

DEBRECENI EGYETEM
MATEMATIKAI INTÉZET

Gaál István és Kozma László

Lineáris algebra

4. kiadás



Debrecen, 2005

Tartalomjegyzék

1 Szabadvektorok és analitikus geometria	5
1.1 A szabadvektor fogalma	5
1.2 A szabadvektorok összeadása és skalárral szorzása	5
1.3 Lineáris függőség a szabadvektorok körében	7
1.4 Szabadvektorok skaláris szorzata	10
1.5 Szabadvektorok vektoriális szorzata	11
1.6 Szabadvektorok vegyes szorzata	15
1.7 Egyenesek és síkok egyenletei	16
2 Determinánsok	21
2.1 A determináns értelmezése	21
2.2 A determináns elemi tulajdonságai	23
2.3 A determináns kifejtése	27
2.4 Eliminációs módszer determinánsok kiszámítására	31
2.5 Laplace-féle kifejtési tétel	32
3 Mátrixok	35
3.1 Alapműveletek mátrixokkal	35
3.2 Mátrixok inverze	38
3.3 Inverz mátrix kiszámítása eliminációs módszerrel	39
3.4 Mátrixműveletek néhány további tulajdonsága	40
4 Vektorterek	43
4.1 Vektortér fogalma	43
4.2 Alterek	44
4.3 Lineáris függőség, függetlenség, bázis, dimenzió	47
4.4 Vektorterek lineáris leképezései	50
4.5 Bázis és koordináta transzformáció	52
4.6 Vektorrendszer rangja, mátrix rangja	53
4.7 Mátrix rangjának kiszámítása eliminációs módszerrel	55
4.8 Alterek összege és direkt összege	56
4.9 Vektorterek faktorterei	57
5 Lineáris egyenletrendszerek	61
5.1 általános tulajdonságok	61
5.2 Gauss-féle eliminációs módszer	65
6 Lineáris leképezések és transzformációk	69
6.1 Vektorterek lineáris leképezései	69
6.2 Lineáris transzformációk	70
6.3 Hasonló mátrixok	75
6.4 Automorfizmusok	76
6.5 Lineáris transzformáció invariáns alterei	77

7	Lineáris transzformációk spektrálelmélete	79
7.1	Sajátérték, sajátvektor	79
7.2	Karakterisztikus polinom	81
7.3	Lineáris transzformációk spektruma	83
7.4	Nilpotens operátorok	85
7.5	Jordán-féle normálforma	88
8	Véges dimenziós terek formái	91
8.1	Lineáris formák	91
8.2	Bilineáris formák	93
8.3	Kanonikus alak	96
9	Euklideszi és unitér terek	103
9.1	Az euklideszi tér fogalma	103
9.2	Ortogonalitás	105
9.3	Unitér terek	110
10	Transzformációk belső szorzatos tereken	115
10.1	Formák előállítás a belső szorzattal	115
10.2	Transzformációk adjungálása	116
10.3	Önadjungált transzformációk	119
10.4	Ortogonalis és unitér transzformációk	122
10.5	Euklideszi terek ortogonalis transzformációi	125
10.6	Unitér terek normális transzformációi	127
10.7	Transzformációk polárfelbontása	128
11	Másodrendű görbék és felületek	131
11.1	Másodrendű görbék a valós síkon	131
11.2	Valós másodrendű hiperfelületek	136
12	Függelék	141
12.1	Algebrai alapfogalmak	141
12.2	Alapvető tudnivalók permutációkról	144
12.3	MAPLE: lineáris algebrai programcsomag	147
12.3.1	A Maple általános használata	147
12.3.2	Alapvető utasításelemek	150
12.3.3	Lineáris algebra programcsomag	151