

Egyetemi doktori (PhD) értekezés tézisei

***A MATEMATIKAI GONDOLKODÁS SPECIFIKUMAINAK
MEGJELENÉSE A SAKKOZÓ GONDOLKODÁSÁBAN,
A SAKKOKTATÁS SZEREPE A MATEMATIKA TANÍTÁSÁBAN***

Misetáné Burján Anita

Témavezető: Dr. Hajdu Lajos, Herendiné Dr. Kónya Eszter



DEBRECENI EGYETEM

Természettudományi Doktori Tanács

Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2017

A sakk mint oktatási eszköz, napjainkban az érdeklődés középpontjába került. Egy nemzetközi és egy hazai jó gyakorlatot említünk meg a közoktatásból, New York Cityben a *Chess in the Schools* mozgalmat, Magyarországon pedig Polgár Judit *Sakkpalota* komplex képességfejlesztő programját. A sakk tantárgyként való elterjesztése mellett az egyik legfontosabb érv, hogy a sakkozói gondolkodás nagyon sokrétű, egyes formáinak gyakran nagyon eltérő jellemzői vannak, így ismerete sokféle típusú gondolkodásnál hasznos lehet.

A disszertációban a „tudományok királynője” (matematika) és a „királyi játék” (sakk) közötti kapcsolatot vizsgáljuk. A témát két aspektusból közelítjük meg. Egyrészt a matematikai gondolkodás specifikumainak megjelenését keressük a sakkozói gondolkodásban, másrészt a sakkoktatás szerepét vizsgáljuk a matematikatanításban. Gik (1989, 7. o.) így fogalmazza meg az összefüggéseket: „A matematikus és a sakkjátékos gondolkodásmódja elég közel áll egymáshoz, és aligha véletlen, hogy a matematikai képességek gyakran párosulnak sakktehetséggel.”. Ezen a ponton azt is megemlítjük, hogy a disszertáció szerzője személyesen is több szállal kötődik a matematikához és a sakkhöz. Balatonlellén 1994 óta tanít matematikát, és mint minősített sakkversenyző és edző vezeti az iskolai sakkszakkört. Sakkozni ötéves korában tanult meg. Jelentősebb eredményei: 11 évesen Polgár Zsófiával holtversenyben első helyezést ért el a Korcsoportos Országos Döntőben, majd a 15 éven aluliaknál országos bajnok lett, később a Bajor Női Bajnokságon ért el első helyezést. Országos versenybírói minősítéssel rendelkezik, versenyeket rendez, saktáborokban oktatja a kezdő sakkozókat, és a Somogy Megyei Sakkszövetség elnökeként szervezi a megye sakkéletét. A Magyar Sakkszövetség 2013-ban a Magyar Sakkozásért kitüntetésben részesítette. Matematikatanári mesterképzési szakon, a Debreceni Egyetemen végezett. Itteni tanulmányai inspirálták arra, hogy a több évtizedes matematikatanári és sakkozói tapasztalatait összefoglalja és a tárgykörben kutatásokat végezzen.

A dolgozatban szereplő eredmények két csoportra bonthatók. Egyrészt bemutatjuk, hogy a sakkoktatás fontos szerepet játszhat a matematika tanításában. Másrészt megvizsgáljuk, hogy a sakkoktatásnak milyen pozitív hatásai lehetnek a matematikai teljesítményre általános iskolában. A 12-15 éves korosztály vizsgálatát azért tartjuk fontosnak, mert gondolkodási szintje jól mutatja az átmenetet az alsóbb évfolyamok és a középiskolai korosztály között.

A kutatás elméleti háttere

A sakkozói és a matematikai gondolkodás jellegzetességeit vizsgáló eredmények bemutatásából kiderül, hogy a két terület között szoros kapcsolat van, így érdemesnek tűnik a sakkot a matematikaoktatásban felhasználni. A sakkozói gondolkodás modellezhetőségével sok kutatás foglalkozik. Gik szerint: „A sakknak, mint modellnek megvan az az előnye, hogy egyrészt könnyen megfogalmazhatók a célok és feladatok, másrészt: ezeket a célokat nem is könnyű elérni.” (1989, 196. o.). A két vizsgált terület nagyban erősítheti egymást, bár különbségek is mutatkoznak. Révész így jellemzi az egyik eltérő vonást: „A matematikus gondolkodásának irányát a probléma, a sakkozót nagyrészt a partner szabja meg.” (in: Szilágyi 2007). Az oktatási-nevelési gyakorlatban való alkalmazást ez az eltérő vonás is erősítheti, a játék öröme, a győzelem motivációs hatása felhasználható a matematikai kompetenciák kialakításában és tudatos fejlesztésében.

A gondolkodás – problémamegoldás – tudás fejlesztésének kérdéseivel foglalkozó szakirodalmat Wittmann (1981) által meghatározott négy dimenzió (szakmai, pedagógiai, pszichológiai és konstruktív) köré csoportosítjuk. A szakmai dimenzió a matematika, mint tudomány feldolgozását, illetve a matematikai tartalom elsajátítását jelenti a matematika tanítása során. Az oktatási tartalmak alá vannak rendelve társadalmi céloknak, ezt a kapcsolatot mutatja a pedagógiai dimenzió. A pszichológiai dimenzió a tanulók pszichikai jellemzőit, életkori sajátosságait veszi figyelembe az oktatási folyamat során. A tervezés és a gyakorlati megvalósítás konkrét döntéseket és cselekvéseket igényel, amelyek meghozatala az előző három dimenzió meglétét feltételezi, ezt vizsgálja a konstruktív dimenzió.

Szakmai dimenzió: A matematika tanításának-tanulásának célkitűzéseit az alapfokú oktatás általunk vizsgált korosztálya esetében Magyarországon a Nemzeti Alaptanterv (NAT) szabályozza (Magyar Közlöny 2012).

Meghatározza a matematika tantárgyra vonatkozó célokat és kimeneti követelményeket, valamint a fejlesztési feladatokat. Kutatásainkban azt vizsgáljuk, hogy a NAT-ban szereplő fejlesztési feladatok, úgy, mint a *Tájékozódás, Gondolkodás, Problémakezelés- és megoldás* megvalósításához a sakkoktatás mennyiben járul hozzá.

Pedagógiai dimenzió: Ahogy Stanic és Kilpatrick (1989) fogalmaz, az igazi cél, hogy a gyerekeket hozzásegítsük ahhoz, hogy a tudást már képesek legyenek maguk megszerezni, és képesek legyenek ezt a tudást alkalmazni problémaszituációkban. A jó sakkozók és a jó matematikai problémamegoldók között több hasonlóság is felfedezhető. Simon és Gilmarin (1973) megállapította, hogy a sakk mesterek hosszú távú memóriájukban számtalan táblaállást tárolnak és ezekhez a legjobb lépést tudják asszociálni. Egy gyakorlott matematikai problémamegoldó is képes hatalmas mennyiségű sémát felépíteni és tárolni a memóriájában, ami lehetőséget ad arra, hogy az adott témakörhöz tartozó problémákat kategorizálja a megoldás lépései szerint. A matematikai problémamegoldó képesség fejlődik azáltal, hogy nagy mennyiségű specifikus matematikai problémamegoldó stratégiát ismerünk meg, amelyekhez a hozzájuk releváns matematikai példákon keresztül jutunk el (Paas & van Gog 2006).

Pszichológiai dimenzió: Skemp (1975) szerint a matematika tanulásának és tanításának problémái pszichológiai problémák. A kognitív folyamatok modellezése (köztük a problémamegoldásé is) mindmáig dinamikusan fejlődő terület. A problémamegoldás folyamatát a 20. században több kutató hasonló fázisokra bontotta, azzal a különbséggel, hogy ezek száma eltér egymástól. Mindegyiknél találhatók párhuzamok a matematikai és a sakkbeli problémamegoldás vonatkozásában. Ezeket a disszertációban Pólya elméletére támaszkodva fejtjük ki bővebben.

Konstruktív dimenzió: A kognitív pszichológia eredményeinek az oktatás folyamatában történő alkalmazását a kognitív pedagógia vizsgálja, amelynek egyik központi fogalma a tudás (Csapó 2001). A tudás eredményességét több tényező is befolyásolja: az általános képességek, a tudás speciális képességei, az előzetes tudás és a tudás egymásra épülése, a transzfer. A korszerű matematikatudás egyik jellemzője a realisztikus, azaz a mindennapi gyakorlati helyzetekben való alkalmazás képessége. A matematikai kompetenciaterületeket különböző módszertani segédanyagok részletesen tárgyalják. **A matematikai kompetencia** ezek értelmezésében a kognitív kompetencia részrendszere. A matematikai felvételi feladatok kompetenciaterületek szerinti besorolásánál a Sulinet (Fábián et al., 2008) munkaanyagban található csoportosítást használtuk fel, amelyet Vidákovich (2013) foglalt rendszerbe:

<i>Készségek</i>	<i>Gondolkodási képességek</i>	<i>Kommunikációs képességek</i>	<i>Tudásszerző képességek</i>	<i>Tanulási képességek</i>
<i>számlálás, számolás mennyiségi következtetés becslés, mérés mértékegységváltás szövegesfeladat megoldás</i>	<i>rendszerezés kombinativitás deduktív következtetés induktív következtetés valószínűségi következtetés érvelés, bizonyítás</i>	<i>relációszőkincs szövegértés, szövegértelmezés térletás, térbeli viszonyok ábrázolás, prezentáció</i>	<i>probléma-érzékenység probléma-reprezentáció eredetiség, kreativitás probléma-megoldás metakogníció</i>	<i>figyelem rész-egész észlelés emlékezet feladattartás feladatmegoldási sebesség</i>

Az oktatási hatékonyság növelésében a kognitív képességek fejlesztésén kívül a **metakognitív tényezők** is fontos szerepet töltenek be. A metakogníciónak Flavell (1979) szerint két területe van. Az egyik a készségekre vonatkozó tudás (procedurális metakogníció), a *hogyan* tudásának tudása. A másik az ismeretekre vonatkozó tudás (deklaratív metakogníció), a *miről* való tudásunk tudása. A metakogníció fejlesztéséhez alapvető metakognitív stratégiák alkalmazhatók: az új tudás kapcsolása a már meglévőhöz, a gondolkodási stratégia tudatos megválasztása, és az értelmi folyamat tervezése, nyomon követése, értékelése. Ezeket a stratégiákat a matematika felvételi vizsgára való felkészülés esetén tudatosan tervezhetjük, a tudás reprezentálására pedig az eredményből következtethetünk.

A megszerzett tudás felhasználása során megjelenő átviteli képesség a **transzfer**. Egyes gondolkodási képességek javíthatják a tudás transzferét. Royer (1979) több osztályozást is végrehajtott:

1. közeli transzfer (átfedés van a tanítási folyamat és a tudás vizsgálatokor jelenlevő stimuluselemek között) – távoli transzfer (a szokásostól lényegesen eltérő kontextusban való alkalmazás, a tanult jártasság újszerű helyzetben való elvégzése)
2. literális (egy tudáselem vagy jártasság sértetlen átvitele egy új feladatra) - figurális (a tudás problémamegoldás esetén történő gondolkodásbeli felhasználása)

A sakknak és a matematikának vannak olyan közös területei, amelyek kölcsönösen erősíthetik a gondolkodási műveletek fejlődését, transzfer szerepet tölthetnek be az általános iskolás gyerekek matematikai probléma megoldási képességeik fejlődésében. Noir (2002, in: Szilágyi, 2007) szórványos megfigyelések alapján megállapítja, hogy a didaktikai transzfer két éves sakkkal való foglalkozás után a stratégia, az emlékezet és az absztrakciós készség tekintetében magasabb színvonalra emeli a gyerekeket.

A szakirodalomból jól ismert jelenség *a sakkoktatás általános készség- és képességfejlesztő hatása*. Duró (2007a,b,c, 2009, 2013a,b) az óvodáskorú és az alsó tagozatos gyerekeket fejlődését vizsgálja. Szilágyi (2007) pszichológiai kutatásokat mutat be a sakk gondolkodás és személyiségfejlesztő hatására. Eysenck és Keane (1997) a kezdő-szakértő (novice - expert) problémát elemzi, Csíkos (2007, 2008) pedig a sakk, a metakogníció és a kezdő - szakértő fogalmakat komplexen kapcsolja össze. A szakértők szerint egyrészt óriási tárgyi tudással, ismeretanyaggal rendelkeznek, másrészt ezeket a problémamegoldás folyamatában tudatosan és gyorsan használják fel. A szakértői gondolkodási sémák a gondolkodás meta-szintű összetevői számára jelentős erőforrásokat szabadítanak fel. Mérő (1997) szerint a sémák ismerete a sakkjátékban nélkülözhetetlen, ez a jártasság a nagymestereknél 50000 és 100000 közé tehető. A matematikai szakterületen szakértővé váláshoz ugyancsak nagyon sok sémára van szükség. Ezek kialakulásához lehetőséget nyújthatnak a sakkjáték azon elemei, amelyek a tanulók matematikai gondolkodásában is szerepet játszanak.

A sakkoktatás szerepe a matematika tanításában

A disszertáció harmadik fejezetében a sakkoktatás szerepét vizsgáljuk a matematikatanításban, illetve a matematikai gondolkodás specifikumainak megjelenését keressük a sakkozóik gondolkodásában. Arra keressük a választ, hogy a sakkoktatásnak lehet-e szerepe a matematikai problémamegoldás fejlesztésében.

Először azt vizsgáljuk meg, hogy a Nemzeti Alaptanterv matematikai műveltségi területének fejlesztési feladatai közül a *Tájékozódás* hogyan jelenik meg a sakkjátékban. Konkrét példákon keresztül mutatunk rá a *Tér, Idő, Mennyiségi*

viszonyok kézzelfogható szerepére a sakkjátékban. Egy sakkfigura anyagiságát az üres táblán ellenőrzött mezők száma és milyensége határozza meg. A hozzájuk rendelt értékek (amelyeket mi is használunk a példák során): vezér-9, bástya-5, huszár-3, futó-3, gyalog-1. A sakkjátékban szorosan kapcsolódik egymáshoz az anyag és a tér. Az adott állásban ellenőrzött mezők száma és milyensége alkotja a sakkfigurák terét. Az időt az határozza meg, hogy egy adott figurával egy adott mezőről egy másik adott mezőre hány lépésben juthatunk el. Az idő sakkbeli egysége a lépés. A matematika és a sakkjáték közös elemeinek feltárásakor olyan téma-specifikus elemekre hozunk példákat a disszertációban, amelyek mindkét területen előfordulnak, és akár transzfer szerepet tölthetnek be a két terület között.

Ezeket túl a matematikai gondolkodás néhány olyan specifikumát is elemezzük Laczkovich (2010) munkáját követve, amelyek megjelennek a sakkozói gondolkodásában. A *matematikai gondolkodás jellemző vonásai* közül az alábbiakat emeljük ki:

- az absztrakció állandó használata,
- a logikai kvantorok nagy száma,
- a lehetetlenség bizonyítása,
- az egzisztencia-bizonyítás.

A matematikai gondolkodás **absztrakt fogalmakkal** történik. A sakkjáték, így a sakkozói gondolkodás is teljes egészében absztrakciót igénylő tevékenység. Már a figurák is absztrakt fogalmak, mert csak a definíciójukban leírt tulajdonságukat lehet használni, és ez teljesen független a figura alakjától és elnevezésétől.

A **logikai kvantorok** szükségesek a kétszemélyes játékok esetében, például már a stratégia (a sakkban nyerő, vagy döntetlenre vezető stratégia) fogalmának definiálásához is. Ugyanis akinek van ilyen stratégiája, annak az ellenfél *bármely* lépésére *van olyan* lépése, hogy az így kialakult lépéssorozattal elérje a célját. Érdekes összevetni ezt a fogalmat az olyan sakkállás fogalmával, amelynél nem az állás szokásos értékelése történik, hanem a gondolkodási időt túllépő játékost vesztesnek nyilvánítja a versenybíró. Ez olyan állásnál történik, ha *létezik* olyan lépéssorozat, amely az állásból indulva matthoz vezet.

Amikor azt bizonyítjuk, hogy valami **lehetetlen**, egy probléma megoldhatatlan, bizonyos eljárás nem létezik, akkor nem arról van szó, hogy képességeink vagy

lehetőségeink átmeneti korlátozottsága miatt ez nem sikerül, hanem arról, hogy a kitűzött feladatok elvégzése lehetetlen.

Vannak olyan matematikai és sakkbeli problémák, amelyek annak eldöntését kívánják, hogy bizonyos objektumok léteznek-e vagy nem. A létezés konstruktív úton vagy ún. **egzisztencia-bizonyítással** láthatjuk be.

A dolgozatban példákkal támasztjuk alá, hogy a matematikai gondolkodásnak ezek a jellemző vonásai egyszerű formában, de megkerülhetetlenül szerepet kapnak a 12-14 éves diákok matematika oktatásában csakúgy, mint a sakkoktatásban.

A sakkoktatás hatása a matematikai teljesítményre egy országos tudásszint mérés tükrében

A disszertáció negyedik fejezetében a sakk és a matematika oktatási-nevelési folyamatban való összekapcsolásának lehetőségét, a sakkoktatásnak a matematikai problémamegoldó képességre vonatkozó hatásaival foglalkozunk. Nyolcadik osztályosok matematikai tudását vizsgálva keresünk magyarázatot olyan teljesítménybeli különbségekre, amelyek feltételezésünk szerint a sakkoktatás hatására következnek be.

Eredményeink bemutatásához először elhelyezzük egy, a sakkoktatásban is részesülő csoport teljesítményét az országos eredmények és egy nem sakkozói csoport eredményeinek viszonylatában. A sakkjáték oktatási gyakorlatban való alkalmazásának a hatásait szeretnénk összekapcsolni a matematikai kompetenciaterületek vizsgálatával. Ezért elemezzük azt is, hogy milyen tartalmi és kompetenciaterületeken teljesített jobban a kísérleti sakkozói csoport. Ezután a sakkozói csoporton belüli fejlődést vizsgáljuk a sakktudás szintjének függvényében.

Konkrétan, az alábbi kutatási kérdéseket és hipotéziseket fogalmazzuk meg:

KK1: Mutat-e eltérést a sakkozói csoport matematikai problémamegoldó teljesítménye évfolyamtársaikhoz képest?

H1: Hipotézisünk szerint a sakkoktatásban részesült tanulók matematikai problémamegoldó teljesítménye jobb évfolyamtársaikhoz képest.

KK2: Melyek azok a matematikai témakörök, illetve kompetenciaterületek, ahol lényegesen jobb teljesítményt nyújtanak a sakkozók?

H2: Hipotézisünk szerint a Számok, műveletek, Geometria témakörökben, illetve a Számolási készség, Kombinatívitas, Térlátás, térbeli viszonyok kompetenciaterületeken nyújtanak lényegesen jobb teljesítményt a sakkozók.

KK3: Van-e eltérés a metakognitív fejlesztés eredményességében a versenysakkozó, amatőr sakkozó és csak a sakk alapjait ismerő tanulók esetében?

H3: Hipotézisünk szerint a fejlesztés határfoka a versenysakkozók esetében a legnagyobb.

KK4: Mutat-e eltérést a vizsgaszituációban nyújtott teljesítmény a korábbi mérésekhez képest a versenysakkozó, amatőr sakkozó és csak a sakk alapjait ismerő tanulók esetében?

H4: Hipotézisünk szerint a vizsgaszituációban nyújtott teljesítmény a versenysakkozók esetében mutat legnagyobb eltérést.

A következőekben bemutatjuk azt a csoportot, melynek eredményeit illetve fejlődését nyomon követtük. Húszfős kísérleti csoportunkat 2014-ben 14-15 éves tanulók alkották, fiúk-lányok vegyesen. A gyerekek egy Somogy megyei kisváros egyetlen általános iskolájának tanulói voltak, akik hetedik osztálytól csoportbontásban tanulták a matematikát. Azok a diákok kerültek ebbe a csoportba, akik középiskolai felvételi vizsgát szándékoztak tenni. Matematikából normál tanterv szerint haladtak, de nyolcadik osztályban heti plusz egy órában felvételi előkészítő foglalkozás zajlott. A csoport minden tagja ismerte a sakkjáték alapszabályait. A tanulóknak első osztálytól lehetősége nyílt az iskolában sakk szakkörre járni. Voltak olyan gyerekek, akik csak egy évig jártak, voltak olyanok is, akik csak ötödik osztályban kapcsolódtak be a sakk szakkör munkájába és olyanok is, akik több évig részt vettek sakkoktatásban. Heti egy óra állt rendelkezésre iskolai keretek között erre. Ebben az életkorban már eldől, hogy ki foglalkozik majd profi szinten sakkozással, ők

Élőpontszámmal rendelkeznek. Ez a húsz tanuló kizárólag amatőr szinten sakkozott. Három részcsoportha bontottuk őket:

- Versenysakkozók (VS): Öt olyan tanuló volt, aki elindult megyei szintű amatőr sakkbajnokságon (Diákolimpia), amit 2014. évben rendeztek először Élő-pontszámmal nem rendelkezők (amatőrök) számára. Ezek a tanulók 8. osztályban is versenyeztek.
- Iskolai sakkozók (IS): Tíz olyan tanuló volt, aki szintén járt legalább egy évig sakk szakkörre, de legfeljebb iskolai házibajnokságon szerepelt.
- Sakk szakkörre nem járók (NS): Öt olyan tanuló volt, aki csak a sakk alapjait ismerte, ők nem jártak iskolai keretek között sakk szakkörre, egyáltalán nem versenyeztek, azonban az iskolában ők is sakkoztak (matematika szakkörön).

Az összehasonlító vizsgálatainkhoz egy nem sakkozói csoportot (K1) is kiválasztottunk egy másik környező kisváros általános iskolájából, akik nem részesültek sakkoktatásban, azonban a heti matematika óraszám ugyanannyi volt, mint a kísérleti csoport esetében. A K1 csoport szintén hasonló módon plusz matematika szakköri órában készült a felvételire.

A sakkozói csoport felvételi teljesítményének összehasonlító elemzése

Vizsgálatunk tárgya a 2013/2014. tanévben 9. évfolyamra történő beiskolázás központi írásbeli felvételi vizsgáinak matematika feladatsora. Ez alapján a sakkozói csoport teljesítményét összehasonlítjuk az országos eredményekkel és egy nem sakkozói csoport eredményeivel. További elemzéseink arra irányulnak, hogy mely feladatokban érték el lényegesen jobb eredményt a kísérleti sakkozói csoport tanulói. Az országos adatbázis lehetőséget ad tartalmi és kompetenciaterületek szerinti összehasonlításokra is.

A vizsgált matematikai felvételi feladatsort 2014. január 18-án, Magyarországon 51100 tanuló, az összes nyolcadik osztályos 59 %-a írta meg. Azok az általános iskolás korú gyermekek oldották meg ezt a feladatsort, akik olyan középiskolákba (gimnáziumok többsége és bizonyos szakközépiskolák) szerettek volna továbbtanulni, amelyek előírják bemeneti követelményként a felvételi vizsgát matematikából és magyar nyelvből. Minden résztvevő motivált volt a jó eredmény elérésében, mert a fő cél, a kiválasztott középiskolába való bejutás egyik feltétele a matematika feladatsor minél jobb teljesítése volt.

A kutatáshoz a felvételi eredményeket tartalmazó adatbázist az Oktatási Hivatal (2014b) bocsátotta rendelkezésünkre. Ebben a tanulók a személyiségi jogok miatt kódokkal szerepelnek, azonban iskolájuk alapján kiszűrhetők. Az adatbázis többek között tartalmazza a tanulók elért pontszámait feladatonként és itemenként. Ez az adatbázis teszi lehetővé azt is, hogy a korábban említett K1 nem sakkozói csoportot kiszűrjük.

A Nemzeti Alaptantervben szereplő kategóriákat felhasználva elvégeztük a kérdéses felvételi feladatok közműveltségi tartalom szerinti besorolását. Ez alapján megállapítható, hogy a tíz feladat a NAT-ban megfogalmazott közműveltségi tartalmak nagy részét átfogja matematikából, ezáltal széles körű tárgyi tudást mér.

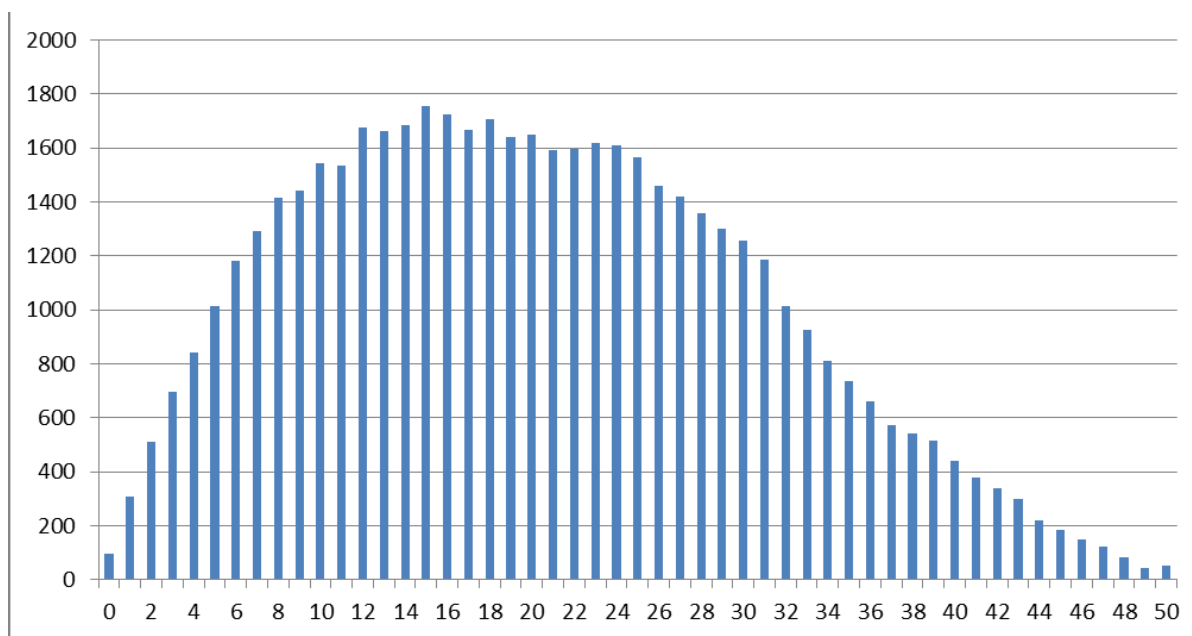
A feladatok megoldásához szükséges matematikai kompetenciákat is vizsgáljuk. Ezek készség- és képesség-komponenseit Vidákovich (2013) intelligencia faktoranalízisét követve kategorizáljuk. Ehhez kiválasztottunk tizenegy, a feladatsor alapján releváns kompetenciaterületet: *Számolási készség, Mértékegység-váltás, Mennyiségi következtetés, Kombinatívitas (rendszerzés), Ábrázolás, prezentáció, Rész-egész észlelés, Érvelés, bizonyítás, Emlékezet, fogalomismeret, Térletés, térbeli viszonyok, Modellalkotás, problémaprezentáció, Probléma-érzékenység*. Mindegyikhez hozzárendeltük az egyes feladatok megfelelő itemeit. Az egyes kompetenciaterületekhez a megfelelő itemeknél elért pontszámok összegzésével egy-egy pontértéket rendeltünk. A besorolást több éves oktatási tapasztalataink alapján végeztük el, de ez szükségszerűen tartalmazhat néhány szubjektív elemet is.

Az első vizsgálataink az átlagok összehasonlítására vonatkoznak az országos és egy nem sakkozói csoport viszonylatában. Második lépésben tartalmi és kompetenciaterületi vizsgálatokat végzünk.

Statisztikai vizsgálataink kiindulási lépése annak a feltárása, hogy a sakkozói csoport milyen eredményeket ért el a 2014. évi matematika felvételi teszten az országos eredményekhez képest. Az országos eredmények feldolgozását Missetáné és Birkás (2016) végezte el. Ennek segítségével képet kaphatunk arról, hogy az alapfokú oktatás lezárásakor – amely egyben a középfokú tanulmányok bemenetét is jelenti, ezáltal hidat képez az iskolatípusok között – milyen volt a tanulók teljesítménye a 2014. évben ezen a mérésen matematikából

Magyarországon. Összehasonlító elemzéseinkhez az említett cikkben közölt adatokat, táblázatokat is felhasználjuk.

Az országos eredmények gyakoriságát tartalmazó alábbi grafikon alapján ez a nagy elemszámú minta közelítőleg normális eloszlásúnak tekinthető.



A továbbiakban elhelyezzük a sakkozói csoport teljesítményét az országos eredmények viszonylatában.

	<i>összes</i>	<i>sakkozók</i>
<i>fő</i>	51080	20
<i>átlag</i>	20,319	33,000
<i>szórás</i>	10,508	7,416

A fentiek szerint a sakkozói csoport az országos átlagnál lényegesen jobb eredményt ért el a matematika felvételi vizsgán.

Ezután a sakkozói csoport teljesítményét a korábban bemutatott K1 nem sakkozói csoport teljesítményével hasonlítjuk össze átlagaik alapján.

	<i>sakkozók</i>	<i>K1</i>
<i>létszám</i>	20	37
<i>átlagpontszám</i>	33,000	21,595
<i>korrigált szórás</i>	7,609	8,713

Annak érdekében, hogy körülbelül azonos képességű és azonos létszámú csoportokat tudjunk összehasonlítani, a K1 csoport 37 tanulója közül kiszűrjük a legjobb eredményt elérő 20 főt. A két csoport matematika osztályzatainak átlaga csak kis eltérést mutat a felvételi vizsga időpontjában.

	<i>sakkozók</i>	<i>módosított K1</i>
<i>létszám</i>	20	20
<i>átlag</i>	33,000	27,750
<i>korrigált szórás</i>	7,609	5,466

A sakkozói csoport a módosított K1 csoport átlagánál is lényegesen jobb eredményt ért el.

Most azt vizsgáljuk, hogy mely matematikai tartalmakban és milyen matematikai kompetenciaterületeken érték el jobb eredményt a sakkozók.

Elvégeztük feladatonként is az elemi statisztikai vizsgálatokat, és összehasonlítottuk az országos eredményeket (O) a sakkozói csoport (S) eredményeivel:

<i>Feladat sorszama</i>	<i>Elérhető pontszám</i>	<i>Az elért pontszámok átlaga százalékban</i>		<i>Medián</i>		<i>Módusz</i>	
		O	S	O	S	O	S
1.	4	48,60	83,75	2	4	0	4
2.	4	62,56	90,00	3	4	4	4
3.	5	63,18	84,00	3	5	5	5
4.	6	67,88	90,83	4	6	6	6
5.	5	43,63	82,00	2	5	0	5
6.	4	72,71	86,25	3	4	4	4
7.	6	21,68	40,83	1	2	0	2
8.	6	12,91	55,83	0	5	0	6
9.	5	13,56	30,00	0	1	0	0
10.	5	15,97	31,00	0	2	0	2
össz.	50	40,64	66,00	20	32,5	15	32

A táblázat adatai alapján kiválasztjuk azt a három feladatot, amelyeknél a legnagyobb eltérések mutatkoznak (1. feladat, 5. feladat, 8. feladat). Ezeket a feladatokat közműveltségi tartalmuk alapján elemezve megállapíthatjuk, hogy a sakkozói csoport az adott felmérésen a matematikai tartalmú szövegek értelmezése, a racionális számokkal végzett alpműveletek, a szöveges feladatok megoldása, valamint a síkbeli alakzatok tekintetében teljesített az országos átlagnál lényegesen jobban.

A tizenegy kiválasztott matematikai kompetenciaterület szerinti bontásban összehasonlítva az országos eredményeket a sakkozói csoportéval az alábbi táblázatot kapjuk.

	<i>Számolási készség</i>	<i>Mértékegység-váltás</i>	<i>Mennyiségi következtetés</i>	<i>Kombinativitás rendszerezés</i>	<i>Ábrázolás, prezentáció</i>	<i>Rész-egész észlelés</i>	<i>Érvelés, bizonyítás</i>	<i>Emlékezet, fogalomismeret</i>	<i>Térlátás, térbeli viszonyok</i>	<i>Modellalkotás, probléma-prezentáció</i>	<i>Probléma-érzékenység</i>
<i>Elérhető pontszám</i>	16	4	15	5	4	14	21	7	11	6	5
<i>Országos átlag (%)</i>	50,93	62,56	32,83	63,18	54,75	19,90	21,11	62,16	7,39	9,11	1,40
<i>Sakkozók átlaga (%)</i>	79,06	90,00	64,33	84,00	82,50	51,43	50,00	86,43	20,91	51,67	4,00

A vizsgálatok alapján a KK1 és KK2 kutatási kérdésekkel, illetve a H1 és H2 hipotézisekkel kapcsolatban az alábbi következtetéseket vonjuk le:

A sakkozói csoport a 2014. évi matematika felvételi teszten az országos eredményekhez képest sokkal jobb eredményt ért el. A nem sakkozói csoporttal (K1) való összehasonlítás esetén is megállapíthatjuk, hogy a sakkozói csoport átlaga sokkal jobb volt. Feltételezésünk szerint ez a sakkoktatás hatására következett be. A K1 csoportból, amely szintén plusz egy óra matematika felkészítésben részesült, kiszűrtük a legjobb húsz eredményt elérő tanulót és így is összehasonlítottuk az átlagokat a sakkozói csoportéval. Ebben az esetben is

jelentős a különbség a sakkozók javára. A **H1 hipotézisünk** a fentiek alapján igazolást nyert, mert a sakkoktatásban részesült tanulók teljesítménye jobb évfolyamtársaikhoz képest.

A közműveltségi tartalmak közül a sakkozói csoport az adott felmérésen a racionális számokkal végzett alpműveletek (*Számok, műveletek*) és a síkbeli alakzatok (*Geometria*) témakörből való feladatok esetén nyújtott lényegesen jobb eredményt. Ez a **H2 hipotézisünk első felét** részben megerősíti.

Megállapítottuk, hogy a sakkozói csoport tanulói minden kiválasztott kompetenciaterületen jobbak voltak az országos átlagnál. Kiemelkedő a *Modellalkotás, probléma-prezentációban* nyújtott teljesítményük. A legnagyobb mértékű eltérés a két csoport között itt figyelhető meg. Így a **H2 hipotézisünk második része** szintén részben igazolódott.

A sakkozói csoporton belüli fejlesztés hatásainak vizsgálata

A következőkben egy, a sakkozói csoportra vonatkozó fejlesztő oktatási kísérlet eredményeit mutatjuk be. Nyolcadik osztályban heti plusz egy óra áll rendelkezésre, a felvételire való felkészítésre. Itt fő cél a tantárgyi tudás és a tanulók metakognitív tudásának fejlesztése. Mivel a tanulók ugyanabban a felkészítésben részesültek a csoporton belül, arra keressük a választ, hogy a VS, IS, NS részcsoporthoz ennek hatására hogyan fejlődtek, illetve van-e eltérés a fejlődés mértéke között.

Az oktatási kísérlet során a gyerekek harminc feladatsort oldottak meg összesen, (Fazekas 2005, Oktatási Hivatal 2016) a legtöbbet otthon, időre (45 perc alatt). Ezek javítását önállóan, a megadott javítókulcs alapján végezték el. Ezáltal lehetőségük nyílt akár heti bontásban saját egyéni fejlődésük nyomon követésére is. Az önálló munka során elkövetett hibákat javítottuk csoportosan, illetve személyre szabottan. Így a fejlesztő órákon a tanulók sok megoldási sémára tettek szert, az ún. „típusfeladatok” terén. Főként ezekhez kapcsolódva történt a metakognitív tudásuk fejlesztése. A fejlesztő foglalkozások tapasztalatait folyamatosan gyűjtöttük és a tanulók fejlődési folyamatát 3+1 hasonló szerkezetű teszttel mértük. A feladatsorokat minden mérést követően részletesen kielemeztük. A bemeneti mérés (1. mérés) szeptember közepén történt. Ezelőtt egyetlen olyan feladatsort oldottak meg a tanulók a tanárral közösen, amely a felvételi feladatsorhoz hasonló. A második mérés decemberben (a téli szünet

előtti utolsó órán) történt, a felkészülés záró időszakában. A harmadik mérésre januárban, a téli szünetet követő órán került sor. Tehát a második és a harmadik mérés között a tanulók csak egyénileg gyakorolhattak. Az első három diagnosztizáló mérést az általános iskolában végezték, a feladatsort a matematikát tanító tanár (a szerző) javította. Ezután következett a felvételi vizsga januárban, amelyet egy kijelölt középiskolában írtak meg a tanulók, ennek a javítását az ott tanító középiskolai matematika tanárok végezték.

A felkészítési időszakról az alábbi táblázatot mutatjuk be.

<i>azonosító</i>	<i>1. mérés</i>	<i>h1</i>	<i>2. és 3. mérés átlaga</i>	<i>h2</i>	<i>felvételi eredmény</i>	<i>tanulmányi eredmény</i>
NS4	18	3,28	59	1,12	66	
IS9	16	3,06	49	0,90	44	
IS3	22	2,82	62	1,00	62	jeles
IS1	34	2,24	76	1,11	84	
NS1	30	2,20	66	0,64	42	
IS6	36	2,06	74	0,86	64	
NS5	38	2,05	78	0,79	62	kitűnő
IS4	34	1,88	64	0,69	44	
VS4	36	1,83	66	1,06	70	
IS8	44	1,75	77	0,83	64	kitűnő
VS5	44	1,66	73	0,96	70	jeles
NS3	50	1,56	78	0,82	64	
VS2	58	1,55	90	1,04	94	kitűnő
IS2	54	1,46	79	0,91	72	kitűnő
NS2	58	1,34	78	1,08	84	jeles
IS5	52	1,27	66	0,97	64	kitűnő
VS3	74	1,15	85	0,94	80	kitűnő
VS1	74	1,11	82	1,02	84	
IS7	62	1,11	69	0,99	68	
IS10	46	0,98	45	0,84	38	

A fejlesztés eredményét a következőképpen értékeltük: a mérések eredményeit tanulókra lebontva táblázatokba gyűjtöttük és ezeket összevetettük a saját korábbi eredményekkel, illetve az egyes tanulói részcsoportokat (VS, IS, NS) egymással is összehasonlítottuk.

A táblázat 4. oszlopában a 2. és 3. mérés százalékaiknak átlagát írtuk, mivel ez a két mérés elég közeli időpontban (december vége, január eleje) történt. Ezt elosztottuk az 1. mérés százalékos eredményével, így kaptuk a **h1** hatásfokot, majd a felvételin elért százalékos eredményt osztottuk a 2. és 3. mérés átlagának százalékos eredményével, ami a **h2** hatásfokot eredményezte. Így számszerűsítjük a felkészülési időszakban, illetve a felkészülési időszak vége és a felvételi vizsga közötti teljesítménybeli eltéréseket.

Vizsgálataink alapján az alábbi következtetéseket vonhatjuk le. A matematika tantárgy területén is kialakulhatnak a kezdők-szakértők közti gondolkodásbeli különbségek. A tanulókkal folytatott (a disszertációban részletesen bemutatott és elemzett) beszélgetések alapján látható, hogy a tanulók metakognitív tudása valóban fejlődött a vizsgált időszakban. Egyetlen tanuló (IS10) volt a csoportból, aki a bemeneti méréshez képest rosszabb teljesítményt nyújtott a felvételi vizsgán, tehát elmondhatjuk, hogy a felkészítés hatékony volt. Az alkalmazásszintű matematikai tudás a sakkot korai életkorban tanulóknál és versenyzőknél magasabb szinten volt. A kiemelkedő tanulmányi eredmény nem jelentette egyértelműen a felvételi nagyon jó megírását.

Azt is megvizsgáltuk, hogy a metakognitív tudás fejlesztése, a személy szerinti, feladat szerinti és stratégia szerinti tervezés a csoporton belül melyik részcsoport esetében volt a leghatékonyabb. Ennek kimutatására az egyes tanulók által elért százalékos eredmények arányait használtuk. A sakkozói csoporton belül az első és az utolsó mérések között a **h1** hatásfok alapján több mint kétszeres fejlődést 7 tanuló ért el, és ezek között egyetlen versenysakkozó sem szerepelt.

Az eredmények tehát a **H3 hipotézisünket** a felkészülési időszak alapján nem támasztják alá. A nem versenysakkozók fejlődésének mértéke a felkészülési időszak mérései alapján nagyobb mértékű volt. A gyerekek elmondása szerint ezt az ő esetükben főként az idővel való gazdálkodás megtanulása segítette elő. Valószínű, hogy ezt a versenysakkozók az időre játszott sakk partik segítségével már korábban megtanulták. A képet az is erősen árnyalja, hogy a nem versenysakkozó gyerekek (IS, NS) több esetben alacsonyabb

teljesítményértékről indultak, így náluk a javulás mértéke értelem szerűen magasabb lehetett.

Szembevetve a versenysakkosok (VS) nagyon jó szereplése a vizsgaszituációban és a csak a sakk alapjait ismerők (NS) teljesítményének csökkenése, akik az utolsó iskolai méréshez képest (ötből négyen) rosszabb százalékos eredményt értek el. A versenysakkosok mindegyike hasonló vagy jobb teljesítményt nyújtott a matematika felvételi vizsgán, mint a felkészülés záró időszakában. Ez az eredmény a ***H4 hipotézisünket*** alátámasztja: a vizsgaszituációban nyújtott teljesítmény a versenysakkosok esetében mutatja a legnagyobb (pozitív) eltérést.

Short thesis for the degree of doctor of philosophy (PhD)

***APPEARANCE OF SPECIFIC FEATURES OF THE
MATHEMATICAL THINKING IN THE THINKING PROCESS OF
THE CHESS PLAYER, THE ROLE OF CHESS EDUCATION IN THE
TEACHING OF MATHEMATICS***

Anita Misetáné Burján

Supervisors: Dr. Lajos Hajdu, Dr. Eszter Kónya Herendiné



UNIVERSITY OF DEBRECEN

Doctoral Committee of Natural Sciences

Doctoral School of Mathematics and Computer Sciences

Debrecen, 2017

Chess, as a tool of teaching, is of recent interest. We mention an international and a national example from education: in New York City the *Chess in the Schools* movement and in Hungary the *Sakkpalota* (*Chess palace*) complex ability development program of Judit Polgár. One of the most important arguments for the regular education of chess in schools is that the thinking of the chess player consists of several layers, having different features, thus knowing it can be very beneficial in several kinds of thinking.

In our dissertation we investigate the connections between the “queen of sciences” (mathematics) and the “royal game” (chess). We approach the topics from two aspects. On the one hand, we look for the appearance of the specific features of mathematical thinking in the thinking process of the chess player, and on the other hand we investigate the role of chess education in the teaching of mathematics. Gik (1989, p. 7) formulates the connections in the following way „The ways of thinking of the mathematician and the chess player are rather close, so it is not only by chance that mathematical abilities often come together with talent in chess.”. At this point we also mention that the author of the present dissertation is personally related both to mathematics and to chess in many ways. She teaches mathematics at Balatonlelle since 1994, and as a rated chess player, and coach leads the chess student circle at the school. She learnt to play chess at the age of 5. Some of her most outstanding results are the following: at the age of 11, together with Zsófia Polgár took the first place at the National Championship (among players aged 10-11), at the age of 15 she has become the National Champion (among players aged 14-15), later she took the gold medal on the Bayern Woman Championship. She has a national chess referee license, organizes chess competitions, teaches beginner chess players at chess camps, and she is the Head of the Chess Federation of Somogy County. She got the prize “For The Hungarian Chess” of the Hungarian Chess Federation in 2013. She got an MSc degree as a Teacher of mathematics at the University of Debrecen. Her studies inspired her to summarize her experiences extending for several decades, and to do research in the topic.

The results presented in the dissertation can be divided into two parts. On the one hand, we show that chess education can have important influence in the teaching on mathematics. On the other hand, we study what kind of positive influence chess education can have on mathematical abilities in the primary and secondary school. The investigation of students of age 12-15 can be important

because their level of thinking illustrates well the transfer from the thinking of lower secondary school student to the thinking of the upper secondary school students.

The theoretical background of the research

From the studies describing the features of the thinking of the chess player and the mathematical thinking we know that these areas are strongly connected, so it can be worth to use chess education in the teaching of mathematics. There are many studies concerning the modeling of the thinking of the chess player. Gik writes: “Chess, as a model, has the advantage that on the one hand, the aims and tasks can be formulated easily, and on the other hand, these aims are not easy to achieve.” (1989, 196. o.). The both areas we investigate can help each other very much, though there are differences as well. Révész gives the following description of a difference: „The direction of the thinking of the mathematician is ruled by the problem, while that of the chess player is ruled by the opponent.” (in: Szilágyi 2007). In education, in practice this difference may strengthen the possibility of application: the joy of playing, the motivating force of winning can be used for forming and improving mathematical competencies.

We group the literature concerning the questions of thinking – problem solving – knowledge improvement around the four dimension given by Wittmann (1981) (professional, pedagogical, psychological and constructive). The professional dimension means the understanding and learning of mathematics as a science, during the mathematical education. The purposes of education are subject to social purposes, this connection is expressed by the pedagogical dimension. The psychological dimension takes into consideration the psychological features of pupils (coming e.g. from their age) during the education. Planning and practical executing require concrete decisions and actions, which assume the presence of the first three dimensions - this is studied by the constructive dimension.

Professional dimension: The purposes of the basic education of mathematics are ruled by the National Core Curriculum (in Hungarian abbreviation NAT) in Hungary (Magyar Közlöny 2012). This describes the purposes concerning the mathematical education, together with the ways of improving skills, and the required competencies to reach.

In our research we study how chess education can contribute to fulfilling the improvement concerning *Orientation, Thinking, Problem handling and -solving*.

Pedagogical dimension: As it is formulated by Stanic and Kilpatrick (1989), the real aim is to help children to be able to gather knowledge themselves, be able to apply this knowledge for solving problems. One can observe several similarities between good chess players and good problem solvers. Simon and Gilmarin (1973) describe that chess masters store many chess positions in their long term memories, and they are able to associate the best moves to them. An experienced mathematical problem solver is also capable to build and store a large number of schemes in her/his memory, which makes her/him be able to categorize problems from a given field according to the solution steps. The mathematical problem solving ability develops by knowing a large number of mathematical problem solving strategies, achieved through relevant mathematical exercises (Paas & van Gog 2006).

Psychological dimension: According to Skemp (1975) the problems of teaching and learning mathematics are psychological ones. Modeling cognitive processes (including the one of problem solving) is a still developing field. The procedure of problem solving was divided into similar stages by several researchers in the 20th century, with the difference that their numbers are different. In all such divisions we can find similarities between problem solving in mathematics and chess. These are discussed in detail in the dissertation, based upon Pólya's theory.

Constructive dimension: Applications of cognitive psychology in the process of education is studied by cognitive pedagogy, whose central notion is knowledge (Csapó 2001). The success of learning is affected by many factors: general abilities; special abilities of learning; the combination of preliminary and current knowledge; the transfer. Mathematical competence areas are discussed in many educational studies. In this sense, mathematical competence is a subsystem of cognitive competence. Classifying of the mathematical entrance examination exercises we used the classification of Sulinet (Fábián et al., 2008), which has been made by Vidákovich (2013):

<i>Skills</i>	<i>Thinking abilities</i>	<i>Communicational abilities</i>	<i>Knowledge gathering abilities</i>	<i>Learning abilities</i>
numbering, counting, quantitative reasoning, estimation, measurement, unit conversion, solving word problems	ordering, combinativity, deductive thinking, inductive thinking, probabilistic thinking, arguing, proving	the words of spatial relationships, reading comprehension, spatial visualization, spatial orientation drawing, representation	problem sensitivity, problem representation, originality, creativity, problem solving, metacognition	concentration part-whole perception memory keeping to the problem problem solving speed

In improving efficiency of education, besides developing cognitive abilities, metacognitive factors also play an important role. According to Flavell (1979), metacognition has two parts: knowledge concerning skills (procedural metacognition, *know-how*), and knowledge concerning knowledge (declarative metacognition, *knowing what*). Developing metacognition one can apply basic metacognitive strategies: linking the new knowledge to the already existing knowledge, choosing the strategy of thinking, and planning, monitoring and evaluating the mental procedures. These strategies can be planned and applied during preparing for the mathematical entrance exam, and we can get information about knowledge representation from the results.

The ability transfer during the application of new knowledge is the **transfer**. Some thinking abilities can develop the transfer of knowledge. Royer (1979) proposed more classifications:

3. close transfer (when there is an overlap between the teaching procedure and the stimulus elements present during the study of knowledge) – distant transfer (application in an unusual context, usage of the learnt method among new circumstances)
4. literal (lossless transfer of a knowledge element or ability to a new task) - figural (mental usage of knowledge during problem solving)

Chess and mathematics have common parts which can mutually strengthen the development of elements of thinking, and can play a transfer role in the improvement of mathematical problem solving abilities of primary school

pupils. Noir (2002, in: Szilágyi, 2007) based upon certain observations states that after two years of chess education, didactical transfer raises children to a higher level with respect to strategy, memory and abstraction abilities.

In the literature the general ability development feature of chess education is well known. Duró (2007a,b,c, 2009, 2013a,b) investigates the development of children attending kinder gardens and primary school students up to age 10. Szilágyi (2007) presents psychological investigations concerning the thinking and personality improvement effects of chess. Eysenck and Keane (1997) analyze the novice - expert problem, while Csíkos (2007, 2008) connects chess, metacognition and the novice - expert notions in a complex way. According to him, experts on the one hand have a huge knowledge, and on the other hand they are able to apply it during the procedure of problem solving. The schemes of the thinking of experts free significant resources for the meta-level elements of thinking. Mérő (1997) says that it is inevitable to know schemes in chess; this kind of knowledge for grandmasters is between 50000 and 100000. Becoming an expert in mathematics also requires the knowledge of a huge number of schemes. In forming them, the elements of chess playing a role in the mathematical thinking of students, can also be useful.

The role of chess education in teaching mathematics

In the third chapter of the dissertation we investigate the role of chess education in teaching mathematics, and we also look for the appearance of features of mathematical thinking in the thinking of the chess player. We study the question whether chess education can have a role in improving mathematical problem solving abilities.

First we investigate that among the mathematical fields appearing in NAT, how **Orientation** appears in chess. By the help of concrete examples, we present the concrete roles of **Space, Time, and Quantitative relations** in chess. The materiality of a chess figure is represented by the number of squares it can move to on an empty chessboard. The usual values of the figures (which we shall also use in our examples): queen-9, rook-5, knight-3, bishop-3, pawn-1. Material and space are strongly connected in chess. The space of the figures in a position is given by the number and quality of squares ruled by them. Time is ruled by the

number of moves needed for a figure to get from a given square to another square. The time unit in chess is move. In illustrating the common features of mathematics and chess we present such theme-specific elements in the dissertation, appearing in both fields, and which possibly play a transfer role between them.

Further, we also have analyzed some specific features of mathematical thinking following Laczkovich (2010), which also appear in the thinking of a chess player. Among the specific ***features of mathematical thinking*** we mention the following ones:

- constant use of abstraction,
- large number of logic quantifiers,
- proof of impossibility,
- existence proofs.

Mathematical thinking uses abstract notions. Chess, thus also the thinking of a chess player, is also completely abstract. Already the figures are abstract notions, because one can use only the properties described in their definitions, which are completely independent from their shapes and names.

Logic quantifiers are necessary in twosome games, for example already for defining the notion of strategy (in chess, the strategy leading to a win or draw). Indeed, if one player has a winning strategy, then *for all* moves of the opponent *there exists* a move of the player, such that with the sequence of moves obtained, (s)he reaches the required purpose. It is worth to compare this notion with the notion of a chess position, when the position is not analyzed in the usual way, but the player exceeding the time limit is declared to lose by the referee. This happens at a position if starting from the given position *there exists* such a sequence of moves which leads to a mate.

When we prove that something is ***impossible***, a problem is unsolvable, some procedure does not exist, then it is not only that we cannot do it because of some temporary limits of our possibilities or abilities, but that it is not possible to achieve the required aim.

There are mathematical and chess problems, which require the decision of the existence of certain objects. Existence can be proved in a constructive way, or by a so-called ***existence proof***.

In our dissertation we give concrete examples which show that these specific features in a simple form, but necessarily appear in the mathematical education of students of age 12-14, as well as in chess education.

Effects of chess education for mathematical performance, based upon a nationwide knowledge measurement

In the fourth chapter of our dissertation we study the possibility of linking chess education and teaching mathematics, and the effects of chess education on mathematical problem solving abilities. We were looking for differences in performance, by studying the mathematical knowledge of 8-graders, which, according to our hypothesis, come from chess education.

To present our results, first we compare the results of a group of chess players with the national results, and also with the results of a group of non-chess players. We would like to connect the effects of application of chess in teaching with the investigations of mathematical competence areas. Hence we also analyze that in which competence areas the group of chess players performed better. After that we also study the development inside the group of chess players, as a function of chess knowledge.

We formulate the following study questions and hypotheses:

Q1: Is there any difference between the mathematical problem solving ability of the group of chess players compared with other groups?

H1: According to our hypothesis, students having chess education have better mathematical problem solving abilities.

Q2: Which are those mathematical fields and competence areas, where chess players perform significantly better?

H2: According to our hypothesis, chess players perform significantly better on the fields Numbers, operations, Geometry, and in the competence areas Counting skills, Combinativity, Spatial visualization, spatial orientation.

Q3: Is there any difference between the efficiency of the metacognitive development of chess competitors, amateur chess players and students having only basic chess knowledge?

H3: According to our hypothesis, the efficiency of development is the highest for chess competitors.

Q4: Is there any difference in the performance of chess competitors, amateur chess players and students having only basic chess knowledge, during the preparation and on the test?

H4: According to our hypothesis, the performance on the test is the best in case of chess competitors.

Now we introduce the group whose results and development has been recorded. The group was formed by 20 students (boys and girls mixed) of grade 8 (age 14-15) in 2014. The children were the students of the only primary school of a small city of Somogy county, learning mathematics from grade 7 in the same groups. Those students were selected to enter this group, who wanted to take an entrance exam to the secondary school. They followed the normal curriculum from mathematics, but in grade 8 there was an extra preparatory class for the entrance exam, too. All members of the group knew the rules of chess. Some of them attended chess competitions, some of them played chess only at the school, but all of them have taken part in playing chess at the end of the preparatory mathematical classes. We have divided them into three subgroups:

- Competitors (VS): There were five students who took part in county level chess championships (which was first organized for non-rated players in 2014). These students took parts in such competitions at grade 8, too.
- School players (IS): There were ten students, who have attended the chess student circle at least for one year, but who took part only at school chess championships.
- Others (NS): There were five students, who only new the basics of chess. They have not even attended the chess student circle. However, they have also played chess at the end of the preparatory mathematics classes.

For comparison, we have chosen a group of non-chess players from a nearby school (K1). They have not got any chess education, but the number of their weekly mathematics classes has been the same as for the group of chess players. The group K1 also took part in an extra preparatory mathematical class a week.

Comparative analysis of the performance of the group of chess players on the entrance test

The subject of our study is the central mathematical entrance test for grade 9 in secondary schools in 2013/2014. based upon this, we compare the results of the chess player group with the national results, and with another group of non-chess players. Our further analysis is to discover that in which exercises did the members of the chess player group performed better. The national database yields a basis for comparisons based upon on mathematical contents, as well as on competence areas.

The above mentioned entrance test was written on 18 January, 2014, by 51100 students in Hungary, 59 % of the total number of 8 graders. It was written by those primary school students, who wanted to enter to a secondary school requiring an entrance test from mathematics and Hungarian language. Every participant had a motivation to reach a good result, since entering the planned secondary school required a score as good as possible.

The database for the research has been obtained from the Oktatási Hivatal (2014b). In this, the students (because of personality rights) appear only by codes; however, they can be filtered by their schools. Among other things, the database contains the number of points the students achieved per item. This database also makes possible to filter the members of the previously mentioned group K1.

Based upon the categories appearing in NAT, we have made the classification of the exercises according to their mathematical contents. After that we can conclude that the ten exercises cover most of the fields appearing in NAT, hence it measures a general and wide knowledge.

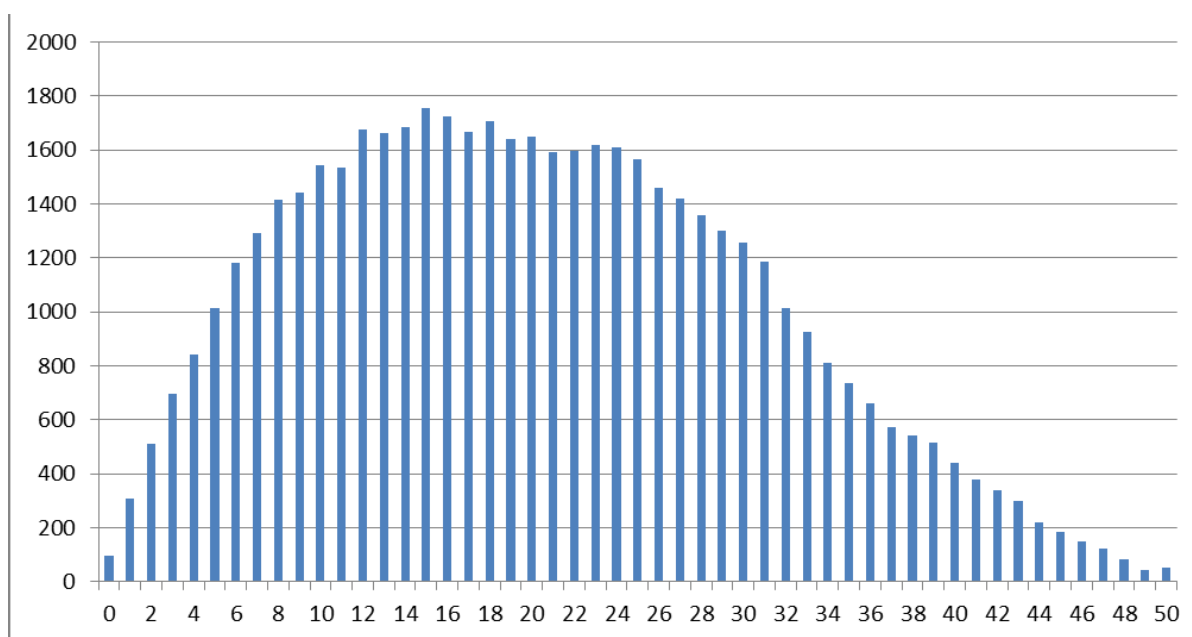
We have also studied the mathematical competence areas needed for the solutions of the exercises. Their skill and ability components have been categorized following the intelligence factor analysis of Vidákovich (2013). For this, we have chose the following eleven relevant competence areas: *Counting skill, Unit conversion, Quantitative reasoning, Combinativity (ordering), Drawing, representation, Part-whole perception, Arguing, proving, Memory, knowledge of notions, Spatial visualization, Spatial orientation, Modeling, problem presentation, Problem sensitivity.* To all of them, we attached the items

of the exercises. We have attached to the competence areas a numerical value, based upon the points appearing at the respective items. The classification may necessarily contain certain subjective elements; it has been performed based upon our several decade experiences.

Our first study concerns the comparison of the average points of the chess player group, of the national average, and of a group of non-chess players. Then we perform investigations based upon the contents and the competence areas.

The first step in our statistical investigations was to compare the results of the group of chess players with the national results. The national results were evaluated by Misetáné and Birkás (2016). By the help of this we can get a picture about the performance of students at the end of the lower secondary school. In what follows, we use tables and data from the above mentioned article.

Based upon the figure concerning the national results, this large sample can be considered to be approximately normally distributed.



Now we compare the results of the chess players with the national results.

	<i>total</i>	<i>chess players</i>
<i>no. of students</i>	51080	20
<i>average</i>	20.319	33.000
<i>standard deviation</i>	10.508	7.416

based upon the above table, we see that the chess players have performed significantly better than the national average on the entrance examination.

Now we compare the group of chess players with the group K1 of non-chess players, introduced earlier.

	<i>chess players</i>	<i>K1</i>
<i>no. of students</i>	20	37
<i>average</i>	33.000	21.595
<i>corrected standard deviation</i>	7.609	8.713

In order to be able to compare two groups of the same size, among the 37 members of the K1 group we have taken out 20 students achieving the best scores. We mention that the averages from mathematics of these two groups were very close to each other.

	<i>chess players</i>	<i>modified K1</i>
<i>no. of students</i>	20	20
<i>average</i>	33.000	27.750
<i>corrected standard deviation</i>	7.609	5.466

So the group of chess players has performed significantly better than the modified K1 group, as well.

Now we investigate that in which mathematical contents and competence areas did the group of chess players achieved better scores.

We have performed the elementary statistical investigations for each exercise, too, and we have compared the national results (O) with the results of the chess player group (S):

<i>no. of exercise</i>	<i>maximal point</i>	<i>average of the achieved points in %</i>		<i>median</i>		<i>modus</i>	
		O	S	O	S	O	S
1.	4	48.60	83.75	2	4	0	4
2.	4	62.56	90.00	3	4	4	4
3.	5	63.18	84.00	3	5	5	5
4.	6	67.88	90.83	4	6	6	6
5.	5	43.63	82.00	2	5	0	5
6.	4	72.71	86.25	3	4	4	4
7.	6	21.68	40.83	1	2	0	2
8.	6	12.91	55.83	0	5	0	6
9.	5	13.56	30.00	0	1	0	0
10.	5	15.97	31.00	0	2	0	2
total	50	40.64	66.00	20	32.5	15	32

Based upon the data in the above table, we choose those three exercises (Exercise 1, 5, 8) where the differences are the largest. Analyzing these exercises with respect to their contents we may conclude that the performance of the chess player group has been much better than the national average in the following topics: understanding and solving word problems, basic operations with rational numbers, and plain objects.

Comparing the national results with the results of the chess player group based upon the eleven chosen competence fields, we obtain the following table.

	Calculation	Unit conversion	Quantitative reasoning	Combinativity, ordering	Drawing, representation	Part-whole perceptions	Arguing, proving	Memory, knowledge of notions	Spatial visualization, spatial perception	Modeling, problem presentation	Problem sensitivity
<i>maximal point</i>	16	4	15	5	4	14	21	7	11	6	5
<i>national average (%)</i>	50.93	62.56	32.83	63.18	54.75	19.90	21.11	62.16	7.39	9.11	1.40
<i>average of the chess players (%)</i>	79.06	90.00	64.33	84.00	82.50	51.43	50.00	86.43	20.91	51.67	4.00

Based upon our results, concerning our research questions Q1 and Q2, and the related hypotheses H1 and H2 we draw the following conclusions.

The group of chess players achieved much better results on the mathematical entrance test in 2014 than the national average. In comparison with the group K1 of non-chess players we can also conclude that the average of the group of chess players has been significantly better. According to our hypothesis, this is caused by chess education. From the K1 group, which has also got an extra preparatory mathematical class weekly, we chose 20 students achieving the best scores, and compared this group with the group of chess players. Also in this case we obtained a significant difference, in favor of the chess player group. These support our ***hypothesis H1***, since the performance of students receiving chess education is better than that of the other students.

According to the mathematical contents, the comparison showed that the group of chess players has been performed much better in exercises related to basic operations with rational numbers (*Numbers, operations*) and plane (*Geometry*). This partly supports the first part of our ***hypothesis H2***.

We have also concluded that the members of the chess player group performed better on all competence areas than the national average. Their performance concerning *Modeling, problem presentation* is outstanding. The largest

difference between the two groups appears at this point. Thus the second part of our *hypothesis H2* has partially also been proved.

Investigations of the effects of development inside the group of chess players

In the following we give the results of a teaching experiment concerning the group of chess players. In grade 8, there is one extra class available for the preparation for the entrance test. Here the main purpose is the development of the mathematical knowledge and metacognitive knowledge of the students. As the students received the same preparation inside the group, we can investigate the differences in the developments of the subgroups VS, IS, NS.

During the teaching experiment, the students solved 30 tests (Fazekas 2005, Oktatási Hivatal 2016) altogether, most of them home, in a given timeframe (45 minutes). They corrected these tests themselves, using the given code. In this way they could follow their own weekly developments. The mistakes occurring were discussed and corrected, in groups and also personally. In this way the students learned many solution schemes during the preparatory classes, concerning “typical” exercises. The development of their metacognitive knowledge has been done in this connection. We have collected the experiences on the preparatory classes continuously, and the developments of the students have been measured by 3+1 similar tests. The tests have been evaluated in detail after each measurement. The input measurement (measurement no. 1) was made in the middle of September. Before that there was only one test solved (similar to the entrance exam) by the students in group, together with the teacher. The second measurement took place in December, on the last class before the Winter break, at the final stage of the preparation. The third measurement was made in January, after the Winter break. That is, between the second and third measurements the students could practice only alone. The first three diagnostic measurements took place in their own school, and these were corrected by the teacher (the author). After that the students wrote the entrance exam test in a chosen secondary school, and this was corrected by the teachers working at that school.

We present the following table concerning the preparatory period.

<i>code</i>	<i>measurement no. 1</i>	<i>h1</i>	<i>the average of measurements no 2 and 3</i>	<i>h2</i>	<i>entrance exam test result</i>	<i>general school performance</i>
NS4	18	3.28	59	1.12	66	
IS9	16	3.06	49	0.90	44	
IS3	22	2.82	62	1.00	62	excellent
IS1	34	2.24	76	1.11	84	
NS1	30	2.20	66	0.64	42	
IS6	36	2.06	74	0.86	64	
NS5	38	2.05	78	0.79	62	outstanding
IS4	34	1.88	64	0.69	44	
VS4	36	1.83	66	1.06	70	
IS8	44	1.75	77	0.83	64	outstanding
VS5	44	1.66	73	0.96	70	excellent
NS3	50	1.56	78	0.82	64	
VS2	58	1.55	90	1.04	94	outstanding
IS2	54	1.46	79	0.91	72	outstanding
NS2	58	1.34	78	1.08	84	excellent
IS5	52	1.27	66	0.97	64	outstanding
VS3	74	1.15	85	0.94	80	outstanding
VS1	74	1.11	82	1.02	84	
IS7	62	1.11	69	0.99	68	
IS10	46	0.98	45	0.84	38	

We have evaluated the results of the development according to the following scheme. We collected the personal results of the students, and compared them with the own previous results. We also compared the results of the subgroups VS, IS, NS).

The fourth column of the table contains the averages of the results of measurements no. 2 and 3 in %, since these measurements took place rather close to each other (end of December, beginning of January). This has been

divides by the result of measurement no. 1 (in %), obtaining the coefficient ***h1***. Then, we have divided the result of the entrance exam test by the average of the measurements no. 2 and 3, to get the coefficient ***h2***. In this way we could quantify the differences between the performance in the preparatory period, and the beginning of this period and the entrance exam test, respectively.

Based upon our investigations, we may draw the following conclusions. The difference novice-expert may appear also in the subject of mathematical thinking. From the discussions with the students (which are presented and analyzed in the dissertation in detail) one can see that the metacognitive knowledge of the students developed in the studied period. There was only one student (IS10) from the group who performed worse on the entrance exam test than on the input test. So we can state that the preparation was successful. The level of applicability of knowledge was higher for students who has learnt chess in a young age and for chess competitors. The excellent or outstanding general performance at school did not imply better performance at the entrance exam automatically.

We also investigated that the development of the metacognitive knowledge in case of which subgroup proved to be most efficient. For this purpose, we used the ratios (in %) of the individual results of the students. Inside the group of chess players, between the first and last measurements, with respect to the coefficient ***h1***, there were seven students with development 2 or larger, and none of them was a chess competitor.

That is, our results do not support our ***hypothesis H3*** in the preparatory period. The development of non-competitors proved to be higher based upon to the measurements in the preparatory period. According to the students, this mainly was caused by learning to use the timeframe more economically. Probably the chess competitors have learned this by the help of playing chess matches with time control before. It is also important to mention that non-competitors (IS, NS) in many cases started from a lower stage, thus in their cases the level of improvement obviously could be larger.

It is an eye-catching phenomenon that chess competitors (VS) performed very well in the exam situation, while those knowing only the basics of chess performed worse - four out of five among them reached worse scores on the exam test than on the last school measurement. All the chess competitors

performed similarly or better on the exam test than during the preparatory period. This supports our ***hypothesis H4***: the performance on the exam shows the largest (positive) difference in case of the chess competitors.

Irodalomjegyzék/References

- [1] Babbie, E. (2000): *A társadalomtudományi kutatás gyakorlata*. Balassi Kiadó, Budapest.
- [2] Barrett D. C., Fish W. W. (2011): *Our move: Using chess to improve math achievement for students who receive special education services*. International Journal of Special Education, 26, 181-193.
- [3] Bart W. M. (2014): On the effect of chess training on scholastic achievement, *Front Psychol.* 5, 762.
- [4] Báthory Zoltán (1992): *Tanulók, iskolák – különbségek*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- [5] Bilek István (szerk.) (1990): *Barcza Gedeon élete és játszmái*. Sport Kiadó, Budapest.
- [6] Bruner, J. S. (1974): *Új utak az oktatás elméletéhez*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- [7] Chase, W. G. and Simon, H. A. (1973): *Perception in Chess*. Cognitive Psychology 4, no. 1, January 1973, 55–81.
- [8] Chess in the Schools, *Program*.
<http://chessintheschools.org/s/index.cfm?SSID=1> (utolsó letöltés: 2016. 08. 31.).
- [9] Chi, M. T., Feltovich, P.J.& Glaser, R. (1981): *Categorization and representation of physics problems by experts and novices*. Cognitive Science 5, 121-152.
- [10] De Corte, E. (1997): *A matematikatanulás és -tanítás kutatásának fő áramlatai és távlatai*. Iskolakultúra 12. sz., 14-29.
- [11] De Corte, E. (2001): *Az iskolai tanulás: a legfrissebb eredmények és a legfontosabb tennivalók*. In: Magyar Pedagógia 101. 4. sz., 413-434.

- [12] Czeglédy István, Orosz Gyuláné, Szalontai Tibor, Szilák Aladárné (2000): *Matematikai tantárgypedagógia*. Bessenyei György Könyvkiadó, Nyíregyháza.
- [13] Csapó Benő (1992): *Kognitív pedagógia*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- [14] Csapó Benő (1996): *Tudásszintfelmérő tesztek*. In: Falus Iván (1996): *Bevezetés a pedagógiai kutatás módszereibe*, Keraban Könyvkiadó, Budapest.
- [15] Csapó Benő (2001): *A kognitív képességek szerepe a tudás szervezésében*. In: Báthory Zoltán és Falus Iván (szerk.): *Tanulmányok a neveléstudomány köréből*. Osiris Kiadó, Budapest, 270–293.
- [16] Csapó Benő (szerk.) (2002): *Az iskolai tudás* (2. kiadás). Osiris Kiadó, Budapest.
- [17] Csíkos Csaba (2004): *Metakogníció a tanulásban és a tanításban: az EARLI 10. konferenciájának kutatási eredményei*. Iskolakultúra, 2. sz. 3–10.
- [18] Csíkos Csaba (2005): *Metakognícióra alapozott fejlesztő kísérlet 4. osztályos tanulók körében a matematika és az olvasás területén*. Magyar Pedagógia, 105, 127-152.
- [19] Csíkos Csaba (2008): *Sakk, metakogníció és a kezdő-szakértő problematika*. Hadmérnök, különszám „A sakk oktatásának hatása a képességfejlesztésre és a személyiségfejlesztésre”.
http://www.zmne.hu/hadmernok/kulonszamok/sakk_2007/htm/csikos.htm
 (utolsó letöltés: 2016. 08. 31.).
- [20] Csíkos, Cs., Kelemen, R. és Verschaffel, L. (2011): *Fifth-grade students' approaches to and beliefs of mathematics word problem solving: a large sample Hungarian study*. ZDM – International Journal on Mathematics Education, 43. 4. sz. 561–571.
- [21] Csíkos Csaba (2012): *Pedagógiai kísérletek kutatómódszertana*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- [22] Csíkos Csaba, Vidákovich Tibor (2012): *A matematikatudás alakulása az empirikus vizsgálatok tükrében*. In: Csapó Benő (szerk.): *Mérlegen a magyar iskola*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2012. 83-130.
- [23] Duró Zsuzsa (2007a): *A sakk képességfejlesztő hatásainak vizsgálata*. Új Pedagógiai Szemle, 09. sz., 46-72.

[24] Duró Zsuzsa (2007b): *A sakk hatása a képességek fejlődésére*. Módszertani Közlemények 03. sz., 97-104.

[25] Duró Zsuzsa (2007c): *A sakkoktatás hatásainak pedagógiai-pszichológiai vizsgálata*. Fejlesztő Pedagógia 03-04. sz., 100-111.

[26] Duró Zsuzsa (2009): *A sakk és az iskolai nevelés A sakkoktatás pedagógiai-pszichológiai hatásainak vizsgálata*.
www.ppk.elte.hu/2009/images/stories/_UPLOAD/DOKUMENTUMOK/Nevelstudomany_PhD/duro_zsuzsanna_sakk_es_iskolai_neveles.pdf (utolsó letöltés: 2016. 08. 31.).

[27] Duró Zsuzsa (2013a): *Miért sakkozzunk az iskolában?* Új Köznevelés 02. sz., 28-29.

[28] Duró Zsuzsa (2013b): *A tehetséggondozás lehetőségei az iskolában a sakkoktatás képességfejlesztő hatásainak felhasználásával*. (In: Bábosik István (szerk.): *Az iskola optimalizálásának lehetőségei*.), Eötvös József Könyvkiadó, Budapest.

[29] Eysenck, M. W. – Keane, M. T. (1997): *Kognitív pszichológia*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

[30] Fábián Mária, Olasz Tamásné, Lajos Józsefné, Vidákovich Tibor (2008): *Matematika kompetenciaterület- szakmai koncepció*. Educatio Kht., 2008, 18.
www.sulinet.hu/tanar/kompetenciateruletek/2_matematika/1_koncepcio/matematikai_kompetencia (utolsó letöltés: 2014-07-09).

[31] Falus Iván (szerk.) (1993): *Bevezetés a pedagógiai kutatás módszereibe*. Keraban Kiadó, Budapest, 9-33.

[32] Fazekas Sándor (2005): *MATEMATIKA felvételi feladatok középiskolába készülőknél*. Pedellus Tankönyvkiadó Kft, Debrecen.

[33] Flavell, J. H. (1979): *Metacognition and cognitive monitoring. A new area of cognitive-developmental inquiry*. American Psychologist, 34, 906–911.

[34] Gik, J. J. (1989): *Sakk és matematika*. Gondolat Kiadó, Budapest.

[35] Gösi Lilla (2013): *Polgár Judit - Királynői játszma az iskolában*. Új Köznevelés 02. sz., 32-34.

- [36] Hong S., Bart W. M.(2007): *Cognitive effects of chess instruction on students at risk for academic failure*. International Journal of Special Education, 22, 89-96.
- [37] Horn Dániel és Sinka Edit (2006): *A közoktatás minősége és eredményessége*. (In: Halász Gábor és Lannert Judit (szerk.): *Jelentés a magyar közoktatásról 2006*), Országos Közoktatási Intézet, Budapest, 341-375.
- [38] Johnson, D. M. (1972): *A systematic introduction to the psychology of thinking*. New York: Harper & Row.
- [39] Kac, M. – Ulam, S. M. (1969): *Mathematics and Logic*. The New American Library.
- [40] Kántor Sándorné (2008): *A PISA és az ahhoz hasonló típusú feladatok megoldásának tapasztalatairól*. A matematika tanítása, 2008. január, 3-11.
- [41] Kazemi F., Yektayar M., Abad A. M. B. (2012): *Investigation the impact of chess play on developing meta-cognitive ability and math problem-solving power of students at different levels of education*. Procedia: Social and Behavioral Sciences, 32, 372-379.
- [42] Kirschner, P. A., Sweller, J. and Clark, R. E. (2006): *Why Minimal Guidance during Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-Based, Experiential, and Inquiry-Based Teaching*. Educational Psychologist 41, no. 2, 75–86.
- [43] Kürti Jarmila (1982): *Kreativitásfejlesztés kisiskoláskorban*. Tankönyvkiadó Vállalat, Budapest.
- [44] Laczkovich Miklós (2010): *Sejtés és bizonyítás*. TYPOTEX, Budapest.
- [45] Lénárd Ferenc (1978): *A problémamegoldó gondolkodás* (4. kiadás). Akadémiai Kiadó, Budapest
- [46] Marczis György (2010): *A 8.-os központi matematika felvételi Békés megyei tapasztalatai*. A matematika tanítása, 2010. szeptember, 3-11.
- [47] Mérő László (1997): *Észjárások*. Tericum Kiadó, Budapest.
http://enel.web.elte.hu/origo.origin/Gorol_irtak/eszjarasok.htm (utolsó letöltés: 2016. 08. 31.).

- [48] Van Merriënboer, Jeroen, J. G. and Kirschner, P. A. (2007): *Ten Steps to Complex Learning: A Systematic Approach to Four-Component Instructional Design*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- [49] Molnár Gyöngyvér (2002): *A tudástranszfer*. Iskolakultúra. 2. sz. 65-75.
- [50] Molnár Gyöngyvér (2004): *Az iskolai és az alkalmazható tudáskettség a hazai és nemzetközi mérések tükrében*. Iskolakultúra, 8. sz. 21–31.
- [51] Nagy József (1985): *A tudástechnológia elméleti alapjai*. Országos Oktatástechnikai Központ, Veszprém.
- [52] Nagy Sándor (szerk.) (1979): *Pedagógiai lexikon II. G-K*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- [53] Nemzeti Alaptanterv (NAT) (2012): 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról. Magyar Közlöny 2012/66. szám, 10635-10847.
- [54] Newell, A., Simon, H. A. (1972): *Human problem solving*. Englewood Cliffs. New Jersey: Prentice-Hall.
- [55] Oktatási Hivatal (2014a): *Középfokú felvételi eljárás*.
http://www.oktatas.hu/koznevelas/kozepfoku_felveteli_eljaras/2014_2015beiskolazas/irasbeli_vizsgak_feladatlapjairol (utolsó letöltés: 2015. 06.20.)
- [56] Oktatási Hivatal (2014b): *KÖZFELVIR2014 adatbázis*.
- [57] Oktatási Hivatal (2016): *Felvételi feladatsorok*.
http://www.oktatas.hu/koznevelas/kozepfoku_felveteli_eljaras/kozponti_feladatsorok (utolsó letöltés: 2016.08.31.).
- [58] Paas, F. and van Gog, T. (2006): *Optimising Worked Example Instruction: Different Ways to Increase Germane Cognitive Load*. Learning and Instruction 16, no. 2 (2006) 87–91.
- [59] Perkins D. N., Salomon G. (1994): *Transfer of learning*. In: Husen T., Postelwhite T. N. (Eds.): *International handbook of educational research*. 2nd ed., Pergamon Press, Oxford Vol. 11, 6452-6457.
- [60] Piaget, J. (1974): *Az értelem pszichológiája*. Gondolat Kiadó, Budapest.

- [61] Polgár Judit: *Sakkpalota program*.
<http://www.sakkpalota.hu/index.php/hu/sakkpalota-program> (utolsó letöltés: 2016. 08. 31).
- [62] Pólya György (1968): *A problémamegoldás iskolája*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- [63] Pólya György (1971): *A gondolkodás iskolája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- [64] Royer, J. M. (1979): *Theories of the transfer of learning*. Educational Psychologist, 14. 53–69.
- [65] Sala, G., Gorini, A., Pravettoni, G. (2015): *Mathematical Problem-Solving Abilities and Chess An Experimental Study on Young Pupils*. SAGE Open, 2015;5(3).
- [66] Scholz M., Niesch H., Steffen O., Ernst B., Loeffler M., Witruk E., Schwarz H. (2008): *Impact of chess training on mathematics performance and concentration ability of children with learning disabilities*. International Journal of Special Education, 23, 138-148.
- [67] Scriven, M. (1966): *The methodology of evaluation*. In: Social Science Education Consortium Newsletter, Publication No.110, Purdue University, Lafayette, Indiana.
<http://www.comp.dit.ie/dgordon/Courses/ILT/ILT0005/TheMethodologyOfEvaluation.pdf> (utolsó letöltés: 2016. 08. 30).
- [68] Simon, H. A. & Gilmer, K. (1973): *A Simulation of Memory for Chess Positions*. Cognitive Psychology 5, no. 1(July 1973): 29–46.
- [69] Simon, T.J. & Halford, G.S. (1995): *Computational models and cognitive change*. In: T.J.
- [70] Simon & G.S. Halford (Eds.), *Developing cognitive competence: New approaches to process modeling*. Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1-30.
- [71] Skemp, R. R. (1975): *A matematikatanulás pszichológiája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- [72] Stanic, G. & Kilpatrick, J. (1989): *Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum*. In: R. Charles & E. Silver (Eds.): *The teaching and assessing of mathematical problem solving* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1-22.

- [73] Sweller, J. and Cooper, G. A. (1985): *The Use of Worked Examples as a Substitute for Problem Solving in Learning Algebra*. Cognition and Instruction 2, no. 1 (1985), 59–89.
- [74] Schwonke, R., Renkl, A., Krieg, C., Wittwer, J., Aleven, V. and Salden, R. (2009): *The Worked- Example Effect: Not an Artefact of Lousy Control Conditions*. Computers in Human Behavior 25, no. 2 (2009): 258–266.
- [75] Szilágyi Péter (2007): *Állomások és mérfoldkövek. A sakk képességfejlesztő hatásainak kutatása külföldön és Magyarországon*. Új Pedagógiai Szemle, 2007. június. <http://folyoiratok.ofi.hu/uj-pedagogiai-szemle/allomasok-es-merfoldkovek> (utolsó letöltés: 2016. 08. 28.).
- [76] Taylor, A. L. (1970): *Curriculum and instructional evaluation in science*. Science Education, July/September 1970, Volume 54 Issue 3, 237-239.
- [77] Treffinger, D. J. – Feldhusen, J. F. – Isaksen, S. G. (1990): *Organization and structure of productive thinking*. Creative Learning Today 4/2. p68.
- [78] Trincheró, R.(2013): *Can chess training improve Pisa scores in mathematics? An experiment in Italian primary schools*. Kasparov Chess Foundation Europe. Retrieved from www.kcfe.eu/sites/default/files/Trincheró_KCFE.pdf (utolsó letöltés: 2016. 08. 31.).
- [79] Varga Tamás (1969): *A matematika tanítása*. http://old.tok.elte.hu/matek/mat_tan.pdf (utolsó letöltés: 2016. 08. 31.).
- [80] Vári Péter, Bánfi Ilona, Felvégi Emese, Krolopp Judit, Rózsa Csaba és Szalay Balázs (2001): *A PISA 2000 vizsgálatról*. Új pedagógiai szemle. 51. 12. sz. 31-43.
- [81] Vári Péter (szerk., 2003): *PISA-vizsgálat 2000*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- [82] Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van, V. G., Bogarts, H. & Ratinckx, E. (1999): *Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders*. Mathematical Thinking and Learning. An International Journal, 1(3), 195–229.
- [83] Vidákovich Tibor (2005): *A matematikai kompetencia fejlesztésének koncepciója*. suliNova Kht., Budapest.

[84] Vidákovich Tibor és Csíkos Csaba (2009): *A tanulók matematikai tudásának alakulása –nemzetközi és hazai vizsgálatok*. In: Fazekas Károly (szerk.): *Oktatás és foglalkoztatás*. MTA Közgazdaságtudományi Intézet, Budapest, 150–160.

[85] Vidákovich Tibor (2013): *A matematikai kompetencia értelmezése, értékelésének és fejlesztésének lehetőségei*.
(nettantar.edu.rs/letoltes/Vidakovich_Szabad_130606.ppt (utolsó letöltés: 2016. 08. 31).
www.sulinet.hu/tanar/kompetenciateruletek/2_matematika/1_koncepcio/matematikai_kompetencia (utolsó letöltés: 2016. 08. 28).

[86] Wittmann, E. Ch. (1981): *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Vieweg.

Publications of the author / A szerző publikációi

Misetáné Burján Anita (2014a): *Az anyag, a tér és az idő szerepe a sakkjátékban transzfer hatások a matematikai gondolkodás fejlesztésében*. Agora, BGF KVIK tudományos folyóirata, Scientific Journal of the BBS CCCT 2014/11, 59-72.

Misetáné Burján Anita (2014b): *Sakk és Matematika: Játéktól a valóságig*. "GONDOLOD, HOGY EGYRE MEGY?" konferencia Szendrei Julianna emlékére, Budapest, 2014. május 10. Sakk és Matematika: Játéktól a valóságig, konferenciakötet CD.

Misetáné Burján Anita (2014c): *Sakk és matematika. Játéktól a valóságig*. Gyermeknevelés, 2. évf. 2. sz. / 2014 37–44.

Misetáné Burján, A. (2014d): *The appearance of the representative features of mathematical thinking in the thinking of a chess player*. Report of Meeting, Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences, January 24-26, 2014 Eger, Hungary, Teaching Mathematics and Computer Science 12. vol. 1. issue/2014, 117-134.

Misetáné Burján, A.(2014e): *The appearance of the characteristic features of mathematical thinking in the thinking of a chess player*. Teaching Mathematics and Computer Science, 12. vol. 2. issue / 2014, 201-211.

Misetáné Burján Anita (2015): *Sakk és matematika: „A játék a kutatás legjobb módja”(Albert Einstein)*. In: Matematikát, fizikát és informatikát oktatók XXXIX. országos konferenciája Kaposvár, 2015 augusztus 24-26. konferenciakötet, Kaposvári Egyetem, Gazdaságtudományi Kar (151-157).

Misetáné Burján Anita, Birkás György (2016): *Út a középiskolába... A matematikai tudásszint diagnosztikus vizsgálata Magyarországon az alapfokú és a középfokú oktatás határán*. Közlésre elfogadva: Iskolakultúra 2016/6.

Misetáné Burján, A. (2017): *The effects of chess education on mathematical problem solving performance*. Közlésre elfogadva: Teaching Mathematics and Computer Science.

Talks of the author / A szerző konferencia-előadásai

Varga Tamás Módszertani Napok Konferencia, Budapest, 2012. november 17. Sakk és matematika: Sakk-maTTematikai didaktika (A gondolkodás fejlesztése az általános iskolában). *Chess and Mathematics Poster*

Matematika és Informatika Didaktikai Konferencia, Eger 2013. január 25. Sakk és matematika: A matematikai gondolkodás jellegzetes vonásainak megjelenése a sakkozói gondolkodásban.

Varga Tamás Módszertani Napok Konferencia, Budapest, 2013. november 9. Sakk és matematika: A sakk szerepe az általános iskolások geometriai gondolkodásának játékos fejlesztésében. *The role of chess in the development of primary school students' geometrical thinking in a playful way*.

"GONDOLOD, HOGY EGYRE MEGY?" konferencia Szendrei Julianna emlékére, Budapest, 2014. május 10. Sakk és Matematika: Játéktól a valóságig.

Varga Tamás Módszertani Napok Konferencia, Budapest, 2014. november 8. Sakk és matematika: Tehetségfejlesztés az ötödik osztályban „jó szóval oktasd, játszani is engedd szép, komoly fiadat!” (József Attila).

MAFIOK Konferencia, Kaposvár, 2015. augusztus 25. Sakk és matematika: Az alkalmazott matematikatudás fejlesztése az alapfokú oktatásban „...A játék a kutatás legjobb módja.” (Albert Einstein).

Varga Tamás Módszertani Napok Konferencia, Budapest, 2015. november 7.
Sakk és matematika: Út a középiskolába... A 2014. évi középiskolai központi írásbeli matematika feladatsor (9. évfolyamra) néhány tapasztalatáról.

Matematika és Informatika Didaktikai Konferencia, Pozsony, 2016. január 24.
Sakk és matematika: A sakkoktatás hatása a matematikai tudásszint mérésen nyújtott teljesítményre. „*A tanítás céljáról régimódi felfogást vallok: először és elsősorban GONDOLKODNI kell tanítanunk!*” (Pólya György).

„Somogyi-háló” szakszolgálat a tehetségekért szakmai nap, Lengyeltóti, 2016.
03. 30. TEHETSÉGNAPOK A BALATONLELLEI ISKOLÁBAN.

Varga Tamás Módszertani Napok Konferencia, Budapest, 2016. november 11-12.
Sakk és matematika



Nyilvántartási szám: DEENK/3/2017.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Misetáné Burján Anita

Neptun kód: DRBR28

Doktori Iskola: Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Magyar nyelvű könyvrészesek (2)

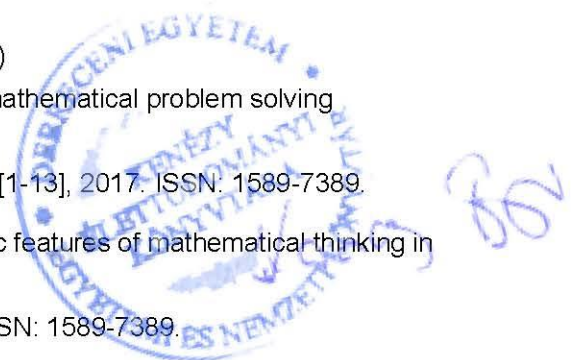
1. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: "A játék a kutatás legjobb módja" (Albert Einstein).
In: Matematikát, fizikát és informatikát oktatók 39. országos konferenciája : Kaposvár, 2015. augusztus 24-26, Kaposvári Egyetem Gazdaságtudományi Kar. Szerk.: Stettner Eleonóra, Klingné Takács Anna, Barna Róbert, Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók Országos Konferenciája Szervező Bizottsága, [s.n.], 38, 151-157, 2015. ISBN: 9786155599002
2. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Játéktól a valóságig.
In: "Gondolod, hogy egyre megy?" konferencia Szendrei Julianna emlékére : konferenciakötet = "Do you think it is all the same?" in memoriam Julianna Szendrei : Conference proceedings. Szerk.: Szitányi Judit, ELTE TÓK, Budapest, 246-251, 2014. ISBN: 9789632845227

Magyar nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (2)

3. **Misetáné Burján, A.**, Birkás, G.: Út a középiskolába: A matematikai tudásszint diagnosztikus vizsgálata Magyarországon az alapfokú és a középfokú oktatás határán.
Iskolakultúra. 16 (6), 76-102, 2016. ISSN: 1215-5233.
4. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Játéktól a valóságig.
Gyermeknevelés. 2 (2), 37-44, 2014. EISSN: 2063-9945.

Idegen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (2)

5. **Misetáné Burján, A.**: The effects of chess education on mathematical problem solving performance.
Teach. Math. Comput. Sci. "Accepted by Publisher", [1-13], 2017. ISSN: 1589-7389.
6. **Misetáné Burján, A.**: The appearance of the characteristic features of mathematical thinking in the thinking of a chess player.
Teach. Math. Comput. Sci. 12 (2), 201-211, 2014. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2014.0363>





További közlemények

Magyar nyelvű közlemények hazai folyóiratban (1)

7. **Misetáné Burján, A.**: Az anyag, a tér és az idő szerepe a sakkjátékban és transzfer hatásai a matematikai gondolkodás fejlesztésében = The role of matter, space and time in chess, and its transfer effects in the development of mathematical thinking.
Agora. 11, 59-72, 2014. ISSN: 1789-2643.

Magyar nyelvű absztrakt kiadványok (3)

8. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika.
In: Varga Tamás Módszertani Napok 2016 : [elektronikus dokumentum], ELTE TTK, Budapest, [1], 2016.
9. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Út a középiskolába?
In: Varga Tamás Módszertani Napok 2015 : [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, [1], 2015.
10. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Tehetségfejlesztés az ötödik osztályban.
In: Varga Tamás Módszertani Napok 2014 : [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, [1], 2014.

Idegen nyelvű absztrakt kiadványok (5)

11. **Misetáné Burján, A.**, összeáll. Herendiné Kónya, E., Korenová, L., Partová, E.: Chess and mathematics: In: Report of Meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences: January 22-24, 2016 Bratislava, Slovakia.
Teach. Math. Comput. Sci. 14 (1), 125, 2016. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2016.R025>
12. **Misetáné Burján, A.**, összeáll. Stettner, E., Klingné Takács, A.: Chess and mathematics: In: Report of Conference XXXIX. National Conference on Teaching Mathematics, Physics and Computer Science-August 24-26, 2015 Kaposvár, Hungary.
Teach. Math. Comput. Sci. 13 (2), 315-316, 2015. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2015.R024>
13. **Misetáné Burján, A.**, összeáll. Herendiné Kónya, E., Oláhné Téglási, I.: The appearance of the representative features of mathematical thinking in the thinking of a chess player: In: Report of meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences: January 24-26, 2014 Eger, Hungary.
Teach. Math. Comput. Sci. 12 (1), 126, 2014. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2014.R021>



DEBRECENI EGYETEM
EGYETEMI ÉS NEMZETI KÖNYVTÁR



14. **Misetáné Burján, A.:** The role of chess in the development of primary school students' geometrical thinking in a playful way.

In: Varga Tamás Módszertani Napok 2013 : [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, [1], 2013.

15. **Misetáné Burján, A.:** Chess and mathematics.

In: Varga Tamás Days 2012 : English section and round table discussion 2012.11.17. [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, 7, 2012.

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudománymetria ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2017.01.19.





Registry number:
Subject:

DEENK/3/2017.PL
PhD Publikációs Lista

Candidate: Anita Misetáné Burján

Neptun ID: DRBR28

Doctoral School: Doctoral School of Mathematical and Computational Sciences

List of publications related to the dissertation

Hungarian book chapters (2)

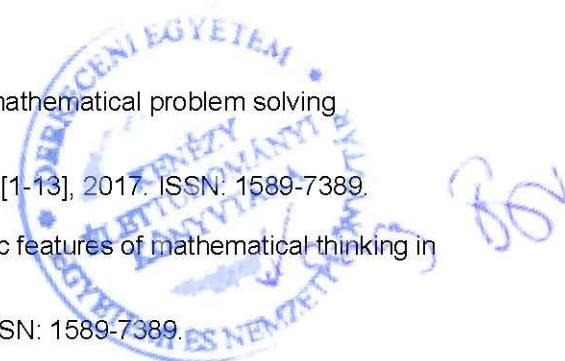
1. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: "A játék a kutatás legjobb módja" (Albert Einstein).
In: Matematikát, fizikát és informatikát oktatók 39. országos konferenciája : Kaposvár, 2015. augusztus 24-26, Kaposvári Egyetem Gazdaságtudományi Kar. Szerk.: Stettner Eleonóra, Klingné Takács Anna, Barna Róbert, Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók Országos Konferenciája Szervező Bizottsága, [s.n.], 38, 151-157, 2015. ISBN: 9786155599002
2. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Játéktól a valóságig.
In: "Gondolod, hogy egyre megy?" konferencia Szendrei Julianna emlékére : konferenciakötet = "Do you think it is all the same?" in memoriam Julianna Szendrei : Conference proceedings. Szerk.: Sztányi Judit, ELTE TÓK, Budapest, 246-251, 2014. ISBN: 9789632845227

Hungarian scientific articles in Hungarian journals (2)

3. **Misetáné Burján, A.**, Birkás, G.: Út a középiskolába: A matematikai tudásszint diagnosztikus vizsgálata Magyarországon az alapfokú és a középfokú oktatás határán.
Iskolakultúra. 16 (6), 76-102, 2016. ISSN: 1215-5233.
4. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Játéktól a valóságig.
Gyermeknevelés. 2 (2), 37-44, 2014. EISSN: 2063-9945.

Foreign language scientific articles in Hungarian journals (2)

5. **Misetáné Burján, A.**: The effects of chess education on mathematical problem solving performance.
Teach. Math. Comput. Sci. "Accepted by Publisher", [1-13], 2017. ISSN: 1589-7389.
6. **Misetáné Burján, A.**: The appearance of the characteristic features of mathematical thinking in the thinking of a chess player.
Teach. Math. Comput. Sci. 12 (2), 201-211, 2014. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2014.0363>





List of other publications

Hungarian scientific articles in Hungarian journals (1)

7. **Misetáné Burján, A.**: Az anyag, a tér és az idő szerepe a sakkjátékban és transzfer hatásai a matematikai gondolkodás fejlesztésében = The role of matter, space and time in chess, and its transfer effects in the development of mathematical thinking.
Agora. 11, 59-72, 2014. ISSN: 1789-2643.

Hungarian abstracts (3)

8. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika.
In: Varga Tamás Módszertani Napok 2016 : [elektronikus dokumentum], ELTE TTK, Budapest, [1], 2016.
9. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Út a középiskolába?
In: Varga Tamás Módszertani Napok 2015 : [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, [1], 2015.
10. **Misetáné Burján, A.**: Sakk és matematika: Tehetségfejlesztés az ötödik osztályban.
In: Varga Tamás Módszertani Napok 2014 : [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, [1], 2014.

Foreign language abstracts (5)

11. **Misetáné Burján, A.**, összeáll. Herendiné Kónya, E., Korenová, L., Partová, E.: Chess and mathematics: In: Report of Meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences: January 22-24, 2016 Bratislava, Slovakia.
Teach. Math. Comput. Sci. 14 (1), 125, 2016. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2016.R025>
12. **Misetáné Burján, A.**, összeáll. Stettner, E., Klingné Takács, A.: Chess and mathematics: In: Report of Conference XXXIX. National Conference on Teaching Mathematics, Physics and Computer Science-August 24-26, 2015 Kaposvár, Hungary.
Teach. Math. Comput. Sci. 13 (2), 315-316, 2015. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2015.R024>
13. **Misetáné Burján, A.**, összeáll. Herendiné Kónya, E., Oláhné Téglási, I.: The appearance of the representative features of mathematical thinking in the thinking of a chess player: In: Report of meeting Researches in Didactics of Mathematics and Computer Sciences: January 24-26, 2014 Eger, Hungary.
Teach. Math. Comput. Sci. 12 (1), 126, 2014. ISSN: 1589-7389.
DOI: <http://dx.doi.org/10.5485/TMCS.2014.R021>



14. **Misetáné Burján, A.:** The role of chess in the development of primary school students' geometrical thinking in a playful way.
In: Varga Tamás Módszertani Napok 2013 : [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, [1], 2013.
15. **Misetáné Burján, A.:** Chess and mathematics.
In: Varga Tamás Days 2012 : English section and round table discussion 2012.11.17. [elektronikus dokumentum], [ELTE], Budapest, 7, 2012.

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of Web of Science, Scopus and Journal Citation Report (Impact Factor) databases.

19 January, 2017

