

ÖSSZEFOGLALÓ

A dolgozat a kisiskolások hosszúság és kerület fogalmának alakulásáról, alakításáról szól. Kisiskolás korban fontos matematikai, ezen belül geometriai fogalmakat készítünk elő, alapozunk meg. A hosszúság- és kerületfogalom a mindennapi életben és más tudományterületeken való alkalmazása nagy fontossággal bír. Ezeknek a fogalmaknak a tanulásához biztos mennyiségfogalomra van szükség, hogy eligazodjanak a különbözőfajta mértékegységek és váltószámaik között. A hosszúságfogalom alakításánál támaszkodtunk a gyerekek korábbi ismereteire, ezek szintjét folyamatosan vizsgáltuk. A fogalmak bevezetése előtt ellenőriztük a mennyiségállandóság kialakulásának szintjét.

A biztos hosszúságfogalom, a becslési készség jó szintje egyik fontos eleme a térszemlélet fejlesztésének is.

A hosszúság- és kerületfogalom kialakítását tevékenységgel, sok méréssel támogatva végeztük.

A témakör épülése szempontjából nem tekinthettünk el a nyelvi kommunikációs vonatkozások vizsgálatától sem. Ezt többek között a feladatlapokon a gyerekek által adott megoldások indokoltatásával és a térbeliséget kifejező szavak sokféle használatának bemutatásával kívántuk fejleszteni.

A témához kapcsolódó fogalmak épülésének vizsgálata mellett a tanításának, taníthatóságának módszereivel is foglalkoztunk.

A kutatásunk műfaja úgynevezett természetes kísérlet, mivel természetes élethelyzetekben, illetve a gyermek természetes tevékenységének folyamatában (játék, tanulás, munka) végeztük azt. A célszerűen kiválasztott természetes szituációban, gondosan kontrollált feltételek mellett olyan pedagógiai helyzetet teremtettünk, olyan oktatási módszert alkalmaztunk, amellyel a kísérletben részt vevő tanulók tantárgyi tudásszintjét egy meghatározott színvonalra kívántuk fejleszteni, és folyamatosan nyomon követtük ezeknek a teljesítményre kifejtett hatását.

Ezek alapján fogalmaztuk meg hipotéziseinket és a kutatás kérdését.

Alaphipotézisünk az, hogy a kisgyermekeknek a matematika olyan absztrakt fogalmait mint a hosszúság, kerület a számukra érdekes – a megértésig aktivizáló – konkrét gyakorlati tapasztalatszerzésen keresztül lehet kialakítani.

Feltételezésünk szerint a hosszúság fogalmának kialakulását, a mérésfogalom értését, a mértékegység és mérőszám közötti kapcsolat elsajátítását, valamint a hosszúságmérés más tudományokban és a mindennapi életben való alkalmazását elősegítik:

- a tanulók szűkebb és tágabb környezetében történő becslések, mérések végzése összeméréssel, különféle természetes és szabványmértékegységekkel, változatos munkaformában;
- a hosszúsággal kapcsolatos nyelvi ismeretek fejlesztése, tudatosítása.

A kerület fogalmának kialakulását elősegítik:

- nyitott és zárt törött és görbe vonalak hosszának meghatározásai;
- háromszögek, téglalapok, négyzetek alkotása konkrét tevékenységekkel;
- a sokszögek oldalai hosszának és azok összegének meghatározása, amellyel azt hangsúlyozzuk, hogy a kerület hosszúságjellegű mennyiség;
- valamint a kerület kiszámításának többféle módon való lejegyzése.

Ehhez kapcsolódó **kutatási kérdés.**

A környezetünkben való becslésekkel, mérésekkel, nyitott és zárt töröttvonalak rajzolásával és hosszuk meghatározásával, sikerül-e a gyerekeket kellőképpen motiválni a témakör tanulására, valamint kellő tevékenységgel támogatva a kerületfogalmat meg tudjuk-e alapozni megfelelően?

A dolgozat **3. fejezetében** a kutatás témájának történeti hátterét ismertettük.

Bemutattuk a méter kialakításának történetét, definícióinak változásait és a magyar hosszúság-mértékegységek történeti fejlődését. Ismertettük a korabeli tankönyvek mértékekre és mérésekre, illetve a mértékváltásokra vonatkozó módszertani utalásait – a teljesség igénye nélkül.

A régi magyar mértékegységek és térbeliséget kifejező szavak a magyar népmese és mondavilágban jelentős szereppel bírnak. Megismerésük, megismertetésük egyik fontos eleme volt a kísérleti tanításnak.

A **4. fejezet** a kutatás témájához kapcsolódó, matematikai ismeretek egy rövid elemzését tartalmazza. Ennek kifejtésében elsősorban Kovács Zoltán, Hajós György és Hans Freudenthal munkáira támaszkodtunk.

A hosszúság metrikus alapozása lényeges része a dolgozatnak, annak szükségessége végig nyomon követhető abban. Ennek kidolgozásában elsősorban Kovács Zoltán munkáira támaszkodtunk.

A törött- és görbe vonalak hosszúságának, a sokszögek, síkidomok kerületének meghatározása a dolgozat fő célja, aminek elméleti alapját főként a Hajós György által adott definíciók, tételek képezik.

A hosszúságokon értelmezett műveletek a téma matematikai és hétköznapi ismereteinek kapcsolatát mutatják be.

Az elméletben ismertetett fogalmak, tételek hozzájárultak a fejlesztés témaköreinek szakmailag pontosabb kidolgozásához, matematikai megalapozásához.

Az **5. fejezet** a kutatáshoz kapcsolódó didaktikai háttérismereteket, pedagógiai és pszichológiai vonatkozásokat tartalmazza.

A kutatás kidolgozásának szempontjából fontosnak tartottuk a reformpedagógiai irányzatok áttekintését. Figyelembe vettük mind a hazai, mind a nemzetközi törekvéseket.

A realisztikus matematikaoktatás fő jellemzőit, a fokozatos matematizálást és a modellek szerepének hangsúlyozását is figyelembe vettük a kísérleti tanítás tervezésénél. A tanítási folyamat legfontosabb tényezőjének a tanulót tekintettük, a tanulás elméletét és gyakorlatát új alapokra kívántuk építeni. A konstruktivizmus elmélete szerint a már meglévő ismeretek, szemléletmódok, a kognitív modellek irányítják az új tudás felépítését, amelyet mindenkinek magának kell megkonstruálnia. A tudásépítés személyes aktivitást igényel, a kísérleti tanításban a reformpedagógiák teljes eszköztára megjelent. Csoportmunkák, projektek, esettanulmányok, viták szerveződtek a tanórákon és azokon kívüli tanulási helyzetekben.

Nagy hangsúlyt helyeztünk a magyar reformerek által hangsúlyozott matematikaoktatással kapcsolatos megállapításokra, elméletekre. Végigvezettük ezeknek vizsgálatát Maróthi Györgytől (ő írta az első olyan tankönyvet, amely példákat és magyarázatokat tartalmazott) kezdve egészen napjainkig.

Vizsgáltuk a matematika tantervek fejlődését, és felhasználtuk azok eredményeit a kísérlet tervezésénél.

A gyermeki gondolkodás jellemzőinek vizsgálatát elsősorban Piaget, a fogalomalkotás folyamatának algoritmusát többek között Skemp elméletére támaszkodva terveztük és elemeztük. A hosszúságfogalom kialakításánál az észlelési konstanciák és műveleti megőrzések szintjének megállapításánál Piaget és Freudenthal elméletét tekintettük irányadónak.

A hosszúságmérés tanításánál nehézséget jelent az is, hogy iskolába lépéskor óriási különbségek lehetnek az egyes gyerekeknek a nyelvhasználat szintjében. Nagy előnnyel kezdik azok tanulók a „tudományos” munkát, akik nyelvileg fejlettebb környezetből indulnak az iskolába, ők szavakkal is ki tudják fejezni magukat. Fontos részét képezi a dolgozatnak a hosszúsághoz kapcsolódó térbeli kifejezések használatához, a becslések végzéséhez és a megoldások indoklásához szükséges nyelvi szint vizsgálata, s az ehhez szükséges elméleti vonatkozások áttekintése.

A **6. fejezetben** bemutatjuk dolgozat tantervi, tantárgyi háttérét. A kísérleti munkánk tervezésénél figyelembe vettük a NAT által kiemelt fejlesztési feladatokat. Vizsgáltuk a NAT fejlesztési területeinek kapcsolódását a hosszúság és kerület fogalmának kialakításához, a tanításánál alkalmazott tevékenységek végzéséhez.

A kerettantervek elemzésével és összehasonlításával azt érzékeltettük, hogy bár az egyes kerettantervek másképpen strukturálták, dolgozták ki a tanítandó anyagot, de mindegyik megegyezik abban, hogy a mérések tanítását a többi témakörben is szerepelteti.

Fontosnak tartottuk a téma cross-culiculáris aspektusainak bemutatását is. Áttekintettük, hogy a hosszúság- és kerületfogalom milyen szinten és milyen mélységben kapcsolódik a többi műveltségterülethez.

A **7. fejezetben** az oktatási környezetet, az iskolát mutattuk be és röviden jellemeztük a kísérleti oktatásban részt vett tanulókat.

A **8. fejezetben** részletesen bemutatjuk a kutatás folyamatát, ez három főrészből áll: a kutatás tervezése előtti mérést; maga a kutatási terv; a kísérleti tanítás.

A kutatás előtti mérőlap értékelése, amely a régi magyar mértékegységek és a szabványmértékegységek és azok közötti összefüggésekre irányult. A mérőlapot két iskola egy-egy negyedik osztálya töltötte ki, mindkét osztályba járó gyerekeket átlagos képességűnek tartotta az osztály tanítója. Ezeknek a mérőlapoknak az eredményessége befolyásolta, az iskolaválasztást és a kísérleti tanítás tervezését. A tesztet 2003 őszén töltötték ki a gyerekek, s a kísérleti tanítás 2004 tavaszán kezdődött.

A kísérleti tanítást hat ciklusra terveztük, az első ciklus foglalkozásai a tanítási órák terhére történtek, de második osztálytól kezdve a délutáni napköziben tartottuk azokat.

A hat ciklusban való tanítást ugyanabban az osztályban végeztük, első osztálytól negyedik osztályig követtük nyomon a gyerekeknek a hosszúság- és kerületfogalom, a becslési készség szintjének és a térbeliséget kifejező szavak használatának alakulását.

A ciklusokban tervezett elsajátítandó ismeretek az alábbiak szerint alakultak:

1. ciklus

- régi magyar hosszúságegységek bevezetése a magyar népmesék alapján (öl, rőf, arasz, láb);

- szabványmértékegységek (méter, deciméter, centiméter) bevezetése;
 - mérések, becslések végzése.
- 2. ciklus**
- hüvelyk, és a képzelet fejlettebb szintjét igénylő mérőföld bevezetése;
 - becslések, mérések végzése a gyerekek tágabb környezetében;
 - görbe vonalak hosszának meghatározása;
 - téglalapok, négyzetek alkotása kötelekből a tanteremben és az iskolaudvaron.
- 3. ciklus**
- becslések, mérések végzése;
 - töröttvonalak rajzolása szóbeli utasítások alapján ,és hosszuk meghatározása;
 - háromszögek, négyzetek és téglalapok alkotása szívószálakból;
 - sokszögek oldali hosszának és azok összegének meghatározása.
- 4. ciklus**
- becslések mérések végzése;
 - töröttvonalak rajzolása írásbeli utasítások alapján;
 - téglalapok kerületének meghatározása többféle módon;
 - téglalapok alkotása különböző sokszögek átdarabolásával;
 - a hosszúság kifejezéséhez alkalmazható térbeliséget kifejező szavak értelmezés.
- 5. ciklus**
- térbeliséget kifejező szavak kifejezések alkalmazása szűkebb és tágabb környezetünkben;
 - a négyzet és téglalap kerületének többféle meghatározása, annak szimbólumokkal történő lejegyzése;
 - nagyobb, magasabb objektumok becslése.
- 6. ciklus**
- a különböző térbeliséget kifejező szavak és a hosszúság-mértékegységek más tudományterületek való alkalmazása;
 - távolságok, magasságok, hosszúságok stb. becslése, mérése a valóságban, térképen és kép alapján;
 - a téglalap és a négyzet kerületének meghatározása képlettel;
 - mértékegységek kapcsolatának tudatosítása.

Minden ciklus végén az elsajátított ismeretek szintjét mérőlapokkal, tesztekkel, esetleg interjúkkal vagy csoportos beszélgetésekkel értékeltük.

A második ciklustól kezdve a tanítás megkezdése előtti diagnosztizáló teszttel egyrészt az ismeretek tartósságát, másrészt a fejlesztendő területek elsajátításához szükséges ismeretek szintjét ellenőriztük.

A **9. fejezetben** a fejlesztő kísérlet eredményességét elemeztük, áttekintettük a hipotéziseket választottunk a kutatási kérdésre.

Megállapítottuk, hogy

- a csoportos és páros méréseknek hatására a tanulók becslési készsége sokat fejlődött a négy év során;
- a sok mérés és becslés, a mérés eredményeinek közös megvitatása, elemzése ellenére sem alakult ki a tanulók nagy részénél a hosszabb és a magasabb tárgyak reális becslése;
- a gyerekek ismerete a hosszúság-mértékegységek körében jó szintűnek mondható, melyet a feladatlapok értékelései is alátámasztanak;

- a tárgyak térbeliségét kifejező szavak matematikai és kifejezések matematikai és hétköznapi értelmezésénél, azoknak a becsléseknél való használatában is fejlődés tapasztalható;
- a töröttvonalak rajzolásánál a harmadik ciklus végére szinte alig akadt olyan tanuló, akinek gondja volt az irányokkal;
- a töröttvonalak hosszának meghatározásánál egyre többen használták a vonalzót még akkor is, ha négyzethálón adtuk meg az alakzatokat;
- a vonalzó, mint mérőeszköz használata sokat javult a páros foglalkozások során, csupán egy-két gyerek felejtette el, hogy a mérésnél nem a vonalzó szélétől vagy az egységtől kell a kezdeni a mérést;
- a szívószálakból való alkotásoknál a négyzet és téglalap és a háromszög több tulajdonságát felfedezték a gyerekek;
- a sokszögek kerületének meghatározását a tesztlapok kitöltésének értékelése alapján jó szintűnek tekinthetjük, amelyre a továbbiakban is lehet építeni.

A fentiek alapján úgy véljük, hogy a hipotézisünk reális volt, s a kutatási kérdésre is pozitív választ adhatunk. A válasz tükröződik az elért eredményekben.

A kísérleti tanításnál tapasztaltak alapján a **10. fejezetben** néhány konklúziót fogalmaztunk meg:

- A tanulóknak már iskolába lépés előtt jelentős mennyiségű ismereteik vannak az anyagi tárgyak nagyságáról, ezek közötti kapcsolatokról, amelyeket eredményesen be lehet kapcsolni az oktatásba.
- A rádióban, tévében, otthon, az utcán, az iskolában, a mesékben számos olyan kifejezéssel találkozhatnak a tanulók, amelyek a tárgyak alakjára, helyzetére, tulajdonságaira, egymáshoz való viszonyaikra vonatkoznak. Ezzel sok geometriai szakkifejezést sajátíthatnak el, bár sokszor nem egészen értik ezek jelentését, vagy pedig hamis fogalmuk alakul ki róluk. Az iskolában a tanár dolga, hogy a gyerekek már meglévő geometriai fogalmait helyes tartalommal töltse meg.
- A tanulók mérési készségének fejlesztésére irányuló tananyag tervezése során gondoskodni kell arról, hogy kialakítsuk a geometriai mennyiség fogalmát, s ezt az ismeretet használjuk fel a szám fogalmának, a számokkal való műveletek tulajdonságainak tanulása során. Mindezeket szorosan hozzá kell kapcsolni az alakzatok tanításához.
- Fontos, hogy a tanulók különböző mérőeszközökkel ismerkedjenek meg, és jártasságot szerezzenek azok használatában.
- A méréshez kapcsolódó ismeretek tanítása során törekedni kell arra, hogy az itt szerzett tudás alkalmazható legyen az oktatás más területein.
- A gyerekek becslési készségének fejlesztése folyamatos feladat, különösen nagy jelentősége van a mindennapi életben és a térszemlélet fejlesztésében.
- A tanulók nagy része még második osztályban is elég nehezen tud egyszerű mértékváltásokat végezni. Pl. minden gyerek tudta, hogy $1\text{ m} = 10\text{ dm}$, de amikor 5 métert kellett kifejezni deciméterekben, elég sok gyereknek volt gondja. Csak azokat az átváltásokat végzik könnyen, amelyeket korábbi tevékenységeik során megtapasztaltak. Első osztályban átváltások végzésére még nagyon kevés gyerek érett, de még a másodikosoknak is nehézséget okoz a mértékegység és a mérőszám fordított arányú változásának megértése.
- Több szóbeli indoklásra, beszélgetésre van szükség a tanítás folyamán, hogy az esetleges hibák, fogalmi pontatlanságok időben kiderüljenek.