FELHASZNÁLT IRODALOM

1. Zsilinszky Endre: Nemzeti újjászületés és sajtó. Bp. 1920.
2. Zsilinszky Endre: Militarizmus és pacifizmus. Védelmi tanfolyam füzet. Bp. 1920.
3. Bajcsy-Zsilinszky Endre: Nemzeti radikálizmus. Bp. 1930.
4. Bajcsy-Zsilinszky Endre: Egyetlen út: a magyar paraszt. Bp. 1938.
5. Bajcsy-Zsilinszky Endre: Helyünk és sorsunk Európában. Bp. 1944.
6. Bajcsy-Zsilinszky, Andrew: Transsylvania. Past and Future. Geneva, 1944.
7. Bajcsy-Zsilinszky Endre irathagyatéka, OSZK Kézirattár.
8. Bajcsy-Zsilinszky Endre cikkei a Szózat, az Előörs, a Szabadság c. lapokban.
9. Kortársak Bajcsy-Zsilinszky Endréről: Szerk. és bevezetést írta: Vígh Károly. Bp. 1984. (2. bővített kiadás)
10. Vígh Károly: Bajcsy-Zsilinszky Endre 1886–1944. A küldetéses ember. Bp. 1992.
11. Tilkovszky Lóránt: Bajcsy-Zsilinszky. Írások tőle és róla. Bp. 1986.
12. Kiss (F.) József: „Felépíteni újból Magyarországot!" Bajcsy-Zsilinszky Endre Előörs korszakáról. Alföld, 1986. 6. sz. 39-47. old.
13. Kiss (F.) József: Bajcsy-Zsilinszky és az Erdély-kérdés. Rubicon, 1989. 2. sz. 12–13. old.

Összegalakú, információelméleti eredetű függényegyenletek

KOCSIS IMRE

Az információelmélet egyik alapető kérdése, hogy az információt milyen módon célszerű mérni. Néhány – természetes – tulajdonságot feltételeze kiderül, hogy több formula is olyan mértéket szolgáltat, melyek mindegyike rendelkezik az előírt tulajdonságokkal. Bizonyos mértékek függvényegyenletek segítségével jellemezhetőek.

BEVEZETÉS

Az információelmélet a második világháború után kialakult és kiterebélyesedett területe a matematikának. Alapvető kérdése, hogy az információt - mint a konkrét megnyilvánulási formáitól elvonatkoztatott mennyiséget - lehet-e és ha igen, akkor hogyan célszerű mérni.

Az első - a későbbiekben alapvetőnek bizonyult - eredményt Shannon fogalmazta meg a Kommunikáció matematikai elmélete című művében 1948-ban. Az általa használt formulához - amit ma Shannon entrópiának nevezünk - tapasztalati úton jutott.

Az információmérték fogalmának korrekt, axiomatikus felépítésekor kiderült, hogy a Shannontól származó mérték megfelel az axiómarendszerben megkövetelt tulajdonságoknak sőt az is, hogy kitüntetett szerepe van: a lehetséges mértékek között bizonyos - elég gyenge - regularitási feltételeknek csak a Shannon entrópia tesz eleget.

Többek között az információelmélettel kapcsolatos történeti-filozófiai utalások, az információmérték pontos fogalma, a Shannon entrópia jellemzésével kapcsolatos állítások valamint az információmértékek és az információ alapegyenlete közti kapcsolat elemzése megtalálható Maksa [7]-ben.

HÁROM NEVEZETES INFORMÁCIÓMÉRTÉK

Az axiomatikus vizsgálatok során kiderült, hogy a Shannon entrópián kívül több információmérték létezik. Ilyenek például az α-ad fokú entrópia és az (α,β)-ad fokú entrópia.
Az említett entrópiák a teljes diszkrét valószínűségeloszlások halmazán vannak értelmezve. Erre a halmazra bevezetjük a következő jelölést:

$$\Gamma_n^0 = \left\{ (p_1,\dots,p_n) \in \,]0,1[^n : \sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \right\}, \qquad n = 2,3,\dots$$

Shannon entrópia:

$$H_n(p_1,\dots,p_n) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i, \qquad (p_1,\dots,p_n) \in \Gamma_n^0$$

α-ad fokú entrópia:

Legyen $\alpha \in R$

$$H_n^\alpha(p_1,\dots,p_n) = \begin{cases} \left(2^{1-\alpha}-1\right)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n} p_i^\alpha - 1\right), & \text{ha } \alpha \neq 1 \\ H_n(p_1,\dots,p_n), & \text{ha } \alpha = 1 \end{cases}, \quad (p_1,\dots,p_n) \in \Gamma_n^0$$

Mivel $\alpha \to 1$ esetén a H_n^α függvények a H_n függvényekhez konvergálnak, az α-ad fokú entrópia a Shannon entrópia általánosításának tekinthető.

(α,β)-ad fokú entrópia:

Legyen $\alpha,\beta \in R$.

$$H_n^{(\alpha,\beta)}(p_1,\dots,p_n) = \begin{cases} \left(2^{1-\alpha}-2^{1-\beta}\right)^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n}\left(p_i^\alpha - p_i^\beta\right)\right), & \text{ha } \alpha \neq \beta \\ -2^{\alpha-1}\sum_{i=1}^{n} p_i^\alpha \log_2 p_i, & \text{ha } \alpha = \beta \end{cases}, \quad (p_1,\dots,p_n) \in \Gamma_n^0$$

Mivel $H_n^{(\alpha,1)} = H_n^\alpha$ ill. $H_n^{(1,\beta)} = H_n^\beta$ az (α,β)-ad fokú enrópia az α-ad fokú entrópia általánosításának tekinthető.

AZ ÖSSZEGTULAJDONSÁGÚ INFORMÁCIÓMÉRTÉKEK ÉS AZ ÖSSZEGALAKÚ FÜGGVÉNYEGYENLETEK

Az információmérték fogalma megtalálható Maksa [7]-ben.
Az $\{I_n\}$ információmértéket *összegtulajdonságú*nak nevezzük, ha létezik olyan $f:]0,1[\to R$ függvény, melyre

$$(1) \qquad I_n(p_1,\dots,p_n) = \sum_{i=1}^{n} f(p_i), \qquad (p_1,\dots,p_n) \in \Gamma_n^0$$

Ekkor az f függvényt az $\{I_n\}$ mérték *generátorfüggvény*ének nevezzük.

(l,m) - additivitás

Legyenek $l \geq 2$, $m \geq 2$ rögzített egészek. Az $\{I_n\}$ információmértéket (l,m)-additívnak nevezzük, ha

$$(2) \qquad I_{lm}(P*Q) = I_l(P) + I_m(Q)$$

fennáll minden $P \in \Gamma_l^0$, $Q \in \Gamma_m^0$ és $P*Q = \{p_1q_1,\dots,p_lq_m\} \in \Gamma_{lm}^0$ esetén.

A Shannon entrópia (l,m)-additív bármely $l \geq 2$, $m \geq 2$ esetén.

Ha egy információmérték összegtulajdonságú és (l,m)-additív, akkor az f generátorfüggvénye teljesíti a

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} f(p_iq_j) = \sum_{i=1}^{l} f(p_i) + \sum_{j=1}^{m} f(q_j)$$

függvényegyenletet minden $(p_1,\dots,p_l) \in \Gamma_l^0$, $(q_1,\dots,q_m) \in \Gamma_m^0$ esetén.
A (3) egyenletet *összegalakú alapegyenlet*enek nevezzük.

Az (l,m)-additivitás általánosítása a

λ paraméteres (l,m)-additivitás:

Legyen $\lambda \in R$ és legyenek $l \geq 2$, $m \geq 2$ rögzített egészek. Az $\{I_n\}$ információmértéket λ paraméteres (l,m)-additívnak nevezzük, ha

$$(4) \qquad I_{lm}(P*Q) = I_l(P) + I_m(Q) + \lambda I_l(P) I_m(Q)$$

fennáll minden $P \in \Gamma_l^0$, $Q \in \Gamma_m^0$ és $P*Q = \{p_1q_1,\dots,p_lq_m\} \in \Gamma_{lm}^0$ esetén.
$\lambda = 0$ esetben (4) a (2) egyenletbe megy át.

Az α-ad fokú entrópia rendelkezik a (4) tulajdonsággal, ahol $k=1$, $\lambda=2^{1-\alpha}-1$ $(\alpha\neq 1)$.
Ha egy információmérték összegtulajdonságú és λ paraméteres (l,m)-additív, akkor az f generátorfüggvénye teljesíti a

$$(5)\qquad \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} f(p_iq_j) = \sum_{i=1}^{l} f(p_i) + \sum_{j=1}^{m} f(q_j) + \lambda\sum_{i=1}^{l} f(p_i)\sum_{j=1}^{m} f(q_j)$$

függvényegyenletet minden $(p_1,\dots,p_l)\in\Gamma_l^0$, $(q_1,\dots,q_m)\in\Gamma_m^0$ esetén.

MULTIPLIKATÍV TÍPUSÚ (L,M)-ADDITÍV ÖSSZEGTULAJDONSÁGÚ INFORMÁCIÓMÉRTÉKEK

Legyenek $l\geq 2$, $m\geq 2$ rögzített egészek, M_1, M_2 : $]0,1[\to R$ multiplikatív függvények. Az $\{I_n\}$ információmértéket (M_1,M_2) multiplikatív (l,m)-additívnak nevezzük, ha az f generátorfüggvénye teljesíti a

$$(6)\qquad \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{m} f(p_iq_j) = \sum_{i=1}^{l} M_1(p_i)\sum_{j=1}^{m} f(q_j) + \sum_{i=1}^{l} f(p_i)\sum_{j=1}^{m} M_2(q_j)$$

függvényegyenletet minden $(p_1,\dots,p_l)\in\Gamma_l^0$, $(q_1,\dots,q_m)\in\Gamma_m^0$ esetén.
Az $M_1(p)=M_2(p)=p$, $p\in]0,1[$ esetben (6) az összegformájú alapegyenletbe megy át, így (6) - az (5)-höz hasonlóan - (3) általánosításának tekinthető.
A $k=1$, $M_1(p)=p^\alpha$, $M_2(p)=p^\beta$ ($p\in]0,1[$) feltételek mellett az (α,β)-adfokú entrópia teljesíti a (6) egyenletet.

A FÜGGVÉNYEGYENLETEK MEGOLDÁSÁRÓL

Egy függvényegyenlet *általános megoldás*án az összes olyan - az előírt értelmezési tartományon definiált - függvény megadását értjük, melyek eleget tesznek az egyenletnek.
A függvényegyenletek megoldásakor legtöbbször először azokat a megoldásfüggvényeket keresik meg, amelyek valamilyen *regularitási feltétel*nek eleget tesznek. Az ilyen megoldásfüggvények keresésekor ugyanis olyan eszközök is igénybe vehetők, amelyek az általános vizsgálatnál nem (például a differenciálszámítás eszközei).
Gyakori egy függvényegyenlet mérhető megoldásfüggvényeinek keresése, mivel ekkor alkalmazhatóak a mértékelmélet eredményei, illetve sok esetben a mérhetőséget feltételezve erősebb regularitási tulajdonságok is következnek az ismeretlen függvényre.

A függvényegyenletek elméletének egyik irányzata a függvényegyenletek ún. *korlátozott tartomány*on való vizsgálatával foglalkozik. Ez a megközelítés általában azt jelenti, hogy egy olyan egyenlettel kapcsolatban, melynek az eredeti értelmezési tarományon ismert az általános megoldása azt a kérdést teszik fel, hogy az egyenlet érvényességét egy szűkebb halmazon előírva az új egyenlet megoldásfüggvényei mik lesznek - ugyanazok-e, mint az eredetinek.

A (3), (5) ÉS (6) EGYENLETEK ÁLTALÁNOS MEGOLDÁSÁRÓL

Az $A:R\to R$ függvényt *additív*nak, az $M:]0,1[\to R$ függvényt *multiplikatív*nak, az $L:]0,1[\to R$ függvényt *logaritmikus*nak nevezzük, ha $A(x+y)=A(x)+A(y)$, $x,y\in R$, $M(xy)=M(x)M(y)$, $x,y\in]0,1[$, $L(xy)= L(x)+L(y)$, $x,y\in]0,1[$.

Legyenek $l\geq 2$, $m\geq 2$ rögzített egészek.

A (3) egyenlet általános megoldása nem ismert.

Az (5) egyenlet általános megoldása a ($\lambda\neq 0$ és ($l>2$ vagy $m>2$)) esetben a következő:

1. Az (**$l\geq 3$, $m\geq 3$**) esetben az (5) egyenlet általános megoldása:

(7) $f(p)=A_1(p)+c$, $p\in]0,1[$, vagy
(8) $f(p)=M(p)-A_2(p)$, $p\in]0,1[$,

ahol $c\in R$, $M:]0,1[\to R$ multiplikatív függvény, $A_1,A_2:R\to R$ additív függvények, továbbá

(9) $A_2(1)=0$ és $A_1(1)+lmc=(A_1(1)+lc)(A_1(1)+mc)$.

2. Az ((**$l=2$ és $m\geq 3$**) vagy (**$l\geq 3$ és $m=2$**)) esetben az (5) egyenlet általános megoldása a (7), (8) és (9) formulákat az $f(p)+f(1-p)\neq 1$ feltétellel kibővítve adható meg.

A (6) egyenlet általános megoldása a ($l\geq 3$, $m\geq 3$) valamint az

(10) (($l\geq 3$ és $m=2$ és $M_2(p)\neq p$) vagy ($l=2$ és $m\geq 3$ és $M_1(p)\neq p$)

esetekben ismert, amennyiben az M_1 és az M_2 függvények közül legalább az egyik nem az identikus függvény:

1. Az (**l≥3, m≥3**) esetben a (6) egyenlet általános megoldása:

$$(11)\qquad f(p)=\begin{cases} A_1(p)+c\big(M_1(p)-M_2(p)\big), \text{ ha } M_1\neq M_2 \\ A_2(p)+M_1(p)L(p)-b, \text{ ha } M_1=M_2 \end{cases},\quad p\in\,]0,1[$$

ahol A_1 és A_2 additív függvények, L logaritmikus függvény, $b,c\in R$, $A_1(1)=0$ és

$$(12)\qquad b=\begin{cases} \dfrac{A_2(1)}{lm}, & \text{ha } M_1=M_2=0 \\ \dfrac{A_2(1)}{lm}(l+m-1), & \text{ha } M_1=M_2=1 \\ A_2(1), & \text{ha } M_1=M_2\notin\{0,1\} \end{cases}.$$

2. A (**10**) **feltételnek megfelelő** esetben a (6) egyenlet ált... ...goldása a (11) és a (12) formulákkal adható meg.

IRODALOM

[1] Ebanks, B.R., Kannappan, P., Sahoo, P.K., Sander, W., *Character... ...f sum form information measures on open domain,* Aequ. Math. 54 (1997) .

[2] Kannappan, P., Sahoo, P.K., *On a functional equation connected to su... nonadditive information measures on an open domain,* C. R. Math. Rep. Canada 7(1985), 45-50.

[3] Kannappan, P., Sahoo, P.K., *On a functional equation connected to sum for nonadditive information measures on an open domain*, Glas. Math. Univ. Commenian (N.S.), 54-55(1988), 89-102.

[4] Kannappan, P., Sahoo, P.K., *Representation of sum form information measures with additivity of type (α,β) on open domain,* Elsevier Science Publishers B.V. , North Holland, 1989, 243-253.

[5] Kannappan, P., Sahoo, P.K., *Sum form equation of multiplicative type,* Acta. Math. Hungar. 61(1993) 205-219.

[6] Kannappan, P., Sander, W.,*On entropies with the sum form property on open domain,* Analysis 9(1989), 253-267.

[7] Maksa, Gy., *A Shannon entrópia jellemzései függvényegyenletek segítségével,* Tudományos Közlemények, YMMF, 22(1995), 105-112.

[8] Sahoo, P.K., Sander, W., *Sum form information measures on open domain,* Rad. Math. 5(2)(1989), 261-270.

Szálerősítésű beton kompozit anyagmodellje

KOVÁCS IMRE

Szálerősítés alkalmazása beton- és vasbetonszerkezetekben előnyösen befolyásolja a beton mechanikai tulajdonságait. Jelentősen növelhető a beton szívóssága, energiaelnyelő képessége, kopásállósága. Felhasználásával kedvezőbb repedéskép, és kisebb repedéstágasság érhető el. Nemzetközi és hazai szinten egyaránt sok kutató foglalkozott az acélszálerősítésű beton anyagjellemzőinek meghatározásával. A hagyományos betontól eltérő feszültség-alakváltozás diagramja azonban új modellezési és méretezési kérdéseket vet fel. Jelen dolgozatban egy kompozit anyagra kidolgozott mechanikai anyagmodellt mutatunk be, mely alkalmas a szálerősítésű beton viselkedésének leírására is.

BEVEZETÉS

A gyorsan fejlődő építőipar egyre magasabb követelményeket támaszt az alkalmazott építőanyagok tulajdonságaival szemben. Fokozottan előtérbe kerül a teherbírás és a gazdaságosság szempontjai mellett a tartósság kérdése is. A megjelenő építőanyagok között egyre szélesebb körben alkalmazzák a különböző anyagú, alakú szálakkal erősített betont. Ez olyan építőanyag mely a beton hagyományos összetevői mellett (portland cement, finom és durva adalékanyag, víz és adalékszerek) a térben véletlenszerűen, de egyenletesen elhelyezkedő különböző anyagú, alakú, méretű szálakat tartalmaz, így tágabb értelemben a kompozit anyagok családjába sorolható. Kompoziton olyan inhomogén anyagot értünk, amely több homogén anyag társításából jön létre. Ágyazóanyagból (mátrix) – szálerősítésű beton esetén a beton - és a beágyazott szálakból (szálerősítés) állnak (1. ábra).

Az alkalmazott szálak mennyisége 0,4 - 2,0 V% között (30 - 150 kg/m^3) változik acélszálak, 0,06 - 0,5 V% között (0,6 - 4,8 kg/m3) műanyag szálak esetén *(Naaman, Reinhard 1995, ACI 1986)*. Szálerősítésű betonban elsősorban különböző acél és műanyag szálak használata terjedt el, eltérő alakban és méretben.