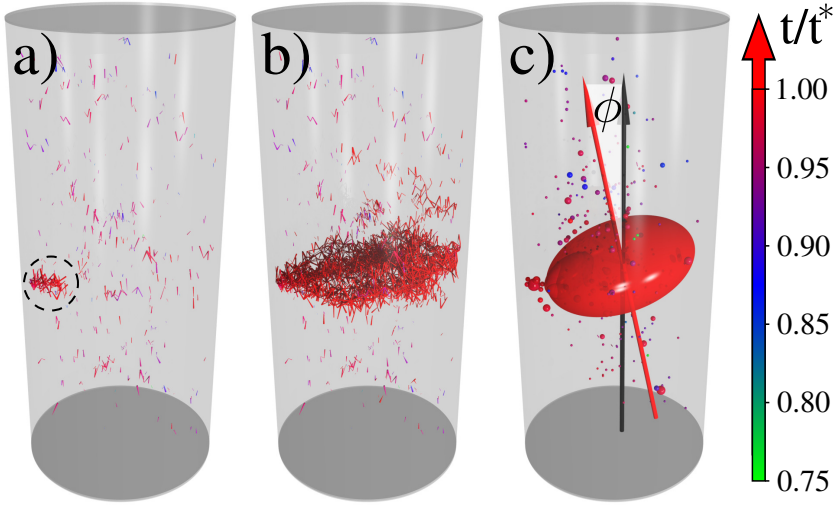
a várakozási idő exponenseit mind a húzó-, mind a nyomófeszültség alkalmazásával generált szimulációk esetében. A minta nagyobb szilárdsága és stabilitása miatt, amelyet az összenyomás alatt megfigyeltünk, a rendszer nagyobb n_b számú töréssorozatot képes tolerálni, amelyek nagyobb méretűre nőhetnek anélkül, hogy katasztrofálissá válnának. Tehát az anyag szilárdabban viselkedik nyomás alatt, és több károsodást képes elviselni. Elemzésünk kimutatta, hogy a lavinamennyiségek eloszlásainak levágása, vagyis az átlaga a legnagyobb méretű $\langle \Delta_{max} \rangle$, energiájú $\langle E_{max} \rangle$ és időtartamú $\langle T_{max} \rangle$ lavinának, valamint a lavinák átlagos $\langle n_b \rangle$ darabszáma ötször-nyolcszor nagyobb nyomás, mint húzás esetén. A 8.1. táblázatban látható, hogy a húzó- és a nyomófeszültség alatti szimulációk megfelelő exponensei a hibahatárokon belül megegyeznek egymással, kivéve a ν_E és ν_W korrelációs exponenseket, amelyek húzó terhelés esetén kisebbek. Ennek ellenére, azonos minták esetén, nincs szignifikáns különbség a lavinák statisztikájában az általunk vizsgált két terhelési mód esetén.

8.1. táblázat. *A deformációvezérelt hosszirányú húzó- és nyomóterhelés alatt megfigyelt törési lavinák skálafüggetlen statisztikájának exponensei. Az nyomóterheléses szimulációk eredményei a [74, 75] hivatkozásokból származnak.*

Exponens	Jelölés	Húzófeszültség	Nyomófeszültség
Lavina méret	τ_{Δ}	2.40 ± 0.11	2.22 ± 0.12
Lavina időtartam	τ_T	2.25 ± 0.08	2.4 ± 0.13
Lavina energia	τ_E	2.11 ± 0.05	2.02 ± 0.06
Várakozási idő	τ_W	1.81 ± 0.04	2.0 ± 0.06
Méret-Időtartam	ν_T	0.770 ± 0.025	0.8 ± 0.02
Méret-Energia	ν_E	1.01 ± 0.02	1.15 ± 0.03
Méret-Várakozási idő	ν_W	1.02 ± 0.02	1.37 ± 0.05

8.3. A károsodás térbeli szerkezete

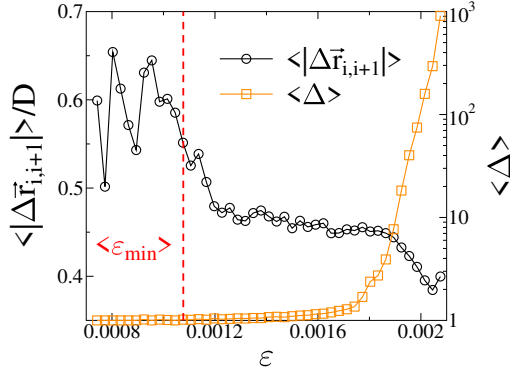
A lavinastatisztika robusztusságának ellenére a számítógépes szimulációk jelentős különbségeket mutattak ki a húzó- és nyomóterhelés okozta károsodások térbeli szerkezetei között. A próbatest lassú nyúlása során először a leggyengébb rudak törnek el, ami a minta egészében korrelálatlanul elszórt repedéssorozatokat eredményez, amint azt a 8.8.(a) ábra is szemlélteti. A kezdeti repedések kis méretűek, csak néhány törött rúdból állnak, azonban az idő előrehaladtával a lavinák és a keletkező repedések mérete nő, és térbeli megjelenésük egyre inkább korreláltá válik. A 8.8.(a) ábrán be van karikázva az a térbeli régió, ahol a katasztrofális törés előtti utolsó öt lavina mikrorepedései keletkeztek. A körön belül a károsodás lokalizációja figyelhető meg, amely a katasztrofális lavina kiindulási pontja lesz. Az ábrák tanúsága szerint a katasztrofális törés folyamata balról jobbra haladva ment végbe. Hasonló viselkedés kísérleti vizsgálatok során is megfigyelhető [133], mivel a katasztrofális lavina kiindulópontja véletlenszerűen, gyakran a henger középpontjától eltérő helyen alakul ki. Ez a mintát elfordulásra készíti, amit azonban a kísérleti berendezés elfordu-



8.8. ábra. A károsodás térbeli szerkezete a mintában. (a) A katasztrofális esemény előtti lavinákban eltört rudak. A bekarikázott régió az, ahol a katasztrofális repedés előtti utolsó 5 lavina lezajlott, és ahonnan a globális törés kiindult. (b) Az összes törött rúd, beleértve a katasztrofális lavinában eltörteket is. (c) A katasztrofális eseményben eltört rudak középpontjának pontfelhőjéből meghatározott ellipszoid. A globális törést megelőző lavinák térbeli eloszlását az események Δ méretével arányos sugarú gömbök szemléltetik. A gömbök színe a lavina t bekövetkezési idejét jelöli, a jobb oldalon látható színskála szerint, ahol az időskálát a t^* kritikus idővel normáltuk. Szintén jelölve van az ellipszoid alakú törési sík legrövidebb tengelye és a terhelés irány által bezárt ϕ szög.

lást megakadályozó befogási rendszere gátol. A lavinasorozat térbeli tulajdonságainak jellemzésére meghatároztuk az egymást követő események $\langle |\Delta \vec{r}_{i,i+1}| \rangle$ átlagos távolságát, ahol $\Delta \vec{r}_{i,i+1} = \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i$ az eseménysorozatban egymást követő két \vec{r}_i és \vec{r}_{i+1} pozíciójú lavina relatív helyzete.

A 8.9. ábrán a $\langle |\Delta \vec{r}_{i,i+1}| \rangle$ átlagos távolság a henger alakú minta D átmérőjével van átskálázva, így a $\langle |\Delta \vec{r}_{i,i+1}| \rangle / D \approx 0.45$ arány értéke az egymást követő események véletlenszerű szórását mutatja a teljes mintában. Ez a viselkedés a törési folyamat kezdetére jellemző, amíg a lavinák $\langle \Delta \rangle$

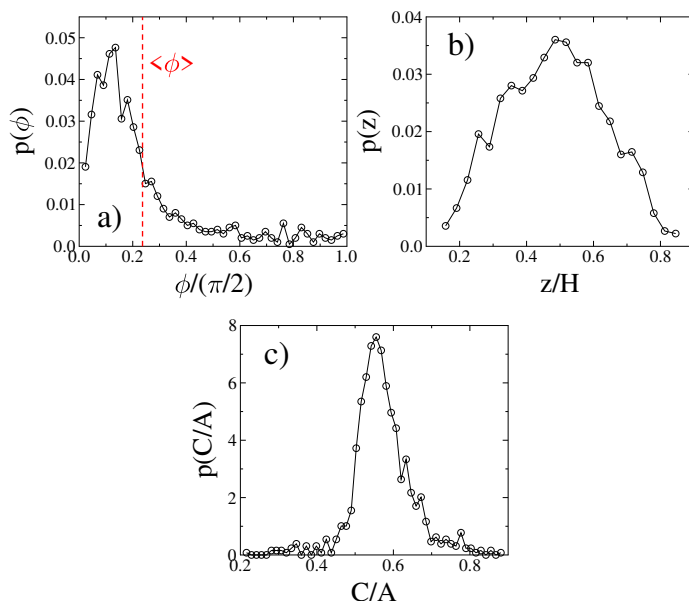


8.9. ábra. Az egymást követő lavinák $\langle |\Delta \vec{r}_{i,i+1}| \rangle$ átlagos távolsága és a lavinák $\langle \Delta \rangle$ átlagos mérete az ε függvényében. A függőleges szaggatott vonal jelzi az alakváltozás $\langle \varepsilon_{min} \rangle$ átlagos értékét, ahol a mikrorepedések elkezdenek megjelenni.

átlagos mérete viszonylag alacsony. Amikor azonban $\langle \Delta \rangle$ a katasztrofális esemény közelében nőni kezd, az egymást követő lavinák távolsága fokozatosan csökken, ami a térbeli korrelációk megjelenését jelzi, összhangban a repedések térbeli csoportosulásával a 8.8.(a,b) ábrákon. Megjegyzendő, hogy a $\langle |\Delta \vec{r}_{i,i+1}| \rangle / D$ magas értékeit, amelyeket a $\langle \varepsilon_{min} \rangle$ deformáció (a mikrorepedések megjelenésének átlagos kezdőpontja) előtt figyelhetünk meg, a minták közötti nagymértékű fluktuáció okozza.

A számítógépes szimulációk kimutatták, hogy a próbatestek globális törése akkor következik be, amikor a lavinák spontán lokalizálódnak a térben, és egy olyan törési síkot hoznak létre, amely a mintát a terhelés irányára közel merőlegesen átszeli (lásd a 8.8.(b) ábrán). A makroszkopikus törés a lokalizált lavinák során felhalmozódó, túlnyomórészt húzófeszültség által kialakult mikrorepedések (törött rudak) felhőjében alakul ki. E felhő térbeli kiterjedésének és alakjának, és ezáltal a törési sík élességének jellemzésére meghatároztuk a törött rudak középponthalmazának I tehetetlenségi nyomatékmátrixát. Az I három sajátértéke, vagyis az A ,

B és C fő tehetetlenségi nyomatékok adják a pontfelhő kiterjedésének és alakjának mértékét. A számítások kimutatták, hogy két sajátérték közel azonos nagyságú $A \approx B$, míg a harmadik jelentősen kisebb $C < A$. Ezek a relatív nagyságok arra utalnak, hogy a pontfelhő alakja egy lapos ellipszoiddal közelíthető. Példaként a 8.8.(c) ábra egy ezen elemzéssel kapott ellipszoidot mutat be, amelynek a három tengelye az I sajátvektorai mentén irányulnak, és a tengelyek hossza arányos a megfelelő $C < B < A$ sajátértékekkel. Az ellipszoid középpontja a katasztrofális lavinában eltört rudak pontfelhőjének tömegközéppontjába van pozicionálva.



8.10. ábra. (a) A törési síkot jelképező lapos ellipszoid síkjának normálisa és a terhelés iránya közötti ϕ szög $p(\phi)$ valószínűségi eloszlása. Függőleges szaggatott vonal jelöli a $\langle \phi \rangle$ átlagos szög értékét. (b) A törési sík z helyzetének $p(z)$ valószínűségi eloszlása a henger alakú minta függőleges tengelye mentén. (c) A törési sík élességét jellemző C/A paraméter valószínűségi eloszlása.

A törési sík alakjának és orientációjának mélyebb mennyiségi meghatá-

rozásának érdekében leolvastuk a ϕ szöveget, amelyet a I tehetetlenségi nyomatókmátrix legkisebb C sajátértéknek megfelelő sajátvektora és a külső terhelés iránya zár be (lásd a 8.8.(c) ábrán). Ezzel a definícióval a ϕ mindig pozitív, nulla értéke a terhelés irányával párhuzamos normálisra és $\pi/2$ az arra merőleges normálisra utal. A 8.10.(a) ábra $p(\phi)$ eloszlásának ϕ_m módusza a $\phi_m/(\pi/2) \approx 0.12$ szögnél van, és az átlagos érték $\langle \phi/(\pi/2) \rangle \approx 0.22$. Az eredmények azt sugallják, hogy fluktuációtól eltekintve a sajátvektor iránya a terhelés irányával szinte párhuzamos. Végtelen nagy rendszer esetén $\phi = 0$ értéket várnánk, ami egy lokális minimumot jelent a 8.10.(a) ábra valószínűségi eloszlásának módusza és átlaga alatt. Az átlag és a módusz nullánál nagyobb, de ahhoz közeli értéke azt jelzi, hogy az anyag rendezetlensége (a fluktuáció) és a lokális dinamika (beleértve a kölcsönhatásokat is) érzékelhető hatást gyakorol a törési folyamat eredményére.

Az, hogy a törési sík mennyire éles, a lapos ellipszoid tengelyeinek arányával, vagyis az I tehetetlenségi nyomatókmátrix legkisebb és legnagyobb sajátértékének C/A arányával jellemezhető. A 8.10.(c) ábrán a C/A arány értéke ingadozik, de az eloszlása viszonylag éles csúcsot mutat $C/A \approx 0.55$ értéknél, ami arra utal, hogy a 8.8.(c) ábrán láthatóhoz hasonló ellipszoid alakú törési zóna jellemző az egytengelyű húzóterheléssel kettétört henger alakú anyagdarabok tönkremenetelére. A szimulációk azt mutatták, hogy ez a viselkedés azért alakul ki, mert a törés vonala több síkbeli szegmensből épül fel, amelyek némileg eltolódnak egymáshoz képest. A végső katasztrofális lavina során ezek a szegmensek összeolvadnak, és kialakítják az átívelő katasztrofális repedést, amely így már nem egy síkbeli objektum lesz. Ezen repedés tömegközéppontjának z koordinátája a henger magassága mentén (lásd a (8.2) egyenletben) véletlenszerűen választódik ki a törési folyamatban, nem lehet előre megjósolni pusztán a mikroszerkezetből. Ezt szemlélteti a 8.10.(b) ábra, ahol a $p(z)$ eloszlásnak igen széles maximuma van, amelynek középpontja $z/H \approx 0.5$.

A [74, 75, 98, 103] hivatkozásokban vizsgált számítógépes szimulációk azt mutatták, hogy hosszirányú összenyomás esetén a károsodás térbeli

szerkezete a húzóterheléshez hasonló általános fejlődésen megy keresztül. A törési folyamat korai szakaszait a teljes mintán belül korrelálatlanul elszórt, kis méretű mikrorepedések véletlenszerű képződése jellemzi. Ahogy a rendszer fokozatosan közeledik a globális repedés kialakulásához, az egymást követő lavinák térbeli korrelációja növekszik, ami a károsodás lokalizációját eredményezi. Ez azonban törési sík helyett egy kiterjedt törési sáv kialakulásához vezet [74, 75, 98, 103]. A sáv belsejében nagyszámú lavina koncentrálódik, ami az anyag teljes fragmentációjához vezet ezen a területen. A fragmensek méretének pedig hatványfüggvény szerinti eloszlása lesz [74, 98]. A [98] publikációban nagy rendszerméretű szimulációk kimutatták, hogy a törési sáv orientációját a kísérletekkel összhangban az anyag belső súrlódási együtthatója határozza meg.

8.4. Eredmények értelmezése és következtetések

A heterogén anyagok törését jellegzetesen szakaszos, lavinaszerűen jelentkező lokális törési események kísérik, melyek akusztikus emisszió (AE) formájában érzékelhetők. Az akusztikus emissziós mérések lehetőséget kínálnak a törési folyamatok dinamikájának mélyebb megértésére, és egyes esetekben a terhelt rendszerek közelgő katasztrofális tönkremenetelének előrejelzésére is alkalmazhatók. A törési lavinák statisztikus jellemzőinek, a kialakuló károsodási mezők térbeli szerkezetének, valamint a külső terhelési feltételektől való függésüknek a feltárása alapvető jelentőségű mind a mérnöki szerkezetek AE-alapú állapotfelügyelete, mind pedig különböző természeti eredetű katasztrófák (például földrengések vagy földcsuszamlások) helyszíni megfigyelése szempontjából. Kutatómunkám során porózus kőzetminták numerikus modellezésén keresztül vizsgáltuk a húzóterhelés hatására kialakuló töréslavinák jellemzőit. Az eredményeket összevetve az azonos mintákon végzett nyomóvizsgálatokkal célunk az volt, hogy feltárjuk a terhelés nyomó illetve húzó jellegének hatását a repedési zaj sajátosságaira.

Számítógépes szimulációink alapján megállapítottuk, hogy a próbatest globális mechanikai válasza lényegesen ridegebb hosszirányú húzófeszültség alatt, mint nyomás esetén. Ezt a megfigyelést alátámasztja a folyáshatár és a végső szakítószilárdság arányának magasabb értéke, valamint a katasztrofális törést követő gyorsabb feszültségcsökkenés a húzóterhelés során. A feszültség–deformációs görbe ebben az esetben közel lineáris, és a nemlineáris viselkedés kizárólag a globális tönkremenetel közvetlen közelében jelenik meg. A kritikus deformáció, amely a törés bekövetkezéséhez vezet, mindössze körülbelül egyharmada a nyomás alatti megfelelő értéknek. A vizsgált próbatestek szakítószilárdságának szórása Weibull-eloszlást követ, amelynek magas alakparamétere a kis mértékű szilárdságingadozásra utal.

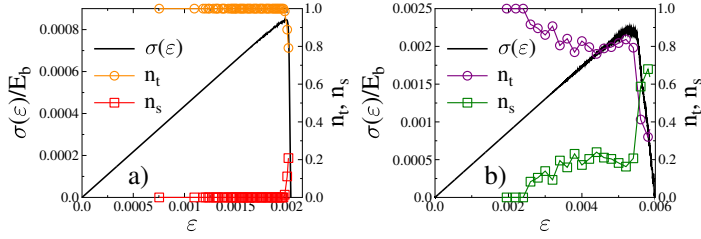
Mikroszkopikus skálán a törési folyamat lavinaszerű mikrotörési események sorozataként zajlik, melyeket a repedések környezetében bekövetkező terhelés-újraosztás indukál. Húzóterhelés esetén a mikrotörések alacsonyabb deformációnál indulnak meg, és a rendszer kevesebb akkumulált károsodást képes elviselni, mielőtt egy kiterjedt, katasztrofális lavina teljes tönkremenetelt eredményezne. A mikrotörések korrelált sorozataiként értelmezett lavinák mérete, időtartama és disszipált energiája fluktuáló értékeket vesznek fel, de átlaguk az idővel növekszik. A húzás alatti szimulációk során kevesebb számú lavina figyelhető meg, amelyek jellemző mennyiségei szűkebb tartományt fednek le, mint a nyomás esetén regisztrált eseményeké. Ez arra utal, hogy húzó igénybevétel alatt a próbatest fokozottan hajlamos rendszer-szintű repedés kialakítására, olyan értelemben, hogy a törési lavinák kevésbé stabilak, és hamarabb, hirtelen bekövetkező katasztrofális eseményt idéznek elő.

A diszkrét elem szimulációk előnye, hogy a törési folyamat dinamikájának feltárásán túlmenően közvetlen betekintést nyújtanak a károsodás térbeli szerkezetébe is. Számításaink azt mutatták, hogy a törési folyamat kezdeti szakaszában a szerkezeti rendezetlenség dominál, amely az egész mintában véletlenszerűen elhelyezkedő, kis méretű lavinák kialakulásához vezet. A lavinák térbeli korrelációja a makroszkopikus törés közvetlen

közelében hirtelen megnő oly módon, hogy véletlenszerűen kialakul egy térbeli régió, ahol a korábbi törések által generált feszültségkoncentráció újabb lavinákat vált ki, és ebből fejlődik ki a katasztrofális törés. Ennek következtében egy éles törési sík jön létre, amely mentén a próbatest két nagyobb darabra esik szét. A nyomás alatti töréssel ellentétben [74, 75, 103], húzás esetén nem alakul ki kiterjedt törési sáv, ahol az anyag összezúzódása apró fragmenseket hozna létre. Ehelyett egy lokalizált károsodási sík jelenik meg, amely húzófeszültség által létrejött repedések ellipszoid alakú felhőjéből áll. Ezen sík pozíciója és orientációja fluktuál. A legnagyobb valószínűséggel a henger alakú próbatest közepén alakul ki, orientációja pedig olyan, hogy az ellipszoid normálisa közel párhuzamos a terhelés irányával.

Egy-egy lavinát a méretével, időtartamával és a benne lévő törések során disszipált energiával jellemezhetünk. Vizsgálataink megmutatták, hogy ezen mennyiségek mindegyike hatványfüggvény szerinti eloszlást követ exponenciális levágással. A nagyobb méretű lavinák jellemzően hosszabb időtartamúak és több energiát disszipálnak. Ezen korrelációkat vizsgálva szintén hatványfüggvény viselkedést tapasztaltunk. A két terhelési mód exponenseinek összehasonlítása alapján elmondható, hogy a törési lavinák statisztikus tulajdonságai robusztusnak tekinthetők: jóllehet a károsodás mikroszkópikus szerkezete és a szilárdság jelentősen eltér, a lavinák statisztikájában nem figyelhető meg ez a különbség a két terhelési eset között. Bár a lavinák száma és a lefedett méret-, időtartam- és energiaskála nyomás alatt nagyobb, a hatványkitevők értékei a két terhelés esetén megegyeznek a hibahatárokon belül. A szimulációs eredményeink megerősítik a lavinaszerű törési események statisztikus jellemzőinek nagyfokú robusztusságát a külső terhelési feltételekkel szemben.

A korábbi megfigyelések ellenére, a terhelési konfiguráció jelentős hatással van a próbatesten belüli kohéziós kapcsolatok lokális törési módjára. A bevezetőben felírt (4.24) egyenlet által definiált törési kritérium figyelembe veszi, hogy a húzás és hajlítás (nyírás) egyaránt hozzájárul a töréshez. Egy



8.11. ábra. Az n_t húzás- és n_s nyírásvezérelt törések aránya az ϵ deformáció függvényében ábrázolva, egyetlen mintára vonatkozóan, a megfelelő $\sigma(\epsilon)$ görbével együtt, az általunk szimulált (a) hosszirányú húzás, valamint a korábbi kutatásokból származó (b) nyomás alatti eredmények esetén [74]. Az $n_t(\epsilon) + n_s(\epsilon) = 1$ minden ϵ esetén teljesül.

adott rúd törési módját húzás- vagy nyírás-dominánsnak tekintjük, ha az egyenlet megfelelő tagjai közül az egyik dominál a másikhoz képest. Az n_t és n_s arányokat, azaz a húzás és nyírás által vezérelt törések arányát, az ϵ alakváltozás függvényében ábrázoltuk a 8.11. ábrán, egyetlen mintára vonatkozóan, mindkét terhelési eset mellett. Hosszirányú húzás esetén (lásd 8.11.(a)) a törések túlnyomó többsége lokális húzás eredménye, míg nyírás dominálta törések csak közvetlenül a katasztrofális esemény közelében jelennek meg. Ezzel szemben nyomás alatt (8.11.(b)) a kezdeti, korrelálatlan repedések szintén a lokális húzófeszültség eredményei, azonban a deformáció előrehaladtával egyre gyakoribbá válnak a nyírásos törések, és ezek uralkodnak a végső korrelált repedési sorozatot a törési sávban. Ezek a megfigyelések összhangban vannak porózus közetek törési folyamataira vonatkozó kísérleti eredményekkel, ahol a húzásos és nyírásos törési módokat sikerült megkülönböztetni [99].

Heterogén szilárdtestek törésének vizsgálata során korábban nem készültek sem szisztematikus kísérletek, sem szimulációk annak tisztázására, hogy a terhelés nyomó, vagy húzó jellege hogyan befolyásolja a repedési zaj statisztikus és dinamikai jellemzőit. Eredményeink nagyon jó kvalitatív egyezést mutatnak porózus közetekben végzett kísérletekkel, ahol egyen-

gelyű nyomást alkalmaztak. Húzási igénybevétel esetére kapott eredményeink elméleti jóslatok, amelyek kísérleti megerősítésére jelenleg folyamatban vannak laboratóriumi mérések együttműködő partnereinknél az edinburghi egyetemen.

9. fejezet

Összefoglalás

Doktori kutatásaim célja a heterogén szilárdtestek törési folyamatai mögött húzódó komplex fizikai mechanizmusok korábban mélyebb megértése volt. Két, egymástól jelentősen eltérő, ám alapvetően összefüggő jelenség statisztikus és mikromechanikai jellemzőit vizsgáltuk: a robbanásszerű energiabevitel hatására bekövetkező dinamikus fragmentációt, valamint a lassú deformáció során lejátszódó intermittens repedési folyamatot.

A 6. fejezetben kétdimenziós beágyazó térben elhelyezett héjszerkezetek robbanás hatására történő széttöredezését diszkrét elem szimulációkkal tanulmányoztuk, miközben széles tartományban változtattuk a deformációs sebességet és a héj (gyűrű) vastagságát. A szimulációs eredmények alapján meghatároztuk a deformációs sebesség és gyűrűvastagság paraméterterében kialakuló fázisdiagramot, amely négy jól elkülöníthető fázist tartalmaz: károsodásmentes fázist, szegmentációt, síkbeli fragmentációt és porrázúzódot. A szegmentáció és a síkbeli fragmentáció között egy jól körülhatárolható átmeneti régiót is megfigyeltünk.

Eredményeink szerint, míg a repedések megjelenésének kritikus pontja a vastagság növelésével közel állandó marad, a fragmentációs kritikus pont alacsonyabb deformációs sebességek felé tolódik el. A fázisszerkezet mögött egy dimenzionális átmenet húzódik meg az egydimenziós szegmentáció és a kétdimenziós fragmentáció univerzalitási osztályai között. Meghatá-

roztunk egy kritikus gyűrűvastagságot is, amely felett ez az átmeneti régió eltűnik.

Szimulációink alapján az átkötő, szegmentált fragmensek tömegeloszlása jól közelíthető Weibull-eloszlással. Ez az eloszlás nem kizárólag a szegmentációs fázisra jellemző, hanem mindaddig fennáll, amíg a rendszerben jelen vannak átkötő fragmensek – egészen a kétdimenziós fragmentáció kritikus pontjáig. Ezzel szemben a nem átkötő fragmensek tömegeloszlása hatványfüggvényt követ exponenciális levágással. Fontos megfigyelésünk, hogy a hatványfüggvény kitevője a deformációs sebesség növekedésével fokozatosan csökken, majd az átkötő fragmensek teljes eltűnésével a rendszer robusztus hatványeloszlásba lép át, amely a kétdimenziós fragmentációra jellemző univerzális kitevőt vesz fel. Ezek az eredmények rámutatnak arra, hogy a rendszer paramétereinek megfelelő hangolásával célzottan szabályozható a fragmenstömeg-eloszlás hatványkitevője.

A deformációs sebesség további növelésével a gyűrű anyagának egyre nagyobb része zúzódik porrá a robbanás során. Kimutattuk, hogy ebben a porrázúzódnási fázisban a nem porszerű fragmensek tömegaránya exponenciálisan csökken a deformációs sebességgel, és meghatároztuk a porrázúzódnási fázishatárhoz tartozó kritikus pontot. Numerikus analízis segítségével igazoltuk, hogy a porrázúzódnás kritikus pontja a gyűrű vastagságának hatványfüggvényeként csökken.

A fázisdiagram mélyebb megértése érdekében a 7. fejezetben részletesen elemeztük a gyűrűben kialakuló repedési mintázatok szerkezetét. A fragmenseket olyan anyagdarabokként definiáltuk, amelyeket teljes mértékben repedések vagy a próbatest eredeti határfelülete határol. A különböző fázisok közötti átmenetek így a repedéshálózat morfológiai és topológiai átalakulásain keresztül jellemezhetőek. Vizsgáltuk a repedések lokális és globális geometriai jellemzőinek változását a gyűrűvastagság és a deformációs sebesség függvényében. Kimutattuk, hogy alacsony deformációs sebességnél a szegmentáció főként közel egyenes, sugárirányú repedések mentén zajlik. A deformációs sebesség növekedésével a repedések elágaz-

nak, és bonyolult, fa-szerkezetű struktúrákat hoznak létre. Ezek önhasonló, fraktálszerkezettel rendelkeznek, fraktáldimenziójuk pedig a deformációs sebesség logaritmusával arányosan növekszik. Kellően nagy deformációs sebességeknél egy második fraktáltartomány is kialakul, amely a repedések sugárirányra merőleges összeolvadását, azaz egy kvázi egydimenziós hálózat létrejöttét jelzi. Ez a komplex szerkezet jellemzi az átmeneti régiót, ahol átkötő és nem átkötő repedések egyaránt jelen vannak. A síkbeli fragmentációs kritikus pont átlépését követően a repedések összeolvadnak, a repedéshálózat térkitöltővé válik. A további sebességnövekedés egyre sűrűbb repedéshálózatot és végül porrázúródást eredményez.

A repedéshálózat szerkezeti átalakulását a mikro- és makrorepedések orientációjának változása is kíséri. A repedéságak kis deformációs sebességeknél erősen radiális irányultságúak, amit egy gyorsan csökkenő valószínűség eloszlás jellemez. Növelve a deformációs sebességet a repedések szög-eloszlása fokozatosan közelít az egyenletes eloszláshoz, ami azt mutatja, hogy a fragmentációt okozó összefüggő repedéshálózat ágainak orientációja izotróppá válik. Meghatároztuk a repedésszög-eloszlás skálaszerkezetét, és kimutattuk, hogy a deformációs sebesség hatása hatványfüggvénnyel írható le.

A legnagyobb és az átlagos repedéshossz alakulását vizsgálva megállapítottuk, hogy a kétdimenziós fragmentáció univerzalitási osztályába történő átmenet hasonlóságot mutat a perkoláció jelenségével. A deformációs sebesség és a gyűrű vastagságának változtatásával a repedéshosszak második és első momentumának hányadosaként definiált átlagos repedéshossz maximumot mutat, amelynek helye megegyezik a gyűrű fragmentációs kritikus pontjával. Emellett kimutattuk, hogy a fragmentációhoz szükséges teljes repedéshossz a gyűrű vastagságának szublineáris hatványfüggvényeként növekszik.

A vizsgálat másik fókuszában porózus közetek törési mechanizmusa állt, amelyet háromdimenziós diszkrét elem szimulációval tanulmányoztunk a 8. fejezetben, henger alakú mintákon végzett egytengelyű kvázi-

sztatikus húzóterheléssel. A minták átlagosan 20 000 darab, gömb alakú részecskét tartalmaztak, és a statisztikus elemzést 1 000 numerikus szimuláció alapján végeztük, amelyekhez a kezdeti konfigurációkat egymástól független ülepítési szimulációkkal állítottuk elő. Eredményeinket összevettük ugyanezen minták nyomóterhelés alatti viselkedésével [74, 75, 103]. A feszültség-deformáció görbék mindkét esetben közel lineárisak azonos effektív Young-modulussal, a nemlineáris viselkedés csak a globális tönkremenetel közvetlen közelében jelentkezik. Ugyanakkor lényeges különbség, hogy a próbatest makroszkopikus mechanikai válasza sokkal ridegebb húzófeszültség esetén, mint nyomás alatt. Ezt alátámasztja a folyáshatár és a végső szakítószilárdság arányának magasabb értéke, valamint a törést követő gyorsabb feszültségcsökkenés húzóterhelés esetén. Húzóterhelés mellett a mikrotörések alacsonyabb deformációnál indulnak meg, és a rendszer lényegesen alacsonyabb károsodást képes elviselni a teljes tönkremenetel előtt.

A törési folyamat kezdetén a szerkezeti rendezetlenség dominál, amely kis méretű, véletlenszerűen elhelyezkedő repedési lavinákhoz vezet. A lavinák térbeli korrelációja a makroszkopikus töréshez közeledve hirtelen megnő, kialakítva egy régiót, ahol a megnövekedett feszültségkoncentráció újabb lavinákat indít el, és ebből fejlődik ki a katasztrofális törés. A nyomás alatti töréssel szemben húzás esetén nem alakul ki kiterjedt törési sáv. Helyette egy viszonylag éles, lokalizált károsodási sík jelenik meg, amelyet elnyújtott ellipszoid alakú mikrorepedésfelhő jellemez. A repedési sík pozíciója és orientációja fluktuál, legnagyobb valószínűséggel a próbatest közepén jön létre, orientációja pedig közel merőleges a terhelés irányára.

Az egyedi repedési lavinákat a méretükkel, időtartamukkal és a mikrotörések során eldisszipált energiával jellemeztük. Megállapítottuk, hogy húzóterhelés esetén mindhárom jellemző hatványfüggvény eloszlást követ exponenciális levágással. A nagyobb lavinák hosszabb időtartamúak, és több energiát disszipálnak, amit a hatványfüggvény típusú korrelációk is megerősítenek. Fontos eredményünk, hogy bár nyomóterhelés mellett a

lavinák száma, mérettartománya és időskálája nagyobb, az eloszlások hatványkitevői mindkét terhelés esetén egyezést mutatnak a hibahatárokon belül. Ez alátámasztja a lavinaszerű törési események statisztikai jellemzőinek robusztusságát a külső terhelési feltételek változásával szemben.

10. fejezet

Summary

The aim of my doctoral research was to deepen our understanding of the complex physical mechanisms governing fracture in heterogeneous solids. We investigated the statistical and micromechanical characteristics of two fundamentally interconnected yet distinct phenomena: dynamic fragmentation triggered by explosive energy input, and intermittent fracture processes occurring under slow deformation.

In Chapter 6., we analyzed the fragmentation of shell structures embedded in a two-dimensional space subjected to explosive loading, using discrete element simulations. We systematically varied the deformation rate and shell (ring) thickness across a wide range. Based on the simulation results, we developed a phase diagram in the deformation rate-ring thickness parameter space. This diagram reveals four distinct phases: a damage-free regime, segmentation, planar fragmentation, and shattering. We also identified a well-defined transition region between the segmentation and planar fragmentation phases.

Our results indicate that while the critical deformation rate for crack initiation remains nearly constant with increasing ring thickness, the critical rate for fragmentation shifts toward lower values. The phase structure is governed by a dimensional crossover between the universality classes of one-dimensional segmentation and two-dimensional fragmentation. No-

tably, we identified a critical ring thickness above which this transition region disappears entirely.

According to our simulations, the mass distribution of segmented, spanning fragments is well approximated by a Weibull distribution. This distribution is not unique to the segmentation phase; it persists as long as spanning fragments are present in the system — up to the critical point of two-dimensional fragmentation. In contrast, the mass distribution of non-spanning fragments follows a power-law with an exponential cutoff. A key observation is that the power-law exponent gradually decreases with increasing deformation rate, and once spanning fragments fully disappear, the system transitions into a robust power-law regime characterized by the universal exponent for two-dimensional fragmentation. These findings suggest that the power-law exponent of the fragment mass distribution can be deliberately tuned by adjusting system parameters.

As the deformation rate increases further, an increasing fraction of the ring material is shattered during the explosion. In this shattering phase, we demonstrated that the mass fraction of non-powder fragments decreases exponentially with the deformation rate, and we determined the critical point marking the boundary of the shattering regime. Numerical analysis confirmed that this critical point decreases as a power-law function of ring thickness.

To gain deeper insight into the phase diagram, in Chapter 7. we conducted a detailed analysis of the crack pattern structures forming in the ring. Fragments were defined as material regions fully enclosed either by cracks or by the original specimen boundaries. Thus, transitions between different phases can be characterized by morphological and topological transformations of the crack network. We examined how the local and global geometrical properties of cracks vary with ring thickness and deformation rate. At low deformation rates, segmentation primarily occurs along nearly straight, radial cracks. As the deformation rate increases, these cracks begin to branch and form complex, tree-like structures. These

patterns are self-similar and fractal, with a fractal dimension that increases logarithmically with the deformation rate. At sufficiently high rates, a second fractal regime emerges, indicating the merging of cracks perpendicular to the radial direction — effectively forming a quasi-one-dimensional crack network. This complex structure characterizes the transition region, where both spanning and non-spanning cracks coexist. After crossing the critical point of planar fragmentation, the cracks merge into a space-filling network. Further increases in deformation rate result in a denser crack network and ultimately complete shattering.

The structural evolution of the crack network is accompanied by systematic changes in the orientation of both micro- and macrocracks. At low deformation rates, crack branches exhibit strong radial alignment, as shown by a sharply decreasing angular probability distribution. As the deformation rate increases, this distribution gradually becomes uniform, indicating that the orientation of the interconnected crack network responsible for fragmentation becomes isotropic. We determined the scaling behavior of the crack angle distribution and showed that the effect of deformation rate can be described by a power-law relationship.

By analyzing the evolution of the largest and average crack lengths, we found that the transition to the universality class of two-dimensional fragmentation resembles a percolation phenomenon. As the deformation rate and ring thickness vary, the average crack length — defined as the ratio of the second and first moments of crack lengths — exhibits a peak that coincides with the ring's fragmentation critical point. Furthermore, we showed that the total crack length required for fragmentation increases as a sublinear power-law function of ring thickness.

The second focus of my study concerned the fracture mechanisms in porous rocks in Chapter 8., which was investigated using three-dimensional discrete element simulations. Cylindrical samples containing approximately 20 000 spherical particles were subjected to uniaxial, quasi-static tensile loading. Statistical analysis was based on 1 000 independent simulations,

each with an initial configuration generated through separate sedimentation processes. For comparison, we examined the behavior of identical samples under compressive loading [74, 75, 103]. In both loading cases, the stress-strain curves are nearly linear up to failure, exhibiting identical effective Young's moduli, with nonlinearity only appearing near global failure. A key difference, however, is that the macroscopic mechanical response is significantly more brittle under tension than under compression. This is supported by a higher yield-to-peak stress ratio and a steeper post-peak stress drop in the tensile case. Under tension, microcracks form at lower strain rates, and the system can tolerate significantly less accumulated damage before failure.

At the onset of fracture, structural disorder dominates, leading to small, randomly distributed crack avalanches. As global failure approaches, the spatial correlation between avalanches increases, giving rise to a high-stress region that triggers additional fracture events and eventually culminates in catastrophic failure. Unlike compressive loading, tension does not produce an extended damage band; instead, a relatively sharp, localized fracture plane emerges, characterized by an elongated, ellipsoidal cloud of microcracks. The position and orientation of the fracture plane fluctuate from sample to sample, but most commonly it appears near the center of the specimen and is roughly perpendicular to the loading direction.

We characterized individual fracture avalanches by their size, duration, and the energy dissipated during microcracking. Under tensile loading, all three properties follow power-law distributions with exponential cut-offs. Larger avalanches last longer and dissipate more energy, consistent with observed power-law correlations. Importantly, while the number, size range, and duration of avalanches are generally larger under compression, the power-law exponents of the distributions remain statistically consistent between the two loading conditions. This supports that the statistical features of intermittent fracture events are robust with respect to changes in external loading.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném kifejezni legmélyebb hálámat és őszinte köszönetemet témavezetőmnak, Dr. Kun Ferencnek, aki szakmai irányításával, értékes tanácsaival és folyamatos támogatásával meghatározó szerepet játszott doktori munkám elkészítésében. Útmutatása nemcsak tudományos előrehaladásomat segítette, hanem hozzájárult szakmai látásmódom formálódásához is.

Köszönet illeti családomat, akik türelmükkel, megértésükkel és szeretetükkel biztos hátteret nyújtottak a kutatás évei során. Külön szeretném megköszönni feleségemnek, aki fáradhatatlan támogatásával elengedhetetlen szerepet játszott abban, hogy e munka megszülethessen.

Publikációs jegyzék

Publikációk a disszertáció tárgyköréből

Referált folyóirat cikkek

- P1** C. Szuszik and F. Kun, *Control of fragment sizes of exploding rings*, International Journal of Solids and Structures **321**, 113530 (2025). **IF: 3.8⁽²⁰²⁵⁾**, **SJR: Q1⁽²⁰²⁵⁾**
- P2** C. Szuszik, R. Szatmári, G. Pál and F. Kun, *From segmentation to shattering: Structural transitions in the breakup of brittle rings*, Chaos, Solitons & Fractals **202**, 117573 (2026). **IF: 5.6⁽²⁰²⁵⁾**, **SJR: Q1⁽²⁰²⁵⁾**
- P3** C. Szuszik, I. G. Main and F. Kun, *Effect of the loading condition on the statistics of crackling noise accompanying the failure of porous rocks*, Royal Society Open Science **10**, 230528 (2023). **IF: 2.9⁽²⁰²³⁾**, **SJR: Q1⁽²⁰²³⁾**

Poszterek

- PT1** C. Szuszik and F. Kun, *Debris flow generated by a collapsing granular column*, 45th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (MECO45), Kolozsvár, Románia, 2020.09.14-16.
- PT2** C. Szuszik and F. Kun, *Gravity driven fragmentation of a cohesive granular column*, 46th Conference of the Middle European Coopera-

tion in Statistical Physics (MECO46), Riga, Lettország, 2021.05.11-13.

PT3 C. Szuszik and F. Kun, *The effect of loading rate on the compressive failure of porous rocks*, Avalanche 2024, Helsinki, Finnország, 2024.06.10-12.

Előadások

E1 C. Szuszik and F. Kun, *Törmeléklavinák kialakulásának vizsgálata*, 35. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Szeged, 2021.04.06-09.

E2 C. Szuszik and F. Kun, *Törmeléklavinák kialakulásának vizsgálata*, OTDK Plusz 2021 Konferencia, Szeged, 2021.09.03-04.

E3 C. Szuszik and F. Kun, *Collapse of a weakly cohesive granular column*, EGU General Assembly 2021, Bécs, Ausztria, 2021.04.19-30.

E4 C. Szuszik and F. Kun, *Törmeléklavinák kialakulása egy diszkrét elem modellben*, Fizikus Doktoranduszok Országos Konferenciája, Balatonvilágos, 2021.09.16-18.

E5 C. Szuszik and F. Kun, *Discrete element simulations of the collapse of a cohesive granular column*, VII International Conference on Particle-Based Methods (PARTICLES2021), Hamburg, Németország, 2021.10.04-06.

E6 C. Szuszik and F. Kun, *Szemcsés anyag gravitációs összeomlásának vizsgálata diszkrét elem modellel*, Új Nemzeti Kiválóság Program intézményi konferencia, Debrecen, 2022.06.13.

E7 C. Szuszik and F. Kun, *Dimenzionális átmenet héjak fragmentációjában*, Statisztikus Fizika Nap, MTA Székház, Budapest, 2022.11.25.

- E8** C. Szuszik and F. Kun, *Dimenzionális átmenet fragmentációs jele-
lénségekben*, Új Nemzeti Kiválóság Program intézményi konferencia,
Debrecen, 2023.06.12.
- E9** C. Szuszik and F. Kun, *Discrete element modelling of the tensile fail-
ure of porous rocks*, The 7th International Conference on Computa-
tional Modeling of Fracture and Failure of Materials and Structures
(CFRAC2023), Prága, Csehország, 2023.06.21-23.
- E10** C. Szuszik and F. Kun, *Discrete element modelling of the tensile fail-
ure of porous rocks*, VIII International Conference on Particle-Based
Methods (PARTICLES2023), Milánó, Olaszország, 2023.10.09-11.
- E11** C. Szuszik and F. Kun, *Geológiai anyagok törését kísérő repedési zaj
vizsgálata*, Új Nemzeti Kiválóság Program intézményi konferencia,
Debrecen, 2024.06.17.
- E12** C. Szuszik and F. Kun, *Discrete element modelling of the tensile
failure of porous rocks*, Japan-Hungary Bilateral Workshop on Qu-
antum computing and Statistical Physics of Breakdown Phenomena,
HUN-REN Atomki, Debrecen, 2025.01.13.
- E13** C. Szuszik and F. Kun, *Controlling fragmentation dynamics of explo-
ding rings in a two-dimensional discrete element model*, The 8th In-
ternational Conference on Computational Modeling of Fracture and
Failure of Materials and Structures (CFRAC2025), Porto, Portugá-
lia, 2025.06.04-06.
-

Irodalomjegyzék

- [1] Aström, J. A. Statistical models of brittle fragmentation. *Adv. Phys.* **55**, 247–278 (2006).
- [2] Kooij, S., Dalen, G., Molinari, J.-F. & Bonn, D. Explosive fragmentation of prince rupert’s drops leads to well-defined fragment sizes. *Nature Communications* **12**, 2521 (2021).
- [3] Turcotte, D. L. Fractals and fragmentation. *J. of Geophys. Res.* **91**, 1921 (1986).
- [4] Steacy, S. & Sammis, C. An automaton for fractal patterns of fragmentation. *Nature* **353**, 250–252 (1991).
- [5] Turcotte, D. L. *Fractals and chaos in geology and geophysics* (Cambridge University Press, 1997).
- [6] Brilliantov, N. *et al.* Size distribution of particles in Saturn’s rings from aggregation and fragmentation. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **112**, 9536–9541 (2015).
- [7] Edwards, M., Pioli, L., Harris, A., Gurioli, L. & Thivet, S. Magma fragmentation and particle size distributions in low intensity mafic explosions: the july/august 2015 piton de la fournaise eruption. *Scientific Reports* **10** (2020).

-
- [8] Aström, J. A. *et al.* Termini of calving glaciers as self-organized critical systems. *Nature Geosci* **7**, 874–878 (2014).
- [9] Astrom, J. *et al.* Fragmentation theory reveals processes controlling iceberg size distributions. *Journal of Glaciology* **67**, 603–612 (2021).
- [10] Domokos, G., Jerolmack, D. J., Kun, F. & Török, J. Plato’s cube and the natural geometry of fragmentation. *Proceedings of the National Academy of Sciences* **117**, 18178–18185 (2020).
- [11] Lockner, D. The role of acoustic emission in the study of rock fracture. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* **30**, 883 (1993).
- [12] Davidsen, J., Stanchits, S. & Dresen, G. Scaling and universality in rock fracture. *Phys. Rev. Lett.* **98**, 125502 (2007).
- [13] Salje, E. K. & Dahmen, K. A. Crackling Noise in Disordered Materials. *Annual Review of Condensed Matter Physics* **5**, 233–254 (2014).
- [14] Lherminier, S. *et al.* Continuously sheared granular matter reproduces in detail seismicity laws. *Phys. Rev. Lett.* **122**, 218501 (2019).
- [15] Davidsen, J. *et al.* Triggering processes in rock fracture. *Phys. Rev. Lett.* **119**, 068501 (2017).
- [16] Hatton, C. G., Main, I. G. & Meredith, P. G. A comparison of seismic and structural measurements of fractal dimension during tensile subcritical crack growth. *J. Struct. Geol.* **15**, 1485–1495 (1993).
- [17] Heap, M. *et al.* Brittle creep in basalt and its application to time-dependent volcano deformation. *Earth Planet. Sci. Lett.* **307**, 71 – 82 (2011).
- [18] Barés, J. & Bonamy, D. Crack growth in heterogeneous brittle solids: intermittency, crackling and induced seismicity. *Philosophical*

- Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **377**, 20170386 (2019).
- [19] Baró, J. *et al.* Statistical similarity between the compression of a porous material and earthquakes. *Phys. Rev. Lett.* **110**, 088702 (2013).
- [20] Åström, J. A., Herrmann, H. J. & Timonen, J. Granular packings and fault zones. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 638–641 (2000).
- [21] Åström, J. A., Ouchterlony, F., Linna, R. P. & Timonen, J. Universal dynamic fragmentation in d dimensions. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 245506 (2004).
- [22] Wittel, F. K., Kun, F., Herrmann, H. J. & Kröplin, B. H. Fragmentation of shells. *Phys. Rev. Lett.* **93**, 035504 (2004).
- [23] Behera, B., Kun, F., McNamara, S. & Herrmann, H. J. Fragmentation of a circular disc by impact on a frictionless plate. *J. Phys.-Cond. Mat.* **17**, 2439 (2005).
- [24] Bennette, J. G. Broken coal. *J. Inst. Fuel.* **10**, 22–39 (1936).
- [25] Schoutens, J. *et al.* Empirical analysis of nuclear and high-explosive cratering and ejecta. *Nuclear geophysics sourcebook* **55** (1979).
- [26] Fujiwara, A., Kamimoto, G. & Tsukamoto, A. Destruction of basaltic bodies by high-velocity impact. *Icarus* **31**, 277–288 (1977).
- [27] Kun, F. Fragmentációs folyamatok univerzalitási osztályai. *Fizikai Szemle* 221 (2008/6).
- [28] Timár, G., Blömer, J., Kun, F. & Herrmann, H. J. New universality class for the fragmentation of plastic materials. *Phys. Rev. Lett.* **104**, 095502 (2010).
- [29] Mott, N. F. & Linfoot, E. H. Ministry of supply. *Report AC* **3348** (1943).

- [30] Mott, N. F. Ministry of supply. *Report AC 3642* (1943).
- [31] Mott, N. F. Ministry of supply. *Report AC 4035* (1943).
- [32] Mott, N. F. Fragmentation of shell cases. *Proc. Roy. Soc. A* **189**, 300–308 (1947).
- [33] Grady, D. E. & Kipp, M. E. Geometric statistics and dynamic fragmentation. *Journal of Applied Physics* **58**, 1210 (1985).
- [34] Gilvarry, J. J. Fracture of brittle solids. i. distribution function for fragment size in single fracture (theoretical). *Journal of Applied Physics* **32**, 391–399 (1961).
- [35] Gilvarry, J. J. & Bergstrom, B. H. Fracture of brittle solids. ii. distribution function for fragment size in single fracture (experimental). *Journal of Applied Physics* **32**, 400–410 (1961).
- [36] Rosin, P. & Rammler, E. The laws governing the fineness of powdered coal. *J. Inst. Fuel.* **7**, 29–36 (1933).
- [37] Gates, A. O. Kick vs. rittinger: an experimental investigation in rock crushing performed at purdue university. *Trans. Am. Inst. Mining, Met., Petrol. Engrs.* **52**, 875 (1915).
- [38] Gaudin, A. M. An investigation of crushing phenomena. *Trans. Am. Inst. Mining, Met., Petrol. Engrs.* **73**, 253 (1926).
- [39] Schuhmann, R. Principles of comminution i, size distribution and surface calculations. *Trans. Am. Inst. Mining, Met., Petrol. Engrs. Tech. Publ.* **1189** (1940).
- [40] Fineberg, J. & Marder, M. Instability in dynamic fracture. *Physics Reports* **313**, 1–108 (1999).
- [41] Davydova, M. & Uvarov, S. Fractal statistics of brittle fragmentation. *Frattura ed Integrità Strutturale* **24**, 60–68 (2013).

- [42] Aström, J. & Timonen, J. Fragmentation by crack branching. *Phys. Rev. E* **78**, 3677 (1997).
- [43] Aström, J., Holian, A. & Timonen, J. Universality in fragmentation. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3061 (2000).
- [44] Aström, J. A., Linna, R. P., Timonen, J., Möller, P. F. & Oddershede, L. Exponential and power-law mass distributions in brittle fragmentation. *Phys. Rev. E* **70**, 026104 (2004).
- [45] Aström, J. A., Ouchterlony, F., Linna, R. P. & Timonen, J. Universal dynamic fragmentation in d dimensions. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 245506 (2004).
- [46] Yoffe, E. H. Lxxv. the moving griffith crack. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **42**, 739–750 (1951).
- [47] Inaoka, H. & Takayasu, H. Universal fragment size distribution in a numerical model of impact fracture. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **229**, 5–25 (1996).
- [48] Hayakawa, Y. Impact fragmentation of an ideal brittle crystal. *Phys. Rev. B* **53**, 14828 (1996).
- [49] Åström, J., Kellomäki, M. & Timonen, J. Dynamic fragmentation of a two-dimensional brittle material with quenched disorder. *Phys. Rev. E* **55**, 4757–4761 (1997).
- [50] Inaoka, H., Toyosawa, E. & Takayasu, H. Aspect ratio dependence of impact fragmentation. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3455 (1997).
- [51] Kadono, T. & Arakawa, M. Crack propagation in thin glass plates caused by high velocity impact. *Phys. Rev. E* **65**, 035107 (2002).

- [52] Katsuragi, H., Sugino, D. & Honjo, H. Scaling of impact fragmentation near the critical point. *Phys. Rev. E* **68**, 046105 (2003).
- [53] Aström, J. A., Linna, R. P., Timonen, J., Möller, P. F. & Oddershede, L. Exponential and power-law mass distributions in brittle fragmentation. *Phys. Rev. E* **70**, 026104 (2004).
- [54] Lienau, C. Random fracture of a brittle solid. *Journal of the Franklin Institute* **221**, 769–787 (1936).
- [55] Grady, D. *Fragmentation of Rings and Shells: The Legacy of N.F. Mott* (Springer Berlin Heidelberg, 2005).
- [56] Zhou, F., Molinari, J.-F. & Ramesh, K. Analysis of the brittle fragmentation of an expanding ring. *Computational Materials Science* **37** (2006).
- [57] Zhou, F., Molinari, J.-F. & Ramesh, K. A cohesive model based fragmentation analysis: effects of strain rate and initial defects distribution. *International Journal of Solids and Structures* **42**, 5181–5207 (2005).
- [58] Grady, D. E. Local inertial effects in dynamic fragmentation. *Journal of Applied Physics* **53**, 322–325 (1982).
- [59] Glenn, L. A. & Chudnovsky, A. Strain-energy effects on dynamic fragmentation. *Journal of Applied Physics* **59**, 1379–1380 (1986).
- [60] Holian, B. L. & Grady, D. E. Fragmentation by molecular dynamics: The microscopic „big bang”. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 1355–1358 (1988).
- [61] Miller, O., Freund, L. & Needleman, A. Modeling and simulation of dynamic fragmentation in brittle materials. *International Journal of Fracture* **96**, 101–125 (1999).

- [62] Ashurst, W. T. & Holian, B. L. Droplet formation by rapid expansion of a liquid. *Phys. Rev. E* **59**, 6742–6752 (1999).
- [63] Drugan, W. J. Dynamic fragmentation of brittle materials: analytical mechanics-based models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **49**, 1181–1208 (2001).
- [64] Shenoy, V. & Kim, K.-S. Disorder effects in dynamic fragmentation of brittle materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* **51**, 2023–2035 (2003). Proceedings of a Symposium on Dynamic Failure and Thin Film Mechanics, honoring Professor L.B. Freund.
- [65] Grady, D. & Kipp, M. Experimental measurement of dynamic failure and fragmentation properties of metals. *International Journal of Solids and Structures* **32**, 2779–2791 (1995).
- [66] Grady, D. Impact failure and fragmentation properties of tungsten carbide. *International Journal of Impact Engineering* **23**, 307–317 (1999).
- [67] Zhou, F., Molinari, J.-F. & Ramesh, K. Characteristic fragment size distributions in 1d dynamic fragmentation. *Applied Physics Letters* **88** (2006).
- [68] Kolmogorov, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* **30**, 301–304 (1941).
- [69] Delannay, R., Caër, G. L. & Botet, R. A simple soluble model of discrete sequential fragmentation. *Journal of Physics A: Mathematical and General* **29**, 6693 (1996).
- [70] Ziff, R. M. & McGrady, E. D. The kinetics of cluster fragmentation and depolymerisation. *Journal of Physics A: Mathematical and General* **18**, 3027 (1985).

- [71] Cheng, Z. & Redner, S. Scaling theory of fragmentation. *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2450–2453 (1988).
- [72] Cheng, Z. & Redner, S. Kinetics of fragmentation. *Journal of Physics A: Mathematical and General* **23**, 1233 (1990).
- [73] Herrmann, H. J. & Roux, S. (eds.) *Statistical models for the fracture of disordered media*. Random materials and processes (Elsevier, Amsterdam, 1990).
- [74] Kun, F., Varga, I., Lennartz-Sassinek, S. & Main, I. G. Approach to failure in porous granular materials under compression. *Phys. Rev. E* **88**, 062207 (2013).
- [75] Kun, F., Varga, I., Lennartz-Sassinek, S. & Main, I. G. Rupture cascades in a discrete element model of a porous sedimentary rock. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 065501 (2014).
- [76] Griffith, A. A. & Taylor, G. I. Vi. the phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character* **221**, 163–198 (1921).
- [77] Jiang, H. & Liu, W. Study on the quasi-ductile fracture behavior of glubam: The role of fiber distribution. *Materials* **17** (2024).
- [78] Alava, M., Nukala, P. K. & Zapperi, S. Statistical models of fracture. *Adv. Phys.* **55**, 349–476 (2006).
- [79] Weibull, W. *A statistical theory of the strength of materials* (Generalstabens litografiska anstalt förlag, Stockholm, 1939).
- [80] Sammonds, P. R., Meredith, P. G. & Main, I. G. Role of pore fluids in the generation of seismic precursors to shear fracture. *Nature* **359**, 228–230 (1992).

- [81] Ojala, I. O., Main, I. G. & Ngwenya, B. T. Strain rate and temperature dependence of omori law scaling constants of ae data: implications for earthquake foreshock-aftershock sequences. *Geophys. Res. Lett.* **31**, L24617 (2004).
- [82] Main, I. G., Kwon, O., Ngwenya, B. T. & Elphick, S. C. Fault sealing during deformation-band growth in porous sandstone. *Geology* **28**, 1131–1134 (2000).
- [83] Main, I. Statistical physics, seismogenesis, and seismic hazard. *Reviews of Geophysics* **34**, 433–462 (1996).
- [84] Kouzeli, M., Weber, L., San Marchi, C. & Mortensen, A. Quantification of microdamage phenomena during tensile straining of high volume fraction particle reinforced aluminium. *Acta Materialia* **49**, 497–505 (2001).
- [85] Kawakata, H. *et al.* Three-dimensional observations of faulting process in westerly granite under uniaxial and triaxial conditions by x-ray ct scan. *Tectonophysics* **313**, 293–305 (1999).
- [86] Lockner, D. A., Byerlee, J. D., Kuksenko, V., Ponomarev, A. & Sidorin, A. Quasi-static fault growth and shear fracture energy in granite. *Nature* **350**, 39–42 (1991).
- [87] Bak, P., Tang, C. & Wiesenfeld, K. Self-organized criticality. *Phys. Rev. A* **38**, 364 (1988).
- [88] Amitrano, D. Variability in the power-law distributions of rupture events. *Eur. Phys. J. Special Topics* **205**, 199–215 (2012).
- [89] Lauritsen, K. B., Puhl, H. & Tillemans, H. J. Breakage of drops in a turbulent flow. *Int. J. Mod. Phys. C* **5**, 909 (1994).
- [90] Tillemans, H.-J. & Herrmann, H. J. Simulating deformations of granular solids under shear. *Physica A* **217**, 261 – 288 (1995).

- [91] Addetta, G. A. D., Kun, F., Ramm, E. & Herrmann, H. J. From solids to granulates — discrete element simulations of fracture and fragmentation processes in geomaterials. In Vermeer, P. A. *et al.* (eds.) *Continuous and Discontinuous Modelling of Cohesive-Frictional Materials*, Lecture Notes in Physics (Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2001).
- [92] Herrmann, H. J., Hansen, A. & Roux, S. Fracture of disordered, elastic lattices in two dimensions. *Phys. Rev. B* **39**, 637–647 (1989).
- [93] Kun, F. & Herrmann, H. J. A study of fragmentation processes using a discrete element method. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* **138**, 3 (1996).
- [94] D’Addetta, G. A., Kun, F. & Ramm, E. On the application of a discrete model to the fracture process of cohesive granular materials. *Gran. Matt.* **4**, 77–90 (2002).
- [95] Kun, F. & Herrmann, H. J. Fragmentation of colliding discs. *Int. J. Mod. Phys. C* **07**, 837–855 (1996).
- [96] Kun, F. & Herrmann, H. J. Transition from damage to fragmentation in collision of solids. *Phys. Rev. E* **59**, 2623 (1999).
- [97] Allen, M. P. & Tildesley, D. J. (eds.) *Computer Simulation of Liquids* (Oxford University Press, Oxford, 1984).
- [98] Pál, G., Jánosi, Z., Kun, F. & Main, I. G. Fragmentation and shear band formation by slow compression of brittle porous media. *Phys. Rev. E* **94**, 053003 (2016).
- [99] Graham, C. C., Stanchits, S., Main, I. G. & Dresen, G. Comparison of polarity and moment tensor inversion methods for source analysis of acoustic emission data. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* **47**, 161 – 169 (2010).

-
- [100] Pöschel, T. & Schwager, T. *Computational Granular Dynamics* (Springer, Berlin, 2005).
- [101] Allen, M. P. & Tildesley, D. J. *Computer Simulation of Liquids* (Oxford University Press, 2017).
- [102] Mair, K., Main, I. & Elphick, S. Sequential growth of deformation bands in the laboratory. *J. Struct. Geol.* **22**, 25 – 42 (2000).
- [103] Kun, F., Pál, G., Varga, I. & Main, I. G. Effect of disorder on the spatial structure of damage in slowly compressed porous rocks. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **377**, 20170393 (2019).
- [104] Carmona, H. A., Wittel, F. K., Kun, F. & Herrmann, H. J. Fragmentation processes in impact of spheres. *Phys. Rev. E* **77**, 051302 (2008).
- [105] Wittel, F., Carmona, H., Kun, F. & Herrmann, H. Mechanisms in impact fragmentation. *Int J Fract* **154**, 105 (2008).
- [106] Liou, J.-C. & Johnson, N. L. Risks in space from orbiting debris. *Science* **311**, 340–341 (2006).
- [107] Akahoshi, Y. *et al.* Influence of space debris impact on solar array under power generation. *International Journal of Impact Engineering* **35**, 1678–1682 (2008).
- [108] Kun, F., Wittel, F. K., Herrmann, H. J., Kröplin, B. H. & Maloy, K. J. Scaling behaviour of fragment shapes. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 025504 (2006).
- [109] Katsuragi, H., Sugino, D. & Honjo, H. Crossover of weighted mean fragment mass scaling in two-dimensional brittle fragmentation. *Phys. Rev. E* **70**, 065103(R) (2004).

- [110] Nataf, G. F. *et al.* Avalanches in compressed porous SiO₂-based materials. *Physical Review E* **90**, 022405 (2014).
- [111] Castillo-Villa, P. O. *et al.* Crackling noise during failure of alumina under compression: the effect of porosity. *J. Phys.: Cond. Matt.* **25**, 292202 (2013).
- [112] Jiang, X., Liu, H., Main, I. G. & Salje, E. K. H. Predicting mining collapse: Superjerks and the appearance of record-breaking events in coal as collapse precursors. *Phys. Rev. E* **96**, 023004 (2017).
- [113] Kekalainen, P., Aström, J. A. & Timonen, J. Solution for the fragment-size distribution in a crack-branching model of fragmentation. *Phys. Rev. E* **76**, 026112 (2007).
- [114] Osinsky, A. & Brilliantov, N. Scaling laws in fragmentation kinetics. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* **603** (2022).
- [115] Oddershede, L., Dimon, P. & Bohr, J. Self-organized criticality in fragmenting. *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3107 (1993).
- [116] Moxnes, J. F. & Børve, S. Simulation of natural fragmentation of rings cut from warheads. *Defence Technology* **11**, 319–329 (2015).
- [117] Zhou, F., Molinari, J. & Ramesh, K. T. Characteristic fragment size distributions in dynamic fragmentation. *Appl. Phys. Lett.* **88**, 261918 (2006).
- [118] Kadono, T. Fragment mass distribution of platelike objects. *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1444–1447 (1997).
- [119] Katsuragi, H., Ihara, S. & Honjo, H. Explosive fragmentation of a thin ceramic tube using pulsed power. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 095503 (2005).

-
- [120] Wilkinson, D. & Willemsen, J. F. Invasion percolation: a new form of percolation theory. *Journal of Physics A: Mathematical and General* **16**, 3365 (1983).
- [121] Grassberger, P. & Procaccia, I. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.* **50**, 346–349 (1983).
- [122] Grassberger, P. On the fractal dimension of the henon attractor. *Physics Letters A* **97**, 224–226 (1983).
- [123] Paladin, G. & Vulpiani, A. Anomalous scaling laws in multifractal objects. *Physics Reports* **156**, 147–225 (1987).
- [124] Vicsek, T. *Fractal Growth Phenomena* (World Scientific, Singapore, 1989).
- [125] Kun, F., Sorge, H., Sailer, K., Bardos, G. & Greiner, W. Sandbox method for factorial moments and anomalous fractal dimensions. *Physics Letters B* **355**, 349–355 (1995).
- [126] Mandelbrot, B. B., Passoja, D. E. & Paullay, A. J. Fractal character of fracture surfaces of metals. *Nature* **308**, 721 (1984).
- [127] Bouchaud, E. Scaling properties of cracks. *Journal of Physics: Condensed Matter* **9**, 4319 (1997).
- [128] Meakin, P. *Fractals, Scaling and Growth Far from Equilibrium* (Cambridge University Press, USA, 2011).
- [129] Sharon, E., Cohen, G. & Fineberg, J. Propagating solitary waves along a rapidly moving crack front. *Nature* **410**, 68–71 (2001).
- [130] Barabasi, A. L. & Stanley, H. E. *Fractal Concepts in Surface Growth* (Cambridge University Press, 1995).

- [131] Sahimi, M. *Heterogeneous Materials I: Linear Transport and Optical Properties*. Interdisciplinary Applied Mathematics (Springer New York, 2003).
- [132] Sibson, R. & Scott, J. Stress/fault controls on the containment and release of overpressured fluids: Examples from gold-quartz vein systems in Juneau, Alaska; Victoria, Australia and Otago, New Zealand. *Ore Geology Reviews* **13**, 293–306 (1998).
- [133] Liao, W.-C., Chen, P.-S., Hung, C.-W. & Wagh, S. An innovative test method for tensile strength of concrete by applying the strut-and-tie methodology. *Materials* **13**, 2776 (2020).