

Egyetemi doktori (PhD) értekezés tézisei

Kockázati mérések és mértékek instabilitása

Szerző: Nagy Gábor



Témavezető: Dr. Gáll József Mihály

Debreceni Egyetem
Közgazdaságtudományi Doktori Iskola
Debrecen, 2015.

Köszönetnyilvánítás

A dolgozat tudományos eredményei szempontjából rengeteg támogatást és iránymutatást kaptam témavezetőim Dr. Gáll József Mihály és Dr. Kondor Imre, valamint Dr. Pafka Szilárd kollégám részéről. Ezúton is szeretném megköszönni az egyes problémákkal (kutatási hipotézisekkel) kapcsolatos kitartó támogatásukat és segítségüket, valamint a közös munkát. Ezúton szeretnék köszönetet mondani a munkahelyi vita bírálóinak, Dr. Kosztópulosz Andreász és Dr. Szüle Borbála egyetemi docenseknek a bírálatban és a munkahelyi vitán megfogalmazott számtalan hasznos megjegyzésükért. Végül, de nem utolsósorban köszönettel tartozom feleségemnek, Papp Katalinnak a hosszú évek türelméért és a számos építő észrevételért.

Tartalomjegyzék

Köszönetnyilvánítás	1
Tartalomjegyzék.....	2
1. Motiváció.....	3
2. Kutatási kérdések.....	5
3. A dolgozat felépítése	6
4. Saját eredmények összegzése.....	11
5. Összefoglalás	17
Dolgozatban felhasznált saját publikációk jegyzéke	19
Hivatkozások.....	20

1. Motiváció

Az elmúlt évtizedek a pénzügyi modellek gyors terjedését hozták a pénzügyi szektorban, ami a bankműködés számtalan területén megnyilvánul. Modelljeink segítségével meghatározzuk számos pénzügyi termék árát, ügyfelet választunk, eldöntjük, hogy adott kockázatvállalási szint mellett melyik befektetés a legjobb az ügyfél számára, vagy éppen kiszámítjuk a bank szükséges tőkeszintjét. A statisztikai modellek építése és alkalmazása igen fontos, hiszen a modellek által kínált többlet információ gyakran versenyelőnyt jelent, vagy az információ birtoklása egyenesen a versenyben maradás feltétele lehet. Ugyanakkor szem előtt kell tartanunk azokat a szempontokat is, melyek a modellek által adott információ értékét csorbítják. Ennek megfelelően tisztában kell lennünk például a modell feltevésekkel, az inputok minőségével és azok releváns voltával (pl. egy sokkuktól mentes pénzügyi idősor biztosan nem fogja visszatükrözni a tényleges kockázatokat), a környezeti változásokkal melyek az inputokra hatnak, és nem utolsósorban a modellezett probléma természetével. Ezek azonban sokszor rejtve maradhatnak a banki modellező előtt, hiszen adott esetben az intézmény az alkalmazott modellt szoftveres támogatással együtt vásárolta, és bízva a szoftver gyártójában, az intézmény már csak inputokkal látja el a modellt és hasznosítja a kapott eredményt. Más esetben bizonyos modellek futótűzként terjednek el egy adott probléma megoldására, és azok piaci alkalmazása lényegesen hamarabb terjed el, mint a modellek iparág szintű megértése. Az ilyen esetek felgyorsíthatják a modell fogyatékoságainak feltárását annak széleskörű felhasználása révén, egyúttal azonban rendszerkockázatot is jelenthetnek az egész pénzügyi szektorra. A kockázatok széleskörű alul becslése (lásd pl. CDO, devizahitel) rendszerszintű sokkot eredményezhet, melynek egyéni és társadalmi költségei igen magasak lehetnek. Ebből adódóan fontos, hogy tisztában legyünk a modellezett probléma természetével, valamint a modell eredmények felhasználhatóságával. A modellekbe vetett túlzott hit elfedheti a probléma természetéből adódó tényleges kockázatokat, melynek következtében a kockázat viselőjét a naiv tudatlanság állapotában éri a kockázat nem várt mértékének bekövetkezése.

A dolgozat során két olyan pénzügyi problémát mutatunk be, ahol kockázatok modellezése és azok megismerése triviálisnak tűnik, ugyanakkor a modellben rejlő instabilitás következtében az eredmények erősen megkérdőjelezhetőek.

Az dolgozat első részében a működési kockázatokra alkalmazott tőkemodellek stabilitását vizsgálom. Itt fontos hangsúlyozni, hogy nem önmagukban az alkalmazott modellek jelentik az instabilitást, hanem a modellek működési kockázati környezetben történő alkalmazása. Látni fogjuk, hogy definíció szerint a szabályozó által elvárt tőke a működési kockázatok fedezésére olyan elvárást támaszt a pénzügyi intézmények felé, amely magában hordozza az instabilitást. A dolgozat második részében egy portfólióoptimalizálási problémával foglalkozunk. A kockázati mértékek fejlődése töretlen volt az elmúlt 50 évben, mindig favorizálva valamely mértéket a kockázatok számszerűsítésére. Markowitz portfólió modelljében – elsődlegesen marketing okok miatt - a szórás a kockázati mérték. Később a 90-es években a JP Morgan nyilvánosságra hozta az általa alkalmazott Value at Risk (VaR) alapú kockázatkezelési módszertant, ami pillanatok alatt beépült a bázeli szabályozásba is. A VaR kritikái életre hívták a Conditional Value at Risk (CVaR) és spektrális mértékek közé tartozó Expected Shortfall-t (ES). A 2008-ban induló válságot követően a szabályozás egyre nyitottabbá vált az ES széleskörű bevezetésére, mivel az a jelenlegi szabályozó mértéknél (VaR) jobban képes megragadni az extrém veszteségeket. Kockázati mértékre szükség van, hiszen az információt sűrít, egy komplex világot (pl. egy bonyolult bank portfóliót) képez le egyetlen értéké, melynek révén könnyen megismerhetjük annak kockázatait. Ugyanakkor itt is tisztában kell lennünk azzal, hogy egyrészt a kockázati mérték előállításánál során nagyfokú egyszerűsítés, információ veszteség történik, másrészt az egyes mértékek a mögöttes világ más és más jellemzőit ragadják meg jól, vagy hangsúlyozzák az elemző számára. Ezt kiegészítve a mögöttes probléma természetével gyakran szembesülhet az elemző, vagy döntéshozó azzal a jelenséggel, hogy miközben a mögöttes világ kockázati profilja változatlan, a kockázatomérés eredménye mégis jelentős eltérést mutat. A dolgozatban vázolt első két probléma pontosan ezzel a jellemvonással bír, míg a harmadik az instabilitás egy másik oldalára világít rá.

Fontos tisztázni, hogy az instabilitás szót egyfajta gyűjtőfogalomként használjuk, semmiképp sem egy egységes, precíz matematikai fogalomként. Ennek megfelelően a dolgozat során a stabilitásnak sincs egzakt definíciója.

Ahogy a disszertáció címe is mutatja mérés és mérték instabilitásáról van szó, hiszen esetenként még az is különbözik, hogy az instabilitás egyáltalán mihez is köthető (méréshez vagy mértékhez?). Az instabilitás fogalmának konkretizálásra az egyes problémák kapcsán kerül sor. Mint azt már felvezettük, a dolgozatban a működési kockázatok és a

portfólióoptimalizálás témakörében olyan gyakorlatból merített problémákat taglalunk, melyekkel kapcsolatban a hétköznapi felhasználó meghökken, és azt tapasztalja, hogy a probléma megoldása esetenként erősen eltér az előzetes várakozásaitól. Tehát valamilyen anomália áll a probléma hátterében. Így az instabilitás a vizsgált esettől függően más és más módon jelenik meg. Működési kockázatok esetén az instabilitás (tőkekövetelmény nagyfokú változékonyságának) elsődleges forrása a szabályozói definíció, ami a modellező szemüvegén nézve gyakran:

- nagyfokú becslési hibában,
- extrémekre való érzékenységben,
- nem megfelelő eloszlás használatában,
- különböző becslési módszerek jelentősen eltérő eredményében jelenik meg.

Portfólióoptimalizálás esetén az instabilitás egyrészt a portfóliósúlyok nagyfokú változékonyságában, másrészt a portfólió optimalizálhatóságában tükröződik vissza. Azt láthatjuk, hogy a szakaszonként lineáris kockázati mértékek becslési hibája nagyobb, mint a szórásé, és egyben a portfóliósúlyok nagyobb változékonyságával (instabilitásával) jár. Bizonyos esetekben az instabilitás azt a meglepő tényt jelenti, hogy az optimalizálás el sem végezhető. Vagy gondolhatunk arra a nem hétköznapi jelenségre, hogy az Expected Shortfall esetében a hiba mértéke nem monoton a konfidenciaszint függvényében. Azaz bizonyos esetekben, ahogy nő az optimalizáláshoz felhasznált mintaelemszám, úgy romlik a becslés.

2. *Kutatási kérdések*

A dolgozat főbb kérdésfelvetései a következők.

1. A működési kockázatok tőkekövetelményéhez kapcsolódó extrapolációs probléma ugyanúgy érinti-e a kis és nagy mintával rendelkező intézményeket?
2. A portfólióválasztási feladatok megoldását mennyiben befolyásolja a választott kockázati mérték? Avagy az egyes mértékek mennyire érzékenyek az optimalizálás során elkövetett becslési hibára?

3. Létezik-e minden esetben az optimális portfólió? Azaz a különböző portfólióoptimalizálási feladatoknak létezik-e minden esetben megoldása?

3. *A dolgozat felépítése*

Annak érdekében, hogy a fenti kérdésekre választ adjunk a dolgozatot az alábbiak szerint strukturáljuk. A dolgozatot első részében (3-8 fejezetek) a működési kockázathoz kapcsolódó kérdést vizsgáljuk. Ehhez hosszabb és részletesebb bevezető tartozik, mivel az kevésbé ismert, míg a portfólió optimalizálásról szóló második rész nagyjából ismertnek feltételezi az alkalmazott keretrendszert. Ennek oka, hogy a modern portfólió elmélet gyökerei Markowitz [1952] munkásságáig nyúlnak vissza, és azt a legtöbb pénzügyi tankönyv taglalja.

A bevezetést követő fejezetek lebontása a következő.

A 3. fejezetben röviden felvázoljuk a működési kockázatokhoz kapcsolódó szabályozói keretrendszert, és a szabályozó által kínált lehetőségeket, melyekkel egy adott hitelintézet működési kockázati tőkekövetelményét számíthatja. A dolgozat fókuszpontjában az ún. AMA (Advanced Measurement Approach) áll, melynek keretében az intézmények saját modellt fejleszthetnek, illetve azt tőkekövetelmény számításra alkalmazhatják.

A 4. fejezetben az AMA keretrendszer kötelező elemeit mutatjuk be, és nagy vonalakban rávilágítunk az azokhoz kapcsolódó dilemmákra. Ezek olyan elemei a belső modelleknek, melyek jelentősen befolyásolják az eredményül kapott tőkekövetelményt, ugyanakkor a szabályozó alapvetően nem ad iránymutatást ezek használatára vonatkozóan, csupán azok kötelező meglétét írja elő.

Ezt követően ismertetjük a működési kockázatok közös jellemzőit, természetét, stilizált tényeit. Ezek közül előzetesen kettőt emelünk ki. Egyrészt a működési kockázati tőkekövetelményt alapvetően a legnagyobb egyedi (évközi) veszteség, vagy veszteségek határozzák meg. Ez már önmagában előrevetít egyfajta instabilitást a tőkekövetelmény számítása során. Másrészt a rendelkezésre álló minta sosem elégséges a megbízható becsléshez (lásd Single Loss Approximation, valamint Mignola [2006]). Ez egy újabb forrása a tőkekövetelmény becsléshez kapcsolódó instabilitásnak. Kutatási kérdésselvetésünk is ehhez kapcsolódik. Ha a minta mérete sosem elégséges, akkor kik vannak szerencsésebb helyzetben, a kisebb, vagy a nagyobb belső mintával rendelkező intézmények, vagy alapvetően nincs

különbség? Az olvasó számára első körben abszurdnak tűnet a kérdésfelvetés is, hogyan merülhet fel egyáltalán, hogy egy nagyobb mintából rosszabb becslés szülessen, mint egy kisebbből. A probléma bemutatását a rákövetkező fejezetekben a pénzügyi szabályozás elvárásaiból származtatjuk.

Az fejezet végén a Basel II-es szabályozás igen fontos aspektusára mutatunk rá, miszerint a tényleges kockázatokat az extrém veszteségek jelentik, és a kockázatkezelésnek elsődlegesen erre kell figyelmet fordítania. Ennek megfelelően a hagyományos és modern kockázatmenedzsment filozófiáját is szemléltetjük.

A 5. fejezet definiálja a működési kockázati tőkekövetelményt, és ahhoz kapcsolódóan röviden bemutatja a tőkeszámítási módszerek módszertanát (Gáll [2007]). A Loss Distribution Approach (LDA) egy lehetséges eljárást jelent a tőkekövetelmény meghatározására. Lényege, hogy az aggregált éves veszteséget az egyedi (éven belüli) veszteségek gyakoriság - és veszteség eloszlás segítségével állítja elő. Az LDA eljárás számos módszerrel kivitelezhető, így a további fejezetekben szót ejtünk a Monte Carlo szimulációról (mc), gyors fourier transzformációról (fft) és Panjer rekurzióról is.

Az LDA-n túli, tőkekövetelmény számításra alkalmas egyéb módszerek kapcsán a számunkra igen fontos Single Loss Approximation (SLA) módszertanát és a közelítésem módszereket említjük.

Az 6. fejezetben elsőként egy AMA szerinti működési kockázatkezelési modell főbb építő elemeit vesszük sorra. Szót ejtünk az optimális mintanagyságról, valamint az LDA-t meghatározó főbb gyakoriság és egyedi veszteségeloszlásokról. Egyszerű példákon keresztül rámutatunk arra, hogy a tőkekövetelmény meghatározása során a gyakoriság eloszlás alakja nagyjából mellékes, annak csupán várható értéke számít, ugyanakkor az egyedi veszteségeloszlás széle domináns szerepet játszik. Illusztratív példát hozunk a működési kockázatkezelési tőkekövetelmény jelentős instabilitására is. Megmutatjuk, hogy a döntéshozó előtt álló információs halmazból (historikus idősorból) alapvetően nem lehet következtetni a működési kockázatkezelési tőkekövetelmény „igazi” értékére.

Ezt követően egy speciális problémát taglalunk. A belső modellt építő intézmények tipikusan egy adott küszöb fölött gyűjtik a működési kockázati veszteségeket, így a küszöb alatti veszteségek eldobása egyben információ veszteséget is jelent. Egyrészt vizsgáljuk, hogy az eldobott veszteségek materiálisak-e a tőkekövetelmény mértékének szempontjából, másrészt

megmutatjuk, hogy a feltételes eloszlás használata a tőkekövetelmény számítás során mennyire instabil helyzetet teremt.

Itt hívjuk fel a mintában lévő azonos értékekre a figyelmet. Ennek megemlítése azért szükséges, mert amint azt a HUNOR adatbázis vizsgálata során látni fogjuk ez a jelenség az egyedi káreloszlás becslésére szintén torzító hatással van.

A 7. fejezetben térünk vissza az LDA módszer lehetséges megvalósításaira. Vizsgáljuk, hogy a különböző módszerek (Monte Carlo, FFT, Panjer rekurzió) alkalmazása bír-e bármilyen hatással a tőkekövetelmény számításra (Nagy [2009]).

Ezt követően bemutatjuk a Single Loss Approximation és annak továbbfejlesztett módszertanát tőkeszámítás szempontjából (Böcker [2006]), valamint részletezzük az első kutatási problémát. Az SLA módszertanát felhasználva kifejtjük, hogy a kis, illetve nagy mintából történő becslés jóságának dilemmáját az jelenti, hogy két ellentétes hatás áll szemben egymással, melyek meghatározzák a tőke becslési hibáját. A nagyobb mintával (az éven belüli veszteségek számából adódóan) rendelkező intézmények látszólag kedvezőbb helyzetben vannak a becslés szempontjából, ugyanakkor nekik egy magasabb valószínűséghez tartozó kvantilis kell becsülniük, ami egyidejűleg növekvő bizonytalanságot hordoz. A két egymással ellentétes hatás (növekvő minta és magasabb konfidenciaszint) következtében nem nyilvánvaló, hogy a sok adattal rendelkező hitelintézetek valóban kisebb, vagy lényegesen kisebb hibával becslik-e tőkéjüket. A kutatási kérdés megválaszolásához bizonyos feltételek mellett meghatározzuk a tőkekövetelmény eloszlását, ami a dolgozat egyik önálló analitikus eredményét adja. Látni fogjuk, hogy bizonyos esetekben a tőkekövetelmény (esetünkben VaR) szórása az éves gyakoriság függvényében nem monoton viselkedést mutat (kezdetben csökken majd nő). Megállapítjuk, hogy nem csak az számít, hogy mennyi adattal rendelkezik egy intézmény, hanem az is, hogy mennyire vastag szélű (heavy tail) a veszteséggeneráló folyamat. A kettő összjátéka határozza meg, hogy mennyire pontosan tudja az intézmény megbecsülni a működési kockázati tőkekövetelményét.

Mint azt már korábban említettük két hatás feszül egymásnak. Egyrészt a növekvő gyakoriság kedvez a becslésnek, hiszen nagyobb mintából a veszteség eloszlást kisebb hibával tudjuk becsülni, másrészt viszont a nagyobb gyakoriság egyre távolabbi kvantilis extrapolálását teszi szükségessé. Úgy tűnik, hogy egy kevésbé kockázatos (kevésbé vastag szélű) folyamat esetén a mintanagyság növekedés ellensúlyozni tudja az extrapolációból (egyre magasabb kvantilis

becsléséből) adódó bizonytalanságot, addig vastag szélű folyamatok esetében ez már nem teljesül. Ebből adódóan paradox módon a mintanagyság növekedése a tőkekövetelmény becslésének nagyobb bizonytalanságával párosul vastag szélű folyamatok esetében! A további vizsgálatok azonban rávilágítanak, hogy amennyiben a tőkekövetelmény hibáját relatív szórásban mérjük, úgy az monoton csökkenő függvénye lesz a mintaelemszámnak, tehát a nagyobb minta stabilabb becsléshez vezet.

A 8. fejezetben a külső adatokkal foglalkozunk. Egy AMA modellt építő intézmény számára nem csak a belső historikus adatok relevánsak, hanem a külső, iparági adatok is. A fejezetben bemutatunk néhány leíró statisztikát a HUNOR (HUNGarian Operational Risk database) adatbázisról, illetve néhány becslést is elvégzünk GPD (általánosított Pareto) eloszlást feltételezve az egyedi veszteség adatokról. A GPD eloszlás relevanciáját az adja, hogy egy adott küszöbön túl (épp ahol a belső intézményi adatok már ritkák, vagy nincsenek) az eloszlások szélei a GDP eloszláshoz tartanak. Megmutatjuk, hogy a különböző becslési módszerek, még ugyanazon eloszlás feltételezése mellett is lényegesen eltérő tőkekövetelményeket adhatnak, azaz a kockázatkezelésnek igen óvatosnak kell lennie az eredmények tekintetében. Mind a HUNOR, mind mesterségesen generált adatok fölött vizsgáljuk a népszerű MLE, és stabil becslést adó PWM becslések közötti különbségeket, és számos megállapítást teszünk az általánosított Pareto eloszlásból becsült paraméterekre és az azokkal számított tőkekövetelményekre.

Összegzésképpen vázoljuk a konklúziókat (9. fejezet) a működési kockázatkezelési modellek építésével, és az azokból adódó tőkekövetelménnyel kapcsolatban. Látni fogjuk, hogy AMA modell építésekor az intézménynek igen körültekintően kell eljárnia, hiszen egy olyan szabályozói környezetben kell a tőkét meghatároznia, ahol a tőkeérték messze a megfigyelhető és visszamérhető tartományon túl helyezkedik el.

A 10. fejezet már a portfóliók optimalizálása során elkövetett becslési hibákkal foglalkozik. Itt túllépünk a korábban alkalmazott kockázati mértéken (Value at Risk, VaR), sőt éppen ezzel nem foglalkozunk annak nem konvex jellege miatt. Mivel a portfólióoptimalizálás kérdésköre széles körben ismert és tárgyalt, így itt az általános bevezetést mellőzve, rövid és mélyen specifikus bevezetés után vezetjük fel a második kutatási kérdésfelvetés vizsgálatát, azaz hogy a portfólióválasztási feladatok megoldását mennyiben befolyásolja a választott kockázati mérték?

A 11. fejezet a klasszikus kockázati mérték, a variancia zajérzékenységét vizsgálja. Szimulációs megközelítés alapján vizsgáljuk a variancia zajra való érzékenységét (Pafka [2002]) alapján. Pafka [2002] szimulációs környezetben bevezette a becsült kovariancia mátrixú és a becslési hibától mentes portfóliók szórásának hányadosát, és használta azt a zaj mértékének megállapítására. Megmutatta hogy a zaj N/T (portfólióelemszám és a minta hossz hányadosának) függvénye. Reprodukáljuk az általa felépített variancia-kovariancia mátrix modellt, ami összefogja a valódi piacon megfigyelt empirikus kovariancia mátrixok lényeges tulajdonságait.

A 12. fejezetben térünk ki az alternatív kockázati mértékekre. A második kutatási kérdésselvetés mentén vizsgáljuk az abszolút eltérést, Expected Shortfallt (Acerbi [2004]) és ennek pesszimista verzióját, a Maximális Veszteséget (Maximal Loss, ML). Ezen kockázati mértékeknek az elterjedt szabályozói mértékekkel (itt nem a VaR-ra, hanem a mesterségesen szabályozói súlyokon alapuló mértékekre gondolunk) közös az a tulajdonsága, hogy részben lineárisak, vagy, máshogy megfogalmazva iso-kockázati felszínük poliéder a portfóliósúlyok függvényében. Azt állítjuk, hogy ez a tulajdonság a magyarázata annak, hogy ezen kockázati mértékek nagyobb mértékben érzékenyek a zajra a szóráshoz képest. Egy másik döntő faktor, hogy a VaR, ES és ML egy adott küszöb alatt az összes adatot elveti, azaz csak az adatok egy részének jut szerep a becslés során. A fejezet végén áttérünk a harmadik kutatási kérdésselvetés kapcsán arra, hogy az Expected Shortfall fölötti optimum egy valószínűségi kérdés, amely a mintától függ. Mindez azt is jelenti, hogy a portfólióoptimalizálási feladatnak nem minden esetben létezik megoldása. A Maximális Veszteség esetében meghatározzuk az optimalizálhatóság valószínűségét N/T függvényében.

Konklúzióval zárjuk a portfólióoptimalizáláshoz kapcsolódó fejezeteket. Látni fogjuk, hogy a vizsgált kockázati mértékek különbözőképpen érzékenyek a zajra. Azt tapasztaljuk, hogy az Expected Shortfall és annak speciális esete a Maximális Veszteség esetében a legnagyobb a becslési hiba. Az Expected Shortfall és ahhoz kapcsolódóan a Maximális Veszteség esetében az optimum létezését semmi sem garantálja. A megoldás létezése kikényszeríthető további korlátozó feltételek bevezetésével, de ez már az eredetitől eltérő lineáris programozási feladatot jelent.

Legvégül összegezzük a kutatási kérdésekre adott válaszokat, és a dolgozat saját eredményeit.

4. Saját eredmények összegzése

Az alábbiakban összefoglaló jelleggel bemutatjuk a dolgozat főbb kutatási kérdéseire adott válaszokat. Itt elsődlegesen csak azon eredményekre térünk ki, melyek a szerző önálló eredményének tekinthetők.

Fontosnak tartjuk azonban megemlíteni, hogy a dolgozat eredményei nem csupán a problémafelvetésekre adott válaszokban tükröződnek, hiszen számos egyéb esetben is (az elemzés melléktermékeként) adódtak új, vagy újszerű, illetve a nemzetközi szakirodalommal összhangban lévő eredmények. A kérdésfelvetéseket és az azokhoz legszorosabban kapcsolódó eredményeket félkövérrel kiemelve közöljük.

A dolgozat **három fő kutatási kérdésfelvetés** köré épül:

I. A működési kockázatok tőkekövetelményéhez kapcsolódó extrapolációs probléma ugyanúgy érinti-e a kis és nagy mintával rendelkező intézményeket?

Ezt a problémát három megközelítésben vizsgáltuk.

- i. Építettünk egy modellt a fenti probléma minél egyszerűbb kezelésére. Ebben a modellben vizsgáltuk a kis és nagy minták tulajdonságait.
- ii. Elemeztük az empirikus adatokat a HUNOR működési kockázati adatbázis vizsgálatán keresztül. Az adatbázis anonim, így eredeti célunk az volt, hogy a külső adatok hatását vizsgáljuk a kis és nagy intézményekre.
- iii. Mivel a HUNOR adatbázis számos empirikus problémát támasztott, így mesterséges, szimulációs környezetben vizsgáltuk a külső adatok jelentőségét a kis és nagy mintával rendelkező intézmények tőkeszámítására.

A modellépítés (i) konklúziói az alábbiak szerint összegezhetők.

1. Tézis. *Lognormális egyedi veszteségeloszlás mellett a tőkekövetelmény szintén lognormális eloszlású (feltételezve, hogy ismerjük a gyakoriság eloszlás várható értékét, valamint az MLE becslés klasszikus tulajdonságai teljesülnek - részletesen lásd a dolgozat 79. oldalán).*

Ez megerősíti azt az empirikus tényt, miszerint a tőkekövetelmény számításban elkövetett hiba nem szimmetrikus, hanem jobbra ferde. A levezetés jelentősége az empiria megerősítésén túl abban rejlik, hogy a szimulációs módszernél lényegesen gyorsabb utat kínál az eloszlás megismerésére (az adott modellfeltételek mellett).

2. Tézis. *Csupán belső adatokat figyelembe véve, az extrapolációból adódó hátrányokat kompenzálja a növekvő mintaelemszám (adott modellfeltételek mellett).*

A bemutatott modell környezetben rávilágítottunk, hogy a becslés hibája (VaR szórása) kevésbé heavy tail (σ kicsi) egyedi káreloszlás esetén monoton csökkenő a gyakoriság függvényében, míg növekvő σ mellett a kezdeti csökkenés megtorpan és λ (gyakoriság várható értéke) magasabb értékei mellett újra emelkedni kezd. Mindez érdekes helyzetet teremt a tőke becslése kapcsán. Nem csak az számít, hogy mennyi adattal rendelkezik egy intézmény, hanem az is, hogy mennyire vastag szélű a veszteséggeneráló folyamat. A kettő összjátéka határozza meg, hogy mennyire pontosan tudja az intézmény megbecsülni a működési kockázati tőkekövetelményét.

Mint azt már korábban említettük két hatás feszül egymásnak. Egyrészt a növekvő gyakoriság kedvez a becslésnek, hiszen nagyobb mintából a veszteség eloszlást kisebb hibával tudjuk becsülni, másrészt viszont a nagyobb gyakoriság egyre távolabbi kvantilis extrapolálását teszi szükségessé. Úgy tűnik, hogy egy kevésbé kockázatos folyamat (kis σ) esetén a mintanagyság növekedés ellensúlyozni tudja az extrapolációból adódó bizonytalanságot, addig vastag szélű folyamatok esetében ez már nem teljesül. Ebből adódóan paradox módon a mintanagyság növekedése a tőke becslésének nagyobb bizonytalanságával párosul vastag szélű folyamatok esetében!

Természetesen a kép ennél árnyaltabb, hiszen a növekvő szórás még mindig lehet elhanyagolható a tőkéhez képest, így érdemes a relatív szórásra is egy pillantást vetni. A relatív szórás vizsgálata kapcsán annak monoton csökkenő jellegét tapasztaltuk. Ez azt jelenti, hogy a több veszteség eseménnyel rendelkező bankok relatíve mégiscsak jobb helyzetben vannak - eloszlástól függetlenül, hiszen a tőke nagyságrendjéhez viszonyított hiba monoton csökken. Tehát az extrapolációból adódó hátrányokat kompenzálja a növekvő mintaelemszám (az adott modellfeltételek mellett)!

Lognormális egyedi veszteségeloszlású modellünkben (bizonyos feltételezések mellett) megmutattuk, hogy a VaR eloszlása is lognormális, és várható értéke és szórása egyaránt

függ a mintaelemszámtól (n). A kevés veszteséggel rendelkező intézmények várhatóan sokkal drasztikusabban becslik túl a működési kockázati tőkéjüket, mint a sok veszteséggel rendelkezők. Ez is azt a logikát erősíti meg, hogy az extrapolációs probléma hatása nem egyforma az egyes intézmények esetében. Minél kevesebb adattal rendelkezik egy intézmény, várhatóan annál inkább túlbecsli a működési kockázati tőkéjét.

Elemzésnek vetettük alá a HUNOR működési kockázatkezelési adatbázist (ii). Az elemzés rávilágít, hogy az egyes eseménykategóriák veszteségei vastag szélű eloszlást követnek. Ezen túlmenően a lognormális eloszlás a széleken rosszul illeszkedik, és tipikusan alulbecsli a kockázatokat. Rávilágítottunk, hogy az egyes paraméter becslési módszerek ugyanazon eloszlás feltételezése mellett is akár egy nagyságrenddel eltérő tőkekövetelményeket adhatnak!

Az empirikus adatok vizsgálata (általánosított Pareto eloszlás illesztése) megmutatta, hogy az MLE becslőfüggvény igen érzékeny az azonos mintaelemekre, azok kezelése mindenképp szükséges.

Szimulációs környezetben vizsgáltuk a külső adatok jelentőségét a kis és nagy intézmények tőkeszámítására (iii), köztük hogy az általánosított Pareto eloszlás (külső adatok eloszlása) paraméterei, az intézmény veszteségeinek átlagos száma, külső adatbázis mérete, becslési módszerek (MLE, PWM) hogyan hatnak az intézmény tőkekövetelményére. Ezzel kapcsolatban számos, a nemzetközi irodalommal (empirikus megfigyelésekkel, egyéb modellekkel) összhangban lévő megállapításokat tettük, valamint kutatási kérdéseinkre egy újabb aspektusból (belső adatok kiegészítése külső adatokkal) adunk választ.

3. Tézis. *A külső adatok figyelembe vétele (feltéve, hogy mindegyik intézménynek ugyanaz a külső minta áll rendelkezésére) nagyobb előnnyel jár (relatív nagyobb mértékben tudják csökkenteni a tőkekövetelmény becslési hibáját) a kisebb intézmények számára, mint a nagyobbak számára.*

A nagyobb gyakorisággal rendelkező intézmény nem feltétlenül van jobb helyzetben a kisebbekhez képest. Az éves gyakoriság növelésével a VaR relatív szórása (szórás / VaR hányados) nőtt mind az MLE, mind a PWM esetében, ξ (tail index) minden értékére! Ugyanakkor a relatív szórás mértéke az MLE becslés esetében a kisebb, nagy ξ esetén, csaknem egy nagyságrenddel. A várható értékkel normált tartományok, melybe a VaR 98%-os valószínűséggel esik, mind az MLE mind a PWM becslés esetén nőttek nagyobb gyakoriság

mellett! Felhívjuk a figyelmet, hogy az extrapolációs problémának most egyértelműen a negatív hatásával szembesül egy sok belső adattal rendelkező intézmény egy kevés adattal rendelkezőhöz képest. A nagyobb belső mintaelemszám miatt távolabbra kell extrapolálnia az eloszlás szélére a VaR megállapításához, mint egy kevesebb belső adattal rendelkező intézménynek, miközben mindkettőjüknek ugyanakkora minta (külső adatbázis) áll rendelkezésre az eloszlás szélén! Ez pedig rontja a becslés jóságát.

Szimulációs vizsgálatunk számos olyan eredménnyel járt, melyek ugyan nem járulnak hozzá közvetlenül az első számú kérdésfelvetés megválaszolásához, ugyanakkor számos, a nemzetközi szakirodalommal (empirikus megfigyelésekkel, egyéb modellekkel) összhangban lévő megállapítást tartalmaznak. Ezeket az alábbiakban összegezzük.

- Tapasztaltuk az MLE becslés (aszimptotikus) torzítatlanságát, míg a PWM becselőfüggvény várhatóan alulbecsli az igazi tail index paramétert. A torzítás mértéke annál nagyobb (PWM esetén), minél közelebb van az igazi paraméter (tail index) 1-hez.
- A tail index MLE becslése szimmetrikus, míg a PWM jobbra ferde.
- A PWM tail index becslése felülről korlátos, míg az MLE nem.
- Minél közelebb van ξ értéke az 1 –hez annál inkább különbözik az MLE és a PWM becslés.
- A tail index MLE becslése esetén nagyjából 5% annak a valószínűsége, hogy a becslés során egy nem véges várható értékű eloszláshoz jutunk ($\xi=0,9$ esetén).
- A scale paramétert a PWM becselőfüggvény felülbecsli, míg az MLE (aszimptotikusan) torzítatlan becslést ad.
- A scale paraméterre vonatkozó 90%-os konfidencia sáv a PWM esetében szélesebb.
- Mérsékelt a különbség az egyes becselőfüggvényekhez tartozó scale paraméter eloszlások között, ezt erősíti meg a paraméter becslési hibájának a tőkére gyakorolt hatása is.

- A nagyobb β (scale paraméter) nagyobb szórással is jár, de a relatív szórások már megegyeznek.
- A PWM becslőfüggvény a tőkét várhatóan alulbecsli, míg az MLE becslés aszimptotikusan torzítatlan.
- A 90%-os biztonsággal becsült tőke alsó és felső értéke között megközelítőleg 1 nagyságrendnyi eltérés van, még mérsékelt tail index mellett is!
- A 98%-os biztonsággal becsült tőke minimuma és maximuma között 30-szoros eltérés is előfordult! A maximum és minimum hányadosa minden esetben kisebb az MLE becslés esetén, mint a PWM módszer használatával. Szembetűnő azonban az a jelenség, hogy $\xi=0,9$ esetén a PWM becsléshez tartozó VaR eloszlásának felső (0,99) kvantilise kisebb, mint az MLE becsléshez tartozó VaR ugyanazon kvantilise. Ennek oka a ξ eloszlásának vizsgálatakor megfigyelt jelenség lehet, hogy a PWM becslés során ξ maximális értéke 1 volt, tehát a PWM becslés sosem eredményezett olyan ξ értéket, ami mellett a GPD eloszlás várható értéke ne létezne.
- Minél közelebb van ξ értéke 1-hez, annál inkább különböznek az egyes becslőfüggvények által adott VaR eloszlások.
- A tőkekövetelmény relatív szórása nő, ahogy ξ -vel 1-hez közelítünk. PWM esetében érdemes megfigyelni, hogy a szórás a várható érték többszörösére nő $\xi=0,9$ esetén!

Röviden, az alábbiak szerint foglalhatjuk össze az első (I) kutatási kérdésre adott válaszunkat. Egy általunk épített modellezési környezetben megmutattuk, hogy az intézmény belső mintáját tekintve előnyt élveznek a nagyobb mintával rendelkező intézmények, hiszen a VaR relatív hibája csökken a minta elemszámának növelésével. Ezzel szemben a külső adatbázis mérete fix (ugyanannyi külső adat áll minden szereplő rendelkezésére), és mivel a kevesebb adattal rendelkező intézmények esetében kisebb az extrapolációs hatás, így annak negatív következményeit jobban tompítja egy ugyanolyan méretű külső minta, mint egy sok adattal rendelkező intézményét, ahol még a külső adatok jelentős száma is kevés lehet a stabil becsléshez.

Összességében még az általunk felállított, és kellően leegyszerűsített modellezési környezetben sem tudunk egy nyilvánvaló és egyértelmű választ adni a kutatási kérdésre. Mindez azt jelenti, hogy a gyakorlatban az egyes intézményeknek a körülményeket (külső-belső mintanagyság, veszteséggeneráló folyamat tulajdonságai, stb.) jól körbejárva, megértve és számos egyedi döntést meghozva kell működési kockázati tőkemodelljüket felépíteniük. A problémára adott aktuáriusi módszerek (LDA) ugyan gyors és kényelmes utat ígértek, ugyanakkor egyre nyilvánvalóbbnak tűnik, hogy nincs egyértelmű válasz a fenti problémára.

II. A portfólióválasztási feladatok megoldását mennyiben befolyásolja a választott kockázati mérték? Avagy az egyes mértékek mennyire érzékenyek az optimalizálás során elkövetett becslési hibára?

4. Tézis. *Az egyes kockázati mértékek becslései különbözőképpen érzékenyek a zajra. A vizsgált mértékek közül az Expected Shortfall és annak speciális esete, a Maximális Veszteség esetében a legnagyobb a becslési hiba, meghaladva az Absolute Deviation és a variancia esetén tapasztaltakat.*

Mivel a szórásra és abszolút eltérésre vonatkozó eredmények a szakirodalomban már rendelkezésre álltak, így elsődlegesen az Expected Shortfallt és annak speciális esetét a maximális veszteséget vizsgáltuk. Láttuk, hogy a vizsgált kockázati mértékek különbözőképpen érzékenyek a zajra. Azt tapasztaltuk, hogy az Expected Shortfall és annak speciális esete a maximális veszteség esetében a legnagyobb a becslési hiba, meghaladva az AD és a variancia esetén tapasztaltakat. A portfóliósúlyok nagy fluktuációját láthatjuk már variancia mellett optimalizált portfólióknál is, de a többi vizsgált kockázati mérték (AD, ES, ML) esetén ezen fluktuációk még jelentősebbnek bizonyultak.

A súlyok instabilitása is jól látható, ha egymást nem átfedő mintákat használunk. Az egymást átfedő minták autokorreláltak, így itt az optimum lassan változik, ugyanakkor valójában egy szuboptimális helyzetben reked meg a portfólió.

Az elemzés egyik fő mondanivalója, hogy a variancián kívüli kockázati mértékek esetén több információ szükséges: ugyanazon portfólióméretre, és a hozamok ugyanazon (normál) eloszlása esetén több adat szükséges, pl. hosszabb idősorok, hogy a varianciával versenyképesek legyenek. A nagyobb információigény egyik oka a mértékek (AD, ES, ML)

szakaszonként lineáris volta. A linearitás nagy számítási előnyöket nyújt, de láttuk, hogy ugyanakkor instabilitáshoz is vezet: a minta változása az eredmények „ugrálásához” vezet, ami a portfóliósúlyok megnövekedett fluktuációjában manifesztálódik. Ezen túlmenően az ES és ML mértékek a rendelkezésre álló idősor csupán egy részét, az extrémeket használják fel. Ebből adódik, hogy a kisebb mintából nagyobb becslési hiba mellett lehet az optimalizálást elvégezni.

Meglepő eredményként értékelhető az ES esetében, hogy q_0 , ami az optimalizálás során elkövetett hibát méri nem monoton módon viselkedik β (valószínűségben definált küszöb) függvényében.

III. Létezik-e minden esetben optimális portfólió? Azaz a különböző portfólióoptimalizálási feladatoknak létezik-e minden esetben megoldása?

5. Tézis. *Az Expected Shortfall és a Maximális Veszteség csupán adott valószínűséggel optimalizálhatók.*

Az Expected Shortfall és annak extrém esetének, a Maximális Veszteségnek a tekintetében különösen erős a mintáról mintára történő fluktuáció mellett azzal a meglepő megvalósíthatósági problémával találkoztunk, hogy bár az ES egy konvex kockázati mérték, bizonyos minta fölött az optimalizációnak nincs megoldása. Ezt a megvalósíthatósági problémát ki lehet küszöbölni további feltételek alkalmazásával, például short selling kizárásával, de ez már az eredetitől eltérő lineáris programozási feladatot jelent.

A megoldás valószínűsége a probléma paraméterein múlik; Maximális Veszteség esetén ez analitikusan megmutatható, míg az Expected Shortfall esetén kimértük azt határvonalat, ahol, N (portfólió méret), T (idősor hossza) tart a végtelenhez esetén, a megoldás 1 valószínűséggel létezik.

5. Összefoglalás

A dolgozat során azt a kérdést feszegettük, hogy napjaink kockázati mértékei a portfólióoptimalizálás során mennyire állják meg a helyüket, illetve a működési kockázati tőkekövetelmény meghatározása milyen nehézségekbe ütközik? Közös pont a két kérdésben,

hogy mindkét esetben nagyfokú instabilitást rejtenek a modellek, annak alkalmazója közel sem lehet biztos a modell által adott eredmények jóságában. Az instabilitás forrása különböző a két esetben. Portfólióoptimalizálás esetén tudnunk kell, hogy a szakaszonként lineáris kockázati mértékek gyors optimalizálást tesznek lehetővé, ugyanakkor az isorisk felületek poligonok, ahol a megoldás az extrémális pontokban létezik. Ennek következtében az input adatokban bekövetkező, akár kismértékű változás a megoldás egyik extrémális pontból a másik extrémális pontba történő ugrásával járhat. Ez egyfajta zaj növekedést jelent a szakaszonként lineáris kockázati mértékek esetében. Az Expected Shortfall és a Maximális Veszteség esetében figyelembe kell vennünk továbbá azt is, hogy az optimalizálás során csak az input adatok egy részét vesszük figyelembe, hiszen célunk épp egy extrém veszteséget minimalizáló portfólió összeállítása. Az információk nagy részének az eldobása további zaj növekedéshez vezet. Ehhez járul hozzá az a jelenség, hogy ezen két kockázati mérték optimalizálása csak adott valószínűséggel végezhető el, a portfólió méretének, az idősor hosszának és az alkalmazott mérték, vagy a mérték paramétereinek a függvényében.

Működési kockázatok tekintetében az instabilitás forrása maga az eredeti Basel II-es szabályozói definíció, hiszen az extrapolációs problémával minden intézmény szembesül, működési adatbázisának méretétől függetlenül. A dolgozat során világossá vált, hogy nincs egyértelmű válasz arra a kérdésre, hogy a kis, vagy nagy mintamérettel rendelkező intézmények tudnak-e jobb becslést adni a tőkekövetelményükre, mivel ez számos tényező függvénye.

Összességében arra szeretném felhívni az olvasó figyelmét, hogy a pénzügyi modellek naiv, a probléma természetének megértése nélküli alkalmazása azt eredményezheti, hogy tévhitben élünk a dolgok valós kockázatának tekintetében, hiszen a valós kockázat akár többszöröse is lehet a modellek által kimutatottnak.

Dolgozatban felhasznált saját publikációk jegyzéke

Gáll, J., Nagy, G., 2007: A működési kockázat veszteségeloszlás-alapú modellezése (Loss Distribution Approach, LDA) Hitelintézeti Szemle, 2007/4. szám

Hajnal, B., Kállai, Z., Nagy, G., 2007: Működési kockázati önértékelések veszteségeloszlás-alapú modellezése. Hitelintézeti Szemle. 2007/5. szám

Kondor, I., Pafka, Sz., Karádi, R., Nagy, G., 2006. Portfolio selection in a noisy environment using absolute deviation as a risk measure. In: Takayasu, H. (Ed.), Practical Fruits of Econophysics. Springer.

Kondor, I., Pafka, Sz., Nagy, G., 2007: Noise sensitivity of portfolio selection under various risk measures, Journal of Banking and Finance, 31, 1545-1573 (2007).

Nagy, G., Povilaitis, K., 2009: A működési kockázatok veszteségeloszlás alapú modellezésének lehetőségei. Hitelintézeti Szemle. 2009/2. Szám

Hivatkozások

- Acerbi, C., 2004: Coherent Representations of Subjective Risk Aversion. *Journal of Banking and Finance*. Elsevier., in Giorgio Szegő 2004: *Risk Measures for the 21st Century*. Wiley, New York.
- Böcker , K., Sprittulla, J. [2006]: Operational VAR: meaningful means. *Risk Magazine*. 12.
- Gáll, J., Nagy, G. [2007]: A működési kockázat veszteségeloszlás-alapú modellezése (Loss Distribution Approach, LDA). *Hitelintézeti Szemle*. 2007/4. 152-169.
- J.P. Morgan Guaranty Trust Company (1996), *RiskMetrics-Technical Document*, 4ed.
- Markowitz, H. [1952]: Portfolio selection. *The Journal of Finance*. Vol. VII. No. 1. 77-91.
- Mignola, G., Ugoccioni, R. [2006]: Sources of uncertainty in modelling operational risk losses. *Journal of Operational Risk*. Volume 1(2). 33–50.
- Nagy, G., Povilaitis, K. [2009]: A működési kockázatok veszteségeloszlás alapú modellezésének lehetőségei. *Hitelintézeti Szemle*. 2009/2. 152-169.
- Pafka, Sz., Kondor, I. [2002]: Noisy covariance matrices and portfolio optimisation. *European Physical Journal*. B 27. 277-280.



Nyilvántartási szám: DEENK/104/2015.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Nagy Gábor
Neptun kód: WEBIGV
Doktori Iskola: Közgazdaságtudományi Doktori Iskola

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Folyóiratcikkek, tanulmányok (5)

1. **Nagy G.**, Povilaitis K.: A működési kockázatok veszteségeloszlás alapú modellezésének lehetőségei.
Hitelintézési szle. 8 (2), 152-169, 2009. ISSN: 1588-6883.
2. Kondor, I., Pafka, S., **Nagy, G.**: Noise sensitivity of portfolio selection under various risk measures.
J. Bank Financ. 31, 1545-1573, 2007. ISSN: 0378-4266.
IF:0.753
3. Hajnal B., Kállai Z., **Nagy G.**: Működési kockázati önértékelések veszteségeloszlás-alapú modellezése.
Hitelintézési szle. 6 (5), 506-519, 2007. ISSN: 1588-6883.
4. Gáll J., **Nagy G.**: A működési kockázat veszteségeloszlás-alapú modellezése (Loss Distribution Approach - LDA).
Hitelintézési szle. 6 (4), 386-412, 2007. ISSN: 1588-6883





5. Kondor, I., Pafka, S., Karádi, R., **Nagy, G.**: Portfolio Selection in a Noisy Environment Using Absolute Deviation as a Risk Measure.

In: Practical Fruits of Econophysics : Proceedings of the Third Nikkei Econophysics Symposium. Ed.: Hideki Takayasu, Springer, Tokyo, 220-225, 2006. ISBN:

9784431289142(print)

DOI: http://dx.doi.org/10.1007/4-431-28915-1_40

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora: 0,753

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora (az értekezés alapjául szolgáló közleményekre): 0,753

A DEENK a Jelölt által az IDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudományometriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2015.05.07.

