



**A SZÁMÍTÓGÉP-ALGEBRAI RENDSZEREK A FŐISKOLAI MŰSZAKI
INFORMATIKA SZAKOS HALLGATÓK MATEMATIKATANÍTÁSÁBAN**

doktori (PhD) értekezés tézisei

**COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS IN THE MATHEMATICS
EDUCATION OF COLLEGE
UNDERGRADUATES IN INFORMATION TECHNOLOGY**

Ph. D. Thesis

Sárvári Csaba

Debreceni Egyetem
Természettudományi Kar
Debrecen, 2004

Tartalomjegyzék, Table of contents

1. A témaválasztás indoklása	1
2. Kutatási célok	2
3. Kutatási módszerek	3
4. A kutatás hipotézisei	4
5. A CAS használatának didaktikai megközelítése	5
5. 1. Többszörös reprezentáció	5
5. 2. Modularizáció	6
5. 3. Kísérletező tanulás	6
5. 4. Problémamegoldás algoritmusok segítségével	6
6. A CAS használatára épülő, hálózatot is felhasználó matematikaoktatás általunk megvalósított modellje	7
6. 1. A CAS- ill. a CAS és a hálózat együttes használatának didaktikai motivációi	7
6. 2. A számítógép-algebrai rendszer integrálása az oktatási folyamatba	8
6. 3. Kommunikációs- mediális rendszer	8
6. 4. Az instrumentális orkesztráció többszintű alkalmazása	8
6. 5. A CAS és a szerzői rendszerek együttes használata	9
6. 6. A tanítható tananyag tartalmi, terjedelmi változásai	9
6. 7. Értékelés	9
7. Vizsgálati eredmények	10
7. 1. A tanítási-tanulási folyamat kérdőíves hallgatói értékelése	10
7. 2. A hallgatói teljesítmények összehasonlító vizsgálatai	11
8. Eredmények a hipotézisekkel összevetve	14
9. Összegzés, kitekintés	17
1. Reasons for the choice of thesis topic	18
2. Aims of the research	19
3. Research methods	20

4. The hypothesises of the research	20
5. Didactic approach to the application of CAS	22
5. 1. Multi-representation	22
5. 2. Modularization	22
5.3. Learning through experimenting	23
5.4. Problem solving with the help of algorithms	23
6. Our model of CAS-based, network supported mathematics teaching	23
6. 1. Didactic motivations for the usage of CAS or CAS with network support	23
6. 2. Integration of the computer algebra system into the teaching routine	24
6. 3. Communication media system	25
6. 4. Multi-level application of instrumental orchestration	25
6. 5. Joint usage of CAS and author's systems	25
6. 6. Changes in the discussible scope and volume of the curriculum	25
6. 7. Assessment	26
7. Research results	26
7.1. Students evaluation of the teaching-learning process by means of questionnaires	26
7. 2. Comparative studies of the students' achievement	27
8. Conclusions against hypothesises	30
9. Summary and prospects	33
Közlemények, list of publications	34

- [31] Sárvári Csaba: A számítógép-algebrai rendszerek szerepe a matematikai gondolkodás fejlesztésében. *Pszichológia* 2000, a Magyar Pszichológia Társaság XIV. Országos Tudományos Nagygyűlése)
- [32] Sárvári Csaba: *A számítógép-algebrai rendszerek és a műszaki matematika oktatása*. Főiskolák Matematika- Fizika- és Számítástechnika Oktatóinak XXIV. Országos Konferenciája. Kaposvár, 2000.
- [33] Sárvári Csaba: *A számítógép-algebrai rendszerek szerepe a főiskolai matematikatanításban*. Főiskolák Matematika- Fizika- és Számítástechnika Oktatóinak XXV. Országos Konferenciája, Zalaegerszeg, 2001.
- [34] Sárvári Csaba: *Modularizáció a számítógépes algebrai rendszer segítségével megvalósított oktatásban*. Főiskolák Matematika- Fizika- és Számítástechnika Oktatóinak XXVI. Országos Konferenciája, Szombathely, 2002.

Poszter
Poster

- [35] Mihály Klincsik, Csaba Sárvári: *The Role of Computer Algebraic Systems* In. Engineer's teaching of higher mathematics, "Interactive Computer Aided Learning", ICL 2000, Villach, 2000. 09. 28.-09. 29.

[20] Sárvári, Csaba: *Wie beeinflusst der Gebrauch von Computer Algebra Systemen (CAS) die Problemstellung und Lösungsstrategien?* In: Beiträge zum Mathematikunterricht, Augsburg, 2004.

Egyéb publikációk **Other publications**

- [21] Sárvári Csaba: *Tanulásmódszertan a levelező oktatásban*. Tanulmány. Felsőoktatási Szemle 1981. 11. szám
- [22] Sárvári Csaba: *A számítógép-algebrai rendszerek szerepe a matematikai gondolkodás fejlesztésében*, Iskolakultúra 01/3, 20-27. Pécs, 2001.
- [23] Sárvári Csaba: *Számítógéppel segített matematikaoktatás egy világkonferencia tükrében*, Iskolakultúra Pécs 01/11, 65-68. Pécs, 2001.

Konferencia előadások **Conference lectures**

- [24] Klincsik Mihály, Sárvári Csaba: *Kísérletek nyitott- és távoktatási módszerek modellezésére a nappali tagozatos matematikaoktatásban*, Konferenciakötet, 32-36. Könnyűipari Műszaki Főiskola, 1998.
- [25] Klincsik Mihály, Sárvári Csaba: *A számítógép-algebrai rendszerrel támogatott matematika oktatás didaktikai problémái*, Főiskolai Matematika-, Fizika- és Informatikaoktatás XXIII. Országos Konferenciája, 18-30. Dunaújváros, 1999.
- [26] Sárvári Csaba: *Matematika-oktatás Maple felhasználásával* (UNIVERSITY OF MISKOLC) No. 99-06., 1999, 34-42.
- [27] Sárvári Csaba: *Matematikaoktatás a Maple-rendszer felhasználásával*. Jubileumi Tudományos Ülésszak Kiadványa, 154-158. o., Pécs, 2000.
- [28] Klincsik Mihály, Sárvári Csaba: *Gyökerező iterációk számítógép-algebrai környezetben*. Főiskolák Matematika- Fizika- és Számítástechnika Oktatóinak XXVII. Országos Konferenciája, Székesfehérvár, 2003. CD.
- [29] Klincsik Mihály, Sárvári Csaba: *Az interaktív matematikai példatár néhány vonatkozása*. Multimédia az oktatásban, BME, 1997.
- [30] Klincsik Mihály, Sárvári Csaba: *Az interaktív matematikai példatár néhány didaktikai vonatkozása*. Matematika-Fizika-Számítástechnika Oktatók Országos Tanácskozása, Győr, 1997.

1. A témaválasztás indoklása

A kognitív fejlődésre, a tanulásra tárgyi, információs és szociális környezetelemek egyaránt hatnak.

A 20. század utolsó évtizedei az információs-kommunikációs technológia gyökeres átalakulását, megújulását hozták magukkal. Ezen rendkívül összetett eszközrendszernek a matematikatanítás számára fontos elemei a számítógép-algebrai rendszerek. (angolul Computer Algebra System, (CAS)).

A CAS, és más számítógépes szoftverek megjelenése nagy kihívást jelent a matematikai didaktika s általában a kognitív tudományok számára. A gyökeresen új technológiai elemek elterjedése egyaránt hat a tanári- és a tanuló attitűdrendszerre, messzemenő következményei vannak a tudásreprezentáció és a tudásmérés területén is. A számítógépes algebrai rendszereknek az oktatásba történő bevonásában már a pedagógus közvélemény komolyan nem kételkedik- szükséges. A CAS oktatásban való alkalmazása azonban rendkívül összetett didaktikai feladatot jelent. Megjelenése, használata a matematikai készségek, jártasságok rendszerét alapjaiban érinti.

A CAS oktatásban való alkalmazása nem jelentéktelen hangsúly-áthelyeződést eredményez a tanítandó témakörökkel szemben. Bizonyos témakörök kisebb jelentőségűvé válnak, mások szerepe felértékelődik, s új témakörök válnak taníthatókká.

A CAS alkalmazása érinti a visszacsatolás, ellenőrzés, vizsgáztatás rendszerét is. Az ellenőrzés egyrészt természetesen kiterjed a CAS-eljárások ismeretére is, de ami ennél összetettebb feladat: ki kell dolgozni a CAS segítségével megoldott feladatok értékelésének didaktikáját Alapvető kérdés, például az, hogy milyen tevékenységek egyenértékűek didaktikailag, ha egy adott feladatot „papír-ceruzás” módszerrel, illetve CAS-szel oldanak meg a tanulók?

A CAS alkalmazásának módja természetesen függ az oktatási környezettől. Más-más didaktikai feladatot jelent az alap-, közép ill. a felsőfokú oktatásban való alkalmazás. Dolgozatunkban a számítógépes algebrai rendszereknek a felsőfokú műszaki matematikaoktatásban játszott szerepével kapcsolatos vizsgálatainkról számolunk be. Vizsgálódásunk ezen belül is elsősorban a műszaki főiskolai oktatásra vonatkozott. A számítógépes algebrai rendszerek, mint minden számítógépes szoftver rendkívül gyorsan változnak, fejlődnek. Arra törekedtünk tehát, hogy a mondanivaló, a vizsgálatok mind nagyobb része a konkrét számítógépes rendszertől, s főképp az éppen alkalmazott verziótól független legyen.

Témaválasztásunk indoklásaként elmondhatjuk tehát, hogy a CAS-nek oktatásunkban való alkalmazása szükségessé tette a témakörrel kapcsolatos kutatások áttekintését, az egyéni, az adott oktatási környezethez illeszkedő

megoldások keresését, az új eszközök használatának didaktikai szempontból való vizsgálatát.

2. Kutatási célok

A Pécsi Tudományegyetem (korábban Janus Pannonius Tudományegyetem) Pollack Mihály Műszaki Főiskolai Karán az 1997-98-as tanévtől kezdődően végezzük a műszaki informatika szakos hallgatók matematika oktatását a Maple számítógépes algebrai rendszer bevonásával. Az informatika szakos hallgatók három félévig (Matematika I.-II.-III.) tanulnak matematikát, heti 2 óra előadás és 2 óra gyakorlat keretében. Az első félévben csak az előadásokon tudjuk használni a számítógép algebrai rendszert, a második félévtől kezdve a hallgatók egy része a teljes képzés során használja azt.

Az oktatási környezet a számítógép-algebrai rendszer bevonása mellett a helyi hálózat és az Internet használatával is bővült. Az új eszközök használatának didaktikai vizsgálata természetesen igényként lépett fel. Kutatási tevékenységünk két, egymást kiegészítő és feltételező részből áll:

1. A számítógépes algebrai rendszer használatával folyó matematikaoktatás tananyagának kidolgozása, a tananyag kipróbálása, hatékonyságának folyamatos vizsgálata. Ennek során létre kellett hoznunk a Maple számítógépes algebrai rendszer munkalapjainak rendszeréből álló, a kurzusok teljes anyagát magában foglaló tananyagot és meg kellett teremteni a hálózati felhasználás feltételeit.
2. A CAS matematikaoktatásban való alkalmazásának didaktikai problémarendszerére vonatkozó nemzetközi eredmények megismerése után a témakörben elméleti kutatások végzése. Ez a megismert eredmények kritikai elemzését, és továbbfejlesztését jelenti.

Kutatásaink során a következő főbb kérdésekre igyekeztünk választ keresni:

- ◆ Melyek a CAS oktatásban való használatának főbb nemzetközi tendenciái?
- ◆ Milyen módon használható föl a számítógépes algebrai rendszer a matematika oktatásának eredményesebbé tételére?
- ◆ Hogyan használható a helyi számítógépes hálózat a matematikai tudásbázis alapjaként?
- ◆ Milyen kiegészítő formai és szervezeti elemekkel gazdagítható a CAS felhasználásával a matematikaoktatás?
- ◆ Milyen általánosítható didaktikai elvek fogalmazhatók meg a CAS matematikatanításban való alkalmazásával kapcsolatban?
- ◆ Hogyan érvényesülnek a modern didaktikai paradigmák a CAS felhasználásával megvalósuló matematikatanításban?
- ◆ Hogyan változik a tanulói attitűd a CAS használata esetén a „hagyományos” eszközökkel történő oktatáshoz képest?

[10] Klincsik, M., Sárvári, Cs.: *University Mathematics in Distance Learning Environment using Computer Algebraic System* ODL Networking for Quality Learning Conference, Lisszabon, 2000

[11] Cs. Sárvári: *Syllabus and Computer Algebraic System in Higher Mathematics*.

Proceedings of the 10th Sefi-MWG European Seminar on Mathematics in Engineering Education. 2000, Miskolc, 107-110.

[12] Sárvári, Csaba: *Rolle der Computer Algebra Systeme in der Entwicklung des mathematischen Denkens*. In.: *Beiträge zum Mathematikunterricht* 2001, 528-531..

[13] Csaba Sárvári, Mihály Klincsik ,I. Hámori: *Combining CAS with authoring systems to create a flexible learning environment*, ICTMT 5, Klagenfurt, 2001. Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Technology in Mathematics Teaching, 203-206.

[14] Sárvári, Csaba: *Zu Möglichkeiten der flexiblen, transferreichen Erlernung mit Hilfe von CAS*. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* .Klagenfurt, 2002, 431-434.

[15] Csaba Sárvári, Ildikó H. Perjési, Mihály Klincsik: *Application of CAS System of Teaching of Mathematics with Help of Computer Networks* Proceedings of ITHET, Budapest, 89-92, 2002.

[16] Mihály Klincsik, Csaba Sárvári: *How an we combine the CAS with authoring system tools to create a learning environment containing flexible feedback opportunities*. , VISIT- ME -2002. bk teachware Schriftenreihe Nr. SR-31, IBSN 3-9011769-49-8, Wien, 2002

[17] Csaba Sárvári: *CAS-basierte Lehrplan, Lehrplan-basierte Modularisierung mit CAS*, VISIT- ME-2002. bk teachware Schriftenreihe Nr. SR-31, IBSN 3-9011769-49-8, Wien, 2002

[18] Sárvári ,Csaba: *Konstruktivistische Annäherungen mit CAS*. In *Beiträge zum Mathematikunterricht* Dortmund 2003, 561-564.

[19] Csaba Sárvári, Mihály Klincsik: *From iteration to discrete dynamical systems using CAS in discovering manner*. In: *Technology in Mathematics Teaching*, Proceedings of the 6th International Conference, VOLOS-Greece, 2003, 357-364.

[19] Ildiko H. Perjési, Csaba. Sárvári, Mihály Klincsik: *Using CAS and Internet In Teaching Mathematics at University of Pécs* (Hungary) International Conference on Education and Information Systems: Technologies and Applications July 31 – August 2. 2003. Orlando, Florida, Proceedings, 17-23.

Közlemények

List of publications

Referált publikációk

Referred publications

- [1] J. Fehér, B. Kovács and Cs. Sárvári: *On additive decompositions with uniqueness properties of rational integers*, Publicationes Mathematicae, Debrecen 46. (1995)
- [2] Cs. Sárvári: *On integervalued generalised q-additive solutions of linear recursions*, Publicationes Mathematicae, Debrecen 48. (1996)
- [3] Csaba Sárvári: *Network based Math teaching using CAS*, ZDM, Volume 35. N. 2.,56-62.
- [4] Csaba Sárvári and Mihály Klincsik: *From iteration to one-dimensional discrete dynamical systems using CAS*. Teaching Mathematics and Computer Science, Debrecen, Teaching Mathematics and Computer Science, Debrecen, 1(2003)2 ,271-296.
- [5] Csaba Sárvári: *Report on „The Computer Algebra- and Dynamical Geometry Systems, as the catalists of the Mathematics Education”*,Conference, 6-7 June, Pécs, Hungary, Teaching Mathematics and Computer Science, Debrecen 1(2003)2 ,259-270.

Tankönyv, jegyzet

Textbook, note

- [6] Achs Ágnes, Fekete Mária, Sárvári Csaba: *Matematikai példatár és feladatgyűjtemény* (Társszerzők:) Jegyzet. (első kiadás 1979.)
- [7] Ágnes, Fekete Mária, Sárvári Csaba, Tóth Julianna: *Tanulásiirányító a matematikához II*. Jegyzet. PMMF 1983.

Referált konferencia kiadványok

Referred conference proceedings

- [8] Mihály Klincsik, Csaba Sárvári: *Modelling the Open and Distance Learning Methods in a Face-to-Face Mathematical Teaching Environment* In.: Proceedings of the 1998 EDEN Conference, Bologna, Volume 2, 524-527
- [9] Klincsik, M., Sárvári, Cs.: *Modelling the Open and Distance Learning Methods based on a Computer Algebraic System* EDEN PRAGUE RESEARCH WORKSHOP 2000, 166-168

- ◆ Hogyan változnak az oktató feladatai, munkamódszerei az új oktatási környezetben?
- ◆ Milyen módon oldható meg a teljesítmények adekvát mérése?
- ◆ Milyen tartalmi változás, gazdagodás érhető tetten a CAS segítségével megvalósuló matematikaoktatásban?
- ◆ Melyek a CAS alkalmazása során fellépő veszélyek?
- ◆ Mi a hallgatók véleménye a CAS használatával megvalósuló matematikatanulásról?
- ◆ Hogyan vélekednek a kollégák a CAS használatáról?
- ◆ Mennyire terjedt el a CAS használata a hazai műszaki főiskolai oktatásban?

3. Kutatási módszerek

Főbb kutatási módszereink a következők voltak:

- ◆ A szakirodalom követése és a publikált eredmények értelmezése.
- ◆ Részvétel és előadások tartása nemzetközi konferenciákon. Eredményeink egybevetése a nemzetközi tapasztalatokkal. A CAS-nek a matematika oktatásban játszott szerepével foglalkozó konferenciák rendezése.
- ◆ A műszaki informatika szakos hallgatók matematika tárgya Maple számítógépes rendszer használatán alapuló tananyagának kidolgozása, a Főiskola hálózatán valamint az E-Learning web-portálon történő elhelyezése, a tananyag felhasználása eredményességének mérése.
- ◆ Pedagógiai megfigyelés és adatgyűjtés.
- ◆ Statisztikai kiértékelések és elemzések.
- ◆ Kontrollcsoportos kísérlet és ennek elemzése.
- ◆ Hallgatói felmérések, kérdőívek alkalmazása és értékelése.
- ◆ A tanárok véleményének kérdőívekkel történő megismerése.
- ◆ Interjúk készítése olyan oktató kollégákkal, akik a CAS felhasználásával tanítanak.
- ◆ Kiegészítő oktatási tevékenységek szervezése és kivitelezése (Maple klubfoglalkozások, feladatmegoldó verseny) a CAS népszerűsítése és hatékonyságának fokozása érdekében. Az itt folyó munka értékelése.
- ◆ Konzultáció a CAS felhasználásával készített tananyagokról bel- és külföldi kollégákkal.
- ◆ A számítógépes algebrai rendszerekkel foglalkozó Internetes fórumot hoztunk létre.

4. A kutatás hipotézisei

1. Didaktikai alaphipotézis

A CAS didaktikailag átgondolt, megtervezett használatával a matematika tanítható tananyaga tartalmilag bővül, és az elsajátítás színvonala is emelkedik. Ez a kedvező hatás azonban csak a matematika elsajátítására szánt időkeret megnövelésével válhat igazán érezhetővé. A CAS alkalmazásának hatékonysága akkor a legnagyobb, ha felhasználását a matematikai kurzus szerves részévé tesszük. Ilyen módon a számítógépes algebrai rendszer a matematika tanulásának folyamatában egyszerre játszik *közvetítő, közeg és generátor* szerepet.

2. A tanulási nehézségek kezelése

A CAS alkalmazásával előálló tanulási nehézségek, akadályok elemzése a továbblépés legfőbb feltétele. Különös figyelmet kell fordítanunk a matematikai tartalom transzpozíciójával kapcsolatos tanulási nehézségekre. Az instrumentális genezis körültekintő külső irányítása, tehát az instrumentális orkesztráció, a több médium felhasználásával történő ismeretfeldolgozás sikerének egyik legfontosabb tényezője.

3. A CAS használata és a didaktikai törvényszerűségek

A CAS oktatásban való eredményes használatának alapfeltétele, hogy feltárjuk azokat a didaktikai, pszichológiai törvényszerűségeket, amelyek a rendszer működtetésével kapcsolatosak. Ezek között kiemelkedő jelentőségű a modularizáció és a többszörös reprezentáció témaköre.

4. A médium-rendszer

A bárhonnan elérhető, rugalmas, változatos médiumokkal operáló, a hipertext eszközeit is felhasználó CAS alapú tananyag létrehozása elősegíti azt, hogy a matematika tárgy alapozó szerepkörét eredményesebben tölthesse be, és hatékonyabban működjön közre a gondolkodás fejlesztésében.

5. A tanári szerep változása

A CAS és általában a modern médiumok alkalmazása a tanári tevékenység súlypont- eltolódását eredményezi. A tanár ismeretátadó tevékenysége átstrukturálódik. A tananyag ismeretelemeinek folyamatos „újratermelése”, a tanulási infrastruktúra karbantartása, az ismeretszerzés

7. Changes in the discussible curriculum, its enrichment

Due to the usage of Maple, the curriculum gained extra depth and richer content. Therefore it fulfils its function as a primary subject to a fuller degree, and more efficiently enhances the development of problem-solving skills.

The usage of CAS rendered questions like these into daily considerations: “Do we really need to discuss this question in detail? What new contents can CAS account for in the given section? What alterations are needed when teaching specific procedures?”

Changes in the attitude of the teachers are easy to trace here as well.

9. Summary and prospects

The goal of our current research was to **integrate the computer algebra systems** into the education of undergraduate students majoring in information technology. To this, we had to examine the basic didactical principles of using CAS in education, and we had to adapt them to our own teaching routine. At several cases it involved the further improvement of methods found in the literature. Our next subtask was to develop the curriculum for CAS assisted courses. The placement of the curriculum on the local network and on the internet, and the use of the method of instrumental orchestration contributed to the creation of a functional learning environment. Although we have surveyed the efficiency of the curriculum, there is still a lot to do in this field.

We can assert that our **experimental education programme was successful**, and we achieved our goals. The discussible curriculum obtained a richer content and higher standards due to the circumspect didactical considerations of the employment of CAS. The achievements of groups using the aid of CAS were essentially the same as the results of the control groups, however, their understanding is more complex and they are likely to become more efficient in their later work.

The system we have introduced has the potential to become far more efficient, provided the available time in the curriculum could increase. Undergraduate students should start to learn the basics of the computer algebra system from the beginning of their studies at higher education if not before. An introductory course parallel to the first maths semester would be the most efficient solution.

The more general and efficient use of CAS in Hungarian higher education would require more research into the structure and orchestration of the curriculum, and also into the refinement of its didactical principles with the involvement of different educational institutions. We consider its promotion as our major task in the future.

First and foremost the expression *change* unambiguously means extension. Our model in its entirety is to be interpreted as the extension of the traditional teaching platform of mathematics with media assets. More than that, CAS is not only the medium but also the generator of mathematics learning. All additional tasks of the teacher are related to the skilled performance of this role. The role is a twofold one: on one hand it involves the didactical exploration of the new medium, on the other hand is its incorporation to the new didactical environment.

Its main scopes:

- *Developing a curriculum* which integrates the media and curricular modules of mathematics and can secure optimal usage of the tools of CAS.
- Developing adept forms of *assessment in the CAS environment*, securing the didactical equivalence of testing methods which use different media.
- Continuous development of the *media articulation* in the curriculum.
- Increasing the intensity of instrumental orchestration, exploring its new variants, their introduction and assessment.

6. Conclusions regarding the changes in students' attitude

We can give an account of both achievement and to a higher degree problems to be solved. We can state the following achievements:

- We managed to teach students the basic elements of a computer algebra system within the unchanged time-schedule of their mathematics course without significant damages done to their mathematical conceptualisation. Also, we managed to make students put their new skills into practice during their mathematics studies.
- Processing material from various sources became an essential part of the students' learning routine, but still not sufficiently.
- Students make use of the potentials of the networks at an adequate level.

We must also include that, our working with undergraduate students majoring in computer science was a determining element in our achievements.

komplex feltételrendszerével folyó tanulási tevékenység szervezése, irányítása a korábbiaknál nagyobb súlyt kap a tanári tevékenységben.

6. A tanulói attitűd változása

A CAS felhasználásával történő tanulás motiváltabb, a rendszer használata –körültekintő tanári munka esetén- vonzó a hallgatók többsége számára. A rendszer alkalmazása megnöveli a tanulás időszükségletét. Célszerű a számítógépes algebrai rendszer használatát szervezeten, esetleg külön kurzus keretében is tanítani. A befektetett idő azonban többszörösen megtérül.

7. A tanítható tananyag változása, bővülése

A CAS ill. esetenként a CAS és a szerzői rendszerek együttes alkalmazása szélesíti a tanítható tananyagok körét. A tananyag számos fejezete mélyebben és gazdagabb tartalommal tárgyalható. Az egyes fejezetek közötti kapcsolatrendszer kiépítésére több alkalom nyílik. Bizonyos témakörök tárgyalása éppenséggel a CAS matematikaoktatásban történő használatával válik lehetővé.

5. A CAS használatának didaktikai megközelítése

A CAS oktatásban való okszerű, kellő időkeretben történő használata az operatív tevékenység időigényének csökkentésével kognitív- és időkapacitást szabadít fel. Ezáltal lehetőségünk nyílik arra, hogy a matematikai fogalmak reprezentációjával, a vizsgálatok eredményének interpretációjával kimerítőbben foglalkozhassunk. Ez megteremtheti annak a lehetőségét, hogy a tananyag egyes fejezetei közötti kapcsolatok feltárására is lehetőség nyíljon.

A számítógép-algebrai rendszernek a matematikaoktatásban történő alkalmazásának optimalizálása megköveteli a kibővült oktatási környezetet didaktikai elemzését. Dolgozatunkban négy komponenssel foglalkozunk részletesen.

5. 1. Többszörös reprezentáció

A matematika műveléséhez, a matematikai gondolkodáshoz és kommunikációhoz valamilyen módon reprezentálni kell a matematikai struktúrák elemeit ill. magukat a struktúrákat. A kommunikáció *külső reprezentációt* igényel nyelvi eszközök, írott szimbólumok, ábrák, formulák, tárgyak formájában. A gondolkodás esetében a pszichikumban való *belső reprezentációról* beszélünk. A matematikai struktúrákat többféleképpen reprezentálhatjuk. A négy általánosan elfogadott reprezentációs mód a leíró, az algebrai (analitikus), a grafikus és a numerikus reprezentáció. Dolgozatunkban összefoglaljuk a többszörös reprezentáció episztemológiai és

szemiotikai indokait és részletesen tárgyaljuk a többszörös reprezentáció didaktikai funkcióit a számítógép-algebrai rendszer felhasználásával megvalósított matematikaoktatásban.

5. 2. Modularizáció

A számítógép-algebrai rendszerek használatának talán legalapvetőbb, legösszetettebb, didaktikai szempontból igen jelentős kérdése a modulok használata. Dolgozatunkban ismertetjük a modulok általunk kidolgozott osztályozási rendszerét. Részletezzük a CAS-modularizáció motivációs rendszerét, és ismertetjük a curriculum-alapú modularizációval kapcsolatos elgondolásunkat. Példák segítségével mutatjuk be a modulok használatának gyakorlatunkban előfordult felhasználási módjait.

5. 3. Kísérletező tanulás

A CAS-nek a matematikai környezet részévé válása két fő előnnyel jár. Egyrészt az operatív tevékenység jelentős részét a CAS elvégzi, másrészt a különböző ábrázolásmódok, reprezentációk könnyen és gyorsan elérhetők. Ez a két funkció teszi lehetővé azt, hogy a kísérletező, felfedező tanulás a képzés során nagyobb súlyt kapjon. Dolgozatunkban bemutatjuk, hogyan segíti a CAS a tanulókat abban, hogy a matematikai szabályokat, szabályszerűségeket, összefüggéseket mintegy újra felfedezzék, az egyes eljárások működési módját kiismerjék. Foglalkozunk azzal is, hogy milyen módon teszi a hallgatók munkáját a számítógép-algebrai rendszer hatékonyabbá a sejtések kidolgozásánál.

5. 4. Problémamegoldás algoritmusok segítségével

A matematikai problémamegoldás során talán legtöbbször fellépő résztvékenység az algoritmusok kidolgozása és alkalmazása. Ezért elméleti megfontolásaink és oktatási tevékenységünk egyik legfontosabb része az algoritmusok CAS-környezetben történő hatékony kezelésének kidolgozása. Modellt adunk a matematikai tananyag algoritmusainak CAS-algoritmussá való konvertálására.

3. Conclusions regarding the revelation of the didactical principles of the usage of CAS

Multi-representation is regarded as the basic tool to the cognitive grasp of mathematical notions in the framework theory of man-machine interaction, that is the triadic representation theory, as well as from an anthropological point of view. During the development of our curriculum and course material we constantly considered the semiotic and epistemological standpoints of multi-representation. Multi-representation proved to be an effective tool of conceptualisation.

Modularization is one of the basic, permanent concerns of the application of computer algebra systems in education. We have classified the CAS modules from several point of views. We have surveyed the dominant viewpoints on the methodology of its application, which are crystallised between the white box/black box theory and the principle of outsourcing – which represent the two opposite poles of the scale. We present our viewpoint regarding the question in the notion system of curriculum-based modularization.

We have studied the application of algorithms in the CAS environment, and also provided a method for it.

We gave examples to support *problem-solving thinking aided by CAS*.

4. Conclusions regarding the media-system

Our first achievement in this field was the placement and maintenance of the course material complete with table of contents and hyperlink references on the local network. In our view, this means nothing but the extension of the natural medium function of CAS.

In the second step we established the *E-Learning web-portal*. This way there is unlimited access to the complete course material on the internet. Moreover, E-Learning fulfils several important communication tasks as well, such as downloading thematically structured course material and serving as a documentation site of the teaching process. This later function means that students can save worksheets solved in-class, their home assignments and homework here.

Remote network access to graphical desktops aided by the Tight VNC (Virtual Network Computing) package can be seen as the extension of the media-system. This system plays a crucial role in the stage-managing of students' instrumental genesis. With the aid of the SysTeMath system we managed to sort out the curriculum modules - that is the modular units of mathematics - to the corresponding Maple worksheets, also the ongoing development of the contrived structure.

5. Conclusions regarding the changes in the role of the teacher

8. Conclusions against hypotheses

1. Conclusions relating to the didactical primary hypothesis:

From the 1997-98 academic year onwards we have developed a complete CAS assisted course material covering the entire curriculum for undergraduates majoring in information technology. We made the completed course material available first on the local college network and subsequently on the internet as well. The course material is continuously improved and extended. We are gradually supplementing the built-in procedures of CAS with our own procedures to a greater extent. These procedures contribute to the more efficient usage of CAS in education. We apply the computer algebra system at each element of the learning-teaching process, and also monitor the efficiency of the application of CAS continuously. Based on the results we can assume that the usage of CAS as a medium and generator yields an increase in the contents and quality value of the mathematics course. CAS aided learning – is attractive, the usage of CAS – in case of circumspect stage managing – is attractive to the majority of students. The usage of the system increases the time-requirement of the course, so it is practical to pre- teach the usage of the computer algebra system in an organised, separate course. The time invested at this stage will pay off in the future.

Students' opinion back up our hypothesis, as the majority of them finds the usage of the computer algebra system attractive. They are ready to undertake extra work to be able to exploit the capacities inherent in the system to a fuller degree. In the case of devoting extra time to it in the curriculum, the number of professionals using computer algebra systems in their work is sure to rise.

2. Conclusions regarding the handling of learning difficulties

The multi-level implementation of instrumental orchestration advances the transformation of CAS from a material object to a psychological construction. This enhances its usage to become an essential part of students' activity. It also means that the former technology-centric paradigm has been succeeded by an anthropocentric approach in our routine. The method has been made into a regularly applied routine in the management of practical sessions. Instrumental orchestration is also looked upon as an important tool in feedback, metacognition and cognitive self-control. Naturally, we can only speak about initial results, as the method is new internationally as well, and has only been deliberately used by us since 2004 onwards. Both its implementation on the level of the curriculum and the involvement of the communication channels are our own initiatives and their development is our further task.

6. A CAS használatára épülő, hálózatot is felhasználó matematikaoktatás általunk megvalósított modellje

6. 1. A CAS- ill. a CAS és a hálózat együttes használatának didaktikai motivációi

Matematikaoktatási modellünk a hagyományos eszközrendszert a számítógép-algebrai rendszerrel egészíti ki és alkalmazza a helyi hálózatot, valamint az Internetet. Alkalmazzuk a korábban megszokott eszközöket, a tábla-kréta, a papírceruza mellé **új elemként társul a CAS**. Megtartjuk a jelenléti („face to face „) oktatás minden elemét, s ezeket a hálózatok segítségével **távoktatási jellegű komponensekkel** egészítjük ki.

A CAS alkalmazásának oktatási gyakorlatunkban a következő didaktikai motivációi mutatkoztak:

A tananyag felépítése, elkészítése, karbantartása terén jelentkező nyereségek

- A tananyag rugalmasan, könnyen módosítható, szerkeszthető.
- Összefüggő, kapcsolatokban gazdag ismeretrendszer alakítható ki.
- A tananyag állandó elérhetősége, folyamatos kapcsolat lehetősége az oktatókkal.

Reprezentációs értéktöbblet

- A grafikus reprezentációk alkalmazhatóságának bővülése.
- A numerikus számításoknak nagyságrendben pontosabb elvégezhetősége.
- A szimbolikus számítások hatékonyabb elvégezhetősége.

A gondolkodási műveletek támogatása

- Az induktív megközelítés segítése.
- A felfedező tanulás, az alkotó kételkedés támogatása.
- Az általánosítás, az analógiák felfedezése.
- A heurisztikus stratégiák hatékonyabb alkalmazhatósága.

A tananyag szerkezeti –tartalmi, terjedelmi- változása, gazdagodása

- Témakörök mélyebb feldolgozásának lehetősége.
- Új témakörök feldolgozásának lehetősége.

A matematika tanulásának motivációs tényezői, munkastílus

- A matematika alapozó funkciójának erősödése.
- Többcsatornás ismeretfeldolgozás.

6. 2. A számítógép-algebrai rendszer integrálása az oktatási folyamatba

A CAS-nek, esetünkben a Maple-rendszernek az oktatásunkba való integrálásánál emberközpontú, a pszichológiai- didaktikai motivációjú megközelítést alkalmaztunk, és igyekeztünk a technikacentrikus nézőpontot távol tartani magunktól. A rendszer használatának bevezetése és használat **ciklikus tevékenységek sorozataként** valósult meg. A ciklusok a következő elemekből állnak:

- A korlátok, feltételek analizálása
- Az oktatási környezetbe való integrálás.
- A használat analizálása.
- Új specifikációk definiálása.

6. 3. Kommunikációs- mediális rendszer

A tananyagok a helyi hálózatról és az Internetről is elérhetők. A tananyag moduláris szerkezetű és általában Maple munkalapok formájában, részben html formátumban áll rendelkezésre. A Maple munkalap előnye a szerkeszthetőség, a futtatható, tartalmilag is könnyen változtatható formátum.

Létrehoztuk az **E-Learning** nevű **Internetes portált**. Ennek fő funkciói a következők:

- Tananyagforrás.
- Tematikus tananyag- kiválasztást tesz lehetővé.
- Visszacsatolás, dokumentáció.
- Kapcsolattartás.

6. 4. Az instrumentális orkesztráció többszintű alkalmazása

A tanulói instrumentális genezis külső irányítását, -az **instrumentális orkesztrációt**- a több médium alkalmazásával, több csatornás ismeretfeldolgozással megvalósított matematikai kurzus alapvető didaktikai segítő eszközének tartjuk, és több szinten alkalmazzuk.

papers amounted to 60% of the total points, while the remaining 40% was assessed through home assignments.

The syllabus covered the uses of differential calculus. At the beginning of the semester all students wrote an entrance test. The questions in the paper related to the basic ideas and techniques of differential calculus. According to the results of the assessment, initially there was no significant difference between the competence of the different groups. (Table 2)

Group	Pilot	Normal Maple	Control
Achievement(%)	24,3	27.1	26.5

Table 2

The test consisted of 6 tasks, in addition to the first task, all of them involved several smaller tasks. Members of the Maple-group were allowed to use the Maple-system in the solution of tasks 4-6.

The results of the test, in common with the results of the entrance test, did not show significant differences in respect to total output. Table 3 shows the results of in-class tasks only, and does not include home assignments.

Group	Pilot	Normal Maple	Control
Achievement (%)	41.7	41.5	42.0

Table 3

In the pilot group, as we have already mentioned, the final result of the achievement test was made up by the result of the in-class paper and the home-assignment. Students had to give a brief summary of their home assignment. The average of the result of the home assignments was 43.1%. So the added final result of the pilot group rose to 42.1%.

The results were up to our expectations. The achievement of students using Maple was not any worse than those who did not. At the same time, they managed to acquire the basics of CAS application in a few weeks, and were also able to use the system unaided. This means, that they had the opportunity to extend their curriculum with topics that students not using CAS could not discuss in the course of their studies.

course, leaving 43 students in the control group. Table 1. illustrates the mean achievement of students expressed as a percentage.

	Entrance test	I. test	II. test	Exam test
Maple-group	38,75	50,4	53,12	49,12
Control-group	36,21	53,1	49,91	48,84

Table 1.

There is no significant difference seen between the achievement of the two groups. Although the Maple-group achieved 2.5% better results at the entry test, and at the exam they had a slightly better performance, this was hardly detectable. The results of the I. and II. (progress) tests however, are interesting and illustrative. Learning the elements of Maple requires time, and students put a great deal of energy into it. In consequence, to start up with, using Maple naturally entails a decline in achievement. The Maple-group achieved significantly weaker results at the first achievement test, however, at the second, the beneficial effects of Maple are clearly visible. Progress tests in general, have a lot more practical tasks proportionately which need more calculations than exam papers do. This fact may also explain why we could not see a significant difference between the achievement of the two groups at the exam.

The second study was conducted among students attending Maths II courses in the semester starting in February 2004. In this semester 2 out of the 10 groups learnt mathematics using Maple. Students started their familiarisation with Maple at the beginning of the semester. One of the two Maple-groups was considered as a pilot Maple-group. Out of the standard groups we randomly selected one to be a control group. This way we gained data for comparison from three different groups. The number of students in the pilot Maple-group was 18, in the normal Maple-group 13, in the control group 35. During the semester we introduced the following innovations:

- The E-Learning system was first used in its full complexity.
- We introduced the SysTeMat service of the E-Learning system. With its help students can have an overview on the available resource materials for a chosen field, they can select the elements they want to save, and they can also save the selected files with the help of the system.
- *In the pilot Maple-group* we put instrumental orchestration into practice in an advanced way. We should also point out that in this group two teachers simultaneously instructed the practical sessions.
- *In the pilot Maple-group* the assessment of the given topics was based on two different assignments. Points to be obtained through the in-class

- Instrumentális orkesztráció a gyakorlatokon folyó munka során
- Instrumentális orkesztráció a curriculum szintjén
- Instrumentális orkesztráció a kommunikációs csatornák szintjén

6. 5. A CAS és a szerzői rendszerek együttes használata

A gyakorlatokon folyó munka és a vizsgára való felkészülés segítésére a CAS rendszerrel együtt a ToolBook szerzői rendszer által generált interaktív feladatsorokat is használtunk. Tapasztalataink szerint a CAS és a szerzői rendszerek együttes használata számos didaktikai előnnyel jár.

- Az algoritmusok szerkezetének megismerése, alapvető működtetési készség megszerzése.
- Dokumentált ellenőrzés, visszacsatolás.

6. 6. A tanítható tananyag tartalmi, terjedelmi változásai

A CAS és az alkalmazását segítő eszközrendszer használata jelentős változásokat eredményezett a tanítható tananyagban. A változásokat a következő típusokba sorolhatjuk:

- a) Az adott témakör (fejezet) **fogalomrendszere lényegében változatlan** maradt. Az ismeretrendszer mélyebb elsajátíthatóságát elsősorban a reprezentációk számának, növekedése, módjának változása segíti elő.
- b) Az adott témakör (fejezet) **tartalmilag bővült**, korábban nem alkalmazható eljárásokat, megoldási módokat tartalmaz.
- c) **Korábban** az adott curriculum keretei között **nem tárgyalható témakör** került a tananyagba

A tananyag CAS alkalmazásával lehetővé vált átalakításának, fejlesztésének fő motivációja a matematika gondolkodást fejlesztő szerepének erősítése, és az alapozó szerepkör hatékonyabb betöltésének elősegítése volt.

6. 7. Értékelés

A CAS oktatásban való használatának talán az egyik legkritikusabb, legtöbb tennivalót adó terület az értékelés. Számunkra az értékelés fő szempontjai a következők:

- Az értékelésnél arra törekszünk, hogy az a lehető legnagyobb arányban a matematikai ismeretsajátítás mértékét tükrözze vissza.

- Lehetőséget biztosítunk arra, hogy a hallgatók választhassanak a hagyományos eszközökkel, és a technikai eszközök, tehát alapvetően a CAS igénybe vételével történő teljesítés között.
- Az értékelés minden fázisában (zárhelyi dolgozatok, önállóan kidolgozandó feladatok, vizsgák) szerepeltetünk olyan problémákat is, amelyek feldolgozása a CAS igénybe vételével hatékonyabban mehet végbe és olyanokat is, amelyeket a CAS alkalmazása nélkül kell a hallgatóknak kidolgozniuk
- A CAS munkalapok javításánál a matematikai hiányosságokra történő utalások mellett a programtechnikai, szintaktikai hibákra, hiányosságokra is kitérünk.
- Arra törekszünk, hogy minél több formában adhassanak számot a hallgatók megszerzett tudásukról. Így például önállóan kidolgozandó feladatokat is adunk.

7. Vizsgálati eredmények

7. 1. A tanítási-tanulási folyamat kérdőíves hallgatói értékelése

A Maple használata mellett kivitelezett matematikai kurzusok végén 3 alkalommal kérdőíves felmérést végeztünk. Több más mellett megkérdeztük a hallgatókat a Maple előadáson való használatáról. Bár a megítélés alapján nem volt kedvezőtlen, és a harmadik felmérés kedvezőbb eredményt hozott, mint a megelőzők, figyelemre méltók a főbb kritikai megjegyzések:

- túlzásba vitt, „moziszerű” használat,
- túlsúfolt ábrák,
- a normális felfogóképességet meghaladó tempó,
- a részletes- és a teljes megértéshez szükséges- számítások, magyarázat mellőzése,
- nincs tisztázva a reprezentációnak az előadásban betöltött szerepe, az azzal történő további munkavégzés módja.

A Maple használatának a matematikai ismeretek elsajátítására gyakorolt hatásáról mindhárom alkalommal megkérdeztük a hallgatókat. A felmérések eredményei fokozatosan javultak. Az utolsó felmérés alkalmával a válaszadók 35 % szerint a Maple használata nagymértékben növeli az eredményességet, 53 % szerint hol növeli, hol nem. A válaszadóknak mindössze 7 %-a vélekedett úgy, hogy a Maple

ones, we should not leave the most important critical observations out of consideration. These include:

- excessive “movie-like” usage,
- overcrowded figures,
- fast tempo beyond the limits of normal comprehension,
- lack of calculations and explanations necessary for both partial and comprehensive understanding,
- the function of the representation in the context of the lecture is left unclear, so students are unsure how to use them in their future work.

Students were asked their opinion about the effect of Maple on the acquisition of mathematical problems in each survey. The questionnaire results gradually improved. In the last survey 35% of the questioned students said that Maple enhanced efficiency a great deal, 53% said that it only occasionally does. Only 7% of the students surveyed thought that Maple reduces efficiency, and none of the students said that Maple would significantly hinder it. More positive opinions on the application of CAS in education can be expected primarily from two conditions:

- accessibility of resources to help application,
- increasing the time frame of the curriculum.

The two presumptions were directly supported by the survey among the students. 60% of them would appreciate Maple to be taught as an independent course as well. A similar percentage of students thinks that the time frame of the math syllabus should be increased in order to make the usage of mathematical computer systems and solving extra tasks more effective.

7. 2. Comparative studies of the students’ achievement

Computer algebra systems are new elements in the learning environment. Improvements in the students’ performance can not be expected solely from the usage of CAS. To be able to demonstrate a significant enhancement in students’ performance, we need to extend the time frame of the curriculum, as well as need more in-depth discussion of the CAS-related material. Our assumptions are confirmed by the analysis of students’ performance.

We have made two **control group** studies. The **first study** continued through a whole semester. As the first stage of the study, we had the students in a Maths II class write an entrance test at the beginning of the course. We compared them against two progress tests written during the semester and also to their end-of-term exam results. The test at the beginning of the course was written by the whole year. Only those students who did at least one exam paper were involved in the study. There was a total number of 77 student as such, 34 of which did a Maple assisted

- e) **The content** of the given chapter **has been enriched**, it contains new procedures and new problem solving methods which previously were not applicable.
- f) **Topics** which were left out of the former curriculum due to their “**non-discussible nature**” within the given representation system, could now enter the new curriculum.

The major motivation behind the integration of CAS into the curriculum was to strengthen the role of mathematics as a cognitive force, and to promote its more effective role as a primary subject.

6. 7. Assessment

The most critical, therefore most demanding aspect of the application of CAS in education is probably assessment. Our main standpoints regarding assessment are the following:

- Our aim with assessing students is to reflect their degree of mathematical understanding as restrictively as possible.
- We provide the students with the choice of using either traditional tools or technical tools - primarily CAS.
- At each phase of assessment (test-papers, home assignments, exams) we include two types of tasks: ones which can be processed more efficiently with the help of CAS, and other tasks that students have to solve without the help of CAS.
- During the assessment of CAS worksheets, besides making references to insufficient mathematical competence, we also reflect on mistakes and deficiencies in program-technology and syntax.
- Our aim is to make it possible for students to give evidence of their knowledge in the most varied forms possible, for example, they are given tasks which they need to work out as a home assignment.

7. Research results

7.1. Students evaluation of the teaching-learning process by means of questionnaires

At the end of the Maple aided mathematics courses we carried out three separate surveys. Along with several other questions we asked for students opinion about the usage of Maple at lectures. Although we did not receive an overall negative response, and opinions were more positive in the third survey than the previous

használatával inkább csökken az eredményesség, és nem volt olyan válaszadó, aki szerint csökken jelentősen.

A CAS oktatásban való használatát illető megítélés további javulása két dologtól várható elsősorban:

- a felhasználást segítő segédletek közreadásától,
- a képzés időkeretének megnövelésétől.

A két megállapítást a felmérés közvetlenül is alátámasztotta. A hallgatók 60%-a szeretné azt, hogy a Maple-t önálló kurzus keretében is oktassuk. Hasonló arányban kívánatosnak tartanák azt, ha a matematika óraszámát megnövelnék a számítógépes algebrai rendszer használatának eredményesebbé tétele, a többletfeladatok sikeresebb elvégzése érdekében.

7. 2. A hallgatói teljesítmények összehasonlító vizsgálatai

A számítógép-algebrai rendszer a tanulási környezet új eleme. A tanulói teljesítmények javulása önmagában attól, hogy CAS-t alkalmazunk nem várható. A képzési idő megnövelése, a CAS-re vonatkozó ismeretek kellően mély tárgyalása szükséges ahhoz, hogy mérhető teljesítménynövekedést regisztrálhassunk. Véleményünket megerősíti a hallgatói teljesítmények vizsgálata.

Két **kontrollcsoportos** vizsgálatot végeztünk. Az **első vizsgálat** egy teljes szemesztert átfogó volt. A vizsgálat kezdő lépéseként a Matematika II. kurzus hallgatóival a kurzus kezdetén felmérő dolgozatot írtunk. Az összehasonlítás alapjául a félév során írt két zárthelyi dolgozat és a vizsgán nyújtott teljesítmények szolgáltak. Az alapfelmérő dolgozatot a teljes évfolyammal megírtuk. A vizsgálatot végül azokra a hallgatókra végeztük el, akik eljutottak addig, hogy legalább egy vizsgát tegyenek. Összesen 77 ilyen hallgató volt, közülük 34-en Maple használata mellett tanultak, 43 hallgató alkotta a kontroll-csoportot. A teljesítmények álagát mutatja az 1. táblázat. A teljesítmények minden esetben %-ban értendők.

	Felmérő	I. Zárthelyi	II. Zárthelyi	Vizsga
Maple-csoport	38,75	50,4	53,12	49,12
Kontroll-csoport	36,21	53,1	49,91	48,84

1. táblázat

A Maple alkalmazásával és a nélküle tanulók teljesítménye nem mutat lényeges különbséget.

A felmérő dolgozatot 2,5 %-kal magasabb átlaggal megíró Maple-csoport a vizsgán alig mérhetően mutatott jobb eredményt. A zárthelyi dolgozatok eredménye érdekesen és jellemzően alakult. A Maple elemeinek megtanulása jelentős

energiaráfordítást követel, tehát törvényszerűnek mondható, hogy kezdetben ez a teljesítmény csökkenésével jár együtt. Az első zárthelyit a Maple-csoport jelentősen gyengébb eredménnyel írta meg, míg a második dolgozatnál már megmutatkozott a Maple rendszer teljesítményt növelő hatása. A zárthelyi dolgozatok a vizsgához képest jóval nagyobb arányban tartalmaztak gyakorlati, számításokat igénylő, problémákat. Ezzel a ténnyel is magyarázható, hogy a vizsga esetében nem tapasztalhattunk értékelhető különbséget a két csoport között.

A második vizsgálatot a 2004. februártól kezdődő oktatási szemeszterben végeztük, a Matematika II. kurzus hallgatói körében. Ebben a félévben a 10 csoport közül két csoportban tanulták a matematikát a hallgatók a Maple rendszer használata mellett. A hallgatók a félév kezdetén kezdtek megismerkedni a Maple-vel. A két csoport közül az egyiket kísérleti Maple-csoportnak tekintettük. A Maple nélkül tanuló csoportok közül is kiválasztottunk egyet, találmra, kontroll-csoportként. Így három különböző csoport teljesítményét hasonlíthattuk össze. A kísérleti, normál Maple és Maple nélkül tanuló csoportok létszáma rendre 18, 13, 35 fő volt. A szemeszter során a következő újításokat vezettük be:

- Az E-Learning rendszert először alkalmaztuk teljes komplexitásában.
- Bevezettük az E-Learning rendszer SysTeMat szolgáltatását. Segítségével a hallgatók áttekinthetik a kiválasztott témakörhöz tartozó tananyagelemeket, kijelölhetik közülük azokat, amelyeket el akarnak menteni, s a kiválasztott fájlcsoportot a rendszer segítségével elmenthetik.
- *A kísérleti csoportban* megvalósítottuk az instrumentális orkesztrációt, az általunk továbbfejlesztett módon. Kiemeljük, hogy ebben a csoportban két tanár tartotta egyidejűleg a gyakorlatokat.
- *A kísérleti csoportban* az adott téma értékelését két tevékenységre alapoztuk. A zárthelyi dolgozat eredménye alapján szerezhették meg a hallgatók az elérhető pontszám 60%-át, míg a maradék 40 %-ot a beadandó feladatok alapján.

A tananyag a differenciálszámítás alkalmazásait tartalmazta. A szemeszter elején felmérő dolgozatot írtak a hallgatók. Ennek kérdései a differenciálás alapvető fogalmaira és technikájára vonatkoztak. A felmérő eredménye azt mutatta, hogy a csoportok induló tudásszintje között nincs lényeges különbség. (2. táblázat)

Csoport	Kísérleti	Normál Maple	Maple nélkül
Teljesítmény (%)	24,3	27.1	26.5

2. táblázat

6. 3. Communication media system

Curriculum resources are accessible from both the local network and the Internet. The curriculum has a modular structure, and is available predominantly in Maple worksheet format and partly in html format. The advantages of Maple worksheets are that they are editable, ready to run and both their format and content is easy to change.

We have created an **Internet Portal called E-Learning**. The main functions of the portal:

- Course material resource.
- Providing resources for the thematic choice of course material.
- Feedback and documentation.
- Contacts and interaction.

6. 4. Multi-level application of instrumental orchestration

We consider the external management of instrumental genesis – **instrumental orchestration** – as the basic didactic aid of maths courses based on multi-channel knowledge processing, and we use it at various levels.

- Instrumental orchestration in laboratory sessions
- Instrumental orchestration at the curriculum level
- Instrumental orchestration on the level of communication channels

6. 5. Joint usage of CAS and author's systems

We have also used interactive tasks generated by the ToolBox author's system together with CAS to assist laboratory sessions and exam preparation. According to our experience, the joint usage of CAS with author's systems produces several didactical benefits. For example:

- Familiarisation with the structure of algorithms and the acquisition of basic operative skills.
- Documented assessment and feedback.

6. 6. Changes in the discussible scope and volume of the curriculum

The usage of CAS and its supporting instrumental system resulted in significant changes in the discussible scope of the curriculum. The types of changes are classified as follows:

- d) **The system of notions** related to the given field **will basically remain unchanged**. Their deeper acquisition is due to increasing the number of representations, and changes in the method of representation.

- Permanent access to the syllabus, possibility for online connection with the teachers.

Surplus in representational value

- Richer applicability of graphic representations.
- Higher numbers of numeric calculations results in more precise results.
- More efficient symbolic calculations.

Supporting cognitive operations

- Aiding inductive approaches.
- Helping explorative learning and constructive scepticism.
- Exploring generalisation and analogies.
- Possibility for the more efficient usage of heuristic strategies.

Changes and enrichment in the structure, content and scope of the curriculum

- Possibility for in-depth discussion of topics.
- Possibility for the introduction of new topics.

Motivation components of mathematics learning, work manner

- Strengthening the function of mathematics as a primary subject.
- Multi-channel knowledge processing

6. 2. Integration of the computer algebra system into the teaching routine

During the integration of CAS, specifically the Maple system, into our curriculum, we followed an anthropocentric, psycho-didactically motivated approach, and tried to keep away from techno centric views. Introduction to the usage of the system and its application was by a **series of cyclic activities**. The cycles consist of the following elements:

- Analysis of the limitations and conditions.
- Integration into the educational environment.
- Analysis of the application.
- Definition of new specifications.

A témát záró dolgozat 6 feladatból állt, az első feladattól eltekintve több részfeladat szerepelt. A Maple csoportba tartozó hallgatók a 4-6-dik feladatok kidolgozásánál használhatták a Maple rendszert.

Az elért eredmények, hasonlóan a felmérő dolgozatokéhoz, az összteljesítményt tekintve nem mutatnak érdemi különbséget. A beadandó feladatok nélkül, tehát csak a dolgozatban elért eredményeket tartalmazza a 3. táblázat.

Csoport	Kísérleti	Normál Maple	Maple nélkül
Teljesítmény (%)	41.7	41.5	42.0

3. táblázat

A kísérleti csoportban, mint azt már említettük a téma végeredménye a dolgozat és az otthoni munka együttes, értékelésével alakult ki. A beadandó feladatban leírtakat a hallgatóknak röviden ismeretniük kellett. A beadandó feladatok átlaga 43,1 %-os eredményt adott. Ezt is beszámítva a kísérleti csoport eredménye 42.1 %-ra emelkedett.

Az eredmények megfeleltek a várakozásunknak. A Maple használatával tanulók eredménye nem rosszabb, mint a rendszert nem használóké. Ugyanakkor néhány hét alatt sikerült a CAS használatának alapjait elsajátítaniuk. Képesek a rendszer önálló használatára is. Ez azt jelenti, hogy számukra olyan anyagrészek feldolgozása is lehetővé válik, amellyel a rendszert nem használók érdemben nem tudnak a kurzus keretei között foglalkozni.

8. Eredmények a hipotézisekkel összevetve

1. Eredmény a didaktikai alaphipotézissel összefüggésben:

Az 1997-98-as tanévtől kezdődően létrehoztuk, megalkottuk a CAS felhasználásán alapuló, az informatikus hallgatók teljes képzési anyagát felölelő tananyagot. Az elkészült tananyagot elhelyeztük először a Főiskola helyi hálózatán, majd az Interneten is. A tananyagot folyamatosan alakítjuk, bővítjük. A CAS beépített eljárásait egyre növekvő mértékben saját készítésű eljárásokkal egészítjük ki. Ezek az eljárások hozzájárulnak a CAS hatékonyabb oktatási alkalmazásához. A számítógép-algebrai rendszert a tanulási-tanítási folyamat minden elemében alkalmazzuk. A használat eredményességét folyamatosan mérjük. Ennek eredményeként ma már elmondhatjuk, hogy a CAS-nek, mint a matematikai kurzus egyik médiumának és generátorának alkalmazása tartalmi és minőségi értéktöbbletet eredményez. A CAS felhasználásával történő tanulás motiváltabb, a rendszer használata –körültekintő tanári munka esetén– vonzó a hallgatók többsége számára. A rendszer alkalmazása megnöveli a tanulás időszükségletét. Célszerű a számítógépes algebrai rendszer használatát szervezeten, esetleg külön kurzus keretében is tanítani. A befektetett idő azonban többszörösen megtérül.

A hallgatói vélemények alátámasztják hipotézisünket, hiszen a hallgatók nagy többsége számára vonzó a számítógépes algebrai rendszer használata. Szívesen vállalnának több munkát is annak érdekében, hogy a rendszer használatában rejlő adottságokat teljesebben kihasználhassák. A többlet idő ráfordítása esetén mindenképpen megnőne azok aránya, akik szakmai munkájuk során alkalmazzák a számítógépes algebrai rendszert.

2. Eredmény a tanulási nehézségek kezelésével kapcsolatban

Az instrumentális orkesztráció többszintű megvalósítása hozzájárul ahhoz, hogy a CAS anyagi objektumból pszichológiai konstrukcióvá, és így a vele végzett munka a tanulói aktivitás szerves részévé váljék. Ez egyszeresmind azt is jelenti, hogy a korábbi technikacentrikus paradigmát gyakorlatunkban az emberközpontú megközelítés váltja fel. A módszert a gyakorlati foglalkozások szervezésének, vezetésének rendszeresen alkalmazott módszerévé tettük. Az instrumentális orkesztrációt visszacsatolás, a metakogníció, a kognitív önszabályozás fontos eszközének is tekintjük. Természetesen csak kezdeti eredményekről beszélhetünk, hisz a módszer a nemzetközi gyakorlatban is új, s mi tudatosan csupán 2004-től alkalmazzuk. Curriculum szintű megvalósítása és a kommunikációs csatornák bevonása saját kezdeményezésünk, és tartalmasabbá tétele folyamatos feladatunk.

modularization of CAS, and introduce our concept on curriculum-based modularization. We will illustrate the application of the modules through examples from our practical routine.

5.3. Learning through experimenting

CAS becoming an integrated element of the mathematical environment has two major advantages. In one respect CAS executes the majority of the operative activities, on the other hand it renders different delineation and representation methods in quick and easy access. Due to these two functions, experiment-based, explorative learning gains more importance in education. In our study we will demonstrate how CAS can aid students to re-explore mathematical rules, regularities and connections, to find out about the function of different operations. We also consider how computer algebra systems can help students elaborate on conjectures more efficiently.

5.4. Problem solving with the help of algorithms

Probably the most frequent partial function during mathematical problem solving is the formation and use of algorithms. Therefore one of the most important points of our theoretical considerations and teaching routine is the development of a methodology for the efficient use of algorithms in the CAS environment. We have provided a model for converting algorithms from the mathematics curriculum into CAS algorithms.

6. Our model of CAS-based, network supported mathematics teaching

6. 1. Didactic motivations for the usage of CAS or CAS with network support

Our teaching model combines the tools of traditional methods with the involvement of computer algebra systems, the local network and Internet. Besides the classic tools such as blackboard and chalk, paper and pencil, **CAS provides a new element.** We keep all the elements used in “face to face” teaching, and with the help of the networks we compliment them with elements **characteristic to distance learning.**

The following didactic motivations for the usage of CAS appeared in our teaching routine:

Considerable gains in curriculum design, development and updating

- The syllabus is flexible, easy to modify and edit.
- Provides a well-connected, comprehensive knowledge system.

to teach the usage of the computer algebra systems in an organised, separate course. Eventually, the invested time will pay off.

7. Changes - Enrichment of the discussible curriculum

CAS or occasionally the joint use of CAS with author's systems can broaden the content of teachable fields. Several fields of the curriculum gain extra depth and richer content. It also helps to reflect on the system of connections between the individual chapters. In fact, the introduction of certain fields would not be possible without the integration of CAS into the teaching methodology of mathematics.

5. Didactic approach to the application of CAS

The rational, well-timed usage of CAS in education will result in the reduction of the time spent on operative activities, therefore it will release cognitive and time capacity. It gives way to the more thorough representation of mathematical ideas, and more comprehensive interpretation of results. This way new possibilities may emerge for reflecting on the connections between the individual units of the curriculum.

The optimisation of the usage of computer algebra systems in mathematics teaching requires the didactic analysis of the extended educational environment. Our study discusses four components in detail.

5. 1. Multi-representation

Studying, thinking and communication in terms of mathematics, needs some kind of representation of the elements of mathematical structures, as well as the structures themselves. Communication requires *external representation* in the form of language elements, written symbols, figures, formulas or objects. When talking about thinking, we refer to *internal representation*, which takes place in the mind. It is possible to represent mathematical structures in different ways. The four generally accepted representation methods are descriptive, algebraic (analytic), graphic and numeric representations. In our study we sum up the epistemological and semiotic grounds multi-representation, we discuss the didactic functions of multi-representation in computer algebra system aided mathematics teaching.

5. 2. Modularization

Probably the most basic, most complex and, from a didactic point of view very critical question about the usage of computer algebra systems concerns the usage of the modules. In our study we introduce a classification system of modules which we developed ourselves. We will specify the motivation system behind the

3. Eredmény a CAS használatára vonatkozó didaktikai törvényszerűségek feltárása terén

A többszörös reprezentáció az ember-gép interakció szemiotikai keretelméletének tekintett triadikus reprezentációelmélet és az antropológiai megközelítés szemszögéből nézve egyaránt a matematikai fogalmak tudati megragadásának alapvető eszköze. Oktatási anyagunk kidolgozása során a többszörös reprezentáció szemiotikai és episztemológiai szempontrendszerét állandóan figyelembe vettük. A többszörös reprezentáció a fogalomalkotás hatékony eszközének bizonyult.

A modularizáció a számítógép-algebrai rendszerek oktatásban való alkalmazásának egyik alapvető, folytonosan új válaszokat követelő kérdése. A CAS modulokat több szempontból rendszereztük. Áttekintettük, a felhasználás módjával összefüggésben, az irodalomban uralkodó álláspontokat, amelyek a white box/ black box elmélet és az principle of outsourcing (kiülepítési elv), mint két pólus körük kristályosodnak. Ezzel kapcsolatos álláspontunkat a curriculum alapú modularizáció fogalomrendszerében írtuk le.

Vizsgáltuk az *algoritmusok* CAS környezetben való alkalmazását, erre módszertadtunk.

Példákat hoztunk a *problémamegoldó gondolkodás* CAS segítségével való támogatására.

4. Eredmény a médium-rendszerrel kapcsolatosan

Ezen a területen első eredményünk a tananyag hiperlinkes tartalomjegyzékkel ellátott változatának a *helyi hálózaton* való elhelyezése és karbantartása tekinthető. Ezáltal, nézetünk szerint nem történt más, mint a CAS természetes médium funkciójának kiterjesztése.

Második lépésként létrehoztuk az *E-Learning* elnevezésű *web-portált*. Így most már az Internet segítségével térben és időben is korlátlanul elérhető a teljes tananyag. Az E-Learning emellett számos fontos kommunikációs feladatot is betölt: tematikusan strukturált tananyagletöltést tesz lehetővé, a tanítási folyamat dokumentálásának színhelye. Ez utóbbi úgy valósul meg, hogy a hallgatók a gyakorlatokon készített munkalapokat és beadandó- valamint házi feladataikat elmentik.

A médiumrendszer bővülésének is tekinthető a Tight VNC (Virtual Network Computing) csomag segítségével megvalósított hálózati táv képernyő kontroll (remote network access to graphical desktops). Ez a rendszer döntő szerepet játszik a tanulói instrumentális genezis tanári irányításában. A SysTeMath rendszerrel sikerült megoldani a matematika moduláris egységei, a curriculum modulok és a megfelelő Maple munkalapok egymáshoz rendelését, és az így létrejött struktúra folyamatos fejlesztését.

5. A tanári szerep változásával kapcsolatos eredmény

Mindenekelőtt a változás szó egyértelműen bővülést jelent. Modellünk egészében a hagyományos eszközökkel folyó matematikaoktatás médiális bővüléseként értelmezhető. Ennél annyiban tágabb, hogy a CAS nem csak médiuma, de generátora is a matematikai ismeretszerzésnek. A tanár minden járulékos tennivalója ennek a szerepnek a minél adekvátabb eljátszásához kapcsolódik. A feladat kettős, egyrészt az új médium didaktikai feltárása, másrészt illesztése a korábbi didaktikai környezethez.

Főbb területei:

- A matematikai, médiális és curriculum modulok integrált fejlesztésén alapuló, a CAS eszközeinek optimális felhasználását biztosító *tananyagfejlesztés*.
- Az *értékelés CAS-környezetben* adekvát formáinak kifejlesztése, a különböző médiumok használatával megvalósított tudásmérések didaktikai egyenértékűségének biztosítása.
- A tananyag *médiális artikulációjának* folyamatos fejlesztése.
- Az *instrumentális orkesztráció* intenzitásának növelése, új változatainak felkutatása, alkalmazása és értékelése.

6. Eredmény a tanulói attitűd változásával összefüggésben

Kisebb részben eredményről, nagyobb részben megoldandó feladatokról számolhatunk be. Eredményként könyvelhetjük el a következőket:

- Sikerült megoldanunk, hogy a hallgatók változatlan képzési időben a matematikai fogalomalkotás lényeges károsodása nélkül elsajátítsák egy számítógép-algebrai rendszer elemeit, és ezt alkalmazzák a matematika tanulása során.
- A hallgatók tanulási tevékenységének, ha nem is kellően, szerves részévé vált a többforrású tananyag-feldolgozás.
- A hallgatók megfelelő színvonalon alkalmazzák a hálózatok adta lehetőségeket.

Az eredmények elérésében jelentős tényezőként említhetjük, hogy informatikus hallgatókról van szó.

7. A tanítható tananyag változása, bővülése

A Maple alkalmazásának köszönhetően a tananyag mélységében és terjedelmileg is előnyösen változott. Ennek alapján a matematika alapozó tárgy szerepkörét hatékonyabban töltheti be és hatékonyabban segíti a problémamegoldó képesség fejlesztését.

However, this positive effect might become obvious only at the expense of increasing the time spent on mathematics learning. The efficiency of CAS is at its highest when its usage is organically integrated into the curriculum of the mathematics course. This way the computer algebra system functions as a mediator, medium and generator at the same time in the course of mathematics learning.

2. Handling learning difficulties

The preliminary condition to further achievements is the analysis of learning difficulties and obstacles brought about by the usage of CAS. Special attention must be drawn to learning difficulties related to the transposition of the mathematical content. The circumspect stage-managing of instrumental genesis - that is of instrumental orchestration - is the key factor to the success of knowledge processing, which is mediated by using multi-media resources.

3. Usage of CAS and its didactic principles

The preliminary condition to the effective usage of CAS in education is the exploration of the didactical and psychological principles which are related to the operation of the system. Two of the most prominent ones are the fields of modularization and multi-representation.

4. The media-system

The development of an accessible and flexible CAS based teaching material, which operates with complex media and uses hypertext references, promotes the role of mathematics as a primary subject, also effectively contributes to the enhancement of cognitive development.

5. Changes in the role of the teacher

The application of CAS, along with the application of other modern media brings along a shift in the role of the teacher. The knowledge mediating function of the teacher is re-structured. Consistent reproduction of the elements of the syllabus, the maintenance of the infrastructure of the learning platform, the stage management of learning activities supported by the complex learning platform are becoming more weighed functions of the teacher.

6. Changes in the attitude of the students

CAS aided learning is more motivating, the usage of the system - with attention paid to teacher input - is attractive for the majority of students. The usage of the system requires more time for learning, so it is practical

- ◆ What possible solutions are there for the adequate assessment of performance?
- ◆ What changes and enrichment of content are traceable in CAS assisted mathematics teaching?
- ◆ What dangers may the application of CAS cause?
- ◆ How do students see CAS assisted mathematics learning?
- ◆ What do colleagues think about the usage of CAS?
- ◆ To what extent has CAS been spread in technical college education in Hungary?

3. Research methods

Our major research methods were as follows:

- ◆ Surveying technical literature, interpretation of published results.
- ◆ Participation and presentations at international conferences. Comparing our own results to international experience. Hosting and organising conferences on the role of CAS in mathematics teaching.
- ◆ Developing a curriculum based on the application of the Maple computer system for undergraduates majoring in information technology, its placement on the local network of the college and on the E-Learning web-portal, assessment of the effective usage of the syllabus.
- ◆ Pedagogical observation and data acquisition.
- ◆ Statistic assessment and analysis.
- ◆ Control group trials and data analysis.
- ◆ Surveying students through questionnaires and their assessment.
- ◆ Surveying teachers opinion by means of questionnaires.
- ◆ Interviews with colleagues who use CAS in their teaching practice.
- ◆ Organising and arranging extra-curricular activities (Maple clubs and problem solving contests) in order to popularise CAS and to enhance its efficient usage. Evaluation of the above.
- ◆ Consultations about CAS aided course materials with colleagues from both Hungary and abroad.
- ◆ We have established an internet forum on computer algebra systems.

4. The hypothesises of the research

1. Didactic primary hypothesis

The didactically well-considered and planned involvement of CAS in the mathematics curriculum can contribute to both the enrichment of the discussible content of the syllabus and to the standard of acquisition.

A CAS alkalmazása mindennaposá tette az olyan kérdéseket, mint: Szükség van ennek az ismeretlemnek a részletes tárgyalására? Milyen új ismeretek megtanítására nyit ajtót a CAS egy-egy adott fejezet során? Milyen változtatások szükségesek ennek, vagy annak az eljárásnak a tanítása során? A tanári attitűd változása itt is tetten érhető.

9. Összegzés, kitekintés

Kutató-fejlesztő munkánk célja a **számítógép-algebrai rendszernek** a műszaki informatika szakos hallgatók oktatásába történő **bevonása** volt. Ehhez át kellett tekintenünk a CAS oktatásban való alkalmazásának didaktikai alapelveit, és ezeket adaptálni kellett saját oktatási gyakorlatunkhoz. Ez több esetben az irodalomban fellelt **módszerek továbbfejlesztését** jelentette. A következő részfeladat CAS alkalmazásával megvalósítandó kurzusok tananyagának megírása volt. A tananyag helyi hálózaton és Interneten történő elérhetőségének biztosítása és az instrumentális orkesztráció módszerének alkalmazása hozzájárult az eredményes tanulás feltételeinek megteremtéséhez. Bár a kidolgozott tananyag hatékonyságát mérésekkel is vizsgáltuk, ezen a téren még nagyon sok tennivaló van.

Elmondhatjuk, hogy **oktatási kísérletünk eredményes volt**, kitűzött céljainkat megvalósítottuk. A CAS didaktikai megfontolásokat figyelembe vevő alkalmazásával a tanítható tananyag minőségileg és mennyiségileg is gyarapodott. A CAS segítségével tanuló hallgatók csoportjainak eredményei lényegében azonosak a kontroll-csoport eredményével, tudásuk azonban összetettebb, későbbi munkájukban várhatóan hatékonyabb lesz.

Az általunk bevezetett módszer a jelenleginél nagyságrendben hatékonyabbá válhat akkor, ha, az oktatás időkeretét megnövelhetnénk. Szükség lenne arra, hogy a hallgatók legalább felsőfokú tanulmányaik kezdetétől a számítógép-algebrai rendszer alapjait elsajátíthassák. Ezt leghatékonyabban az első matematikai szemeszterrel párhuzamosan elvégzendő alapozó kurzus keretében tehetnék meg.

A CAS-nek hazai felsőoktatásban történő, a jelenleginél kiterjedtebb és hatékonyabb alkalmazása megkövetelné, hogy több intézményre kiterjedő, a tananyag szerkezetére, az alkalmazás feltételrendszerére, az alkalmazás didaktikai alapelveinek finomítására vonatkozó kutatás induljon meg. Jövőbeli fő feladatunknak ennek előmozdítását látjuk.

1. Reasons for the choice of thesis topic

Cognitive development and learning abilities are influenced by the impact of informational and social environments.

The last decades of the 20th century brought along the fundamental transformation and renewal of information-communication technologies. Computer Algebra Systems (CAS) are elements of this exceedingly complex system, and have importance in the teaching methodology of mathematics.

The emergence of CAS and other computer software represents a great challenge to the didactics of mathematics and to cognitive sciences in general. The spread of these fundamentally new elements in technology have an effect on the attitude system of both teachers and students. In addition they have a strong outcome on knowledge representation and testing. The teaching society does not doubt the necessity of the integration of Computer Algebra Systems into the curriculum of education any more. However, the application of CAS in education represents an extremely complex didactic challenge. Its presence and application effects the very foundation of the system of mathematical skills and aptitude.

The integration of CAS into education has a significant effect on the shift of emphasis among the fields of the curriculum. While certain fields will lose importance, others will gain new significance, and also new topics will arise to be discussed.

The usage of CAS effects the system of feedback, testing and examining as well. Naturally, testing should also involve the assessment of competence regarding CAS-procedures, but there are more complex obligations: we should establish the didactics for the assessment of tasks solved with the help of CAS. A fundamental question, for example, is what activities should count as didactically equivalent while solving the given task with the traditional paper and pencil and CAS aided method.

The adoption of CAS naturally depends on the educational environment. Different didactic concerns relate to its application in elementary, secondary and higher education. The aim of the present study is to survey the roles of Computer Algebra Systems in the methodology of mathematics in higher technical education, with special focus on education at colleges of technology. Along with other different computer software, computer algebra systems go through a very fast development. Therefore our main consideration was to keep most of our studies and their messages independent from the particular computer system in use, and above all, independent from the applied CAS version.

As regards to the choice of thesis, the integration of CAS into our educational methodology requires the overview of research done in the field, it also needs searching for individual, tailor-made solutions applicable to the given educational

environment. Furthermore, the application of the new tools needs to be studied from a didactic point of view.

2. Aims of the research

Teaching mathematics to undergraduates in majoring in information technology has been assisted by the Maple Computer Algebra System since 1997-98 at the University of Pécs (former Janus Pannonius University), Pollack Mihály College of Engineering. Students majoring in information technology study mathematics for three semesters (Mathematics I.-II.-III.), which involves a 2-hour lecture and 2-hour laboratory session each week. In the first semesters we are limited to using the Computer Algebra System only at lectures, but from the second semester some of the students have access to it for the rest of their studies.

In addition to the availability of the computer algebra system, the educational environment also includes a local computer network and internet access. A natural need for the didactic study of how to use these new tools has arisen. Our research activity involves two complementary and supplementary parts:

1. Developing teaching material for computer algebra system aided mathematics curriculum, trials for testing them, and the continuous assessment of their effectiveness. Meanwhile, we had to develop a complete syllabus based on the system of Maple CAS worksheets for the courses, also we had to secure the conditions of network access.
2. The surveying of international research results published on the didactic problem system of the application of CAS in the methodology of mathematics teaching, followed by further theoretical research in the field. It involves the critical analysis of existing research data, along with their improvement.

During the course of our research we focused on the following questions:

- ◆ What are the main international tendencies regarding the integration of CAS into education syllabuses?
- ◆ How can CAS improve the efficiency of mathematics teaching?
- ◆ How the local network could be utilised as a knowledge base for mathematics?
- ◆ What supplementary formal and organisational elements may CAS contribute to the enrichment of mathematics education?
- ◆ What general didactic principles are to be drawn regarding the application of CAS in mathematics education?
- ◆ How modern didactic paradigms succeed in CAS assisted mathematics teaching?
- ◆ What effect does CAS have on the attitude of students as compared to traditional teaching methods?
- ◆ How does the role and methods of the instructor change in the new educational environment?