

KOSSUTH LAJOS TUDOMÁNYEGYETEM  
MATEMATIKAI ÉS INFORMATIKAI INTÉZET

# Lineáris algebra

---

Gaál István  
és  
Kozma László



Debrecen, 1998

# Tartalomjegyzék

<b>1. Szabadvektorok és analitikus geometria</b>	<b>5</b>
1.1. A szabadvektor fogalma	5
1.2. A szabadvektorok összeadása és skalárral szorzása	5
1.3. Lineáris függőség a szabadvektorok körében	7
1.4. Szabadvektorok skaláris szorzata	10
1.5. Szabadvektorok vektoriális szorzata	11
1.6. Szabadvektorok vegyes szorzata	15
1.7. Egyenesek és síkok egyenletei	16
<b>2. Determinánsok</b>	<b>21</b>
2.1. A determináns értelmezése	21
2.2. A determináns elemi tulajdonságai	23
2.3. A determináns kifejtése	27
2.4. Eliminációs módszer determinánsok kiszámítására	31
2.5. Laplace-féle kifejtési tétel	32
<b>3. Mátrixok</b>	<b>35</b>
3.1. Alapműveletek mátrixokkal	35
3.2. Mátrixok inverze	38
3.3. Inverz mátrix kiszámítása eliminációs módszerrel	39
3.4. Mátrixműveletek néhány további tulajdonsága	40
<b>4. Vektorterek</b>	<b>43</b>
4.1. Vektortér fogalma	43
4.2. Alterek	44
4.3. Lineáris függőség, függetlenség, bázis, dimenzió	47
4.4. Vektorterek lineáris leképezései	50
4.5. Bázis és koordináta transzformáció	52
4.6. Vektorrendszer rangja, mátrix rangja	53
4.7. Mátrix rangjának kiszámítása eliminációs módszerrel	55
4.8. Alterek összege és direkt összege	56
4.9. Vektorterek faktorterei	57
<b>5. Lineáris egyenletrendszerek</b>	<b>61</b>
5.1. Általános tulajdonságok	61
5.2. Gauss-féle eliminációs módszer	65
<b>6. Lineáris leképezések és transzformációk</b>	<b>69</b>
6.1. Vektorterek lineáris leképezései	69
6.2. Lineáris transzformációk	70
6.3. Hasonló mátrixok	75
6.4. Automorfizmusok	76
6.5. Lineáris transzformáció invariáns alterei	77

<b>7. Lineáris transzformációk spektrálmélete</b>	<b>79</b>
7.1. Sajátérték, sajátvektor . . . . .	79
7.2. Karakterisztikus polinom . . . . .	81
7.3. Lineáris transzformációk spektruma . . . . .	83
7.4. Nilpotens operátorok . . . . .	85
7.5. Jordán-féle normálforma . . . . .	88
<b>8. Véges dimenziós terek formái</b>	<b>91</b>
8.1. Lineáris formák . . . . .	91
8.2. Bilineáris formák . . . . .	93
8.3. Kanonikus alak . . . . .	96
<b>9. Euklideszi és unitér terek</b>	<b>103</b>
9.1. Az euklideszi tér fogalma . . . . .	103
9.2. Ortogonalitás . . . . .	105
9.3. Unitér terek . . . . .	110
<b>10. Transzformációk belső szorzatos tereken</b>	<b>115</b>
10.1. Formák előállítása belső szorzattal . . . . .	115
10.2. Transzformációk adjungálása . . . . .	116
10.3. Önadjungált transzformációk . . . . .	119
10.4. Ortogonális és unitér transzformációk . . . . .	122
10.5. Euklideszi terek ortogonális transzformációi . . . . .	125
10.6. Unitér terek normális transzformációi . . . . .	127
10.7. Transzformációk polárfelbontása . . . . .	128
<b>11. Másodrendű görbék és felületek</b>	<b>131</b>
11.1. Másodrendű görbék a valós síkon . . . . .	131
11.2. Valós másodrendű hiperfelületek . . . . .	136
<b>12. Függelék</b>	<b>141</b>
12.1. Algebrai alapfogalmak . . . . .	141
12.2. Alapvető tudnivalók permutációkról . . . . .	144
12.3. MAPLE: lineáris algebrai programcsomag . . . . .	147
12.3.1 A Maple általános használata . . . . .	147
12.3.2 Alapvető utasításelemek . . . . .	150
12.3.3 Lineáris algebra programcsomag . . . . .	151