

Doktori (PhD) értekezés tézisei

A matematikatörténet felhasználása a gimnáziumi matematikatanításban

Matos Zoltán

Témavezető: Herendiné Dr. Kónya Eszter



DEBRECENI EGYETEM

Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2021

A doktori értekezés előzményei és célkitűzése

Kutatásunk a hazai és nemzetközi didaktikai kutatások egyik fejezetéhez, a matematikatörténet középiskolai matematikaoktatásba történő beépíthetőségének vizsgálatához kíván hozzájárulni. E kitűzött célt egy kifejezetten a magyarországi közoktatási viszonyokhoz illeszkedő matematikatörténeti segédanyag elkészítésével, egy fejezetének két alkalommal történő kipróbálásával, a tapasztalatok dokumentálásával és elemzésével kívántuk elérni.

A dolgozat **első fejezete** a témaválasztás háttérét, egy gyakorló középiskolai tanár mindennapjaival való kapcsolatát és aktualitását mutatja be.

A **2. fejezetben** a témához kapcsolódó nemzetközi kutatásokat és a kutatási módszerünket ismertetjük.

Az 1960-as évek végétől kezdődően a matematikatörténet matematikatanításba történő beépítésének lehetősége népszerű kutatási területté vált. Az 1990-es évekre felerősödött a *miért* és *hogyan* kérdések megválaszolására, illetve a válaszok kategorizálására való törekvés (Fried, 2001; Jankvist 2009a). Az ezredfordulót követő első évtizedben a matematikatörténet oktatásba történő beemelésével kapcsolatos korábbi kétségek nagyobb figyelmet kaptak. Több kutató utal a téma iránt lelkes tanárok nehézségeire (pl. Fried, 2001; Siu, 2007), az empirikus kutatások száma növelésének szükségességére (pl. Jankvist, 2009b), vagy az ilyen tanulmányok kutatás-módszertani nehézségeire (pl. Guillemette, 2011).

A 2000-es évek első két évtizedében e téma legfontosabb kutatási céljai között a matematikatörténet oktatásba történő beépítésének empirikus vizsgálata vetődött fel, amelyhez ez a disszertáció is igyekszik hozzájárulni. Célunk így egyfelől egy, a magyar oktatási rendszerhez készült matematikatörténeti segédanyag létrehozása, másfelől annak kipróbálása és hatékonyságának vizsgálata lett. Ez az oktatási segédanyagot létrehozó kutatás annak a kutatási módszernek a használatát implikálta, melyet az angol nyelvű szakirodalom *educational design research*nek nevez. Ennek legfőbb jellemvonása az, hogy összetett oktatási problémák megoldásának ismétlődő fejlesztése mellett helyet kap a tudományos vizsgálat is (McKenney & Reeves, 2015). Az elmúlt években végzett kutató és fejlesztő munkánk, valamint e disszertáció felépítése (Reeves, 2006) által a *design research* folyamatoként megadott lépéseket követi, melyek a következők: a problémák beazonosítása és elemzése; egy prototípus megoldás kifejlesztése; a megoldás folyamatos tesztelése és finomítása; visszacsatolás a tervfejlesztési elvek megalkotásához, a megoldás gyakorlatban történő általánosítása.

Az értekezés új tudományos eredményei

A **3. fejezetben** a matematikatörténet magyar iskolai gyakorlatba történő beépülését tárgyaljuk az alábbi területekre fókuszálva:

- az oktatás tartalmi és kimeneti követelményét leíró jogszabályok,
- a középiskolai tankönyvek és feladatgyűjtemények,
- érettségi vizsga,
- középiskolai matematikaversenyek,
- a matematikatörténet középiskolai felhasználásának hazai úttörői.

A fejezet összefoglaló problémafelvetéssel zárul, miszerint bár valamennyi ismertetett területen a matematikatörténet jelentőségének növekedése figyelhető meg, a matematikatanárok több érvet is felhozhatnak arra, hogy miért nem használnak matematikatörténetet a tanórán. A (Siu, 2007) által leírt ellenérvek jelentős részére egy a középiskolai tananyag felépítési elvét követő (tehát például nem kronologikus felépítésű) matematikatörténeti segédanyag elkészítésével adtunk egy lehetséges választ.

A **4. fejezet** a matematikatörténeti segédanyaggal kapcsolatos gyakorlati kérdésekkel foglalkozik. Elsőként a matematikatörténetet tanórai beépíthetőségének két általunk megfogalmazott alapelvét ismertetjük. Ezek:

- a mértékletesség;
- a matematikatörténet a matematikatanítás eszköze legyen.

Ezen elveket figyelembe véve, a nemzetközi kutatások eredményeit is összegezve a *mit* és *miért* kérdésekre az alábbi válaszokat adjuk.

Mi építhető be matematikatörténetből a tanórába?

- A matematika nyelvezetének (szakkifejezések, jelölések) eredete.
- Egy feladat eredete, története.
- A matematika egy-egy ágának kialakulása.
- Matematikusokhoz kapcsolódó történetek, életrajzi adatok.

Miért építsünk be matematikatörténetet a tanórába?

- Mert segítheti a tananyag hosszú távú memóriába való rögzülését.
- Mert segítheti egy fogalom vagy tétel mélyebb megértését.
- Mert segíti a matematika más tudományokkal való összekapcsolását.
- Mert tanulást motiváló eszköz lehet.
- Mert segíti a matematika élő tudományként való megjelenítését.

- Mert hozzájárulhat a matematika nyelvezetének elfogadásához és megértéséhez.
- Mert általa tanterven kívüli matematikai elemeket is beemelhetünk a tanórába.
- Mert segíthet a lényeg kiszűrésére történő nevelésben.

Az **5. fejezet** az elkészült segédanyag egy részét – mint az általános elvek egy adott témakörben történő megjelenítését – a 2019/20-as tanévig a 9. évfolyamon tanított algebra és számelmélet témakörhöz készült fejezetet tartalmazza.

A segédanyag két részből áll. Egyfelől ezen a témakörön végighaladva több tananyaghoz a diákok szintjéhez illeszkedő matematikatörténeti elemeket ajánl a következő felépítést követve:

- Az óra címe.
- Az óra célja.
- Az óra menetének főbb pontjai.
- Az adott tananyagrészhöz kapcsolódó matematikatörténeti blokk.
- A matematikatörténeti rész általában magyarul hozzáférhető forrása.
- Az adott blokk egy lehetséges beépítése a tanórába.
- A matematikatörténeti blokk funkciója az adott tanórán belül.
- Lehetséges kapcsolódási pontok, ahol felsoroljuk azokat az egyéb tananyagrészeket, ahol az adott blokk szintén tárgyalható.

Másfelől nem tananyaghoz, hanem tanórai szituációkhoz (pl. a tanár számolási hibát vét) kapcsolódó blokkokat is tartalmaz.

A **6. fejezet** a kutatási kéréseket és a hozzájuk kapcsolódó hipotéziseket írja le.

A segédanyag kipróbálásai során az alábbi kérdésekre kerestük a válaszokat.

K.1. Alkalmas-e a segédanyag arra, hogy egy középiskolai tanár különböző profilú osztályok matematikaóráján használja?

K.2. Meghagyja-e a segédanyag a tanár szabadságát abban, hogy saját ízlésének és habitusának megfelelően építsen be matematikatörténeti blokkokat a tanórába?

K.3. A diákok számára ezen történeti elemek segítik-e egy adott fogalom mélyebb megértését?

K.4. A diákok számára ezen történeti elemek segítik-e egy adott matematikai tartalom hosszú távú memóriába történő rögzülését?

K.5. Képes-e a segédanyag hozzájárulni ahhoz, hogy a diákok matematika tantárgyhoz való hozzáállása pozitív irányba változzon?

Ezen kutatási kérdésekhez rendre az alábbi hipotézisek kapcsolódtak.

H.1. Igen alkalmas. Ez leginkább felépítéséből adódik. Egyfelől a blokkok rövidegsége lehetővé teszi a tanóraba való beépülést annak veszélye nélkül, hogy a tanár a tananyaggal lemaradjon, másfelől pedig a felépülése nem kronologikus, hanem a tananyag logikáját követi.

H.2. A tanári szabadság nem sérül, az adott blokkok szabadon építhetők be. Ez a szabadság vonatkozik a beépülés helyére (a legtöbb blokk több tananyaghoz is kapcsolódhat), illetve a feldolgozási módszerre.

H.3. Igen, több diáknak segítséget nyújtanak.

H.4. Igen, több diáknak segítséget nyújtanak.

H.5. Igen, képes hozzájárulni ahhoz, hogy a diákok matematikához való hozzáállása pozitív irányba változzék.

A **7. fejezet** a segédanyag első (akciókutatás jelleggel végzett) kipróbálását és a kapcsolódó felmérések eredményét ismerteti.

Az első kipróbálásra a 2018/19-es tanévben, az SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános Iskola kilencedik évfolyama általános tantervű biológia-fizika-kémia orientációs osztályának egyik csoportjában került sor, ahol a diákok a matematikát az első két évben, névsor szerinti csoportbontásban két külön tanárnál tanulták. Az osztály egyik fele a segédanyagot kipróbáló kísérleti, az osztály másik fele pedig a kontrollcsoport szerepét töltötte be.

A segédanyagot kipróbáló tanár (a szerző) tapasztalatai kedvezőek voltak, s tényszerűen lejegyzésre kerültek. Ezek a K.1. K.2. és K.5. kutatási kérdés esetén is a kutatási hipotézist erősítették meg.

A történetiség és a tananyag mélyebb megértésének kapcsolatát a K.3. kutatási kérdésre a választ a számrendszerek témakörrel kapcsolatos órán nem látott feladatok megoldásával kerestük. A két bevezető feladat esetében szignifikáns eltérés nem, azonban két feladat esetében jelentős különbség mutatkozott a két csoport megoldásai között. A kísérleti csoport tagjai egyértelműen sikeresebben tudták megoldani ezeket a feladatokat. Ennek oka abban rejlik, hogy a helyiértékes írásmód fogalmát jobban fel tudták idézni, s jobban tudták alkalmazni.

A történetiség és a hosszú távú memóriába való rögzülés kapcsolatát (azaz a K. 4. kérdést) vizsgálándó, mindkét csoport tagjait egy matematika óra elején váratlanul arra kértük, hogy oldjanak meg két hónappal korábbi tanórákon látott feladatokat. Mindkét feladat esetében a kísérleti csoport tagjai sokkal nagyobb arányban adtak helyes választ, mint a kontrollcsoport tagjai. Az eredmények közti különbséget avval magyarázhatjuk, hogy a kontrollcsoport tagjai a számrendszerek tanulásakor a hangsúlyt nem a helyiérték fogalmára helyezték, hanem egy egyszerű

algoritmus elsajátítására, amit egy rövid ideig még tökéletesen tudtak reprodukálni, de aztán egy-két hónap alatt szinte teljesen elfelejtettek. Velük szemben a kísérleti csoport diákjai jóval mélyebben sajátították el a helyiértékes írásmód fogalmát, mivel annak logikáját is sikerült megérteni. Ez hozzásegítette őket ahhoz, hogy hosszabb távon is emlékezzenek egy korábban látott feladat megoldási algoritmusára, ami azt mutatja, hogy a matematikatörténet segítheti a tananyag hosszú távú memóriába történő rögzítését.

A **8. fejezet** a segédanyag egy újabb, más tanárral történő kipróbálását és a kapcsolódó felmérések eredményét ismerteti.

A 2019/20-as tanévben az apróbb korrigáláson átesett segédanyagot ugyanazon iskolában egy magyar-történelem orientációjú osztály névsor szerint megbontott egyik felében próbáltuk ki, így az osztály két csoportjából az egyik a kísérleti, míg másik a kontrollcsoport szerepét töltötte be. A kísérleti csoport tanára a tanév előtt megkapta és áttanulmányozta a segédanyagot, majd részletesen megbeszéltük vele annak koncepcióját.

A kísérlet dokumentálásaként minden óráról hangfelvétel készült. A tanórák jelentős részén, főleg a matematikatörténeti blokkok megjelenésekor személyes megfigyelőként vettünk részt az órán, feljegyzéseket készítve figyeltük a diákok reakcióit és a kolléga munkáját. Az órák után mindig hosszabb-rövidebb megbeszélést tartottunk, amelyekről feljegyzések készültek. Az így szerzett tapasztalatok valamint azoknak a korábbi kipróbálás kapcsán látottakkal való összevetése alapján a K.1. és K.2. kutatási kérdésekre egyértelmű igen választ fogalmazhattunk meg.

Közel két hónappal a témazáró dolgozat után a két csoporttal váratlanul egy közös felmérést írtattunk, melynek célja annak megvizsgálása volt, hogy a K.4. kérdéssel összhangban matematikatörténet segítette-e a hosszú távú memóriába történő beépülést. Ehhez mindkét csoport által korábbi tanórákon megoldott feladatokat válogattunk olyan témákból, amelyeknél a kísérleti csoport tanóráin szó esett matematikatörténeti vonatkozásokról is. A feladatok megoldásának elemzése megerősítette azt a hipotézisünket, hogy a matematikatörténettel támogatott oktatás segítette a vonatkozó tananyagrészek hosszú távú emlékezetbe történő beépülését.

K. 5. kérdésre a szaktanárok véleménye, a félévi és év végi osztályzatok összevetése valamint a tanórákon külső szemlélőként szerzett tapasztalatok alapján próbáltunk válaszolni. Egyértelműen megállapítható volt, hogy a kísérleti csoport tanulójának matematikához való hozzáállása pozitív irányban változott. Azonban ennek az órákon látott matematikatörténeti blokkokkal való kapcsolatát nem látjuk kimutathatónak az alábbiak miatt.

- Egy, a kísérleti csoporttal a témazáró dolgozat utáni matematikatörténeti kérdésekből álló kérdőív kitöltésekor, a helyes válaszok aránya nem volt „kiugróan magas”.
- Az eredmények kialakulása és az attitűdbéli pozitív változás egy teljes tanévnyi munka eredménye. Márpedig nem tudhatjuk, hogy ebben mekkora szerepet játszott az első félév mintegy 80%-át kitevő órák egy részébe bevitt matematikatörténet.
- Bármennyire is közeli egymáshoz a két csoportot tanító tanár stílusa, tananyag-felépítése, alkalmazott módszerei, két különböző személyiség is okozhatta a tapasztalt attitűdváltozások közti különbséget.

A **9. fejezet** a kutatási kérdésekre adott válaszokat, azok indoklását valamint kutatásunk folytatásának további lehetséges irányait tartalmazza.

A két kipróbálás és a felmérések után az első négy kutatási kérdésre a kutatási hipotézisek elfogadásával tudunk felelni. K. 5. esetében elmondhatjuk, hogy bár a két tanév során mindkét kísérleti csoportnál érzékelhető volt egyfajta pozitív attitűdbéli változás, a segédanyagnak erre történő egyértelmű hatását nem sikerült kimutatni.

Ezek alapján a kutatást a következő irányokban gondoljuk folytathatónak:

- a teljes középiskolai tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti segédanyag összeállítása;
- több különböző iskola további tanárainak bevonása a segédanyag elkészült részeinek kipróbálásába;
- kísérleti tanítás végzése a teljes 9. évfolyamon egymás utáni tanévekben lehetőleg ugyanolyan típusú osztályban úgy, hogy a kísérleti és kontrollcsoport tanára szerepet cseréljen.

Felhasznált irodalom

- Fried, M. N. (2001). Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? *Science & Education*, 10, pp. 391 – 408.
- Guillemette, D. (2011). L’histoire dans l’enseignement des mathématiques: sur la méthodologie de recherche. *Petit x*, 86, pp. 5 - 26.
https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/86x1_1560843776060-pdf
- Jankvist, U. T. (2009a) A categorisation of the „whys” and „hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*. 71 (3), pp. 235 – 261.
- Janvist, U. T. (2009b). On empirical research in the field of using history in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12 (1). pp. 67-101.
- McKenney, S., Reves, T. C. (2015). Educational Design research. In. J. Micahel Spector, M. David Merrill, Jan Elen, M. J. Bishop (Eds.) *Handbook of Research on Educational Communications Technology* (pp. 3 – 29.).
https://www.researchgate.net/publication/265092587_Educational_Design_Research
- Reeves, T.C. (2006). Design research from a technology perspective. In: Van den Akker, J. Gravemeijer, K, McKenney, S. & Nieveen, N. (Eds). (2006). *Educational design research*. London: Routledge, 52-66.
- Siu, M. (2007). *No, I don't use history of mathematics in my class. Why?*. In F. Furinghetti, S. Kaijser, & C. Tzanakis, *Proceedings HPM2004 & ESU4* (revised edition) (pp. 368 – 382). Uppsala, Uppsala Universitet.



Nyilvántartási szám: DEENK/417/2021.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Matos Zoltán

Doktori Iskola: Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

MTMT azonosító: 10063718

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Magyar nyelvű könyvek (1)

1. **Matos, Z.**: Matematikai tételek és összefüggések. 2., átdolg. kiadás, Maxim K., Szeged, 256 p., 2018. ISBN: 9789632619224

Idegen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (2)

2. **Matos, Z.**, Herendiné Kónya, E.: Teaching numeral systems based on history in high school.
Ann. Math. Inform. [Epub ahead of print] (-), 1-10, 2021. ISSN: 1787-5021.
DOI: <https://doi.org/10.33039/ami.2021.08.003>
3. **Matos, Z.**: Square root in secondary school.
Teach. math. comput. sci. 17 (1), 59-72, 2019. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2019.0457>

Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (1)

4. Máder, A., **Matos, Z.**: Variations autour d'une formule.
Au fil des maths 533, 69-73, 2019.

További közlemények

Magyar nyelvű könyvek (1)

5. Máder, A., **Matos, Z.**: Érettségi mintafeladatsorok matematikából. 2. jav. kiad., Maxim Könyvkiadó, Szeged, 184 p., 2016. ISBN: 9789632618128

Magyar nyelvű könyvrészek (2)

6. **Matos, Z.**: Matematikai fogalmak.
In: Természettudományos fogalomtár / Blázsikné Karácsony Lenke, Gutai Zita, László Györgyi, Matos Zoltán, Molnár Miklós, Maxim Könyvkiadó, Szeged, 246-309, 2019. ISBN: 9789634990581





7. Matos, Z.: Matematikaképletek.

In: Természettudományos mini függvénytáblázat / Blázsikné Karácsony Lenke, Gutai Zita, László Györgyi, Matos Zoltán, Molnár Miklós, Maxim Könyvkiadó, Szeged, 8-62, 2019, (Mindentudás zsebkönyvek, ISSN 1787-3088) ISBN: 9789634990574

Magyar nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (1)

8. Ludányi, L., **Matos, Z.:** Függvényegyenletek középiskolában.
Polygon. 26 (1), 63-70, 2021. ISSN: 1215-3044.

Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (1)

9. **Matos, Z.:** Méthode du mauvais élève.
Quadrature. 105, 39-40, 2017. ISSN: 1142-2785.

Magyar nyelvű absztrakt kiadványok (1)

10. **Matos, Z.:** Két bevált gyakorlat a középiskolai matematikai tehetséggondozásban.
In: Tradíciók az innováció: A gyakorlóiskolák tehetséggondozásban betöltött szerepe : Vezetőtanáítók és -tanárok XII. Országos Módszertani Konferenciája. Szerk.: Turi Katalin, Jurisics Judit, Gyakorlóiskolák Iskolaszövetsége, Pécs, 56, 2017. ISBN: 9789631296962

Ismeretterjesztő, népszerűsítő cikkek (1)

11. **Matos, Z.:** Egy hasznos trükk: a "Ravi-helyettesítés".
Polygon. 24 (2), 59-65, 2017. ISSN: 1215-3044.

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudománymetriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2021.08.26.



Short thesis for the degree of doctor of philosophy (PhD)

The use of the history of mathematics in the teaching of mathematics in secondary school

by Matos Zoltán

Supervisor: Herendiné Dr. Kónya Eszter



UNIVERSITY OF DEBRECEN

Doctoral School of Mathematical and Computational Sciences

Debrecen, 2021

Antecedents and objectives of the doctoral thesis

Our research aims to contribute to one of the chapters of domestic and international didactic research, the study of the integration of the history of mathematics into secondary school mathematics education. We wanted to achieve this goal by preparing a mathematics history resource material specifically for Hungarian public education, testing one of its chapters on two occasions, and documenting and analysing the results.

The **first chapter** of the thesis presents the background of the topic choice, and its relationship and actuality with the everyday work of a practicing secondary school teacher.

Chapter 2 describes international research related to the topic and our research method.

Beginning in the late 1960s, the possibility of integrating the history of mathematics into mathematics teaching became a popular field of research. By the 1990s, efforts to answer the questions of why and how and to categorise the answers intensified (Fried, 2001; Jankvist 2009a). In the first decade of the new millennium, previous doubts about the integration of the history of mathematics in the education received more attention. Several researchers point to the difficulties of teachers enthusiastic about the topic (e.g. Fried, 2001; Siu, 2007), the need to increase the number of empirical researches (e.g. Jankvist, 2009b), and the research-methodological difficulties of such studies (e.g. Guillemette, 2011).

One of the most important research goals of this topic in the first two decades of the 2000s was the empirical study of the integration of the history of mathematics into education, to which this dissertation also seeks to contribute. Thus, our aims were, on the one hand, to create a mathematical history resource material for the Hungarian education system, and, on the other hand, to test it and examine its efficiency. This research which created the teaching resource material implied the use of a research method called *educational design research* in the English language professional literature. The main feature of this is that, in addition to the repeated development of solutions to complex educational problems, scientific research is also included (McKenney & Reeves, 2015). Our research and development work in recent years and the structure of this dissertation (Reeves, 2006) follow the steps given as a process of *design research*, which are the following: identification and analysis of problems; developing a prototype solution; continuous testing and refinement of the solution; feedback to the creation of design development principles, generalisation of the solution in practice.

New scientific results of the thesis

In **Chapter 3**, we discuss the integration of the history of mathematics into Hungarian school practices, focusing on the following areas:

- legislation describing the content and output requirements of education,
- secondary school textbooks and assignments,
- secondary school graduation examination,
- secondary school mathematics competitions,
- Hungarian pioneers in the use of the history of mathematics in secondary schools.

The chapter is concluded with a summary of the problem that, although the importance of the history of mathematics has increased in all the areas described, mathematics teachers can make several arguments as to why they do not teach the history of mathematics in their lessons. For a significant number of the counter-arguments described (Siu, 2007), we provided a possible answer by preparing a history of mathematics resource material that follows the structural principles of the secondary school curriculum (i.e., it is not chronologically structured).

Chapter 4 discusses practical issues related to the history of mathematics resource material. First, we describe the two principles we have formulated for the integration of the history of mathematics into the classroom. These are:

- moderation;
- make the history of mathematics a tool for teaching mathematics.

Taking these principles into consideration and summarising the results of international research on the questions of *what* and *why*, we give the following answers.

What can be integrated from the history of mathematics into the lesson?

- The origins of the language of mathematics (technical terms, symbols).
- The origin and history of a problem.
- The formation of different branches of mathematics.
- Stories and biographical data of mathematicians.

Why incorporate a history of mathematics into the lesson?

- Because it can help to record the curriculum in long-term memory.
- Because it can help to gain a deeper understanding of a concept or thesis.
- Because it helps to connect mathematics with other sciences.
- Because it can be a motivating tool for learning.
- Because it helps to portray mathematics as a living science.
- Because it can contribute to the acceptance and understanding of the language of mathematics.
- Because it allows us to include mathematical elements outside the curriculum in the lesson.
- Because it can help to educate for filtering out the point.

Chapter 5 contains a part of the completed resource material – as a presentation of the general principles in a given topic – a chapter on the topic of algebra and number theory taught in the 9th grade until the 2019/2020 academic year.

The resource material consists of two parts. On the one hand, going through the topics, it recommends elements of mathematical history that fit the level of the students for several curricula, following the structure below:

- The title of the lesson.
- The purpose of the lesson.
- The main points of the lesson.
- A block of mathematics history related to the given part of the curriculum.
- The source of the history of mathematics usually available in Hungarian.
- One possible integration of the given block into the lesson.
- The function of the mathematics history block within the given lesson.
- Possible connection points where we list the other parts of the curriculum where that block can also be discussed.

On the other hand, it also contains blocks related not to the curriculum but to classroom situations (e.g., the teacher making a calculation error).

Chapter 6 describes the research requests and the hypotheses associated with them.

During the testing of the resource material, we sought answers to the following questions.

K.1. Is the resource material suitable for use by a secondary school teacher in mathematics classes for groups of different profiles?

K.2. Does the resource material allow the teacher to integrate mathematical history blocks into the lesson according to their own taste and habits?

K.3. Regarding the students, do these historical elements help them gain a deeper understanding of a particular concept?

K.4. Regarding the students, do these historical elements help to retain a particular mathematical content in the long-term memory?

K.5. Is the resource material able to help change students' attitudes towards mathematics in a positive direction?

The following hypotheses were related to these research questions, respectively.

H.1. Yes, it is suitable. This is mostly due to its structure. On the one hand, the brevity of the blocks allows integration into the lesson without the risk of the teacher falling behind with the curriculum, and on the other hand, its structure is not chronological but follows the logic of the curriculum.

H.2. The teacher's freedom is not hindered, the given blocks can be freely incorporated. This freedom applies to the place of incorporation (most blocks can be linked to more than one part of the curriculum) and the method of processing.

H.3. Yes, they help more students.

H.4. Yes, they help more students.

H.5. Yes, it can contribute to a positive change in students' attitudes towards mathematics.

Chapter 7 describes the first trial (performed as an action research) of the resource material and the results of the related tests.

The first test took place in the 2018/19 academic year, in a group of the general curriculum biology-physics-chemistry orientation class of the ninth grade of SZTE Practicing Secondary and Primary School, where students were divided by alphabetical order for mathematics lessons and taught by two different teachers

in the first two years. One half of the group was the experimental one testing the resource material and the other half played the role of the control group.

The experience of the teacher testing the resource material (the author) had positive results and these were factually recorded. These confirmed research hypotheses in the case of K.1., K.2., and K.5. research questions.

We sought the answer to the research question: the relationship between historicity and a deeper understanding of the curriculum described in K.3. by solving problems not seen in the lessons related to the topic of number systems. There was no significant difference for the two introductory problems, but for the next two problems there was a significant difference between the solutions of the two groups. The members of the experimental group were clearly able to solve these tasks more successfully. The reason for this is that they were better able to recall and apply the concept of place values.

To examine the relationship between historicity and long-term memory retention (i.e., question K. 4.), members of both groups were unexpectedly asked at the beginning of a mathematics lesson to solve problems they had seen in lessons two months earlier. For both problems, members of the experimental group gave a much higher proportion of correct answers than the members of the control group. The difference between the results can be explained by the fact that the members of the control group did not focus on the concept of place value when learning number systems, but on mastering a simple algorithm that they could perfectly reproduce for a short time but then almost completely forgot. In contrast, the students of the experimental group mastered the concept of space value much more deeply, as its logic was also understood. This helped them to remember the solution algorithm of a previously seen problem in the longer term, which shows that the history of mathematics can help to record the curriculum in long-term memory.

Chapter 8 describes the trial of the resource material with another teacher and the results of related tests.

In the 2019/20 school year, the resource material that underwent minor modifications was tested in one half of a Hungarian-history oriented class in the same school, so that one of the two groups in the class served as the experimental group and the other as the control group. The teacher of the experimental group received and studied the resource material before the school year, and then we discussed its concepts in detail with them.

An audio recording of each lesson was made to document the experiment. For a significant portion of the lessons, especially when the history of mathematics blocks were being taught, we attended the class as a personal observer, observing the students' reactions and the work of the colleague by

taking notes. After the lessons, we always had a longer or shorter discussion, which was recorded. Based on the experience gained in this way and their comparison with what was seen in connection with the previous trial, we were able to formulate clearly yes answers to research questions K.1. and K.2.

Nearly two months after the topic-ending test, we had both groups write a surprise test, the aim of which was to examine whether mathematics history in accordance with question K.4. helped to integrate it into long-term memory. To this end, we selected problems solved by both groups in previous lessons from topics where mathematical history aspects were also discussed in the lessons of the experimental group. The analysis of their solutions for the problems confirmed our hypothesis that education supported by the history of mathematics helped to integrate the relevant parts of the curriculum into long-term memory.

We tried to answer question K.5. on the basis of the opinions of the teachers, the comparison of the semester and year-end grades and the experience gained as an external observer in the lessons. It was clear that the attitudes of the students in the experimental group towards mathematics changed in a positive direction. However, our relationship to the mathematical history blocks seen in the classes is not seen to be detectable for the following reasons.

- When completing a questionnaire with the experimental group on mathematical history questions after the final dissertation, the proportion of correct answers was not “remarkably high”.

- The development of results and a positive change in attitude are the result of a full school year of work. However, we do not know to what extent the history of mathematics, which accounted for about 80% of the hours in the first semester, played a role in this.

- No matter how close the style, curriculum structure and methods used of the teacher teaching the two groups, two different personalities may have caused the difference between the attitudinal changes experienced.

Chapter 9 contains the answers to the research questions, their rationale, and other possible directions for continuing our research.

After the two trials and tests, we can answer the first four research questions by accepting the research hypotheses. In the case of question K. 5., we can say that although there was a kind of positive change in attitude in both experimental groups during the two school years, the clear effect of the resource material on this could not be demonstrated.

Based on these, we think that the research can be continued in the following directions:

- compilation of the mathematics history resource material for the full secondary school curriculum;
- the involvement of additional teachers from several different schools in the testing of
the completed resource material;
- conducting experimental teaching throughout the 9th grade in consecutive school years, preferably in the same type of class, with the teachers of the experimental and control group changing roles.

References

- Fried, M. N. (2001). Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? *Science & Education*, 10, pp. 391 – 408.
- Guillemette, D. (2011). L’histoire dans l’enseignement des mathématiques: sur la méthodologie de recherche. *Petit x*, 86, pp. 5 - 26.
https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/86x1_1560843776060-pdf
- Jankvist, U. T. (2009a) A categorisation of the „whys” and „hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*. 71 (3), pp. 235 – 261.
- Janvist, U. T. (2009b). On empirical research in the field of using history in mathematics education. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 12 (1). pp. 67-101.
- McKenney, S., Reves, T. C. (2015). Educational Design research. In. J. Micahel Spector, M. David Merrill, Jan Elen, M. J. Bishop (Eds.) *Handbook of Research on Educational Communications Technology* (pp. 3 – 29.).
https://www.researchgate.net/publication/265092587_Educational_Design_Research
- Reeves, T.C. (2006). Design research from a technology perspective. In: Van den Akker, J. Gravemeijer, K, McKenney, S. & Nieveen, N. (Eds). (2006). *Educational design research*. London: Routledge, 52-66.
- Siu, M. (2007). *No, I don't use history of mathematics in my class. Why?*. In F. Furinghetti, S. Kaijser, & C. Tzanakis, *Proceedings HPM2004 & ESU4* (revised edition) (pp. 368 – 382). Uppsala, Uppsala Universitet.



Registry number: DEENK/417/2021.PL
Subject: PhD Publication List

Candidate: Zoltán Matos

Doctoral School: Doctoral School of Mathematical and Computational Sciences

MTMT ID: 10063718

List of publications related to the dissertation

Hungarian books (1)

1. **Matos, Z.**: Matematikai tételek és összefüggések. 2., átdolg. kiadás, Maxim K., Szeged, 256 p., 2018. ISBN: 9789632619224

Foreign language scientific articles in Hungarian journals (2)

2. **Matos, Z.**, Herendiné Kónya, E.: Teaching numeral systems based on history in high school.
Ann. Math. Inform. [Epub ahead of print] (-), 1-10, 2021. ISSN: 1787-5021.
DOI: <https://doi.org/10.33039/ami.2021.08.003>
3. **Matos, Z.**: Square root in secondary school.
Teach. math. comput. sci. 17 (1), 59-72, 2019. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2019.0457>

Foreign language scientific articles in international journals (1)

4. Máder, A., **Matos, Z.**: Variations autour d'une formule.
Au fil des maths 533, 69-73, 2019.

List of other publications

Hungarian books (1)

5. Máder, A., **Matos, Z.**: Érettségi mintafeladatsorok matematikából. 2. jav. kiad., Maxim Könyvkiadó, Szeged, 184 p., 2016. ISBN: 9789632618128

Hungarian book chapters (2)

6. **Matos, Z.**: Matematikai fogalmak.
In: Természettudományos fogalomtár / Blázsikné Karácsony Lenke, Gutai Zita, László Györgyi, Matos Zoltán, Molnár Miklós, Maxim Könyvkiadó, Szeged, 246-309, 2019. ISBN: 9789634990581





7. **Matos, Z.:** Matematikaképletek.

In: Természettudományos mini függvénytáblázat / Blázsikné Karácsony Lenke, Gutai Zita, László Györgyi, Matos Zoltán, Molnár Miklós, Maxim Könyvkiadó, Szeged, 8-62, 2019, (Mindentudás zsebkönyvek, ISSN 1787-3088) ISBN: 9789634990574

Hungarian scientific articles in Hungarian journals (1)

8. Ludányi, L., **Matos, Z.:** Függvényegyenletek középiskolában.

Polygon. 26 (1), 63-70, 2021. ISSN: 1215-3044.

Foreign language scientific articles in international journals (1)

9. **Matos, Z.:** Méthode du mauvais élève.

Quadrature. 105, 39-40, 2017. ISSN: 1142-2785.

Hungarian abstracts (1)

10. **Matos, Z.:** Két bevált gyakorlat a középiskolai matematikai tehetséggondozásban.

In: Tradíciók az innováció: A gyakorlóiskolák tehetséggondozásban betöltött szerepe : Vezetőtanárok és -tanárok XII. Országos Módszertani Konferenciája. Szerk.: Turi Katalin, Jurisics Judit, Gyakorlóiskolák Iskolaszövetsége, Pécs, 56, 2017. ISBN: 9789631296962

Informational/educational articles (1)

11. **Matos, Z.:** Egy hasznos trükk: a "Ravi-helyettesítés".

Polygon. 24 (2), 59-65, 2017. ISSN: 1215-3044.

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

26 August, 2021

