

Egyetemi doktori (PhD) értekezés tézisei

Téri képességek mérése és fejlesztése GeoGebrával a középiskolában

Budai László

Témavezető: Dr. habil. Hoffmann Miklós

Társ-témavezető: Dr. habil. Ján Gunčaga



DEBRECENI EGYETEM

Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2016

A kutatás előzményei

A PISA bevezette 2000-ben a keresztantervi kompetenciák fogalmát (olyan kompetenciák, melyek fejlesztése több tárgyhoz is köthető), de Magyarországon ennek feltételei 2008-tól kezdtek realizálódni a gyakorlati nevelési-oktatási folyamatban. A NAT által meghatározott, elsősorban matematikához köthető kiemelt fejlesztési területek egyike a vizuális képesség fejlesztése (térlátás, térbeli viszonyok, észlelési sebesség, mérték-becslés, rész-egész észlelés), mely képesség használata jelen van a reprodukív, konnektív és reflektív klaszterben is.

2006 óta foglalkozunk dinamikus, interaktív matematikai segédanyagok készítésével (matematikához kapcsolódódó minden témakörhöz), illetve a gyakorlatban történő felhasználásaik hatásvizsgálatával (általános iskolában). Számos matematikai szoftver (Cabri, Geometer's Sketchpad, Cinderella, Euklides, GeoGebra, Derive, Maple, Live Geometry, GEUP stb.) kipróbálását követően a GeoGebra dinamikus geometriai rendszert (DGS) választottuk a fejlesztés eszközüül, mely döntés elsősorban a tanulók, tanárok, és az oktatási intézmények szempontjai által meghatározott kritériumrendszer alapján született meg (multi platform, ingyenes, teljesen hozzáférhető bárki számára, dinamikus fejlődés, rengeteg beépülő modul, makró, programozási lehetőség számos kész segédanyag, GeoGebra Intézetek a világ minden részén, könnyű kezelhetőség stb.). Francia fejlesztők (Mathieu Blossier vezetésével) 2008-ban adtak egy új lehetőséget a GeoGebra számára: térbeli objektumok megjelenítése, és azokkal végezhető műveletek.

A GeoGebra fejlődése és a didaktikai megújulások (új kerettantervek, kompetencia alapú matematika oktatás, IKT eszközök használata,

térgeometriára szánható nagyobb időkeret) megfelelő alapot nyújtottak ahhoz, hogy minden eddiginél hatékonyabb, IKT eszközök bevonásával történő térszemlélet-fejlesztések valósulhassanak meg a mindennapi nevelő-oktató munka során.

Célkitűzések

A szakirodalom áttanulmányozását követően kapunk képet arról, hogy mennyire komplex kérdés a téri képességek fejlesztése, és mérése. Az eddigi kutatásokhoz igazodva, a NAT és kerettantervek fejlesztési céljai és követelményei figyelembe vételével célunk egy lektorált, rendszerezett dinamikus, interaktív téri képességeket fejlesztő segédanyag-rendszer kidolgozása, melyet a GeoGebra DGS-ben kivitelezünk.

Célunk az önállóan kidolgozott (majd később lektorált) középiskolai segédanyaggal való fejlesztés hatásvizsgálata, mely 5 tanév eredményeire épül, azaz lehetőségünk van végigkövetni az osztályok gimnáziumba való belépésétől (9. osztálytól) az érettségiig (12. osztályig) tett útjukat.

A középiskolai tanulók fejlesztésén kívül célunk még egy, a téri képességek mérésére irányuló dinamikus, interaktív mérőeszköz kidolgozása, mely jellegét tekintve 2D non-immervív, vagy akár immervív felhasználást is támogathatja.

Vizsgálati módszerek

Az elméleti kutatás egyik legfontosabb összetevője a témához kapcsolódó hazai és nemzetközi szakirodalom áttekintése. Ezekkel a kutatásokkal mindenképpen tisztában kell lennünk, hiszen csak így ismerjük meg a téri képességek fejlesztésének folyamatát,

irányvonalait, lehetőségeit, hiányterületeit, továbbá a már meglévő kutatási eredményekre támaszkodni is tudunk.

A gyakorlati kutatás fő irányvonala a GeoGebra alkalmazásának/alkalmazhatóságának vizsgálata saját tapasztalatok alapján, elsősorban a téri képességek fejleszthetőségére irányulva. A kutatási stratégia leíró (például tipikus tanulói nehézségek detektálása), összefüggés-feltáró (dokumentumelemzések, megfigyelés, szóbeli és írásbeli kikérdezések, interjúk, szakmai tudásmérés) és kísérleti induktív jellegű. A kísérleti induktivitás szerkezete szerint kéts csoportos kísérlet: a kísérlet során a kontrollcsoport változatlanul végezte a munkáját (fejlesztése kizárólag hagyományos eszközökkel történt), a kísérleti csoportnál pedig bekapcsoltuk a GeoGebrát, mint független változót. A kísérlet természetes körülmények között zajlott (valós tanórák, nem laboratóriumi körülmények). A kísérletek megbízhatóságára vonatkozóan a következők teljesültek:

- szerkezeti kontroll: közel azonos képességű kísérleti és kontrollcsoport,
- elő- és utóvizsgálatok:
 - intézményi szintű kötelező mérések minden évfolyamra
 - téri képességek mérése: Séra-Kárpáti-Gulyás-féle térteszt (standardizálva, 2002)+MRT (mentális forgatási teszt)
 - affektív tényezők mérése: Claus-féle módosított kérdőív
- metodikai kontroll: csoportok folyamatos megfigyelése, szóbeli és írásbeli tanulói interjúk, kísérleti megfigyelések,

tanulói teljesítmények elemzése, tanulói produktumok gyűjtése, elemzése,

- matematikai kontroll: a megállapított összefüggések megbízhatóságának statisztikai úton történő ellenőrzése,
- folyamatos nyomon követés: előre nem látható, zavaró tényezők feltárása és kiküszöbölése.

Az oktatási kísérlet a következő komponensekből áll:

- Technikai előkészület: a GeoGebra, mint független változóként behozott fejlesztő eszköz alkalmassá tétele a téri képességek fejlesztésére, pontosabban térbeli objektumok megjelenítése szimulált 3D felületen, ismert komputergrafikai módszerekkel.
- Kerettantervek elemzése: matematika tantervek rövid elemzése, a minél szélesebb rálátás, illetve a kidolgozott segédanyagok tanterv-kompatibilitásának biztosítása érdekében (a segédanyagok szakmailag és módszertanilag indokolt helyen és időben történő alkalmazásának biztosítása)
- GeoGebra segédanyagok elkészítése (tervek szerint 50 munkalap), módszertani ajánlásokkal
- PISA 2012 vizsgálat rövid értelmezés: fontos a nemzetközi szintű kitekintés, összehasonlítás, illetve a feladattípusok, hiányosságok értékelő elemzése (az említett szintmérő számos esetben támaszkodik a térlátásra)
- Előzetes állapotfelmérés végzése
- Oktatási kísérlet a fentebb leírt módon, tanórai keretek között
- Utótesztelés: A fejlesztő kísérletek eredményeinek elemzése

A 2 dimenziós (non -) immerzív mérőeszköz kidolgozásának fázisai:

- Az alaprendszerünkre építve egy már meglévő statikus, standardizált téri képességeket mérő tesztsor adaptálása dinamikus, interaktív környezetbe
- Az így létrehozott tesztfeladatok osztályozása a téri képességek alapján
- Pilot tesztelés
- Visszacsatolás, további teendők megállapítása

Eredmények

Kidolgoztunk egy segédanyag-rendszert, mely célirányosan a téri képességek fejlesztésére irányul, módszertani javaslatokkal kiegészítve. Az eddigi, téri képességeket fejlesztő GeoGebrás segédanyagokkal kapcsolatban felmerült két komoly probléma: minőségi kérdések, rendezetlenség. A segédanyagok fejlesztése és alkalmazása során igyekeztünk lektoráltatni, és rendszerezni (és meta-adatokkal ellátni) a fejlesztő anyagainkat, melyek végül elérték a kívánt eredményt.

Arra kerestük a választ, hogy egy változó paraméter, a GeoGebra beiktatása a matematikaórákba milyen hatással van a középiskolai tanulók kognitív, affektív és pszichomotorikus képességeire, illetve ezt a kutatási témához kapcsolódó szakirodalomhoz.

A kutatás során, mely 5 tanévet ölelt fel, a feltett hipotéziseinkre a következő válaszokat kaptuk:

1. hipotézis: A GeoGebra DGS alkalmazása a matematikaórán növeli a hallgatók motivációs bázisát (elsősorban a belső motivációt).

A Claus-féle kérdőív, és tanulói interjúk, illetve tapasztalataink alapján a következő eredményekre jutottunk:

- a tanulók közel 80%-a szereti használni a számítógépet (GeoGebrát) a matematikaórán
- tanulói beszámolók (és tapasztalataink) alapján a feladat megértését elősegítheti a GeoGebra
- a GeoGebrát használók körében szignifikánsan nagyobb azok aránya, akik kedvelik (megkedvelték) a matematikát ($\alpha=0,05$ szignifikanciaszinten)

Az 1. hipotézisünk helytállónak bizonyult.

2. hipotézis: A GeoGebra DGS-ben kidolgozott matematikadidaktikai eszközrendszerrel kiegészített téri képességek fejlesztése a középiskolai évfolyamok jó térlátással rendelkező tanulói esetében eredményesebb, mint kizárólag a hagyományos eszközökkel történő fejlesztés.

A kognitív képességek fejlődésének vizsgálatára használt teszt 2 faktort (rekogníció, manipuláció), és ezeken belül összesen 10 tevékenységet vizsgált. Bizonyos tevékenységek esetében nem mutatott szignifikáns különbséget ($\alpha=0,05$ szignifikanciaszinten) a fejlődésben a kísérleti csoport, de a rekogníciós, illetve a manipulációs faktort egészében vizsgálva már szignifikáns a különbség.

A 2. hipotézisünk a tehetségesebb tanulókra vonatkozik, pontosabban egy jó tanulót a GeoGebra még inkább jobbá tehet. A kapott eredmények szűkítése a tehetségesebb tanulókra összhangban van a minta egészére kapott eredményekkel.

A 2. hipotézisünk helytállónak bizonyult.

3. hipotézis: A GeoGebra DGS-ben kidolgozott matematikadidaktikai eszközrendszerrel kiegészített téri képességek fejlesztése a középiskolai évfolyamok kevésbé jó tér látással rendelkező tanulói esetében eredményesebb, mint kizárólag a hagyományos eszközökkel történő fejlesztés.

A 2. hipotézisünkhöz hasonló módon, a kapott eredmények szűkítése a kevésbé jó tér látással rendelkező tanulóakra összhangban van a minta egészére vonatkozó eredményekkel, azaz a kevésbé jó tér látással rendelkező tanulók esetében hatékonyabb fejlesztést tudunk elérni az új módszerrel.

A 3. hipotézisünk helytállónak bizonyult.

4. hipotézis: A már meglévő, hagyományos papír-ceruza alapú téri képességeket mérő tesztsorok adaptálhatóak a GeoGebra dinamikus 3D környezetébe (technikailag kivitelezhető).

A hipotézis elsősorban a technikai megvalósításra vonatkozik. Azt tapasztaltuk, hogy a statikus tesztek bármelyike átültethető dinamikus környezetbe, ennek jelenleg technikai akadályja nincs. Megjegyzendő azonban, hogy bizonyos típusú feladatok esetén az adaptáció, mint mérőeszköz létjogosultságát veszti, ugyanis elképzelhető, hogy a dinamikus, interaktív felület miatt a megoldás azonnal adódik. Az ilyen jellegű feladatok gyakorlásra lehetnek alkalmasak.

A 4. hipotézis igaz.

5. hipotézis: A GeoGebrába adaptált tesztsorok ugyanazt a képességet mérik le, amit a nekik megfelelő statikus teszt.

Mivel itt egy új mérőeszköz kidolgozásáról van szó, ami egy már meglévő tesztsor alapján készült, így szükséges elvégezni egy kongruens-validitás vizsgálatot, melynek részét képezi a tesztsor

objektivitás, validitás, reliabilitás, valamint komfortibilitás vizsgálata is.

Az eredmények a pilot-tesztelés alapján azt mutatják, hogy bizonyos dinamikus tesztfeladatok nem ugyanazt a részképességet mérik, mint a nekik megfelelő, statikus párjuk.

Az 5. hipotézist elvetjük.

A nevelési-oktatási kísérlet, és hatásvizsgálaton kívül aktív résztvevőként voltunk jelen a GeoGebra 5.x fejlesztésénél (GEOMATECH projekt). Mivel magyar részről nem volt szükség a programkód fejlesztésére, így a francia fejlesztőkkel való intenzív kommunikáció során fő feladatunk volt a programkódban előforduló hibák detektálása (erre a célra külön track felület létrehozva), illetve a 3D modul fejlesztőinek szakmai és didaktikai támogatása. A sikeres együttműködésnek köszönhetően 2013-2015 között hatalmas fejlődés ment végbe a GeoGebra 3d moduljában (Béta utótag elhagyása).

További kutatási tervek

Az 5. hipotézisre kapott válasz további kutatási célokat eredményez.

Célunk a közeljövőben az eddig kidolgozott dinamikus téri képességeket mérő eszköz finomítása, kiegészítése. Az említett módosítások elvégzését követően lehetőség nyílna egy NKFI pályázat keretében, hogy a Magyar Tudományos Akadémia Kognitív Idegtudományi és Pszichológiai Intézet segítségével magas szintű hatásvizsgálatokat végezzünk az említett mérőeszközre. Lehetőség adódhat a tesztelésben részt vevő tanulók MRI vizsgálatára, melyből a tevékenység során végbemenő agyi funkciókra tudunk következtetni, illetve fontosnak tartanánk még eye tracking vizsgálatokat is, mely alapján a mérőeszköz felületének optimális

elrendezésére tudnánk következtetni, ezzel is emelve a mérőeszköz objektivitási mutatóját.

Az említett vizsgálatok után szándékunkban áll egy minimum $N = 1000$ mintán való mérés megvalósítása, online felületen.



Jelölt: Budai László
Neptun kód: STJQNN
Doktori Iskola: Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola
MTMT azonosító: 10037326

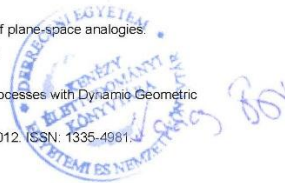
A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Időgen nyelvű tudományos közlemény(ek) hazai folyóiratban (2)

1. **Budai, L.:** Development of spatial perception in high school with GeoGebra.
Teach. Math. Comput. Sci. 11 (2), 211-230, 2013. ISSN: 1589-7389.
2. **Budai, L.:** A possible general approach of the Apollonius problem with the help of GeoGebra.
Ann. Math. et Inf. 40, 163-173, 2012. ISSN: 1787-5021.

Időgen nyelvű tudományos közlemény(ek) külföldi folyóiratban (4)

3. **Budai, L.:** Interactive dynamic tests for evaluating the development of spatial abilities in high school.
Creat. Math. Inform. 24 (2), 129-136, 2015. ISSN: 1584-286X.
4. Kárpáti, A., Babály, B., **Budai, L.:** Developmental Assessment of Spatial Abilities Through Interactive, Online 2D and Virtual 3D Tasks.
Int. J. Arts. Educ. 12, 94-124, 2014. ISSN: 2326-9944.
5. **Budai, L.:** Improving problem-solving skills with the help of plane-space analogies.
CEPS Journal. 3 (4), 79-99, 2013. ISSN: 1855-9719.
6. **Budai, L.:** Development of the Operations of Cognitive Processes with Dynamic Geometric Software.
Obzory matematiky, fiziky a informatiky. 41, 3-16, 2012. ISSN: 1335-4981.





További Közlemények

Idégen nyelvű, külföldi könyvrészlet(ek) (1)

7. **Budai, L.:** The development of disadvantaged pupils with GeoGebra.
In: Teaching Mathematics III. : Innovation, New Trend. Ed.: Martin Billich, VERBUM - Catholic University in Ruzomberok Press, Ruzomberok, 31-44, 2012. ISBN: 9786080849559

Magyar nyelvű közlemény(ek) hazai folyóiratban (5)

8. Babály B., **Budai L.**, Kárpáti A.: A térszemlélet fejlődésének vizsgálata statikus és mozgó ábrás tesztekkel.
Iskolakultúra. 23 (11), 6-19, 2013. ISSN: 1215-5233.
9. **Budai L.:** Térobjektumok megjelenítésének lehetőségei a GeoGebrával.
Dynamical Geogebra Journal. 1, 1-8, 2013. EISSN: 2248-1893.
10. **Budai L.:** Informatikai eszközökkel támogatott matematikatanítás. Tapasztalatok.
Mat. tan. (Szeged). 2, 25-32, 2013. ISSN: 1216-6650.
11. **Budai L.:** Gondolkodási folyamatok fejlesztése dinamikus geometriai szoftverrel.
Új Pedagóg. Szle. 62 (4-6), 183-191, 2012. ISSN: 1215-1807.
12. **Budai L.:** Geogebra az 5. osztályban.
Mat. tan. (Szeged). 19 (2), 27-32, 2011. ISSN: 1216-6650.

Idégen nyelvű közlemény(ek) hazai folyóiratban (1)

13. **Budai, L.:** GeoGebra in fifth grade elementary mathematics at rural schools.
Ann. Math. et Inf. 38, 129-136, 2011. ISSN: 1787-5021





Magyar nyelvű konferencia közlemény(ek) (2)

14. **Budai L.**, Kárpáti A., Babály B.: Spatial abilities: a group of basic workplace skills developed through Geogebra 3D.
In: E-learning at the work and the workplace : From Education to Employment and Meaningful Work with ICTs : EDEN Annual Conference, University of Zagreb, University Computing Centre - SRCE Zagreb, Croatia, 10-13 June, 2014. Book of Abstracts Including the Collections of "Synergy" Synopses. Ed.: António Moreira Teixeira, András Szűcs, Ildikó Mázár, European Distance and E-Learning Network, Zagreb, 50, 2014. ISBN: 9789638955951
15. Babály B., Kárpáti A., **Budai L.**: A térszemlélet fejlődésének vizsgálata statikus és mozgó ábrás tesztekkel.
In: XI. Pedagógiai Értékelési Konferencia, 2013. április 11-13. : SZTE BTK Neveléstud. Doktori Isk., Szeged, 74, 2013. ISBN: 9789633062128

A DEENK a Jelölt által az IDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudománytermetriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2016.02.23.



Ph. D. dissertation theses

Measurement and improvement of spatial abilities with GeoGebra in Secondary School

Budai László

Supervisor: Dr. habil. Hoffmann Miklós

Co-supervisor: Dr. habil. Ján Gunčaga



UNIVERSITY OF DEBRECEN

Mathematics and Computer Science Doctoral School

Debrecen, 2016

Precedents of the research

In 2000, the PISA introduced the notion of cross-curricular competence (competences which can be linked to various subjects), but its prerequisites began to be realized in the Hungarian practical education-process from 2008. One of the areas for development primarily linked to mathematics specified by NAT is the development of visual capability (stereopsis, spatial conditions, perceptual speed, degree estimation, part-whole perception), which is present in the reproductive, connective and reflective clusters as well.

We are engaged in creating dynamic, interactive mathematical auxiliary material (in every topic in the field of mathematics) and the impact assessment of their practical usage (in elementary schools) since 2006. After testing several mathematical software (Cabri, Geometer's Sketchpad, Cinderella, Euklides, GeoGebra, Derive, Maple, Live Geometry, GEUP etc.) we chose the GeoGebra dynamic geometrical system (DGS) as the tool for our development; this decision was based on the criteria set primarily by the students, the teachers and the educational institutions (multi-platform, free of charge, universally accessible, dynamic development, a vast array of plug-ins, macro programming possibility, numerous additional educational material, GeoGebra institutions all over the world, user-friendly etc.). French developers (led by Mathieu Blossier) gave a new possibility for GeoGebra in 2008: the visualization of spatial objects and their usage in various operations.

The advancement of GeoGebra and the reformation of didactics (new curricula, competence-based mathematical education, use of IKT tools, larger timeframe available for special geometry) provided a

suitable base for the realization of IKT tools-involved spatial approach developments with never-before-seen efficiency during the everyday educational process.

Objectives

Following the survey of the professional literature we get a glimpse of just how complex is the issue of development and measurement of spatial abilities. In compliance with the researches hitherto, as well as considering the developmental aims and requirements of the NAT and the curricula, our aim is to develop a reviewed, systematic, dynamic and interactive auxiliary educational material-system improving spatial abilities, carried out within the GeoGebra DGS.

Our goal is the impact assessment of the individually developed (and later reviewed) secondary school auxiliary material's practical usage, based on the results of the fifth school year, i.e. we get the possibility to monitor the classes' process all the way from their admission to secondary school (9th grade) to the final exam (12th grade).

Aside from the improvement of secondary school students, our other goal is to develop a dynamic and interactive measuring instrument aimed at the measurement of spatial abilities, which by nature might support 2D non-immersive or immersive use as well.

Research methods

One of the most crucial components of a theoretical research is the survey of the national and international professional literature regarding the given topic. We have to be fully aware of these researches, because that is the only method of getting acquainted with the development process, directions, possibilities and shortage areas

of spatial abilities, furthermore the already existing results serve as a basis for our own research.

The main direction of practical research is the usage/applicability of GeoGebra based on personal experience, mainly focusing on the development possibilities of spatial abilities. The research strategy is descriptive (for example, detecting typical learning difficulties), connection revealing (document-analysis, observation, oral- and written questioning, interviews, professional knowledge assessment) and tentative inductive in nature. The tentative inductivity is a two-unit experiment by structure: During the experiment, the members of the control group carry on with their work unchanged (development was conducted solely with conventional instruments), in the case of the experimental group we turned on the GeoGebra as a substantive variable. The experiment was conducted within natural circumstances (actual classes instead of laboratory circumstances). In respect of the reliability of the experiments the following aspects were fulfilled:

- structural control: experimental- and control group with nearly identical abilities,
- pre- and post-examinations:
 - institutional level obligatory measurements for every class
 - measurement of spatial abilities: Séra-Kárpáti-Gulyás spatial test (standardized, 2002)+MRT (mental rotation test)
 - measurement of affective factors: Clausian altered survey
- methodological control: continuous monitoring of groups, oral- and written interviews of students, experimental

observations, analysis of student's results, collection and analysis of student's products,

- mathematical control: statistical supervision of the reliability of the defined connections,
- continuous monitoring: exploration and elimination of unforeseen disturbances.

The educational experiment consists of the following components:

- Technical preparation: enabling the GeoGebra developmental instrument, introduced as a substantive variable to improve spatial, more precisely the visualization of spatial objects in a 3D interface with means of familiar computer-graphics methods.
- Analysis of curricula: short analysis of mathematical syllabi, in favor of achieving the broadest possible perspective and in order to secure the developed auxiliary educational materials' compatibility with the syllabi (securing the professionally- and methodologically valid time and place for the utilization of supporting materials)
- Creation of GeoGebra supporting materials (50 work sheets planned), with methodological references
- Short interpretation of PISA 2012 analysis: the outlook and comparison on an international level is important, as well as the evaluation of exercise types and deficiencies (the mentioned measure is based upon spatial vision on many occasions)
- Conduct of precursory health check
- Educational experiment in the above-mentioned means, within the framework of a class

- Post-testing: Analysis of the developmental experiments' results

The development phases of the 2 dimensional (non -) immersive measuring instrument:

- Adaptation of an existing static, standardized series of tests measuring spatial abilities into a dynamic, interactive environment in our foundation system
- Classification of thus created test exercises based on spatial abilities
- Pilot testing
- Feedback, assessment of further measures

Results

We worked out a system of additional materials, which is specifically targeted towards the improvement of spatial abilities, with additional methodological suggestions. So far, two major issues emerged regarding the spatial ability-improving GeoGebra additional materials: quality issues and incoherency. During the development and utilization of the additional materials we did our best to review and classify (and provide meta-data to) our developmental materials, which, in the end, have met the desired results.

We were searching for the answer to the issue of how the introduction of a variable parameter – the GeoGebra – into mathematics classes will affect the cognitive, affective and psychomotor abilities of secondary school students, attaching this to the professional literature linked to this research topic.

During the research - which included 5 school years -, we arrived at the following conclusions as answers to our hypotheses:

1st hypothesis: The utilization of the GeoGebra DGS in mathematics classes improves the motivational basis of the students (primarily the internal motivation).

Based on the Clausian survey, student interviews and our experiences we came to the following results:

- close to 80% of the students likes to use the computer (GeoGebra) on the mathematics classes
- based on students' accounts (and our experiences), the Geogebra might stimulate the comprehension of the task
- Among the users of GeoGebra, the ratio of students appreciating (or came to appreciate) mathematics is significantly higher (on a $\alpha=0,05$ significance level)

Our first hypothesis proved to be legitimate.

2nd hypothesis: The improvement of spatial abilities supplemented by the mathematical didactical instrument system developed in GeoGebra DGS brought far better results in the case of students with good spatial awareness as opposed to improvement with conventional means.

The test utilized for the examination of the improvement of cognitive abilities examined 2 factors (recognition, manipulation), and within those 10 activities altogether. In the case of certain activities the experimental group did not show significant difference in improvement (on a $\alpha=0,05$ significance level), but inspecting the recognition and manipulative factors as a whole, the difference proved to be significant.

Our 2nd hypothesis apply to the more talented students, more specifically the GeoGebra can make a good student even better. The

restriction of the given results is in correspondence with the results given by the overall model.

Our second hypothesis proved to be legitimate.

3rd hypothesis: The improvement of spatial abilities supplemented by a mathematical didactical instrument system developed in GeoGebra DGS brings better results among students with lesser spatial awareness abilities than it would with improvement utilizing only conventional means.

Similarly to our 2nd hypothesis, the restriction of the results to students with lesser spatial awareness abilities is in correspondence with the results given by the overall model, i.e. with this new method, we can achieve better improvements in the case of students with lesser spatial awareness.

Our third hypothesis proved to be legitimate.

4th hypothesis: The already existing, conventional paper- and pencil based test series measuring spatial abilities are adaptable to the dynamic 3D environment of the GeoGebra (technically executable).

The hypothesis applies primarily to the technical realization. We came to recognize that that any of the static tests can be adapted into a dynamic environment, there is no current technical hindrance to that. It is important to note, however, that in the case of tasks with certain types this adaptation loses its relevance as a measuring instrument, as it is conceivable that the dynamic, interactive interface provides an immediate solution to a task. Tasks of this type might be suitable as exercises.

The 4th hypothesis is true.

5th hypothesis: The series of tests adapted into the GeoGebra measure the same abilities as their respective static tests.

Hence we are dealing with the development of a new measuring instrument based on an already existing series of tests, it is necessary to perform a congruent validity examination, which includes the examination of the objectivity, validity, reliability as well as comfortability of these series of tests.

The results based on the pilot-testing show that certain dynamic test-tasks do not measure the same area of abilities as their respective, static pairs.

The 5th hypothesis is discarded.

Aside from the educational experiment and the effect-examination, we were active participants of the development of the GeoGebra 5.x (GEOMATECH project). Hence there was no need from a Hungarian standpoint for a development of a programming code, our main priority was to detect the errors in the coding during the intensive communication of the French developers (a separate track interface was created for this task), as well as the professional and didactical support of the 3D module developers. Thanks to the successful cooperation, there was a major improvement in the GeoGebra 3D module between 2013 and 2015 (Beta was discarded afterwards).

Further research plans

The answer to the 5th hypothesis results in further research goals.

Our aim in the near future is the refining and supplementation of the so-far developed dynamic instrument measuring spatial abilities. After these alterations there might be a possibility - within the framework of a NKFI tender – to conduct high-level effect-examinations on the

aforementioned measuring instrument with the help of the Hungarian Academy of Sciences' Institute of Cognitive Neuroscience and Psychology. There might be a possibility to examine the students partaking in the tests with MRI, out of which we can deduce the brain functions linked to the activity, moreover we would regard the eye tracking examinations in high importance as well, which would provide us data on the optimal layout of the measuring instrument's interface, further elevating the objectivity of the measuring instrument.

Following the above-mentioned examinations, we are planning the realization of a measurement on a minimum $N = 1000$ model, on an online interface.



Registry number: DEENK/44/2016.PL
Subject: Ph.D. List of Publications

Candidate: László Budai
Neptun ID: STJQNN
Doctoral School: Doctoral School of Mathematical and Computational Sciences
MTMT ID: 10037326

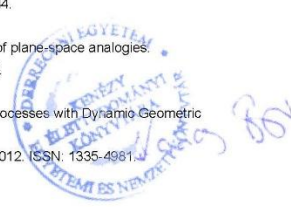
List of publications related to the dissertation

Foreign language scientific article(s) in Hungarian journal(s) (2)

1. **Budai, L.**: Development of spatial perception in high school with GeoGebra.
Teach. Math. Comput. Sci. 11 (2), 211-230, 2013. ISSN: 1589-7389.
2. **Budai, L.**: A possible general approach of the Apollonius problem with the help of GeoGebra.
Ann. Math. et Inf. 40, 163-173, 2012. ISSN: 1787-5021.

Foreign language scientific article(s) in international journal(s) (4)

3. **Budai, L.**: Interactive dynamic tests for evaluating the development of spatial abilities in high school.
Creat. Math. Inform. 24 (2), 129-136, 2015. ISSN: 1584-286X.
4. Kárpáti, A., Babály, B., **Budai, L.**: Developmental Assessment of Spatial Abilities Through Interactive, Online 2D and Virtual 3D Tasks.
Int. J. Arts Educ. 12, 94-124, 2014. ISSN: 2326-9944.
5. **Budai, L.**: Improving problem-solving skills with the help of plane-space analogies.
CEPS Journal. 3 (4), 79-99, 2013. ISSN: 1855-9719.
6. **Budai, L.**: Development of the Operations of Cognitive Processes with Dynamic Geometric Software.
Obzory matematiky, fiziky a informatiky. 41, 3-16, 2012. ISSN: 1335-4981.





List of other publications

Foreign language international book chapter(s) (1)

7. **Budai, L.**: The development of disadvantaged pupils with GeoGebra.
In: Teaching Mathematics III.: Innovation, New Trend. Ed.: Martin Billich, VERBUM - Catholic University in Ruzomberok Press, Ruzomberok, 31-44, 2012. ISBN: 9788080849559

Hungarian scientific article(s) in Hungarian journal(s) (5)

8. Babály B., **Budai L.**, Kárpáti A.: A térszemlélet fejlődésének vizsgálata statikus és mozgó ábrás tesztekkel.
Iskolakultúra. 23 (11), 6-19, 2013. ISSN: 1215-5233.
9. **Budai L.**: Tébobjektumok megjelenítésének lehetőségei a GeoGebrával.
Dynamical Geogebra Journal. 1, 1-8, 2013. EISSN: 2248-1893.
10. **Budai L.**: Informatikai eszközökkel támogatott matematikatanítás. Tapasztalatok.
Mat. tan. (Szeged). 2, 25-32, 2013. ISSN: 1216-6650.
11. **Budai L.**: Gondolkodási folyamatok fejlesztése dinamikus geometriai szoftverrel.
Új Pedagóg. Szle. 62 (4-6), 183-191, 2012. ISSN: 1215-1807.
12. **Budai L.**: Geogebra az 5. osztályban.
Mat. tan. (Szeged). 19 (2), 27-32, 2011. ISSN: 1216-6650.

Foreign language scientific article(s) in Hungarian journal(s) (1)

13. **Budai, L.**: GeoGebra in fifth grade elementary mathematics at rural schools.
Ann. Math. et Inf. 38, 129-136, 2011. ISSN: 1787-5021.





Hungarian conference proceeding(s) (2)

14. **Budai L.**, Kárpáti A., Babály B.: Spatial abilities: a group of basic workplace skills developed through Geogebra 3D.
In: E-learning at the work and the workplace : From Education to Employment and Meaningful Work with ICTs : EDEN Annual Conference, University of Zagreb, University Computing Centre - SRCE Zagreb, Croatia, 10-13 June, 2014. Book of Abstracts Including the Collections of 'Synergy' Synopses. Ed.: António Moreira Teixeira, András Szűcs, Ildikó Mázár, European Distance and E-Learning Network, Zagreb, 50, 2014. ISBN: 9789638955951
15. Babály B., Kárpáti A., **Budai L.**: A térszemlélet fejlődésének vizsgálata statikus és mozgó ábrás tesztekkel.
In: XI. Pedagógiai Értékelési Konferencia, 2013. április 11-13. : SZTE BTK Neveléstud. Doktori Isk., Szeged, 74, 2013. ISBN: 9789633062128

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of Web of Science, Scopus and Journal Citation Report (Impact Factor) databases.

23 February, 2016

