

Egyetemi doktori (PhD) értekezés tézisei

**RÉSZVÉNYPORTFÓLIÓK KOCKÁZATÁNAK NÉHÁNY
MÉRÉSI LEHETŐSÉGE**

Miskolczi Panna

Témavezető:

Dr. Tarnóczy Tibor

egyetemi docens, PhD



DEBRECENI EGYETEM

Ihrig Károly Gazdálkodás- és Szervezéstudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2017

Tartalomjegyzék

1. A KUTATÁS ELŐZMÉNYEI, CÉLKITŰZÉSEI ÉS A KUTATÁSI HIPOTÉZISEK BEMUTATÁSA	3
2. AZ ADATBÁZIS ÉS AZ ALKALMAZOTT MÓDSZEREK ISMERTETÉSE	6
2.1. A vizsgálatokhoz felhasznált adatok	6
2.1.1. A hozam	6
2.2. Alkalmazott módszerek	8
2.2.1. Kockázati mértékek	8
2.2.2. Kopula függvények	11
3. AZ ÉRTEKEZÉS FŐBB MEGÁLLAPÍTÁSAI	13
3.1. Koherens kockázati mérték	13
3.2. Egyszerű vs. logaritmikus hozam	15
3.3. Utótesztelés	15
3.4. Portfólió optimalizáció	17
3.5. A kopula függvény	20
4. AZ ÉRTEKEZÉS ÚJ, ILLETVE ÚJSZERŰ EREDMÉNYEI	26
5. AZ EREDMÉNYEK ELMÉLETI/GYAKORLATI HASZNOSÍTHATÓSÁGA	28
6. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉBEN KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓK	31

1. A KUTATÁS ELŐZMÉNYEI, CÉLKITŰZÉSEI ÉS A KUTATÁSI HIPOTÉZISEK BEMUTATÁSA

Az élet folyamatosan döntések elé állít minket. Több száz kisebb döntést hozunk meg naponta, és több-kevesebb nagyobb döntéssel is meg kell birkóznunk az életünk során. Az élet tulajdonképpen ezeknek a kisebb-nagyobb döntéseknek a láncolata, folyamata. Ez azt jelenti tehát, hogy a pillanatnyi döntéseink segítségével irányíthatjuk a közeli és a távolabbi jövőnket, azaz az életünket. Egy-egy ilyen döntés pedig felelősséggel járó kockázatvállalás (RÓKUSFALVY, 2002).

Úgy gondolom, hogy az előbbi gondolatmenetből is egyértelműen látszik, hogy a kockázat mindenhol jelen van, közvetve, illetve közvetlenül befolyásolva döntéseinket és ezáltal életünket. Kiemelkedő fontosságúnak tartom tehát, hogy foglalkozzunk a kockázat témakörével, ezért is választottam dolgozatom központi kérdésének a kockázat pontosabb megismerését. Természetesen a kockázat önmagában nagyon tág fogalom. A mai modern, globalizált világunkban pedig kiemelkedő jelentőséggel bír a megismerése, mérése és előrejelezhetősége, többek között a pénzügyi területen is. A dolgozatomban tehát a pénzügyi kockázatra helyezem a hangsúlyt.

Pénzügyi szempontból kiemelkedő szerepe van a kockázat számszerűsítésének, illetve modellezésének, ami pedig természetesen nem választható el a matematikától. Viszont, mint minden határterület esetében, a pénzügyi matematikának sem egyszerű feladata az elmélet és a gyakorlat összehangolása. A szakirodalomban számos matematikailag kifogástalan elméletet, modellt találhatunk, amit a gyakorlatban nem vagy szinte nem lehet hasznosítani, illetve rengeteg példát láthatunk arra, hogy a matematikai modellek a gyakorlatban pontatlanul, hiányosan vagy éppen hibásan vannak megfogalmazva, használva. Ez természetesen félreértésekhez, téves eredményekhez és következtetésekhez vezethet. Dolgozatom egyik fő célja, az elmélet és

a gyakorlat minél pontosabb összehangolása, a modellek és matematikai fogalmak precíz megfogalmazása és tisztázása, valamint megfelelő módon történő alkalmazása konkrét részvényárfolyam adatokon. Teszem mindezt a részvények, illetve a portfóliók kockázatának mérése, valamint az optimális portfólió kiválasztásának kérdése köré csoportosítva.

Az teljesen egyértelmű, hogy szükség van a pénzügyi kockázat mérésére, matematikai leírására, modellezésére, valamint a döntés meghozatala szempontjából az eredmények összehasonlíthatóságára. Viszont annak ellenére is, hogy ezek a kérdések egyre jobban előtérbe kerülnek, és egyre több tudós, kutató foglalkozik a témához kapcsolódó kérdések megválaszolásával, a mai napig sem egyértelmű, hogy mi lehet az a matematikai fogalom, mérték, amellyel a kockázatot pontosan le lehet írni, ki lehet számolni. Célom, mind elméleti, mind pedig gyakorlati szinten megvizsgálni, hogy a leggyakrabban használt kockázati mértékek közül melyik bizonyul jobbnak, melyikkel, illetve melyekkel mérhetjük pontosabban a kockázatot. Vizsgálataim során öt kockázati mértéket veszek górcső alá: a varianciát, a szórást, a szemivarianciát, a kockáztatott értéket (Value at Risk) és a várható veszteséget (Expected Shortfall). Részletesebb elemzést végzek a kockáztatott érték és a várható veszteség összehasonlítására az úgynevezett utótesztelés (backtesting) módszerét követve. Megvizsgálom továbbá, hogy milyen hatással van a portfólióval kapcsolatos döntéseinkre, ha a hagyományos hozam-variancia kritérium helyett a hozam-ES kritériumot használjuk.

Nagy kihívást jelent a kockázatmenedzsment számára a kockázat többdimenziós volta, továbbá a nem várt extrém események megértése, előrejelzése (EMBRECHTS et al., 2005). A többdimenziós struktúrák modellezésére bemutatom az úgynevezett kopula függvényt és megvizsgálom, hogy ennek segítségével valóban pontosabb képet kaphatunk-e a kockázatról. Az elemzésekhez hét, a Budapesti Értéktőzsdén jegyzett részvény árfolyamadatait használom tízéves időtávra. Az összehasonlíthatóság és bizonyos modellek alkalmazhatósága érdekében a legtöbb esetben az ezekből az árfolyamokból képzett hozamadatokkal számolok. Ebből következőleg dolgozatom további célja annak megvizsgálása, hogy az egyszerű,

vagy pedig a logaritmikus hozamot érdemes használni a számításokhoz, illetve, hogy az eredmények értékelése függ-e a hozam számításának módjától.

A témához és a célokhoz kapcsolódó hipotéziseim:

- H1. Az egyszerű vagy a logaritmikus hozam használata nem befolyásolja a vizsgálati eredményeket.
- H2. A kockáztatott érték (VaR) helyett a várható veszteség (expected shortfall) használata a kockázat pontosabb mérését teszi lehetővé.
- H3. A hagyományos hozam-variancia kritérium helyett a hozam-várható veszteség kritérium használata megváltoztatja az optimális portfólió összetételét.
- H4. A kockázatszámítás pontosságát a kopula függvény javítja.

2. AZ ADATBÁZIS ÉS AZ ALKALMAZOTT MÓDSZEREK ISMERTETÉSE

2.1. A vizsgálatokhoz felhasznált adatok

A hipotézisek megerősítéséhez, illetve megcáfolásához szükséges számításokhoz az adatokat a Budapesti Értéktőzsde honlapjáról (bet.hu) töltöttem le. Hét részvénynek – az FHB, a MOL, az MTELEKOM, az OTP, a Pannergy, a Raba és a Richter – 2005.07.01-2015.06.29 közötti napi árfolyamadataival dolgoztam, azaz 10 évre vonatkozóan álltak rendelkezésre adatok. A néhány hiányzó értéket az előző napi árfolyamértékkel töltöttem ki (kivéve a hétvégéket) és így egy 2607 értékből álló adatsort kaptam. Az összehasonlíthatóság érdekében – mivel az árfolyam adatok különböző skálákon mozognak – a számításoknál az árakból képzett logaritmikus hozamokat vettem alapul. Az adatok megvizsgálásához, elemzéséhez és a számításokhoz az R statisztikai programrendszert, annak Rmetrics programcsomagját használtam. A százalékban kifejezett logaritmikus hozamokból számolt alapvető statisztikákat a 2.1 táblázatban foglaltam össze.

A legtöbb elmélet normalitást feltételez az adatok eloszlására vonatkozóan. A gyakorlatban ez ritkábban valósul meg, ami téves következtetésekhez vezethet. Az alapvető statisztikák, a ferdeség és a lapultság, az ábrázolások (hisztogram, Q-Q plot), valamint a Shapiro-Wilk és a Kolmogorov-Smirnov teszt elvégzése után megállapítottam, hogy a vizsgált részvények logaritmikus hozamai nem követnek normális eloszlást.

2.1.1. A hozam

Mint ahogy azt már említettem, a számításokhoz a részvény árak helyett az azokból képzett hozamokat használom. A hozamot

2.1. táblázat. A hét részvény logaritmikus hozamaira vonatkozó alapvető statisztikák

	FHB	MOL	MTELEKOM	OTP	Pannergy	Raba	Richter
Minimum	-19,720%	-16,223%	-12,573%	-16,235%	-16,138%	-16,229%	-12,189%
1. kvartilis	-1,140%	-1,184%	-0,905%	-1,314%	-0,786%	-0,900%	-0,954%
Medián	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Átlag	-0,025%	-0,008%	-0,031%	-0,009%	0,000%	0,021%	0,012%
3. kvartilis	0,970%	1,176%	0,860%	1,351%	0,645%	0,852%	0,961%
Maximum	20,891%	14,027%	11,680%	20,916%	13,961%	24,701%	9,074%
Szórás	2,385%	2,268%	1,701%	2,686%	1,931%	2,131%	1,821%
Ferdeség	0,248	0,153	-0,535	-0,059	0,294	0,689	-0,105
Lapultság	8,860	5,966	6,379	6,128	12,359	15,446	3,533
Terjedelem	40,611%	30,25%	24,253%	37,151%	30,099%	40,93%	21,263%
IQR	2,11%	2,36%	1,765%	2,665%	1,431%	1,752%	1,915%

Forrás: saját számítás

többféleképpen is kiszámíthatjuk. A két legtöbbet használt hozam az úgynevezett egyszerű és a logaritmikus hozam.

A részvény egyszerű hozamát a t -edik időpillanatban a következőképpen definiálhatjuk:

$$R_t^S := \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1, \quad (2.1)$$

ahol P_t a részvény árát jelöli a t -edik időpillanatban; míg a részvény logaritmikus hozama a

$$R_t^L := \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \ln(1 + R_t^S) \quad (2.2)$$

képlettel számolható ki.

A részvények hozamához hasonlóan természetesen a portfóliók hozama is kiszámítható. Tekintsünk ehhez egy n részvényből álló portfóliót, aminek az egyszerű hozama az

$$R_t^S := \frac{S_t}{S_{t-1}} - 1 = \sum_{i=1}^n w_{t-1,i} R_{t,i}^S \quad (2.3)$$

míg a logaritmikus hozama a

$$R_t^L := \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right) = \ln\left(1 + \sum_{i=1}^n w_{t-1,i} R_{t,i}^S\right) = \ln\left(\sum_{i=1}^n w_{t-1,i} \exp\left(R_{t,i}^L\right)\right) \quad (2.4)$$

képlettel számolható ki. A 2.3 és 2.4 képletekben S_t a portfólió összértéke a t -edik időpillanatban, $w_{i,t}$ az i -edik részvény relatív súlya a portfólióban a t -edik időpillanatban, $R_{t,i}^S$, valamint $R_{t,i}^L$ pedig az i -edik részvény t -edik időpillanatbeli egyszerű, illetve logaritmikus hozama.

Fontos megjegyezni, hogy a portfólió relatív súlyai a portfólióban szereplő részvények árától függenek, így időben változnak. Egyenlő súlyú portfólió esetén minden időpillanatban újra kell számolni a portfólióban lévő részvények számát. Fontos továbbá kiemelni, hogy a portfólió egyszerű hozama megegyezik a benne szereplő részvények egyszerű hozamainak súlyozott összegével. Ezzel szemben a portfólió logaritmikus hozamát csak közelíteni tudjuk a benne szereplő részvények logaritmikus hozamainak súlyozott összegével.

2.2. Alkalmazott módszerek

A pénzügy és a matematika kéz a kézben járnak. A matematika eszközöket és modelleket ad a pénzügy számára, a pénzügyi terület pedig kérdésekkel és megoldásra váró feladatokkal látja el a matematikusokat. Ebből kifolyólag nagyon lényeges, hogy a két terület pontosan megértse egymást. A dolgozatomban a pénzügyi kockázat néhány témakörén belül a matematikai elméletet ötvöztem a pénzügyi gyakorlattal.

2.2.1. Kockázati mértékek

Annak ellenére, hogy a kockázat megfogalmazása a szakirodalomban nem teljesen egységes és pontos, matematikai szempontból a cél, hogy minél egyszerűbb mutatókkal, lehetőleg egyetlen mérőszámmal jellemezzük, fejezzük ki azt. A pénzügyi eszközökhöz és portfóliókhoz rendelt, a kockázatot jellemző mutatószámokat kockázati mértékeknek nevezzük (GÁLL – PAP, 2010).

Matematikailag a következőképpen fogalmazhatjuk meg a kockázatot: Legyen $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ egy valószínűségi mező és legyen $\mathcal{X}$ valószínűségi változóknak (portfóliók, pénzügyi eszközök profitja) egy halmaza Ω -n. *Kockázati mértéknek (risk measure)* nevezünk minden $\mathcal{X}$ halmazon értelmezett valós értékeket felvevő funkcionált: $\rho : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$. Ez azt

jelenti, hogy a kockázat mérése tulajdonképpen megfeleltethető egy kapcsolat létesítésével a véletlen változók és a valós számok között. Ez egy nagyon tág fogalom, ezért ahhoz, hogy a kockázat „értelmes” definíciójához jussunk, bizonyos korlátozásokat, tulajdonságokat kell megfogalmazni a kockázati mértékekkel kapcsolatban. Természetes módon több ilyen elvárás is adódik. Az irodalomban (például ARTZNER et al., 1999; RÜSCHENDORF, 2013; EMMER et al., 2015) leggyakrabban előforduló, legtöbbet használt tulajdonságok a következők:

Monotonitás

Ha egy befektetés hozama sosem kisebb mint egy másiké, akkor ez a befektetés nem lehet kockázatosabb mint a másik, azaz

$$X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \geq \rho(Y), \quad \forall X, Y \in \mathcal{X}. \quad (2.5)$$

Szubadditivitás

A szubadditivitást más néven diverzifikációs hatásnak is nevezik. Ez azt jelenti, hogy két befektetés eredő kockázata nem lehet nagyobb, mint az egyedi kockázataik összege, azaz

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y), \quad \forall X, Y, X + Y \in \mathcal{X}. \quad (2.6)$$

Pozitív homogenitás

Ha megtöbbszörözünk egy portfóliót, de megtartjuk annak összetételét, akkor a kockázat a nagysággal arányosan változzon, azaz

$$\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X), \quad \forall X, \lambda X \in \mathcal{X}, \forall \lambda \geq 0. \quad (2.7)$$

Eltolás invariancia

Ha pozícióinkhoz adott hozamú kockázatmentes eszközt adunk, akkor a kockázat ennek a pénzáramnak a nagyságával csökkenjen, azaz

$$\rho(X + a) = \rho(X) - a \quad \forall X, X + a \in \mathcal{X}, \forall a \in \mathbb{R}. \quad (2.8)$$

Egy kockázati mértéket *koherens kockázati mértéknek* (*coherent risk measure*) nevezünk, ha teljesíti a fent említett négy tulajdonságot, azaz monoton, szubadditív, pozitív homogén és eltolás invariáns.

Ahhoz, hogy a kockázatot minél pontosabban mérni tudjuk, koherens

kockázati mértékre van szükség.

A dolgozatomban a következő kockázati mértékekkel foglalkozom részletesebben:

1. Variancia és szórás

A varianciának, illetve annak négyzetgyökének, a szórásnak kockázati mértékként való bevezetése Markowitz nevéhez fűződik és így az egyik legrégebben használt kockázati mérték. Ebben az esetben a befektetés hozamának kockázatát a hozam átlagtól való eltérései négyzetének átlagával mérhetjük (SZEGÖ, 2002):

$$\sigma^2(X) := \mathbb{E}(X - \mathbb{E}(X))^2. \quad (2.9)$$

A nagyobb szórásérték magasabb kockázatra utal (BACON, 2011).

2. Szemivariancia

Ez a kockázati mérték az úgynevezett veszteségkockázat mérésére szolgál, azaz csak a várható értéknél (várható hozamnál) kisebb értékeket veszi figyelembe (ALEXANDER, 2009):

$$SV(X) := \mathbb{E}((\min\{X - \mathbb{E}(X), 0\})^2). \quad (2.10)$$

3. Kockáztatott érték (VaR)

A kockáztatott érték az utóbbi évek leggyakrabban használt mértéke a kockázat mérésére. A kockáztatott érték az a szám, amelynél nagyobb veszteség α -nál kisebb vagy egyenlő valószínűséggel fordul elő, azaz

$$\text{VaR}_\alpha(X) := -\inf\{x \in \mathbb{R} \mid F_X(x) \geq \alpha\}. \quad (2.11)$$

4. Várható veszteség (Expected Shortfall - ES)

A VaR esetében arra keressük a választ, hogy mi az a minimális veszteség, ami az esetek legrosszabb $\alpha * 100$ százalékában bekövetkezhet. Az várható veszteség pedig arra ad választ, hogy mi az a várható veszteség, ami az esetek legrosszabb $\alpha * 100$ százalékában bekövetkezhet (ACERBI et al., 2001), vagyis az esetek legrosszabb $\alpha * 100$ százalékában mutatja a veszteség (profit) várható értékét:

$$ES_\alpha(X) := \frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha \text{VaR}_u(X) du. \quad (2.12)$$

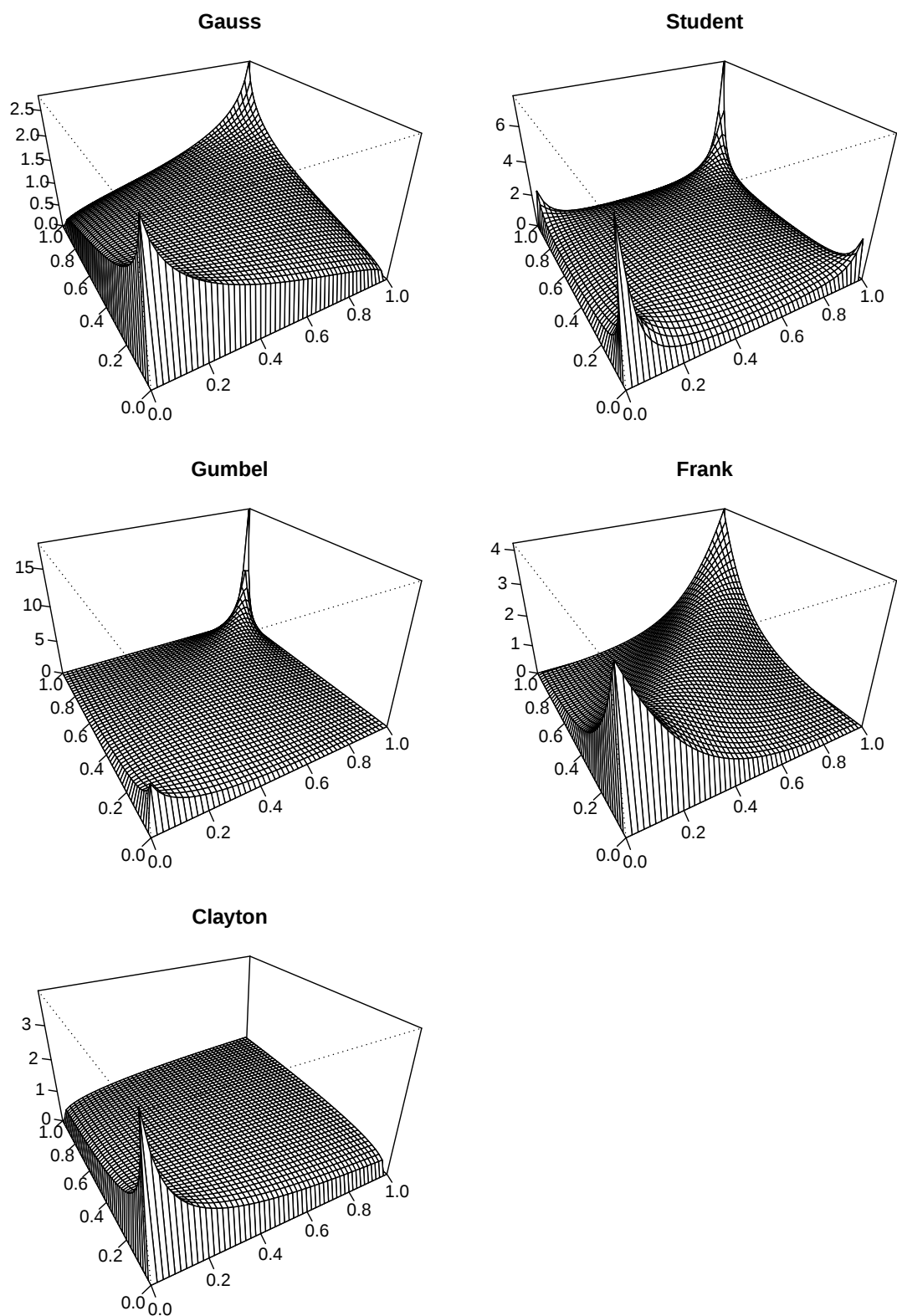
2.2.2. Kopula függvények

Pénzügyi és gazdasági területen az egyik legfontosabb probléma a többdimenziós eloszlások becslése és modellezése. A matematikai elméletek és modellek legtöbb esetben normális, de legalábbis elliptikus eloszlást feltételeznek, annak ellenére, hogy az empirikus adatokból látható, hogy ez a feltétel sok esetben nem teljesül (HÄRDLE et al., 2008). Ezen felül előfordulhatnak olyan függőségi struktúrák is, ahol a korrelációs együtthatók megegyeznek, de maguk a struktúrák teljesen eltérőek. Továbbá, az ismertebb és sokat használt mérőszámok, mint például Kendall-féle, valamint a Spearman-féle rangkorrelációk „csak” páronkénti függőséget mérnek. Ennél magasabb dimenziójú, általánosabb függőséget írhatunk le az ún. kopula függvényekkel.

Az n -dimenziós kopula egy n -dimenziós eloszlásfüggvény a $[0, 1]$ intervallumon egyenletes eloszlású peremeloszlásokkal.

A kopula függvények témakörében az egyik legfontosabb tétel Sklar tétele, amely kimondja, hogy a közös eloszlásfüggvényt „szétszedhetjük” peremeloszlásokra és a köztük lévő függőségi struktúrára, amely függőségi struktúra a kopula. Azt is láthatjuk a tételből, hogyan konstruálhatunk egy új n -változós eloszlásfüggvényt.

Dolgozatomban, az implicit kopula-családból a Gauss, vagy más néven a normál, valamint a Student-t kopulát; az explicit kopula-családból pedig a Gumbel, a Clayton és a Frank kopulákat tárgyalom részletesebben. Ezen kopulák sűrűségfüggvényei két változós esetben a 2.1 ábrán láthatóak.



**2.1. ábra. A Gauss, a Student, a Gumbel, a Frank és a Clayton
kopulák sűrűségfüggvényei**

Forrás: saját szerkesztés

3. AZ ÉRTEKEZÉS FŐBB MEGÁLLAPÍTÁSAI

3.1. Koherens kockázati mérték

A pontos kockázatmérés koherens kockázati mérték használatát követeli meg. A vizsgált kockázati mértékek közül a varianciáról (2.9 egyenlet) elmondhatjuk, hogy a szükséges négy tulajdonság egyikét sem elégíti ki. Ezzel többek között megsérti a szubadditivitási tulajdonságot is, azaz az egyik minimum követelményét annak, hogy a diverzifikáció nem növelheti a portfólió kockázatát. További problémát jelenthet, hogy nem tesz különbséget a nyereségek és a veszteségek között. Csak akkor használható a kockázat pontos mérésére, ha a valószínűségi változó (profit, hozam, stb.) eloszlása elliptikus (EFTEKHARI et al., 2000). A szórás a varianciától eltérően szubadditív, valamint pozitív homogén, de nem monoton és nem eltolás invariáns, és nem tesz különbséget a nyereségek és a veszteségek között. A szemivarianciáról (2.10 egyenlet) bebizonyítható, hogy eltolás invariáns, de se nem monoton, se nem pozitív homogén és a szubadditivitási tulajdonságot sem elégíti ki, és ezzel a Markowitz elmélet minimum követelményének, a diverzifikációs elvnek sem tesz eleget. Ugyan a szemivariancia nem szimmetrikus kockázati mérték, azaz ebből a szempontból pontosabb képet ad a kockázatról, mint a variancia és a szórás, de a négy legfontosabb tulajdonságból csak egyet teljesít, tehát ez sem koherens, így nem alkalmas a kockázat pontos mérésére.

A kockázatotott érték (2.11 egyenlet) pozitív tulajdonsága, hogy a kockázatot egyetlen számban és pénznemben határozza meg, ellentétben a szórással, ahol egy intervallumot kapunk. Így a VaR könnyen értelmezhető és a különböző értékek könnyen összehasonlíthatóak (ACERBI et al., 2001). A VaR pozitív tulajdonságai közé tartozik továbbá, hogy a szemivarianciához hasonlóan alsóági kockázati mérték. Ezen pozitív tulajdonságok

mellett a VaR-nak súlyos hiányosságai is vannak. Az egyik nagy hiányossága, hogy nem veszi figyelembe a VaR-on túli veszteségeket, pedig a súlyos, extrém veszteségek pontos ismerete fontos lenne. Annak ellenére, hogy a VaR a koherens kockázati mértékek négy tulajdonságából háromnak megfelel, a szubadditivitási követelmények való megfelelés hiánya sérti a diverzifikáció elvét. Továbbá, a VaR esetében eltérő konfidencia szintek mellett eltérő kockázati rangsoroláshoz juthatunk (SZEGŐ, 2002). Mindezekon felül, optimalizációs problémák esetén, a konvexitás hiánya nagyon nehézkessé teszi a VaR használatát (WOZABAL, 2008). A VaR csak elliptikus eloszlások esetén alkalmas a kockázat mérésére. Nem elliptikus eloszlások esetén - ami a gyakorlatban nem ritka jelenség - a kockázat téves megítéléséhez vezethet.

Ellentétben az eddig említett kockázati mértékekkel, az ES (2.12 egyenlet) monoton, szubadditív, pozitív homogén és eltolás invariáns, azaz koherens kockázati mérték. Annak ellenére, hogy az ES koherens, ez sem bizonyult tökéletesnek, mert például, míg a VaR mindig létezik, addig az ES létezéséhez az $\mathbb{E}((X)^-) < \infty$ feltételezéssel kell élnünk.

A kockázat pontos mérésére olyan kockázati mértéket kerestem, amely kielégíti a monotonitást, a szubadditivitást, a pozitív homogenitást és az eltolás invariancia tulajdonságait, azaz koherens. A 3.1 táblázatban foglaltam össze a variancia, a szórás, a szemivariancia, a VaR és az ES kockázati mértékekkel kapcsolatos tapasztalatokat. Látható, hogy a legtöbbet használt kockázati mértékek közül csak az ES koherens.

3.1. táblázat. Néhány ismert kockázati mérték tulajdonságai

	Monotonitás	Szubadditivitás	Pozitív homogenitás	Eltolás invariancia
variancia	-	-	-	-
szórás	-	✓	✓	-
szemivariancia	-	-	-	✓
VaR	✓	-	✓	✓
ES	✓	✓	✓	✓

Forrás: saját szerkesztés

3.2. Egyszerű vs. logaritmikus hozam

Mind a részvények, mind pedig a portfóliók esetében bebizonyítható, hogy ha az egyszerű hozamok nullához közeliek, akkor az egyszerű és a logaritmikus hozamok között minimális az eltérés. Felvetődik tehát a kérdés, hogy befolyással van-e egyáltalán az eredményekre, ha az egyik vagy a másik hozamtípust használjuk a számításokhoz. A kérdés megválaszolásához felállítottam egy ún. kockázati sorrendet. Minden részvénynek kiszámoltam a kockázatát (variancia, szórás, szemivariancia, VaR, ES értékét) az egyszerű (2.1 egyenlet), valamint a logaritmikus (2.2 egyenlet) hozamokat használva. A kockázati sorrendekben az első helyre került az adott kockázati mértéknek megfelelő legkockázatosabb részvény. Az így felállított sorrendeket a két hozamtípus esetében összehasonlítottam. Hasonlóan jártam el a portfóliók esetében is. Hét különböző portfóliót vizsgáltam, amelyek mindegyike hat különböző részvényt tartalmaz (minden esetben elhagytam egyet a hét vizsgált részvény közül). Majd ezeknek a portfólióknak számítottam ki a kockázatát az egyszerű (2.3 egyenlet), valamint a logaritmikus hozamokat (2.4 egyenlet) használva (VaR és ES értékeit) és állítottam fel a kockázati sorrendeket, valamint hasonlítottam össze azokat. Mind a részvények, mind pedig a portfóliók esetén arra a megállapításra jutottam, hogy a közeli értékek ellenére eltérő kockázati sorrend alakulhat ki a hozam típusának függvényében. Ez pedig azt jelenti, hogy egy bizonyos helyzetben eltérően döntenénk az egyszerű vagy a logaritmikus hozamot használva a számításokhoz. Az eredményekből az is egyértelműen kiderül, hogy nem csak a hozam típusa (egyszerű vagy logaritmikus), vagy a választott kockázati mérték, de adott kockázati mérték mellett, a választott alfa szintnek is nagy szerepe lehet a sorrend kialakításában és így a döntés meghozatalában.

3.3. Utótesztelés

Elméleti szinten bebizonyítható, hogy sem a variancia, sem a szórás, sem a szemivariancia, sem pedig a leggyakrabban használt VaR nem alkalmas a kockázat mérésére, hiszen egyik sem elégíti ki a négy elvárt tulajdonságot, így egyik sem koherens. Ugyanakkor létezik koherens kockázati mérték, mégpedig a várható veszteség. A két leggyakrabban

használt kockázati mértéket, azaz a VaR-t és az ES-t az úgynevezett utótesztelés (backtesting) módszerével hasonlítottam össze és megvizsgáltam, hogy melyik kockázati mérték bizonyul jobbnak. Jobbnak akkor nevezek egy kockázati mértéket, ha azzal pontosabban meg lehet becsülni a kockázatot, azaz, ha a tényleges és a becsült értékek között kisebb eltérést tapasztalható.

Az utótesztelés végrehajtásához úgynevezett idő-ablakokat (time window) kell létrehozni. Az irodalomban és a gyakorlatban is ennek értéke leggyakrabban egy év, azaz 250 kereskedési nap ($T = 250$). Az első ablak így az 1. naptól a 250. napig tart. A második ablak a 2. naptól a 251. napig, és így tovább. Az első idő-ablak adatait felhasználva, ki lehet számolni a szükséges kockázati mérték értékét az első 250 napra vonatkozóan, ami egyben előrejelzés a 251. napra. Ha rendelkezésre áll a 251. napi hozam, akkor az első idő-ablak alapján számított becsült érték összehasonlítható a valódi hozam értékével. Ekkor már kiszámolható a második idő-ablakra vonatkozó kockázati mérték, ami a következő napra, azaz a 252. napra vonatkozó becsült érték lesz. Ha rendelkezésre áll a 252. napi hozam, akkor a becsült kockázat összehasonlítható a tényleges értékkel. És így tovább, az összes adaton végiglépkedve. Ezt a módszert történeti szimulációnak (historical simulation) nevezzük, mert azzal a feltételezéssel él, hogy a múltban történt eseményekkel le tudjuk írni, meg tudjuk becsülni a jövőbeli eseményeket.

A VaR utótesztelése esetében, az idő-ablakok adatait felhasználva, ki lehet számolni az arra az időszakra vonatkozó VaR értékét, és ezt az értéket össze lehet hasonlítani a következő napi valódi hozam értékével. Az összehasonlítás azt jelenti, hogy minden egyes esetben meg kell vizsgálni, hogy az adott hozam értéke kisebb-e, mint az arra a napra becsült VaR érték (-1) -szerese, majd összeszámolni, hány esetben volt ez tapasztalható, azaz, hány esetben becsülte alá a VaR a tényleges kockázat értékét. Ennek a valószínűsége – a VaR definíciója alapján (2.11 egyenlet) – meg kell, hogy egyezzen a konfidenciaszinttel, azaz α -val. Ezek alapján, a minta realizációt alapul

véve, az alfa becslésére a következő kifejezés adódik:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^{M-1} \mathbf{1}_{\{r_T^{m+1} < -\text{VaR}_{\alpha}^m\}}, \quad (3.1)$$

ahol M az idő-ablakok száma, $T = 250$ egy idő-ablak hossza, r_t^m a $t = 1, \dots, T$ -edik időpillanathoz és az $m = 1, \dots, M$ -edik idő-ablakhoz tartozó hozam értéke, VaR_{α}^m az m -edik idő-ablakhoz tartozó VaR érték α szinten, továbbá $\mathbf{1}_{\{.\}}$ a $\{.\}$ halmaz indikátorfüggvénye. Minél közelebb van a becsült alfa érték a ténylegeshez, annál pontosabban becsülhetjük meg a VaR-ral a kockázatot.

Sokáig úgy gondolták, hogy a VaR-ral ellentétben az ES bizonyos matematikai tulajdonsága (elicitability) miatt, nem utótesztelhető. A legújabb kutatások megoldani látszanak ezt a problémát is, hiszen kimutatták, hogy az ES is utótesztelhető. Az ES definíciójából (2.12 egyenlet) levezethető α -ra vonatkozóan egy kifejezés, amely a minta realizációból a következőképpen becsülhető:

$$\hat{\alpha} = -\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \frac{r_t^m \mathbf{1}_{\{r_t^m < -\text{VaR}_{\alpha}^m\}}}{ES_{\alpha}^m}, \quad (3.2)$$

ahol ES_{α}^m az m -edik idő-ablakhoz tartozó ES érték. Minél közelebb van a becsült kockázat a ténylegeshez, azaz minél pontosabban becsülhetjük meg a ES-el a kockázatot, annál közelebb lesz ez az érték α -hoz.

Az 3.2. táblázatban láthatóak a történeti szimuláción alapuló utótesztelés eredményei, 0,5%, 1%, 2%, 2,5% és 5%-os szinteken, a VaR-ra és az ES-re vonatkozóan. Ezek alapján, mind a különböző α -szinteken vizsgált abszolút hibák, mind pedig a többdimenziós relatív hibák figyelembe vételével elmondható, hogy az ES-sel pontosabb képet kaphatunk a kockázatról, mint a VaR kockázati mértéket használva.

3.4. Portfólió optimalizáció

Miután elméleti szinten bebizonyosodott, hogy az ES jobb kockázati mérték, mint a VaR, amit a történeti szimuláció alapján végzett

3.2. táblázat. A történeti szimulációval végrehajtott utótesztelés eredménye

α	VaR		ES	
	$\hat{\alpha}$	$ \hat{\alpha} - \alpha $	$\hat{\alpha}$	$ \hat{\alpha} - \alpha $
0,5%	0,89%	0,39%	0,41%	0,09%
1%	1,27%	0,27%	0,83%	0,17%
2%	1,99%	0,01%	1,68%	0,32%
2,5%	2,72%	0,22%	2,42%	0,08%
5%	5,17%	0,17%	4,85%	0,15%

Forrás: saját számítás

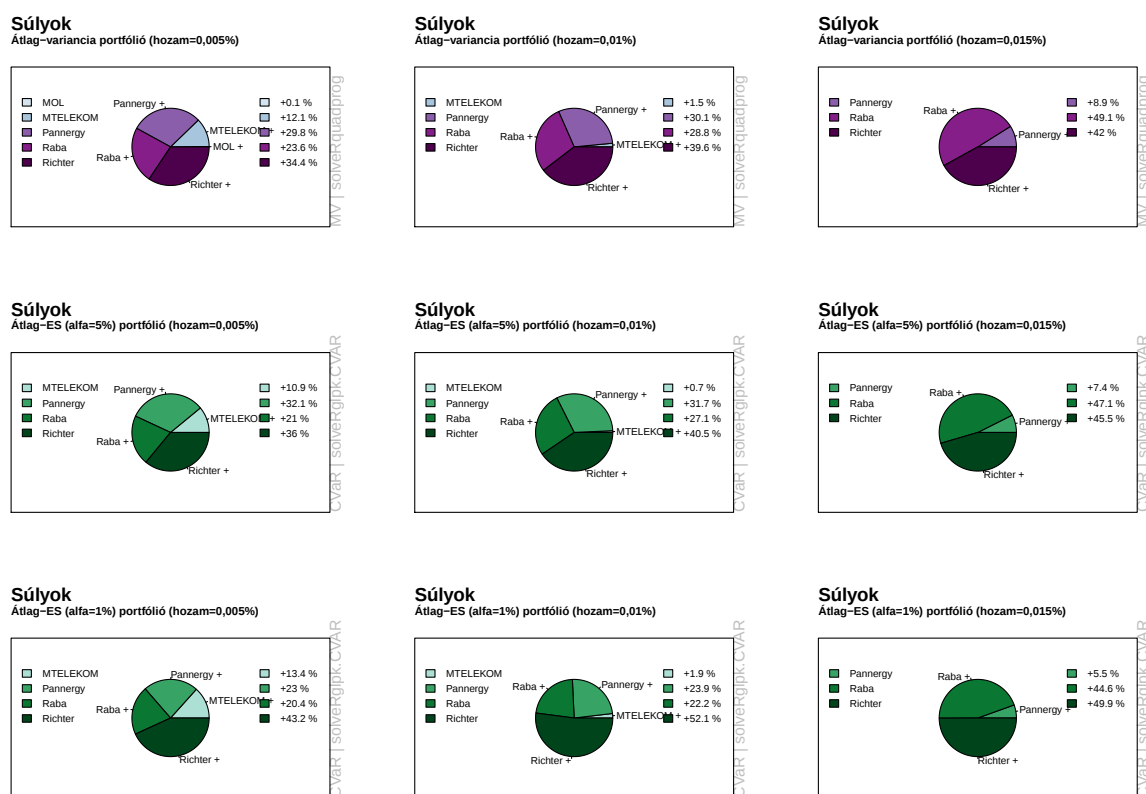
utótesztelés is alátámasztott, érdemes megvizsgálni, hogy mi történik abban az esetben, ha a hagyományos Markowitz-féle átlag-variancia portfólió optimalizáció helyett az átlag-ES optimalizációt használjuk.

A modern portfólióelmélet (MPT) (melynek alapgondolata Markowitz nevéhez fűződik) az eszközök hozamát valószínűségi változóknak tekinti, míg magát a portfóliót az eszközök súlyozott kombinációjával írja le. Az MPT feltételezi továbbá, hogy az eszközök hozama normális vagy elliptikus eloszlású, a befektetők racionálisak és kockázatkerülők, azaz két azonos várható hozamú portfólió közül a kevésbé kockázatosat választanák, nincsenek tranzakciós költségek és az eszközök tetszőlegesen oszthatók (vehetünk például 0,5869 részvényt is). Az optimalizáció során az a cél, hogy egységnyi tőkét befektetve, adott portfólió hozam mellett, a kockázat minimális legyen. A Markowitz modellben a hozamot a minta átlagával, míg a kockázatot a portfólióban lévő eszközök hozamának szórásával becsüljük (WÜRTZ et al., 2009).

A hozam-ES portfólió optimalizáció esetén a cél ugyan az, mint a hozam-variancia optimalizáció esetén, vagyis egy adott portfólió hozam mellett a kockázat minimalizálása. Ebben az esetben a hozamot a minta átlagával, a kockázatot pedig az ES-sel becsüljük. Ellentétben a hozam-variancia portfólió optimalizálással, ebben az esetben nem

kell elliptikus eloszlást feltételezni (WÜRTZ et al., 2009).

A kérdés tehát az, hogy eltérő eredmény születne-e az optimális portfólió összetételére vonatkozóan abban az esetben, ha a szórás helyett az ES-t használjuk a kockázat mérésére. A kérdés megválaszolásához, a hatékony határvonal mentén kiszámoltam a súlyok eloszlását, azaz a portfólió összetételét az átlag-variancia és átlag-ES esetében, $\alpha = 5\%$ -os, illetve $\alpha = 1\%$ -os szinteken. A Sharpe-index maximalizálásával végzett optimalizáció eredményéből kiderül, hogy a legnagyobb elérhető hozam ezen hét részvényből képzett portfólió esetén: $0,02\%$. Így 0% és $0,02\%$ között ($0\% < \text{hozam} < 0,02\%$) három rögzített hozamszint mellett megvizsgáltam az optimális portfólió összetételét. Az eredményeket a 3.1 ábrán tortadiagramokkal szemléltetem.



3.1. ábra. A súlyok alakulása az átlag-szórás portfólió, átlag-ES portfólió $\alpha = 0,05$ és $\alpha = 0,01$ esetén a hatékony határvonal mentén különböző rögzített hozamok mellett

Forrás: saját számítás

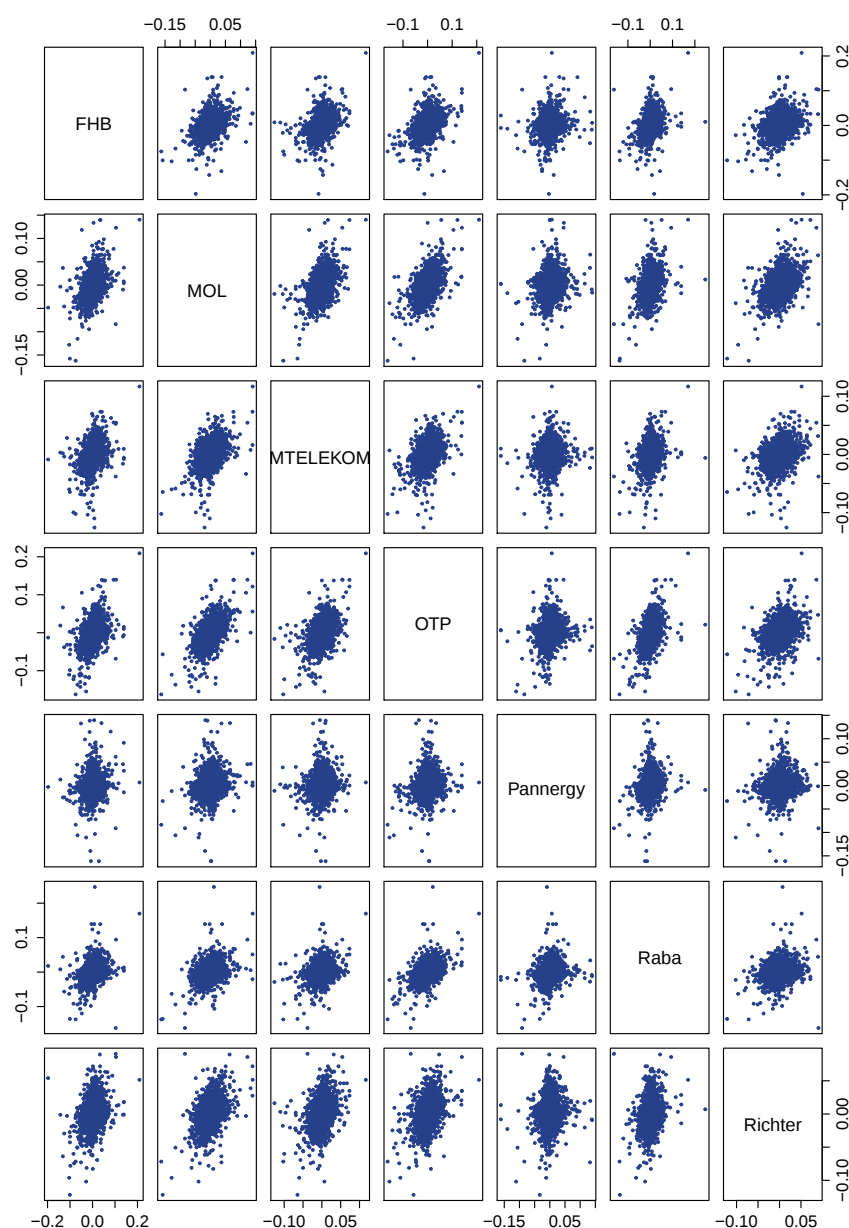
A 3.1 ábrán is látható, hogy eltérések tapasztalhatóak a különböző optimalizációk között. A portfólió összetétele ugyan rögzített 0,015%-os, illetve 0,01%-os hozam mellett megegyezik, de az arányaik eltérnek. 0,015%-os rögzített hozam esetén az optimális portfólió három részvényből áll: Pannergy, Raba és Richter (de eltérő súlyokkal), míg 0,01%-os rögzített hozam esetén négy részvényből: Richter, Pannergy, Raba és MTELEKOM (szintén eltérő súlyokkal). Ezekben a konkrét esetekben tehát, a súlyok különbözősége miatt, egy bizonyos helyzetben különbözőképpen döntenénk a portfólió összetételére vonatkozóan. Még nagyobb eltérés tapasztalható például 0,005%-os hozam rögzítése mellett, mert itt már a portfóliók összetétele sem egyezik meg. A szórás minimalizálásával kapott portfólióban öt részvény szerepel: Richter, Pannergy, Raba, MTELEKOM, MOL. Az $ES_{0,05}$, illetve $ES_{0,01}$ minimalizálásával kapott portfólióban pedig csak négy részvény szerepel, mert ebben az esetben a MOL nem része az optimális portfóliónak. Vagyis látható, hogy például ebben az esetben is eltérő eredmény születne a kockázati mérték megválasztásának függvényében, nem csak a portfólióban szereplő részvények súlyára, hanem az optimális portfólió összetételére vonatkozóan is.

3.5. A kopula függvény

Ahogy az az eddigiekben is látható volt, a diverzifikációnak nagy szerepe van a portfólió kockázatának csökkentésében. Az irodalomban és a gyakorlatban is ismert kockázati mérték, amely támogatja a diverzifikációt, a várható veszteség. Azonban ez sem mindenható eszköz és a történelem során több pénzügyi válsággal is szembe kellett nézni. Ezeknek a válságoknak az egyik oka az lehet, hogy egy esemény hatására a portfólióban nem csak egy kockázati faktor mutat extrém viselkedést, hanem együttesen több kockázati faktor is, és ez tulajdonképpen kioltja a diverzifikáció „védelmező hatását”. Az ilyen jellegű, együttesen bekövetkező veszteségek gyakorisága sokkal nagyobb, mint azt elliptikus eloszlások esetén gondolnánk (BENEDEK et al., 2002).

A nagy veszteség elkerülése és a pontosabb modellezhetőség érdekében szükség van tehát a valószínűségi változók, azaz a

portfólióban lévő eszközök közötti kapcsolatok megértésére és mérésére. A részvények logaritmikus hozamainak páronkénti ábrázolása esetén (3.2 ábra), a pontfelhők alapján megállapítható, hogy a részvények nem függetlenek, valamilyen korreláció áll fenn minden részvénytár között.



3.2. ábra. Részvények logaritmikus hozamainak páronkénti korrelációja

Forrás: saját szerkesztés

A páronkénti lineáris korreláció mérésére szolgál a Pearson-féle korrelációs együttható, míg a páronkénti rangkorreláció mérésére a

Kendall-féle, valamint a Spearman-féle korrelációs együttható. A korrelációs együtthatók értéke minden esetben pozitív, amely megerősíti az ábrázolás alapján támasztott feltételezést, azaz, hogy valamilyen összefüggés tapasztalható a részvénytársak között. A legszorosabb korreláció – mind a három a korrelációs együttható alapján – az OTP és a MOL között mérhető. A Pannergy pedig szinte független az összes többi részvénytől.

A részvények közötti korreláció vizsgálata nagyon fontos a pontosabb kockázat meghatározása szempontjából, amihez viszont a páronkénti és/vagy lineáris korreláció mérésénél többre van szükség. A kettőnél magasabb dimenziójú korrelációt, a kopula függvényekkel tudjuk leírni, amelyek segítségével a kockázatszámítás pontossága javítható. Ennek számszerű bizonyításához ismételten a 3.3 részben bemutatott utótesztelés módszerét használtam, azzal a különbséggel, hogy a kockázat kiszámításához a történeti adatok helyett a kopula függvényen alapuló Monte Carlo szimuláció által generált adatokat vettem alapul.

A kopulán alapuló Monte Carlo szimuláció segítségével végzett kockázatszámítás lépései a következők (XU – CHEN, 2012):

1. A kopula modell kiválasztása (Gauss, Student, Arkhimédeszi stb.)
2. A peremeloszlások kiválasztása és ezen eloszlások paramétereinek becslése
3. Az adatok áttanszformálása a kopula függvény értelmezési tartományába
4. Kopula függvény illesztése a(z) (transzformált) adatokra, valamint a kopula függvény paramétereinek becslése
5. A becsült kopula függvénynek megfelelő együttes sűrűségfüggvénnyel rendelkező véletlen változók generálása
6. Véletlen változók generálása a peremeloszlások inverz függvényeivel
7. A szimulált adatok segítségével a portfólió nyereségének/veszteségének a kiszámítása

8. Az 1-7. lépések ismétlése annyiszor, hogy a szimulált eloszlás megfelelően közel legyen a „valódi” eloszláshoz

9. A VaR és az ES kiszámítása az eloszlásfüggvény segítségével

Az elemzést az implicit kopulák közül a Gauss és a Student kopulával, az explicit kopulák közül pedig a Frank és a Clayton kopulákkal végeztem el. (Ezek sűrűségfüggvényei a 2.1 ábrán láthatóak.) A Gumbel kopulát már az elején ki kellett zárnom az elemzésből, mivel csak pozitívan korrelált adatok esetén alkalmazható, és ennek igaznak kell lennie minden idő-ablak esetén. Az első idő-ablak vizsgálatakor kiderült, hogy a Raba és a Pannergy között a Kendall-féle tau értéke -0,004, ami kizárja a Gumbel kopula használatának a lehetőségét.

A portfólióban lévő minden egyes részvény eloszlásának a becslésére az empirikus eloszlásfüggvényt használtam. Ezek az eloszlások a peremeloszlások. A (megfelelő) kopula paramétereinek becslését az úgynevezett kanonikus maximum likelihood módszerrel végeztem, mert ez a módszer az empirikus peremeloszlás függvényeken alapszik. Sklar tétele alapján tudjuk, hogy a peremeloszlásokból és a kopula függvényből meghatározható a közös eloszlásfüggvény. Mindezek segítségével minden egyes részvény esetén a logaritmikus hozam értéke szimulálható. A szimulált adatokat felhasználva elvégezhető az utótesztelés a VaR-ra (3.1 összefüggés), és az ES-re (3.2 összefüggés) vonatkozóan.

A 3.3 táblázatban láthatók a VaR-ra és az ES-re vonatkozó, a kopula függvény segítségével Monte Carlo szimulációval végzett utótesztelés 5%-os, 2,5%-os és 1%-os szintű eredményei. Mivel a kockázat mérésének a pontosságát az határozza meg, hogy a szimuláció segítségével kapott alfa értékek milyen közel vannak az elméleti (eredeti) alfa értékekhez, ezért a 3.3 táblázatban az ezen értékek közötti eltérések láthatóak. A 3.3 táblázat alapján látható, hogy mind a VaR mind pedig az ES esetén, minden alfa szinten a legjobb közelítést a négy kopula függvény közül a Clayton kopula adja. Mindkét kockázati mérték és minden alfa szint esetén a legrosszabbnak pedig a Frank kopula bizonyult. Pénzügyi területen általában a normál kopulánál a t-kopula hasznosabbnak bizonyul, mert a t-kopula vastagabb farokkal rendelkezik, mint a normál kopula, így alkalmasabb az extrém

3.3. táblázat. A kopulán alapuló Monte Carlo, valamint a történeti szimulációval végzett utótesztelés eredményeinek eltérése az elméleti értékektől

modell \ alfa	VaR			ES		
	5%	2,5%	1%	5%	2,5%	1%
Gauss	0,7749%	0,8121%	0,5287%	0,0125%	0,0133%	0,0142%
Clayton	0,6900%	0,4299%	0,1890%	0,0120%	0,0128%	0,0138%
Frank	1,4112%	1,4490%	0,9958%	0,0128%	0,0135%	0,0144%
Student	0,9023%	0,8121%	0,4013%	0,0123%	0,0130%	0,0139%
történeti	0,1761%	0,2153%	0,2728%	0,0149%	0,0775%	0,1712%

Forrás: saját számítás

események modellezésére. Az adatok a legtöbb esetben nem normális eloszlásból származnak és problémát jelent az extrém események modellezése is. Ezek az extrém események általában többször fordulnak elő a valóságban, mint ahogy azt a normális eloszlás feltételezi. A saját adataimon kiszámolt értékek is ezt támasztják alá. Látható, hogy a Gauss kopula csak 5%-os szinten és csak a VaR esetén bizonyult jobbnak a t-kopulánál. A szélekben és az ES esetén a t-kopula pontosabban modellezi a kockázatot.

Ha a VaR-t hasonlítom össze az ES-sel azt tapasztalom, hogy az ES minden kopula és minden alfa szint esetén sokkal pontosabb kockázati mértéknek bizonyul, ami ismét az ES használatát erősíti a VaR-ral szemben.

További fontos kérdés, hogy a kopulán alapuló szimuláció jobb közelítése-e a valóságnak mint a történeti szimuláció (3.3 táblázat). A VaR esetében azt tapasztaltam, hogy 5%-os, illetve 2,5%-os α szinten a történeti szimuláció pontosabb képet ad a kockázatról, mint a kopula segítségével végzett Monte Carlo szimuláció. Viszont a Clayton kopula $\alpha = 1\%$ -os szinten pontosabb közelítést adta a valóságnak mint a történeti szimuláció. Ebben az esetben tehát, a vizsgált négy kopula közül, a legjobbnak számító Clayton kopula segítségével pontosabb képet kaptam az extrém események alakulásáról (amelynek mérése

igen nehéz feladat), valamint a kockázatról, mint a történeti szimuláció segítségével.

Az ES esetében már sokkal egyértelműbb eredmények születtek. Mind a négy kopula modell, mind a három alfa szinten pontosabban becsülte meg a kockázatot, mint a történeti szimulációval végzett számítás.

4. AZ ÉRTEKEZÉS ÚJ, ILLETVE ÚJSZERŰ EREDMÉNYEI

1. Összefoglaltam az elméleti és gyakorlati tudnivalókat néhány ismertebb kockázati mértékről. Matematikai pontossággal (definíciók, tételek, stb.) bemutattam öt kockázati mértéket: a szórást, varianciát, szemivarianciát, a kockáztatott értéket (VaR) és az várható veszteséget (ES). Bebizonyítottam, hogy ezen kockázati mértékek közül egyedül az ES koherens, így a tekintett kockázati mértékek közül elméleti szinten csak az ES érdemes a kockázat mérésére. Külön kitértem továbbá ezen kockázati mértékek minta realizációból történő kiszámításának módjára.
2. Tisztáztam a részvények, illetve a portfólió egyszerű és logaritmikus hozamainak kiszámítási módjait, valamint a köztük lévő legfontosabb kapcsolatokat. A kockázati sorrendre gyakorolt hatásaik vizsgálatával, egy kisebb empirikus tanulmány segítségével bebizonyítottam, hogy a használt hozamszámítás típusának befolyása van a vizsgálati eredményekre.
3. Pontosítottam a történeti szimuláción alapuló utótesztelés módszerének a leírását mind a VaR mind pedig az ES esetén. Mivel sokáig azt gondolták, hogy az ES nem utótesztelhető, ezért újszerű eredménynek tartom az ES utótesztelését konkrét részvényadatokra vonatkozóan. A módszer segítségével bebizonyítottam, hogy az ES jobb kockázati mértéknek bizonyul, mint a VaR. A számításokhoz nem normális illetve, nem elliptikus eloszlásból származó adatokat használtam.
4. Gyakorlati elemzés segítségével bebizonyítottam, hogy ha a hagyományos hozam-variancia kritérium helyett a hozam-ES kritériumot használjuk a portfólió optimalizálásánál, az megváltoztathatja a portfólió összetételére vonatkozó döntéseinket.
5. Rámutattam, hogy mennyire fontos a portfólióban lévő eszközök közötti kapcsolat feltérképezése. Bemutattam, hogy mindezt

magasabb dimenzióban az úgynevezett kopula függvények segítségével tehetjük meg. A kopula függvények segítségével hét dimenzióban tudtam vizsgálni a függőségi struktúrát, valamint ezt összekapcsolva az utótesztelés módszerével, szimulációs programot írtam annak megvizsgálására, hogy melyik kopula függvény bizonyul jobbnak a gyakorlatban. Ezen szimuláció segítségével bebizonyítottam, hogy a kopula függvény használata javítja a kockázatszámítás pontosságát.

5. AZ EREDMÉNYEK ELMÉLETI/GYAKORLATI HASZNOSÍTHATÓSÁGA

Kutatásaim célja az volt, hogy megvizsgáljam, milyen módszerekkel lehetne a kockázatot minél pontosabban mérni, modellezni, jellemezni. Úgy gondolom, hogy az egyik legnehezebb feladatot az elmélet és a gyakorlat összehangolása jelenti. A valóság minél pontosabb modellezése fontos szerepet játszik döntéseink meghozatalában. A jövő előrejelzése segít konkrét döntési helyzetekben meghozni a megfelelő döntést. A döntés meghozatalához pedig mérlegelni kell különböző lehetőségeket.

Ahhoz, hogy a lehetőségeket mérlegelni tudjuk, elengedhetetlen, hogy a modellek, a számítások egymással összehasonlíthatóak legyenek. Például a részvények árait nem tudjuk összehasonlítani, mert azok különböző tartományokban mozognak. Ahhoz, hogy számításokat tudjunk végezni és következtetéseket tudjunk levonni az eredményekből, „közös skálán” kell őket mérni. Az árak helyett tehát az egyszerű vagy a logaritmikus hozamot használhatjuk. Bebizonyítható, hogy ezen kétféle hozam érték általában igen közel van egymáshoz. Így felvetődik a kérdés, hogy változtat-e az az eredményen, hogy melyiket használjuk a számításokhoz. A gyakorlati elemzésemből kiderül, hogy teljesen más kockázati sorrendet eredményezhet az egyik, illetve a másik hozamtípus használata, ami ugyanabban a döntési helyzetben eltérő döntéshez vezetne. Ezért is kiemelkedő jelentőségű, hogy egy elemzésen belül egyfajta hozamot használjunk és mindig legyünk tudatában, hogy mit számolunk. Ezzel szeretném felhívni a figyelmet arra, hogy a matematikai eszközök és modellek alkalmazásával a gyakorlatban nagyon körültekintően kell(ene) bánni. Fontos a modell egyértelmű, matematikailag korrekt leírása, valamint alkalmazás előtti megértése.

Megjegyzendő továbbá, hogy nem csak a használt hozam típusa,

hanem a kiválasztott α szint is meghatározó a kockázati sorrend vizsgálatakor. Az elemzésből az is kiderül, hogy különböző α szintek - adott kockázati mérték mellett - eltérő kockázati sorrendeket, sőt néha jelentős különbségeket eredményezhetnek. Ez pedig például a portfólió kiválasztásánál eltérő döntéshez vezethet.

Pénzügyi területen – szintén különböző döntések meghozatala szempontjából – kiemelkedő fontosságú a kockázat minél pontosabb mérése. Elméleti és gyakorlati számítások alapján is azt tapasztaltam, hogy a használt kockázati mértékek mindegyike rendelkezik olyan tulajdonsággal, amely esetlegesen a kockázat téves megítéléséhez vezethet. Annak ellenére, hogy a VaR-t rengeteg kritika érte (hiszen például nem veszi figyelembe a VaR-on túli értékeket és a diverzifikációt sem támogatja) ma is a legszélesebb körben használt kockázati mérték. Annak ellenére, hogy az várható veszteség koherens kockázati mérték, azaz a kockázati mértékekkel szemben felállított követelményeknek eleget tesz, használata mégis kevésbé elterjedt. Az utótesztelés eredménye a vizsgált öt kockázati szint közül csak egyben találta jobbnak a VaR-t az ES-nél. Az elméleti és a gyakorlati eredményeket is összevetve úgy gondolom, hogy az ES pontosabb képet ad a kockázatról, mint a VaR, ezért a jövőben az ES használatát a kockázat mérésére célszerűbb lenne jobban előtérbe helyezni. Többek között például a portfólió optimalizálás területén is. Ha összehasonlítjuk a hatékony határvonal mentén a hagyományos hozam-variancia optimalizáció eredményeit a hozam-ES optimalizáció eredményeivel, akkor az tapasztalható, hogy az elérni kívánt hozam függvényében más és más lehet a portfólió összetétele, illetve az összetétel aránya a különböző alfa szintek, illetve kockázati mérték használata esetén. Ez pedig megváltoztathatja a portfólióval kapcsolatos döntéseinket is.

A kockázatszámítás szempontjából kiemelkedően fontos továbbá megvizsgálni a portfólióban szereplő eszközök kapcsolatát, függőségi struktúráját. Hiába diverzifikálunk a kockázat csökkentése érdekében, ha egy bekövetkezett esemény hatására a portfólióban szereplő eszközök, vagy azoknak egy része ugyanúgy viselkedik, kioltva ezzel a diverzifikáció hatását. Úgy gondolom, hogy a pontos modellezhetőség szempontjából tovább kell lépni a páronkénti korreláció vizsgálatáról

magasabb dimenziójú, nem lineáris összefüggések vizsgálatára. A kopula függvények használatával fényt deríthetünk ezekre az összefüggésekre, és az eredményeket összehasonlítva a történeti szimuláció eredményeivel tapasztalható volt, hogy a kopula függvény segíthet pontosabb képet alkotni a kockázatról.

Meg kell azonban jegyezni, hogy minden esetben figyelembe kell venni az alkalmazhatóság feltételeit. (Például a geometria Brown-mozgáson alapuló szimuláció alkalmazása nem normális eloszlású logaritmikus hozamokon félrevezető eredményt adna; vagy a VaR csak elliptikus eloszlások esetén alkalmazható a kockázat mérésére, a gyakorlatban használt adatok többsége pedig nem elliptikus eloszlású.) Mindezek elmulasztása, illetve figyelmen kívül hagyása félrevezető eredményekhez vezethet, aminek súlyos következményei lehetnek.

6. AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉBEN KÉSZÜLT PUBLIKÁCIÓK

1. **Miskolczi, P.**, Tarnóczy, T.: Risk Analysis with Financial Ratios. In: 3rd International PhD Students Conference : New Economic Challenges, Masaryk University, Brno, 238-246, 2011.
2. **Miskolczi, P.**: Differences between mean-variance and mean-cvar portfolio optimization models. *Anal. Univ. Oradea. Ştiinţ. econ* 25 (1), 548-557., 2016.
3. **Miskolczi, P.**: A Value at Risk és az Expected Shortfall összehasonlítása történeti szimuláció segítségével. *SZIGMA*, XLVII (3-4)., 2016
4. **Miskolczi, P.**: Note on simple and logarithmic return. *Apstract* 11 (1-2), 127-136., 2017
5. **Miskolczi, P.**: A történeti és a kopula függvényen alapuló kockázatszámítás összehasonlítása. *Pénzügyi Szemle.* közlésre elfogadva



Jelölt: Miskolczi Panna

Neptun kód: WZ016Z

Doktori Iskola: Ihrig Károly Gazdálkodás- és Szervezéstudományok Doktori Iskola

MTMT azonosító: 10050844

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Folyóiratcikkek, tanulmányok (4)

1. **Miskolczi, P.:** A történeti és a kopula függvényen alapuló kockázatszámítás összehasonlítása.
Pénzügyi Szemle "közlésre elfogadva", [1-20], 2018. ISSN: 0031-496X.
2. **Miskolczi, P.:** Note on simple and logarithmic return.
Apstract 11 (1-2), 127-136, 2017. ISSN: 1789-221X.
DOI: <http://dx.doi.org/10.19041/APSTRACT/2017/1-2/16>
3. **Miskolczi, P.:** A Value at Risk és az Expected Shortfall összehasonlítása történeti szimuláció segítségével.
Sigma 47 (3-4), 139-160, 2016. ISSN: 0039-8128.
4. **Miskolczi, P.:** Differences between mean-variance and mean-cvar portfolio optimization models.
Analele Universităţii din Oradea. Ştiinţe economice = Annals of University of Oradea. Economic science 25 (1), 548-557, 2016. ISSN: 1222-569X.

Konferenciaközlemények (1)

5. **Miskolczi, P., Tarnóczy, T.:** Risk analysis with financial ratios.
In: 3rd International PhD Students Conference : New Economic Challenges, Masaryk University, Brno, 238-246, 2011.





További közlemények

Folyóiratcikkek, tanulmányok (1)

6. Tóth, C. T., **Miskolczi, P.**, Csubák, M.: Parlagfű kivonat hatásának in vitro vizsgálata Monilinia laxa ellen.

Agrártudományi közlemények = Acta agraria Debreceniensis 47, 117-120, 2012. ISSN: 1587-1282.

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudománymetriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2018.03.14.

