



**AZ INTERNET ÉS A KOMPUTER-ALGEBRAI RENDSZEREK
BEVEZETÉSE GÉPÉSZMÉRNÖKÖK MATEMATIKA OKTATÁSÁBA**

Doktori értekezés tézisei

**INTRODUCING INTERNET AND COMPUTER ALGEBRA SYSTEMS
INTO MATHEMATICAL TEACHING OF MECHANICAL ENGINEERS**

Ph. D. Thesis

Perjésiné Hámori Ildikó

Debreceni Egyetem
Természettudományi Kar
Debrecen, 2003

Tartalomjegyzék, Table of Contents

1. Bevezetés, célkitűzések	1
2. A kutatás módszerei	2
3. Az oktatási kísérlet részletes programja, eredményei	3
3. 1. Hipotézisek	3
3. 2. A vizsgálat folyamata	4
3. 2. 1. A hallgatók tudásszintjének mérése a kísérlet indulása előtt	5
3. 2. 2. Interaktív tanulási környezet	7
3. 2. 3. A tanítási-tanulási folyamat szervezése, a tanár szerepének változása	10
3. 2. 4. A hallgatói teljesítmények összehasonlító vizsgálata	10
3. 3. Az eredmények a hipotézisek tükrében	13
4. Összefoglalás	16
1. Introduction, main objectives	19
2. Methods of the research	20
3. The detailed program and results of the educational experiment	21
3. 1. Hypotheses	21
3. 2. Process of research	23
3. 2. 1. Measuring the students' knowledge level before the experiments	24
3. 2. 2. Interactive learning environment	25
3. 2. 3. Organization of teaching-learning process, changing the role of the teacher	30
3. 2. 4. Comparative analysis of students' achievements	30
3. 3. The results in view of the hypotheses	33
4. Summary	36
Közlemények, list of publications	37

1. Bevezetés, célkitűzések

Az elmúlt évszázadokban egyetemen vagy foiskolán tanulni annyit jelentett, hogy a tanárok eloadták a tudományról amit tudtak, a hallgatók pedig megpróbálták megérteni, megtanulni és alkalmazni azt. A tanórák eloadások, szemináriumok és laboratóriumi foglalkozások voltak. Kevés ember kapott lehetoséget arra, hogy felsooktatási intézményben tanuljon, a kapuk csak a legjobbba számára voltak nyitottak.

Ma a helyzet teljesen más. Az információs társadalomban a tudás felértékelodott. Egyre több ember kap lehetoséget felsooktatási tanulmányokra. Magyarország szeretné elérni, hogy minden második érettségizett polgára felsooktatási intézményben tanuljon tovább. De ebben a megváltozott világban a tanítási-tanulási folyamat irányítói számára a legfontosabb feladat az **ismeretszerzési folyamat tervezése, vezérlése**, egy logikailag összefüggo ismeretrendszer kiépítése, kialakítása. Az informatika rohamos fejlődése olyan új lehetoségeket hoz létre, ami az eddigi tanítási felfogásunk teljes átértékelését teszi szükségessé. A tudás megszerzésének sokféle módja alakult ki, ezek egyre jobban elterjednek a világban. Ráadásul egyre inkább szembe kell nézni azzal a ténnyel, hogy az emberek rákényszerülnek az élethossziglani tanulásra, amikor munka mellett kell új szakmát elsajátítaniuk.

Problémafelvetés:

Karunkra, a **PTE Pollack Mihály Muszaki Foiskolai karára** a hallgatók többsége felvételi vizsga nélkül kerül, **különböző szintu alapismeretekkel**. Ez az alaptárgyak oktatásában rengeteg problémát vet fel. Az oktatáspolitikai által támasztott „hatékony” oktatás-módszertani elvárásoknak köszönhetően **csökkent a kontaktórák száma**, miközben a **hallgató/oktató arány** egyre **növekszik**. Ezen túlmenően nincs egyértelműen tisztázva milyen elvárásbeli és módszertani **különbségek** jelenjenek meg **a foiskolai és egyetemi szintu képzés között**. Ezt tovább élezi az ún. **Bolognai megállapodás**, amely az Európai Unióban a **kétciklusú felsooktatást** preferálja, amely egységes, jól definiált tematikákat követel meg az egyes szinteken oktatóktól, miközben a hallgatók megszerzett **tudásának minőségéből** nem szabad engedniük. A foiskolai képzésben ezek az új kihívások főleg az alapoó tárgyak, a mechanika, az ábrázoló geometria és különösen a matematika oktatóitól követelnek meg új szemléletu oktatói munkát.

Kutatásaink célja:

A Gépészmérnök szak **Matematika III.** tárgyához

- egy új oktatási stratégia kidolgozása,
- egy tananyagcsomag kifejlesztése
- gyakorlati megvalósítása,
- matematika didaktika tudományos szempontjai szerinti elemzése,
- az elért eredmények értékelése volt.

A módszer kidolgozásakor figyelembe vettük a modern technika (az **Internet és a számítógép-algebrai rendszerek**) és az új módszertani kutatások (főleg a **nyitott oktatás és a matematika didaktika**) nyújtotta lehetőségeket.

A kutatási célok indoklása:

A bevezetett új oktatási módszer segítségével oktatásunk **tartalmilag és formailag megújulva**, hallgató központúan igyekszik hidat építeni a bejövő hallgatók szerény matematika tudása és a szakmai tárgyak támasztotta felsősintu matematika ismeret közé.

2. A kutatás módszerei

A nyitott- és távoktatás valamint a matematika didaktika **szakirodalmának** kritikus **áttanulmányozása** és a **hipotézisek** megfogalmazása után egy eloidézett **oktatási kísérletet** hajtottunk végre az új tanítási-tanulási stratégia kipróbálására.

A kísérlet **független változói**:

- az általunk kidolgozott, a vektoranalízis oktatására alkalmas **tananyagrendszer**,
- a tananyagrendszer segítségével végrehajtott oktatási **stratégia**.

A kísérlet **függo változója** a hallgatók tantárgyi **tudásszintje**, és az ennek megfelelő **teljesítménye** volt.

Kísérletünk **egycsoportos** kísérlet volt, ahol a **kiindulási állapotot** a hallgatók **teszttel** felmért tudásszintje, illetve a hallgatók matematika szigorlati jegyei jelentették. (A tárgy felvételének előfeltétele a matematika szigorlat sikeres letétele.) A tanítási-tanulási **folyamat** eredményességének mérésére a félév során írt, elméleti kérdésekből és feladatokból álló **dolgozatok** íratása szolgált, melyeket pontozással értékeltünk.

Az **eredmények összehasonlító vizsgálata** a hallgatók szigorlati jegyeinek és a Matematika III. tárgy jegyeinek segítségével történt. A **kiértékelés** re a matematikai **statisztika** módszereit alkalmaztuk.

Ezen kívül **kérdőíves** felmérést végeztünk a hallgatók véleményének megismeréséhez.

Oktatási kísérletünket **6 féléven** át, 161 nappali tagozatos, és 57 szakmérnök levelező hallgatóval végeztük.

3. Az oktatási kísérlet részletes programja, eredményei

3. 1. Hipotézisek

1. hipotézis a hallgatók tanulási szokásairól:

A mérnökhallgatók tanulási szokásainak jobban megfelel a konkrét feladatokon keresztül történő ismeretszerzés (indukciós úton történő fogalom-bevezetés).

2. hipotézis az Internet és számítógépes hálózatok matematikaoktatásban való alkalmazhatóságáról:

Jól használható interaktív tanulási környezet fejleszthető ki elvont matematikai fogalmak, eljárások nappali tagozatos hallgatók ismeretszerzési folyamatának segítésére is. Az Internet és a belső számítógépes hálózatok egyre nagyobb szerepet kaphatnak a graduális képzésben is. A tananyagfejlesztés során a nyitott oktatási anyagok tervezése metodológiáját és a matematika-didaktika kutatási eredményeit kell figyelembe venni.

3. hipotézis a számítógép-algebrai rendszerek (CAS) oktatásba történő bevezetéséről:

A számítógép-algebrai rendszer bevezetése csak akkor eredményes, ha a tanterv külön időkeretet enged meg alaputasításainak megtanítására. Ezt a matematika kurzus szerves részeként kell megvalósítani, az öncélú alkalmazás kerülésével. Bevezetése csak fokozatosan történhet, lehetőleg elkerülve olyan eljárások használatát, melyek matematikailag nincsenek megalapozva.

4. hipotézis a CAS alkalmazásának didaktikai megközelítéséről:

A számítógép-algebrai rendszer oktatásba történő bevezetése megerosíti a tudásreprezentációs síkok egymásra hatását, vizualizációs lehetőségei, szimbolikus és numerikus számítások elvégzésének képessége jól használható a vektoranalízis oktatásában is. Olyan matematikai fogalmak, eljárások vezethetők be segítségével, amelyeket a mérnöki munka igényel, de a hagyományos oktatásba idő hiányában nem fér bele. Növeli a heurisztikus probléma-megoldási stratégiák jelentőségét. Feladatmegoldásban való alkalmazása számos feladattípus rutinfeladattá válását idézi elő. Újabb matematikai fogalmak megismerésére ösztönöz. A matematika-didaktika szempontjainak új megközelítése szükséges eredményes alkalmazásához.

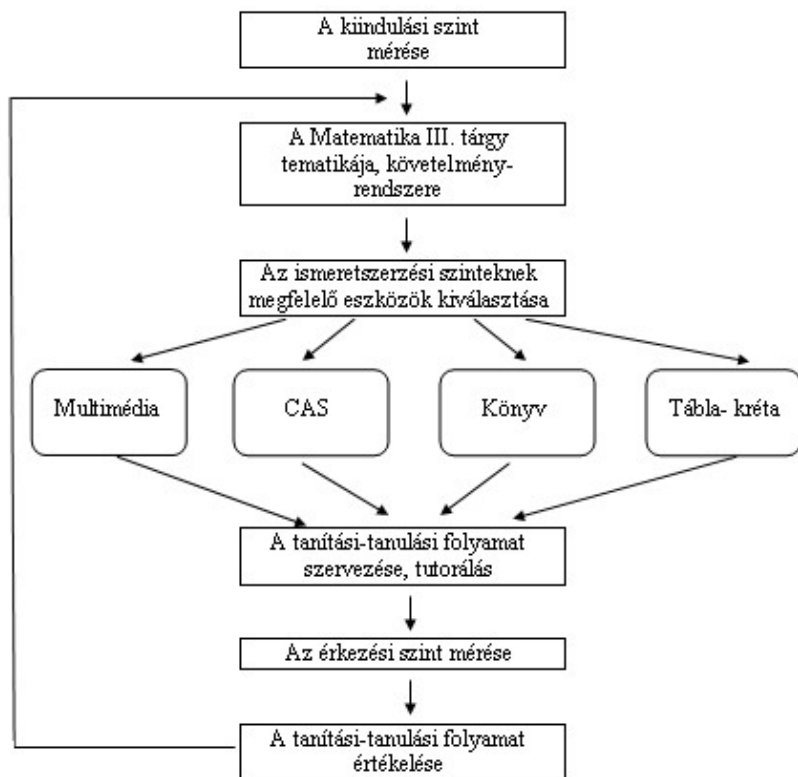
5. hipotézis a tanár szerepének változásáról:

A tanár szerepe az ismeretközvetítő funkció helyett a szervező, irányító, értékelő, segítő szerep felé tolódik el, részvételének jelentősége a tanítási-tanulási folyamatban növekszik. Az új stratégia kidolgozója, végrehajtója, kritikus elemzője. Az értelmi műveletek, és a fő belső mentális folyamatok ismerőjeként összehangolja és kiválasztja az új fogalmak és alkalmazások bevezetésének módját, a megismerési folyamat munkamódszerét.

6. hipotézis a hallgatói attitűdök és teljesítmények változásáról:

Az új oktatási stratégia középpontjában a hallgató ismeretszerzési folyamata áll. A rendszer lehetőségeinek figyelembevételével kidolgozott ellenőrző feladatsorok alkalmazásával a hallgatók teljesítménye nő, a matematikával szembeni előítéleteik csökkennek. A stratégia alkalmazásának előfeltétele megfelelő számítógépes felhasználói gyakorlat. Hozzásegít a matematika és a mérnöki szaktárgyak integrációjához.

3. 2. A vizsgálat folyamata



1. ábra

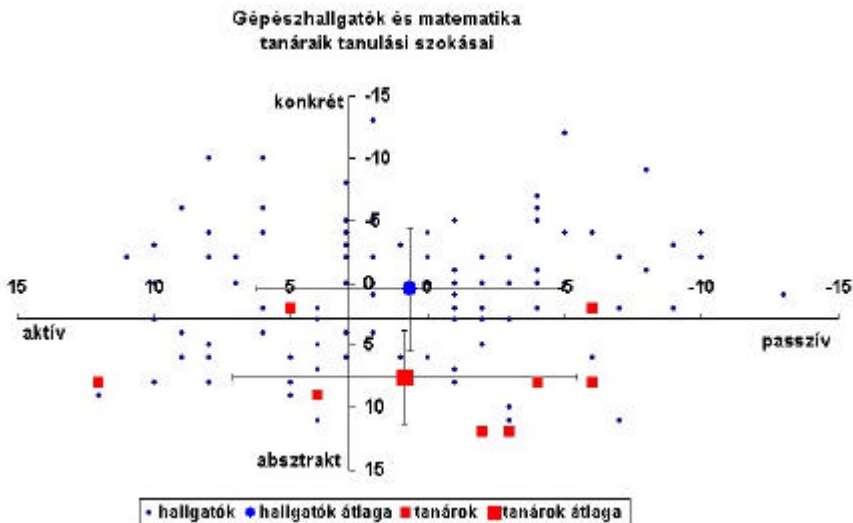
Vizsgálatainkat a PTE PMMFK Matematika Tanszékén, **gépészmérnök** nappali és szaküzemmérnök hallgatókkal, a **Matematika III.** tárgy keretein belül végeztük. A vizsgálatba a teljes évfolyamot bevontuk. A Matematika I. és Matematika II. tárgy tantárgyfelelősei is mi voltunk, így a hallgatók számára már nem volt ismeretlen a követelményszint. Az eredmények értékelésénél felhasználhattuk a Matematika II. tárgy érdemjegyeit. Kontrollcsoportos vizsgálatokra így mindenkit önmagával tudtuk összehasonlítani. A Matematika III. kurzus tervezésének folyamatábráját a 1. ábra mutatja.

3. 2. 1. A hallgatók tudásszintjének mérése a kísérlet indulása előtt

Az új oktatási forma elokészítéseként a Matematika II. tárgy előadásain már használtuk a **MAPLE** számítógép algebrai rendszer (**CAS**) **vizualizációs** lehetőségeit, illetve az egy- és kétváltozós valós függvények differenciál- és integrálszámítása tanításához készült bemutató munkalapokat a helyi hálózaton is elérhetővé tettük. Így az érdeklődő hallgatók már ismerkedhettek az új eszköz nyújtotta lehetőségekkel.

A **kezdeti állapot** felméréséhez **ismétlő tesztet** írtunk. A tesztet a későbbiekben önellenőrzésül az Internetes tananyaghoz is hozzátartoztunk. Az eredmények kiértékelése szerint a sikeres szigorlatot tett hallgatók matematikai ismeretei már a nappali tagozatos hallgatók 25 %-ánál, míg a régebben végzett szakmérnök hallgatók 50 %-ánál sem érte el az elégséges szintet (40% feletti teljesítményt.). Az állapotfelmérés második eleme az **angol nyelv** ismeretére vonatkozott, mert a MAPLE számítógép-algebrai rendszernek csak angol nyelvű verziója áll rendelkezésre. Tapasztalataink szerint – sajnos- a hallgatók döntő többsége nem beszél angolul. Ezt a tényrt figyelembe kellett vennünk a tananyag tervezésekor.

Az előzetes vizsgálatok harmadik része a hallgatók **tanulási szokásainak** feltérképezésére irányult. Ehhez alapul D.A. Kolb önellenőrző tesztjét használtuk. A felmérés is megerősíti azt a hipotézist, hogy a mérnökhallgatók tanulási szokásai inkább eltolódnak a konkrét feladaton keresztüli tanulás felé, míg az aktív illetve passzív tanulási szokások gyakorlatilag egyforma számban fordulnak elő. Ebből azt a következtetést vontuk le, hogy a mérnökhallgatók számára az **induktív tanulási-tanulási módszer** a megfelelőbb (2. ábra).

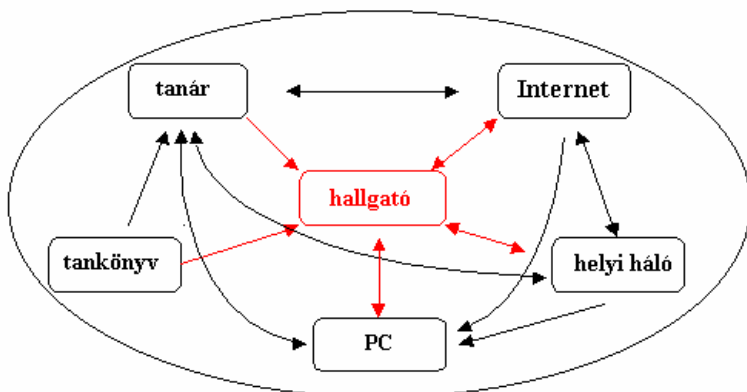


2. ábra

A feltárt kezdeti paraméterek ismeretében, valamint a szakmai tantárgyak igényeinek megfelelően terveztük meg a tárgy tematikáját és számonkérési formáit. A fogalmak bevezetésekor **fizikai problémából** indultunk ki, a pontos **matematikai fogalomalkotás** után pedig **muszáki alkalmazást** mutattunk be. A tárgy keretein belül az egy- és kétváltozós vektor-skalár függvények, a skalár-vektor függvények, és a vektor-vektor függvények alaptulajdonságainak vizsgálata történt. A fő cél a vektoranalízis operációinak és az integrál-átalakítási tételeknek az elsajátítása volt.

3. 2. 2. Interaktív tanulási környezet

A tematikában említett fogalmak, tételek elsajátíttatására **10 oktatási héten 1 óra előadás, és 1 óra gyakorlati idő** állt rendelkezésünkre. Ez kevés, ezért a tanulási folyamat segítése érdekében **interaktív tanulási környezetet** (3. ábra) biztosítottunk. A tanórákon nem tettünk különbséget előadás és gyakorlat között. Az órákat 24 gépes számítógépes laborban tartottuk, ahol minden gépen Windows operációs rendszer, Internet Explorer és a MAPLEV5 software állt rendelkezésre.



3. ábra

A **komputer** az egyik legfontosabb résztvevője tanítási-tanulási modellnek, a tananyag illetve a MAPLE munkalapok megjelennek az Interneten, a helyi hálózaton, de a hallgató saját személyi számítógépén is. Az ismeretszerzési folyamat középpontjában a hallgató áll. A stratégia akkor eredményes, ha ki tudjuk választani azt az eszközt, amely segítségével a hallgató a szükséges tudást a legkönnyebben és leghatásosabban képes akkomodálni és asszimilálni.

Eszközeink, melyeket a résztvevők a vektoranalízis tanulási-tanítási folyamatában használnak: a web alapú tananyag, a számítógép-algebra rendszer (CAS), a tankönyv és a szóbeli magyarázat.

A **multimédiát** a matematikai fogalmak fizikai tartalmának bemutatására, illetve a kurzus tananyagának feldolgozására alkalmaztuk. A tananyagot az Interneten a <http://matek.pmmf.hu> címen bárki számára elérhetővé tettük. Itt a kurzus honlapjáról a tananyag hat része (**Elmélet, MAPLE, Kérdések, Feladatok, Információk, Letöltés**) könnyen hozzáférhető volt. A kurzus tananyagát 10 leckére osztottuk, mindegyik lecke tartalmazza a hatféle részt. **Előnye** egy írott tananyaggal szemben **a színek, a navigáció, a vizualizációs síkon való megjelenítés** új formái, valamint a gyorsabb változtatás lehetősége. Az interaktivitást **forrásszavak** (hotwords) és feleletválasztós **tesztek** biztosították

A tananyag tervezésekor illetve készítésekor figyelembe vettük egy, az irodalomban ajánlott **értékelési modell** szempontjait:

- **Képzési cél:** a cél felosztott, vagyis megfogalmazhatók az operacionált célok. A tananyag elsajátítása után a felhasználó ismerje meg a

vektoranalízis alapfogalmait, legyen képes ezek alkalmazására önálló feladatmegoldás során.

- **Mérhető képzési követelmények:** minden leckéhez a tudáselsajátítást méro kérdéssor és feladatsor tartozik.
- **Megszerzendő kompetenciák definiálása:** az Információk részben felsorolható a követelményrendszer, illetve próbadolgozatok megadásával egyértelművé válik az elsajátítandó jártasságok és készségek rendszere.
- **A tanulói célcsoport meghatározása:** a tananyag gépészmérnök hallgatóknak készült, így eloképzettségük, motivációjuk ismert.
- **Szakmai tartalom:** a tananyag egy általunk írt, lektorált jegyzet alapján készült, így szakmailag megfelelőnek tekinthető.
- **A tartalom tagolása:** a leckék egységes rendszert alkotnak, de a tárgy természetéből adódóan csak lineáris elorehaladást tesz lehetővé.
- **Tartalmi, technikai kivitelezés:** a cím, a cél és a képzési tartalom összhangban van. A szaknyelv a célcsoportnak megfelelő, az új fogalmak, tételek megjelenése egyértelműen tisztázott, a lényeges mondanivaló kiemelten jelenik meg. A szükséges hardware igény nem haladja meg az általánosan elterjedt számítógépes konfigurációkat. A navigáció egyértelmű. A szöveg olvashatósága hagy kívánni valót, de ez a nagyszámú matematikai képlet miatt is van.
- **Tanulástámogatási rendszer:** e-mail-es kapcsolattartásra van lehetőség.
- **Elérhetőség:** térben és időben korlátlan, bárki számára hozzáférhető.

A **CAS vizualizációs** lehetőségeit elsősorban az új típusú függvények bevezetésekor használtuk ki. Az ábrázolásban rejő analízáló, konkretizáló lehetőségek segítségével olyan fogalmak szemléltethetők, amelyek eddig egyáltalán nem, vagy csak nehezen voltak megtehetők. Segítségével könnyebbé válik új fogalmak akkomodációja, a régi sémák kiegészítése új ismeretekkel.

A **CAS numerikus számolási** képességei a vektoranalízis tanításakor nagyon sok helyen használhatók, elsősorban a hosszú, fáradságos számolási eljárások kiváltására. Az analógia, az összehasonlítás és az általánosítás képessége fejleszthető segítségével. Nagy szerepe van az asszimiláció elősegítésében.

A **CAS szimbolikus számítások** elvégzésére alkalmas eszközeit főleg azonosságok igazolására használtuk, de a benne rejő lehetőség kihasználása még további vizsgálatokat igényel. Az absztrakció képességének kialakításában elsődleges szerepet kaphat.

A **MAPLE számítógép-algebrai rendszer (CAS)** alkalmazásakor figyelembe vettük a **matematika-didaktika** követelményeit.

- Lefedi a tantárgy teljes tematikáját.
- Lehetőséget teremt a MAPLE sajátos nyelvezetének megismerésére.
- Az új utasításokat fokozatosan vezeti be.
- Minden lap szöveges magyarázatot is tartalmaz.
- A **spirálitás** elvének megfelelően az egyes utasításokat eloszor egyszerűbb esetekre mutatja be.
- A **fokozatosság** elve valósul meg a munkalapok rendszerében. Eloszor minden lépést részletez, és csak ezután foglalja eljárásba a gyakran használt utasítássorokat. (*white box / black box* hatás).
- A csak szemléltetésre használt utasításoknál illetve olyan feladatmegoldásnál, ahol a megoldás algoritmusá meghaladja a tárgy kereteit, használja a *black box / white box* effektust.
- Az önálló feladatmegoldást segítő munkalapok tartalmaznak kidolgozandó feladatokat. Ezek olyan problémákat vetnek fel, amelyeknél a problémamegoldás lépcsőfokainak végigjárása után lehet csak a mintapéldákat felhasználni (**operatív elv**).
- Kerüli a MAPLE öncélú használatát, az egyes utasítások csak a matematikai tartalom alárendeltjeként jelennek meg.
- Figyelembe veszi, hogy alkalmazásakor olyan új fogalmak megismerésének igénye lép fel, melyek nélküle nem kerülnének elő.
- Minden esetben használja a grafikus lehetőségeket. Az **elméleti síkon** való fogalomalkotást minden esetben megelőzi **vizualizációs (ikonikus) gondolkodási síkon** való bevezetés
- A feladatok megfogalmazásakor figyelembe veszi, hogy a régebben csak kiegészítő anyagként szereplő feladatok itt rutinfeladatokká válhatnak.
- Felhasználja a CAS szimbolikus számításokra való alkalmasságának lehetőségeit, főleg azonosságok igazolására. A **tudatosság** elvének megfelelően ügyel arra, hogy a technikai részletek ne fedjék el a matematikai jelentéstartalmat.

Tapasztalataink alapján a **CAS rendszer**:

- nagy elonye a **rugalmasság** és az **interaktivitás**, ami azt eredményezi, hogy a kidolgozott mintapéldák óráról órára változnak, alakulnak, finomodnak, a felhasználói tapasztalatok és újonnan megfogalmazott igények alapján,
- bevezetése a **mérnök**ök oktatásába azért is különösen fontos, mert jövőbeli **tervezési** és szervezési munkájuk során a számítógép fontos jelentőséggel bír,
- segítségével a felhasználó a lényeges koncepciókra képes koncentrálni, figyelmét nem vonják el a lényegtelen mellékszámítások,
- jelentos szereppel bír a **precíz problémamegfogalmazás**ban,
- használata során a felhasználó gyakorlatot szerez feladatai **elemi lépésekre bontás**ában, azután pedig ezen **elemek rendszerré szervezés**ében, így új sémák kialakítását, a meglevo struktúrákba ágyazódását segíti elo,
- **elsajátítása** csak **kisebb tanulócsoporthok**nál, számítógépes környezetben lehetséges,
- elsajátításához **többllet ido** szükséges, de ez késobb a feladatmegoldás egyszerubbé válásakor megtérül,
- használatának eredményességét növeli, ha azt **egyszeru feladatok** tanári irányítással, **táblás-krétás** megoldása elozí meg,
- alkalmazása **nem** a matematikai fogalmak, eljárások **pontos megfogalmazása** és alkalmazása **helyett**, hanem azok elosegítése érdekében kell történnie.

A **tankönyv** ebben a rendszerben kiegészítő segédeszközként szerepel, a kötelezo tananyagon kívül az érdeklodo hallgatók számára a témához kapcsolódó kiegészítések, illetve fizikai alkalmazások leírása található benne. A tananyagban szereplo, és a feldolgozás során csak heurisztikus módon bizonyított matematikai tételek bizonyítását is itt közöljük. Megírásánál a nyitott oktatás módszertanában leírt ajánlásokat vettük figyelembe.

Szóbeli magyarázat feltétlenül szükséges a nehezen értheto új fogalmak bevezetésekor, illetve új eljárások egyszeru mintapéldákon való bemutatásakor. Ez nem csak egyszeru ismeretközlést jelent, hanem konzultáció jelleggel a problémák megvitatása kerül elotérbe. Az **összefüggések feltárása**, **absztrakció**,

általánosítás még a felsooktatás szintjén is közvetlen tanári irányítást igényel. A hallgatóság igényeinek megfeleloen a szóbeli magyarázat mennyisége csökkenthető, de az akkomodációt elosegító szerepe soha nem lesz elhanyagolható.

3. 2. 3. A tanítási-tanulási folyamat szervezése, a tanár szerepének változása

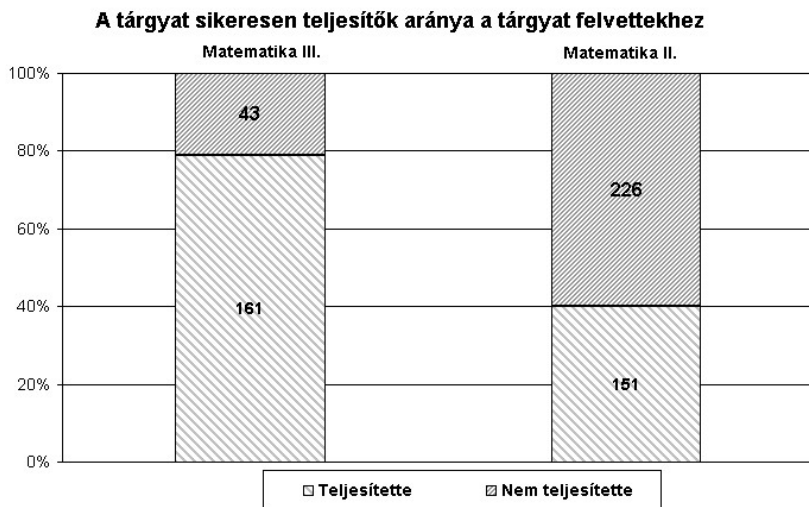
Az elobbiekben leírt eszközrendszerrel megvalósuló **tanulási-tanítási folyamat szervezoje a tanár**. A tanár:

- ismeri a kurrikulumot és megválasztja a **stratégiát**, **vezérli** a folyamatot,
- **szakérto** - tudja a választ a hallgatók kérdéseire,
- tudja és **megválasztja** - az értelmi muveleteknek és belso mentális folyamatoknak megfeleloen - a tananyag eloadásának **módját**, eszközrendszerét,
- ismeri a hallgatók **elozetes tudását**, fel tudja építeni az “állványzatot”,
- kontaktórákon **szóbeli magyarázattal**, **irányított feladatmegoldással** kiemeli a tananyag lényeges elemeit, legnehezebben megértheto részeit,
- kontaktórán kívül is (e-mail segítségével) **kapcsolatot tart** a diákokkal,
- folyamatosan **értékeli** a hallgatók elorehaladását, ennek megfeleloen **módosítja** a tananyagot.

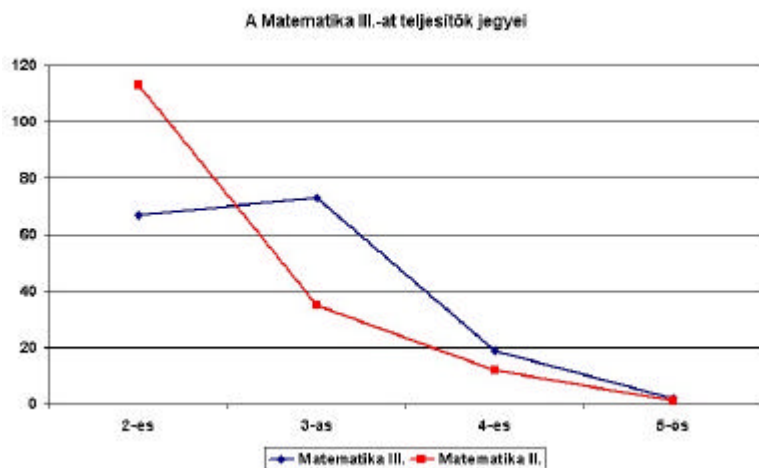
3. 2. 4. A hallgatói teljesítmények összehasonlító vizsgálata

A tananyag elsajátításához **rendszeres tanulás** szükséges. Ezt úgy próbáltuk elérni, hogy a félévközi teljesítmények alapján megajánlottuk az érdemjegyet. Két **feladatmegoldó** és két **elméleti anyagot ellenorzo dolgozatot** írtunk. A feladatmegoldó dolgozatot számítógép mellett, a hálózaton rendelkezésre álló mintafeladatok használatának engedélyezésével írták a hallgatók. Az elméleti dolgozat 50 % teljesítése esetén, míg a feladatmegoldó dolgozat 40 % teljesítése esetén volt sikeres.

A 4. ábrán jól megfigyelhető, hogy körülbelül négyszer annyian teljesítették a tárgyat, azokhoz képest, akik nem. Míg a Matematika II. esetén ez sajnos fordítottn, 2/3, 1/3 arányban igaz.



4. ábra



5. ábra

Az 5. ábra mutatja, hogy a tárgyat sikeresen teljesítők jegyeinek saját Matematika II. jegyeikhez viszonyított eloszlása eltolódott a közepes felé.

Statisztikai számításokat is végeztünk annak eldöntésére, hogy szignifikáns-e a különbség az érdemjegyek között. Meghatároztuk a jegyek **korrelációs együtthatóját** (r), **Student próbával** és c^2 **próbával** az adathalmazok **szignifikancia** szintjét. Az 1. táblázat az adatokból számított és a referenciatáblázatban az adott értékhez legközelebbi értékeket mutatja, p a valószínűség szintjét jelenti. A számításokat *Microsoft Excel* programcsomaggal végeztük

Érték	r	t	c^2
számított	0,213	5,590	15,925
táblázatbeli	0,208 ($p<0,01$)	2,609 ($p<0,01$)	14,685 ($p<0,1$)

1. táblázat

A 1. táblázatból látható, hogy a **korreláció** egy kicsivel nagyobb, mint a 150-es szabadsági fokhoz tartozó érték, tehát **kapcsolat** mutatható ki a két adathalmaz között. Ez persze nem meglepo, hiszen ugyanazon hallgatók eredményeiről van szó. Az egymintás **t próba** eredménye 1%-os hibát feltételezve is sokkal nagyobb az irodalmi értéknél, ami a két adathalmaz **átlagai** közötti **szignifikáns különbséget** mutatja (javultak a jegyek). $c^{2?}$ **próba** értéke szerint 10%-os hibahatáron belül az **eredmények eltérése szignifikánsnak** tekinthető.

Az eredmények egyik magyarázata az is lehet, hogy a számítógép használata jelentősen megkönnyíti a feladatmegoldást, így ez okozta a jegyek javulását. Ezért **összehasonlítottuk** a hallgatók **elméleti dolgozatainak** és **feladatmegoldó dolgozatainak érdemjegyeit**. Ezekon az adatokon is elvégeztük a statisztikai számításokat. A 2. táblázatban közölt értékek azt mutatják, hogy a korrelációs együttható közel azonos a 1. táblázatbeli értékkel, hiszen az adatokat ugyanattól a mintából vettük. A Student próbát elvégezve a kapott érték alapján 1%-os hibával állítható, hogy az átlagok között nincs szignifikáns eltérés. A c^2 próba eredménye szerint az adatok szignifikánsan hasonlítanak egymáshoz 1%-os hibát feltételezve

érték	r	t	c^2
számított	0,277	2,070	21,696
táblázatbeli	0,208 ($p<0,01$)	2,609 ($p<0,01$)	21,666 ($p<0,01$)

2. táblázat

Ügyelni kellett a feladatsorok összeállításakor a **pedagógiai ekvivalenciára** is. Ez azt jelenti, hogy a feladatok természetesen nehezebbek kell hogy legyenek, mint a csak táblás-krétás oktatási formánál feladottak. De nem szabad túlloni a célon, és a CAS rendszer alkalmazása miatt túlságosan nehéz feladatsorokat összeállítani. A teljesítmények feladatsoroktól és azok nehézségi fokától való függésének vizsgálata nagyobb létszámú évfolyamoknál lehetséges, ezért ez további kutatásokat igényel.

A félév végén **kérdőíves felmérést** végeztünk az új oktatási formával kapcsolatos vélemények összegyűjtésére. A hallgatók közül senki sem utasította el teljesen az új oktatási formát, de 7 % úgy érezte, hogy számára nehézségeket okozott az ilyen típusú tanulás. A CAS rendszer használata jobban **növeli** a matematikai ismeretek elsajátításának **eredményességét**, mint a teljes multimédiás tananyag. Azok számára, akik nem tudnak programozni, a MAPLE csak egy újabb leküzdendő akadály jelentett. Az új módszerrel oktatott **matematika órák** a hallgatók szerint **jobbak** voltak, mind a hagyományos módon tartott matematika, mind a szaktárgyi órákhoz viszonyítva is.

Az új oktatási stratégia alkalmazása a tanár számára sokkal több elokészítő munkát igényel, mint a hagyományos előadás-gyakorlat oktatási forma, de hosszabb távon a befektetett többletmunka az eredményességet és az elégedettséget növeli.

3. 3. Az eredmények a hipotézisek tükrében

1. eredmény a hallgatók tanulási szokásairól:

A hallgatók és matematika tanáraik tanulási szokásainak felmérése után, annak kiértékelése során arra az eredményre jutottunk, hogy a hallgatók tanulási szokásai inkább a konkrét példán alapuló fogalomalkotást preferálják, míg tanáraik jobban képesek absztrakt módon gondolkodni. Ezt az oktatási stratégia kidolgozásánál figyelembe vettük. A passzív befogadó és aktív részvételt igénylő tanulási szokások átlaga kissé az elobbiek felé tolódott el. Az eredmények szórása azt mutatja, hogy minél többféle lehetőséget kínálunk fel az ismeretszerzési folyamat elősegítésére, annál nagyobb az esély, hogy az egyes hallgatók megtalálják a nekik legjobban megfelelő rendszert a tananyag sikeres elsajátítása érdekében.

02. eredmény az Internet és számítógépes hálózatok matematikaoktatásban való alkalmazhatóságáról:

Egy tíz leckéből álló interaktív, Interneten szabadon elérhető tananyagcsomagot dolgoztunk ki. A tananyagcsomag önértékelésünk szerint megfelel a nyitott képzés értékelési modelljében leírtaknak. A színek alkalmazása, a navigáció, az interaktivitás, a vizualizációs síkon való megjelenítés új formái segítségével az ismeretszerzési folyamat jobban vezérelhető, az önálló tudásellenőrzés, visszacsatolás a felhasználót segíti. A kontaktórán kívüli e-mail kapcsolat a nagy hallgatói létszám mellett is személyre szabott kapcsolatot eredményez a felhasználó és az ot segítő oktató között. A hallgatói elégedettségvizsgálatból azonban kitunik, hogy szóbeli magyarázatra a tananyagcsomag mellett is nagy igény mutatkozik. Nehezebb matematikai fogalmak megértése csak alapos matematikai eloképzettséggel rendelkezők esetén bízható önálló feldolgozásra, még a felsooktatás szintjén is.

3. eredmény a számítógép-algebrai rendszerek (CAS) oktatásba történő bevezetéséről:

A MAPLE számítógép-algebrai rendszer bevezetését a hallgatók döntő többsége pozitívan fogadta. Elsősorban a bonyolult számítási feladatok elvégzésére találták alkalmasnak. A hallgatók fele igényelné önálló kurzus keretében is az oktatását, ami a jelenlegi óraszámok mellett nem valósítható meg. Alkalmazásával új témák, feladattípusok és muszaki alkalmazások illeszthetők a tananyagba, a tematikák átgondolásakor paradigmaváltás szükséges. A CAS rendszer nagy elonye a rugalmasság és az interaktivitás. Bevezetése a mérnökök oktatásába azért is különösen fontos, mert jövőbeli tervezési és szervezési munkájuk során a számítógép fontos jelentőséggel bír. Segítségével a felhasználó a lényeges koncepciókra képes koncentrálni, figyelmét nem vonják el a lényegtelen mellékszámítások. Jelentős szereppel bír a precíz problémamegfogalmazásban. Használata során a felhasználó gyakorlatot szerez feladatai elemi lépésekre bontásában, azután pedig ezen elemek rendszerré szervezésében, így új sémák kialakítását, a meglevő struktúrákba ágyazódását segíti elo. Elsajátítása csak kisebb tanulócsoporthoz, számítógépes környezetben lehetséges. Megismeréséhez többlet idő szükséges, de ez később a feladatmegoldás egyszerűbbé válásakor megtérül. Használatának eredményességét növeli, ha azt egyszerű feladatok tanári irányítással, táblás-krétás megoldása elozi meg. Alkalmazása nem a matematikai fogalmak, eljárások pontos megfogalmazása és alkalmazása helyett, hanem azok elosegítése érdekében kell történnie.

4. eredmény a CAS alkalmazásának didaktikai megközelítéséről:

A kidolgozott CAS munkalapokból álló rendszer figyelembe veszi a matematika-didaktika követelményeit. Lefedi a tantárgy teljes tematikáját, lehetőséget teremt a MAPLE sajátos nyelvezetének megismerésére, az új utasításokat fokozatosan vezeti be. Minden lap szöveges magyarázatot is tartalmaz, a spirálitás elvének megfelelően az egyes utasításokat először egyszerűbb esetekre mutatja be. A fokozatosság elve valósul meg a munkalapok rendszerében. Először minden lépést részletez, és csak ezután foglalja eljárásba a gyakran használt utasítássorokat. (*white box* → *black box* hatás). A csak szemléltetésre használt utasításoknál illetve olyan feladatmegoldásnál, ahol a megoldás algoritmusát meghaladja a tárgy kereteit, használja a *black box* → *white box* effektust. A munkalapok tartalmaznak kidolgozandó feladatokat is. Ezek olyan problémákat vetnek fel, amelyeknél a problémamegoldás lépcsőfokainak végigjárása után lehet csak a mintapéldákat felhasználni (operatív elv). Kerüli a MAPLE öncélú használatát, az egyes utasítások csak a matematikai tartalom alárendeltjeként jelennek meg. Figyelembe veszi, hogy alkalmazásakor olyan új fogalmak megismerésének igénye lép fel, melyek nélküle nem kerülnének elő. Minden esetben használja a grafikus lehetőségeket. Az elméleti síkon való fogalomalkotást minden esetben megelőzi vizualizációs gondolkodási síkon való bevezetés. A feladatok megfogalmazásakor figyelembe veszi, hogy a régebben csak kiegészítő anyaggént szereplő feladatok itt rutinfeladatokká válhatnak. Felhasználja a CAS szimbolikus számításokra való alkalmasságának lehetőségeit, főleg azonosságok igazolására. A tudatosság elvének megfelelően ügyel arra, hogy a technikai részletek ne fedjék el a matematikai jelentéstartalmat.

5. eredmény a tanár szerepének változásáról:

Az általunk kidolgozott és alkalmazott tanulási-tanítási folyamat során a tanár az, aki ismeri a kurrikulumot és megválasztja a stratégiát, vezérli a folyamatot. Szakértője a tananyagnak, tudja és megválasztja - az értelmi műveleteknek és belső mentális folyamatoknak megfelelően - a tananyag előadásának módját, eszközrendszerét, ismeri a hallgatók előzetes tudását, fel tudja építeni a matematikai ismeretrendszer "állványzatát". Kontaktórákon szóbeli magyarázattal, irányított feladatmegoldással kiemeli a tananyag lényeges elemeit, legnehezebben megérthető részeit. A kontaktórán kívül is (e-mail segítségével) kapcsolatot tart a diákokkal, folyamatosan értékeli a hallgatók előrehaladását, ennek megfelelően módosítja a tananyagot.

6. eredmény a hallgatói attitűdök és teljesítmények változásáról:

Az új oktatási stratégia alkalmazásával a kurzust felvevők 80 %-a teljesítette a tárgyat, régebben ez az arány csak 30 % volt. A hallgatók érdemjegyei szignifikánsan növekedtek saját korábbi matematika jegyeikhez viszonyítva. Ez nem a kidolgozott feladatlapok felhasználhatósága miatt következett be, mert a számítógép nélkül írt elméleti dolgozatok jegyei nem térnek el a számítógép mellett írt feladatmegoldó dolgozatok jegyeitől. További vizsgálatokat igényel a pedagógiai ekvivalencia kérdése, ami az ellenőrző feladatsorok jellegének, mennyiségének és nehézségi fokának vizsgálatára kell hogy irányuljon. Az új módszerrel oktatott matematika órák a hallgatók szerint jobbak voltak, mind a hagyományos módon tartott matematika óránál, mind a szaktárgyi óránál is.

4. Összefoglalás

Az általunk végzett oktatási kísérlet célja egy új oktatási stratégia kidolgozása, bevezetéséhez szükséges tananyagcsomag megírása, a stratégia gyakorlati megvalósítása, matematika didaktika tudományos szempontjai szerinti elemzése, az elért eredmények értékelése volt. A módszer kidolgozásakor figyelembe vettük a modern technika (az Internet és a számítógép-algebrai rendszerek) és az új módszertani kutatások (főleg a nyitott oktatás és a matematika didaktika) nyújtotta lehetőségeket.

Végeredményképpen elmondhatjuk, hogy az oktatási kísérlet eredményes volt, kitűzött céljainkat megvalósítottuk. Az interaktív oktatási környezet jól szolgálja a kitűzött célok megvalósítását. Az informatika rohamos fejlődésével természetesen a tananyagrendszer folyamatos fejlesztése, csiszolása szükséges.

A MAPLE (vagy bármely számítógép-algebrai rendszer) oktatásba való bevezetése a jövőben elkerülhetetlenné válik. Használatának matematika didaktikai megalapozása még csak a kezdeti lépéseknél jár. Ennek kidolgozására olyan matematika tanár generáció felnevelését kell célul tűznünk magunk elé, akik nem idegenkednek az új módszerek megismerésétől, ugyanakkor kritikus szemléletmódjukkal elősegítik a hatékony oktatási stratégiák kidolgozását és gyakorlati kidolgozását.

Tapasztalataink szerint a számítógépnek a matematikaoktatásban játszott egyre nagyobb szerepe a tárgy egész tematikájának átgondolását és megreformálását veti fel mind középiskolai, mind felsőoktatási szinten.

1. Introduction, main objectives

Learning at university or college in the last centuries meant that the professors interpreted the science, as they knew it, and the students tried to understand, learn, and apply it. The types of lessons were lectures, seminars and laboratory practices. Only a few people got chance to learn in higher education, the gates were open only for people who had the highest level of knowledge.

Today the situation is perfectly different. In the „communicational society” the knowledge is valorized. More and more people get the opportunity to learn at university level. The government of Hungary would like to reach that half of people graduated in high schools could continue their studies at the universities. In this changing world for the leaders of **the teaching-learning process** the most important task is to **plan and control** the process and build a logically connected knowledge system. The great development of informatics brings new opportunities that need a whole reevaluating of our teaching concept. A lot of methods were developed to acquire the knowledge which is dispersed in the world more and more. In addition, we have to know that people are pressured to life-long learning while they have to get acquainted with a new profession besides their everyday works.

Initials of the problem:

At the **University of Pécs, Pollack Mihály Engineering Faculty** the students get into our faculty without an entrance examination, with a very **different basic knowledge level**. This fact brings a lot of problem, first of all in the teaching of the so called basic subjects. Because of the educational policy which requires “effective” educational methods, the **numbers of the contact lessons were decreased**; meanwhile the **student/educator rate** was constantly **increased**. Additionally, this time it is not exactly known what sort of differences have to appear between the university and college educational levels. It is further polarized by the **Bologna agreement** which prefers the two-level higher educational system in the European Union. It requires unified and well-defined syllabuses from the educators in both levels, while the students’ knowledge has to remain at the original level. In education at the colleges it needs a new approach in teaching, first of all from professors of mathematics and mechanics.

The main **goals** of the educational research in relation to teaching **Mathematics III** to mechanical engineer students were

- **to work out** a new educational strategy,

- **to develop** the needed package of the subject material,
- **to realize** the strategy in the practice,
- **to analyze** the experience from scientific point of view of the mathematical didactics,
- **to evaluate** of the attained results.

While developing the method we took into account the opportunities of the modern techniques (**Internet** and **computer algebra systems**), and results of the new methodological research (particularly the **open learning** and the **mathematical didactics**).

Justification of the goals of research:

With help of the introduced new educational method, our teaching system -renewed in subject matter and form - helps to bring closer the students' rather low entrance knowledge in mathematics and the high-level mathematical requirements of the professional subjects.

2. Methods of the research

After critically survey the literature of open learning and mathematical didactics and formulating the hypotheses, we carried out a created educational research to try the new teaching-learning strategy.

The **independent variables** of the experiment were:

- the subject material system, which was developed by us to teach vectorcalculus,
- the educational strategy carried out by means of the subject material.

The **dependent variables** of the experiment were the students' subject **knowledge level** and the adequate **achievement**.

It was a **one-group experiment**, where the **starting position** was represented by the students' knowledge checked by a repetitive test and the Mathematics II grades of the members of the group. (The requirement to pick up the Mathematics III. was the successful achievement of Mathematics II.). To **control** the teaching-learning

process we checked the acquired knowledge **by two semester tests** on theoretical questions and practical topics. We evaluated them by scores.

Compared analysis was made by the students' grades of Mathematics II. and those of Mathematics III. To evaluate the results we used the methods of mathematical statistics. On the other hand, we made assessment by a **questionnaire** to collect the opinions about the new teaching-learning method.

We have performed the **educational research for** six semesters; the numbers of participants were 161 undergraduate and 57 graduate students.

3. The detailed program and results of educational experiment

3. 1. Hypotheses

1. hypothesis about the students' learning style:

The learning habits of the engineering students shift towards the concrete experienced based learning style (i.e., the inductive teaching-learning method).

2. hypothesis about using Internet and computer networks in teaching of mathematics:

It is possible to develop a useful interactive learning environment to help the learning process of difficult, abstract mathematical concepts and procedures for undergraduate students as well. The Internet and the local computer networks could get more important role in the higher education. While developing the subject material the methodology of open learning and the results of mathematics didactics have to be taken into account.

3. hypothesis about introducing computer algebra systems (CAS) into education:

Introduction of a computer algebra system is only effective if the syllabus allows time to teach the system's basic commands. It has to realize as an integrated part of the mathematics course, avoiding use it only for the end in itself. The introduction needs gradation and it has to avoid using those commands that are mathematically not established.

4. hypothesis about didactical aspects of using CAS:

Introducing CAS into teaching confirms the interaction of representations of knowledge-planes. The CAS's possibilities in visualization, its abilities to perform numerical and symbolical calculations can be used in teaching vectorcalculus as well. By means of the CAS those mathematical concepts and procedures could be introduced which are needed for the engineering tasks but could not be taught without it, because lack of the time. The CAS increases the significance of heuristic problem-solving strategies. Using it to solve exercises, a lot of those exercises become routine ones that were very difficult to solve earlier. It inspires to get to know newer mathematical concepts. Its effective use requires new approaches in mathematics didactics.

5. hypothesis about the changing of role of teacher:

The teacher's role shifts from communicator of knowledge toward the role of the organizer, the controller and the evaluator. The importance of his/her attendance in the teaching-learning process increases. The teacher is the developer, the executor and the critical analyzer of the new strategy. He/she knows the intellectual operations and the main mental processes, harmonizes and chooses the methods of introduction of the new concepts and applications, the working styles of learning process.

6. hypothesis about introducing computer algebra systems (CAS) into education:

In the centre of the new educational strategy is the student's learning process. Considering the possibilities of new strategies, the test **scores will increase** and the students' bad preconceptions about mathematics will decrease. Prerequisite of the strategy is the students' basic computational knowledge. The strategy helps the integration of mathematics and special engineering subjects.

3.2. The process of the research

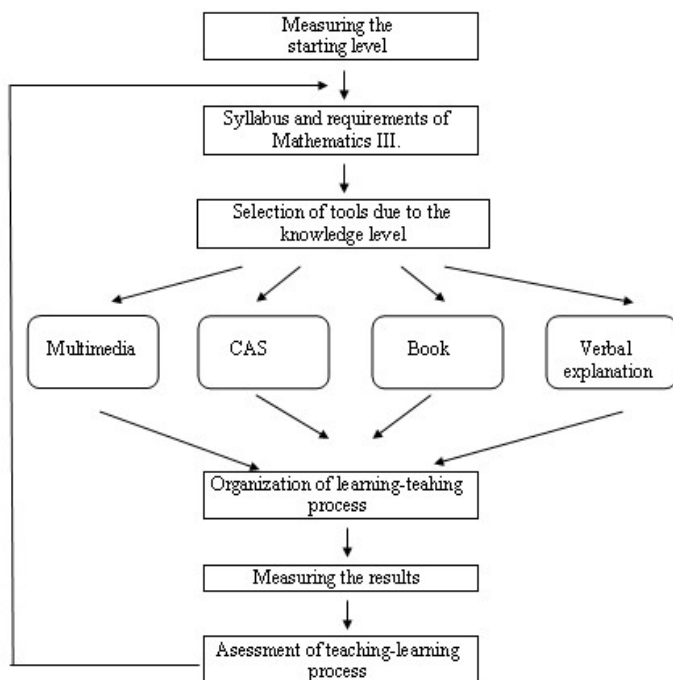


Figure 1.

We have performed our **educational research** in relation to teaching **Mathematics III** to mechanical engineer students at the University of Pécs, Pollack Mihály Engineering Faculty. The whole class was involved in the research. It was us who were accountable for teaching the subjects Mathematics I. and Mathematics II as well; so the level of requirement was already identified for the students. In the results' assessment we used the grades of Mathematics II. Accordingly, for control examination everybody was compared with himself. The scheme of the Mathematics III course is shown on Figure 1.

3. 2. 1. Measuring the students' knowledge level before the experiments

As **preparatory steps** of the new educational form, we had applied the **visualization** opportunities of MAPLE computer algebra system (**CAS**) on the lectures of Mathematics II, and we placed the prepared worksheets about differential- and integral calculus of one- and two variable functions on the **local network**. This way the students who are interested in these new possibilities could get acquainted with them in advance.

To sum up the initial state we prepared a written **repetitive test** to check the knowledge on topics of Mathematics II. Later we linked this test to the Internet based subject material to make self-control possible. While evaluating the results we found that the knowledge of 25 percents of the full-time students and 50 percents of the correspondence students didn't reach the sufficient level (the 40 percent of the maximum point).

Because there was only the English version of the MAPLE software available, the second element of the initial state was test on the **English** knowledge of the students. Unfortunately, most of the students didn't have the proper level of English to understand the commands of the software, this fact we had to take into account planning the explanations.

The **third part** of the initial state aimed at mapping the **learning style** of the students. We based this examination of D. A. Kolb's self-controlling test. The result confirmed the hypothesis that the learning habit of engineering students shifted towards the concrete experienced based learning, while the active and passive learning styles are practically in balance. From these facts we drew the conclusion, that **the inductive teaching-learning method** is better than the deductive ones for engineering students (Figure 2.).

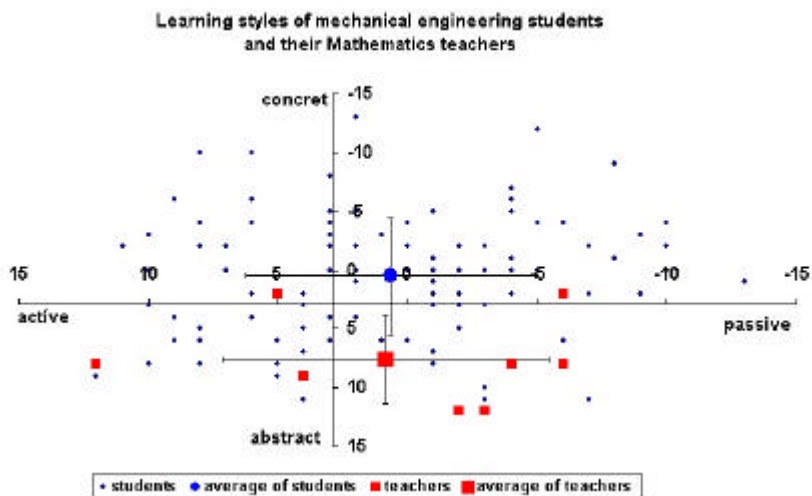


Figure 2.

We planned the syllabus and the forms of controlling according with the knowledge of the revealed initial parameters and the demands of the special engineering subjects. While introducing a **new concept** we started from a **physical problem** and after introducing the **exact mathematical concept** we showed the **practical use** of it. The subjects of the course were: one and two variable vector-scalar functions, scalar-vector functions and vector-vector functions. The main goal was to pick up the basic knowledge of the operations of **vectorcalculus** and Gauss- and Stokes theorems.

3. 2. 2. Interactive learning environment

To acquire the concepts and the theses in the frame of the undergraduate course we had two lessons a week for a ten week period. Because of this rather limited time of the contact lessons we developed an **interactive learning environment** (Figure 3.). Our lessons were supported by the facilities of a computer laboratory. In this laboratory there were 24 computers running under Windows'98 operational system and linked to the local network. On each computer Internet Explorer and MAPLE V5 software were installed.

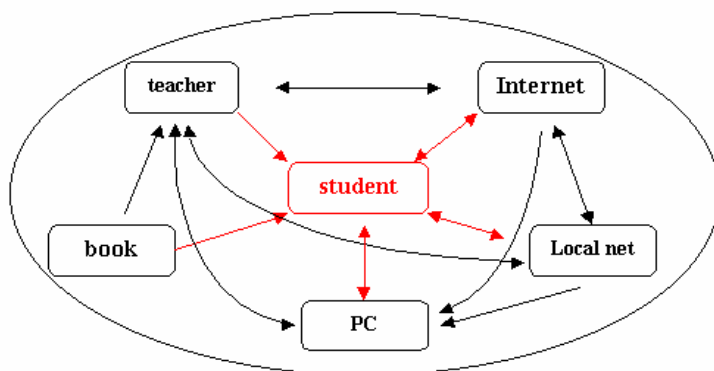


Figure 3.

The **computer** was one of the most important **participants** of our teaching-learning system. The subject material, the MAPLE worksheets were available on the Internet, on the local network and on the student's own PC, as well. But **in the centre** of the learning process were the **students themselves**. A strategy reaches the goal if we can choose the tool that helps students to **accommodate** and **assimilate** the new concepts into their **schemes** most easily and effectively.

Our **tools** used in the teaching-learning process of vectorcalculus were the web-based syllabus, the computer algebra system, the textbook and the verbal explanation:

We used the **multimedia** to demonstrate the physical meaning of the mathematical concepts and to process the subject material of the course. The **web-based syllabus** could be freely reached on the <http://matek.pmmf.hu> Internet address. From the homepage one can access the six parts of the course material (Theory, MAPLE in html, Questions, Exercises, Information, Downloadings). The course was divided into 10 lessons and each lesson contained the above six parts. The **advantage** of the web-based material is the use of colors, navigation, hotwords, multiple choice tests, new forms of visualization and easy way of change of topics.

While planning and realizing the course we took into account an assessment method which was preferred in the literature:

- **Educational goal:** The goal is divided. It means that the operational goals could be formulated. While learning the subject-matter the user could

acquire the basic concepts of vectorcalculus, could be able to apply them to solve self-supporting exercises.

- **Measurable educational requirements:** Each lesson has got a questionnaire and a multiple-choice test.
- **Definition of required competencies:** In part of Information the requirement level could be written and by means of addition of pilot tests the expected knowledge could be obviously defined.
- **Determination of the target group:** The subject material is prepared for mechanical engineering students, so their preliminary knowledge and motivation are known.
- **Professional content:** The subject-matter is based on a pre-reviewed book which was written by us.
- **Partition the subject-matter:** The lessons framed a system but the nature of the subject allows only a linear advancement.
- **Design:** The title, the goal and the content are in accordance with each other. The terminology is fitting to the target group, the appearance of the new concepts and theses are clarified, the relevant contents are emphasized. The required technical demand doesn't beyond the general computer hardware configuration.
- **Learning assistant system:** Communication through e-mail is possible.
- **Accessibility:** It is unlimited in time and space, freely available for anybody.

We used the **visualization opportunities of CAS** mostly to introduce new type of functions. With help of analytical possibility of CAS such concepts could be demonstrated that could not have been done without it. By means of this tool accommodation of the new concepts and completion of the old schemes become easier.

To teach vectorcalculus we very often used the numerical calculation opportunities of CAS to substitute the time-consuming and difficult numerical hand-operated calculations. With help of it we could develop the ability of analogy, comparison, generalization and assimilation.

We used the **symbolical calculation opportunities of CAS** first of all to prove identities. It has outstanding role to form the ability of abstraction.

During the application of CAS we took into account the **requirements of mathematical didactics**. The developed CAS applications had to:

- cover the **whole syllabus** of the course,
- make students familiar with the **special language** of MAPLE,
- allow only the **most necessary commands** to be used,
- have short **textual explanations**,
- **uniformly** distribute the **new commands**,
- introduce first every new command - according to the principle of **spirality** - through a mathematical problem,
- being written according with **gradation**. We detailed all steps of problem solving on those exercises that we could solve without the computer algebra system. We wrote the procedures by means of frequently used commands only after their detailed explanations. (**White box - black box effect**),
- use the **black box - white box effect** on those commands that are used only for **visualization**, or rather where the algorithm of the solution **passes** the frame of **the course**. It means there is an opportunity to understand each step of the solution for those students who want to do so. But everybody knows what the scheme of the problem solving is and what is the result of the procedures (principle of the **operationalization**),
- **avoid** using CAS only **for the end in itself**; it is only the inferior of the mathematical subject matter,
- have exercises to be solved by the user **alone**,
- take into account that some exercises became **routine** ones with help of it,
- profit the **graphical opportunity** in each exercise; to help the concept-meaning not only at the symbolical but at the image level as well,
- pay attention to the principle of **consciousness** due to the fact that it is not the technical details but the mathematical meaning is always the most important. Our goal was that the user could adopt the concepts and procedures into new situations.

According to our experience the CAS:

- has the great advantage of flexibility and interactivity. It's result that the prepared worksheets are changing transforming and becoming more correct from lesson to lesson based on the experience of the user and the newly formulated demands,
- is especially important in development of teaching of engineers because in the engineering planning and organizing tasks the computer usage has great significance,
- has got the advantage that the user can concentrate on the main concepts, his attention is not distracted by extra calculations,
- has important role in exact problem definition,
- helps to the user to get practice in elementarization of his problem and organize the elements into one system. This way CAS helps to build new schemes and to impregnate them into old structures,
- usage is effective only in small students' group, in a computer laboratory,
- needs more contact lessons to get to know the basic concepts but it is paid off when the exercise solving becomes easier,
- effectiveness increases if its application is proceeded by simple exercise solving by chalk-and-talk under teacher's control,
- doesn't substitute the exact definitions of mathematical concepts and procedures but it is used to assist to formulate and apply them.

The **textbook** in this system is a supplemental tool. It is used for those students, who wanted to know more about the course subjects. For example, it contained more physical applications. On the other hand we detailed here the exact proofs of those theses which were proved on the contact lessons only heuristically. While writing the book we took into account the recommendations of open learning methodology.

Verbal explanation is definitely necessary at introduction of a new concept and demonstration of a new type of exercise through easy examples. It doesn't mean only a simple fact delivery; however, it means consultation about the revealed problems. The exploration of connections, abstraction, and generalization requires direct professorial control in higher education as well. The amount of verbal

explanation depends of the students' demands but the role of it in the accommodation is never negligible.

3. 2. 3. Organization of teaching-learning process, changing the role of the teacher

The **teacher** is the **organizer, designer** and the **manager** of the teaching-learning process, which is realized with help of the above mentioned tools.

The teacher

- knows the syllabus,
- chooses the strategy,
- controls the process,
- is the expert of the subject matter,
- knows and selects – in accordance with the intellectual operations and inner mental processes – the presentation manners and tools of the subject material,
- is familiar with the students preliminary knowledge,
- emphasizes the main topics of the curriculum - with help of verbal explanation and guided problem solving - on the contact lessons,
- keeps contact with students through e-mail,
- evaluates the developments of students knowledge, modify the strategy.

3. 2. 4. Comparative analysis of students' achievements

To facilitate the **continuous learning** - instead of the examination at the end of the semester - we checked the acquired knowledge by two semester tests on theoretical questions (without use of computer) and practical topics (with use of computer). The **passing level** was 50 percent from the theoretical questions and 40 percent from the practices.

We can see on the Figure 4. that there are approximately four times as many students who successfully achieved the subject as many don't. On the contrary, these rates are 1/3 and 2/3, respectively

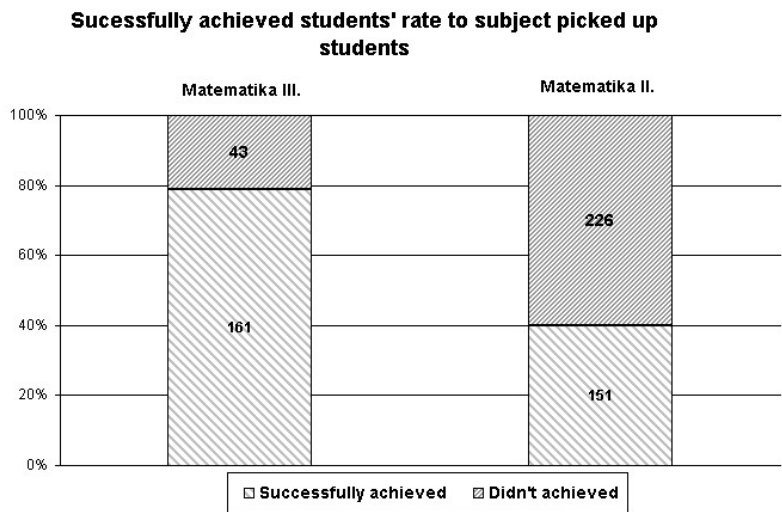


Figure 4.

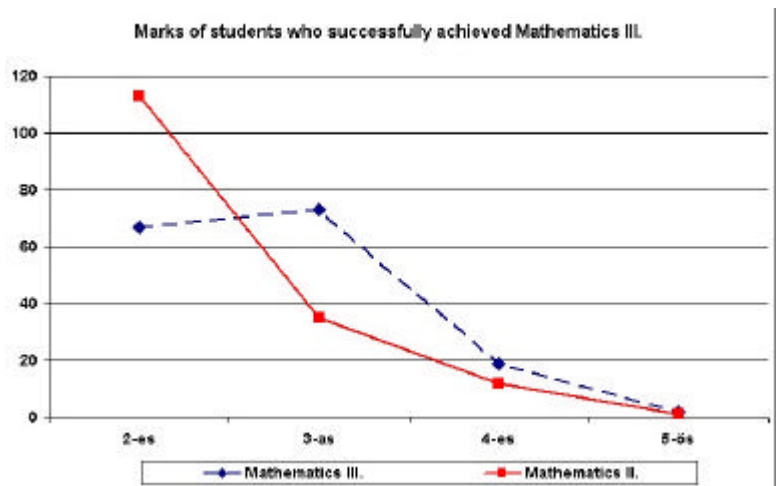


Figure 5.

Figure 5. shows that the successful students' marks distribution shifted toward the mark 3 (average).

We used the methods of mathematical statistics to decide whether the difference is significant or not. We determined the **correlation coefficients** of the marks (r), and with help of *Student's test* and c^2 *test* the **significance level** of the data. Table 1. shows the calculated data and the data from the reference table; p means the level of probability. We performed the calculations by the *Microsoft Excel* software package.

Value	r	t	c^2
calculated	0,213	5,590	15,925
from literature	0,208 ($p<0,01$)	2,609 ($p<0,01$)	14,685 ($p<0,1$)

Table 1.

It is shown in the Table that the correlation coefficient is a little bit bigger than the literature value to 150 independence degrees, so there is a connection between the two sets of data. It is not a surprise, however, since the data refer to the same students' group. The value of the one-pattern t *test* is significantly higher than the literature one, even supposing as low as 1 % of error level. This reflects the significant difference between the means of the two set of data (the marks became better). The c^2 *test* value means that the values are significantly different at 10% error level.

One explanation of the above mentioned facts could be that using the computer makes the problem solving much more easier, and it is the reason for the better results. Accordingly, we compared the results of the theoretical tests and practice tests and performed the statistical calculations with these data as well. The results are shown in Table 2.

value	r	t	c^2
calculated	0,277	2,070	21,696
from literature	0,208 ($p<0,01$)	2,609 ($p<0,01$)	21,666 ($p<0,01$)

Table 2.

As the data in Table 2. show the correlation coefficients are similar to those in Table 1., since we got the values from the same students' group. Executing the *Student test*, it can be said there are no significant differences between the two sets of data at 1% error level. According to the c^2 test results the data are significantly not different, assuming 1 % error.

We had to pay attention the pedagogical equivalency of the exercises. It means the exercises to be solved obviously had to be harder, as it was the case in the course, than those solved in the traditional chalk-and-talk teaching form. But we must not overshoot the mark and give too hard questions because of using the CAS. Examination of dependence of achievement levels on the type and difficulty of exercises needs larger number of students, so it needs further research.

At the end of each semester we made assessment by a questionnaire to collect the opinions about the new teaching-learning method. Nobody dismissed it totally; however, 7 percents of the students felt that they had problems with this new type of learning. Use of **CAS itself raised the efficiency** acquirement of mathematics **more** than the whole multimedia subject matter. But for those students who are not familiar with computer programming the MAPLE computer algebra system meant newer difficulties. In the students' opinion the **mathematics lessons became more understandable** than the conventional lessons of mathematics and special engineering subjects.

We have to be aware that this kind of teaching requires much more preparation work of the teacher than the conventional lecture-practice system. But perspectively it raises the effectiveness of learning and the satisfaction of students.

3. 3. The results in view of the hypotheses

1. result about the students' learning style:

After mapping the learning style of the students and that of their mathematics teachers, we got the conclusion that students prefer producing concepts based on a concrete experiment, while their teachers are able to think in an abstract mode. This fact had to be taken into account developing the new teaching strategy. The average of learning styles of passive observation and of active participation was shifted a little bit towards the passive mode. The dispersion of the results shows, that we have to offer various methods to help the effective learning process of the students. It raises the possibility that every student can find the appropriate method to successfully acquire the required knowledge.

2. result about using Internet and computer networks in teaching of mathematics:

We developed a freely accessible web-bases syllabus, which was divided into 10 lessons. We consider this package to be appropriate to fulfill the requirements for the open learning assessment model. With help of colors, navigation, hotwords, interactivity and new forms of visualization the teaching-learning process is well controllable. The self-controlling tests and the feedback help the user as well. In addition to the contact lessons, e-mail connection realizes personal relationship between the user and his tutor. It was clear from the students' questionnaire, however, that there was a great demand for the verbal explanation as well. Self-understanding the harder mathematical concepts can be anticipated only from those students who have well-founded preliminary mathematical knowledge, even at the higher education level.

3. result about introducing computer algebra systems (CAS) into education:

Introduction MAPLE computer algebra system was well-accepted by the students. First of all, they found it is well-applicable to solve difficult numerical calculations. Half of the students would take the course as a separate one, but it is not possible in the frame of the present educational system. Using it we can incorporate new issues, new types of exercises and technical applications into the syllabus, we have to renew our syllabuses. The great advantage of CAS is the flexibility and the interactivity. Introduction it into teaching of engineer students is especially important, since use of computers has a great significance in the engineering planning and organizing tasks. One of its advantages that the user can concentrate on the main concepts, his attention is not distracted by extra calculations. It has an important role in exact problem definition, helps the user to get practice in elementarization of his problem and organize them into one system. This way CAS helps to build new schemes and to impregnate them into old structures. Usage of CAS is effective only in small students' groups, in a computer laboratory. It needs more contact lessons to get to know the basic concepts but it returns since the exercise solving becomes easier. Its effectiveness increases if its application is preceded by simple exercise solving by chalk-and-talk under teacher's control. It doesn't substitute the exact definitions of mathematical concepts and procedures but it is used to assist to formulate and apply them.

4. result about didactical aspects of using CAS:

During the application of CAS we took into account the requirements of mathematical didactics. The developed CAS applications cover the whole syllabus of the course, make students familiar with the special language of MAPLE, and allow only the most necessary commands to be used. They have short textual explanations, uniformly distribute the new commands. The applications introduce first every new command - according to the principle of spirality - through a mathematical problem, being written according with gradation. We detailed all steps of problem solving on those exercises that we could solve without the computer algebra system. We wrote the procedures by means of frequently used commands only after their detailed explanations. (White box - black box effect). The worksheets use the black box - white box effect on those commands that are used only for visualization, or rather where the algorithm of the solution passes the frame of the course. They avoid using CAS only for the end in itself; it is only the inferior of the mathematical subject matter, have exercises to be solved by the user alone. They take into account that some exercises became routine ones with help of it. They profit the graphical opportunity in each exercise; to help the concept-meaning not only at the symbolical but at the image level as well. The applications pay attention to the principle of consciousness due to the fact that it is not the technical details but the mathematical meaning is always the most important.

5. result about the changing of role of teacher:

In the developed and adapted teaching-learning strategy the teacher is the organizer, designer and the manager of the process. It is he/she who knows the syllabus, chooses the strategy and controls the process; he/she is the expert of the subject matter, knows and selects – in accordance with the intellectual operations and inner mental processes – the presentation manners and tools of the subject material. The teacher is familiar with the students preliminary knowledge, emphasizes the main topics of the curriculum - with help of verbal explanation and guided problem solving - on the contact lessons, keeps contact with students through e-mail, evaluates the developments of students' knowledge, and modify the strategy.

6. result about introducing computer algebra systems (CAS) into education:

With application of the new strategy, the rate of students who successfully achieved the subject increased to 80 %, while it was only 30 % earlier. The grades of the students significantly increased in comparison with their own previous mathematics grades. It was not because of using pre-prepared worksheets, since the theoretical test scores (without use of computer) were similar to the practical ones (with use of computer). It needs more research about the pedagogical equivalency, which has to concentrate on the character, the amount and the difficulty of the tests. In the students' opinion the mathematics lessons with use of CAS became more understandable than the conventional lessons of mathematics and special engineering subjects.

4. Summary

The goals of our the educational research were to work out a new educational strategy, to develop the needed package of the subject material, to realize the strategy in the practice, to analyze the experience from scientific point of view of the mathematical didactics, and to evaluate of the attained results. While developing the method we took into account the opportunities of the modern techniques (Internet and computer algebra systems), and the results of the new methodological research (particularly the open learning and the mathematical didactics).

Summarizing the results we can say, that the research was successful, we reached our goals. The interactive learning environment served well in realization of our set aims. Because of the quick development of informatics, however, we have to continuously rework the subject material package.

Introducing MAPLE (or other kinds of computer algebra system) into the educational process will be unavoidable in the future. Only the basic steps have been made to develop the mathematical didactical support of it. For development of using CAS into the education we have to bring up a new generation of teachers, who are not averse to get to know new methods, while – with critical approach - they assist to develop new educational strategies and try them in the practice.

In our experience the more and more important role of computer in education needs the revision of the whole syllabus of mathematics, in the middle-school and higher education level as well.

Közlemények:***List of publications:*****Referált publikációk:*****Referred publications:***

- [1.] I. Hámori, É. Farkas, L. Kozma : *Study on intramolecular transition of organic dye solutions* Acta Physica et Chemica, 25, 97-105 (1979)
- [2.] I. Hámori Perjési: *Application of CAS for teaching integral-transforming theorems* Zentralblatt für Didaktik der Mathematik 35 (2) 43-47 (2003)

Referált konferencia kiadványok:***Referred conference proceedings:***

- [3.] Ildikó H. Perjési, Mihály Klincsik: *An Interactive Method of Teaching Vectorcalculus via Internet* ODL Networking for Quality Learning, Lisbon, Conference Proceedings 67-71. (2000)
- [4.] Ildikó H. Perjési, Mihály Klincsik: *Teaching Vectorcalculus via Internet* 10 Sefi-MWG European Seminar on Mathematics in Engineering Education Miskolc Conference Proceedings 53-61. (2000)
- [5.] Cs. Sárvári, M. Klincsik, I. Hámori Perjési: *Combining the CAS with authoring systems to create flexible learning environment* Shriftenreihe Didaktik der Mathematik Technology in Mathematics Teaching, 203-206. (2001)
- [6.] Csaba Sárvári, Ildikó H. Perjési, Mihály Klincsik: *Application of CAS System of Teaching of Mathematics with Help of Computer Networks* Proceedings of ITHET, Budapest, 89-92. (2002)

Egyetemi doktori disszertáció:***University Doctor dissertation:***

- [7.] Hámori, I. : *Fluoreszcencia-jellemzők közötti kapcsolatokról, különös tekintettel a természetes csillapodási idő meghatározási módjaira*. Egyetemi doktori disszertáció, Szeged, 1980.

Tankönyv, jegyzet:***Textbook, note:***

- [8.] Fenyőháziné, Perjésiné Hámori I.: *Basic alapismeretek* Foiskolai segédlet Pécs 1986.

- [9.] Horváth A., Perjésiné Hámori I. : *Fizika 2. Távoktatási segédlet* Széchenyi István Foiskola, Győr, 1993.
- [10.] Klincsik Mihály, Perjésiné Hámori Ildikó: *Vektoranalízis muszaki, fizikai és MAPLE alkalmazásokkal* University Press Pécs, 1999.

Egyéb publikációk:

Other publications:

- [11.] M.D. Galanin, Z.A. Csizsikova, L. Kozma, K. Szücs, I.Hámori, B.Német: 3rd Conference on Lumineszcence, Conference Digest 3. 3-10. (1979)
- [12.] Perjésiné Hámori Ildikó, Klincsik Mihály: *A Matematika III. tanításához kidolgozott tananyagcsomag bemutatása* PTE PMMFK-Jubileumi Tudományos Ülésszak Pécs 2000. Konferencia Kiadvány 136-140.
- [13.] Perjésiné Hámori Ildikó, Klincsik Mihály: *A Matematika III. tanításához kidolgozott tananyagcsomag bemutatása* GÉP, LII. 49-53 (2001)
- [14.] Perjésiné Hámori Ildikó: *Matematika-didaktikai problémák a számítógép-algebrai rendszerek matematikaoktatásban való alkalmazása során* Foiskolák Matematika, Fizika és Számítástechnika Oktatóinak XXVI. Országos Konferenciája Szombathely, 2002.

Multimédiás tananyagok:

Multimedial subject-matters:

- [15.] Klincsik M., Perjésiné Hámori I. : *A curriculum fejlesztés alapjai* (Hypertext változat) Pécs, 1998.
- [16.] Klincsik M., Perjésiné Hámori I. : *Európai és világtencenciák az oktatásügyi fejlesztésben* (Hypertext változat) Pécs, 1998.
- [17.] Perjésiné Hámori Ildikó : *Vektoranalízis gépészmérnököknek* Pécs, 2000
<http://matek.pmmf.hu>
- [18.] Klincsik Mihály, Perjésiné Hámori Ildikó: *Multimédia fejlesztő felsofokú szakképzés tananyaga* Pécs, 2000
- [19.] Perjésiné Hámori Ildikó: *Önkormányzatok gazdálkodása* (Hypertext változat) Pécs 2002

Konferencia eloadások:

Conference lectures:

- [20.] Farkas É., Hámori I., Kozma L. : *A lumineszcencia kvantumhatásfokának mérési módszereiről* Optika'78 Konferencia, Budapest, 1978.
- [21.] M.D. Galanin, Z.A. Csizsikova, L. Kozma, K. Szücs, I.Hámori, B.Német: 3rd Conference on Lumineszcence 1979

- [22.] Perjésiné Hámori I., Vigné Lencsés Á. : *A 0. évfolyamos elokészítő tanfolyamok tapasztalatai a PMMF-en* Bolyai János Matematikai Társulat Rátz László Vándorgyűlése, Pécs, 1994.
- [23.] Perjésiné Hámori I., Vigné Lencsés Á. : *A 0. évfolyamos oktatás értékelése két év tapasztalatai alapján* Foiskolák Fizika, Matematika és Számítástechnika oktatóinak XXIII. Országos Tanácskozása, Szeged, 1994.
- [24.] Klincsik M., Perjésiné Hámori I.: *Vektoranalízis muszaki, fizikai és MAPLE alkalmazásokkal címu tankönyv bemutatása* Matematika Oktatása Mérnököknek Konferencia Miskolc, 1999.
- [25.] Klincsik M., Perjésiné Hámori I.: *A vektoranalízis oktatása a MAPLE számítógépalgebrai rendszer segítségével* Matematika-, Fizika- és Számítástechnika-oktatók XIII. Országos Konferenciája Dunaujváros, 1999.
- [26.] Klincsik M., Gáspár J., Perjésiné Hámori I.: *Multimédia-fejlesztők tanfolyami anyagának Internetes feldolgozása* Számalk Média, Budapest, 2000.
- [27.] Perjésiné Hámori I., Klincsik M.: *Muszaki foiskolai matematika tananyag feldolgozása virtuális osztályok számára* Számalk Média, Budapest, 2000.
- [28.] Perjésiné Hámori I., Klincsik M.: *A Matematika III. tanításához kidolgozott tananyagcsomag bemutatása* PTE PMMFK-Jubileumi Tudományos Ülésszak, Pécs, 2000.
- [29.] Perjésiné Hámori I., Klincsik M.: *A vektoranalízis tanításához kidolgozott tananyagcsomag bemutatása* Matematika-, Fizika- és Számítástechnika-oktatók XXIV. Országos Konferenciája, Kaposvár, 2000.
- [30.] Perjésiné Hámori Ildikó: *Multimédia eszközök használata gépészmérnök hallgatók matematika oktatásában* Mandulavirágzás Tudományos Napok, Pécs, 2001.
- [31.] Klincsik M., Perjésiné Hámori I.: *Lapoda magyar multimédia szerkesztő program alkalmazása* Mandulavirágzás Tudományos Napok, Pécs, 2002.
- [32.] I. Hámori Perjési: *Application of CAS for teaching integral-transforming theorems* IS-APMEF 2002 Pécs
- [33.] Perjésiné Hámori Ildikó: *Matematikai-didaktikai problémák a számítógépalgebrai rendszerek matematika oktatásban való alkalmazása során* Foiskolák Matematika, Fizika és Számítástechnika Oktatóinak XXVI. Országos Konferenciája Szombathely, 2002.
- [34.] Sárvári Cs., Perjésiné Hámori I., Klincsik M.: *Számítógépalgebrai rendszerek használata a matematika oktatásban* Pécs Info 2002 Informatikai, Telekommunikációs Szakkiállítás és Konferencia