

SZAKDOLGOZAT

Pásztor Ferenc Tibor

Debrecen

2011

Debreceni Egyetem
Informatika Kar

RIZIKÓELEMZÉS

Konzulens:

Dr. Terdik György

Dékán/Egyetemi tanár

Készítette:

Pásztor Ferenc Tibor

Gazdaságinformatikus szak

Debrecen

2011

2

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném kifejezni hálás köszönetem felkészítő tanáromnak, Dr. Terdik György dékán úrnak, aki nélkül sem tárgyi tudásom, sem kitartásom nem lett volna elég ahhoz, hogy jelen értekezésemet elkészítsem.

Ezen kívül szeretném megköszönni szüleimnek a sok támogatást és a biztatást.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	6
2. A Bretton Woods-i pénzügyi rendszer	8
2.1 A pénzügyi rendszer megszületéséig megtett út	8
2.2 A pénzügyi rendszer jellemzői	9
2.3 A Bretton Woods-i rendszer bukása	10
3. Alapfogalmak	11
3.1 A devizapiac.....	11
3.1.1 A valuta.....	11
3.1.2 A deviza	11
3.1.3 Az árfolyam	12
3.2 A kockázat	13
3.3 A VaR.....	15
4. A kockázat mérése	17
4.1 A Historikus módszer.....	19
4.1.1 Példa bemutatása egy egyszerű eszköz portfólión	19
4.2 A Variancia-kovariancia analízis	24
4.2.1 Példa bemutatása egy egyszerű eszköz portfólión	25
4.3 A Monte Carlo szimuláció	30
4.3.1 Példa bemutatása egy egyszerű eszköz portfólión	30
4.4 Melyik módszer a legjobb?	31

5. Összefoglalás.....	33
6. Irodalomjegyzék.....	35
7. Függelék.....	36

1. Bevezetés

Mostanság napi rendszerességgel hallani a különféle médiákból érkező aggasztó prognózisokat a pénz értékének csökkenéséről, amely a gazdasági piac egy sötét tónusú jövőképét tárja elénk. Ezen hírfolyamokat követve ötlött fel bennem az a gondolat, hogy milyen módszerrel lehetne közel pontos becslést adni arról, hogyan alakul majd egy esetleges befektetésem a jövőre nézve. „Megjósolható”, hogy nyereséges lesz e a portfólióm vagy vaktában ugorjak fejest az üzleti döntésbe és reménykedjek a sikerben? Szerencsére létezik megoldás, amit úgy neveznek *kockázatbecslés*. Igen ám, de mi a garancia arra, hogy a rendelkezésemre álló adatok pontatlanságának köszönhetően a módszertan ismeretének ellenére sem döntök majd kedvezőtlenül? Nos, mielőtt körvonalazódna előttünk a válasz, előbb nézzük is meg konkrétan mit is takar a *value at risk (VaR)* módszertana.

Szakedolgozatomat egy rövid történelmi áttekintéssel kezdeném. Hogyan vált a kockázatbecslés olyan nagy horderejű módszertanná, ahogyan azt ma ismerjük. Mit takar a Bretton-Woods rendszere és milyen előzmények vezettek a bukásához, ill. a ma ismert módszertan megszületéséhez.

Az ezt következő fejezetem témájaként szeretném bemutatni a legfontosabb alapfogalmakat, úgymint a *devizapiac*, a *kockázat*, és a *Markowitz-model* amelyek ismerete a módszertan alapjait képezi, ezek után pedig rátérek a *VaR* konkrét fogalmának kifejtésére.

A negyedik fejezetben példaként tekintünk egy lehetséges portfóliót. Esetünkben egy amerikai vállalatot, ami 1996 májusában arra az elhatározásra jutott, hogy augusztusban szeretnének pénzváltást kezdeményezni. Arra voltak kíváncsiak, hogy az aznapi dátum mellett, az akkor rendelkezésükre álló adatok ismeretében mégis milyen kockázatot rejtett magában a végrehajtandó tranzakció. Példánkon keresztül ismertetni fogom a *VaR* értékeinek kiszámítási módjait 3 különböző módszert alapul véve, úgymint a *Historikus módszer*, *Variancia-Kovariancia analízis*, ill. *Monte Carlo Szimuláció*.

Látni fogjuk majd, hogy mindhárom módszernek megvan a maga előnye és hátránya. Megpróbálom megtalálni a választ arra a kérdésre a módszerek bemutatását követően, hogy melyiket érdemes választani. Melyik a legjobb módszer?

Miután remélhetőleg sikerült elsajátítani elegendő ismeretet ahhoz, hogy felmérjük az üzleti döntésem lehetséges kockázatát, talán kielégítő választ is fogunk kapni a fejezet elején feltett kérdésekre is.

2. A Bretton Woods-i pénzügyi rendszer

1910 körül az aranystandardba befektetett bizalom töretlennek tűnt. Az árfolyamok rendjét az aranyhoz rögzítették, amit mindenki a gazdasági fejlődés egyik feltételének tekintett. Az I. világháború során kialakult egyensúlyhiány azonban alapjában változtatta meg a gazdaságról alkotott képet, amelyet a világválság tovább súlyosbított. Az 1944 júliusában megtartott Bretton Woods-i konferencia meghozta az áttörést. A fejezetben bemutatom, hogyan történt mindez és miért nem működött ez a rendszer, ami ugyanakkor nagy jelentőséggel bírt a VaR módszertanának létrejöttére.

2.1 A pénzügyi rendszer megszületéséig megtett út

Az I. világháború végét vetett az aranystandard hagyományos működésének, megszűnt az arany pénz funkciója. Mindez egyfajta előjel volt arra, hogy a nemzetközi gazdaság átalakulóban van. A hadigazdálkodást folytató kormányok költségei felborította az államháztartások egyensúlyát, amiket hitelekkel és bankjegykibocsátással igyekeztek orvosolni. Ám a fizetőeszközök mögött nem állt fedezet, ez pedig megingatta a valutába fektetett bizalmat. Amíg az európai kormányok adósságai emelkedtek, a háborúban asszisztáló Egyesült Államok pénzügyi pozíciói megerősödtek. 1918 után a legtöbb ország felülvizsgálta valutái értékét, majd az árfolyamokat a háború előtti szinten rögzítették. Ez nem tükrözte a valóságot és az aranykészletek bővülését sem eredményezte olyan mértékben, ahogy azt a kereskedelmi forgalom megkövetelte volna.

A valutáris viszonyok közös rendezése már 1920-ban felmerült, amikor is 30 ország részvételével konferenciát tartottak Brüsszelben. A megbeszélések azonban nem vezettek eredményre. Az 1922-ben Genovában megrendezett fórum hasonlóan eredménytelenül zárult. Itt az aranystandard helyreállítása volt a cél. Ez 1925 áprilisában valósult meg, mikor Winston Churchill angol pénzügyminiszter bejelentette az aranystandard visszaállítását. Ezzel azt szerette volna megakadályozni, hogy az instabil font helyett inkább a dolláralapra helyezték

át a gazdasági kapcsolatokat, mert ez a britek csorbulását eredményezte volna. A példát követve később több ország is visszatért az aranyalapra. Az 1929-1933-as világgazdasági válság azonban szétzúzta ezt a pénzügyi szisztémát. Az elkerülhetetlen nyomás hatására Anglia 1931-ben letért az aranyalapról és a vele szoros gazdasági kapcsolatban álló országok is erre a lépésre kényszerültek. A munkanélküliség rohamos növekedése a kormányokat a valutastabilizáció egy új módszerének, a leértékelésnek alkalmazásába taszította. Az USA kormánya 1934 januárjában áttért az ún. rugalmas aranystandard-rendszerre, de a válságból csak 1940-re sikerült kilábalnia.

A II. világháború végképp szétzilálta a válság után megkötött nemzetközi pénzügyi kapcsolatokat. Mindezen események hatására 1944-ben olyan horderejű kereskedelmi és monetáris egyezményeket sikerült tető alá hozni az amerikai Bretton Woods-ban, amire eddig még nem volt példa.

2.2 A pénzügyi rendszer jellemzői

Létrejött tehát az első olyan valutarendszer, amely a nemzeti hitelpénzek nemzetközi felhasználásán alapul. A megállapodás konstrukcióját az arany-dollár standard teszi ki, tehát a tartalékvaluta szerepét az amerikai dollár tölti be. A találkozáson határozták meg a két nemzetközi pénzügyi szervezet, a *Nemzetközi Valutaalap* (IMF) és a *Világbank* (IBRD) felépítését és működési módját. A Valutaalap alaptőkéje 7,3 millió dollár volt és az egyik legfontosabb célja a valuták konvertibilitásának biztosítása és a valutaárfolyamok stabilitásának fenntartása volt a tagországok közt.

Létrehoztak egy ún. multilaterális stabilizációs alapot, amely a tagországok által meghatározott arányban befizetett nemzeti valuták és arany közös készletét képezte. Az IMF-nek volt joga ahhoz, hogy a tagországok valutáit nagy mennyiségben átváltsa az általa meghatározott árfolyamokon. Az árfolyamokat rögzítették és bizonyos feltételek mellett időnként egymáshoz igazították. A tagok valutáinak névértékét aranyban fejezték ki.

A szervezetet a Tanács irányította, amely a tagországok képviselőiből állt. Egy megszavazott határozat csak akkor volt érvényes, ha legalább kilenc állam képviselője, köztük az öt legmagasabb kvótával rendelkező ország, vagyis a „Big Five” (USA, Szovjetunió, Nagy-Britannia, Franciaország, Kína) jelen volt a döntésnél. A szervezetben a legnagyobb dominanciával rendelkező ország az USA volt, ezért az IMF és az IBRD székhelyét Washington kormányzati negyedében jelölték ki.

A Bretton Woods-i megállapodás az amerikai dollárt és az aranyat tette a tranzakciók, a kölcsönök és a tartalékképzés pénznemévé. A valutaárfolyamot a dollárhoz viszonyítva állapították meg, bebiztosítva ezzel a következő harminc esztendőre a dollárt a világ valutáinak általánosan elfogadott értékmérőjeként. 1958-1970-ig az IMF tagállamai közül 97-nek egységes árfolyama és meghatározott paritása volt és viszonylag válságmentesen működött.

2.3 A Bretton Woods-i rendszer bukása

A leértékelések és a megújuló spekulációs rohamok összeroppantották a Bretton Woods-i rendszert. Ebben szerepet játszottak a valutarendszer hiányosságai is.

Az új hatalmi központ, a Közös Piac (Nyugat-Európa és Japán) létrejöttével megváltoztak az eddigi erőviszonyok. Ezek az országok nem „túrték” tovább az amerikai dollár dominanciáját és a legkülönbözőbb módokon kezdték megingatni az USA pozícióját a valutarendszerben. Ezen az sem segített, hogy az Egyesült Államok globális politikai és gazdasági kötelezettségvállalása negatív hatással volt a valutarendszerre. Mindehhez még csatlakozott a fentebb már említett spekulációs tőke, amely 1967 és '73 közt súlyos válságok sorozatát indította be. A dollár leértékelődött, ami kihatott a Bretton Wood-i elvekre. A rendszer eldeformálódott, majd megsemmisült.

3. Alapfogalmak

Mielőtt bemutatnám a VaR módszertanát, ismertetném a legfontosabb alapfogalmakat, amelyek ismerete elengedhetetlen a kockázatbecslés megértéséhez.

3.1 A devizapiac

A hatékonyan működő nemzetközi kereskedelem lebonyolításához devizapiacokra van szükség. Itt a deviza egy bizonyos részét másik devizára cserélik. A különböző országok befektetőit, hitelezőit és termelőit a devizapiacok kapcsolják össze. A devizapiac sajátosságainak bemutatásához ismertetnék néhány fogalmat.

3.1.1 A valuta

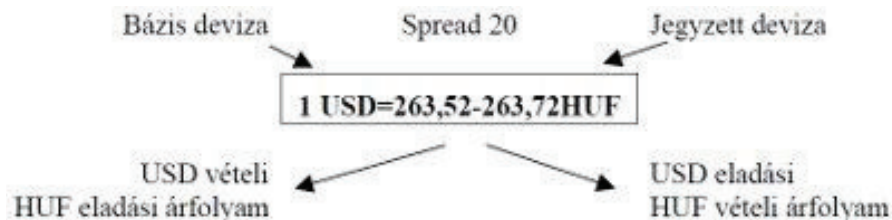
Egy adott ország törvényes fizetőeszköze egy más ország fizetési forgalmában, annak fizikai megjelenési formájában. Például a magyar forint törvényes valutának számít az Egyesült Államokban, míg az amerikai dollár szintén valuta Magyarországon.

3.1.2 A deviza

Olyan külföldi pénznemre (valutára) szóló követelés, amely többnyire csak számlakövetelés, de lehet váltó, csekk és értékpapír követelés is. Ez egy nemzetközi elszámolásra szolgáló fizetőeszköz. Fontos megjegyezni, hogy a deviza árfolyama eltér a valuta árfolyamától. A vállalatok esetében az elszámolások devizában történnek meg.

3.1.3 Az árfolyam

Az árfolyam alatt egy deviza mennyiségét értjük, egy másik deviza egy egységéért. Az árfolyam-jegyzésnek szokványai alakultak ki. Például a dollárt a legtöbb deviza ellen úgy jegyzik, hogy a dollár egy egységében fejezik ki a másik devizát (pl. $1 \text{ USD} = 0,717094 \text{ EUR}$). Direkt árfolyamjegyzés esetében a külföldi valuta 1 (vagy 10, 100) egységét fejezik ki hazai pénzeszközben, amit rendszerint egyenrangú devizák jegyzésénél használnak. Indirekt árfolyamjegyzésről beszélünk akkor, ha a hazai valuta 1 egységét fejezik ki más devizában. Indirekt árfolyamjegyzés az elfogadott dollár, euro és angol font esetében, saját országukban történő jegyzésnél. A direkt árfolyamok az indirekt árfolyamok reciprokai.



1. ábra

Vételi árfolyamnak nevezzük azt az árfolyamot, amelyen vásárolni akar az árjegyző a bázis devizából és az eladási árfolyamon szándékozik eladni. A vételi és az eladási árfolyam különbsége a spread, a devizakereskedő haszna. Középarfolyam alatt a vételi és az eladási ár egyszerű számtani átlagát értjük.

A devizapiacokon tehát a devizák átváltása, adás-vétele történik. Gyakran FX (foreign exchange) piacnak jelölik. A devizapiac kiterjedt és az ár-kereslet-kínálat szempontjából tökéletes piacnak tekinthető. Az ügyletek nagy része azonban nem a tőzsdén, hanem az OTC piacokon, a bankok és pénzintézetek közt jön létre.

3.2 A kockázat

Elérkeztem oda, hogy megválaszoljam az egyik legfontosabb kérdést: *mi a kockázat?* Először is tudnunk kell, hogy mindenkinek van saját kockázati preferenciája, vagyis egy adott időpillanatban és szituációban mindenki képes eldönteni azt, hogy a rendelkezésünkre álló alternatívák közül melyiket tartjuk kevésbé kockázatosnak. Ugyanakkor nem elég csak felismerni és összehasonlítani a kockázatokat, hanem mérni is tudni kell azokat. Az egyik legfontosabb szempont amit meg kell vizsgálnunk, hogy konkrétan mi a különbség a gazdasági döntéshez kapcsolódó kockázat, illetve a kockázattűrés és a kockázat kitettsége közt. Itt említeném meg Markowitz nevét, aki egy forradalminak mondható újítással állt elő. A korábbi időkben a kockázatot a várható hozam korrekciós tételének tekintették, a hozamokat pedig ad hoc alapon határozták meg. Markowitz azt javasolta, hogy a befektetések hozamával kapcsolatos kockázatot a hozam eloszlásának az átlagtól való átlagos eltéréseivel (varianciájával) mérjék, a portfóliók esetében pedig a befektetéspárok kovarianciája után. Íme:

$$Cov[X, Y] = E[X, Y] - E[X]E[Y],$$

ahol az X és Y a véletlenszerű hozamokat jelöli.

A portfólió kockázatát az összes eszközünk közös hozamának együttes (többváltozós) eloszlása útján mérjük. Ezeket az eloszlásokat minden komponens valószínűségi változójának statisztikai tulajdonságai és függőségi szerkezetük jellemez, amit Markowitz az egyváltozós eloszlások és a Pearson-féle korrelációs együttható segítségével írt le:

$$\rho(X, Y) = Cov[X, Y] / (\sigma_x^2 \sigma_y^2)^{1/2}$$

Itt a σ_x és a σ_y az X és Y egyváltozós változók szórását jelenti.

Markowitz a kockázatot azonosnak fogta fel a varianciával, ami a maga idejében komoly eredménynek számított, de ma már tudjuk azt, hogy *a kockázat nem más, mint a veszteség*

vagy a nemkívánatos események valószínűsége. Ezek alapján a kockázati események különböző szempontok szerint osztályozhatóak:

a) Általánosságban tekintve:

- előre jelezhető
- nem előre jelezhető,
- diverzifikálható és/vagy
- ellenőrizhető,
- szélsőséges.

b) Hatásuk alapján megkülönböztethető:

- korlátozott kockázat,
- minden szereplőt érintő kockázat.

c) Kategória alapján a következő kockázati csoportok ismertek:

- piaci kockázat (pénzügyi és ügyleti kockázat)
- hitel és árkockázat
- működési kockázat.

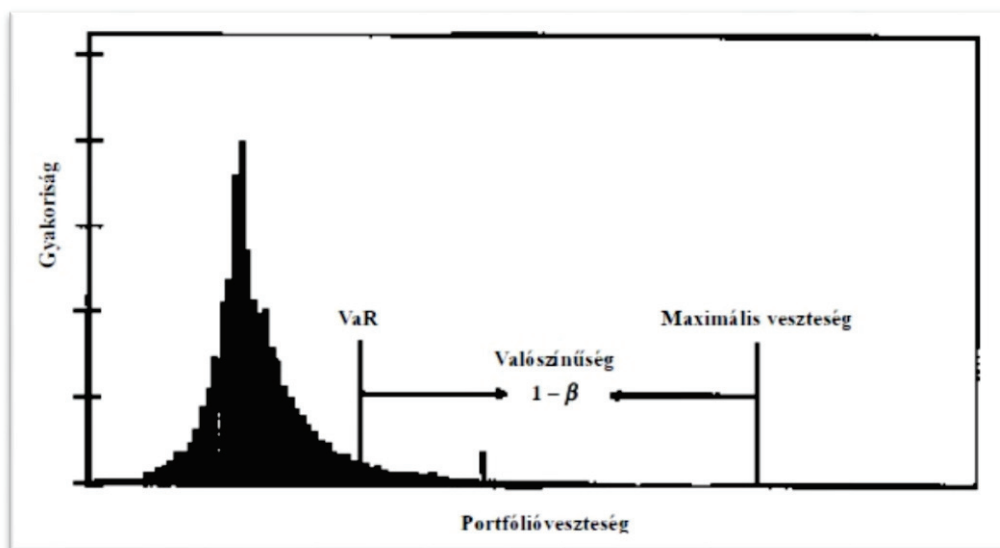
d) Forrás alapján megkülönböztetünk:

- politikai,
- koncentrációs,
- árfolyam,
- fiskális,
- jogi,
- stb. kockázatokat.

A kategóriák bemutatására nem térnek ki külön, mert a témaválasztásom ezt nem indokolja.

3.3 A VaR

A kockázatos érték (Value at Risk – VaR) fogalmát 1994-ben vezették be. Az volt a cél, hogy a pénzügyi elemzők választ kapjanak arra a kérdésre: milyen veszteségre számítsunk napok, hetek, ...évek alatt, adott valószínűség mellett? A befektetés értékének mekkora része kockázatos? A VaR nem más, mint egy mérőszám. Az adott időtávon várható maximális veszteség, adott konfidenciaszint mellett számítva.



2. ábra

Tehát egy adott időtartam és k valószínűség mellett, ahol $0 < k < 1$ a VaR az a veszteség, amelyeket az adott időszakai veszteségek pontosan $1-k$ valószínűséggel haladnak meg. (2. ábra)

Értéke csak a kockázat feltételezett valószínűségével értelmezhető. Mivel a valószínűség statisztikai fogalom, így a VaR is statisztikai természetű. A mutató nagy előnye, hogy összemérhetővé teszi a különböző piacokon folyó kockázatos tevékenységeket.

Miután röviden megismertük a kockázat és a VaR fogalmát, már csak egy lényeges kérdésre nem ismerjük a választ: *Hogyan mérhető a kockázat?* A választ a következő fejezet adja meg.

4. A kockázat mérése

Ahhoz, hogy könnyebben megértsük a VaR koncepcióját, vizsgáljuk meg a következő példán a lehetséges portfólió-veszteséget egy „FX forward” ügyleten:

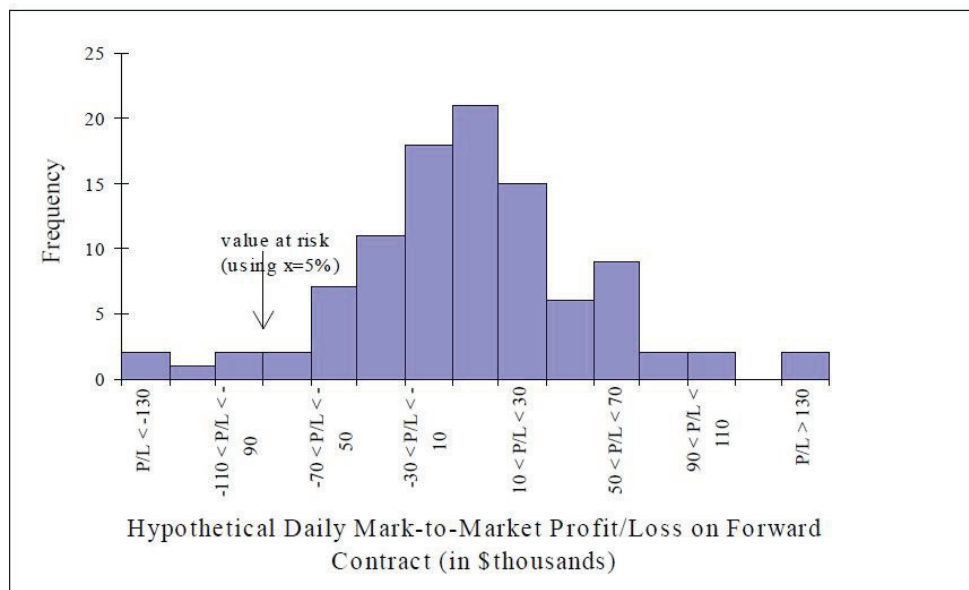
Tekintsünk egy vállalatot az Egyesült Államokban, a múlt egyik adott pillanatában. Tételezzük fel, hogy a jelenlegi dátum 1996. május 20. és a vállalat amerikai dollár valutát szeretne angol fontra váltani 91 nap múlva (augusztus 19.-én). Ismerjük a 3 hónapra vonatkozó USD és GBP kamatlábait: $r_{USD} = 5,469\%$ és $r_{GBP} = 6,063\%$. A valutaárfolyam $1,5335 \text{ \$/£}$. A tranzakció végrehajtásának napján az amerikai cég 15 millió $\text{\$}$ -t utal át egy másik vállalat számlájára és 10 millió £ -ot kap cserébe. Számítsuk ki a dollár 91 nap múlva esedékes piaci árértékét a kamatlábak és a valutaárfolyam felhasználásával.

A lehetséges megoldás a következő:

$$\begin{aligned} \text{USD piaci árérték} &= \left[\left(\frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \text{ valutaárfolyam} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{GBP} \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + r_{USD} \left(\frac{91}{360} \right)} \\ &= \left[\left(1,5335 \frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + 0,06063 \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + 0,05469 \left(\frac{91}{360} \right)} \\ &= 327\,771 \text{ \$} \end{aligned}$$

Feltételezzük, hogy az aktív banki munkanapok száma 360.

Mi történik azonban, ha május 21.-én vizsgáljuk meg az eredményt? Egy nappal később eltérés mutatkozik mind a kamatlábak, a valutaárfolyam és a jövőre irányuló tranzakció értékében is. Feltételezve ezt az állapotot, tekintsük meg a 3. ábrát, amely az egy nap eltérésből adódó portfólió profit/veszteség értékeket mutatja különböző valószínűségek mellett.



3. ábra

Az ábráról leolvasható, hogy annak a valószínűsége, hogy a veszteség 130 000 \$-nál kisebb lesz 2%, annak a valószínűsége, hogy 130 000 \$ és 110 000 \$ közé essen 1%, miközben 110 000 \$ és 90 000 \$ közt 2%. Összeadva a valószínűségeket 5% mellett 90 000 \$ veszteséget feltételezhetünk. Ha ezt a valószínűséget vesszük ($x=5\%$), akkor a portfólió veszteség várható értéke jelen esetben 90 000 \$. Ezzel bizonyítottuk azt, hogy a kockázati érték (VaR) meghatározásához szükségünk van egy k valószínűségre és egy t időtartamra, ahogyan azt az előző fejezetben a VaR fogalma is kimondta.

Ezek ismeretében most bemutatom a három ismertebb módszert a VaR meghatározására a példánk segítségével.

4.1 A Historikus módszer

Amennyiben a Historikus módszer alapján szeretnénk definiálni a VaR fogalmát azt mondhatnánk, hogy jelen esetben a VaR nem más, mint a hozamok empirikus sűrűségfüggvényének megfelelő kvantilise. Tehát a 3. ábra tulajdonképpen nem más, mint a portfóliónk napi hozamának sűrűségfüggvénye. A könnyebb érthetőség kedvéért nézzünk egy konkrét példát.

4.1.1 Példa bemutatása egy egyszerű eszköz portfólión

Vegyünk egy tranzakciós ügyletet 1996. május 20.-i dátummal. Egy amerikai vállalat ekkor utal át 15 millió \$-t egy angol cég számára, cserébe pedig megkapja a szerződésben vállalt 10 millió £ értékű összeget. Tekintsük az analízisünket az amerikai vállalat szemszögéből. (Fontos tudnunk, hogy mivel jelen esetben határidős ügyletről van szó, ez több piaci tényezőre is kihatással van, ezért összetett eszköz portfólióról beszélhetünk, azonban az egyszerűség kedvéért példánkban tekintsük ezt egyszerű portfóliónak.) A *holding* periódus legyen 1 nap ($t=1$), a kockázati értéket 5 százalékos valószínűség mellett számítsuk ($\alpha=5\%$) és 100 banki munkanapra ($N=100$) nézzük meg a feltételezett nyereség/veszteség értékeket a portfóliónkban.

Mivel a 100. banki munkanap május 20-ra esik, így az első munkanap január 2-a.

A Historikus szimulációt öt lépésben írjuk le.

1. lépés: első lépésként azonosítjuk azokat az alapvető piaci faktorokat, amelyek hatással vannak a portfólió hozamára. Esetünkben ezek az amerikai dollár és az angol font kamatlába és a valutaárfolyam. Ezek után meghatározzuk az USD piaci árértékét a már korábban is felhasznált formulánk segítségével:

$$\begin{aligned}
\text{USD piaci \u00e1r\u00e9rt\u00e9k} &= \left[\left(\frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \text{ valuta\u00e1rfolyam} \right) \times \frac{10 \text{ milli\u00f3 GBP}}{1 + r_{\text{GBP}} \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ milli\u00f3 USD}}{1 + r_{\text{USD}} \left(\frac{91}{360} \right)} \\
&= \left[\left(1,5335 \frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \right) \times \frac{10 \text{ milli\u00f3 GBP}}{1 + 0,06063 \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ milli\u00f3 USD}}{1 + 0,05469 \left(\frac{91}{360} \right)} \\
&= 327\,771 \$
\end{aligned}$$

2. l\u00e9p\u00e9s: meghat\u00e1rozzuk a teljes N peri\u00f3dusra az \u00f6sszes faktorunk \u00e9rt\u00e9k\u00e9t. Vagyis az USD \u00e9s a GBP kamatl\u00e1bait, illetve a $\$/\pounds$ \u00e1rfolyam\u00e1t mind a 100 napra, ugyanis a k\u00f6vetkez\u0151 l\u00e9p\u00e9sben sz\u00fcks\u00e9g\u00fcnk lesz ezekre.

3. l\u00e9p\u00e9s: ez tekinthet\u0151 a kulcsl\u00e9p\u00e9snek.

Ahhoz, hogy kisz\u00e1moljuk a portf\u00f3li\u00f3nk hozam\u00e1t (profit/vesztes\u00e9g \u00e9rt\u00e9kek) a teljes N peri\u00f3dusra, el\u0151bb meg kell hat\u00e1roznunk a napi hozamokat. Az *1. t\u00e1bl\u00e1zat* mutatja be a sz\u00e1m\u00edtas menet\u00e9t. El\u0151sz\u00f3r meghat\u00e1rozzuk a 96/5/20-i \u00e9rt\u00e9keket. (val\u00f3j\u00e1ban ezt m\u00e1r meg is tett\u00fcnk az 1. l\u00e9p\u00e9sk\u00e9nt.)

Ezek ut\u00e1n az egy nappal kés\u0151bbi (holding period), vagyis a 96/5/21-i \u00e9rt\u00e9keket kell kisz\u00e1melnunk. Ahhoz, hogy ezt megtehess\u00fcnk, felhaszn\u00e1ljuk a 95/12/29 \u00e9s 96/1/2 peri\u00f3dus k\u00f6zti piaci faktorok sz\u00e1zal\u00e9kos v\u00e1ltoz\u00e1s\u00e1t. (Az el\u0151z\u0151 \u00e9v utols\u00f3 banki munkanapj\u00e1nak \u00e9s az ez \u00e9vi el\u0151 banki munkanapj\u00e1nak segítségével k\u00e9pezz\u00fcnk ezt le.) Teh\u00e1t:

(1) USD kamatl\u00e1b %-os v\u00e1ltoz\u00e1sa:

$$[(- 5,69 + 5,69) / 5,69] * 100 = 0$$

(2) GBP kamatl\u00e1b %-os v\u00e1ltoz\u00e1sa:

$$[(- 6,50 + 6,56) / 6,50] * 100 = 0,9692 (0,96)$$

(3) Valuta\u00e1rfolyam %-os v\u00e1ltoz\u00e1sa:

$$[(- 1,55 + 1,56) / 1,55] * 100 = 0,2576 (0,24)$$

Következő lépésként számítsuk ki a 95/12/29 és a 96/1/2-n aktuális USD piaci árfolyamot a formulánk segítségével:

95/12/29-i USD piaci árfolyama:

$$\begin{aligned}
 \text{USD piaci árérték} &= \left[\left(\frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \text{ valutaárfolyam} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{\text{GBP}} \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + r_{\text{USD}} \left(\frac{91}{360} \right)} \\
 &= \left[\left(1,55 \frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + 0,0650 \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + 0,0569 \left(\frac{91}{360} \right)} \\
 &= 491\,571,28 \text{ \$}.
 \end{aligned}$$

96/1/2-i USD piaci árfolyama:

$$\begin{aligned}
 \text{USD piaci árérték} &= \left[\left(\frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \text{ valutaárfolyam} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{\text{GBP}} \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + r_{\text{USD}} \left(\frac{91}{360} \right)} \\
 &= \left[\left(1,56 \frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + 0,0656 \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + 0,0569 \left(\frac{91}{360} \right)} \\
 &= 528\,525,05 \text{ \$}.
 \end{aligned}$$

Ezzel megkaptuk az 1. táblázat első négy sorát.

Most pedig megadjuk a 96/5/21-i kamatlábakat és valutaárfolyamot:

(1) 96/5/21-i USD kamatlába:

$$5,47 + 5,47 * 0 = 5,47$$

(2) 96/5/21-i GBP kamatlába:

$$6,063 + 6,063 * 0,009692308 = 6,1217$$

(3) 96/5/21-i valutaárfolyam:

$$1,536 + 1,536 * 0,00257566 = 1,5399$$

A kapott számok alapján a formula felhasználásával megadhatjuk a 96/5/21-i USD piaci árfolyamát:

$$\begin{aligned} \text{USD piaci árérték} &= \left[\left(\frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \text{ valutaárfolyam} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{\text{GBP}} \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + r_{\text{USD}} \left(\frac{91}{360} \right)} \\ &= \left[\left(1,539 \frac{\text{USD}}{\text{GBP}} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + 0,06121 \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + 0,05469 \left(\frac{91}{360} \right)} \\ &= 362\,713 \$ \end{aligned}$$

Tehát az első nap alapján a feltételezett nyereség/veszteség (VaR) 96/5/21-én:

$$362\,713 \$ - 327\,721 \$ = 34\,992 \$.$$

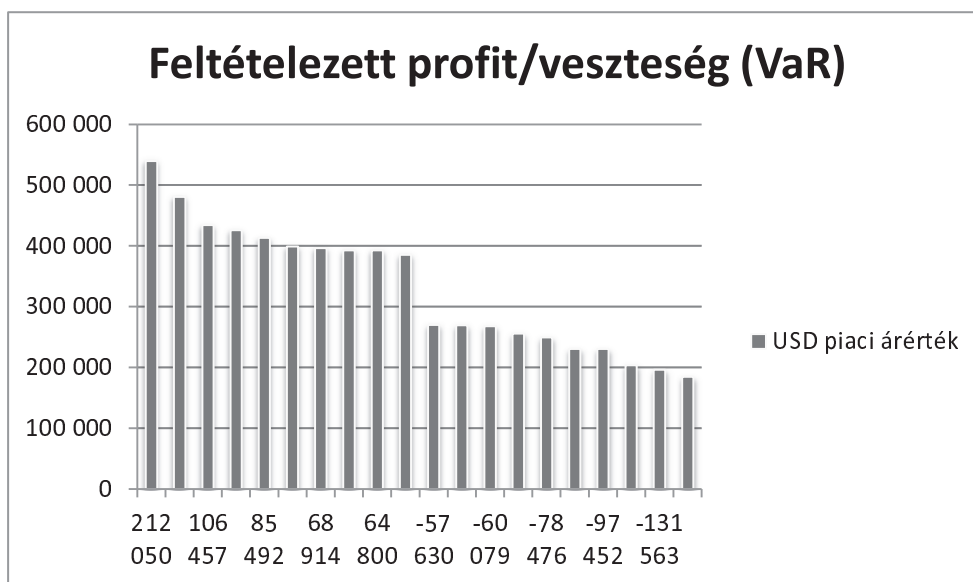
Ezt a számítást 99 alkalommal megismételjük, 96/1/3 és 96/5/20 időtartam közt. A 2. táblázat tartalmazza lerövidítve a kapott eredményeket.

4. lépés: a 2. táblázat adatait rendezzük a profit/veszteség értékek szerint csökkenő sorrendbe. (Tehát a táblázat első sorában szerepeljen a legnagyobb profit, az utolsó sorában pedig a legnagyobb veszteség.) Az így kapott rendezett táblázatunkért tekintsük meg a 3. táblázatot.

5. lépés: végezetül válasszuk ki azokat a veszteségértékeket, amely pontban megegyezik vagy meghaladja az 5%-os valószínűségi szintet. Esetünkben ez az öt legrosszabb (legnagyobb) veszteségérték vagy pontban 97 230 \$-nyi veszteség. 5%-os valószínűség mellett ez a keresett kockázati érték (VaR).

(A számítások elvégzéséhez a Microsoft Excel beépített függvényei szolgáltak segítségül.)

A könnyebb átláthatóság érdekében ábrázolom a 3. táblázat adatait oszlopdiaagramon. A horizontális tengely legyen a portfólió hozama, a vertikális tengely pedig az adott hozamhoz tartozó piaci érték.



4. ábra

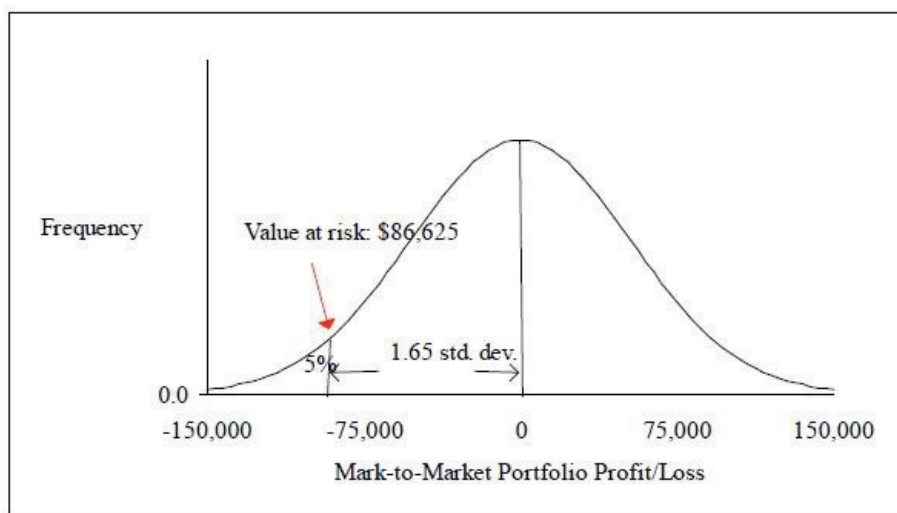
Megállapítható jelen esetben az az érdekes tényszerűség, hogy minél nagyobb a hozam (vagyis minél kisebb a veszteségünk) annál magasabb az amerikai dollár piaci árértéke. Ez egyenes arányosság fennállására enged következtetni a két választott szempont közt. Természetesen az ábra nem teljes, ugyanis a korlátozott hely miatt a 11.-90. nap közti értékeket kihagytuk, de a hiányzó értékekre szintűgy érvényes az előző megállapítás. Az 5. lépés alapján pedig egyértelműen leolvasható a keresett VaR értéke.

A Historikus szimuláció nagy gyengesége, hogy csupán egyetlen relációt vesz figyelembe, és nem a lehetséges realizációk valószínűség eloszlását. Ennek kiküszöbölésére ad lehetőséget a Monte Carlo szimuláció, amit a későbbiek során fogok bemutatni.

4.2 A Variancia-kovariancia analízis

A módszer azon a felvetésen alapul, hogy a piacot befolyásoló tényezők (market factors) *normál eloszlást* mutatnak. Ezt felhasználva lehetőségünk nyílik arra, hogy meghatározzuk a portfólió profit/veszteség értékének eloszlását, ami szintén normál eloszlású lesz. Erre a megállapításra szükségünk lesz, hogy megállapítsuk az x %-ú valószínűséghez tartozó kockázati értéket (VaR).

Az egyszerűség kedvéért vegyük a Historikus módszernél ismertetett példánkat. Az egyszerű portfóliónk profit/veszteség értékének eloszlását jelen esetben az alábbi ábra mutatja be.



5. ábra

A szórás értéke (aminek a kiszámítását a későbbiekben bemutatom) 52 500 \$, a normál eloszlás nagysága pedig 5%-os valószínűséget feltételezve kevesebb vagy pontban egyenlő lesz 1,65-tel. Ezen tények ismerete elegendő ahhoz, hogy megkapjuk a keresett kockázati értékünket:

$kockázati\ érték = 1,65 \times (portfólió\ értékének\ szórása) = 1,65 \times 52\ 500 = 86\ 625.$

Tehát a keresett kockázati értékünk (VaR) esetünkben 86 625 \$, ami leolvasható az 5.ábráról is.

Igen ám, de hogyan is kaptuk meg a szórást? A későbbiekben erre koncentrálnunk.

4.2.1 Példa bemutatása egy egyszerű eszköz portfólión

A Variancia-kovariancia módszerét a példánkon négy lépésben írhatjuk le.

1. lépés: első lépésként azonosítjuk az alapvető piaci faktorokat és standardizált pozíciókat, amelyek közvetlenül megfeleltethetőek a piaci faktoroknak. A piaci faktorok már korábbról ismertek, standardizált pozíciók meghatározásához azonban alkalmaznunk kell az ún. „*Risk Mapping*” módszert, amelynek az a lényege, hogy a jelen lévő eszközöket átalakítja egy egyszerűbb standardizált pozícióvá vagy eszközzé a határidős ügyletben. (Esetünkben az USD és a GBP kamatlábát, ill. a valutaárfolyamot 3 havi dollár és font kamatmentes kötvénnyé és a font árfolyamát dollárban.)

Határozzuk meg a *dollárlábat*. Jelölje x_1 az első standardizált pozíciónkba investált dollár mennyiségét és a negatív előjel jelentse azt, hogy short pozícióról van szó.

$$x_1 = -\frac{15\ \text{millió USD}}{1 + r_{USD}\left(\frac{91}{360}\right)} = -\frac{15\ \text{millió USD}}{1 + 0,05469\left(\frac{91}{360}\right)} = -14\ 795\ \$.$$

A *fontláb* meghatározását két standardizált pozícióban tehetjük meg, ugyanis az értéke két piaci faktortól is függ egyszerre: a font kamatlábától (3 havi) és a dollár/font valutaárfolyamától. Az angol font dollárértéke tehát legyen x_2 .

$$x_2 = (S \text{ USD/GBP}) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{GBP} \left(\frac{91}{360}\right)} = (1,5355 \text{ USD/GBP}) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + 0,06063 \left(\frac{91}{360}\right)}$$

$$= 15\,123,242 \text{ \$}.$$

Az angol font valutaárfolyama szerinti dollár értékét jelöljük x_3 -mal. (Ez lesz a harmadik standardizált pozíciónk.)

$$x_3 = (S \text{ USD/GBP}) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{GBP} \left(\frac{91}{360}\right)} = 15\,123,242 \text{ \$}.$$

Az egybeesés azért van, mert az amerikai vállalat szempontjából tekintjük a céget és az x_2 és x_3 egyaránt a fontláb dollárértékét fejezi ki.

Foglaljuk össze általánosan, hogy a piaci faktorok miként ágyazhatóak be a standardizált pozíciókba (risk mapping):

Először meghatározzuk a határidős ügylet (forward contract) árértékét. Ez legyen

$$V_F = S \times \left[\frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{GBP} \left(\frac{91}{360}\right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + r_{USD} \left(\frac{91}{360}\right)}$$

Ahhoz, hogy V_F értékének változását megbecsülhessük, használjunk Taylor-sort:

$$\Delta V_F \approx \frac{\partial V_F}{\partial r_{USD}} \Delta r_{USD} + \frac{\partial V_F}{\partial r_{GBP}} \Delta r_{GBP} + \frac{\partial V_F}{\partial S} \Delta S$$

Ha leírnánk egy hasonló Taylor-sort a portfólió értékének változására a standardizált pozícióban észrevennénk azt, hogy a két sor megegyezik egymással, tehát $\Delta V_F \approx \Delta V$.

Legyen $V = x_1 + x_2 + x_3$, vagyis a portfólió standardizált pozícióinak értékei. Amennyiben minden egyes x egy piaci faktortól függ a V értékének változását megbecsülhetjük:

$$\Delta V \approx \frac{\partial x_1}{\partial r_{USD}} \Delta r_{USD} + \frac{\partial x_2}{\partial r_{GBP}} \Delta r_{GBP} + \frac{\partial x_3}{\partial S} \Delta S$$

Ezeket az észrevételeket megállapítva a következő megállapításokat tehetjük:

$$\frac{\partial x_1}{\partial r_{USD}} = \frac{\partial V_F}{\partial r_{USD}}$$

$$\frac{\partial x_2}{\partial r_{GBP}} = \frac{\partial V_F}{\partial r_{GBP}}$$

$$\frac{\partial x_3}{\partial S} = \frac{\partial V_F}{\partial S}$$

Összefoglalva tehát az 1. lépésben meghatároztuk x_1 , x_2 és x_3 értékeket.

2. lépés: Második lépésként meghatározzuk a piaci faktorok értékeinek százalékváltozásait, normál eloszlást feltételezve. (Ez lesz a változékonyság.) Ezek segítségével felírjuk a korrelációs koefficienseket, amit a 4. táblázatban találhatunk meg.

A számítás menete:

$$(0,5469 / 0,6063) \times 100 = 89,34\% (89\% \Rightarrow 11\%)$$

A többi koefficiens érték kiszámítását hasonló módon végezzük el, az eredményeket a táblázatban találjuk.

3. lépés: A következő lépésben felhasználjuk a piaci faktorok szórását és korrelációját ahhoz, hogy megkapjuk a standardizált pozíciók szórását és korrelációját. Például, ha az első standardizált pozíció értéke 2%-kal változik, miközben az első piaci faktorunk 1 %-kal, akkor a szórása kétszer nagyobb lesz, mint az első piaci faktor esetében.

A korrelációk tehát megegyeznek a standardizált pozíciók és a piaci faktorok közt, csupán előjelben lehet eltérés. Például a korreláció az első és harmadik piaci faktor közt a *4. táblázat* alapján 0,19, az első és harmadik standardizált pozíció esetében pedig -0,19, mert az első standardizált pozíció értéke ellentétes irányú a dollár kamatlábjára nézve. (Lásd korábban.)

Általánosságban

$$x_1 \% \text{ változása} \approx \frac{\partial x_1}{\partial r_{USD}} \times \frac{r_{USD}}{x_1} \times r_{USD} \% \text{ változása (szórása)}$$

Ezek alapján megadhatjuk mindhárom standardizált pozíciónk *szórását*.

$$\sigma_1 \approx -\frac{\partial x_1}{\partial r_{USD}} \times \frac{r_{USD}}{x_1} \times \sigma_{USD}$$

$$\sigma_2 \approx -\frac{\partial x_2}{\partial r_{GBP}} \times \frac{r_{GBP}}{x_2} \times \sigma_{GBP}$$

$$\sigma_3 \approx \frac{\partial x_3}{\partial S} \times \frac{S}{x_3} \times \sigma_S$$

Most pedig definiáljuk a *korrelációkat*:

$$\rho_{13} = -\rho_{USD,S}$$

$$\rho_{23} = -\rho_{GBP,S}$$

$$\rho_{12} = \rho_{USD,GBP}$$

4. lépés: Elérkeztünk ahhoz a lépéshez, ahol végre meghatározhatjuk a portfóliónk varianciáját és szórását, ugyanis az előző lépésekben mindent sikerült definiálni ehhez. Ehhez a következő formulára lesz szükségünk:

$$\begin{aligned}\sigma_{portfólió}^2 &= x_1^2\sigma_1^2 + x_2^2\sigma_2^2 + x_3^2\sigma_3^2 + 2x_1x_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 \\ &+ 2x_1x_3\rho_{13}\sigma_1\sigma_3 + 2x_2x_3\rho_{23}\sigma_2\sigma_3\end{aligned}$$

Behelyettesítés után a következő értéket kapjuk: $\sqrt{\sigma_{portfólió}^2} = \sigma_{portfólió} = 52\,500$

A VaR meghatározásához vesszük a korábbi formulánkat és a kapott értékekkel behelyettesítünk:

$$\begin{aligned}VaR &= 1,65 \times \sigma_{portfólió} = \\ &1,65 \times 52\,500 = 86\,625.\end{aligned}$$

Ezzel sikerült meghatároznunk a Variancia-kovariancia analízist felhasználva, hogy a példánk esetében 86 625 \$ a kockázati érték.

4.3 A Monte Carlo szimuláció

A Monte Carlo szimulációs módszer Neumann János nevéhez köthető, aki 1945-ben dolgozta ki az alapjait.

A Monte Carlo szimuláció módszertana több ponton is hasonlóságokat mutat a Historikus szimulációval. Lényege, hogy az egyes bizonytalan tényezőkhöz (pl. piaci faktorok) rendelt valószínűség-eloszlás alapján véletlenszerűen választunk ki értékeket, amelyeket a szimulációs vizsgálat egy-egy kísérletében használunk fel. Tehát Monte Carlo módszernek a matematikai feladatok megoldásának véletlen mennyiségek modellezését felhasználó numerikus módszereit és azok jellemzőinek statisztikus értékelését nevezzük. Ez a módszer széles körben elterjedt különböző események lehetséges kimeneteleinek és valószínűségeinek szimulációjára, ahol a „bemenő” paraméterek bizonytalanok.

Nézzük meg a konkrét példánkon a módszer működését!

4.3.1 Példa bemutatása egy egyszerű eszköz portfólión

Kihasználva a Historikus módszer hasonlóságait a Monte Carlo szimulációt öt lépésből elvégezhetjük.

1. lépés: Első lépésként azonosítjuk a piaci faktorokat. Ezt már korábban megtettük: a 3 havi amerikai dollár és angol font kamatlába, illetve a valutaárfolyam. Ezután pedig felírjuk a formulát a piaci árérték meghatározásához, ahogyan korábban is.

$$USD \text{ piaci árérték} = \left[\left(\frac{USD}{GBP} \text{ valutaárfolyam} \right) \times \frac{10 \text{ millió GBP}}{1 + r_{GBP} \left(\frac{91}{360} \right)} \right] - \frac{15 \text{ millió USD}}{1 + r_{USD} \left(\frac{91}{360} \right)}$$

2. lépés: Meghatározunk vagy feltételezünk egy specifikus eloszlás értéket a piaci faktorok esetében és megbecsüljük az eloszlás paramétereit. A lehetőség, hogy megválaszthatjuk az eloszlást különbözteti meg a Monte Carlo szimulációt a másik két módszertől, ugyanis ezek esetében a piaci faktorok eloszlásának meghatározása az adott módszer szerves részét képezi. Tekintsük a példa kedvéért, hogy a piaci faktorok többváltozós normál eloszlásúak és használjuk fel a 4. táblázat szórás és korreláció értékeit.

3. lépés: Itt használunk egy ún. „véletlenszerű generátort”, hogy generáljunk N db piaci faktor értéket. Ezt felhasználva kiszámítjuk az N db hipotetikus mark-to-market portfólió értékét.

4. és 5. lépés: Az utolsó két lépés megegyezik a Historikus szimuláció utolsó két lépésével. Vagyis az adatokat rendezzük a profit/veszteség értékek szerint csökkenő sorrendbe, majd válasszuk ki azokat a veszteségértékeket, amely pontban megegyezik vagy meghaladja az 5%-os valószínűségi szintet. Ez lesz a keresett kockázati érték (VaR).

4.4 Melyik módszer a legjobb?

Erre a kérdésre nehéz megtalálni a helyes választ. Mindhárom módszernek megvannak az előnyei és a hátrányai. Azt azonban nekünk kell mérlegelnünk, hogy mely szempontok a legfontosabbak számunkra. Amennyiben a számítás időtartama a leglényegesebb, ez esetben legjobb választás a Historikus módszer lehet. A Variancia-kovariancia analízis hasonló jó választásnak bizonyulhat, azonban a Monte Carlo szimuláció csak kis mintájú portfólió esetében optimális választás. Ha az eloszlást vizsgáljuk, a Variancia-kovariancia módszernél kikötés a normál eloszlás, a másik kettő esetében azonban nem. Amennyiben a piac szélsőséges helyzetben van, a Monte Carlo szimulációt érdemes választanunk, ugyanis a másik két módszer ebben az esetben nem mondható pontosnak.

Összességében elmondható, hogy a VaR modellek minősége a variancia becslés és az előrejelzések minőségétől függ. A legfőbb hibák a nem várt szélsőséges események következtében ábrázolódnak leginkább.

Egyes vállalatok szerint a legjobb választás az, ha egyáltalán nem használják a VaR módszertanát, hanem ennek egy alternatíváját, az ún. „cash flow at risk” néven emlegetett módszert.

Tehát általánosságban kijelenthető, hogy nincs legjobb módszer, mindenki az általa legfontosabbnak tartott szempontok alapján választja meg a számára optimális alternatívát.

5. Összefoglalás

Szakdolgozatommal a kockázati érték (VaR) szerepének fontosságára szerettem volna rávilágítani, ugyanis a mai szélsőséges gazdasági helyzetben egyre inkább nagyobb bizonyosság szükséges ahhoz, hogy közel pontos prognózist lehessen adni melyik portfólióba érdemes befektetnünk és melyikbe nem.

Egy rövid történelmi áttekintés során visszamentem a 20. század elejére, ahol a gazdasági világválság és az I. világháború rányomta bélyegét az amúgy is több sebből vérző gazdaságra. Ezt követően egy rövidke javulás után közbeszólt a II. világháború és a nagyhatalmak hadi gazdálkodásra kényszerültek. Ennek következtében az amúgy is vékony jégen táncoló gazdaság még inkább összeroppant. Sürgős beavatkozásra volt szükség, aminek eredményeként létrejött a Bretton-Woods-i pénzügyi rendszer, ami a '70-es évekig egész jól működött, majd hirtelen összeomlott. Mindez hozzájárult ahhoz, hogy a ma ismert VaR módszertana megszülessen és léte szükségessé váljon.

Ezek után kitértem a legfontosabb alapfogalmakra, úgymint a devizapiac, a kockázat és a kockázati érték (VaR) definíciójára, amik ismerete elengedhetetlen a módszertan bemutatásához.

A kockázat mérése címet viselő fejezetben egy konkrét példán keresztül levezettem egy formulát, amely alapját képezte az általam ismertett három kiszámítási módnak. A példa alapján bemutattam a Historikus szimuláció módszertanát öt lépésben, a kapott eredményeket táblázatokba foglaltam, majd egy grafikon alapján néhány összefüggésre rávilágítottam. A könnyebb összehasonlíthatóság érdekében ugyanezt a példát felhasználva négy lépésben levezettem a Variancia-kovariancia analízis néven is ismert módszert, ami alapján az előzőekben meghatározott eredménytől kissé eltérő eredményt kaptam, amely a módszer sajátosságából ered. Harmadikként a példán keresztül ismertettem a Monte Carlo szimuláció módszertanát is öt lépésben keresztül. A folyamat során azt a megállapítást sikerült tennem, hogy nagy hasonlóság mutatkozott a kiszámítás módjában a Historikus szimulációval. Ennek köszönhetően meglehetősen leegyszerűsödtek a lépéseink.

Végezetül néhány szempontot megvizsgálva megpróbáltam eldönteni, hogy az ismertett módszerek közül melyik a legjobb választás. Arra az eredményre sikerült jutnom, hogy mindhárom módszernek megvannak a sajátos előnyei és hibái, tehát az egyén feladata az, hogy eldöntse számára melyik a legoptimálisabb döntés.

Általánosságban elmondható az a megállapítás, hogy egész jó becslés adható a portfólióm várható profit vagy veszteség mértékének vizsgálatához.

6. Irodalomjegyzék

Thomas J. Linsmeier – Neil D. Pearson (1996): *Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk*, <http://www.exinfm.com/training/pdffiles/valueatrisk.pdf>, letöltés dátuma: 2010.04.15

Philippe Jorion: *A kockázatosított érték*, Panem Könyvkiadó, 1999.

Hagelmayer István – Boros Imre – Bánfi Tamás: *Az aranydeviza-rendszer kudarcai és tanulságai*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1975.

Botos Katalin – Halmosi Péter: *Nemzetközi pénzügyek. A Bretton Woods-i rendszer múltja, jelene, jövője*

Érsek Zsolt: *Bevezetés a devizapiacokra*, KJK-KERSZÖV Jogi és Üzleti Kiadó Kft, 2002.

Gilincsek Edgár: *A Bretton Woods-i pénzügyi rendszer születése*, *Múltunk* 2003./1, 127-158. oldal

Devizapiac (2011): *Devizapiac – Hírek, elemzések, összefoglalók. Deviza piac fogalma*, <http://devizapiac.co.tv/>, letöltés dátuma: 2011.02.21.

Bácskai Tamás – Huszti Ernő – Simon Péterné: *A pénz*, Kossuth Könyvkiadó, 1974.

Giorgio Szegő: *Kockázat és szabályozás*, *Hitelintézeti szemle* 2004./2, 3.-12. oldal

Gellért Andor – Székely György: *Kockázatfelmérés*, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1995.

Devizapiaci alapismeretek (2011), <http://www.infinad.hu/download/ALAPISMERETEK.pdf>, letöltés dátuma: 2011.03.14

Carol Alexander: *Value-at-Risk models*, John Wiley & Sons Ltd, 2008.

7. Függelék

1. táblázat: az első nap 96/5/21-ére feltételezett portfólió veszteség értékei

USD:	15 000 000,00
GBP:	10 000 000,00

Magyarázat	USD Kamatláb	GBP Kamatláb	Valutaárfolyam (\$/£)	Számított értékek*	Mark-to-Market (a portfólió hozama) jövőbeli értéke
Aktuális értékek 95/12/29-én	5,69	6,50	1,55	491 571,28	
Aktuális értékek 96/1/2-án	5,69	6,56	1,56	528 525,05	
Százalékváltozás 95/12/29 és 96/1/2 közt	-	0,96	0,24		
Százalékváltozás számítással kapott értéke	-	0,01	0,00		
Aktuális értékek 96/5/20-án	5,47	6,06	1,54	332 685,90	327 771,00
Feltételezett jövőbeli értékek az adatok alapján	5,47	6,12	1,54	360 044,64	362 713,00
Feltételezett jövőbeli értékek számítással kapott értékei az adatok alapján	5,47	6,12	1,54	369 432,22	
				Feltételezett portfólió veszteség (VaR)	34 942,00

* A számítás a 16. oldalon szereplő formula alapján történt a Microsoft Excel beépített függvényeinek felhasználásával.

2. táblázat: 100 feltételezett napi mark-to-market (piaci) meghatározott profit és veszteség értékei Historikus módszerrel

Számok	USD Kamatláb	GBP Kamatláb	Valutaár folyam (\$/£)	Számított értékek*	Feltételezett mark-to market értékek	Mark-to-market érték változása (profit/veszteség)
1,00	5,47	6,12	1,54	360044,64	362713,00	34942,00
2,00	5,38	6,06	1,53	280119,81	278216,00	-49555,00
3,00	5,47	6,01	1,53	265917,35	270141,00	-57630,00
4,00	5,47	6,06	1,54	391780,22	392571,00	64800,00
5,00	5,47	6,06	1,53	312987,79	312796,00	-14975,00
6,00	5,47	6,06	1,53	293289,68	294836,00	-32935,00
7,00	5,47	6,06	1,53	312987,79	309795,00	-17976,00
8,00	5,47	6,06	1,53	312987,79	311056,00	-16715,00
9,00	5,47	6,06	1,54	381931,17	379357,00	51586,00
10,00	5,44	6,06	1,53	301995,07	297755,00	-30016,00
91,00	5,47	6,06	1,54	381931,17	378442,00	50671,00
92,00	5,47	6,06	1,55	421327,39	425982,00	98211,00
93,00	5,47	6,06	1,54	322836,84	327439,00	-332,00
94,00	5,50	6,06	1,54	333829,39	331727,00	3956,00
95,00	5,47	6,06	1,53	253893,46	249295,00	-78476,00
96,00	5,44	6,06	1,54	331542,23	332140,00	4369,00
97,00	5,44	6,06	1,53	311844,12	310766,00	-17005,00
98,00	5,47	6,13	1,54	330351,13	325914,00	-1857,00
99,00	5,47	6,00	1,54	335021,39	338368,00	10597,00
100,00	5,47	6,06	1,56	539516,04	539821,00	212050,00

* A számítás a 16. oldalon szereplő formula alapján történt a Microsoft Excel beépített függvényeinek felhasználásával.

3. táblázat: 100 feltételezett napi mark-to-market (piaci) meghatározott profit és veszteség értékei Historikus módszerrel, a mark-to-market (piaci) értékek szerinti csökkenő sorrendben (kezdve a legmagasabb profittal és bezárólag a legnagyobb veszteséggel)

Számok	USD Kamatláb	GBP Kamatláb	Valutaár folyam (\$/£)	Számított értékek*	Feltételezett mark-to market értékek	Mark-to-market érték változása (profit/veszteség)
1,00	5,47	6,06	1,56	539516,04	539821,00	212050,00
2,00	5,47	6,06	1,55	480421,71	480897,00	153126,00
3,00	5,47	6,06	1,55	431176,44	434228,00	106457,00
4,00	5,47	6,06	1,55	421327,39	425982,00	98211,00
5,00	5,53	6,06	1,54	413802,02	413263,00	85492,00
6,00	5,53	6,13	1,54	401569,73	398996,00	71225,00
7,00	5,47	6,06	1,54	391780,22	396685,00	68914,00
8,00	5,47	6,06	1,54	391780,22	392978,00	65207,00
9,00	5,47	6,06	1,54	391780,22	392571,00	64800,00
10,00	5,47	6,06	1,54	381931,17	385563,00	57792,00
91,00	5,47	6,01	1,53	265917,35	270141,00	-57630,00
92,00	5,50	6,06	1,53	264886,01	269264,00	-58507,00
93,00	5,53	6,06	1,53	266029,32	267692,00	-60079,00
94,00	5,47	6,00	1,53	256104,35	255632,00	-72139,00
95,00	5,47	6,06	1,53	253893,46	249295,00	-78476,00
96,00	5,47	6,06	1,53	234195,36	230541,00	-97230,00
97,00	5,44	6,06	1,53	233051,69	230319,00	-97452,00
98,00	5,44	6,06	1,52	203504,53	203798,00	-123973,00
99,00	5,44	6,06	1,52	193655,47	196208,00	-131563,00
100,00	5,41	6,06	1,52	182662,57	184564,00	-143207,00

* A számítás a 16. oldalon szereplő formula alapján történt a Microsoft Excel beépített függvényeinek felhasználásával.

4. táblázat: A variancia-kovariancia analízis 2. lépésében leírt korrelációs koefficiensek és változékonyság értékek.

			Korreláció a piaci faktorok %-os változása alapján			
Piaci faktor	Szórás % változása		Piaci faktor	3 havi \$ kamatláb	3 havi £ kamatláb	\$/£ árfolyam
3 havi \$ kamatláb	0,61		3 havi \$ kamatláb	1,00		
3 havi £ kamatláb	0,58		3 havi £ kamatláb	0,11	1,00	
\$/£ árfolyam	0,35	\$/£ árfolyam	0,19	0,10	1,00	