

DEBRECENI EGYETEM  
INFORMATIKAI KAR

SEJTAUTOMATÁK SZOCIODINAMIKAI  
ALKALMAZÁSAI

Témavezető:

Dr. Kun Ferenc

Egyetemi adjunktus  
Elméleti Fizikai Tanszék

Készítette:

Kocsis Gergely

Programtervező matematikus  
Informatikai Kar

DEBRECEN

2007

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezető</b>	<b>3</b>
1.1. Motiváció . . . . .	3
1.2. Irodalmi áttekintés . . . . .	4
1.3. A munka célja . . . . .	6
<b>2. A modell</b>	<b>7</b>
<b>3. Időfejlődés-dinamika</b>	<b>9</b>
<b>4. Analitikus vizsgálatok átlagtér közelítésben</b>	<b>12</b>
<b>5. Időfejlődés lokális kölcsönhatás esetén</b>	<b>14</b>
5.1. Analitikus eredmények . . . . .	14
5.2. Számítógépes szimulációk négyzetrácson – sejtautomata . . . . .	14
5.3. Technológiák elterjedése – extrém statisztika . . . . .	16
<b>6. A szociális hálózat topológiájának szerepe</b>	<b>20</b>
6.1. Realisztikus szociális hálózatok . . . . .	20
6.2. Kis-világ tulajdonságú hálózatok . . . . .	20
6.2.1. Klaszterezettségi együttható . . . . .	21
6.2.2. A Watts-Strogatz modell felépítése . . . . .	22
6.3. Skálafüggetlen hálózatok . . . . .	23
6.3.1. Skálafüggetlen hálózat generálása . . . . .	23
6.4. Szimulációk Watts-Strogatz modellen és skálafüggetlen hálózaton . . . . .	25
<b>7. Az egyszolgáltató modell összevetése valós példával</b>	<b>28</b>
<b>8. Analitikus vizsgálatok több szolgáltató esetén</b>	<b>32</b>

<b>9. A többszolgáltató rendszer vizsgálata számítógépes szimulációval</b>	<b>36</b>
9.1. Több szolgáltató jelenlétének hatása a rendszer által elért átlagos technológiai szintre . . . . .	36
9.2. A rendszer viselkedése szolgáltatók közti verseny mellett . . . . .	39
9.2.1. A szolgáltatók által nyújtott előnyök . . . . .	39
9.2.2. Szimulációk nem-kiegyenlített verseny esetén . . . . .	40
<b>10. Diszkusszió</b>	<b>45</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>49</b>

# 1. fejezet

## Bevezető

### 1.1. Motiváció

A háztartási gépektől az audiovizuális, számítástechnikai és telekommunikációs eszközökön át a különböző közlekedési eszközökig számos technológiát használunk, melyek nélkül mindennapi életünk elképzelhetetlenné válna. Az elmúlt néhány évben a kutatásnak és innovációnak köszönhetően a technológiai fejlődés felgyorsult. Szinte évente tapasztalunk újításokat az egyes technológiai területeken, amelyeket 5-10 évente paradigma váltások is kísérnek.

Függetlenül az egyes technológiák jellegétől, elterjedésük a társadalomban általános jellemzőket mutat: eleinte természetesen az új technológiát kevesen használják, majd a hozzá tartozó felhasználók száma növekedést mutat a régebbi technológia rovására s egy idő után telítődik vele a rendszer, tipikusan egy  $S$  alakú görbét leírva. Természetesen ugyanannak az igénynek a kielégítésére általában több különböző minőségű technológia áll rendelkezésünkre a piacon, amelyek közül valamilyen döntési mechanizmus alapján választunk. Például mobil kommunikációra használhatunk SMS, MMS, GPS, vagy akár Videofon jellegű szolgáltatásokat nyújtó készülékeket is, amelyek technológiai színvonala nyilván eltérő, s piaci elterjedésük az idő függvényében változik. Hasonló a helyzet a számítástechnika esetében is, ahol ráadásul külön beszélhetünk az egyes alkotó elemek (memória, háttértár, grafikus vezérlő, processzor) technológiai szintjéről is.

Egy társadalmi-gazdasági rendszer technológiai fejlődése részben az által valósul meg, hogy a fejlettebb minőségű technológiák elterjednek, s a régebbi, alacsonyabb minőségű

technológiák eltűnnek a rendszerből. Természetesen az is elképzelhető, hogy egy újonnan kifejlesztett minőségibb technológia nem váltja be a hozzá fűzött reményeket, és nem tud elterjedni. Erre volt példa a közelmúltban a RAMBUS technológia számítógép memóriáknál, ami végül teljesen eltűnt a piacról. Nem bizonyos tehát, hogy a magasabb technológia minden esetben, s mindig ugyanolyan feltételek mellett jut el addig, hogy dominánssá váljék a piacon.

„Hogyan terjed el és egyáltalán el tud-e terjedni egy fejlettebb, minőségi technológia a környezetében jelen lévő nagy mennyiségű, alacsonyabb színvonalú technológia mellett, azaz győzhet-e a minőség a mennyiség fölött?” – Erre a kérdésre keressük a választ egy olyan modell megalkotásával, melyben az egyedek bonyolult, de jól definiált viselkedésforma, döntési mechanizmus szerint választják ki, hogy milyen technológiai szintű termékre váltsanak, illetve vegyenek át a velük kapcsolatban lévő egyedektől [12].

## 1.2. Irodalmi áttekintés

Társadalmi-gazdasági rendszereket vizsgálva felismerhető, hogy bár az emberi viselkedés egyéni és személyre szabott, emberek egy csoportja a legtöbb esetben olyan kollektív tulajdonságokat mutat, mint az egyéni gondolkodástól teljesen mentes részecskék rendszerei. Ez a felismerés az elmúlt évtizedekben egyre inkább kibontakozni látszó kapcsolatot teremtett a fizika, és más tudományágak között, ideértve a közgazdaságtant, a szociológiát, politológiát és számos más olyan területet, ahol nagyszámú egyed kollektív viselkedését vizsgáljuk.

Az ilyen rendszerek közös kérdése, hogy az egyedek különálló mikroszkopikus viselkedése, milyen módon és mennyire befolyásolja a rendszer makroszkopikus viselkedését, azaz az egyed viselkedése hogyan hat a csoportra. Az első ilyen jellegű vizsgálatokat közel egy évszázada végezte French a szociológiában [5], amelyet aztán kiterjedt kísérleti és elméleti tanulmányok követtek. Később felismerték, hogy a fizikában a komplex rendszerek viselkedése, fázisátalakulások és kritikus jelenségek számos analógiát mutatnak a szociodinamikai rendszerrel. A kritikus pont közelében ezek a rendszerek a mikroszkopikus kölcsönhatásoktól független, univerzális tulajdonságokat mutatnak, amelyek háttérben a rendszer alkotóelemeinek kollektív viselkedése áll.

A fizikában az Ising modell volt az első, fázisátalakulások leírására bevezetett modell,

amely az említett analógia miatt számos alkalmazást nyert a fizikán kívül is. [12, 14]

A szociológiai rendszerek leírására jó példa Katarzina Sznajd-Weron véleményterjedést modellező USDF (United we Stand, Divided we Fall) rendszere, melyet a későbbiekben Sznajd-modellként emleget az irodalom. A modellben rácson elhelyezett egyedek között két vélemény verseng egymással. Az egyedek változtathatják véleményüket a szociális környezetükben uralkodó többségi vélemény alapján. A modell időfejlődése tipikusan olyan végállapotba vezet, amelyben az egyik vélemény uralkodóvá válik. Az elmúlt években a Sznajd-modellnek számos variánsát dolgozták ki, amelyek alkalmasnak bizonyultak politikai, és marketing folyamatok hatékony modellezésére is [2, 7, 8].

A technológiai fejlődés két fő lépését lehet megkülönböztetni: innováció, ami új technológiák létrejöttét jelenti valamilyen kutatás-fejlesztés tevékenység eredményként [5], és a terjedés, ami technológiák versengését, technológiai szintek adaptálását, vagy kihalását takarja. Az irodalomban számos tanulmány foglalkozik az innováció folyamatának, tehát új technológiák létrejöttének elemzésével. A közelmúltban Silverberg és Verspagen javasolt egy nagyon érdekes modellt, amely egy új technológia létrejöttét egy határfelületnek a „találmányok véletlenszerű terében” történő mozgásával írja le. A modell alapkonceptiója, hogy az innováció több, sokszor egymástól távoli tudományterületen megszületett ötlet, találmány összekapcsolása révén valósul meg [13]. Az innováció effajta megközelítése egészen újszerű a területen, s bár a modell alapgondolata végül is más irányba vezet, mint a mi megközelítésünk, a munka mindenképp mintaértékű lehet hasonló kutatások elvégzésekor.

A technológiák elterjedésének modellezése kis elvonatkoztatással felfogható a rendszerben szereplő egyedek egyfajta véleményformálásának is. Az hogy a rendszerben szereplő egyedek milyen terméket kezdenek el használni több módon befolyásolható [7]. A véleményformálási modellek azonban nem hozhatók analóg kapcsolatba technológiák terjedésével, még kevésbé egy olyan modellel, melyben nem a klasszikusan használt innováción keresztüli megközelítést alkalmazzuk.

Az általunk vizsgálni kívánt folyamatokhoz leginkább hasonlókkal Ruitz et. al. cikkében találkozhatunk [11], ahol az országok technológiai fejlődésének és az országon belüli K&F tevékenység kapcsolatát elemzik. A modell mozgatórugója itt már egyfajta kapcsolat az egyedek között, azonban a megközelítés túl specifikus ahhoz, hogy általánosan

alkalmazható legyen technológiák terjedésének modellezésére.

Új technológiák terjedésének elméleti vizsgálatára tehát egy új modellt kell létrehozunk, melyben az egyedek lehetőséget kapnak a nekik legmegfelelőbb technológiai érték kiválasztására valamilyen döntési mechanizmus szerint. Vizsgálataink olyan technológiákra vonatkoznak, amelyek használatában, és így elterjedésében domináns szerepet játszik a technológiát használó egyedek kölcsönhatása. Ilyen rendszerre példa lehet a mobiltelefonok használata által az emberek között kialakult kommunikációs hálózat. Itt ugyanis nagymértékű befolyásoló tényező egy adott technológiai szintű telefon választásánál, hogy a kommunikációs (azaz kölcsönható) partnerek többsége mit használ. Ha például egy közösségben sok embernek van MMS képes telefonja akkor a többi telefon használó is előbb-utóbb MMS képes telefonra vált. Ha azonban valaki úgy rendelkezik például videofon képességű telefonnal, hogy nincs hasonló technológiai szintet képviselő ismerőse, akkor valószínű, hogy ő is túl ad rajta, és olyan típust választ, mint a többség.

### 1.3. A munka célja

A diplomamunka keretében célunk egy az eddigieken túlmutató szociodinamikai modell megalkotása technológiák elterjedésének vizsgálatán keresztül. A modell elemei egyedek, amelyek egy döntési mechanizmus alapján átvehetik, vagy elutasíthatják a kölcsönható partnereik által használt technológiákat. Modellünk a technológiai fejlesztések elterjedésében a „másolás” fontosságát hangsúlyozza, ami például telekommunikációs technológiák esetén különösen indokolt.

Matematikai szempontból a modell egy sejtautomata, amelynek átfogó mikroszkopikus és makroszkopikus jellemzése csak számítógépes szimulációval lehetséges, analitikus számításokat csak egyszerűsítő feltételek mellett végezhetünk. Munkánk legfontosabb eredményeként meghatározzuk, hogy milyen feltételek mellett tud egy fejlett technológia elterjedni egy gazdasági-társadalmi rendszerben, továbbá kimutatjuk, hogy több szolgáltató versengése a rendszerben növeli a fejlettebb technológiák elterjedésének esélyeit.

## 2. fejezet

### A modell

Modellünkben nagyszámú egymással kölcsönhatásban álló egyedet feltételezünk, akik különböző technológiai szintű termékkel rendelkeznek. A technológiai szinteket egy 0 és 1 közé eső  $\tau$  valós szám írja le. Minél nagyobb ez a szám, annál magasabb a technológiai szint. Véletlenszerű kezdőállapotot feltételezünk, azaz a kezdeti technológia szintje a rendszerben 0 és 1 között egyenletes eloszlást követ. A különböző technológiai szintű termékeket az egyedek egymással való kommunikációra használják, ami költségeket eredményez. Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a költségeket a kommunikációs partnerek által használt technológiák inkompatibilitása okozza. Modellünkben az inkompatibilitásnak a következő két forrását különböztetjük meg: Különböző fejlettségi szintű technológiák használata költséget indukál, amely monoton függvénye a technológiai szintek különbségének. A gyártók által kifejlesztett technológiák a felhasználókhöz különböző szolgáltatókon keresztül jutnak el. A különböző szolgáltatók által ellátott egyedek közötti kommunikáció azonban további nehézségekkel jár ugyanis ez további inkompatibilitást, így költséget okoz.

Feltételezzük, hogy a piacon két szolgáltató van jelen, és minden egyed valamelyik szolgáltatóhoz tartozó terméket használ. Ezt egyedenként egy  $s$ -sel jelölt változó írja le, melynek értéke vagy  $-1$ , vagy  $+1$  attól függően, hogy melyik szolgáltatóhoz tartozik az egyed által használt termék. A szolgáltatók közötti inkompatibilitás szintén költségként jelentkezik, melynek értéke a technológiai szintektől független  $\Delta$  konstans különböző szolgáltatók között, míg egy szolgáltatón belül 0. Ezek alapján tehát az  $i$  egyed  $j$ -vel való kölcsönhatásának/kommunikációjának összköltsége

$$c(i, j) = a|\tau_i - \tau_j| + \frac{1}{2}\Delta(1 - s_i s_j) \quad (2.1)$$

alakba írható. Ahogy látható, a költségfüggvény első tagja technológiai szintek különbségétől, míg a második tag az egyedek szolgáltatóitól függ, azaz a teljes költséget a kétféle inkompatibilitásból származó költség egyszerű összegeként állítjuk elő. Fontos hangsúlyozni, hogy a  $c(i, j)$  költségfüggvény nem feltétlenül pénzben kifejezhető költséget jelent, tehát telekommunikációs technológiák esetén nem azonos a telefonszámlával. A költségfüggvény a vizsgált technológia használatakor felmerülő nehézségeknek ad egy mérőszámot amelynek nem csak pénzügyi vonatkozásai lehetnek. Az egyenlet szerkezete azt is mutatja, hogy feltételezésünk szerint az azonos technológiai szintű egyedek kommunikációja (kölcönhatása) problémamentes, azaz nem okoz plusz nehézséget (költséget), feltéve, hogy az egyedek azonos szolgáltatóhoz tartoznak

$$c_{tech}(i, j) = 0, \quad \text{ha} \quad \tau_i = \tau_j. \quad (2.2)$$

A fenti egyenletben szereplő  $a$  paramétert úgy kell beállítani, hogy egy egyed számára előnyösebb legyen magasabb technológiai szinten lenni a környezeténél, mint fordítva, azaz az egyenlet adja vissza azt az általános tulajdonságot, hogy egy egyed számára mindig előnyösebb fejlettebbnek lenni környezeténél, mint egyedül szerepelni alacsonyabb technológiai szinttel, míg a szomszédok magasabb technológiát képviselnek. Ennek megfelelően az  $a$  paraméter két értéket vehet fel  $\tau_i - \tau_j$  előjelétől függően.

$$a = \begin{cases} a_1, & \text{ha } \tau_i > \tau_j \\ a_2, & \text{egyébként} \end{cases} \quad \text{továbbá } a_1 < a_2 \quad (2.3)$$

Az egyszerűség kedvéért a  $\Delta > 0$  paramétert konstans értékűnek tekintjük.

Egy egyed kölcsönhatásának összköltsége úgy adható meg, hogy összeadjuk a szociális partnereivel való kölcsönhatások költségeit. Az  $i$  egyedre vonatkoztatott összesített költség tehát  $n$  kölcsönható partner (szociális kapcsolat) esetén

$$c(i) = \sum_{j=1}^n c(i, j). \quad (2.4)$$

Modellünk tehát olyan közösségeket preferál, amelyben az egyedek azonos technológiai szintet képviselnek, és azonos szolgáltatóhoz tartoznak. Kommunikációjuk ekkor problémamentes.

## 3. fejezet

# Időfejlődés-dinamika

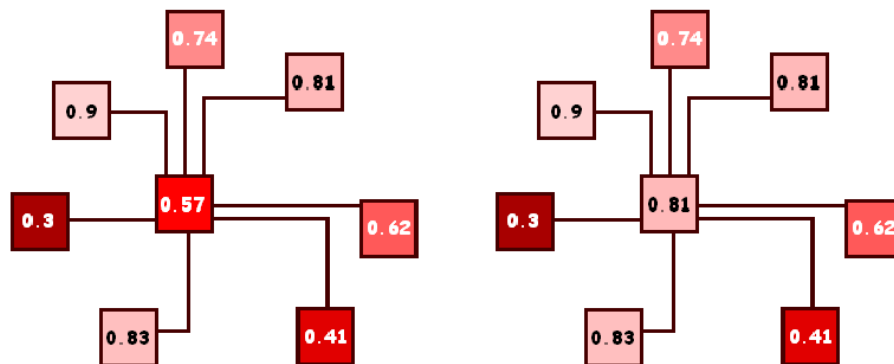
A modellben szereplő egyedek igyekeznek csökkenteni kommunikációs költségeiket, azaz minimalizálni a  $c(i)$  teljes költségfüggvényt. Ezt úgy tehetik meg, hogy időlépésenként változtathatják a hozzájuk tartozó terméket magasabb vagy alacsonyabb technológiai szintűre, de ezt csak úgy tehetik, hogy valamelyik szomszédjuktól lemásolják – adaptálják – a technológiát a megfelelő szolgáltatóval együtt. Ez alapján beszélhetünk a lemásolt technológia és a technológiai szinthez tartozó szolgáltató terjedéséről.

A modellben minden  $t$  időlépésben kiszámoljuk, hogy egy adott egyed hogyan minimalizálhatja költségeit. Ehhez megállapítja jelenlegi költségét, majd összehasonlítja, hogy jobban járna-e, ha valamely szomszédjával azonos technológiai szintű és szolgáltatójú terméket birtokolna. Amennyiben a csere eredményeként kisebb lesz a költség, az egyed az új technológiai szintre és szolgáltatóra vált, azaz

$$c(i^{t+1}) = \min(c(j \in \text{neigh}^t \cup i^t)). \quad (3.1)$$

ahol  $\text{neigh}$  az  $i$  ügynök szomszédjait tartalmazó halmaz. Bár a fenti egyenletben a kölcsönhatást még úgy határoztuk meg, hogy az egyednek nem muszáj adaptálnia valamelyik szomszédjának technológiai szintjét, könnyen bizonyítható, hogy a mechanizmus mellékhatásaként a fenti választási módszerrel egyenértékű, ha az egyed nem hagyhatja meg saját technológiai szintjét, hanem kötelezőképpen valamelyik szomszédjától kell adaptálnia azt. A továbbiakban tehát feltételezzük az alábbi egyszerűsített döntési mechanizmust minden lépésben:

$$c(i^{t+1}) = \min(c(j \in \text{neigh}^t)), \quad (3.2)$$



3.1. ábra. A képeken középen elhelyezkedő egyed a döntési mechanizmus alapján kiválasztja a számára legmegfelelőbb adaptálható technológiát (feltételezve, hogy  $a_2 > a_1$ ). A folyamat eredményeként egyes technológiai szintek terjednek (0,81), míg mások eltűnnek a rendszerből (0,57). Az ábrán szereplő példában az egyszerűség kedvéért  $\Delta > 0$  feltétellel éltünk.

A leírt módszer hosszútávon a rendszer komplex fejlődését eredményezi, melyben egyes technológiai szintek, és szolgáltatók terjednek, míg mások kihalnak, vagy elszeparálódnak. Az  $a_1$  és  $a_2$  paraméterek megfelelő megválasztásával elérhető, hogy a terjedő technológia praktikusán a magasabb színvonalú lesz. Egy egyed lokális viselkedése látható a 3.1. ábrán ahogy  $t$  időpillanattól  $t + 1$  időpillanatba lép, s eközben kiválasztja a legmegfelelőbb adaptálható szomszédos technológiai szintet. Az ábrán középen látható egyed hét szociális kapcsolattal rendelkezik. Az  $a_1 < a_2$  feltétellel élve az egyed a következő időlépésben a 0,81 technológiai szintű termékre fog váltani.

A technológiai szintek és a szolgáltatók ilyenfajta változtatását addig folytatjuk, míg a rendszer egy közel stabil állapotba kerül, ahol állandósodik az átlagos technológiai szint (vagy változása egy megfelelően kicsi küszöbérték alá esik). Az egyszerűség kedvéért a modell elemzését először  $\Delta = 0$  paraméterérték választással végezzük, azaz a szolgáltatók közti inkompatibilitást elhanyagoljuk. Ez ekvivalens azzal a feltételezéssel, hogy a rendszerben csak egyetlen szolgáltató van jelen.

Fontos hangsúlyozni, hogy a modellben nem tekintünk innovációt, azaz egy egyed nem tudja a technológiai szintjét spontán, saját fejlesztéseinek eredményeként megnövelni. Modellünk arra szolgál, hogy egy adott állapotból indulva elemezzük technológiák elterjedését, illetve eltűnését egy szerkezetileg időben nem változó rendszerből.

## 4. fejezet

# Analitikus vizsgálatok átlagtér közelítésben

A rendszer vizsgálatának első lépéseként az egyszerűség kedvéért feltételezzünk egy olyan, közel végtelennek tekintett rendszert, ahol minden egyed minden más egyeddel kapcsolatban áll, azaz a rendszert átlagtér közelítésben vizsgáljuk. Rendeljünk az egyedekhez  $p(\tau)$  kezdeti eloszlás szerint technológiai szintet a  $[\tau_{min}, \tau_{max}]$  intervallumból, ahol  $\int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} p(\tau) d\tau = 1$ . Mivel mindenki kapcsolatban van egymással, minden egyed ugyanazt a döntést fogja meghozni, s a rendszer egy lépésben végállapotba kerül. Az hogy mi lesz ekkor a  $\tau^*$  preferált technológiai szint a

$$C(\tau) = \int_{\tau_{min}}^{\tau} a_1(\tau - x)p(x)dx + \int_{\tau}^{\tau_{max}} a_2(x - \tau)p(x)dx \quad (4.1)$$

költségfüggvény  $\tau^*$  minimumhelye mutatja meg. Ez a  $\tau^*$  minimumhely a

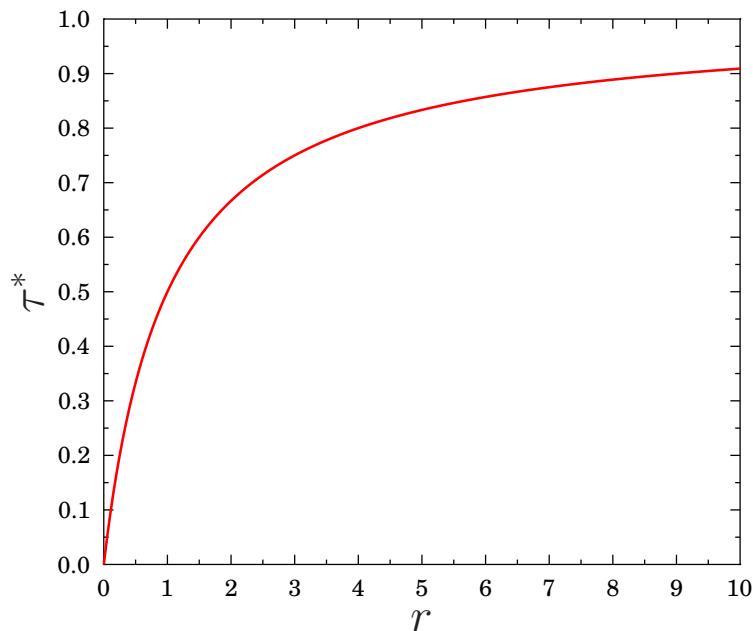
$$P(\tau^*) = \frac{1}{1 + \frac{1}{r}} \quad (4.2)$$

egyenlet megoldásaként áll elő, ahol  $r = a_2/a_1$  a költségfaktor hányadosát jelöli, és  $P(\tau) = \int_{\tau_{min}}^{\tau} p(\tau') d\tau'$  a technológiai szintek eloszlásfüggvénye. Amennyiben 0 és 1 közötti egyenletes eloszlást feltételezünk,  $p(\tau) = 1$  és  $P(\tau) = \tau$ , ezért ekkor

$$\tau^* = \frac{1}{1 + \frac{1}{r}} \quad (4.3)$$

adódik. A fentiekből látható, hogy a rendszer egésze által elért átlagos technológiai szint nem függ az  $a_1$  és  $a_2$  paraméterek pontos értékétől, csak a két mennyiség hányadosától,

azaz attól, hogy a fejlettebb technológia mekkora előnyöket kínál a fejletlenebbel szemben. Az is megfigyelhető, hogy a maximálisan elért átlagos technológiai szint  $r$  növelésével ugyan nő, de maximális  $\tau_{max} = 1$  átlagos technológiai szintet csak  $r \rightarrow \infty$  esetében éri el. Továbbá a fenti egyenletekből látható, hogy adott  $r$  esetén  $\tau^*$  értéke függ a  $P(\tau)$  eloszlás alakjától is.  $r = 1$  esetén, mikor a magasabb technológiai szint semmilyen előnnyel nem jár,  $\tau^*$  egyenlő a  $P(\tau)$  eloszlás mediánjával, azaz  $P(\tau^*) = 1/2$ . Az egyenletes eloszlás mellett kapott  $\tau^*(r)$  függvény látható a 4.1. ábrán.



4.1. ábra. Átlagtér közelítésben a rendszer az elérhető legfejlettebb  $\tau^* = 1$  technológiát csak  $r \rightarrow \infty$  határesetben választja. Számolásaink során egyenletes eloszlást használtunk a  $[0, 1]$  intervallumon.

## 5. fejezet

# Időfejlődés lokális kölcsönhatás esetén

### 5.1. Analitikus eredmények

A vizsgálatok következő lépéseként egyedek egy véges  $n$  elemből álló közösségét tekintettük  $\tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_n$  rendezett technológiai szintekkel. Analitikus számításokkal igazoltuk, hogy a rendszer viselkedése itt is csak a költségfaktorok  $r$  arányától függ. A költségfüggvény minimalizálásakor az egyedek az  $i$ -edik legmagasabb technológiai szintet fogják adaptálni függetlenül a saját jelenlegi technológiai szintjétől, ha az  $r$  paraméter értéke az

$$\frac{i-1}{n-i+1} < r < \frac{i}{n-i} \quad (5.1)$$

intervallumba esik, feltételezve, hogy  $i < n$ . Az  $i = n$  eset, azaz a legnagyobb technológiai szint kiválasztásának feltétele  $n - 1 < r$  alakba írható.

A fenti eredmények alapján érdemes megjegyezni, hogy az egyedek akkor adaptálják az elérhető legnagyobb technológiai szintű terméket, ha a költségfaktorok  $r$  hányadosa nagyobb az egyes egyedek kölcsönható partnerei számánál.

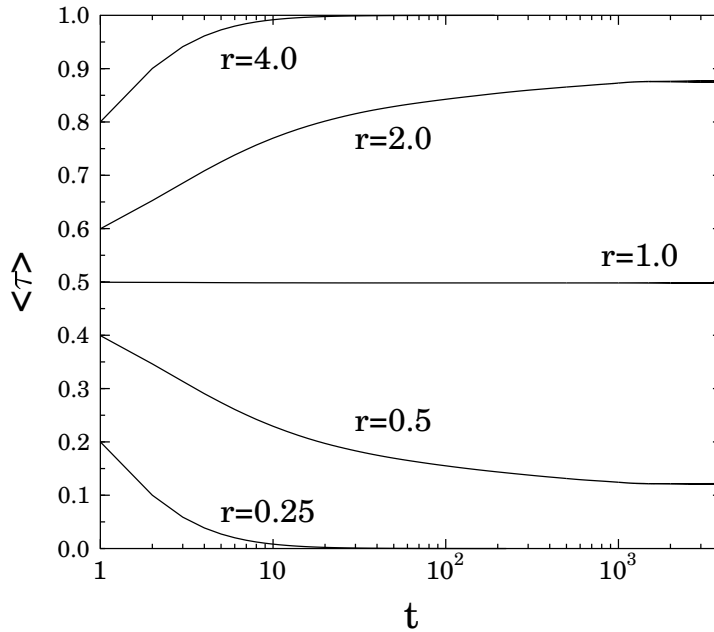
### 5.2. Számítógépes szimulációk négyzetrácson – sejtautomata

A fenti analitikus eredmények természetesen nem rögzítik a választott  $\tau$  értékét, csak a lehetőségek közötti nagyság szerinti elhelyezkedését, azaz nem mondhatjuk hogy a választott  $\tau$  értéke jól meghatározott, de azt meg tudjuk adni, hogy az eredeti egyed szomszédjai

közül nagyság szerint hányadik volt. Ezért, egy kiterjedt rendszerben, ami nagyszámú kis közösségből áll, ez a dinamika komplex időfejlődést eredményez. Ennek illusztrálására az analitikus számítások után a vizsgálat következő célpontjaként olyan modellt készítettünk, melyben az egyedeket négyzetrácson helyezük el és a kölcsönhatást teljesen lokálisnak kezeljük, azaz egy egyed csak a négyszomszédsági viszony alapján legközelebbi szomszédjaival van kapcsolatban. Periodikus határfeltételt használva a rácson minden egyednek négy kölcsönható partnere van.

A rendszer hosszú távú időfejlődését számítógépes szimulációval vizsgáltuk. A szimulációk során a technológiai szintek 0 és 1 közötti egyenletes eloszlásból indultak ki, s a dinamikát sejtautomataként kezeltük. A négyzetrácson készült szimulációk során az  $r$  paraméter változásától függően három különböző viselkedésformát figyeltünk meg.  $r = 1$  esetén 0,5 maradt az átlagos technológiai szint, de klaszterszerkezet kezdett kialakulni.  $1 < r < 3$  esetben  $\sim 7/8$  érték jött ki, tehát nem értünk el maximális technológiai szintet, de a technológiai szinteket tekintve közel homogénné vált a rendszer.  $r > 3$  esetben a rendszer jól közelítette a maximális 1 átlagos technológiai szintet, tehát minden egyed közel a legmagasabb technológiai szintre került. Az  $r$ -től függő maximálisan elért technológiai szintet az 5.1. ábra mutatja.

Az 5.1. fejezet analitikus eredményeit  $n = 4$ -re alkalmazva látható, hogy a szimulációk során  $1 < r < 3$  költségfaktor esetén az egyedek a lokálisan elérhető második legmagasabb, míg  $r > 3$  esetén a lehetséges legnagyobb technológiai szintet fogják adaptálni. A költségfüggvény minimalizálása érdekében a rendszer időfejlődése során az egyedek igyekeznek azonos technológiai szinten álló klasztereket formálni. A rendszer időfejlődését az 5.2. ábra illusztrálja,  $r = 1$ ,  $r = 2$  és  $r = 5$  esetén. A pillanatfelvételeken jól megfigyelhető az egyedek klaszterizációja majd a klaszterek növekedése.  $r = 1$  esetén, amikor a fejlettebb technológiák nem nyújtanak előnyt, a rendszer gyorsan eljut egy klaszterszerkezethez, amely aztán befagy, nem változik tovább. Eközben az átlagos technológiai szint 0,5 marad, azaz a rendszer egésze nem mutat technológiai fejlődést.

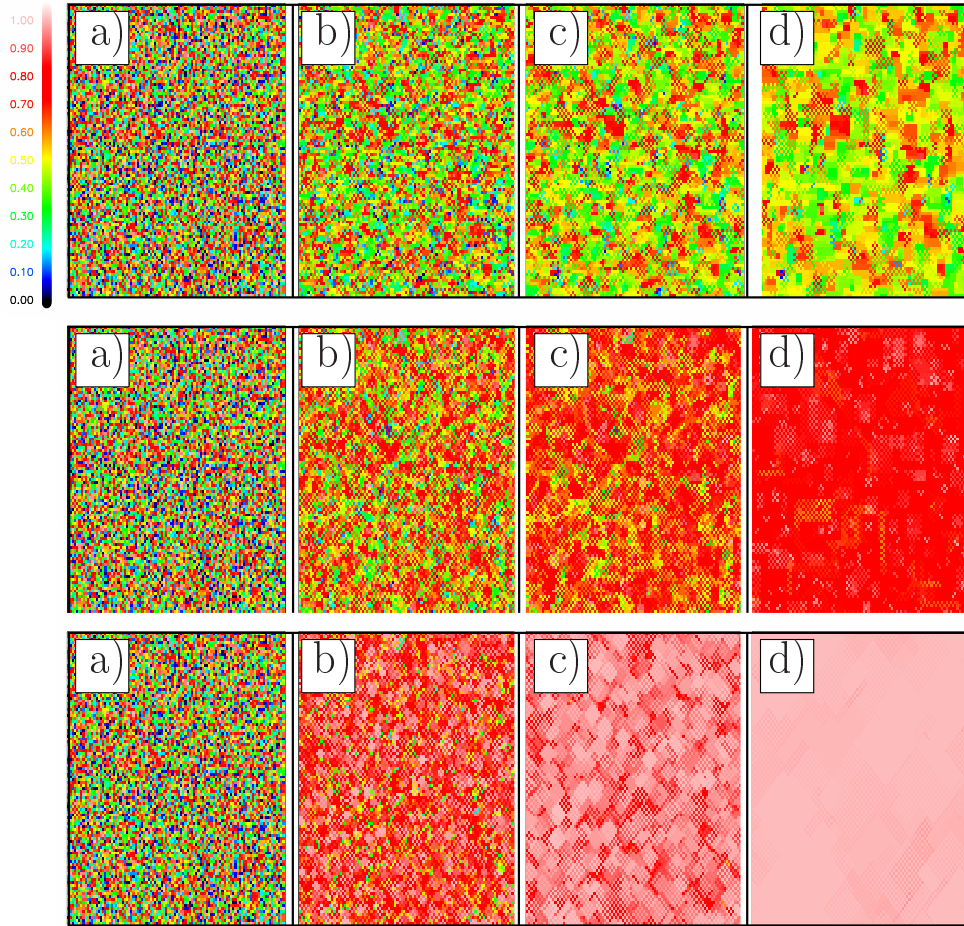


5.1. ábra. A rendszer által felvett átlagos technológiai szint alakulása az idő (iterációs szám) függvényében. Megfigyelhető, hogy az aszimptotikusan elért értékek függést mutatnak az  $r = a_2/a_1$  hányadostól

Ha  $r$  az  $1 < r < 3$  intervallumba esik, a rendszer egy homogén végállapotba fejlődik, a  $\langle \tau \rangle$  átlagos technológiai szint monoton növekedése mellett. A homogén állapot azt jelenti, hogy minden egyed azonos  $\tau$ -val rendelkezik, ez a  $\tau$  azonban elmarad a lehetséges legnagyobb ( $\tau = 1$ ) értéktől, amit az 5.2. ábrán látható színekód is jól érzékeltet. Ezekkel szemben  $r > 3$  esetén csak a legfejlettebb technológia marad a rendszerben, a végállapot ismét homogén, ahol  $\tau = 1$  minden egyedre. Látható tehát, hogy  $r > 1$  esetén minden esetben technológiai fejlődés zajlik a rendszerben a fejletlen technológiák kihalásával, és a fejlett technológiák elterjedésével.

### 5.3. Technológiák elterjedése – extrém statisztika

A négyzet rácson végzett további vizsgálataink kimutatták, hogy a rendszer időfejlődése során az egyes  $\tau$  értékek előfordulási valószínűsége jól definiált ütemben változik. Így  $r > 3$  esetén a 0 és 1 közötti egyenletes eloszlásból indulva (kezdetben az egyedek így veszik fel

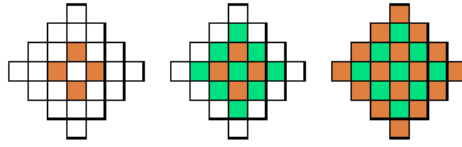


5.2. ábra. Egy  $L = 100$  oldalhosszúságú négyzetrácson ábrázolt egyedek technológiai szintjének változása, pillanatfelvételek a rendszerről a)  $t = 1$  b)  $t = 2$  c)  $t = 3$  d)  $t = 15$  iteráció után három különböző  $r$  értékre: felső sor  $r = 1$ , középső sor  $r = 2$ , alsó sor  $r = 5$ . A színeket technológiai szinteknek feleltettük meg. Jól látható, hogy az elért átlagos technológiai szint az első esetben ( $r = 1$ )  $\langle \tau \rangle = 0,5$ ; a másodikban ( $r = 2$ )  $\langle \tau \rangle \sim 7/8$ ; míg a legelső képsorozaton ( $r = 5$ )  $\langle \tau \rangle \sim 1$ .

induló technológiai szintjüket) a  $\tau$ -k előfordulási valószínűsége egyre meredekebb monoton növekvő függvényt ír le. Hogy erre a függvényre megfelelően illeszkedő analitikus formát találjunk, megvizsgáltuk, hogy mi is történik pontosan a számítógépes szimuláció során az egyes lépésekben.

Az első lépésben, köszönhetően az  $r > 3$  feltételnek, minden egyed a többiektől függetlenül kiválasztja négy 0 és 1 között egyenletes eloszlás szerint véletlen technológiai szintű szomszédja közül a legnagyobbat. Második lépésben az egyed szintén az előző négy szom-

szédja közül választ, azonban azok technológiai szintjének értéke már nem véletlenszerű, hanem mind a saját szomszédjainál az első lépés előtt beállított maximális technológiai szinttel rendelkezik. Ez azt jelenti, hogy az egyed tulajdonképpen négy szomszédjának négy-négy szomszédja közül választja ki a legnagyobbat. A szomszédszám ebben az esetben a négyzetrács topológiának köszönhetően 9, lásd az 5.3. ábrát. A további lépésekben az előzőekhez hasonlóan, amikor az egyed közvetlen szomszédjai közül választ, azok korábbi iterációk szerinti értéke közül választ, egész addig visszafejtve a sort, míg a kezdeti lépésben felvett technológiai szintű egyedek közötti választással nem egyszerűsödik a döntés.



5.3. ábra. A négyzetrács topológián elhelyezett rendszer minden egyedének négy szomszédja van. A következő iterációt tekintve a szomszédok szintén négy-négy szomszéddal rendelkeznek, eszerint négyzetrácson minden egyednek 9 darab második szomszédja van (önmagát is beleértve). Harmadik, és magasabb szomszédsági viszonyok estében a szomszédok száma  $N_i = N_{i-1} + 2i + 1$ , ahol  $N_1 = 4$ .

Az, hogy az egyednek hány más egyed technológiai szintje közül kell kiválasztani tehát a legnagyobbat, függ attól, hogy hányadik iterációt végezzük az időfejlődés során. Ennek megfelelően az  $i$ -edik iterációban vizsgált egyedek száma

$$N_i = N_{i-1} + 2i + 1, \quad \text{ha} \quad i > 1 \quad (5.2)$$

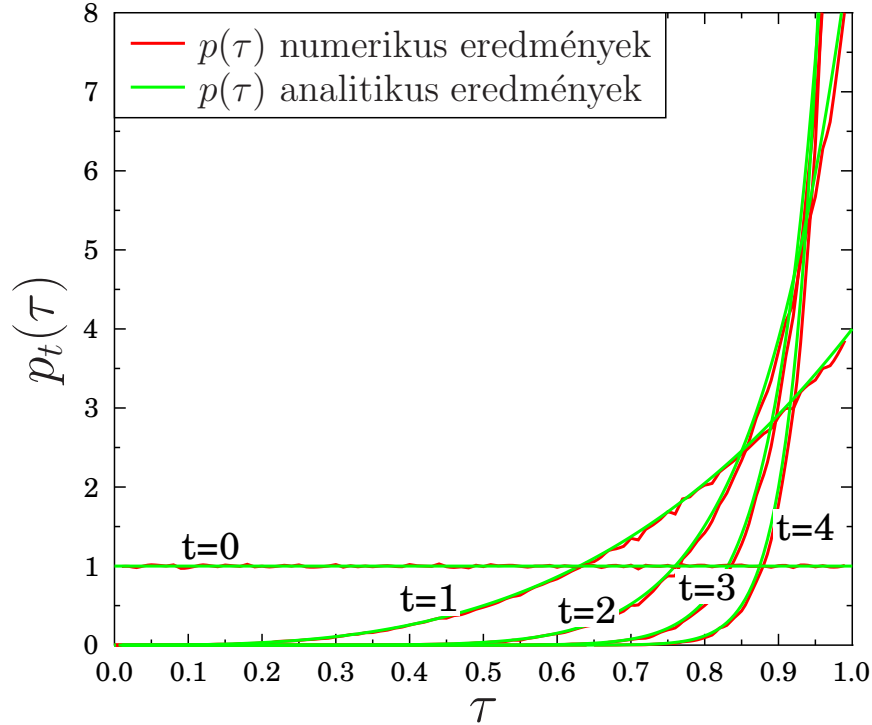
$$\text{és} \quad N_1 = 4$$

Így tehát ha az egyes időlépésekben meghatározzuk a  $\tau$  technológiai szintek eloszlását, akkor annak meg kell egyeznie  $N_i$  darab azonos  $p(\tau)$  eloszlással előállított véletlenszám legnagyobbikának eloszlásával, amit extrém statisztikának nevezünk.  $N$  darab azonos  $p(\tau)$  valószínűséggel jellemzett véletlen változót nagyságrendbe rakva  $x_1^i < x_2^i < \dots < x_N^i$ , az egyes  $i$  iterációk fölött meghatározhatjuk az  $m$ -edik legnagyobb  $p_m^N$  valószínűségi sűrűségfüggvényét, ami a következő alakba írható

$$p_m^N(\tau) = \frac{N!}{(m-1)!(N-m)!} P(\tau)^{m-1} [1 - P(\tau)]^{N-m} p(\tau), \quad (5.3)$$

ahol  $p(\tau)$  a technológiai szintek kezdeti sűrűségfüggvénye, a  $P(\tau)$  pedig az eloszlásfüggvény.

Az összefüggést  $m = N$ -re alkalmazva (ami a legmagasabb választását jelenti), s behelyettesítve  $N$  helyére  $N_i$ -t megkapjuk az  $i$  iterációs lépésben a technológiai szintek eloszlását. A számítógépes szimulációval kapott eloszlásokat az 5.4. ábrán hasonlítjuk össze az analitikus eredményekkel, ahol jól megfigyelhető a kiváló egyezés.



5.4. ábra. Az analitikusan kapott  $p_4^4$ ,  $p_9^9$ ,  $p_{16}^{16}$  és  $p_{25}^{25}$  sűrűségfüggvények kiválóan egyeznek a megfelelő iterációban numerikusan számolt sűrűségfüggvényekkel

Megállapítható tehát, hogy rendszerünkben a technológiák elterjedését extrém statisztika írja le.

## 6. fejezet

# A szociális hálózat topológiájának szerepe

### 6.1. Realisztikus szociális hálózatok

Szociális hálózatnak emberek, illetve embercsoportok és a köztük lévő valamilyen mintázat szerint felépített kapcsolatok rendszerét nevezzük. Szociális hálózatnak tekinthetjük az emberi kapcsolatok hálózatát, vagy akár a vállalatok közti üzleti kapcsolatok rendszerét is. Az ilyen és hasonló hálózatok vizsgálata majd egy évszázados múlttal rendelkezik mind társadalomtudományi [10], mind matematikai megközelítésben [9].

A valós világ szociális hálózatainak vizsgálatakor sikerült néhány olyan tulajdonságot kimutatni, amely megkülönbözteti ezeket a hálókat a szokványos véletlen gráfoktól. Egyrészt ezek a hálózatok a legtöbb esetben rendelkeznek úgynevezett „kis-világ” tulajdonsággal [1], másrészt a topológia skálafüggetlen tulajdonságokat mutat [8]. Ez azt jelenti, hogy az egyes egyedek szociális kapcsolatainak száma nem konstans, hanem hatványfüggvény eloszlást követ negatív exponenssel [3, 16].

### 6.2. Kis-világ tulajdonságú hálózatok

A valós szociális hálózatok kis-világ tulajdonságát először Stanley Milgram mutatta ki 1960-as kísérletében. A kísérletben leveleket indítottak útnak, s a címzetteknek bizonyos szabályok szerint továbbítani kellett azokat más személyeknek. Azt vizsgálták, hogy vajon hány kézen megy keresztül a levél, míg elér egy bizonyos célszemélyhez. Noha számos

levél soha nem érkezett meg, a kapott eredmények azt mutatták, hogy a keresett érték legtöbb esetben körülbelül 6. Ez az eredmény mutatta meg először, hogy nagy hálózatok csomópontjai legtöbb esetben körülbelül azonos számú közbenső elemen keresztül összekapcsolhatók. Matematikai módszerekkel ezt a távolságot a

$$\ell = \frac{1}{\frac{1}{2}n(n+1)} \sum_{i \geq j} d_{i,j} \quad (6.1)$$

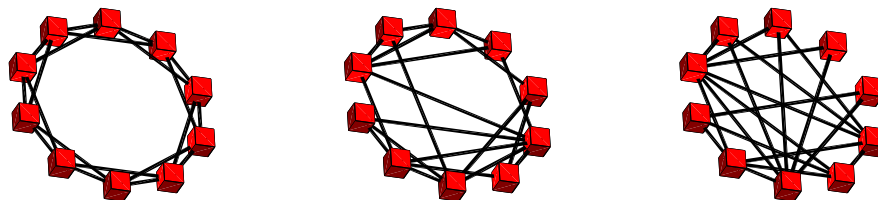
formula írja le, ahol  $d$  a két csúcs közti legrövidebb távolságot jelöli. Amennyiben a fenti hálózatban izolált részek is vannak, az  $\ell$  kiszámításánál egy plussz feltétellel élünk, miszerint két csúcs közt csak akkor számoljuk ki a távolságot, ha az létezik, azaz nem vesszük az átlagba a különböző izolált hálórészek csomópontjai közti távolságokat. Kis-világ tulajdonsággal akkor rendelkezik egy hálózat, ha a fent leírt  $\ell$  azonos fokszámeloszlás mellett növekvő  $n$  rendszerméret esetén  $\ell \sim \log n$  mértékben nő. Ennek a tulajdonságnak tesz eleget a Watts-Strogatz modell, miközben megfelelő paraméter beállítások mellett a valós hálózatok egy másik fontos jellemzőjével is rendelkezik, a modell ugyanis alkalmas olyan hálózat leírására, melyben a kis-világ tulajdonság mellett a klaszterezettségi szint magas [1].

### 6.2.1. Klaszterezettségi együttható

A klaszterezettségi együttható egy a hálózat klaszterezettségi szintjét jelző érték melynek magasabb értéke összetettebb, míg alacsonyabb értéke lazább klaszterizáltságot jelez a hálózatban. Értékét egy adott hálózatra a következőképp adhatjuk meg: Vegyük a rendszer  $i$  csúcsát. Induljon ki ebből a csúcsból  $k_i$  darab él, s mindegyik él végén szerepeljen egy újabb csúcs. Ezek a csúcsok az  $i$  csúcs szomszédai. Tekintsük most ezt a  $k_i$  csúcsot, mint egy önálló hálózatot, és számoljuk meg, hogy az összes  $k_i(k_i - 1)/2$  él közül, melyet ezen csúcsok közt szerepeltetni tudnánk, hány jelenik meg ténylegesen (legyen ez az  $E_i$  érték). Az így kapott arányszám az  $i$  csúcsra számított klaszterezettségi együttható

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i - 1)}. \quad (6.2)$$

A teljes hálózatra a  $C$  teljes klaszterezettségi együttható értékét az összes  $i$ -re vett együtthatók átlaga adja.



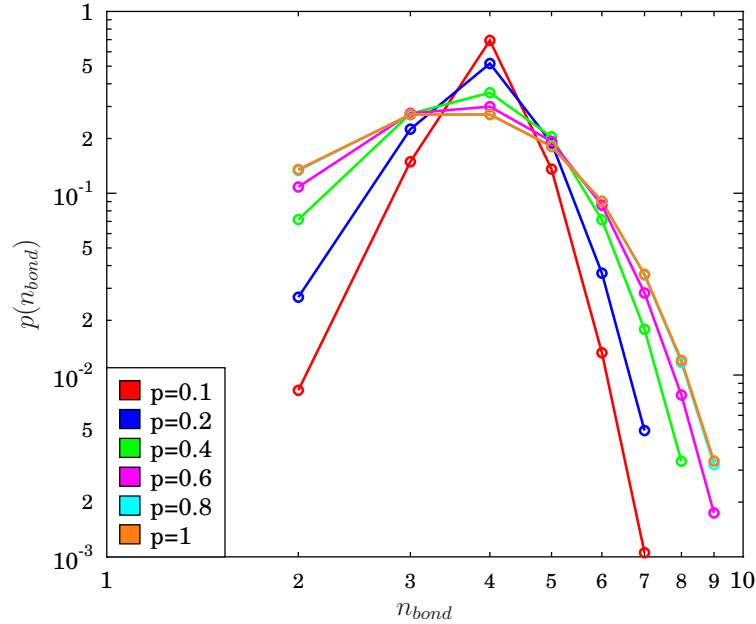
6.1. ábra. 10 elemű Watts-Strogatz hálózatok  $p = 0, 0.5$ , és  $1$  újrakötési valószínűség mellett. Látható, hogy a  $p$  növelésével a teljesen rendezett topológiától közelítünk a véletlen hálózati struktúrához

### 6.2.2. A Watts-Strogatz modell felépítése

Miközben a Watts-Strogatz modell kapcsolatot teremt a teljesen rendezett és a véletlen hálózatok közt, egy paraméter segítségével lehetővé téve bármilyen köztes topológiai állapot előállítását, más szempontból vizsgálva megfelelő beállítások esetén olyan hálózatok leírását szolgáltatja, melyekben a kicsi és lassan növvő átlagos csúctávolság mellett viszonylag nagy klaszterezettségi szint van jelen.

A modell megalkotása két egyszerű konstrukciós lépésből áll: Először generáljunk egy egydimenziós tömböt, ahol minden elemhez  $K$  szomszédot rendelünk, mindét oldalról a  $K/2$  legközelebbit választva – periodikus határfeltétel mellett. Ezután pedig egy adott  $p$  valószínűség szerint bontsunk fel minden kapcsolatot, és értelmezzünk helyette egy újat véletlenszerűen választva az összes, a hálózatban szereplő elem közül – kizárva természetesen az önhivatkozást. A konstrukciós lépések implementálásával előállított program eredményei láthatók a 6.1. ábrán  $p$  értékének  $0$ ,  $0.5$ , illetve  $1$  értéket választva.

A 6.2. ábrán jól megfigyelhető, hogy a  $p$  értékének növelésével a hálózat fokszám eloszlásának görbéje halad a  $p = 0$  esetben értelemszerű diszkrét értéktől a véletlen gráfokra jellemző binomiális (illetve kellően nagy rendszerméret esetén Poisson) eloszlás görbéje felé, miközben az átlagos fokszám végig változatlan marad. Ezek az eredmények egyezést mutatnak az eredeti konstrukcióval kapott hálózatokéval [1], bizonyítva az implementáció helyességét.



6.2. ábra. Különböző  $p$  újrakötési valószínűség szerint generált Watts-Strogatz hálózatok fokszámeloszlásai. Figyeljük meg, hogy a görbék a  $p$  növekedésével tartanak a véletlen hálózat Poisson fokszámeloszlásához.

### 6.3. Skálafüggetlen hálózatok

Egy hálózatot akkor nevezünk skálafüggetlennek, ha fokszámeloszlása negatív exponenciális hatványfüggvényt követ. A valós világ hálózatainak nagy hányadánál sikerült ezt a tulajdonságot kimutatni kezdve a kutatók közt a hivatkozások által kialakult hálózattól a hollywoodi filmekben szereplő színészek közt közös szerepléseik által kialakult kapcsolatrendszeren keresztül egészen az Internetig [3, 16]. Skálafüggetlen hálózat alkalmazása tehát realiztikusabbá teheti modellünket. Hogy ezt megtehesük egy skálafüggetlen hálózatot generáló programot készítettünk.

#### 6.3.1. Skálafüggetlen hálózat generálása

A program működése során először definiáljuk a hálózatban szereplő egyedek számát és egy egydimenziós tömbben elhelyezve őket, a tömb indexei szerinti rendezést értelmezzük rajtuk. Emellett természetesen még itt specifikáljuk azt, hogy milyen valószínűségi sűrűségfüggvényt kövessen az előállított hálózatban az egyes egyedekhez tartozó szociá-

lis partnerek száma. Következő lépésként alkalmazzuk a sűrűségfüggvényt az indexekre, így azok számának megfelelő számú egymást azonos távolsággal követő diszkrét pontot kapunk. Normáljuk ezeket úgy, hogy azok összege 1 legyen.

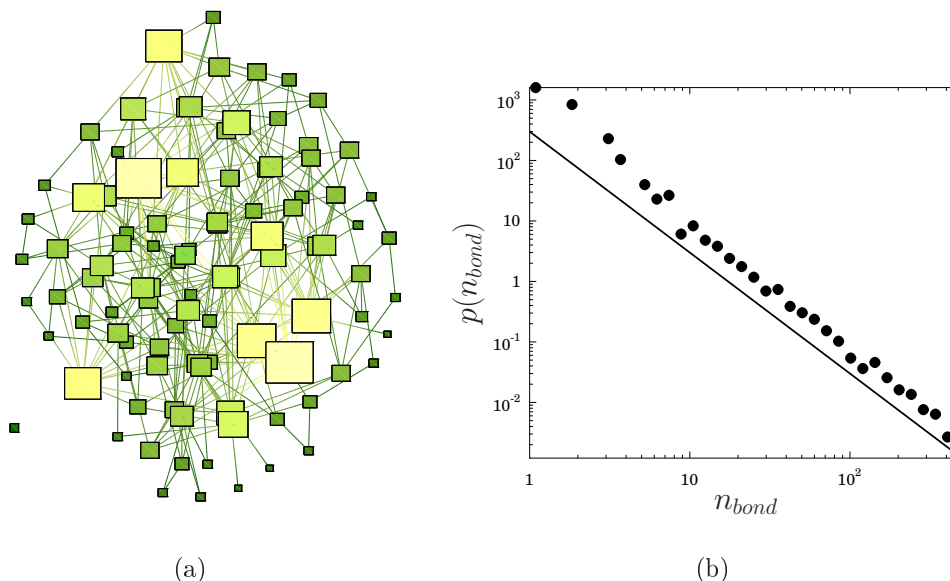
Amennyiben egy egyedhez szomszédot akarunk rendelni, a következőket kell tennünk: Először egyenletes eloszlás szerint véletlen számot generálunk 0 és 1 között. A valószínűségi számításból ismert folytonos esetre vonatkozó definíciót felhasználva addig lépkedünk felfelé az indexeken, míg az annál kisebb indexekhez tartozó értékek összege meg nem haladja a generált számot. Az első olyan indexnél, melyre a feltétel hamissá válik, megállunk és a megfelelő indexű elem és az eredeti egyed közt szomszédsági viszonyt értelmezünk. Ha a két egyed közt korábban nem volt kapcsolat (a szomszédsági viszony kölcsönösségét feltételezve), és a sorsolt egyed nem önmagával lépett kapcsolatra, az eljárást sikeresnek ítéljük, és a szomszédságot felvesszük a hálóba. Ellenkező esetben újra kezdjük.

Mivel az algoritmus nem használ semmilyen esetlegesen a sűrűségfüggvényből adódó speciális tulajdonságot, természetesen alkalmas más olyan hálózatok modelljének előállítására is, melyekben az egyedekhez tartozó kapcsolatok száma (fokszám) jól definiált valószínűségi eloszlást követ. Ennek köszönhetően lehetőség nyílhat a modell vizsgálatára a későbbiekben felmerülő esetlegesen eltérő topológiájú rendszereken is.

Egy a program által generált egyszerű, 100 elemből álló háló képe látható a 9.3(a) ábrán. Ezt a hálózatot

$$p(n_{bond}) \sim n_{bond}^{-\alpha} \tag{6.3}$$

fokszám előfordulással generáltuk, melynek  $\alpha$  exponensét  $\alpha = 2$ -nek választottuk. A 9.3(b) ábrán látható egy a 9.3(a) ábrán szereplőtől csak méretében eltérő hálózat (ezt a hálózatot 15000 elem alkotja) numerikusan meghatározott fokszám eloszlás, ami jól egyezik az algoritmusnak inputként megadott eloszlással. A fentiekhez hasonló hatványfüggvény fokszám eloszlással jellemzett hálózatot a fejezet elején leírtak alapján skálafüggetlennek nevezzük.



6.3. ábra. a) Egyedek skálafüggetlen hálózata. A hálózat csomópontjait (egyedek) téglalapok jelölik, amelyek színe a csomópont  $n_{bond}$  kapcsolatainak számát (fokszám) jellemzi. b) Az a) ábra skálafüggetlen hálózatának  $p(n_{bond})$  fokszám eloszlása. Az eloszlás hatványfüggvény viselkedést mutat, melynek exponensét kontrollálni tudjuk. A numerikus eredmény jól egyezik az algoritmusban használt  $\alpha = 2$  exponenssel.

## 6.4. Szimulációk Watts-Strogatz modellen és skálafüggetlen hálózaton

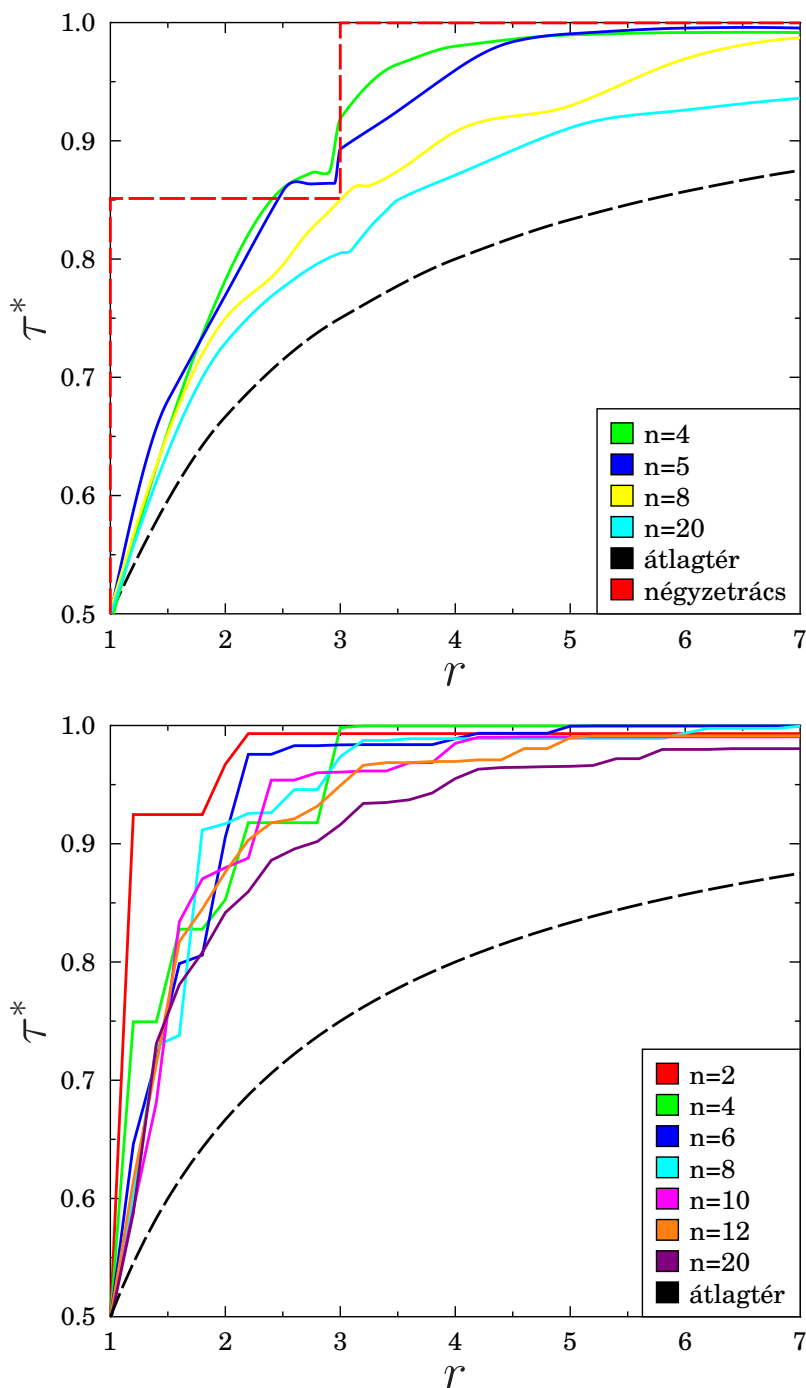
A fent leírt két konstrukció segítségével lehetőség nyílt arra, hogy a modellt a realisztikus hálózatokhoz közelebb álló topológiákon elemezzük. Következő lépésként tehát számítógépes szimulációkkal analizáltuk a technológiák terjedését Watts-Strogatz modellen és skálafüggetlen szociális hálózaton, s az eredményeket összehasonlítottuk a négyzetrácson kapott numerikus és az átlagtér közelítéssel nyert analitikus eredményekkel.

A szimulációk kimutatták, hogy a topológia megváltoztatása rendezett hálózatról valamilyen rendezetlen struktúrára valóban jelentős hatást gyakorol a rendszer viselkedésére, az is látszik azonban, hogy ez a változás már korántsem olyan nagy, ha csak a különböző nem szigorúan rendezett struktúrák között váltunk. Ennek megfelelően a skálafüggetlen hálózatokon, és a Watts-Strogatz modellen végzett kísérletek eredményei igen hasonló tendenciákat követnek. A továbbiakban ezért a kapott eredményeket együtt elemezzük.

A fenti hálózatokkal végzett vizsgálatokban a hosszú időfejlődés után aszimptotikusan elért maximális technológiai szintet leíró  $\tau^*(r)$  függvény képén ugyan öröklődnek az intervallumok okozta lépcsők, ezek azonban már jóval gyengébben jelennek meg, mint a konstans  $n = 4$  fokszámú négyzetrácson. Az viszont itt is nyilvánvaló, hogy az  $r$  paraméter növelésével az elért átlagos technológiai szint közelít 1-hez.

További számítógépes szimulációkat végeztünk változtatva a hálózatokban az átlagos fokszámot. A 6.4. ábrán jól megfigyelhető, hogy a rendszer egésze által aszimptotikusan elért  $\tau^*$  átlagos technológiai szint nemcsak az  $r$  paramétertől függ, hanem a hálózat átlagos fokszámától is: a  $\tau^*(r)$  függvény képe mindkét esetben egyre közelebb helyezkedik el az átlagtér közelítésben analitikusan kapott függvényhez, továbbá 4 értékű átlagos szomszédszám mellett pedig közel van a négyzetrács esetén kapott görbéhez.

Jól megfigyelhető, hogy adott  $r$  esetén  $\tau^*$  csökkenő függvénye az  $n$  átlagos szomszédszámnak s tart az átlagtér közelítésben kapott eredményhez



6.4. ábra. Hosszú időfejlődés után a rendszer  $\langle \tau \rangle$  átlagos technológiai szintje konvergál egy  $r$ -től függő  $\tau^*$  határértékhez. Az a) ábra  $\tau^*(r)$ -t mutatja skálafüggetlen hálózatok esetén változtatva az átlagos szomszédsági számot, míg a b) ábra Watts-Strogatz modellen ábrázolja ugyanezt. Észrevehető, hogy az átlagos fokszám növelésével a  $\tau^*(r)$  függvények képe egyre közelít az átlagtér közelítésben kapott eredményhez.

## 7. fejezet

# Az egyszolgáltató modell összevetése valós példával

Modellünk olyan technológiák elterjedésének vizsgálatára használható, amelyek használatában az egyedek kölcsönhatása domináns, így például telekommunikációs technológiák elterjedésének leírására kiválóan alkalmas, tehát az MMS, vagy videofon funkciókkal rendelkező telefonok elterjedését (vagy el nem terjedését) viszonylag könnyen vizsgálhatnánk vele. A probléma viszont az, hogy a gyártók és forgalmazók üzleti érdekekre hivatkozva, nem tesznek közzé ilyen jellegű adatokat. Ezért a valóságos rendszerrel történő összevetéshez olyan technológiát választottunk, ami ugyan nem kommunikációra szolgál, de a kompatibilitásra való törekvés egyfajta kommunikációs kényszert okoz (s a mért adatok nyilvánosan hozzáférhetők).

Egy internetes oldalon hosszú távú statisztikákat találtunk arról, hogy az összes Windows felhasználó közt 45 hónapon keresztül hogyan alakult a Windows XP, a Windows 2000 és a Windows 98 felhasználóinak száma. Ennek a táblázatnak egy részlete látható a 7.1 ábrán, a teljes adathalmaz a [15] referenciában található.

A Windows felhasználók körének Windows verzió szerinti belső alakulása jellegében több okból is jól közelít azokhoz a technológiákhoz, melyek vizsgálatára eredetileg szántuk modellünket. Először is a piacon véges számú, jól elkülöníthető fejlettségi szintű verzió van jelen, s az új rendszerek piacra dobásának viszonylagos ritkasága miatt könnyen találni olyan időintervallumot, ahol ez a szám nem is változik, azaz nincs innováció. Másodsorban az innováció, ha be is következik, nem az egyes felhasználók által megy végbe, hanem központilag, fejlesztő cégek által. Ezeken kívül pedig nagyon fontos, hogy a terjedés mögött

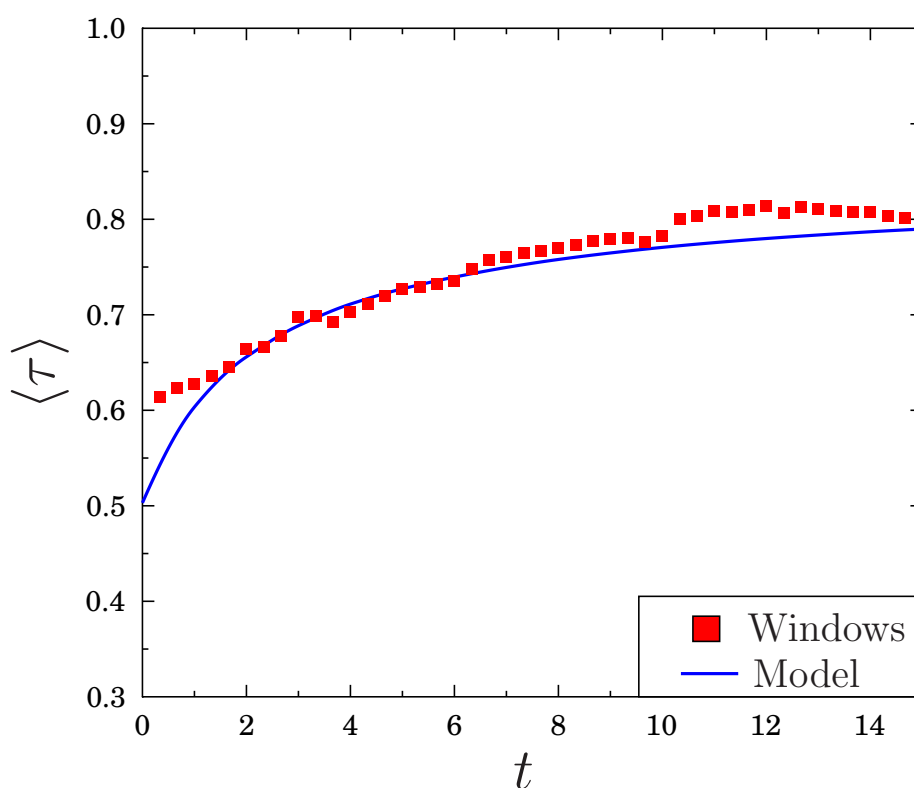
2006	WinXP	W2000	Win98	WinNT	W2003	Linux	Mac
November	74.9%	8.0%	1.0%	0.4%	1.8%	3.3%	3.5%
October	74.6%	8.9%	1.2%	0.3%	2.0%	3.5%	3.6%
September	74.6%	9.2%	1.4%	0.3%	2.0%	3.5%	3.8%
August	74.4%	10.1%	1.4%	0.3%	2.1%	3.5%	3.6%
July	74.3%	10.1%	1.5%	0.3%	2.0%	3.4%	3.6%
June	74.1%	10.6%	1.6%	0.3%	2.0%	3.4%	3.6%
May	74.2%	10.7%	1.6%	0.2%	2.0%	3.4%	3.6%
April	74.0%	11.2%	1.8%	0.3%	1.9%	3.3%	3.6%
March	72.9%	11.9%	2.0%	0.3%	1.8%	3.4%	3.5%
February	73.3%	12.3%	2.1%	0.3%	1.8%	3.4%	3.6%
January	72.3%	13.1%	2.4%	0.3%	1.7%	3.3%	3.5%
2005	WinXP	W2000	Win98	WinNT	W2003	Linux	Mac
December	71.6%	13.6%	2.6%	0.3%	1.7%	3.2%	3.3%
November	71.0%	14.6%	2.7%	0.4%	1.7%	3.3%	3.3%
October	70.2%	15.0%	2.8%	0.4%	1.6%	3.3%	3.2%
September	69.2%	15.8%	3.2%	0.5%	1.7%	3.3%	3.1%

7.1. ábra. A W3 Schools oldalán található táblázat a felhasználók százalékos arányával mutatja a különböző verziójú operációs rendszerek piaci jelenlétét 45 hónapon keresztül. Mivel a nem Windows rendszerek piaci részesedése együtt sem éri el a 10%-ot, csak a különböző Windows verziók arányának alakulását vizsgáljuk [15].

csakúgy mint a kommunikációs technológiák esetén egyfajta másolási folyamat húzódik, hiszen a mai értelemben vett számítógép, már a kapcsolattartás eszközeül is szolgál, s így szükségessé vált a felek közötti kompatibilitási problémák áthidalása. Ennek legegyszerűbb módja pedig természetesen, ha a felhasználó olyan rendszerre vált, amelyet a vele kapcsolatban álló felhasználók is birtokolnak. (A fenti példa csak egy a többség által használt rendszer átvételének lehetséges motiváló tényezői közül.) Ugyanakkor azonban szem előtt kell tartanunk, hogy verziók terjedésének menete több ponton is eltér az eredetileg feltételezett technológiáktól. Meg kell említenünk, hogy a piacon jelen lévő kisszámú verzió torzulást eredményezhet a kapott eredményekben, csakúgy, mint a másolási folyamat nem teljes egyezése.

A vizsgált 45 hónapban nem (és máig sem) lépett piacra új Windows verzió, tehát nem történt innováció, így a modellünk adaptálható a problémára, még ha egyszerűsítésekkel is keltnünk. Feleltessünk meg a három Windows verziónak (magától értetődően növekvő értékű) technológiai szinteket a kiadások szerinti sorrendben. Legyen a Windows XP-hez rendelt érték 0,99, a Windows 2000-hez adjunk meg 0,66-ot, míg a Windows

98-at jelképezze a 0,33 technológiai érték. Mivel korábban azt tapasztaltuk, hogy a modell időfejlődése szempontjából a rendszer mérete nem fontos, célszerű egy 100 elemű rendszert feltételezni, ekkor ugyanis az hogy a rendszerben hány egyed használ egy adott technológiát, könnyen összevethető a táblázatban szereplő százalékos értékekkel. A fentiek eredményeként a modellt olyan paraméterekkel láttuk el, melyek megfelelően közel viszik azt a valós rendszerhez. Fontos azonban megjegyezni, hogy a vizsgálatokhoz a rendszert nem lenne fontos ennyire specifikussá tenni, hiszen a modell például a rendszer méretére nem érzékeny, s az egyes kontrollparaméterek értékének változása sem borítja fel a fejlődést leíró trendeket.



7.2. ábra. Összehasonlítás mérési eredményekkel: Windows felhasználók közösségének átlagos technológiai szintje az idő függvényeként. A mérési eredményeket a számolási eredményekkel összevetve jó egyezést találunk.

A 7.2. ábrán látható, hogy a mérési eredményekből kinyert adatok nagyon jó egyezést mutatnak az  $r = 2$  paraméter mellett négyzetrácson kapott szimulációs eredményekkel.

Természetesen elsősorban a függvényalakok egyezésének van jelentősége, ami azt mutatja, hogy a három különböző fejlettségű operációs rendszer verzió közül az egyedek többsége nem azonnal vált a legfejlettebbre, hanem egyesek először a második legjobbat választják.

## 8. fejezet

# Analitikus vizsgálatok több szolgáltató esetén

Az  $r$  paraméter rendszerre gyakorolt hatásának elemzése után azt vizsgáltuk, hogy két szolgáltató jelenlétében a  $\Delta$  paraméter értéke milyen hatással van a szociodinamikai rendszer időfejlődésére. A vizsgálatokat az előzőekhez hasonlóan analitikus számításokkal kezdtük, az egészen egyszerű topológiától indulva, s egyre bonyolítva azt.

Akárcsak a  $\Delta = 0$  esetben, első lépésben most is átlagtér közelítéssel próbáltunk információt nyerni a rendszer viselkedéséről. Ebben az esetben a költségfüggvényben szereplő integrált úgy kellett átformálni, hogy az magába foglalja azt az információt is, hogy az egyes egyedekhez különböző szolgáltatók tartozhatnak, így a köztük lévő kölcsönhatás költsége megnő a különböző szolgáltatókhoz tartozó egyedek közti párbeszéd plusz költségével.

A kölcsönhatások folyamán mindig külön meg tudjuk vizsgálni, hogy melyik kölcsönható partner melyik szolgáltatóhoz tartozik. Ennek megfelelően legyen a  $\mu$  annak valószínűsége, hogy az egyed az egyik szolgáltatóhoz tartozik ( $s = -1$ ), míg  $\eta$  annak valószínűsége, hogy az egyedet a másik szolgáltató látja el ( $s = -1$ ), ahol  $\mu + \eta = 1$ . Ezek szerint annak valószínűsége, hogy két azonos szolgáltatóhoz tartozó egyedet vizsgálunk  $\mu^2 + \eta^2$ , annak valószínűségét pedig, hogy a két egyed különböző szolgáltatóhoz tartozik  $2\mu\eta$  alakban adhatjuk meg. Így tehát a szolgáltatókat is figyelembe vevő,  $\tau$ -tól és  $\Delta$ -tól

függő költségfüggvény a következő alakú lesz

$$C(\tau, \Delta) = (\mu^2 + \eta^2) \int_0^\tau a_1(\tau - x)p(x)dx + 2\mu\eta \int_0^\tau [a_1(\tau - x)p(x) + \Delta]dx + \\ + (\mu^2 + \eta^2) \int_\tau^1 a_2(x - \tau)p(x)dx + 2\mu\eta \int_\tau^1 [a_2(x - \tau)p(x) + \Delta]dx, \quad (8.1)$$

amit tovább egyszerűsítve, a következőt kapjuk

$$C(\tau, \Delta) = \underbrace{a_1 \int_0^\tau (\tau - x)p(x)dx + a_2 \int_\tau^1 (x - \tau)p(x)dx}_{C(\tau)} + 2\mu\eta\Delta. \quad (8.2)$$

Ez a  $C(\tau, \Delta)$  költségfüggvény két fontos új információt rejt magában, miközben  $\Delta = 0$  esetben változatlanul megfelel az egyszolgáltatós esetben leírt szűkebb képletnek. Egyrészt  $\Delta > 0$  feltétellel élve sem változik a  $\tau$  szerinti minimum helye, azaz a kiválasztott  $\tau^*$  technológiai szint értéke nem függ a  $\Delta$ -tól. (Ez könnyen látható, abból, hogy átalakítás után egyetlen a  $\tau$ -tól függő tagban sem jelenik meg  $\Delta$ .) Ebben az egyszerű rendszerben tehát a több szolgáltató megjelenése nem befolyásolja a választott technológiai szintet. Másrészt a megállapítás fordított irányban is igaz, átlagtér közelítésben a választott szolgáltató sem függ a kiválasztásra kerülő technológiai szinttől. A költségfüggvény minimalizálásakor a rendszer egésze egyszerűen azt a szolgáltatót választja, amelyikhez több egyed tartozik a kezdeti állapotban. Ez abból következik, hogy ha azonos technológiai szint mellett a kiválasztott egyed a többség szolgáltatóját használja, kisebb lesz a  $\Delta$ -tól függő tag, mint ellenkező esetben.

Természetesen realiztikus eredményeket csak akkor kapunk, ha kis lokális közösségekből felépülő rendszereket vizsgálunk, ezért következő lépésként egy olyan véges rendszert tekintettünk, melyben két szolgáltató van jelen, de ezek technológiai szintjeik alapján szeparáltak, azaz az egyik szolgáltató fejlettebb, míg a másik fejletlenebb technológiát nyújt a felhasználóknak. Ennek értelmében az  $s_1$  szolgáltatóhoz  $\tau_1$ , az  $s_2$  szolgáltatóhoz  $\tau_2$  értéket rendeltünk, ahol  $\tau_1 < \tau_2$  feltevéssel éltünk. A vizsgált egyed szomszédai közt az előbbiből  $n_1$ , míg az utóbbiból  $n_2$  darabot szerepeltettünk. Kérdésünk az, milyen feltételnek kell ahhoz teljesülnie, hogy az  $s_2$  szolgáltatóhoz tartozó egyedek valamelyikét válassza egy  $s_1$ -hez tartozó egyed. Analitikusan belátható, hogy ennek eléréséhez az inkompatibilitásból

származó  $\Delta$  plusz költség nagyobb kell legyen egy küszöbértéknél

$$\frac{n_2 a_2 - n_1 a_1}{n_1 - n_2} (\tau_1 - \tau_2) < \Delta. \quad (8.3)$$

A küszöbérték függ az egyes szolgáltatókhoz tartozó egyedek  $n_1$  és  $n_2$  darabszámától és a technológiai szintek  $\tau_1 - \tau_2$  különbségétől. Fontos kiemelni, hogy a korábbi csak  $a_1$  és  $a_2$  költségfaktorok hányadosától való függés is elveszett, több szolgáltató esetén explicit  $a_1$ ,  $a_2$  függést kapunk.

A fenti összefüggésben az egyes szolgáltatókhoz tartozó egyedek darabszámától való függés írható le legkönnyebben. Ha ugyanis  $n_1 = 0$ , vagy  $n_2 = 0$  akkor a  $\Delta$  nem játszik szerepet (hiszen ez megegyezik az egyszolgáltatós esettel), illetve  $n_1 = n_2$  esetén a  $\Delta$  még a különbség nevezőbe kerülése előtt eltűnik, hiszen ekkor bármilyen szolgáltatóhoz tartozó szomszédját másolja is le az egyed, a szolgáltatók közti inkompatibilitásból származó költség azonos lesz.

Feltételezve hogy  $a_1 = 1$ , a rendszer egy további kis bonyolítása még mindig nem teszi átláthatatlanná az összefüggést. Ezt az  $a_1$ -re vonatkoztatott egyszerűsítést természetesen megtehetjük, hiszen  $\Delta = 0$  esetben csak  $a_1/a_2$  számított a rendszer fejlődése szempontjából. Tulajdonképpen a továbbiakban az  $a_2$  paraméter veszi át az  $r$  korábbi szerepét. Legyen a rendszerben most  $n_1$  darab  $s_1$ , és  $n_2$  darab  $s_2$  szolgáltatójú egyed, teljesen véletlen technológiai szintekkel. Az  $a_2$  (azaz  $r$ ) értéke legyen úgy beállítva a korábban meghatározott intervallumokat használva, hogy  $\Delta = 0$  esetén az  $i$ -edik legnagyobb érték kerüljön kiválasztásra. Most vegyük a  $k$ -edik legnagyobb technológiai szintet képviselő egyed, melynek szolgáltatója legyen az előzővel ellentétes. Kérdésként azt tesszük fel, hogy mekkorának kell lenni a  $\Delta$  paraméternek ahhoz, hogy az eredeti  $\tau_i$  helyett a  $\tau_k$  technológiai értékű egyed kerüljön kiválasztásra, azaz milyen  $\Delta$  érték kell ahhoz, hogy a szolgáltató váltással együtt is jobban megérje a magasabb technológiai szintet képviselő egyed tulajdonságait adaptálni, még ha szolgáltatók jelenléte nélkül egy alacsonyabb érték lenne is az optimális. A kérdés megválaszolására a következő összefüggést kaptuk

$$\frac{(i - a_2(N - i))(\tau_k - \tau_i) + (1 + a_2)((k - i)\tau_k - \sum_{j=i+1}^k \tau_j)}{n_2 - n_1} < \Delta. \quad (8.4)$$

Ebben az esetben a  $\Delta$  küszöbérték ismét az előzőekben megadott paraméterektől függ, valamint attól, hogy hány elem található az  $i$ -edik és a  $k$ -edik legnagyobb elem között.

A mi konkrét célunk a lokálisan felvett technológiai szint növelése a  $\Delta$  segítségével, hiszen ha ezt sikerül elérnünk, az minden bizonnyal az egész rendszerre hasonló hatást fog gyakorolni. Az egyszolgáltatós esetekben kiindulásul mindig négyzetrácsot használtunk ezért analitikus számításinkat is erre az esetre konkretizáljuk. Fixáljuk tehát az  $n_1 + n_2 = N = 4$  értéket. A fenti számítások eredményeként tudjuk, hogy a  $\Delta$  hatásának vizsgálatakor csak akkor számíthatunk jól felmérhető változásra a rendszer által elért átlagos technológiai szintben, ha  $n_1 = 1$  és  $n_2 = 3$ , vagy fordított értéket állítunk be, hiszen más esetekben vagy csak egy szolgáltató van jelen a lokális vizsgálatban, vagy azonos számú  $s_1$  és  $s_2$  szolgáltatójú egyed van jelen, s ekkor a  $\Delta$  bizonyítottan nem játszik szerepet a lemásolandó egyed kiválasztásában.

Ha a fenti képletben azt feltételezzük, hogy  $i = 3$  és  $k = 4$ , illetve tetszőleges olyan esetet ahol  $i + 1 = k$ , azaz a technológiai szint csak minimális ugrását várjuk el, akkor a számláló második tagja kiesik jelentősen egyszerűsítve az egyenlőtlenséget. Ugyanakkor valószínűsíthető, hogy könnyebb egy egyedet csak kicsivel nagyobb technológiai szint választására rábírní, mint ettől nagyobb ugrásra. Az előzőeknek eleget téve a behelyettesített képlet tehát a következő

$$\frac{(3 - a_2)(\tau_4 - \tau_3)}{n_2 - n_1} < \Delta. \quad (8.5)$$

A három rendszeren tapasztalt egyes tulajdonságok jól általánosíthatók egyrészt a globális, teljes rendszerre vonatkozó megállapításokként, másrészt a fentiekől eltérő általános rendszerekre. A fenti számítások eredményeként egyrészt azt várjuk, hogy globális vizsgálatok során a  $\Delta$  jelentős változást idézhet elő a rendszer által elért átlagos technológiai szintben, másrészt mivel a  $\Delta$ -ra meghatározott küszöbök minden esetben több más paramétertől is függenek a rendszer több szolgáltató jelenléte esetén az eddigieknél is összetettebb, de jól definiálható viselkedést mutat.

## 9. fejezet

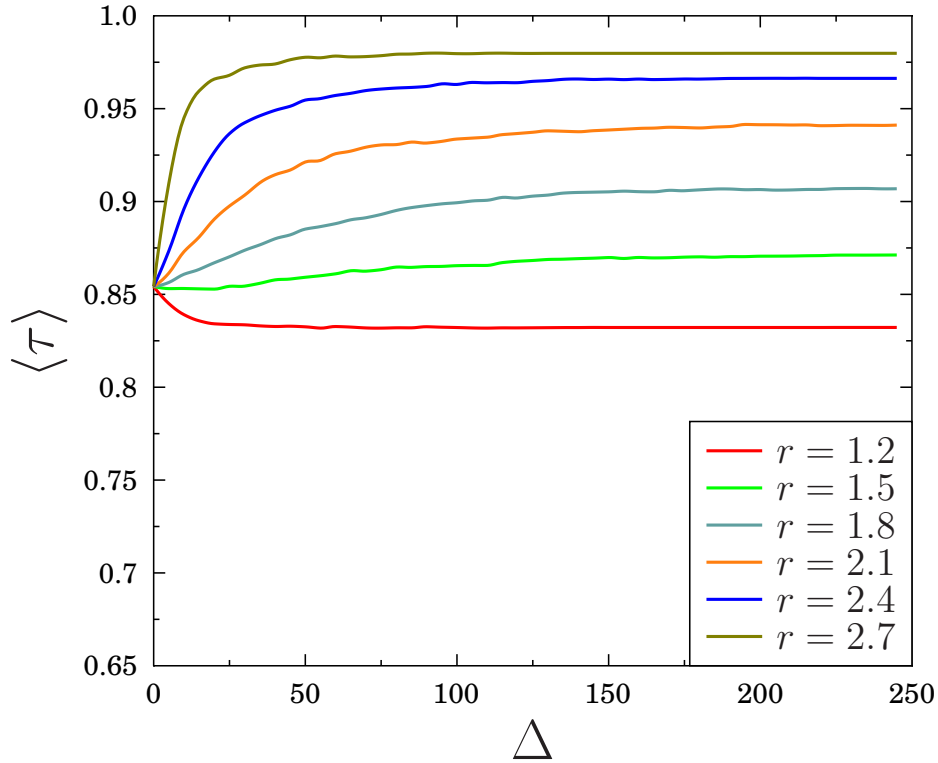
# A többszolgáltatós rendszer vizsgálata számítógépes szimulációval

### 9.1. Több szolgáltató jelenlétének hatása a rendszer által elért átlagos technológiai szintre

A fenti analitikus számítással megmutattuk, hogy több szolgáltató jelenléte (tehát  $\Delta$  véges, nem 0 értéke) befolyásolja az egyedek döntési mechanizmusát, így a költségfüggvény minimumát, és a választott technológiai szintet is. Mivel egy nagyméretű szociális-gazdasági rendszer nagyszámú kisebb közösségből épül fel, várható, hogy a rendszer egészének időfejlődése is megváltozik a véges  $\Delta$  jelenlétének eredményeként. Ennek tisztázására számítógépes szimulációkat végeztünk.

A szimulációkat a korábbiakhoz hasonlóan egy  $L = 1500$  oldalhosszúságú négyzetrácson végeztük periodikus határfeltétellel. Először az  $r$  fix értékei mellett írjuk le a rendszer által elért maximális technológiai szint változását a  $\Delta$  értékének változtatása mellett. Egy vizsgálaton belül konstansnak tekintett  $r$  érték mellett növeltük a  $\Delta$  értékét 0-tól egy megfelelően nagyra választott határig. Minden paraméter beállítás mellett  $M = 50$  szimulációt végeztünk változtatva a véletlenszerű kezdőfeltételt, majd a hosszú időfejlődés eredményeként az egyes rendszerekre aszimptotikusan kapott  $\langle \tau \rangle$  átlagos technológiai szinteket még átlagoltuk rendszerek fölött is. Az így kapott eredmények láthatók a 9.1. ábrán  $\Delta$  függvényeként több  $r$  érték mellett.

Az ábrán szereplő  $r$  értékek az  $1 < r < 3$  intervallumba esnek, ezért a görbék azonos pontból indulnak, azaz ahogy azt korábban is láttuk,  $\Delta = 0$  mellett nem mutatnak  $r$

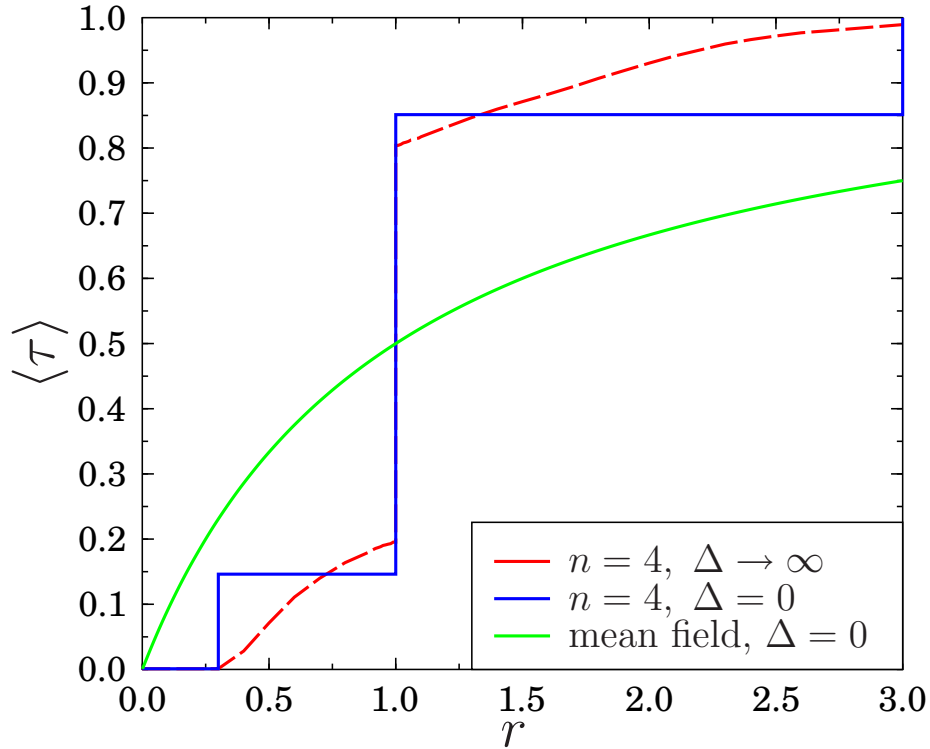


9.1. ábra. A  $\Delta$  értékének növelésével egyre nagyobb mértékben tér el a hosszú idő után kapott aszimptotikus átlagos technológiai szint a  $\Delta = 0$  esetben tapasztaltaktól. Ez az eltérés  $\Delta \rightarrow \infty$ -ben minden  $a_2$  esetén tart egy jól meghatározott értékhez.

függést. Véges  $\Delta$  értékeknél viszont az addig közös görbe felhasad, s az így kapott egyes függvények nagy  $\Delta$ -k esetén  $r$ -től függő határértékhez tartanak. A fenti eredmények tehát azt mutatják, hogy a szolgáltatók versengése érzékenyebbé teszi a rendszert a technológiák által nyújtott előnyökre.

A 9.2. ábrán összehasonlítjuk a  $\langle \tau \rangle$  nagy  $\Delta$  értékek mellett kapott határértékét a  $\Delta = 0$  esetben, azaz egy szolgáltató jelenlétében négyzet rácson nyert szimulációs, és az átlagtér közelítéssel kapott analitikus eredményekkel. Jól megfigyelhető, hogy a véges  $\Delta$ , tehát két szolgáltató versengése jelentős változást okoz a rendszerünkben: a legtöbb  $r$  érték esetében a rendszer egészének átlagos technológiai szintje emelkedik.

Az ábrán egyfajta szimmetria jelenléte is megfigyelhető a rendszerben, amit legkönnyebben úgy érthetünk meg, ha az  $a_1$  és  $a_2$  értékeket felcseréljük, azaz az  $r$  reciprokát ábrázoljuk a vízszintes tengelyen. A  $\Delta$  ugyanis az elért technológiai szintet például  $r = 1/2$



9.2. ábra. A rendszer által elért maximális átlagos technológiai szint az  $r$  függvényében. A  $\Delta = 0$  esethez képest a több szolgáltató jelenléte a legtöbb  $r$  esetén magasabb technológiai szinthez vezet.

esetén ugyanannyival viszi közelebb a technológiai szintek alsó 0 korlátjához, mint  $r = 2$  esetén a felső 1 korláthoz.

Fontos tehát hangsúlyozni, hogy a legtöbb esetben a  $\Delta$  jelenléte pozitívan hatott a technológiai szintekre. A valós világra vetítve ezt a következtetést megállapíthatjuk, hogy a több szolgáltató jelenléte az esetek túlnyomó többségében magasabb technológiai szint eléréséhez vezet. Azaz a többszolgáltató verseny segíti a technológiai fejlődést.

## 9.2. A rendszer viselkedése szolgáltatók közti verseny mellett

### 9.2.1. A szolgáltatók által nyújtott előnyök

Az eddigiekben a szolgáltatók közti különbségek mindössze az egyedek  $s$  szolgáltatóhoz tartozást jelölő paraméterének különbségében merült ki. Ezáltal ugyan a rendszerben valóban több szolgáltató szerepelt, ezek közt azonban nem alakul ki szűkebb értelemben vett versengés, hiszem mindkét szolgáltatóhoz közel azonos számú egyed tartozik, azok technológiai szintje pedig szolgáltatótól független. A szolgáltatók közti verseny akkor indulhat be igazán, ha köztük előnyöket és hátrányokat írunk le, azaz a szolgáltatók különböző feltételekkel indulnak.

Egy szolgáltatót a rendszer inicializálásakor a modell szerint kétféleképp részesíthetünk előnyben. Megnövelhetjük egyrészt az adott szolgáltató kezdeti jelenléti arányát. Ennek eredményeként az a szolgáltató, amelyikből több szerepel a rendszerben egyértelmű előnyhöz jut. (Láttuk, hogy több szolgáltató esetén a szélsőséges esetet vizsgáló átlagtér közelítésben az a szolgáltató amelyikből akár eggyel is több volt a rendszerben, vált dominánssá egyetlen lépés után.) Azt, hogy a rendszerben az  $s_0$  illetve az  $s_1$  szolgáltató milyen arányban van jelen a  $\mu$  és  $\eta = 1 - \mu$  értékekkel írjuk le, ahol  $0 \leq \mu \leq 1$ .

A másik lehetőség, hogy feltételezzük, hogy az egyik szolgáltató minőségibb technológiát, azaz magasabb technológiai szintet szolgáltat. Ezt egyszerűen úgy érhetjük el, hogy szintén rendszer-inicializálásakor miután beállítottuk az egyedhez tartozó szolgáltatót, a hozzá tartozó technológiai szintet nem  $\tau_{min}$  és  $\tau_{max}$  (azaz 0 és 1) közti intervallumban generáljuk egyenletes eloszlás szerint, hanem az intervallumhatárokat a szolgáltatóktól tesszük függővé. Az intervallumhatárok megfelelő változtatásával könnyen elérhetjük, hogy az egyik szolgáltató a másiknál magasabb technológiai szintet szolgáltatson. Hogy ezt a különbséget számszerűsíthessük egy szolgáltató esetén a továbbiakban beszélünk az adott szolgáltatóhoz tartozó átlagos technológiai szintről is melyet  $\langle \tau \rangle_0$  illetve  $\langle \tau \rangle_1$  formában jelölünk rendre az első illetve a második szolgáltató esetében. A fent leírt értékek felhasználásával már egyszerűen leírhatjuk, hogy a szolgáltatott technológia szintje szerint mekkora előnyt nyújt egy adott szolgáltatóhoz tartozni. Ez az érték

$$\delta \langle \tau \rangle = \langle \tau \rangle_0 - \langle \tau \rangle_1. \quad (9.1)$$

Programozástechnikai okokból, illetve a számítások megkönnyítése érdekében a generálandó  $\tau$ -k szolgáltatók szerinti tartományának határait csak jól definiált szabály szerint változtathatjuk. Eszerint amennyiben az  $s_0$  szolgáltatót kívánjuk előnyösebbnek állítani, a hozzá tartozó tartomány felső határa minden esetben  $\tau_{max} = 1$  kell, hogy legyen, míg az  $s_1$  szolgáltatóhoz tartozó tartomány alsó határa konstans  $\tau_{min} = 0$ . A szabály szerint, ha az  $s_1$  szolgáltatóhoz tartozó intervallum felső határát  $\gamma$ -nak választjuk, akkor a második szolgáltatóhoz tartozó tartomány alsó határa kötelezően  $1 - \gamma$  kell hogy legyen. Belátható, hogy a fenti szabály alkalmazása kellően nagy egyedszám esetén nem csökkenti a lehetséges szimulációs kiinduló állapotok számát, hiszen minden olyan kezdőállapothoz, amelyet a szabály alkalmazása nélkül állítunk be található olyan, a szabállyal előállított kezdőállapot, mely vele ekvivalens mértékben és módon befolyásolja a rendszer időfejlődését. Abban az esetben, ha nem az  $s_0$ , hanem az  $s_1$  szolgáltatót kívánjuk előnyösebbnek beállítani, a szabályt egyszerűen fordítva alkalmazzuk. Fontos azonban hogy a  $\delta\langle\tau\rangle$  értéket mindig a 9.1 egyenletben megadottak szerint definiáljuk, ezekszerint pedig értéke az utóbb leírt esetben negatív.

Az, hogy egy szolgáltató mekkora, és milyen jellegű előnnyel rendelkezik a rendszer indításakor (illetve az egyes időlépésekben) a  $\mu$  és a  $\delta\langle\tau\rangle$  értékekkel tehát egyértelműen megadható.

### 9.2.2. Szimulációk nem-kiegyenlített verseny esetén

Annak felderítésére, hogyan reagál a rendszer a fentiekben leírtak szerint előkészített versenyhelyzet megjelenésére további számítógépes szimulációkat végeztünk. Költségfaktor hányadosként  $r = 2.1$  és  $r = 3.1$  értékeket vettünk, azaz a vizsgálatokat a négyzetrács topológián értelmezett mindkét intervallumból vett értékre elvégeztük. A  $\delta\langle\tau\rangle$ -t 0-tól felfelé változtattuk, s a futtatásokat  $\mu_0$   $s_0$  szolgáltatóhoz tartozó kezdeti kiindulási arány néhány jellemző értéke mellett végeztük el. Azt vizsgáltuk, hogy a rendszer végállapotba kerülésekor milyen százalékban van jelen a rendszerben az első szolgáltató, azaz mekkora a  $\mu_f$  érték.

A kapott eredményeket  $\delta\langle\tau\rangle$  függvényében ábrázolva azt találjuk, hogy az elért  $\mu_f$  végleges arány jól leírható formában változik a  $\delta\langle\tau\rangle$  növelése mellett mind  $r = 2.1$ , mind  $r = 3.1$  esetben. Több kezdeti  $\mu_0$  értékre elvégezve a szimulációt megfigyelhető, hogy míg

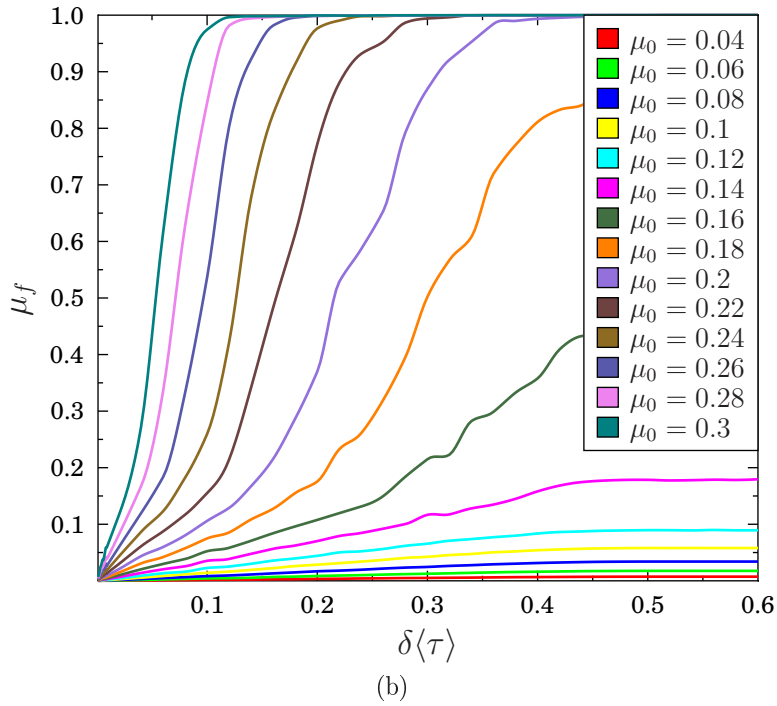
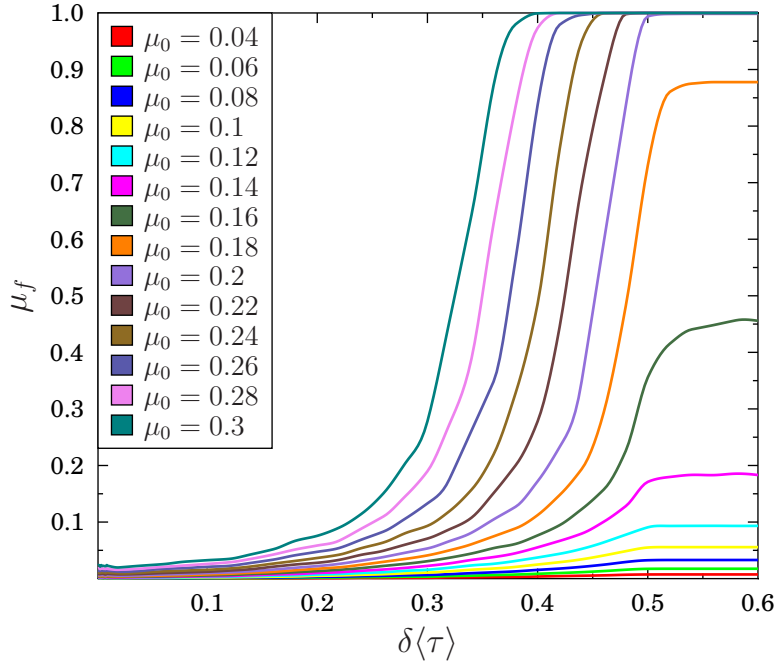
egyes esetekben bármekkora is az  $s_0$  szolgáltató által nyújtott minőségi előny a technológia nem terjed el, sőt csaknem kihál. A legtöbb esetben a  $\delta\langle\tau\rangle$  növelésével akár a kezdetben kisebb számban jelen lévő szolgáltató is dominánssá tehető a piacon. Nem konstans azonban az a  $\delta\langle\tau\rangle_c$  küszöbérték ahonnan tovább növelve azt a szolgáltató nem jut még jelentősebb szerephez.

Már néhány különböző szimulációs beállítás után is jól láthatóvá válik, hogy a fentiekben leírt  $\delta\langle\tau\rangle_c$  küszöbök mind a  $\delta\langle\tau\rangle$ , mind a  $\mu_0$  értékétől függést mutatnak. Ennek felderítésére számos további szimulációt végezve az eredményeket 3 dimenziós grafikonon ábráztuk, s a diszkrét  $\mu_0$  pontokból indított különálló görbék helyett a  $\mu_0$ -tól és  $\delta\langle\tau\rangle$ -tól függő  $\mu_f$  által kirajzolt 3 dimenziós felületet vizsgáltuk tovább. Az így kapott 9.4 ábrát elemezve a következő lényeges megállapításokat tehetjük:

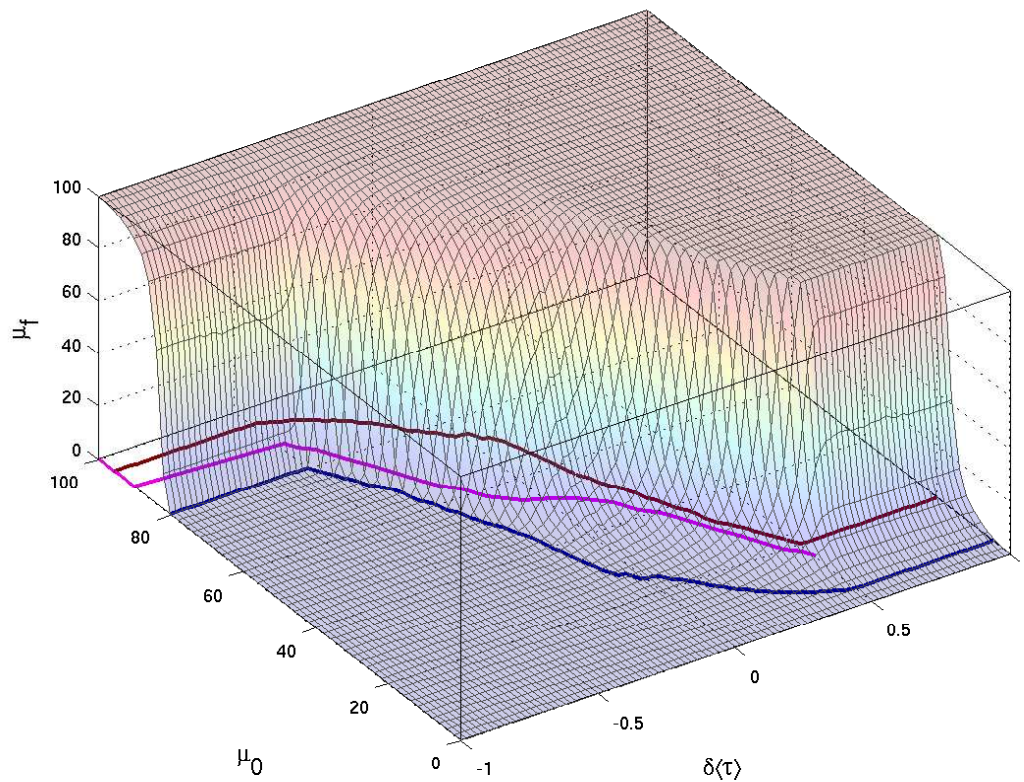
- Látható, hogy az esetek egy kicsiny hányadában hiába jelent az első szolgáltatóhoz tartozás garantáltan jóval magasabb technológiát, mint az ellenkező eset, a szolgáltató elenyésző piaci jelenléte miatt a magasabb technológia nem tud elterjedni, azaz győz az alacsony színvonalú, de jóval nagyobb mértékben jelen lévő második szolgáltató. Ez természetesen fordítva is igaz, létezhet  $s_0$ -nak olyan magas piaci aránya, amely felett már mindegy milyen színvonalú technológiát szolgáltat ő, illetve a vele versengő másik szolgáltató, mindig az övé marad a piac csaknem egésze.
- Ha nem a fenti eset valamelyik előfordulásával állunk szemben, a legtöbb  $\mu_0$  kezdeti szolgáltató arányhoz megadható egy-egy olyan  $\delta\langle\tau\rangle_c$  küszöb, mely felett a szolgáltató magasabb arányú piaci részesedéssel végez, mint amivel indult. Ez egyben azt is jelenti, hogy a szolgáltatott technológia színvonalából, és a kezdeti piaci jelenlétből egy ilyen egyszerű rendszerben már induláskor meg lehet mondani, hogy a szolgáltató piaci részesedése nőni, vagy csökkenni fog. Természetesen, mivel a piacon mindössze két szolgáltató van jelen, ugyanez a határvonal értelmezhető az  $s_1$  szolgáltatóra is, az ő piaci részesedése épp e vonal alatt válik magasabbá, mint kezdetben.
- Megadható a görbén egy olyan  $\mu_0$ -tól és  $\delta\langle\tau\rangle_c$ -tól függő határvonal, melytől mindkét paraméter szerint pozitív irányba haladva a rendszerben az első szolgáltató kerül teljesen monopol helyzetbe, azaz 100%-os piaci részesedéshez jut a végállapotban.

Eszerint csakúgy, mint az előző megállapítás esetében, arra is választ tudunk adni induláskor, hogy hosszú időfejlődés után monopol helyzetbe kerül-e valamely szolgáltató – tudva, hogy természetesen az  $s_1$  szolgáltatóhoz is létezik olyan kontúr, melytől mindkét tengelyen negatív irányban haladva ő kerül abszolút piaci vezető szerepbe.

Meg kell jegyezni, hogy a szimulációk eredményeül kapott felület különböző  $r$  költségfaktor hányadosok esetén – természetesen – a pontos értékeket illetően mindig más és más eredményt ad, tendenciáit vizsgálva azonban minden esetben a 9.4 ábrán láthatóhoz hasonló felületet kapunk, s a fent említett három megállapítás minden esetben igaz.



9.3. ábra. Az első szolgáltató jelenléti aránya a rendszerben végállapotban. Az a) ábrán az  $r$  értékét 2.1-nek, míg a b) ábrán 3.1-nek választottuk. Látható, hogy a végállapotban kapott  $\mu_f$  értékek mindkét esetben jól leírható ütemben változnak a kezdeti arány változtatása mellett.



9.4. ábra. Az  $s_0$  első szolgáltató jelenléti aránya a rendszer végállapotában a  $\mu_0$  kezdeti jelenléti arány és a  $\delta\langle\tau\rangle$  szolgáltató technológiai szintek közti különbség függvényeként ábrázolva. Látható, hogy kontúrokkal egyértelműen leírható, hogy mely paraméterértékek mellett kerül monopol helyzetbe az  $s_1$  szolgáltató, mi kell ahhoz, hogy az  $s_0$  szolgáltató terjedést produkáljon, illetve mikor válik  $s_0$  egyeduralmódóvá a piacon.

# 10. fejezet

## Diszkusszió

A társadalmi-gazdasági rendszerekben az egyének eltérő személyiségjegyei, gondolkodásmódja ellenére sok esetben megfigyelhető kollektív viselkedés a nagyszámú egyedből álló csoportokban. Erre az egyik legjobb példa a politikában figyelhető meg, ha egy országban a parlamenti választásokat megelőző kampányt két nagy párt küzdelme dominálja. Ilyenkor a társadalomban két vélemény verseng egymással s általában a folyamat végállapotában (a választásokon) egyik vélemény többségbe kerül. Kisebb közösségeken belül az emberek megváltoztathatják véleményüket általában a környezetükben uralkodó többségi vélemény alapján, ami egyben az átvett vélemény terjedését jelenti. Ugyanezen mechanizmusok mentén azonban példa hozható egyes piaci folyamatok leírásánál, illetve a reklámpiar egyes részein is.

A fentiekhez hasonló kollektív viselkedés figyelhető meg sok részecskéből álló, erősen kölcsönható fizikai rendszerekben is, ha a rendszer fázisátalakulást mutat. A fizikában hatékony elméleti módszereket dolgoztak ki a mikroszkopikus komplexitás és a makroszkopikus kollektivitás kapcsolatának leírására, amelyek bizonyos feltételek mellett szociodinamikai rendszerekre is alkalmazhatók. Véleményterjedéssel kapcsolatos jelenségek vizsgálatára például a közelmúltban igen sikeresnek bizonyult a fizikában bevezetett Sznajd modell, melyben egy reguláris rácson elhelyezett egyedek között verseng két vélemény. A diplomamunka célja egy olyan, sejtautomatákra épülő szociodinamikai modell kidolgozása volt, mely lehetővé teszi technológiák versengésének és elterjedésének vizsgálatát, s túlmutat az eddigi hasonló modellek lehetőségain. Olyan modellt akartunk létrehozni, amely egyrészt alkalmas a „folytonos vélemény spektrum” kezelésére, másrészt változatos topoló-

giákon végzett szimulációk mellett alkalmas a modern információs társadalmi hálózatok folyamatainak leírására is.

A diplomamunka keretében olyan technológiák elterjedéséből indultunk ki, amelyek használatában domináns szerepet játszik a felhasználók közti kölcsönhatás. Mikroszkopikus modellünkben az egyedek különböző technológiai színvonalú termékeket használnak egymással való kommunikációra. A modellben nem tekintünk innovációt, azaz az egyedek nem tudnak spontán új technológiát kifejleszteni, viszont ha számukra kedvező, lemásolhatják, adaptálhatják kölcsönható partnereik valamelyikének technológiáját. Ez természetesen a lemásolt technológia terjedését eredményezi. A terjedés mozgatórugójaként egy költségfüggvényt definiáltunk, mely kifejezi, hogy egy egyednek mekkorák a ráfordításai az adott technológiai szinten. A költségek oka az inkompatibilitás, amelynek két formája van a modellben: egyrészt az egyedek technológiai szintjeinek eltérése költségeket eredményez, másrészt a technológiák szolgáltatókon keresztül jutnak el a felhasználókhoz, ami további inkompatibilitást okoz. A költségfüggvényben definiált  $a_1$  és  $a_2$  paraméterek értékének megválasztásában kifejezésre jut, hogy a magasabb technológiai szint előnyösebb, mint az alacsony ( $a_1 < a_2$ ).

Analitikus számítások, és számítógépes szimulációk eredményeként is bizonyítani tudtuk, hogy egyszolgáltatós esetben a rendszer fejlődése nem függ az  $a_1$  és  $a_2$  paraméterek pontos értékétől, csak azok  $r = a_2/a_1$  arányától, amely a fejlettebb technológiák által nyújtott előnyök mértékét jellemzi. Az  $r$  paraméter jelentősen befolyásolja mind a rendszer elemeinek lokális viselkedését, mind a rendszer egésze által elért maximális technológiai szintet.

Megmutattuk, hogy konstans fokszámú hálózatokon, azaz amikor minden egyed azonos számú szociális kontaktussal rendelkezik, az  $r$  paraméter jól definiált intervallumain az egyedek mindig azonos rendű technológiát választanak. Analitikusan sikerült megmutatni, hogy ennek eredményeként az időfejlődés hátterében extrém rendezési statisztikák fedezhetők fel. A négyzet rácson végzett szimulációk ezekkel az analitikus eredményekkel kiváló egyezést mutattak.

Megmutattuk, hogy az  $r$  paraméter (tehát a fejlettebb technológia által nyújtott előnyök) mellett az egyedek kölcsönhatási partnereinek száma, azaz a szociális kapcsolatok hálózata is jelentős hatással van a technológiák elterjedésére. Az információs társada-

lom valós szociális hálózataihoz a négyzetrácsnál jóval közelebb álló kisvilág tulajdonságú Watts-Strogatz modellen, illetve skálafüggetlen hálózatokon azt találtuk, hogy a szomszédok átlagos számának növelésével az elért technológiai szint szigorúan csökkenően tart az átlagtér közelítéssel kapott eredményhez. Ebből levonható a következtetés, hogy az általunk vizsgált technológiák terjedésének jobban kedvez a kisebb csoportokból álló összetett hálózat, mint egy olyan rendszer, ahol az egyedek mind ismerik egymást.

A munka következő lépéseként több szolgáltató jelenlétének hatását elemeztük a technológiák terjedésére. A modellben két szolgáltatót tekintettünk, s a szolgáltatóhoz tartozás jelölésére egy  $-1$  vagy  $+1$  értéket felvehető  $s$  paramétert vezettünk be. Amennyiben két kölcsönható egyed szolgáltatója nem egyezik meg, a költségfüggvény egy  $\Delta$  konstanssal nő.

Analitikus számításokkal és számítógépes szimulációkkal kimutattuk, hogy több szolgáltató jelenlétében a rendszer érzékenyebb a fejlettebb technológiák nyújtotta előnyökre, továbbá a többszolgáltatós verseny elősegíti a magasabb technológiai szintek térhódítását, és fennmaradását.

A két szolgáltató szerepét ezután tovább gazdagítottuk azzal, hogy köztük az eddigi egyenlő esélyek helyett versenyhelyzetet teremtettünk. Ezt egyrészt a szolgáltatók piaci részesedésének, másrészt az általuk szolgáltatott technológia átlagos értékének szabályozásával értük el. A két paraméter által meghatározott teljes lehetséges paramétersíkon nagy sűrűségben végeztünk szimulációkat, s eredményként a kapott felület kontúrvonalával határolt karakteres viselkedésformákat figyeltünk meg. A szimulációk eredményeként már a rendszer indításakor eldönthető, hogy egy szolgáltató a piaci versenyben hosszútávon előnybe, vagy hátrányba kerül, illetve hogy kihál a piacról, vagy monopol helyzetet ér el.

A diplomamunka eredményeként kapott szociodinamikai modell túlmutat az eddigi hasonló modellek keretein. Segítségével sikerült részleges választ nyerni a minőség és a mennyiség konfliktusából származó néhány kérdésre, a benne rejlő lehetőségek azonban korántsem merültek még ki. További analitikus vizsgálatokra érdemes a többszolgáltatós eset, s érdemes lehet a modellt még változatosabb topológiákon tesztelni. Érdekes viselkedést sejtet valamilyen központi véleménymódosító eszköz bevezetése a modellbe, így az alkalmasabbá válhatna például politikai folyamatok hatékonyabb leírására is.

Szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Kun Ferencnek diplomamunkám elkészítése során nyújtott értékes tanácsait és támogatását, amellyel mindvégig segítségemre volt.

# Irodalomjegyzék

- [1] Albert, A., Barabási A. L. (1999), Diameter of the world-wide web, *Nature* 401 130-131.
- [2] Bernandes, A. T., Stauffer, D., Kertész, J. (2002), Election results and the Sznajd model on Barabasi network, *Eur. Phys. J. B* 25, 123-127.
- [3] Goh, K.-I., Kahng, B., Kim, D. (2001), Universal Behavior of Load Distribution in Scale-Free Networks, *Physical Review Letters* 87, 278701.
- [4] Gould, H., Tobochnik, J., Christian, W. (2006), *An Introduction to Computer Simulation Methods*, Pearson Education Inc. – Addison Wesley, San Francisco.
- [5] Hegselmann, R., Krause, U. (2002), Opinion Dynamics and Bounded Confidence Models, Analysis, and Simulation. *Journal of Artificial Societies and Social Simulation* 5/3.
- [6] Hansen, A., Roux, S. (2001), *Statistics Toolbox for Damage and Fracture in Krajcinovics, D. and van Mier, J. Damage and Fracture of disordered materials* Springer Verlag.
- [7] Iyetomi, H., Aoyama†, H., Fujiwara, Y., Ikeda, Y., Kaizoji, T., Soma, W. (2005), Construction of a microscopic agent-based model for firms' dynamics. Modelling the role of national system of innovation in economical differentiation. *Modelling Cooperative Behavior in the Social Sciences: Eighth Granada Lectures CP779*.
- [8] P-Satorras, R., Rubi, M., Diaz-Guilera, A. (Eds.) (2003), *Statistical Mechanics of Complex Networks*, Lecture Notes in Physics, Springer Verlag, Berlin.

- [9] Rapoport, A. (1957), Contribution to the theory of random and biased nets, Bull. Math. Biophys., 19 257–277.
- [10] Roethlisberger, F. J., Dickson, W. J. (1939), Management and the Worker, Harvard University Press, Cambridge, MA.
- [11] Ruitz, R. M., Albuquerque, E., Ribeiro L. C., Bernandes A. T. (2005), Modelling the role of national system of innovation in economical differentiation. Modelling Cooperative Behavior in the Social Sciences: Eighth Granada Lectures CP779.
- [12] Stauffer, D. (2001), Monte Carlo Simulations of Sznajd models, Journal of Artificial Societies and Social Simulation 5/1.
- [13] Silverberg, G., Verspagen, B. (2005), A percolation model of innovation in complex technology spaces, Journal of Economic Dynamics & Control 29 225-244.
- [14] Sznajd-Weron, K. (2005), Sznajd model and its applications, Acta Physica Polonica B 36 1001-1011
- [15] W3 Schools (2006), [http://www.w3schools.com/browsers/browsers\\_stats.asp](http://www.w3schools.com/browsers/browsers_stats.asp).
- [16] Weidlich, W. (2006), Sociodynamics, A Systematic Approach to Mathematical Modelling in the Social Sciences. Dover Publications INC, Mineola, New York, 20-24.