

# **SZAKDOLGOZAT**

Szentesi Norbert József

DEBRECEN

2008

DEBRECENI EGYETEM  
INFORMATIKAI KAR

# **Informatikai eszközök alkalmazása a szakközépiskolai koordinátageometria tanításában**

**Az interaktív tábla és a GeoGebra matematikai segédprogram  
használata**

**Témavezető : Dr. Papp Zoltán**

Egyetemi adjunktus

**Készítette: Szentesi Norbert József**

Informatika szakos hallgató

DEBRECEN

2008

## **Köszönetnyilvánítás:**

Szeretnék köszönetet mondani témavezet mnek, Dr. Papp Zoltán egyetemi adjunktusnak, aki megismertetett a GeoGebra matematikai segédprogrammal; értékes tanácsokkal, instrukciókkal látott el, és végig figyelemmel kísérte, támogatta munkámat.

Köszönet érte!

## Tartalomjegyzék:

<b>1. Bevezetés</b> .....	5
<b>2. Interaktív szemléltetés az oktatásban</b> .....	7
2.1. Történeti áttekintés.....	7
2.2. Az interaktív tábla („okostábla”) .....	8
2.3. Az interaktív táblák fajtái .....	9
2.4. Az interaktív táblák használatának oktatási céljai .....	9
2.5. Az interaktív tábla funkciója a tanítás – tanulás folyamatában .....	11
2.6. Az interaktív tábla alkalmazásának el nyei a tanórákon .....	12
2.7. A matematikaoktatás segítése interaktív táblával.....	13
2.8. Szakmai tapasztalatok az interaktív tábla felhasználásáról a Beregszászi Pál Szakközépiskolában.....	14
<b>3. A SMART interaktív tábla és a SMART Board szoftvercsomag bemutatása</b> .....	16
3.1. A SMART tábla .....	16
3.2. A SMART Board szoftver rövid bemutatása .....	18
3.3. A SMART indítóközpont .....	18
3.4. A SMART Notebook szoftver .....	20
3.5. Menüpontok a SMART Notebook szoftverben.....	25
3.6. A SMART Notebook szoftver eszköztára.....	33
<b>4. A GeoGebra matematikai segédprogram ismertetése</b> .....	34
4.1. A GeoGebra általános jellemz i .....	35
4.2. Menüpontok a GeoGebra-ban.....	37
4.3. Az Eszköztár ikonjai .....	41
4.4. Közvetlen adatbevitel a Parancssor segítségével.....	48
4.5. Parancsok a GeoGebra-ban.....	51
<b>5. Tananyagrészet a Koordinátageometria c. témakörb l a SMART tábla és a GeoGebra matematikai segédprogram felhasználásával</b> .....	57
<b>6. Befejezés</b> .....	87
<b>Irodalomjegyzék</b> .....	89

## 1. fejezet: Bevezet , témaválasztás

Ez a szakdolgozat a Debreceni Egyetem Informatika Karának informatikatanár szakán készült abból a célból, hogy bemutassa az informatika alkalmazásának lehetőségeit a matematikaoktatásban, elsősorban a koordináta geometria témakör területén. A matematika tudományából azért választottam éppen ezt a témakört, mert egyrészt számomra ez az egyik legkedvesebb részterület, másrészt az itt megszerzett ismeretek adják például a számítógépes grafika alapját, amely manapság az egyik fontos területe az informatikának is. Véleményem szerint a koordináta geometria a matematikán belül az egyik legösszetettebb témakör. A középiskolás tanulóknak fontos ismeretekkel kell rendelkezniük mind algebrából, egyenletek, egyenletrendszerek és egyenletrendszerek megoldásából, mind pedig geometriából.

A dolgozat lényeges eleme az interaktív táblák felhasználhatósága az oktatásban, és azon belül a matematikatanításban. Emellett még bemutatok egy matematikai segédprogramot, a GeoGebra-t, amely rendkívül alkalmas a középiskolai matematikaoktatás hatékonyabbá, szemléletesebbé tételére. Ez a szoftver nagyszerűen együttműködik a digitális táblákkal. Könnyen és jól lehet szemléltetni a koordináta geometriában felmerülő problémákat és azok megoldásait. A tanulók nagyobb nehézségek nélkül elsajátíthatják a program használatát, és segítségével egyszerűbben megérthetővé válik a matematika ezen könnyen nem mondható fejezete.

A dolgozat 2. fejezetében az interaktív szemléltetés lehetőségeit tárgyalom, különös tekintettel a manapság „divatba jött” digitális táblákra, azok felhasználhatóságának elnyerésére és esetleges hátrányaira.

A 3. fejezetben egy konkrét interaktív táblát, a SMART Board digitális táblát és annak kezelő szoftverét mutatom be röviden. Ezt a táblát saját magam is használom már körülbelül egy éve Debrecenben a Beregszászi Pál Szakközépiskolában, ahol matematikát tanítok. Ebben a fejezetben bemutatom a kezelő szoftver fontosabb részeit és annak felhasználhatóságát az órai tananyagok fejlesztésében.

A szakdolgozat 4. fejezete szól a GeoGebra matematikai segédprogramról. Itt részletesen (de a teljesség igénye nélkül) bemutatom a program kezelő felületét, működését. Azokat a funkciókat a programnak, amelyek a koordináta geometria tanításában jól

felhasználhatók részletesebben tárgyalom, a többi funkciót (pl.: függvényekre vonatkozó funkciók) csak röviden említem meg.

A dolgozat 5. fejezete egy általam fejlesztett tananyagrészt tartalmaz a koordináta geometria témakör tanításához. Az a rész a témakör első 4 – 5 órájának anyagát tartalmazza (vektorok, vektorok koordinátaival végezhető műveletek, osztópont, háromszög súlypontja, az egyenes irányvektoros egyenlete). Az itt megoldott feladatok a Czapáry Endre – Gyapjas Ferenc által írt Matematika a középiskolák 11. évfolyama számára című tankönyvből valók.

A tananyagrészt a SMART Notebook szoftverében készült. A képleteket a Microsoft Office-ben megtalálható egyenletszerkesztő alkalmazással és az ingyenesen használható MathCast 0.88-as verziójával készítettem el. A tananyagban megtalálható ábrák a GeoGebra 3.0.0.0 Release Candidate verziójában készültek. Ezen tananyagrészek és ábrák megtalálhatóak a dolgozathoz kapcsolódó mellékletben.

A dolgozat befejezésében röviden összegeztem tapasztalataimat az interaktív tábla és a GeoGebra matematikai segédprogram használatával kapcsolatban. Céлом a jövőre szóló elremutatás is, miszerint a tanárok és diákok ne csupán az informatika, hanem a többi tanítási órán is ismerjék meg és alkalmazzák a számítógép nyújtotta lehetőségeket.

## **2. fejezet: Interaktív szemléltetés az oktatásban**

Napjaink egyre gyorsuló világában az oktatás új kihívásoknak kell, hogy megfeleljen. A piacorientáltság miatt a tudásátadás hagyományos útjai már nem kielégítik. A tanulóknak egyre több ismeretet kell elsajátítaniuk egyre rövidebb idő alatt, ezért a tanulás hatékonyságát növelni kell. Ennek egyik eszköze lehet a vizualizáció. Az emberek jelentős része esetében a vizuális információ a környezetről szerzett összes információ 50%-a. Ezért a verbális információközlést kezdik kiegészíteni, felváltani a modern technikai eszközök, amelyek segítségével a tanítás – tanulás folyamata változatosabbá, látványosabbá, nem utolsósorban interaktívabbá tehető.

Újabb változás, hogy az oktatás célja hangsúlyozottan olyan képességek és készségek elsajátíttatása lett, amely az egyén egyedi élethelyzeteihez és adottságaihoz igazodik. Valódi, használható tudáshoz kell juttatni a tanulókat, ami nem érhető el passzív befogadással. A tanári munka lényeges eleme kell, hogy legyen a tudásépítés készségének kialakítása a tanulóknál.

A tudásszerzés folyamatát ki kell egészíteni kritikai hozzáállással, egyedi megközelítési módszerek kialakításával és önálló véleményformálással is. A technika fejlődésének köszönhetően minderre komoly lehetőség nyílt, hiszen megjelentek olyan technikai eszközök az oktatásban, amelyek egyre inkább háttérbe szorították a csupán verbalizmusra épülő tanári előadásmódot és a hagyományos tábla használatát.

### **2.1. Történeti kitekintés**

Az 1990-es évek elején a hagyományos táblát kezdték felváltani a filctollal írható és letörölhető fehér táblák (whiteboard). Szemléltetésre, a tanítási óra sokszínűbbé és látványosabbá tételére különféle vetít berendezések is elterjedtek, mint például diavetítő, epidiaszkópok (könyvkivetítő) és írásvetítő. Mindezek használata az említett előnyök mellett hátrányokkal is járt: például a diavetítő és az epidiaszkóp esetében szükséges a tanterem elsötétítése, ami lehetetlenné vagy legalábbis nehézkesé tette a jegyzetkészítést.

A számítógépek elterjedésével új típusú vetítő eszközök jelentek meg, például speciális diavetítésre szolgáló programok, amelyek egyaránt alkalmasak voltak írott szövegek, fényképek vagy videóanyagok kivetítésére is.

Napjainkban a multimédiás eszközök elterjedése, és oktatásban történő felhasználása segítséget nyújthat a tanulási folyamat könnyebb elsajátításában, valamint a tanulóknak fejlesztheti az adatok, megszerzett ismeretek tudássá szervezésének képességét. Ezeknek az eszközöknek a használatával a tanórák hatékonyabbá, dinamikusabbá tehetők, és a tanulói aktivitás fokozható. Mindezzel együtt alkalmazásuk kihat a tananyagok szerkezetére és a szükséges pedagógiai módszerekre is.

Általánosságban elmondható, hogy a multimédiás eszközök tanórai felhasználása szemléletváltást és a módszertani ismeretek birtoklását igényli a szaktanároktól. Szükséges az elkészült ismeretanyag időnkénti birtoklása, frissítése, módosítása a tanórai tapasztalatok alapján, az esetleges hibák korrigálása, valamint a hiányosságok pótlása is. A prezentációk során ki kell küszöbölni az oktatóknak a túl gyors előadási tempót, hogy a diákoknak megfelelő idő álljon rendelkezésükre a megértéshez. Ezért a pedagógusnak folyamatos interakcióban, kontaktusban kell lennie a tanulóival. Figyelnie kell a tanulók befogadó képességét, és ennek függvényében alakítani az előadás tempóját és menetét. Ismernie kell természetesen a prezentációhoz szükséges szoftvereket is. Mindehhez a pedagógusok megfelelő tájékoztatására és jól használható módszertani segédletekre van szükség.

## **2.2. Az interaktív tábla („okostábla”)**

Az oktatásban alkalmazott technikai eszközök közül kiemelkedik az interaktív tábla, amely olyan prezentációs eszköz, amely ötvözi a tábla, vászon, számítógép és egyérintésképernyő funkcióit. Egységbe foglalja tehát a számítógép monitorát, billentyűzetét, az egeret és a vetítőt. A hardvereszközöket a szoftver köti össze, amelynek feladata kezelni a perifériát. A számítógép a kezelő szoftver és egy projektor használatával közvetlenül a tábla érintésérzékeny felületére irányítható egy speciális toll vagy az ujjunk segítségével. A táblára írt tartalmak, sőt azok módosításai is számítógépre vihetők, elmenthetők, és a későbbi tanórákon újra felhasználhatók.

Összefoglalva tehát elmondható, hogy az interaktív tábla a számítógép megjelenítésközöze, amelynek segítségével a számítógép valamennyi hardver- és szoftverelemét meg lehet költetni tudjuk. Ez a következő eszközöket jelenti: prezentációs szoftver, szövegszerkesztő, CD-ROM, internet, kép (fotó, rajz, diagram, képernyőkép), mozgókép (TV-műsorok részletei, videóanyagok, DVD-k), hang, a digitális tábla szoftvere, témaspecifikus

szoftver (például a matematikaoktatásban a GeoGebra, Euklidesz, Cabri, Graphcal, Derive, stb.).

Az interaktív tábla segítségével a tanórák színesebbé, szemléletesebbé, hatékonyabbá tehető; a megszokott tanítási módszerek pedig a legújabb informatikai és prezentációs technikákkal ötvözhető.

### **2.3. Az interaktív táblák fajtái**

A tudásszintet tekintve az alábbi interaktív táblák közül választhatunk:

- digitalizáló whiteboard: A filctollal a táblára írt információk egy számítógép segítségével digitalizálhatók, elmenthetőek, továbbíthatók. Azonban a tábláról a számítógép illetve a használt szoftverek nem irányíthatók. Mivel a számítógépről közvetlen adatküldés nem lehetséges, teljes interaktivitásról nem beszélhetünk.
- hagyományos interaktív tábla: Abban különbözik a digitális táblától, hogy érintésképernyős visszajelző felülete van, így a számítógép közvetlenül a tábláról is vezérelhető. A projektorral kivetített képre digitálisan is írhatunk egy speciális toll vagy az ujjunk segítségével. A hagyományos interaktív táblánál külön szoftver segíti a prezentációk tartását.
- „virtuális” interaktív tábla: A hagyományos interaktív táblák nehezen mozgatható eszközök. Ezzel szemben léteznek olyan megoldások, amelyek egy könnyen felszerelhető kis eszköz felhasználásával bármilyen fehér falfelületet interaktív táblává változtatnak. Ezt az eszközt mágneses módon, vagy tapadókoronggal lehet felszerelni a kívánt felületre.

### **2.4. Az interaktív táblák használatának oktatási céljai**

A tanítás – tanulás folyamatában ennek a vizuális segédeszköznek több részterületre is hatása van.

#### **1. Bemutató, szemléltető, modellalkotó**

Az interaktív tábla alkalmas arra, hogy fejlessze a fogalmak minél hatékonyabb megértését. Ennek eszköze az elsajátítandó ismeretanyag dinamikus módon történő szemléltetése, valamint a tanulók bevonása a tanóra menetébe, akik

interaktív módon maguk is megjeleníthetik a táblán saját gondolataikat a tananyagról. A szemléltetés el segítheti a képszer gondolkodás fejlesztését, a tanult fogalmak rendszerezését, a köztük lév kapcsolatok felismerését. Segítséget nyújthat az elméleti anyag és annak gyakorlati alkalmazása közötti lehet ségek feltárásában is. Mindezzel természetesen a tanulói érdekl és, a figyelem fenntartása és a motiváció is fokozható.

## 2. A diákok aktivizálása

A diákokra ösztönz en hatnak a különböz digitális eszközök (számítógép, internet, PDA, mobiltelefon), amelyek az utóbbi években az ugrásszer technikai fejl és következtében terjedtek el. A tanulók ezeket az eszközöket szívesen használják, nagy érdekl ést mutatnak irántuk. Cél lenne, hogy a jöv ben a tanulás folyamatában is egyre inkább igénybe vegyék ezeket a lehet ségeket.

Az interaktív tábla például hatékonyan el segítheti a feladatokra való összpontosítást, a tanulói kérdezéstechnika és problémamegoldó képesség fejlesztését. Mindemellett hozzájárulhat az együttm ködési képesség, valamint a napjainkban egyre hangsúlyosabbá váló kommunikációs készség fejlesztéséhez is.

## 3. Az óra dinamizmusának növelése

Az interaktív tábla már az óra el tt el készíthet . Használatkor a megjelenített tartalmak könnyen áthelyezhet k; szövegek, képek, ábrák, diagramok készíthet k. Mindez törölhet , módosítható, kiegészíthet vagy újra el hívható a tanóra folyamán. Id megtakarítást jelent, hogy a tanárnak nem kell a táblára írnia, nem kell a billenty zet és a képerny között járkálnia, hiszen az el re elkészített tartalmakat használja fel. S t az említett tartalmak a kés bbiekben újra felhasználhatók például ismétléskor, összefoglaló órákon a tanultak meger sítésében, vagy akár új ismeretek alapozásaként is. A tanóra menete mindezzel lendületesebbé, dinamikusabbá válik.

## **2.5. Az interaktív tábla funkciója a tanítás – tanulás folyamatában**

- Jegyzetek a képernyőre: Ezzel a funkcióval a képernyőn megjelenített tartalmakhoz (szöveg, kép, táblázat, diagram, stb.) további ismereteket, kérdéseket vagy a tanóra közben felvetődő gondolatokat lehet hozzáfűzni. Emellett lehetőség van a lényeg kiemelésére, bekarikázásra vagy aláhúzásra is. A jegyzetek elmenthetők, újra felhasználhatók vagy kinyomtathatók. Így a tanulók később is hozzáférhetnek a fájlokhoz. Ez a funkció különösen hasznos azoknál a feladattípusoknál, amelyek kiválasztással, párosítással, csoportosítással vagy elrendezéssel kapcsolatosak. A diákokat mindez nagyobb interaktivitásra ösztönzi, valamint a jegyzetelés, kiemelés segítségével egyetlen tanórán többféle tanulási készséget tudunk fejleszteni.
- Színek használata: Ez a funkció alkalmazható megkülönböztetésre, ábrák, gondolatok összekapcsolására vagy lényegkiemelésre egyaránt, de készíthetünk vele például színes térképeket, diagramokat is.
- Hang és videóklip csatolása: Akár diákok, akár tanárok által készített hangfelvételek vagy bármilyen CD-ROM-hoz, internetes oldalhoz tartozó hanganyagok lejátszhatók. A videóklipet a képernyőre kimerevíthetjük.
- „Drag & drop”: Ezzel a technikával egy elemet adott helyről egy másikra áthúzhatunk, áthelyezhetünk. Az elemek mozgatása az alábbi feladattípusoknál jelent hatékony segítséget: párosítás, megnevezés, csoportosítás, kiválasztás, elrendezés. Akár térképen, képeken, diagramokon is lehetséges jegyzetek megjelenítése. Ez a funkció ideális órakezdesre, figyelemfelkeltésre, ismétlésre vagy új tananyag bevezető feladataihoz.
- Kiemelés: A lényegi részek kiemelhetők a képernyőn, ha az a célunk, hogy a tanulók csak egy-egy részterületre összpontosítsanak. Más, az óra adott szakaszában kevésbé jelentős részeket el lehet takarni, le lehet fedni.
- Kivágás és beillesztés: A részek kivágása, törlése, másolása és beillesztése alkalmas arra a diákoknak, hogy többször is kísérletezzenek a feladatmegoldással, módosítsanak, vagy visszalépjenek.
- Flip chart oldalak: Ezeket az oldalakat előre és hátra is lehet léptetni, így könnyen áttekinthetők a tananyag bizonyos részei. Az oldalak tetszőleges sorrendben megjeleníthetők, közöttük kapcsolat létesíthető, sőt az egyik oldalon megjelenített

tartalmat át tudjuk helyezni a másik oldalra is. Hatékony funkciót jelent összefoglaláskor, ismétléskor, vagy azon diákok számára, akik a tanórán nem értették meg a tananyagot.

- Tárgyak forgatása: Ez a funkció megismerteti a tanulókat a szimmetriával, forgással, tükrözéssel.
- Osztott képernyő : A képernyő felosztásának lehetőségeivel egyszerre két különböző dolog is vetíthető. Így látható, mi történik bizonyos módosítások végrehajtásakor.

Az említett funkciók jól hasznosíthatók készségfejlesztésre, ismeretek elmélyítésére a tanultak felelevenítésére vagy új ismeretek átadására egyaránt.

## **2.6. Az interaktív tábla alkalmazásának előnyei a tanórákon**

Az interaktív tábla lehetővé teszi, hogy a megszokott és bevált oktatási módszereket összekapcsoljuk a legújabb informatikai és prezentációs technológiákkal. Mindez a következőkkel járhat:

- A tanórak anyaga előre elkészíthető, és újra felhasználható.
- Az elkészített tananyag folyamatosan fejleszhető, kiegészíthető (szövegszerkesztéssel, prezentációkészítéssel segítségével), akár a tanítás folyamata alatt is.
- A tanórak interaktívvá válnak, lehetőség van a diákok aktívabb bevonására a tanórai munkába, így felfedeztetve lehet tanítani.
- Az interaktív tábla támogatja az IKT készségek elsajátítását. (IKT betűszó: Információs és Kommunikációs Technológia) A legfontosabb IKT készségek a következők:
  - Dolgok megismerése
    - § Adat- és információforrások használata
    - § Keresés és kiválasztás
    - § Rendszerezés és kutatás
  - Fogalomképzés és dolgok véghezvitele
    - § Elemzés és folyamatautomatizálás
    - § Modellek és modellezés
    - § Vezérlés és ellenőrzés
  - Információcsere és – megosztás

§ Célnak megfeleltetés

§ Információfinomítás és prezentálás

§ Kommunikáció

- A megjelenített tartalmak, táblaképek elmenthetők, a tanulók számára sokszorosíthatók. A diákoknak csupán a szóbeli kiegészítéseket, felvetéseket kell jegyzetelniük, hiszen a táblára írtakat elektronikus formában – akár előre is – megkaphatják.
- Az interaktív táblához kifejlesztett szoftverek számos olyan kiegészítést tartalmaznak, amelyek ötvözik a hagyományos táblák elnyeit, például egyetlen táblán jeleníthet meg négyzetrácsos, vonalas, kottás és vaktérképes háttér.
- A szemléltetés révén az elsajátítandó ismeretanyag színebbé, élvezetesebbé, emlékezetesebbé tehető, a tanulói figyelem jobban felkelthető és fenntartható.
- Jó motivációs eszköz a diákok számára, hiszen a változatosság aktivitásra ösztönöz.
- A tanár időt takarít meg az órákon, mivel nem kell a magyarázó ábrákat, diagramokat, stb. felrajzolni, így több idő fordítható a diákokra, és az órák dinamizmusa is növelhető.
- Az óra a tábláról közvetlenül irányítható.
- Az interaktív tábla hagyományos táblaként is használható, sőt az alkalmazható eszközkészlete formákban, ábrákban és színekben gyakorlatilag korlátlan.
- A számítógép és az internet elnye, a meglévő tananyagok, képek, hanganyagok videók közvetlenül használhatók.
- Fejlesztheti a tanulók problémamegoldó és kommunikációs készségét.
- Hozzájárulhat a közösségfejlesztéshez is. Az eszköz használata különösen elnyös kisebb csoportok magas fokú bevonására építő módszereknél, ahol aktív tanulói részvételre és együttműködésre van szükség.
- Az interaktív tábla használata fejleszti a pedagógusi eladástechnikát is.

## **2.7. A matematikaoktatás segítése interaktív táblával**

Gyakorló matematikatanárként nagyon hasznosnak tartom az interaktív táblát. Alkalmazásakor a beépített szoftvereken kívül további célszoftverekre, animációkra van szükség. Ilyenek lehetnek a különböző geometriai szerkesztő programok, illetve függvényábrázoló programok, például: Euklidesz, Cabri, Derive, Graphcal, GeoGebra.

Előnyként jelent, hogy a geometriai szerkesztéseknél az ábrák változtathatók, a szerkesztés lépései nyomon követhetők, módosíthatók. Rendkívül hatékonyá teszi az alkalmazást az is, hogy a szerkesztés egyes fázisait a tanulók interaktívan kitalálhatják. Lehetőseg van a szerkesztett objektumok mozgatására, elforgatására és tükrözésére is. Mindez szemléletessé, látványossá teszi a táblaképet, és fejleszti a térszemléletet is, hiszen térhatású ábrák is készíthetők. Az animáció hatékonyan motiválhatja a tanulókat. A pedagógusok számára könnyebbséget jelent, hogy léteznek animáció készítő segédprogramok is (pl. flash szerkesztők). Az animációkon kívül a táblázatkezelők (pl. MS Excel, Open Office Calc) segítségével is ábrázolhatunk függvényeket.

## **2.8. Szakmai tapasztalatok az interaktív tábla felhasználásáról a Beregszászi Pál Szakközépiskolában**

A Beregszászi Pál Szakközépiskolában – ahol 6 éve matematikatanárként dolgozom – 2004 óta használunk interaktív táblát, melyből az intézményben 3 darab található. A kollégák eleinte kissé idegenkedtek ettől az új eszköztől, de részben az eredményes alkalmazás, részben a használati lehetőségekről szóló tájékoztatók népszerűvé tették a táblát (igaz, hogy elsősorban az informatikatanárok körében). Egyre több kolléga tanulta meg kezelni, és egyre szívesebben alkalmazzák, hiszen felismerték a tábla nyújtotta módszertani előnyöket. Álljon itt bizonyítékként néhány iskolánkban tanító tanár véleménye:

- „Az aktív tábla felhasználhatósága rendkívül széleskörű. Több eszközt is képes kiváltani, például tábla, videó, írásvetítő, diavetítő, CD lejátszó.”
- „Az interaktív tábla segítségével egyszerűvé válik a házi feladatok, az önálló munkák ellenőrzése és az óravázlatok készítése is. Nagyon hasznos, hogy könnyen visszanezhet a korábbi táblaképet.”
- „A geometriai szerkesztések elkészítése igen szemléletes. Sokféle kiegészítéssel, átrendezéssel feladat készíthető a táblával.”
- „Akár az egyéni munkánál, akár a kooperatív csoportmunkánál, de frontális tanári magyarázatnál is szívesen alkalmazom az interaktív táblát. Bár használata jóval több otthoni munkát igényel (anyaggyűjtés, elrendezés, differenciálás, feladatkészítés, stb.), de a tanórákon megtérül a befektetett energia.”

Diákjaink is érdeklődéssel fogadták az új eszközt. Ebben a tanévben az általam tanított 11/C osztályban koordináta geometria, valamint a 12/D osztályban térgeometria témakörnél alkalmazzuk az interaktív táblát. Sajnos a tábla nem áll minden tanórán rendelkezésünkre, hiszen csupán 3 darab van belőle, amelyek az informatika szaktantermekben vannak elhelyezve. Tanulóim véleménye a tábláról a következők:

- „Azért nagyon jó az új módszer, mert így az óra anyaga elmenthető, és elküldhető e-mailben is, például a hiányzó osztálytársaknak.”
- „Mivel keveset kell jegyzetelni, jobban tudunk figyelni a tanári magyarázatokra.”
- „Nagyon hasznos, hogy a tanári magyarázat közben nemcsak vetíthetünk, hanem rajzolhatunk, írhatunk, törölhetünk is a kivetített prezentációban.”
- „Izgalmasabb, színesebb lett a matekóra. A többi órán is használhatnánk az interaktív táblát.”

## 3. fejezet: A SMART interaktív tábla és a SMART Board szoftvercsomag bemutatása

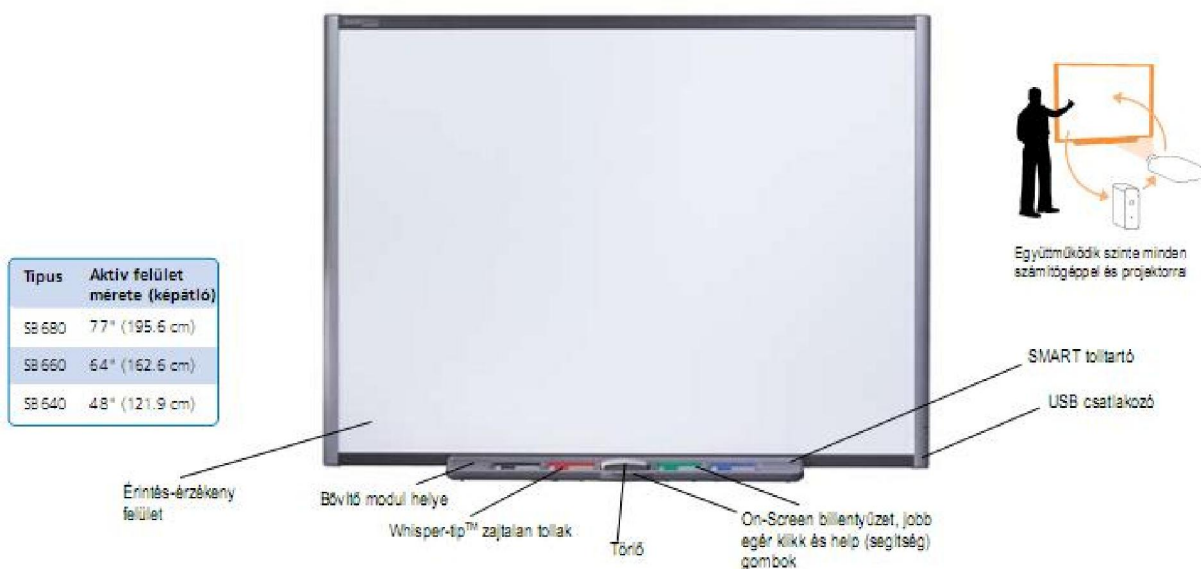
### 3.1. A SMART tábla

A SMART Board interaktív táblával a Beregszászi Pál Szakközépiskolában találkoztam először, ahol matematikát tanítok immár hatodik éve. Iskolánkban három darab táblát sikerült beszerezni az utóbbi két-három évben. Ezek a táblák jelenleg elsősorban az iskola informatikaoktatását segítik. Sajnos az informatikatermek túlterheltsége miatt csak igen kevés más jellegű órát lehet ezekbe a termekbe bevinni. Bár a táblák mozgatható állványra vannak felszerelve, azonban más termekbe átszállítani egy-egy 5-10 perces szünetben a zsúfolt folyosón és ott beüzemelni, nem kis vállalkozás. Általában ezek miatt a problémák miatt nem is tesszük ezt. Mivel a termekben viszont sokszor elég kicsi a hely a táblák előtt a közlekedésre, ezért az órát tartó tanárnak nagyon kell ügyelnie arra, hogy a tábla ne mozduljon el az óra tartása közben, mert akkor újra kell „kalibrálni a táblát”. Ezt a műveletet a tábla jobb szélén lévő két gomb (az on-screen billentyűzet funkciógombja és a jobb egérklikkelésnek megfelelő gomb) egyszerre történő megnyomásával lehet elindítani. Ezután a táblára kivetített képen hat piros pluszjel jelenik meg megadott helyeken. Ezt a táblához adott tollal kell határozottan megérinteni sorban egymás után. Ezeket a pontokat fogja bázispontoknak tekinteni a tábla és a hozzáadott kezelőszoftver; ezekhez viszonyítja a többi pontot a táblán. Ez a művelet kb. 1-1,5 percet vesz igénybe, ami nem túl sok, de ha egy órán 2-3 alkalommal el kell végezni, akkor már elég zavaró lehet. Ezt a problémát úgy lehet a legegyszerűbben megoldani, ha mind a táblát, mind a projektort fixen lerögzítjük. Ilyen falra szerelhető rögzítőkeretet is lehet külön vásárolni a táblához.



A táblát Magyarországon az LSK Hungary Kft. forgalmazza. A honlapjukról letölthet a táblához adott magyar nyelvű kezelő szoftver 9.7-es verziója. Letölthetők az alapprogram mellé még bizonyos kiegészítők is, de ezek egy része csak regisztráció után használható (SMART Ideas). Létezik olyan kiegészítő szoftver is, amelyet a táblát kezelő számítógépre és egy másik számítógépre (laptop számítógép, PDA) feltelepítve a két gép wifi kapcsolaton keresztül kommunikálni tud egymással. Így a tábla akár egy wifiképes PDA-ról is vezérelhető, még nagyobb szabadságot adva ezzel az órát tartó pedagógusoknak.

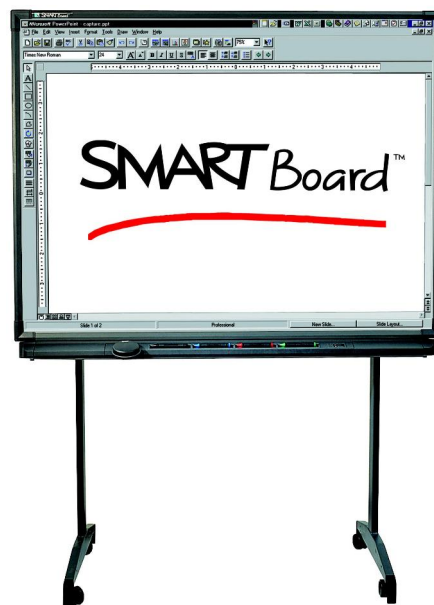
A tábla fizikai felépítése a következők:



A táblát háromféle méretben lehet megrendelni. Létezik 122 cm-es, 162 cm-es és 196 cm-es képátlójú változat is. Iskolánkban a közepes változat található meg. Véleményem szerint érdemes a legnagyobb változatot megrendelni, a minél nagyobb munkafelület miatt. A táblát használva a gyakorlatban hamar szembesülhetünk azzal, hogy még a legnagyobb felületű tábla is időnként kevés helyet biztosít (pl. matematikai szerkesztések esetén).

A tábla USB csatlakozón keresztül kapcsolható a gazdaszámítógéphez, így elég könnyű az összeszerelés. Létezik a táblához olyan bővítő modul is, amely segítségével wifikapcsolaton keresztül tud a tábla kommunikálni a kezelő számítógéppel.




A tábla tartójában négyféle toll és egy törölő



„szivacs” található. A táblát a tollak (vagy egyszer en az ujjunk) segítségével megérintve azok hol egérmutatóként, hol pedig valódi tollként viselkednek. A törl segítségével az esetlegesen hibásan felírt részeket könnyedén letörölhetjük, akárcsak egy hagyományos tábla esetén.

### 3.2. A SMART Board szoftver rövid bemutatása









A SMART Board szoftvere letölthet a magyarországi forgalmazó weboldaláról ([www.lsk.hu](http://www.lsk.hu)). A jelenleg letölthet 9.7-es verzió mérete kb. 102 MB. Telepítve a szoftvert az asztalon 3 ikon jön létre. Ezek a következők:

<b>1.</b>	 Notebook Interactive Viewer	Ezt a komponens elindítva megnyithatunk már meglév Notebook szoftverrel elkészített fájlokat. Azokba jegyzeteket készíthetünk, kiegészítéseket tehetünk. Ezzel a komponenssel azonban ezeket a módosításokat nem lehet elmenteni. Ez a komponens csak korlátozott lehet ségeket biztosít.
<b>2.</b>	 Notebook szoftver	Ez az a komponens, amelyet a leggyakrabban használhatunk. Ebben lehet létrehozni saját prezentációkat. Készíthetünk benne szövegeket, beolvashatunk képeket (akár a mellékelt galériából, akár saját képeink közül, akár az internetről), Flash animációkat, Flash videókat, hangfájlokat, hivatkozásokat (akár weboldalra az interneten, akár magában a megnyitott prezentációnak valamely másik oldalára, akár a számítógépen lév valamely fájlra).
<b>3.</b>	 SMART Board eszközök	Ezt az ikont kiválasztva megjelenik a SMART Board gyorsindító ikonja a tálca jobb oldalán. Ezen duplán kattintva megjelenik az asztalon a SMART Indítóközpont. Jobb gombbal kattintva rajta az el ugró menüb l lehet választani. Például: Indítóközpont, Vezérl pult, Notebook szoftver, Egyéb SMART eszközök, stb.

### 3.3. SMART Indítóközpont:

Elindítva a SMART Indítóközpontot, az asztalon megjelenik az Indítóközpont ablak. Ez az asztal tetsz leges részére áthelyezhető (pl. jobb fels sarok). Innen lehet elérni a leggyorsabban a lehetséges alkalmazásokat, funkciókat, beállításokat. Amennyiben

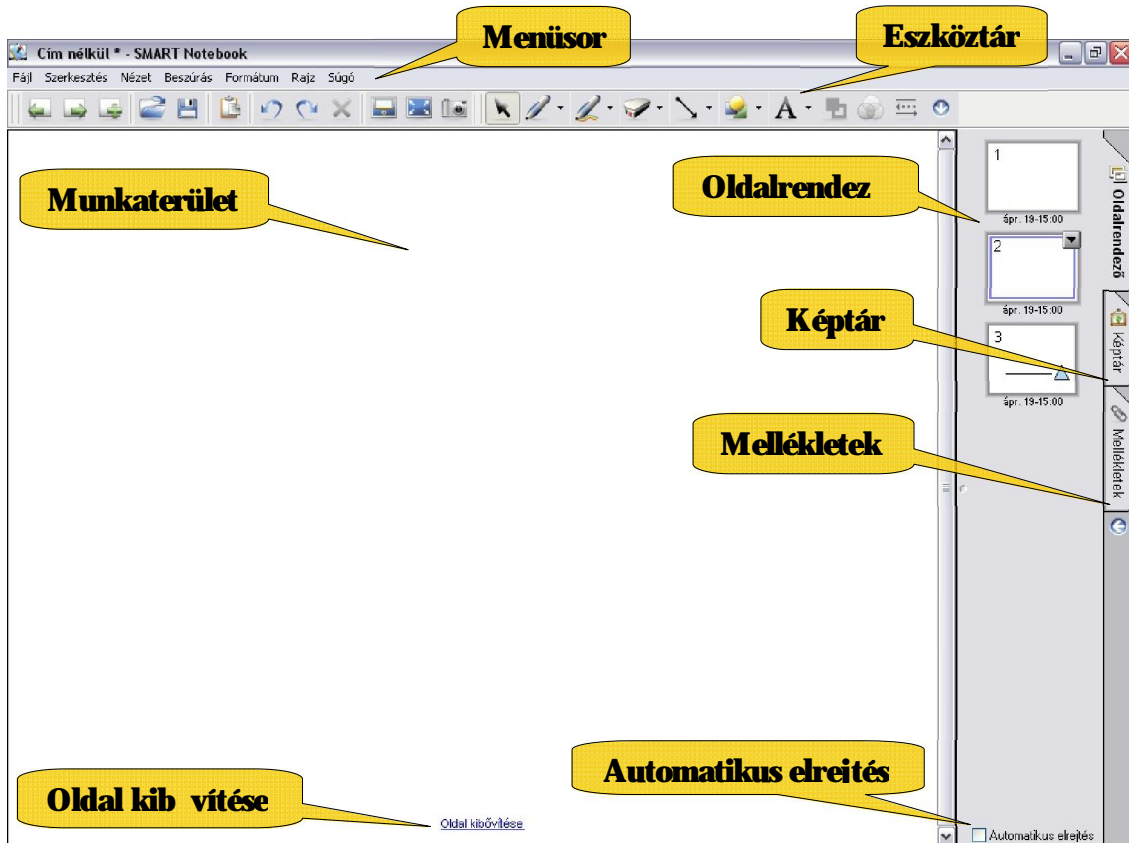
rendszeresen használjuk a SMART programcsomagot, érdemes beállítani, hogy akár már a rendszer indításakor betöltődjön ez az Indítópult, megkönnyítve ezzel a további munkát.

<b>A SMART Indítóközpont ikonjai</b>	
	SMART Notebook szoftver indítása
	SMART Rögzítő alkalmazás indítása
	SMART Videolejátszó alkalmazás indítása
	SMART on-screen billentyűzet indítása
	SMART Lebegő eszközök indítása
	SMART Vezérlő pult indítása
	Súgó indítása
	Egyebek (Pl.: Képernyő felvétel, Képernyő árnyékolás, Számológép, stb.)

### 3.4. A SMART Notebook szoftver:

Ez talán a legfontosabb program a csomagban, amellyel a későbbi munka során a legtöbbet dolgozunk.

Elindítva a Notebook alkalmazást a következő kezelőfelület jelenik meg:



Az induló ablak részei a következők:

- **Menüisor:**

A kezelőprogram által biztosított funkciókat tartalmazza. Ennek részletes leírását a következő **3.5** fejezet tartalmazza.

- **Eszköztár:**

Az Eszköztár szolgál a leggyakrabban használt funkciók gyors elérésére. Az egyes ikonokat kiválasztva elérhetők a különböző funkciók. Ezek az ikonok segítik például a bemutatóban való navigálást, a szerkesztési funkciók elérését, a különböző objektumok elhelyezését a prezentációban (szöveg, alakzatok,

vonalak, stb.). Az eszköztár részletes leírása a dolgozat **3.6**-os fejezetében található.

- **Munkaterület:**

Ez a része a programnak, ahol a valóságban dolgozunk. Itt helyezzük el a bemutatni kívánt tananyagokat, képeket, ábrákat, szövegeket, hivatkozásokat. A Munkaterületen elhelyezett objektumok mindegyike szerkeszthet, átméretezhet, az egyes tulajdonságaik megváltoztathatók. Mindezt egyszerre végezhetjük. Ezeket a módosításokat, szerkesztési lépéseket az egérrel és a billentyűzettel hagyományos módon is megtehetjük. Ami azonban ennél sokkal hasznosabb és látványosabb, a SMART táblához hozzáérve akár a hozzá adott tollak valamelyikével, vagy akár az ujjunkkal is megtehetjük mindezeket. Ezáltal egyszerre lehet a prezentációkat interaktív módon kezelni. „Együtt élhetnek” a hallgatók, a tanulók is az órával. Minden ötlet, fontos kiemelés azonnal felkerülhet a már előzőleg készített tananyagba. Az így megváltoztatott tananyag, akár el is menthető, és későbbi órákon újra felhasználható, de akár az eredeti tananyag is megtartható.

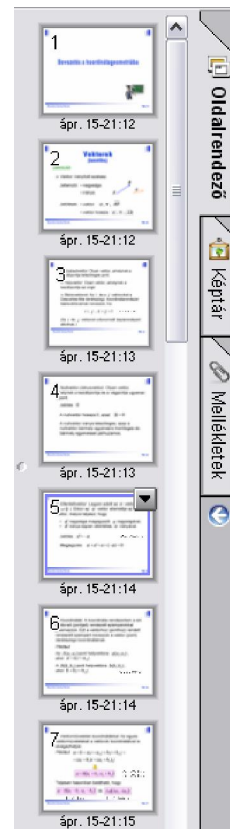
A munkaterület alján középen található egy hivatkozás (Oldal kibővítése), amelyre kattintva megnevezzük az adott oldal magasságát, így több információt tudunk az adott oldalon elhelyezni. Ez akkor lehet hasznos, ha két rész valamiért logikailag erősen összetartozik, és nem szeretnénk az adott részeket külön választani és két külön dián elhelyezni.

- **Oldalrendezés:**

A Notebook szoftver jobb oldalán található 3 fül közül az első az Oldalrendezés fül. Ezen a sávon található a bemutató egyes diáinak kicsinyített képei. Az egyes diákon jobb gombbal kattintva a lenyíló menüben a következő lehetőségek közül választhatunk:

- **Diátörlés:** A bemutatóból törölhetjük az aktuális diát.
- **Üres dia beszúrása:** Az aktuális dia után beszúrhatunk egy üres oldalt.
- **Oldal klónozása:** Az éppen aktuális diával megegyező diát illeszt be a következő diaként.

- **Oldal átnevezése:** Lehet ség van minden egyes diának külön-külön nevet adni. Ezt a funkciót kiválasztva a program által alapértelmezett név változtatható meg.
- **Képerny árnyékolás:** Ennek segítségével be- és kikapcsolhatjuk az adott dia képerny árnyékolását. A Képerny árnyékoló segítségével szabályozható, hogy az éppen aktuális diának mely része látszódjon csak. Az egérrel húzva a Képerny árnyékolót (fentr l lefelé, letr l felfelé, balról jobbra, vagy jobbról balra) fokozatosan fedhet k fel a dia egyes részei. Lehet ség van arra is, hogy az egész árnyékolást egyszerre kapcsoljuk ki.
- **Az összes hivatkozás megjelenítése:** Ezen kattintva néhány másodpercre zöld négyzetek kezdenek el villogni a munkaterületen elhelyezett hivatkozások felett. Ez megkönnyítheti azoknak az elemeknek a felismerését, amelyek hivatkozásokat tartalmaznak (valamely másik diaoldalra, fájlra, stb.).
- **Az aktuális oldal hozzáadása a Képtárhoz:** Ezt a menüpontot választva az adott dia bekerül a Képtárba. Ezt kés bb akár más bemutatókba is beilleszthetjük, és ott is használhatjuk az azon lévő tartalmakat.



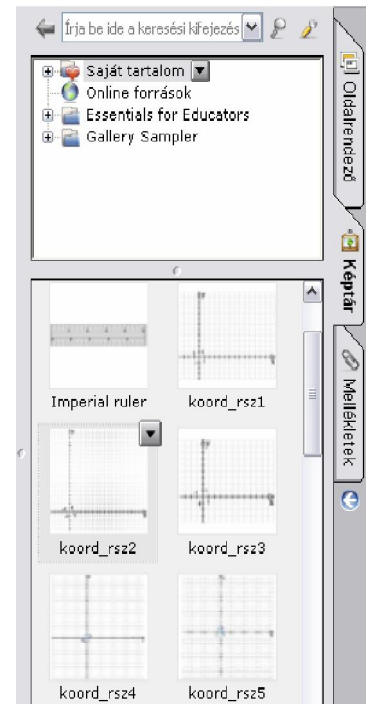
- **Képtár:**

A jobb oldali 3 fül közül a második szolgál a képek, ábrák gyors és egyszer keresésére és a prezentációba való beillesztésére. A felül található keres ablakban lehet ség van keresni a képek között. Rákereshetünk a képek nevére is karakteresen, de kereshetünk kategóriák szerint is. Lehet ség van keresni saját magunk által felvitt képek között, Online forrásokban az interneten, vagy a magyarországi forgalmazó oldaláról szintén letölthet és külön telepíthet Galériából is. Itt témakörönként csoportosítva láthatjuk a képeket, Flash animációkat vagy interaktív tartalmakat (pl. számológép, másodfokú

függvényábrázoló segédalkalmazás, stb.). A Saját tartalmakhoz úgy tudunk képeket hozzáadni, hogy először a munkaterületre beillesztjük az adott képfájlt egy külső állományból, majd ezt a képet az egérrel ráhúzzuk a Képtárra. Így bekerül a Saját galériánkba, és innen kezdve bármikor be lehet illeszteni az általunk készített bemutatók bármelyikébe.

A képi elemeken jobb gombbal kattintva a felbukkanó hely menüben lehetőség van beszúrni az adott képet az aktuális diába, megnyitni a képet tartalmazó mappát; másolni, beilleszteni, törölni, átnevezni az adott képet. Innen lehet exportálni galéria fájlként is a kiválasztott képet (képeket).

A Képtár segítségével nagyon könnyen tudunk például koordináta-rendszereket ábrázoló képeket beilleszteni a bemutatóba. Ezzel nemcsak felgyorsíthatjuk az ábrák készítését a tanítási órákon, hanem sokkal esztétikusabb, könnyebben érthető ábrákat készíthetünk, ezzel elősegítve a tananyag megértését.



- **Mellékletek:**


A jobb oldali mellékletek fül szolgál arra, hogy a bemutatóban könnyen elhelyezhessünk különböző fájlokra mutató hivatkozásokat. Egyszer en a megjelen listából az adott fájlra mutató bejegyzést rá kell húzni az adott diára. Ennek hatására a munkaterületen létrejön egy az adott fájl nevét tartalmazó kép, amelynek bal fels sarkán kattintva az adott fájlt meg lehet nyitni. Ilyen hivatkozást elhelyezni a listában a mellékletek lap alján található beszúrás gomb segítségével lehet. Ekkor lehet ség van egy adott fájl másolatát vagy



csak egy a fájlra mutató parancsikont felvenni a listába. Továbbá lehet ség van még hiperhivatkozás elhelyezésére is. Ennek segítségével bármilyen tetsz leges weboldalt könnyen és gyorsan el lehet érni az alkalmazásból.

A fenti lehet ségek igen hasznosak lehetnek a matematika órán is, hiszen ennek segítségével könnyen lehet beolvasni például különböző matematikai segédprogramokkal (pl. GeoGebra) készített állományokat. Nem kell külön az adott segédprogramból megkeresni a megnyitni kívánt fájlt (pl. GeoGebra szerkesztést). Így sokkal gyorsabb és hatékonyabb lehet az órai anyag feldolgozása és a szemléltetés.

Mindhárom jobb oldalon található fül (Oldalrendező, Képtár, Mellékletek) legalján van egy jelöl négyzet, amelyet bepipálva ezek a fülek elt nnek, ha épp nincs rájuk szükség. Ezzel megnövelhet a munkaterület nagysága. Amennyiben ezek után szükségünk van a három fül valamelyikére, az egeret kitolva a jobb szélre újra el t nnek és használhatók.

A három fül alatt található ikon (  ) segítségével lehet ség van a füleknek a bal oldalra történ áthelyezésére; növelve ezzel a Notebook szoftver még komfortosabb használatát.

### 3.5. Menüpontok a SMART Notebook szoftverben:

- **Fájl menü:**

A szokásos almenüpontokat találjuk meg itt. Ezek a következők:

- **Új, Megnyitás, Mentés, Mentés másként, Nyomtatás, Küldés, Kilépés.**

Ezekon kívül érdemes még megemlíteni a következő négy menüpontot.

- **Id zített mentések:** Ebben a pontban lehetőség van az automatikus mentés testre szabására. Beállítható, hogy 5, 10, 15, 30 percenként legyen, vagy egyáltalán ne legyen automatikus mentés. Ezzel a funkcióval növelhető a biztonság. Kiseb eséllyel veszhetnek kárba az elkészített anyagok.
- **Oldal mentése képtárelemként:** Ekkor az aktuális oldalt képtárelemként menthetjük el.
- **Importálás:** Ekkor lehetőségünk van korábban elkészített Power Point bemutatókat beolvasni a SMART Notebook szoftverbe. Minden egyes korábbi dia külön oldalra kerül a Notebook szoftverben is. Sajnos a diák csak képfájlként kerülnek be, így a Power Pointban beállított animációk, effektusok elvesznek. Sajnos hasonló animációk beállítására nincs lehetőség a SMART Notebook szoftverben. Csak Flash animációként lehetne integrálni a diákba a szövegeket, képeket, de ezt minden egyes külön elem esetén nem éri meg, és talán felesleges is megtenni. Véleményem szerint az animálhatóság hiánya komoly problémája a SMART Notebook szoftvernek. Ez a funkció egy mai valamirevaló prezentációs alkalmazásban már alapkövetelmény lenne. Azt gondolom, hogy ha a fejlesztők hosszú távon a piacon kívánnak maradni termékükkel, akkor ezt a hiányosságot a szoftver későbbi verzióiban mindenképpen pótolniuk kell.

További gond, hogy az általam kipróbált Power Point-os diákban elforduló képleteket, képeket teljesen elformázta, eltorzította a program az importálás közben. Így szinte teljesen használhatatlan ez a

funkció matematikai képleteket tartalmazó diák esetén. Bár egyesével saját magunk átmásolhatjuk (Copy / Paste technikával) a Power Pointban elkészített részeket, és összeállíthatjuk a Notebook szoftverben a diákat újra, de ez nagyon-nagyon id igényes. Ha a Power Pointban egy-egy dia teljes tartalmát egyszerre kijelöljük, és így illesztjük be a Notebook-ba, akkor viszont a teljes részt egyetlen nagy képként kezeli a program. Így bár a részek külön-külön nem mozgathatók, de legalább az elemek egymáshoz viszonyított helyzete megmarad, és egy használható oldalt tudunk készíteni. (Ez talán nem olyan zavaró, hiszen az animációkat az egyes korábbi részekre úgysem tudjuk átvinni.) Ha így próbáljuk meg integrálni a SMART Notebook-ba a korábban elkészített Power Pointos diáinkat, akkor kb. 8-10 perc alatt akár egy 15-20 diából álló diasorozattal is végezhetünk. Ez sem kevés id , de talán ennyit még megér, hogy a korábban elkészített óravázlatokat, tananyagrészleteket átültessük ebbe a szoftverbe. Kár hogy ezt az importálási funkciót nem sikerült még a szoftver fejleszt inek megoldaniuk. Ez szintén egy olyan része a programnak, amelyet a kés bbi verziókban még sokkal jobban át kell dolgozni.

- **Exportálás:** Ebben a pontban választhatunk, hogy az elkészített bemutatót weboldalként, képfájlokként, pdf állományként, vagy Power Point formátumban szeretnénk kimenteni. Ezáltal többféle formátumban közzétehetjük az elkészített tananyagot. Könnyen megoszthatjuk más felhasználókkal az interneten, illetve a diákoknak odaadhatjuk pdf állományként további tanulmányozásra anélkül, hogy a tananyag tartalmát megváltoztathatnák.

Ez a funkciója a szoftvernek teljesen jól használható, ellentétben az importálással. Ajánlott használni.

- **Szerkesztés menü:**

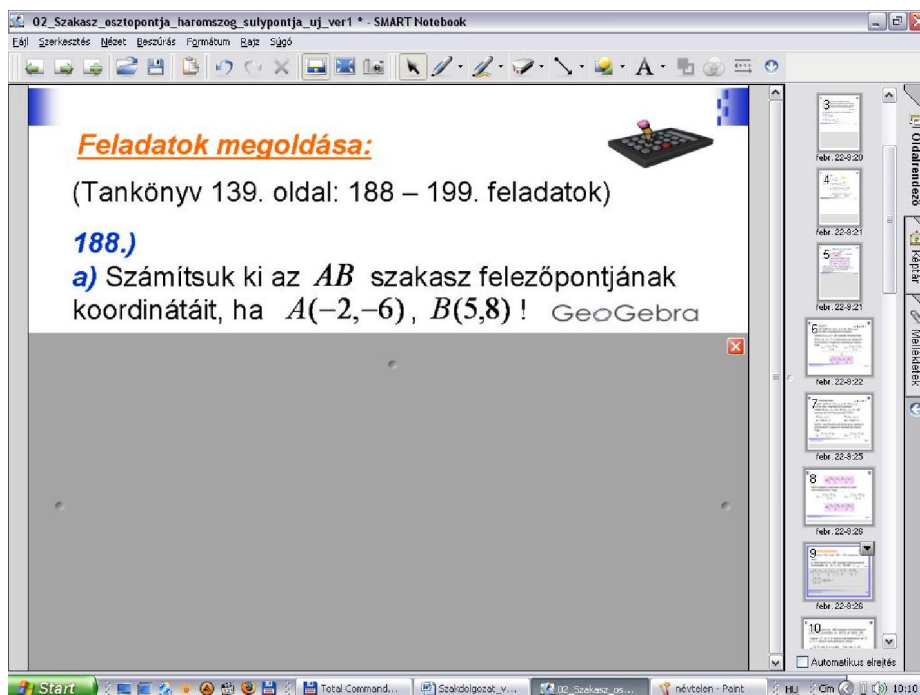
Itt is a szokásos almenüpontokat találjuk meg. Ezek a következők:

- **Visszavonás, Mégis (A visszavonás visszavonása), Kivágás, Másolás Beillesztés, Törlés, Oldal törlése**

A fentiek mellett még a következő lehetőségeket említhetjük meg:

- **Szöveg:** Az aktuálisan kijelölt szövegdobozban lévő szöveg szerkesztése. (Ugyanezt egyszeriben elérhetjük, ha a szövegdobozon duplán kattintunk.)
  - **Klónozás:** A kijelölt elemről ugyanoda készít egy másolatot. (Lényegében a Copy / Paste műveletek összevonását jelenti.)
  - **Az összes kijelölése:** Minden az adott oldalon lévő elemet egyszerre kijelölhetjük a segítségével.
  - **Minden zárt jegyzet kijelölése:** Lehetőség van a Notebook szoftverben az adott oldalon lévő objektumoknak a lerögzítésére. Ez hasznos funkció lehet, hiszen így elkerülhetjük, hogy a munka vagy a bemutató tartása közben egy-egy olyan elemet véletlenül elmozdítsunk, amelyet szeretnénk fixen hagyni. Ezzel az almenüponttal lehet segítségünk van az adott oldalon az összes ilyen rögzített elem kijelölésére. Ezután együtt lehet kezelni az összes ilyen elemet, és például fel lehet oldani a lerögzítésüket.
  - **Helyesírás ellenőrzése:** Lehetőség van a beírt szöveges részeknek a helyesírás-ellenőrzésére. A lehetséges nyelvi szótárak között 11 európai nyelv megtalálható (angol, német, francia, olasz, dán, spanyol, stb.), sajnos a kelet-európai nyelvek, köztük a magyar is hiányzik. Ezért ezt a funkciót sajnos nem igazán tudjuk hatékonyan használni. (Legfeljebb nyelvórákon.)
- **Nézet menü:**
    - **Oldalrendezés, Képtár, Mellékletek:** A már korábban említett három jobb oldali fül között itt is lehet segítségünk van váltani, hogy aktuálisan éppen melyik legyen aktív. (Bár ez sokkal egyszeribben megtehető a már korábban említett módon.)
    - **Következő oldal, Előző oldal:** Válthatunk az egyes oldalak között.

- **Képerny felvétel eszköztár:** Ezt a menüpontot választva megjelenik a Képerny felvétel eszköztár. Ezen összesen négyféle lehetőség között választhatunk: Felvétel készítése a kijelölt területre l, Felvétel készítése az adott oldal Munkaterületér l, Felvételkészítés az egész ablakról, és végül Felvételkészítés egy tetsz leges körvonalú kijelölt területre l. Alapesetben a készített képek az aktuális oldalra kerülnek beillesztésre, de a Rögzít eszköztár kis ablakának alján bepipálva a jelöl négyzetet lehetőség van arra is, hogy az elkészült kép az éppen aktuális dia után egy új diára kerüljön.
- **Képerny árnyékolás:** Mivel a Notebook szoftver nem tudja az oldalakon elhelyezett elemeket egyesével (animálva) megjeleníteni, ezért az egy dián szerepl elemek mind egyszerre jelennek meg. Ez elég nagy gond, hiszen a gyerekek különösen hajlamosak arra, hogy ha meglátják a teljes oldalt, akkor azonnal belekezdnek a jegyzetelésbe, és így egyáltalán nem tudnak odafigyelni a tanári magyarázatra. Ezt a problémát csak úgy tudjuk elkerülni, ha alkalmazzuk a Notebook szoftver Képerny árnyékoló funkcióját. Ennek segítségével lehetőség van a dia tartalmának fokozatos felfedésére. (Egyre lentebb húzva a Képerny árnyékolót.).



- **Széljegyzet automatikus elrejtése:** Itt is lehet ség van arra, hogy a jobb oldali három fület eltüntessük, ha épp nincs rá szükségünk.
  - **Teljes képernyő :** Megnövelhet így a munkafelület. Így jobban lehet látni az adott oldalon lévő elemeket.
  - **Nagyítás:** A szokásos nagyítási funkciók (%-os megadás, teljes oldalszélesség) mellett lehet ség van arra, hogy a képernyőt felosztva egymás mellett egyszerre két oldalt láthassunk. Ez hasznos funkció lehet például akkor, ha a tanulók egy része lassabban jegyzetel. Így k sem maradnak le, amíg a többi tanulóval esetleg egy kicsit már továbbhaladtunk.
  - **Az összes hivatkozás megjelenítése az oldal megnyitásakor:** Ha aktiváljuk ezt a funkciót, akkor ahogy egy adott oldal megjelenik, azonnal elkezdenek zölden villogni 2-3 másodpercig azok az elemek, amelyek valamilyen hivatkozást tartalmaznak, segítve ezzel az előadó munkáját.
- **Beszúrási menü:**

Lehet ség van beszúrni Üres oldalt, Képfájlt (akár a Képtárból, akár szkennerről beolvasva), Flash animációt, vagy Flash videófájlt, Hivatkozást, Hangfájlt. Ezekkel a lehet ségekkel látványosabbá lehet tenni az órai anyagokat. A Képtárban is találhatunk jónéhány Flash alkalmazást. Sajnos ezek nagy része inkább csak látványos, mint hasznos, és inkább csak az általános iskolai oktatásban használható. Csak egy-két olyan Flash alkalmazás vagy kép van a Képgaléria matematikai részében, amely hasznosan alkalmazható az órákon (például első és másodfokú függvényábrázoló program, dobókockák, kártyalapok, néhány geometriai test ábrája, stb.). Mivel az itt található ábrák, alkalmazások feliratai angol nyelvek, így ezek egy átlagos szakközépiskolai osztályban gondot okozhatnak (a tanulók nem megfelelő szintű nyelvi ismeretei miatt).

A Képtárban megtalálható nagyon sok matematikai jel, szimbólum, azonban ezekből egy képletet összeállítani nagyon körülményes. Egy képletszerkesztő programmal ezt sokkal egyszerűbben megoldhatjuk ezt. Sajnos a SMART

Notebook szoftver csak igen kis mértékben alkalmas erre. Van azonban többféle megoldás is. Az egyik legkézenfekvőbb, ha a Microsoft Office programcsomagjában megtalálható képletszerkesztő programot használjuk erre a célra. Ha nem szeretnénk fizetéses megoldást (mert mondjuk nem rendelkezünk a Microsoft ezen programjával), akkor használhatjuk például az Open Office irodai programcsomagban megtalálható képletszerkesztőt is. Ez teljesen ingyenes, és egy elég nagy tudású képletszerkesztő. Harmadik lehetőség, hogy valamilyen ingyenesen használható célszoftvert használunk erre a célra. Többféle ingyenes megoldást találhatunk, ha kicsit keresgélünk az interneten. Vannak közöttük jó és rossz megoldások is egyaránt. Szerintem elég jól használható ingyenes képletszerkesztő a MathCast 0.88 verziója. Ezzel a programmal több képletet szerkeszthetünk meg egy-egy fájlban. Ezeket a fájlokat elmenthetjük, és bármikor újra elvehetjük, szerkeszthetjük a korábban készített képleteket. A programból a kívánt képletet a vágólapra másolhatjuk, és onnan bármilyen programba beilleszthetjük (legyen az a SMART Notebook, a GeoGebra vagy éppen a Microsoft Office csomagjának bármely eleme).

A Hivatkozások beszúrásával lehetőség van adott weblapra, adott fájlra, vagy éppen az adott órai anyag valamelyik diájára mutatni. Ennek segítségével tényleg interaktívvá válik az órai anyag. Az igazsághoz azonban hozzátartozik az is, hogy ezt bármelyik bemutatókészítő program tudja (Pl.: a Power Point, vagy az Open Office csomag hasonló szoftvere).

- **Formátum menü:**

Ebben a menüben meg lehet adni például, hogy az éppen létrehozott szövegdobozban milyen betűtípust szeretnénk használni (félkövér, aláhúzott, dőlt). Ezt a célt azonban sokkal egyszerűbben is elérhetjük, ha a szöveg létrehozásakor megjelenő ablakban állítjuk be a betűstílust. (Ezek mellett itt még megadható a beírt szöveg betűmérete, színe, igazítása, alsó- és felsőindexek is.)

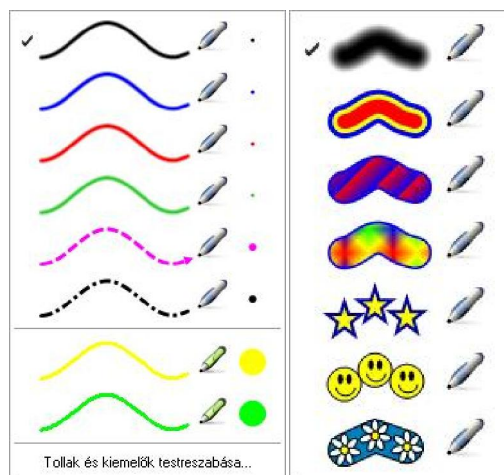
Ezt a menüt használva lehetőség van arra is, hogy a kiválasztott elem tulajdonságait beállítsuk, vagy a kijelölt kép átlátszóságát szabályozhassuk.

Itt lehet továbbá megváltoztatni az adott dia háttérszínét is.

- **Rajz menü:**

- **Csoportosítás, Csoport felbontása:** A kijelölt elemeket lehet ség van csoportba foglalni, vagy éppen egy ilyen csoportot újra felbontani elemeire. Ha egy-egy ilyen csoportot létrehozunk, akkor a benne lévő elemeket együtt tudjuk mozgatni a dián úgy, hogy egymáshoz viszonyított helyzetük változatlan marad, illetve a hasonló típusú elemek tulajdonságai egyszerre módosíthatók (szín, nagyság, stb.).
- **Tükrözés:** A kiválasztott elemet lehet vízszintesen ill. függőlegesen tükrözni.
- **Sorrend:** A kiválasztott elemet lehet ség van egy szinttel háttérbe küldeni, vagy éppen egy szinttel elrébb hozni. Leghátulra, vagy legelölre is hozhatjuk az adott elemet a megfelelő almenüpontra kiválasztásával.

- **Toll, Kreatív toll:** Itt lehet kiválasztani az éppen használni kívánt Tollat, vagy éppen Kreatív tollat. Így szabadkézzel különböző szín tollakkal lehet írni a táblára, vagy éppen különböző kiemelő színeket lehet használni. Tollakból összesen

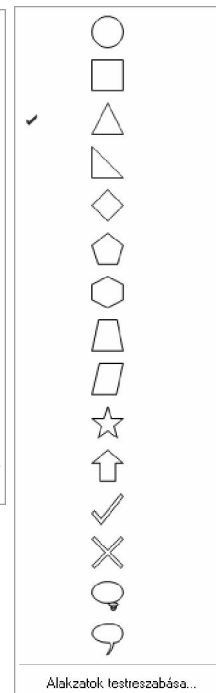


hatfélét, kiemelő kb 1 kétfélét lehet használni. Ezeknek a színét, vonalvastagságát, vonalstílusát, a vonalvég stílusát és a vonal átlátszóságát szintén ebben a menüpontra szabhatjuk testre. A Kreatív tollakból összesen hétféle áll rendelkezésre, de ezeknek a jellemzői nem megváltoztathatók.

- **Radír:** Itt lehet beállítani a radír szélességét. Összesen háromféle lehet ség közül választhatunk.



- **Vonal, Alakzatok:** Különböző típusú vonalakat, nyilakat, alakzatokat illeszthetünk be a diáinkba. Itt összesen nyolcféle vonalstílus és tizenötféle alakzat közül választhatunk. Ezen vonalnak, ill. alakzatoknak a tulajdonságai egyesével testreszabhatóak. Meg lehet változtatni a vonalak színét, vastagságát, a vonalvégek stílusát, a vonalak ill. alakzatok átlátszóságát, továbbá az alakzatok kitölt színét is.



- **Szöveg:** Ebben az almenüpontban ki lehet választani, hogy éppen milyen stílusú legyen a szövegdobozokban megjelenő szöveg. Összesen hatféle szövegstílus közül lehet választani. Természetesen ezek a szövegstílusok is testreszabhatóak (bet szín, bet típus, bet nagyság, bet stílus, átlátszóság szerint). Ennek a funkciónak a segítségével gyorsan lehet különböző stílusú szövegeket létrehozni az adott bemutatókban, hiszen nem kell minden egyes szöveg beírása el tt egyesével ezeket a paramétereket megadni.

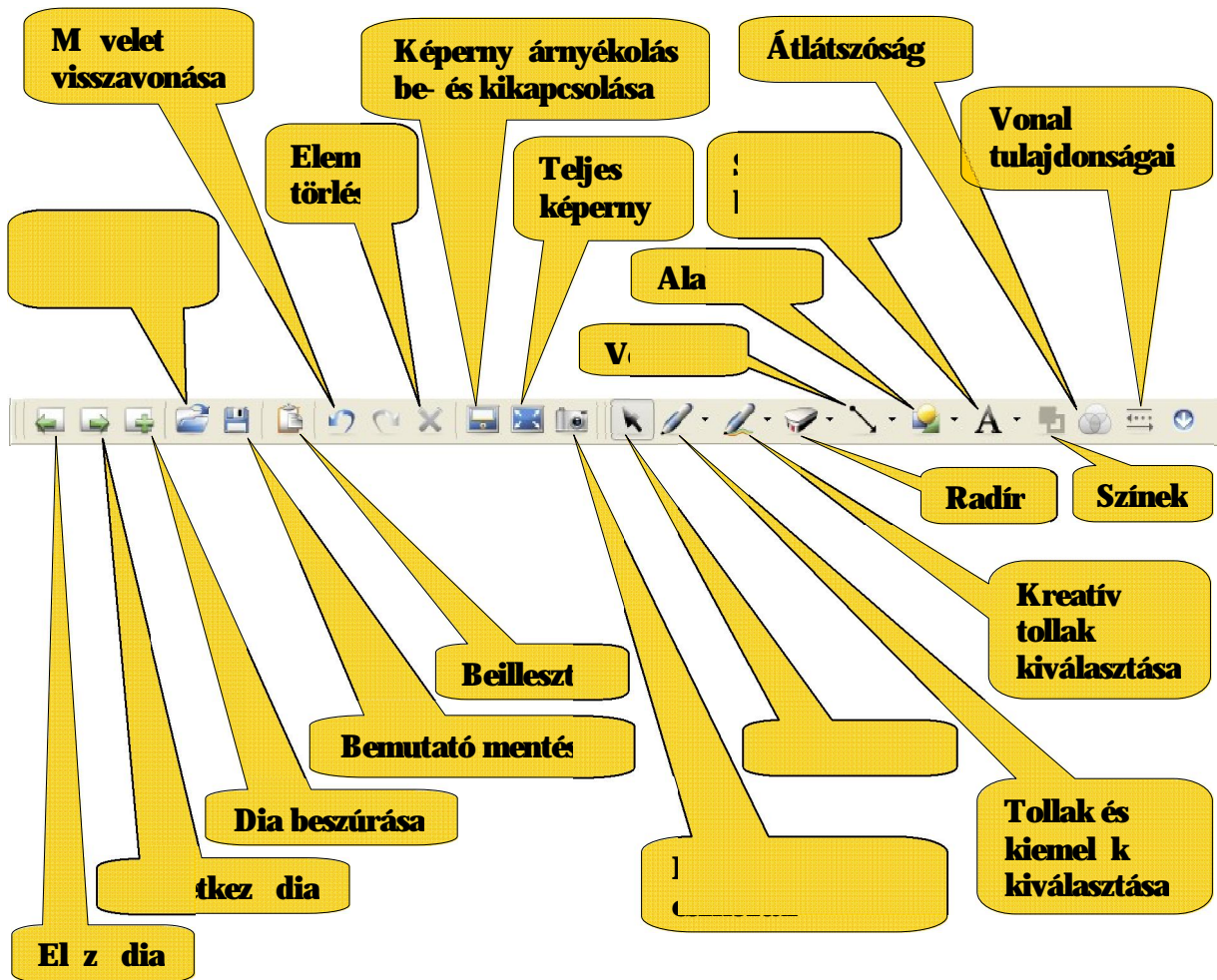


- **Súgó menü:** A szokásos menüpontokat találhatjuk itt. Itt van lehetőség például a programfrissítések keresésére is az interneten keresztül.

### 3.6. A SMART Notebook szoftver eszköztára:

Az eszköztár segítségével a menükből is elérhető funkciókat lehet még gyorsabban, még egyszeriben elérni. Így például a digitális táblán sokkal egyszerűbb az egyes funkciók elérése.

Az eszköztáron található ikonokhoz rendelt funkciók a következők:



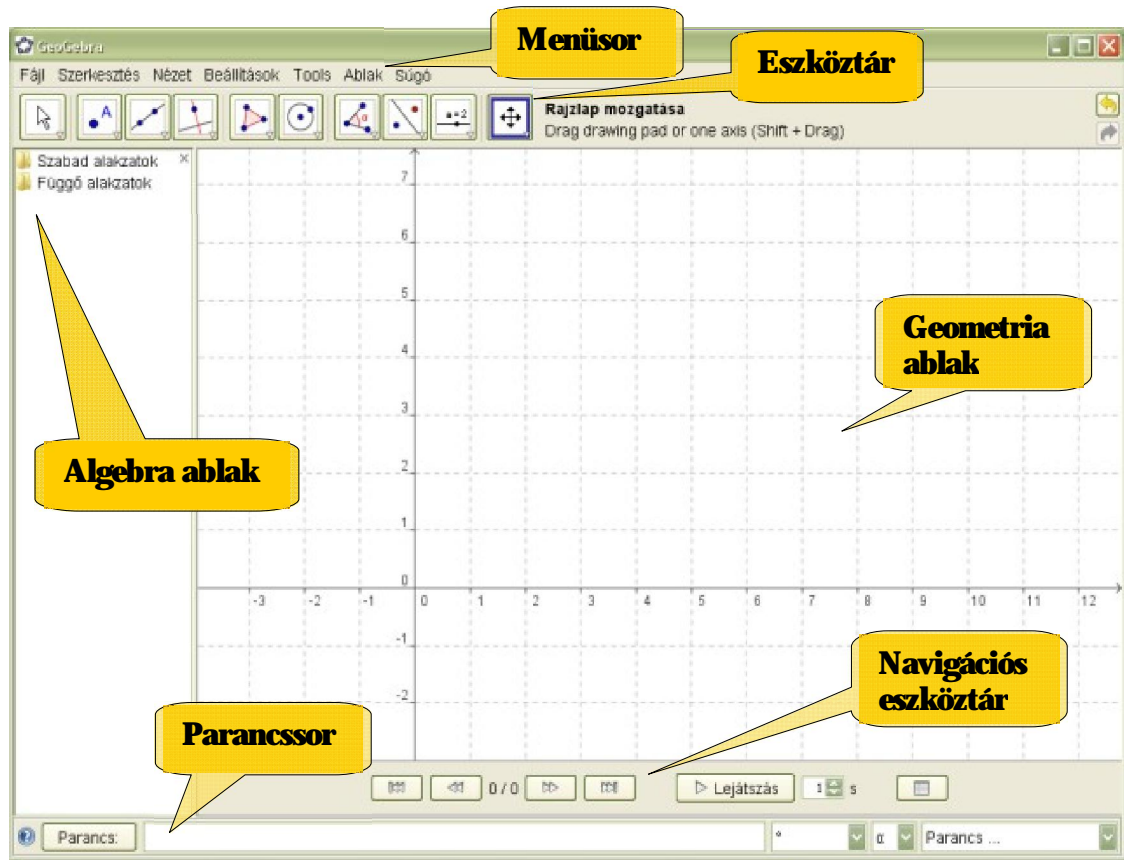
## 4. fejezet: A GeoGebra matematikai segédprogram ismertetése

Mint a bevezetőben már szó volt róla, a GeoGebra egy általános célú matematikai segédprogram, amely a matematika három lényeges területéhez kapcsolódik. Ezek a következők: algebra, geometria, függvények. Neve is a geometria és algebra szavak összevonásából ered. Mivel a program egyaránt alkalmas a geometriai problémák és az algebrai és számítási feladatok megoldására, ezért nagyszerűen használható a 10. osztályos és 11. osztályos koordinátageometria témakör feldolgozásának segítésére, szemléltető ábrák, tananyagok készítésére. A program kitalálója Markus Hohenwarter, aki a Salzburgi Egyetemen diplomamunkájaként írta meg a programot.

A GeoGebra egy sokoldalúan használható dinamikus geometriai szoftver. Megadhatóak benne pontok, vektorok, szakaszok, egyenesek éppúgy, mint kúpszeletek vagy akár függvények. Ezek az alakzatok a szerkesztés során, vagy akár utólag is dinamikusan megváltoztathatóak. Ugyanakkor nemcsak grafikus módon lehet ikonok és egér segítségével a fent említett alakzatokat megadni. Arra is lehetőség van, hogy parancssorban adjuk meg a koordinátákat vagy az alakzatokat leíró egyenleteket, képleteket. Ezáltal lehetőség nyílik arra is, hogy számokat, pontokat, vektorokat változóként kezeljünk. Ha megrajzolunk a programban egy alakzatot, akkor automatikusan megjelenik a hozzá tartozó algebrai kifejezés is, és ez megfordítva is igaz. Ezek a GeoGebra igazi jellegzetességei.

## 4.1. A GeoGebra általános jellemzői

A program elindításakor a következő kezelőfelület jelenik meg:



Az induló ablak részei a következők:

- **Menüsor:**

A program által biztosított funkciókat tartalmazza. Ennek részletes leírását a dolgozat **4.2.** pontjában ismertetem.

- **Eszköztár:**

Az Eszköztár szolgál az adatok geometriai bevitelére. Az eszköztár éppen használni kívánt ikonját az egérrel kattintva tudjuk kiválasztani a megfelelő ikoncsoport legördülő menüjéből. A legördülő menüt az ikoncsoportok sarkán található kis háromszögre kattintva lehet elérni és kijelölni a megfelelő ikont. Az éppen aktuálisan kiválasztott funkcióhoz tartozó ikon kék kerettel jelenik meg.

meg. Ezzel párhuzamosan az eszköztár mellett lévő ablakterületen megjelenik a kiválasztott mód szövegesen is. Az Eszköztáron található funkciókat a dolgozat **43.** pontban ismertetem.

- **Algebra ablak:**

Ez az ablak tartalmazza a Geometria ablakban meglévő pontok, vektorok, egyenesek, függvények képletét, algebrai adatait. Az Algebra ablakban külön csoportban helyezkednek el a Szabad alakzatok, a Függő alakzatok és a Segédalakzatok. A Szabad alakzatok azok az alakzatok, amelyet a program használója vesz fel. Ezeket a Rajzlapon szabadon mozgathatjuk a szerkesztések elkészültével is. Ezzel szemben a Függő alakzatokat nem tudjuk önállóan mozgatni. Ezek csak a Szabad alakzatok függvényében változnak, hiszen ezek éppen a Szabad alakzatokra „épülnek”. A Segédalakzatok közé mi tudunk különböző alakzatokat elhelyezni. Ide elsősorban azok az objektumok kerülhetnek, amelyek a szerkesztés szempontjából kevésbé lényegesek.

- **Geometria ablak:**

Ez az ablak szolgál az alakzatok megjelenítésére. **Rajzlapnak** is szokás nevezni ezt a területet. A Rajzlap tulajdonságait a Beállítások/Rajzlap menüpont alatt lehet beállítani, megváltoztatni.

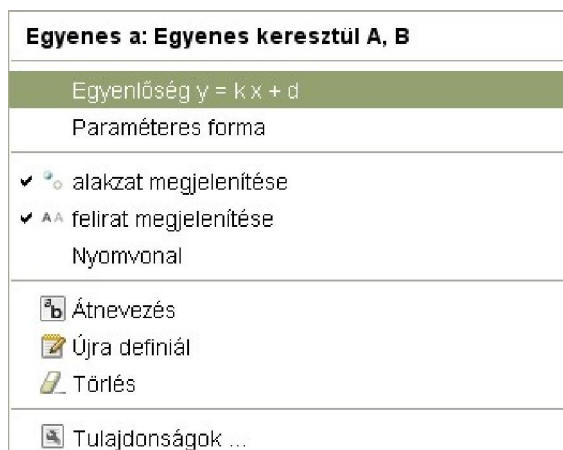
- **Navigációs eszköztár:**

A navigációs eszköztár szolgál arra, hogy a már elkészített szerkesztés lépéseit akár egymás után is meg tudjuk jeleníteni. Visszalépésre is lehetőség van a szerkesztés egyes lépései között. Az itt lévő Lejátszás gombra kattintva a teljes szerkesztés menetét le tudja játszani a program. Megadhatjuk a lejátszás gyorsaságát is, beállítva, hogy a szerkesztés egy-egy lépését hány másodpercenként jelenítse meg a program. Itt található a szerkesztés protokoll ikonja, amely egy táblázatban sorba rendezve mutatja a szerkesztés egyes lépéseit. A táblázatban megtalálható az egyes alakzatok definíciója és algebrai adatai is. A szerkesztés lépéseinek sorrendjét utólag itt lehet megváltoztatni. A listában a Szabad és Függő alakzatok külön színnel vannak jelölve megkönnyítve a tájékozódást a táblázatban.

- **Parancssor:**

A parancssor szolgál az egyes geometriai alakzatok közvetlen algebrai bevitelére. Itt begépelve az alakzatot meghatározó algebrai információkat, az alakzat képe megjelenik a Geometria ablakban. Az alakzat algebrai adatai pedig megjelennek az Algebra ablakban. A kiadható parancsokat a dolgozat **4.5.** pontjában részletesen tárgyalom. A parancssor mellett található még három kis lenyíló menü. Ezek segítségével lehet a parancssorba bevinni például különböző matematikai jeleket, műveleti jeleket, a felhasználható függvényeket, a görög ábécé betűit. Továbbá különböző parancsokat is lehetőség van kiválasztani a lenyíló listából, ezzel könnyítve meg a parancsok szintaxisának könnyebb elsajátítását.

Ha rákattintunk az egér jobb gombjával egy alakzatra a geometria ablakban, vagy az algebrai adataira az algebra ablakban, akkor az alakzathoz tartozó úgynevezett **Környezeti menü** jelenik meg. Ez a menü alakzattípusonként kis mértékben változó lehet. A jobb oldali ábrán egy adott egyenes környezeti menüje látható. Ebben a menüben lehet az alakzatot például újra definiálni, átnevezni, törölni, a



láthatóságát ki-be kapcsolni, a felirat megjelenítést ki- és bekapcsolni. Itt van lehetőség a **Tulajdonságok** menüpont alatt az alakzatnak megváltoztatni többek között a vonalvastagságát és típusát, az alakzat színét, a kitöltés színét és mértékét.

## 4.2. Menüpontok a GeoGebra-ban

- **Fájl menü**

A szokásos almenüpontokat találjuk meg itt. Ezek a következők:

- **Új, Megnyitás, Mentés, Mentés mint, Bezárás.**

Ezekon kívül érdemes még megemlíteni két menüpontot.

- **Nyomatási kép:** Ekkor megtekinthetjük a Rajzlapot és a Szerkeszt protokollt nyomtatási formában. Mindkét esetben megadhatunk címet,

szerző, dátumot, továbbá beállíthatók a nyomtatás legfontosabb paramétereit.

- **Export:** Ez a menüpont a következő almenüpontokat tartalmazza:

§ **Dinamikus munkalap, mint weblap (html):**

Ezt az exportálási lehetőséget választva az előugró ablakban megadhatjuk a szerkesztés címét, szerzőjét, dátumát. Megadhatunk a szerkesztés elő és után magyarázó szöveget is. Ide fog beágyazódni a Rajzlap, amelynek beállítható a mérete pixelben. Így három fájl keletkezik (\*.html, \*.ggb, geogebra.jar). Ezeknek egy könyvtárban kell elhelyezkedniük ahhoz, hogy a dinamikus weblap helyesen működjön. Az így elkészített weblap tetszőleges webböngészővel megtekinthető. (A JAVA futtatókörnyezetre ekkor is szükség van.)

§ **Szerkesztési protokoll, mint weblap (html):**

Ekkor a szerkesztés lépéseit időrendben tartalmazó táblázat exportálható. Itt is megadható a szerkesztés címe, szerzője, dátuma, továbbá a munkalap mérete. Itt beállítható az is, hogy a szerkesztési protokoll mellett a szerkesztés képe is látható legyen. Ez a weblap is megtekinthető tetszőleges webböngésző segítségével.

§ **Rajzlap, mint kép (png, eps):**

Ekkor a Rajzlap pixelgrafikus képként (.png), vagy vektorgrafikus képként (.eps) menthető ki a programból. Ez utóbbi esetben a kép felbontása 72 dpi, míg az első esetben a felbontás nagysága 72 és 600 dpi között változtatható.

§ **Rajzlap vágólappra másolása:**

Ekkor egy png formátumú képernyő méretű kép kerül a vágólappra. Ezt más programokból (Pl. szövegszerkesztő, prezentációkészítő, képszerkesztő programok) könnyen elérhetjük anélkül, hogy elő kellene külön fájlként mentenünk a szerkesztés képét.

- **Szerkesztés menü**

- **Visszavonás:** A legutóbbi szerkesztési lépést lehet visszavonni.
- **Újra:** Az utoljára visszavont szerkesztési lépést lehet ismét érvényre juttatni.
- **Törlés:** Az éppen kijelölt alakzatot törli a Rajzlapról.
- **Mindent kiválaszt:** Ennek segítségével a szerkesztés összes alakzata egyszerre kijelölhető (pl. törlés, vagy mozgatás céljából).
- **Tulajdonságok:** Ezt a pontot választva a Rajzlapon lévő valamennyi objektum tulajdonságait meg tudjuk változtatni. Ugyanezt érhetjük el akkor is, ha egy adott objektum helyi menüjében választjuk szintén a Tulajdonságok almenüpontot.

- **Nézet menü**

Ebben a menüpontban állítható be, hogy miként látszik a GeoGebra f ablaka.

- **Tengelyek, Rács menüpontok:** Segítségükkel be- és kikapcsolható a koordinátatengelyek és a rácsolás láthatósága.
- **Algebra ablak, Segédalakzatok menüpontok:** Be- illetve kikapcsolható az Algebra ablak illetve a Segédalakzatok láthatósága.
- **Vízszintes vágás:** Ennek segítségével az Algebra ablak az alapbeállítás szerinti baloldaltól áthelyezhető a Rajzlap alá.
- **Parancssor, Parancslista, Navigációs eszköztár, Lejátszás gomb, Gomb a Szerkeszt protokoll megnyitásához menüpontok:** Ezek segítségével szabályozható az adott elem láthatósága a f ablakban.

- **Beállítások menü**

Ebben a menüpontban a teljes szerkesztésre vonatkozó beállításokat tehetünk.

A következő tulajdonságok módosítására van lehetőségünk:

- **Pont elfogás:** Be- illetve kikapcsolható a pont elfogás. Ha be van kapcsolva ez a jellemző, akkor sokkal könnyebb egész koordinátájú





pontokat felvenni a Geometria ablakban, mert a program automatikusan a legközelebbi egész rácspontra illeszti a felvenni kívánt pontot.








- **Szög egysége:** Kétféle mértékegységben lehet szöget megadni. (Fok és Radián.)
- **Tizedes hely:** A számítások pontossága adható meg 0-5 tizedesjegy pontossággal.
- **Folytonosság (Continuity)**
- **Pont stílus:** A Rajzlapon megjelenő pontok stílusa lehet  $\bullet$ ,  $\times$ .
- **Derékszög stílusa:** Megadhatjuk, hogy a program hogyan emelje ki a  $90^\circ$ -os szögeket. A lehetséges jelölések: kikapcsolva, vagy  $\square$ .
- **Koordináták:** Itt adhatjuk meg, hogy a pontok koordinátáit milyen módon jelölje a program. A következő két lehetőség közül választhatunk:  $A=(x, y)$  vagy  $A(x|y)$ .
- **Jelölés (Labelling):** Ebben a menüpontban lehet beállítani, hogy a Geometria ablakban létrehozott objektumokat a program automatikusan jelölje-e el. Lehetőség van arra is, hogy minden új objektumot, vagy minden régi objektumot, vagy csak az új pontokat jelölje el önállóan. A pontokat A, B, C, ... stb., a vektorokat u, v, w, ..., az egyeneseket a, b, c, ... betűkkel jelöli el automatikusan a program. Ezek a jelölések természetesen az adott alakzat átnevezésével megváltoztathatók.
- **Betű méret:** A használt alap betű méretet lehet megadni itt pontban. Például: 12 pt, 14 pt, ... 32 pt.
- **Nyelv:** Itt állítható be a program kezelő felületének nyelve. A program az angol és a német nyelv mellett több mint harmincféle nyelvet támogat, köztük a magyart is. A nyelv megváltoztatásával a kiadható parancsok nyelve is megváltozik.
- **Rajzlap:** Itt lehet megváltoztatni a Rajzlap háttérszínét, a koordinátatengelyek és a rácsozás különböző beállításait, például a tengelyek egységét, a beosztás nagyságát, a címke nevét.









- **Beállítások mentése (Save Settings):** Ennek a pontnak a segítségével lehet elmenteni az érvényben lévő beállításokat.
  - **Alapbeállítások visszaállítása (Restore Default Settings):** Ennek a menüpontnak a segítségével vissza lehet állítani a program alapbeállításait.
- **Ablak menü**  
 Ebben a menüpontban lehet egy új szerkesztő ablakot megnyitni. Így egymással párhuzamosan akár két ablakban is lehet egyszerre szerkesztést készíteni.
  - **Súgó**  
 Ez a menüpont tartalmazza a program Licenzét és Névjegyét. Ebből a menüből érhető el a GeoGebra magyar nyelvű kézikönyve is.









### 4.3. Az Eszköztár ikonjai








Az alábbiakban összefoglaltam az Eszköztár ikonjainak, módjainak jelentését táblázatos formában. A táblázatban az egyes ikonok a programban való előfordulásuk szerint vannak csoportosítva. Mivel a program az alakzatoknak automatikusan nevet ad, ha azokat az ikonok segítségével hozzuk létre, ezért ezzel külön nem foglalkozunk.








<b>Mozgatási módok</b>			
1.		Mozgatás	Ennek a módnak a segítségével a Szabad alakzatokat mozgatni lehet.
2.		Pont körüli elforgatás	Ekkor meg kell adni a forgatás középpontját, és e körül a pont körül lehet forgatni a Szabad alakzatokat.
<b>Pontok</b>			
3.		Új pont	Ezt az ikont kiválasztva lehet új pontot elhelyezni a Geometria ablakban.
4.		Két alakzat metszéspontja	Ezt a módot kiválasztva, ha rákattintunk két alakzatra (pl. két egyenesre), akkor a program meghatározza a két alakzat

			metszéspontját (metszéspontjait). Ha a két alakzatnak több metszéspontja van, és csak az egyik metszéspontra kattintunk, akkor a program csak ezt a metszéspontot határozza meg.
5.		Felez pont, középpont	Ebben a módban, ha megadunk egy szakaszt, akkor a program megjelöli a szakasz felez pontját. Ha például egy körre kattintunk, akkor megadja a kör középpontját.
<b>Egyenes, szakasz, vektor</b>			
6.		Egyenes két ponton át	A két pontot elhelyezve a Rajzlapon létrejön a rajtuk áthaladó egyenes.
7.		Szakasz	A két pontot elhelyezve a Rajzlapon létrejön az általuk meghatározott szakasz. Az algebra ablakban ezzel egy időben megjelenik a szakasz hossza is.
8.		Szakasz pontból adott távolsággal	A pont kijelölése után megadhatjuk a szakasz hosszát a megjelenő párbeszédablakban.
9.		Félegyenes	Először kell megadni a félegyenes kezdő pontját, majd a második pontot, amelyen a félegyenes áthalad.
10.		Vektor	Először kell megadni a vektor kezdő pontot, majd a végpontját.
11.		Vektor pontból	Először meg kell adni a vektor kezdő pontját, majd azt a vektort, amellyel egyenlő kell legyen a létrehozandó új vektor.





<b>Ponthalmazok</b>			
12.		Mer leges	Adott pontból mer legest bocsáthatunk adott egyenesre (szakaszra). El szőr a pontot, majd az egyenest kell megadni.
13.		Párhuzamos	Adott ponton átmen , adott egyenessel (szakasszal) párhuzamos egyenes hozható létre. El szőr a pontot, majd az egyenest kell megadni.
14.		Szakaszfelez	Kijelölve a szakaszt, létrejön a felez mer leges egyenese.
15.		Szögfelez	Kijelölve a szöget, létrejön a szögfelez egyenese. A szöget három pontjával kell megadni. Másodiknak megadott pont lesz a szög csúcsa.
16.		Érint k	Ebben a módban el szőr ki kell jelölni a küls pontot, majd azt a kúpszeletet (kör, ellipszis, stb.), amelyhez az érint t szeretnénk megszerkeszteni.
17.		Poláris	Ekkor kijelölve egy pontot és egy kúpszeletet, létrejön a pont kúpszeletre vonatkozó polárisa.
18.		Mértani hely	
<b>Sokszög poligon</b>			
19.		Sokszög (poligon)	A sokszög csúcsait kell sorrendben megadni. A sokszög akkor jön létre, ha az els és utolsó csúcsnak ugyanazt a pontot választjuk. A csúcspontok lehetnek már meglév pontok, vagy teljesen új pontok is. A sokszögnek a területe is megjelenik az algebra ablakban automatikusan.

20.		Reguláris poligon	Ekkor ki kell választani a szabályos sokszög két csúcsát. Ezzel meghatározzuk a szabályos sokszög oldalhosszát. Ekkor meg kell adni a felugró ablakban, hogy hány oldalú sokszöget szeretnénk létrehozni. Ezt megadva, létrejön az adott szabályos sokszög.
<b>Kör, körív, körcikk</b>			
21.		Kör középponttal és kerületi ponttal	El ször meg kell jelölni a kör középpontját, majd a kör egy kerületi pontját.
22.		Kör középponttal és sugárral	El ször kell megadni a középpontot, majd a felbukkanó párbeszédablakban a kör sugarát kell megadni.
23.		Köré írt kör	Megadva a háromszög három csúcsát, létrejön a háromszög köré írt kör.
24.		Két pontra illeszked félkör	A két pont távolsága lesz a keletkez félkör átmér je.
25.		Körív középponttal és két pontjával	Az els nek megadott pont lesz a középpont, a másodjára megadott pont fogja megszabni az ív sugarát, a harmadjára megadott pont pedig meghatározza az ív hosszát.
26.		Három pontra illeszked körív	Ki kell jelölnünk a három pontot. Ezek közül az els és az utolsó lesz a körív két végpontja.
27.		Körcikk középponttal és két pontjával	Az els két pont távolsága fogja megadni a körív sugarát, a harmadik pont helye pedig meghatározza a körcikk középponti szögét.

28.		Három pontra illeszked körcikk	A három pont a körcikk ívének két végpontja, és a kör ívén lévő tetszőleges harmadik pont kell legyen.
29.		Kúpszelet öt ponton át	Az öt pont megfelelő megválasztásával tetszőleges kúpszelet létrehozható. (kör, ellipszis, parabola, hiperbola)
<b>Szög, távolság, terület</b>			
30.		Szög	Ebben a módban három pontra kell kattintani. A középső fogja jelteni a szög csúcsát. Lehetőség van arra is, hogy egyeneseknek, és/vagy szakaszoknak is meghatározzuk a bezárt szögét. Ekkor az adott egyeneseket ill. szakaszokat kell kiválasztanunk. Mindkét esetben a program az alakzatok pozitív körbejárási irány szerinti szögét adja meg.
31.		Szög adott mérettel	Ekkor két pontot kell kijelölnünk, majd ezután a felbukkanó párbeszédablakban kell megadnunk az adott szög nagyságát és a körüljárási irányt. A másodjára megadott pont lesz a szög csúcsa.
32.		Távolság	Ekkor meg kell adnunk a két alakzatot (pontot, szakaszt, egyenest, stb.), amelyeknek meghatározza a program a távolságát.
33.		Terület	Rákattintva az adott síkidomra, meghatározódik a síkidom területe.
34.		Merekség	Ekkor meg kell adni azt a szakaszt, vagy egyenest, amelynek a merekségére kíváncsiak vagyunk.

<b>Geometriai transzformációk</b>			
35.		Tengelyes tükrözés	El ször kell megadni azt az objektumot, amelyet tükrözni akarunk, majd a tengelyt kell kiválasztani.
36.		Centrális tükrözés	El ször kell megadni azt az objektumot, amelyet tükrözni akarunk, majd a tükrözés középpontját.
37.		Pont körüli forgatás adott szöggel	El ször kell kiválasztani az elforgatandó alakzatot, majd a forgatás centrumát. Végül meg kell adni a forgatás szögét és a forgatás irányát.
38.		Eltolás vektorral	Ki kell jelölni el bb az adott alakzatot, majd az eltolás vektorát.
39.		Centrális nyújtás	A nyújtani kívánt alakzatot kell megadni els nek, majd a nyújtás középpontját. Végül meg kell adni a nyújtás el jeles nagyságát.
<b>Egyéb objektumok beszúrása, általános módok</b>			
40.		Csúszka	Ezt az ikont kiválasztva, a Rajzlapon létre lehet hozni egy csúszkát. A csúszka segítségével végül is egy olyan változó (szám vagy szög) hozható létre, amelynek az értékét a csúszkát jobbra balra tolva tudjuk változtatni. A hozzá tartozó párbeszédablakban megadható a változó neve, a változó által felvehet érték tartománya, és a felbontás finomsága. A csúszka az egyik módja a dinamikus ábrák készítésének.
41.		Jelöl négyzet alakzat mutatására / elrejtésére	Ennek az ikonnak a segítségével lehet a Rajzlapon elhelyezni kis jelöl négyzetet,

			amelynek segítségével a hozzárendelt objektum láthatóságát lehet engedélyezni, vagy éppen letiltani.
42.		Szöveg beszúrása	Ezt az ikont kiválasztva, lehet segítség van arra, hogy a Geometria ablakon szövegeket helyezünk el. A felbukkanó párbeszédablakban adhatjuk meg a megjelenítendő szöveget. Használhatunk a szövegbevitelkor LATEX formulákat is. Ezt a párbeszédablakban külön jelezni kell. A párbeszédablak jobb oldalán két lenyíló menü segíti a matematikai képletekben használatos jelölések ( $^2$ , $^3$ , $e$ , $\pi$ , $\infty$ , $^\circ$ , stb.), illetve a görög kis- és nagybetűk bevitelét.
43.		Kép beszúrása	Ezt a funkciót választva, ha kattintunk a Rajzlapon, akkor a beszúrandó kép bal alsó sarkának pozícióját jelölhetjük ki. A beszúrható képek formátuma gif, jpg, tif és png lehet.
44.		Kapcsolat két alakzat között	Kiválasztva a két alakzatot az egérrel, a program információval szolgál azok kapcsolatáról (pl.: A pont és B pont nem egyenlő vagy a egyenes metszi b egyenest, stb.).
45.		Rajzlap mozgatása	Ennek a funkciónak a segítségével lehet mozgatni a koordináta-rendszert.
46.		Nagyítás	A Rajzlapon kattintva lehet nagyítani a Geometria ablakban látható ábrát.
47.		Kicsinyítés	A Rajzlapon kattintva lehet kicsinyíteni a Geometria ablakban látható ábrát. Az Eszköztár ikonjai közül bármelyik

			ikon aktív, nagyítás illetve kicsinyítés funkciót akkor is elérhetjük úgy, hogy az egér középs gombjának görget funkcióját használjuk.
48.		Alakzat mutatása / elrejtése	Ennek az ikonnak a kiválasztásával engedélyezhetjük a láthatóságát az összes olyan alakzatnak, amelyek különben rejtve lennének.
49.		Felirat mutatása / elrejtése	Ezt az ikont választva, majd rákattintva egy adott alakzatra, be- illetve kikapcsolhatjuk az alakzat nevének kijelzését a Geometria ablakban.
50.		Vizuális stílus másolása	Ebben a módban lehetőség van egy adott objektum vizuális megjelenésének a másolására más objektumokra. Ilyen vizuális megjelenési tulajdonság lehet a színe, vonalvastagsága, vonal stílusa, stb.
51.		Alakzatok törlése	Az egérrel kiválasztott alakzatokat törli a Geometria és az Algebra ablakból is.

#### 4.4. Közvetlen adatbevitel a Parancssor segítségével

A GeoGebra-ban lehetőségünk van az egyes alakzatokat megadni azok koordinátaival, vagy az adott alakzatot leíró egyenletek segítségével is. Erre szolgál a **Parancssor**.

Közvetlen adatbevitelkor lehetőségünk van az egyes alakzatoknak nevet is adni. Pl.:  $A=(-2, 4)$ . Az egyes alakzatok nevében használhatunk indexezést is. Pl.:  $A_1=(-2, 4)$ . Ennek a parancsnak a hatására létrejön az  $A_1(-2, 4)$  pont.

Ha számokat, koordinátákat vagy egyenleteket szeretnénk bevinni, akkor az adatbevitelkor a következő aritmetikai műveleteket használhatjuk: összeadás (+), kivonás (-), szorzás (\*), osztás (/), hatványozás (^) és a faktoriális (!).

- **Számok és szögek bevitele:**

Számok megadásakor a tizedesvessz helyett tizedespontot kell használnunk.

Ha megadunk egy számot, akkor azt a program annyi tizedesjeggyel veszi figyelembe, amennyit a Beállítások menüben korábban megadtunk. Pl.:  $r=3.78$

A szögek értékét mind fokban, mind radiánban megadhatjuk. Szögek esetén, ha engedélyezzük a reflex szögeket, akkor két félegyenes bezárt szöge lehet  $180^\circ$ -nál nagyobb is. Ellenkez esetben a program két félegyenes bezárt szöge esetén mindig a kisebb szöget adja. Pl.:  $\alpha=120^\circ$  vagy  $\alpha=2*\pi/3$ .

A szabad számként, vagy szabad szögeként megadott érték bármikor megváltozatható. Ezt a legkönnyebben úgy tehetjük meg, hogy hozzájuk rendelünk egy csúszkát. Ekkor megadható az az intervallum, amelyen az adott szám vagy szög szabadon megváltoztatható.

- **Pontok bevitele:**

A programban a pontokat a szokásos módon az angol ábécé nagybetivel jelöljük. A pontok megadhatók a szokásos Descartes-féle koordináták segítségével, de arra is lehetőség van, hogy polárkoordinátákat használjunk. Pl.:  $Q=(3, 5.2)$  vagy  $Q=(6, 60^\circ)$ .

- **Egyenesek bevitele:**

Az egyeneseket az angol ábécé kisbetivel jelölhetjük el és egy  $l$ -tal választjuk el az egyenes egyenletét  $l$ .

Az egyenesek megadásakor használhatjuk az egyenes normálvektoros (irányvektoros) egyenletét, az egyenes iránytényező  $s$  egyenletét vagy az egyenes paraméteres egyenletét is. A paraméteres alakban a  $X$  jelöli az egyenes adott pontját, a  $t$  változó pedig a paramétert. Pl.:  $e: 3*x-2y=-14$ ,  $e: y=1.5*x+7$  vagy  $e: X=(-2, 4)+t*(2, 3)$ . Bármelyik formában is adtuk meg az egyenest, ezt az egyeneshez tartozó Környezeti menüben könnyedén megváltoztathatjuk, a megfelelő alakot kiválasztva.

A koordinátatengelyekre a nevük segítségével hivatkozhatunk ( $x$ Tengely,  $y$ Tengely).

- **Kúpszeletek bevitele:**

A kúpszeleteket (kör, ellipszis, parabola, hiperbola), akárcsak az egyenesek esetén az angol ábécé kisbetűvel jelölhetjük, és egy  $:$ -tal választjuk el az adott kúpszelet egyenletét l.

A kúpszeleteket a hozzájuk tartozó másodfokú egyenletek segítségével adhatjuk meg, akár explicit, akár implicit alakban.

Pl.:

- kör:

$$k: (x-3)^2+(y+2)^2=25 \text{ vagy } k: x^2+y^2-6*x+4*y=12$$

- ellipszis:

$$e: 4*x^2+9*y^2=81$$

- parabola:

$$p: y=x^2-6*x+11$$

- hiperbola:

$$h: (x-2)^2/5+y^2/10=1$$

- **Függvények bevitele:**

A függvények bevitelekor használhatjuk a GeoGebra beépített függvényeit, vagy általunk már korábban definiált számokat, változókat, függvényeket. A függvények nevének megadásakor a szokásos módon az angol ábécé kisbetűvel használhatjuk. Pl.:  $f(x)=-3*x+1$  vagy  $g(x)=-(x+4)^2+1$

A használható beépített függvények a következők:

x(): x koordináta

y(): y koordináta

abs(): abszolút érték

sgn(): előjel függvény

round(): kerekítés

sqrt(): négyzetgyök

floor(): a számnál nem nagyobb  
legnagyobb egész

ceil(): a számnál nem  
kisebb legkisebb egész

exp(): exponenciális

log(): e alapú logaritmus

sin(): szinusz

cos(): koszinusz

tan(): tangens

asin(): arc szinusz

acos(): arc koszinusz

atan(): arc tangens

sinh(): szinusz hip

cosh(): koszinusz hip

tanh(): tangens hip

asinh(): arc szinusz hip

acosh(): arc koszinusz hip

atanh(): arc tangens hip

A fenti beépített függvények segítségével összetett függvények is definiálhatóak. Pl.:  $f(x)=\cos(x^2)$  és  $g(x)=f(x)/(x^2)$

## 4.5. Parancsok a GeoGebra-ban

A parancsok segítségével létre tudunk hozni új alakzatokat, vagy a már meglév ket tudjuk módosítani. A parancsokat használva is lehet ségünk van az egyes objektumoknak nevet adni a már korábban ismertetett módon. A használható parancsok a következ k:

- **Általános parancsok**
  - **Kapcsolat[a alakzat, b alakzat]:** egy üzenet ablakban megmutatja a két alakzat kapcsolatát
  - **Törlés[alakzat]:** töröl egy alakzatot, minden leszármazottjával együtt
- **Pontokkal kapcsolatos parancsok**
  - **Pont[alakzat]:** Egy pontot hoz létre az alakzaton. Az alakzat lehet egyenes, félegyenes, szakasz, vektor, kúpszelet vagy függvény.
  - **Pont[A pont, v vektor]:** A ponthoz képest a v vektorral eltolt pontot kapjuk meg.
  - **Metszéspont[a alakzat, b alakzat]:** A két alakzat összes metszéspontját megadja. Az alakzat itt is lehet egyenes, kúpszelet vagy függvény.
  - **Metszéspont[a alakzat, b alakzat, n szám]:** A két alakzat n. metszéspontját adja meg.
  - **Középpont[A pont, B pont]:** Az A és B pontok által meghatározott szakasz felez pontját adja meg.
  - **Középpont[szakasz]:** A szakasz felez pontját adja meg.
  - **Súlypont[sokszög]:** A sokszög súlypontját adja meg.
- **Egyenesek, szakaszok, sokszögek**
  - **Egyenes[A pont, B pont]:** Az adott két pontra illeszked egyenest adja eredményül.

- **Egyenes[A pont, e egyenes]:** Az A pontra illeszked  $e$ -vel párhuzamos egyenest kapjuk eredményül.
  - **Egyenes[A pont, v vektor]:** Az A pontra illeszked  $v$  irányvektorú egyenest kapjuk eredményül.
  - **Félegyenes[A pont, B pont]:** Az A kezd pontú B-re illeszked félegyenest adja vissza eredményként.
  - **Félegyenes[A pont, v vektor]:** Az A kezd pontú  $v$  irányvektorú félegyenest kapjuk meg.
  - **Szakasz[A pont, B pont]:** A két pont által meghatározott szakaszt hozza létre.
  - **Szakasz[A pont, a szám]:** Az A kezd pontú, a hosszúságú szakaszt kapjuk eredményül.
  - **Sokszög[A pont, B pont, C pont ...]:** A megadott pontok által határolt sokszöget hozhatunk létre.
  - **Terület[sokszög]:** A megadott sokszög területét adja vissza.
- **Vektorokkal kapcsolatos parancsok**
    - **Vektor[A pont B pont]:** Az A kezd pontú B végpontú vektort adja eredményül.
    - **Vektor[pont]:** Az adott pont helyvektorát kapjuk meg.
    - **Irány[egyenes]:** Az egyenes egy irányvektorát adja vissza eredményül.
    - **Egységvektor[egyenes]:** Az adott egyenes egységnyi hosszúságú irányvektorát adja meg.
    - **Egységvektor[vektor]:** Az adott vektor egységvektorát kaphatjuk meg.
    - **Normálvektor[egyenes]:** Az egyenes egy normálvektorát adja vissza eredményül.
    - **Normálvektor[vektor]:** A megadott vektorra mer leges vektort ad vissza.
    - **EgységnyiNormálVektor[egyenes]:** Az adott egyenesnek egy egységnyi hosszúságú normálvektorát kaphatjuk meg.
    - **EgységnyiNormálVektor[vektor]:** Az adott vektorra mer leges egységvektort kaphatjuk meg.

- **Merekség[egyenes]:** Az egyenes merekségét adja meg, és ezzel egyidőben kirajzol egy merekségi háromszöget is.
- **Ponthalmazokra vonatkozó parancsok**
  - **Merleges[A pont, e egyenes]:** Az adott pontra illeszkedő, és az adott egyenesre merleges egyenes jön létre hatására.
  - **Merleges[A pont, n vektor]:** Az A pontra illeszkedő, n normálvektorú egyenest kapjuk meg.
  - **Szakaszfelez [A pont, B pont]:** Az AB szakasz felezőmerlegesét adja vissza.
  - **Szakaszfelez [a szakasz]:** Az adott a szakasz felezőmerlegesét kapjuk meg.
  - **Szögfelez [A pont, B pont, C pont]:** Az ABC szög szögfelezőjét kaphatjuk meg. (A szög csúcsa a középső B csúcs.)
  - **Szögfelez [e egyenes, f egyenes]:** A két megadott egyenes mindkét szögfelezőjét létrehozza.
  - **Érint [A pont, f függvény]:** A megadott függvény érintőjét határozhatjuk meg az  $x=x(A)$  pontban.
  - **Érint [A pont, c kúpszelet]:** Az adott kúpszeletnek az A pontból húzható érintőit kaphatjuk meg.
  - **Érint [e egyenes, c kúpszelet]:** Egy adott kúpszeletnek az e egyenessel párhuzamos érintőit határozhatjuk meg.
  - **Poláris[A pont, c kúpszelet]:** Az A pontnak a kúpszeletre vonatkozó polárisát kapjuk meg.
- **Kör, körív, körcikk**
  - **Kör[O pont, r szám]:** Az O középpontú, r sugarú kört kaphatjuk meg.
  - **Kör[O pont, a szakasz]:** Az O középpontú, az a szakasszal megegyező sugarú kört adja vissza.
  - **Kör[O pont, A pont]:** Az O középpontú, A kerületi pontú kört kapjuk.
  - **Kör[A pont, B pont, C pont]:** A megadott pontokra illeszkedő kört határozhatjuk meg segítségével.
  - **Sugár[kör]:** Az adott kör sugarát kapjuk meg az Algebra ablakban.

- **Félkör[A pont, B pont]:** A két pontra rajzolt félkört kapjuk meg.
- **Körív[O pont, A pont, B pont]:** Egy O középpontú, A és B végpontú körív jön létre (pozitív forgásirány szerint).
- **Körív2[A pont, B pont, C pont]:** Az adott három pontra illeszked körívet adja vissza.
- **Körcikk[O pont, A pont, B pont]:** Egy O középpontú, A és B végpontú körcikk jön létre (pozitív forgásirány szerint).
- **Körcikk2[A pont, B pont, C pont]:** A három pont által határolt körcikket adja vissza eredményül.

- **Kúpszeletekkel kapcsolatos parancsok**

**Általános parancsok:**

- **Kúpszelet[A pont, B pont, C pont, D pont, E pont]:** A megadott öt pontra illeszked kúpszeletet kapjuk meg.
- **Közép[kúpszelet]:** Egy adott kúpszelet középpontját kapjuk meg. (A kúpszelet lehet kör, ellipszis, hiperbola.)
- **Fókusz[kúpszelet]:** Egy adott kúpszelet fókuszait adja meg.
- **Csúcspont[kúpszelet]:** Az adott kúpszelet összes csúcspontját határozhatjuk meg. (A csúcspontot a kúpszeletnek és a tengelyeknek a metszéspontja adja.)
- **Excentricitás[kúpszelet]:** Az adott kúpszelet excentricitását adja vissza az Algebra ablakban.
- **Tengelyek[kúpszelet]:** Egy kúpszelet mindkét tengelyét kapjuk meg.
- **Nagytengey[kúpszelet]:** Egy adott kúpszelet nagytengeyét adja meg.
- **Kistengely[kúpszelet]:** Egy adott kúpszelet kistengelyét adja meg.
- **Átmér [e egyenes, c kúpszelet]:** Az adott kúpszeletnek az adott egyenessel párhuzamos átmér jét kapjuk meg.
- **Átmér [v vektor, c kúpszelet]:** Az adott kúpszeletnek a v irányvektorú átmér jét adja vissza.

**Parabola**

- **Parabola[F pont, v egyenes]:** Az F fókuszpontú, v vezéregyenes parabolát kapjuk eredményül.
- **Paraméter[parabola]:** Meghatározza a parabola paraméterét.

- **Vezéregyenes[parabola]:** Megadja a parabola vezéregyenesét.

### **Ellipszis**

- **Ellipszis[F pont, G pont, a szám]:** A két fókuszpontjával és a nagytengelyének hosszával megadott ellipszist fogjuk megkapni.
- **Ellipszis[F pont, G pont, a szakasz]:** A két fókuszpontjával és az adott szakasz hosszával megegyező nagytengely ellipszist adja vissza.

### **Hiperbola**

- **Aszimptota[hiperbola]:** Az adott hiperbola mindkét aszimptotáját megadja.
- **Hiperbola[F pont, G pont, a szám]:** A két fókuszával és valós tengelyének hosszával (a) adott hiperbolát kapjuk eredményül.
- **Hiperbola[F pont, G pont, s szakasz]:** A két fókuszával és az adott szakasz hosszával megegyező valós tengely hiperbolát határozhatjuk meg segítségével.

## • **Szög**

- **Szög[A pont, B pont, C pont]:** A három pont által határolt szöget adja meg. (A szög csúcsa a B pont lesz.)
- **Szög[e egyenes, f egyenes]:** A két adott egyenes által bezárt szögét adja vissza.
- **Szög[u vektor, v vektor]:** A két adott vektor által bezárt szöget adja vissza.
- **Szög[vektor]:** Az adott vektor és az x tengely által bezárt szöget határozza meg.
- **Szög[pont]:** Az adott pont helyvektorának és az x tengelynek a bezárt szögét adja vissza.
- **Szög[szám]:** A fokban megadott szög értékét átszámítja radiánba.
- **Szög[sokszög]:** A megadott sokszög összes belső szögének nagyságát adja vissza eredményül.

## • **Hosszúság, távolság**

- **Hossz[vektor]:** Az adott vektor hosszát határozhatjuk meg.
- **Hossz[pont]:** Az adott ponthoz tartozó helyvektor hosszát kapjuk meg.

- **Távolság[A pont, B pont]:** A megadott két pont távolságát adja vissza.
- **Távolság[A pont, e egyenes]:** A megadott pont és a megadott egyenes távolságát adja meg az Algebra ablakban.
- **Távolság[e egyenes, f egyenes]:** Az adott egyenesek távolságát adja meg az Algebra ablakban.
  
- **Mértani hely**
  - **Mértani hely[P pont, Q pont]:** Ábrázolja a Q pontnak a P ponttól függő helyét, míg a P pont végighalad egy adott alakzaton.
  
- **Függvények, polinomok**
  - **Széls érték[polinom]:** Az adott polinom összes helyi széls értékét megadja.
  - **Inflexióspont[polinom]:** Az adott polinom összes inflexióspontját visszaadja.
  - **Függvény[ f függvény, a szám, b szám]:** A megadott [a, b] intervallumon ábrázolja az f függvényt.
  - **Polinom[f függvény]:** Ábrázol egy adott polinom függvényt.
  - **Derivált[f függvény]:** Az f függvény derivált függvényét kapjuk meg.
  - **Derivált[f függvény, n szám]:** Az adott f függvény n. deriváltját kapjuk meg.
  - **Integrál[f függvény]:** Az adott f függvény határozatlan integrálját adja vissza.
  - **Alsóösszeg [f függvény, a szám, b szám, n szám]:** Az adott f függvény [a, b] intervallumon vett alsóösszegét kapjuk n darab beosztással.
  - **Felsőösszeg[f függvény, a szám, b szám, n szám]:** Az adott f függvény [a, b] intervallumon vett felsőösszegét kapjuk n darab beosztással.
  - **Integrál[f függvény, a szám, b szám]:** A megadott f függvény [a, b] intervallumon vett határozott integrálját kaphatjuk meg.
  - **Gyök[f függvény, a szám, b szám]:** Az adott f függvény egy gyökét adja vissza az [a, b] intervallumon.

- **Gyök[polinom]:** A megadott polinom összes gyökét megkapjuk.
- **Geometriai transzformációk**
  - **Tükrözés[alakzat, O pont]:** Egy adott alakzat minden egyes pontját az O pontra tükrözi centrálisan. Az adott alakzat lehet pont, egyenes, szakasz, sokszög, kúpszelet vagy kép.
  - **Tükrözés[alakzat, t egyenes]:** Egy adott alakzat minden egyes pontját a t tengelyre tükrözi tengelyesen. Az alakzat lehet pont, egyenes, szakasz, sokszög, kúpszelet vagy kép.
  - **Eltolás[alakzat, v vektor]:** Egy alakzat minden egyes pontját a v vektorral eltolja. Az alakzat lehet pont, egyenes, szakasz, sokszög, kúpszelet, függvény vagy kép.
  - **Forgatás[alakzat, szög]:** Egy alakzat minden egyes pontját az origó, mint középpont körül a megadott szöggel elforgatja. Az alakzat lehet pont, egyenes, szakasz, sokszög, kúpszelet, függvény vagy kép.
  - **Forgatás[alakzat, szög, O pont]:** Egy alakzat minden pontját az O pont körül, mint középpont körül szöggel elforgatja. Az alakzat lehet pont, egyenes, szakasz, sokszög, kúpszelet, függvény vagy kép.
  - **Nyújtás[alakzat, O pont, k szám]:** Egy alakzatnak az O középpontú k arányú centrális nyújtását végezhetjük el. Az alakzat lehet pont, egyenes, szakasz, sokszög, kúpszelet vagy kép.

## **5. fejezet: Tananyagrészet a Koordinátageometria c. témakörb l a SMART tábla és a GeoGebra matematikai segédprogram felhasználásával**

## Bevezetés a koordináta geometriába



Készítette: Szentesi Norbert

19 / 1

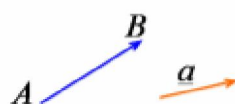
## Vektorok (ismétlés)

### Definíciók:

- **Vektor:** Irányított szakasz.

Jellemzői:

- nagysága
- iránya



Jelölések:

- vektor:  $\underline{a}$ ,  $\underline{v}$ ,  $\overline{AB}$

- vektor hossza:  $|\underline{a}|$ ,  $|\underline{v}|$ ,  $|\overline{AB}|$

Készítette: Szentesi Norbert

19 / 2

- **Szabadvektor:** Olyan vektor, amelynek a kezdőpontja tetszőleges pont.

- **Helyvektor:** Olyan vektor, amelynek a kezdőpontja az origó.

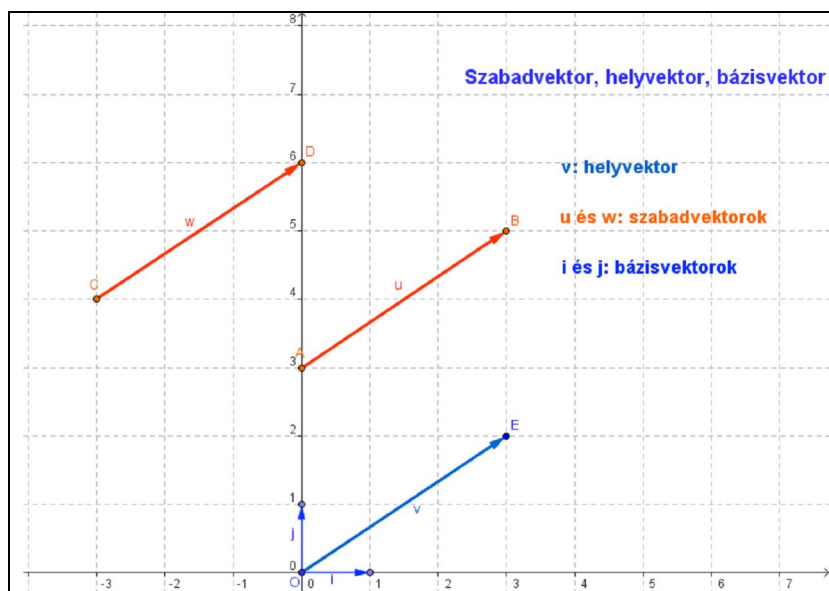
- **Bázisvektorok:** Az  $\underline{i}$  és a  $\underline{j}$  vektorokat a Descartes-féle derékszögű koordináta rendszer bázisvektorainak nevezzük, ha:

$$\underline{i} \perp \underline{j}, |\underline{i}| = |\underline{j}| = 1 \quad \text{GeoGebra}$$

(Az  $\underline{i}$  és  $\underline{j}$  vektorok ortonormált bázisrendszert alkotnak.)

Készítette: Szentesi Norbert

19 / 3



➤ **Nullvektor (zérusvektor):** Olyan vektor, amelynek a kezdőpontja és a végpontja ugyanaz a pont.

Jelölés:  $\mathbf{0}$

A nullvektor hossza 0, azaz:  $|\mathbf{0}| = 0$

A nullvektor iránya tetszőleges, azaz a nullvektor bármely egyenesre merőleges és bármely egyenessel párhuzamos.

Wasszetter: Szentasi/Norbert

19 / 4

➤ **Ellentettvektor:** Legyen adott az  $\underline{a}$  vektor ( $\underline{a} \neq \mathbf{0}$ ). Ekkor az  $\underline{a}$  vektor ellentettje az az  $\underline{a}'$  vektor, melyre teljesül, hogy:

- $\underline{a}'$  nagysága megegyezik  $\underline{a}$  nagyságával,
- $\underline{a}'$  iránya éppen ellentétes  $\underline{a}$  irányával.

Jelölés:  $\underline{a}' = -\underline{a}$

GeoGebra

Megjegyzés:  $\underline{a} + \underline{a}' = \underline{a} + (-\underline{a}) = \mathbf{0}$

Wasszetter: Szentasi/Norbert

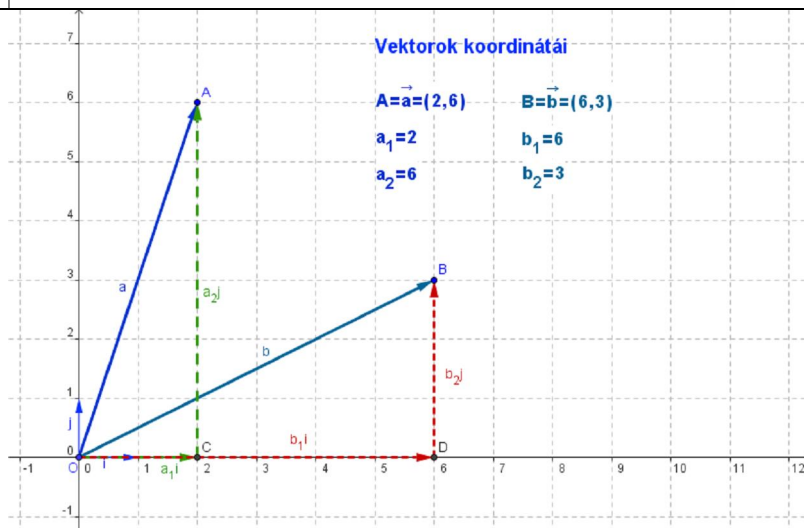
19 / 5

➤ **Koordináták:** A koordináta-rendszerben a sík vektorait (pontjait) rendezett számpárokkal jellemezzük. Ezt a vektorhoz (ponthoz) rendelt rendezett számpárt nevezzük a vektor (pont) derékszögű koordinátáinak.

*Például:*

Az  $A(a_1; a_2)$  pont helyvektora  $\vec{a}(a_1; a_2)$ , ahol  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ .

A  $B(b_1; b_2)$  pont helyvektora  $\vec{b}(b_1; b_2)$ , ahol  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$ . GeoGebra



➤ **Vektorműveletek koordinátákkal:** Az egyes vektorműveleteket a vektorok koordinátaival is elvégezhetjük:

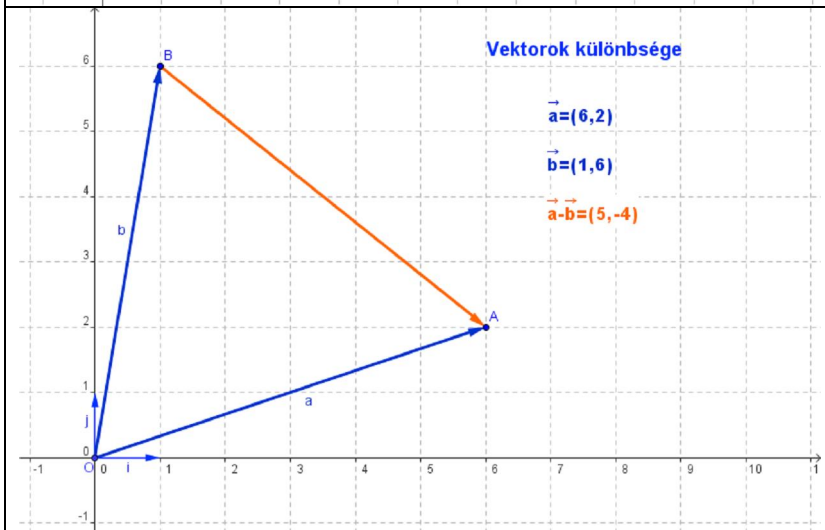
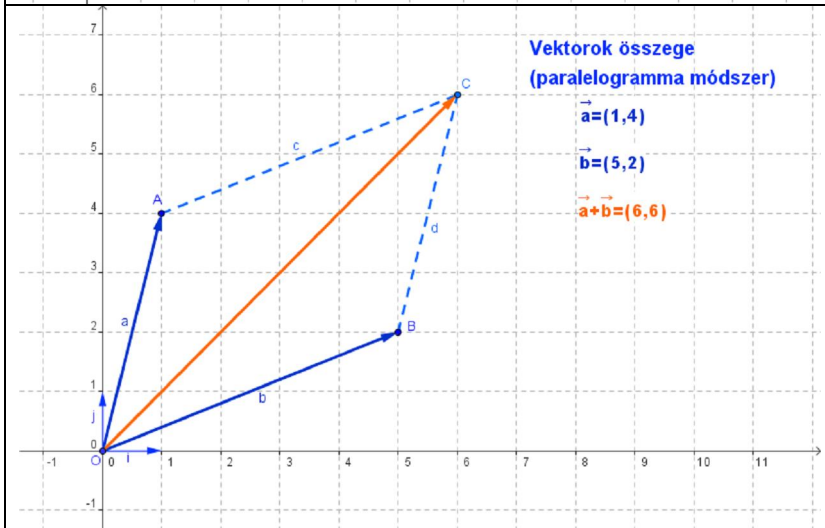
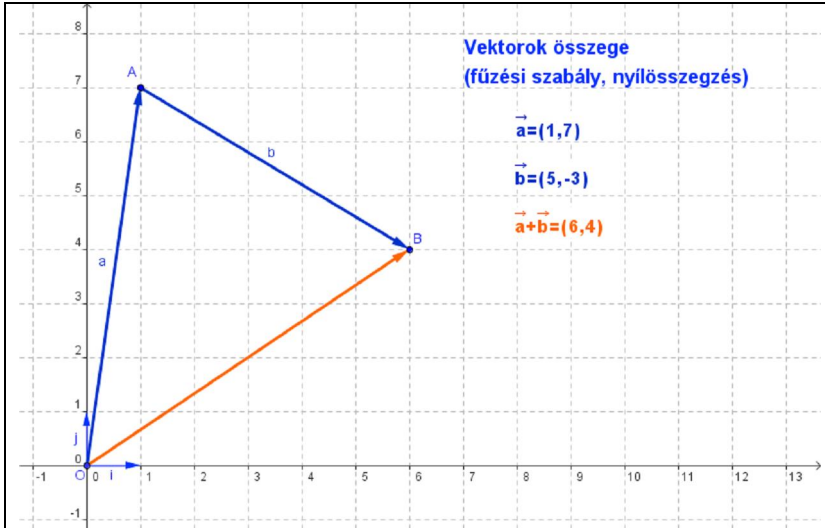
*Például:*  $\vec{a} + \vec{b} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + b_1\vec{i} + b_2\vec{j} = (a_1 + b_1)\vec{i} + (a_2 + b_2)\vec{j}$

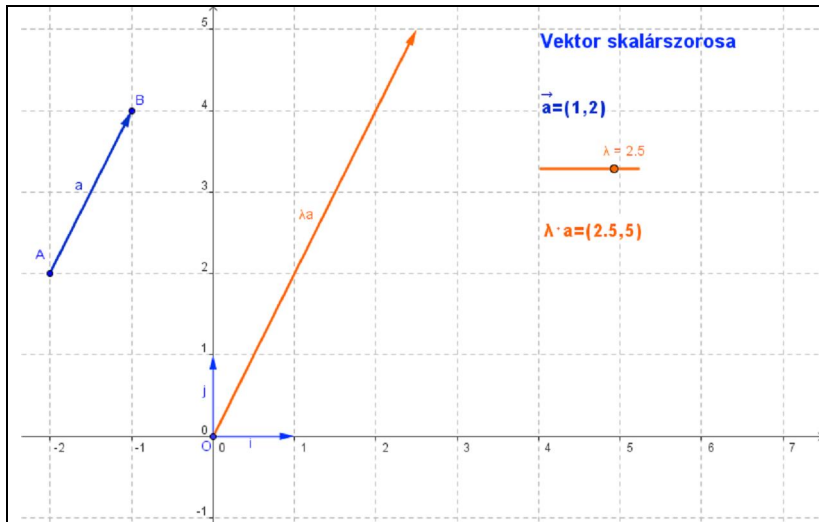


$\vec{a} + \vec{b}(a_1 + b_1; a_2 + b_2)$  GeoGebra  
GeoGebra

Teljesen hasonlóan belátható, hogy:

$\vec{a} - \vec{b}(a_1 - b_1; a_2 - b_2)$  és  $\lambda\vec{a}(\lambda a_1; \lambda a_2)$   
GeoGebra GeoGebra





➤ **Vektor abszolút értéke:** Egy vektor abszolút értékén a vektor hosszát értjük.  
 Vektor hosszának kiszámítása a koordináták segítségével:

Pitagorasz-tétele miatt:

$$\underline{a}^2 = (a_1 i)^2 + (a_2 j)^2$$

$$|\underline{a}|^2 = a_1^2 |i|^2 + a_2^2 |j|^2$$

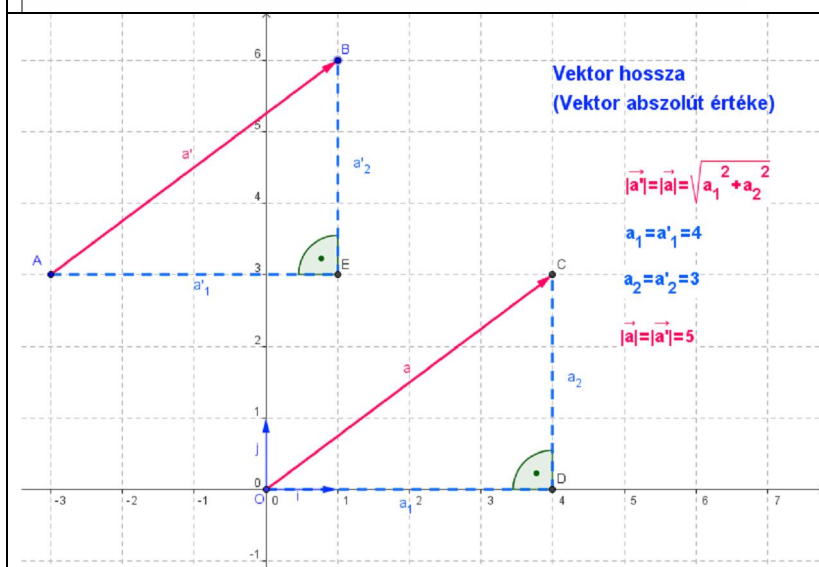
$$|\underline{a}|^2 = a_1^2 \cdot 1^2 + a_2^2 \cdot 1^2$$

$$|\underline{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$

GeoGebra

Készítette: Szentesi Norbert

19 / 8

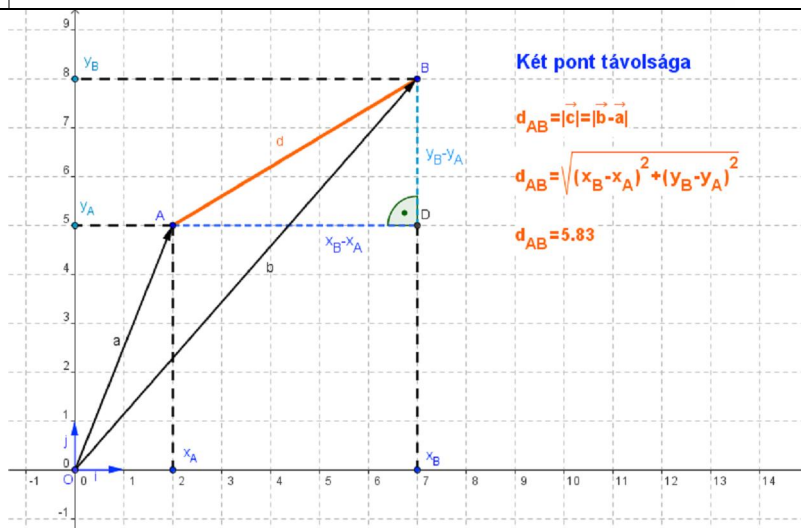


➤ *Két pont távolsága:*

$$d_{AB} = |\vec{c}| = |\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Tehát:

$$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \quad \text{GeoGebra}$$



➤ *Két vektor skaláris szorzata:*

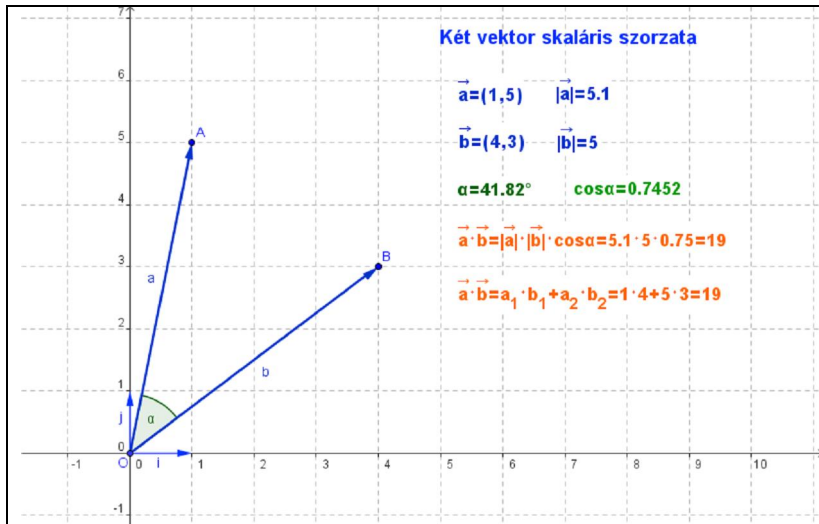
Legyen adott az  $a(a_1; a_2)$  és a  $b(b_1; b_2)$  vektor. Legyen továbbá a két vektor által bezárt szög  $\gamma$ .

Ekkor a két vektor skaláris szorzata:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \gamma \quad \text{GeoGebra}$$

Ugyanennek a két vektornak a skaláris szorzata a koordináták segítségével is kiszámítható:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$$



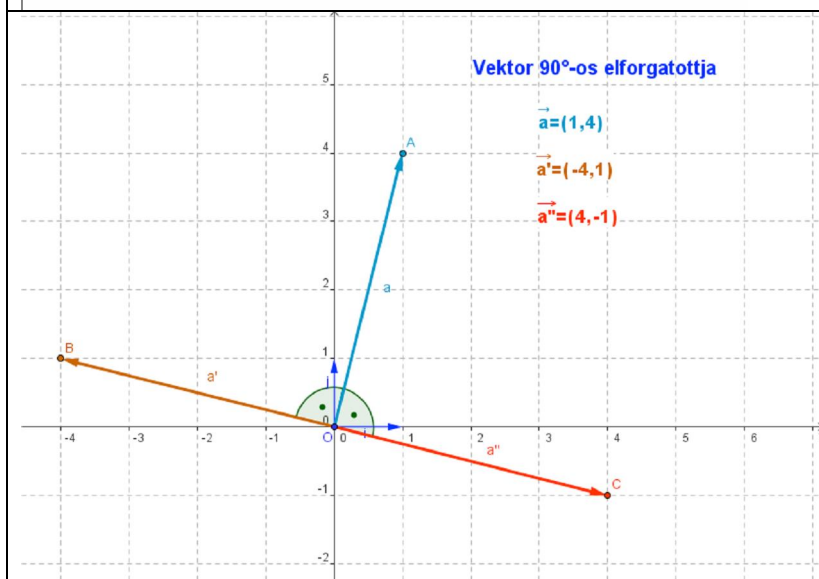
➤ **Vektor 90°-os elforgatottja:**  
 Legyen adott az  $\vec{a}(a_1; a_2)$  vektor!  
 Jelölje továbbá az  $\vec{a}$  vektor +90°-os  
 elforgatottját  $\vec{a}'$  és a -90°-os elforgatottját  $\vec{a}''$ !  
 Ekkor az elforgatott vektorok koordinátáira a  
 következők igazak:

$$\vec{a}' = (-a_2, a_1) \quad \text{és} \quad \vec{a}'' = (a_2, -a_1)$$

GeoGebra

Nézzetese: Szentesi Norbert

19 / 11



**Feladatok megoldása:**



(Tankönyv 138-139. oldal: 182 – 187. feladatok)

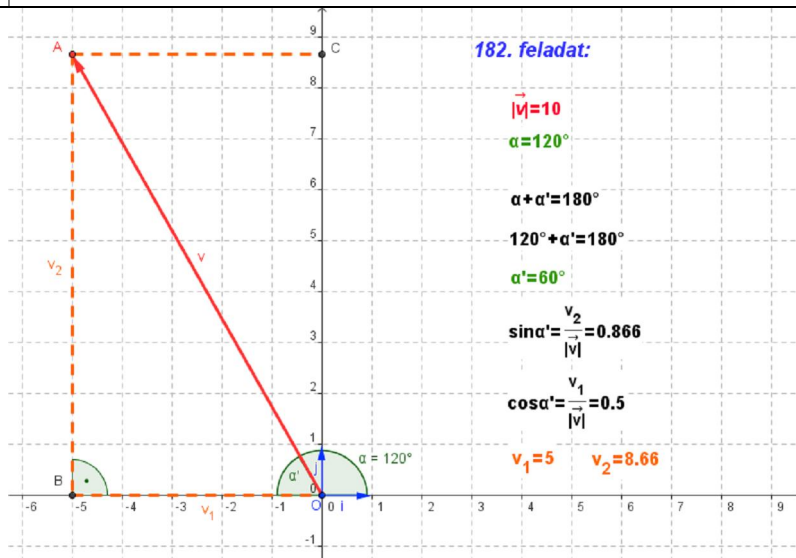
**182.)** Legyen  $|\underline{v}| = 10$  és  $(i, \underline{v}) \angle = 120^\circ$ .  
 Határozzuk meg a  $\underline{v}$  vektor koordinátáit!

$$\begin{array}{l} |\underline{v}| = 10 \\ \alpha = 120^\circ \end{array}$$

GeoGebra

$$\underline{v}(?; ?)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \alpha' = 180^\circ \\ \text{és} \\ \alpha = 120^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha' = 60^\circ$$



**182. feladat:**

$$\begin{array}{l} |\underline{v}| = 10 \\ \alpha = 120^\circ \\ \alpha + \alpha' = 180^\circ \\ 120^\circ + \alpha' = 180^\circ \\ \alpha' = 60^\circ \\ \sin \alpha' = \frac{v_2}{|\underline{v}|} = 0.866 \\ \cos \alpha' = \frac{v_1}{|\underline{v}|} = 0.5 \\ v_1 = 5 \quad v_2 = 8.66 \end{array}$$

Az adódó derékszögű háromszögben:

$$\cos \alpha' = \frac{|v_1|}{|\underline{v}|}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{|v_1|}{10}$$

$$10 \cdot \cos 60^\circ = |v_1|$$

$$10 \cdot \frac{1}{2} = |v_1|$$

$$5 = |v_1| \quad \checkmark$$

Teljesen hasonlóan felírható a másik koordinátára is a következő:

$$\sin \alpha' = \frac{|v_2|}{|v|}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{|v_2|}{10}$$

$$10 \cdot \sin 60^\circ = |v_2|$$

$$10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = |v_2|$$

$$5\sqrt{3} = |v_2| \quad \checkmark$$

Nászterfő: Szentesi Norbert

19 / 14

Tehát azt kaptuk, hogy  $|v_1| = 5$  és  $|v_2| = 5\sqrt{3}$ . Mivel a vektor a II. síknegyedbe mutat, ahol az első koordináta mindig negatív, a második koordináta pedig mindig pozitív, ezért azt kapjuk, hogy:

$$v(-5; 5\sqrt{3}) \quad \checkmark$$

Nászterfő: Szentesi Norbert

19 / 15

**185.)** Számítsuk ki az  $\underline{a} - \underline{b}$ ,  $4\underline{b}$ ,  $-3\underline{a} + 7\underline{b}$  vektorok koordinátáit ha tudjuk, hogy  $\underline{a}(-5; 8)$  és  $\underline{b}(2; -5)$ !

A vektorok koordinátaival kell elvégezni az egyes műveleteket. Eszerint: GeoGebra

$$\underline{a} - \underline{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2)$$

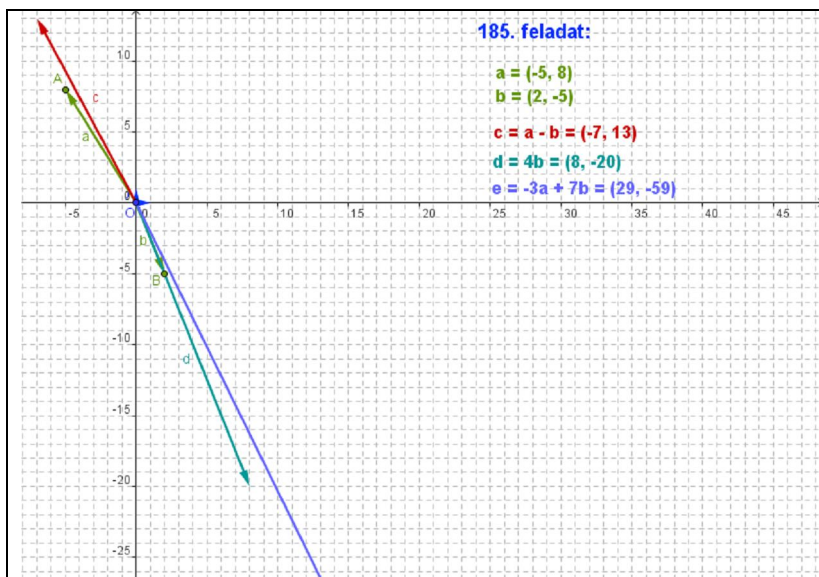
$$\underline{a} - \underline{b} = (-5 - 2; 8 - (-5)) = (-5 - 2; 8 + 5) = (-7; 13) \quad \checkmark$$

$$4\underline{b} = (4b_1; 4b_2)$$

$$4\underline{b} = (4 \cdot 2; 4 \cdot (-5)) = (8; -20) \quad \checkmark$$

Nászterfő: Szentesi Norbert

19 / 16



$$-3a + 7b = (-3a_1 + 7b_1; -3a_2 + 7b_2)$$

$$-3a + 7b = (-3 \cdot (-5) + 7 \cdot 2; -3 \cdot 8 + 7 \cdot (-5)) =$$

$$= (15 + 14; -24 + (-35)) = (29; -59) \quad \checkmark$$

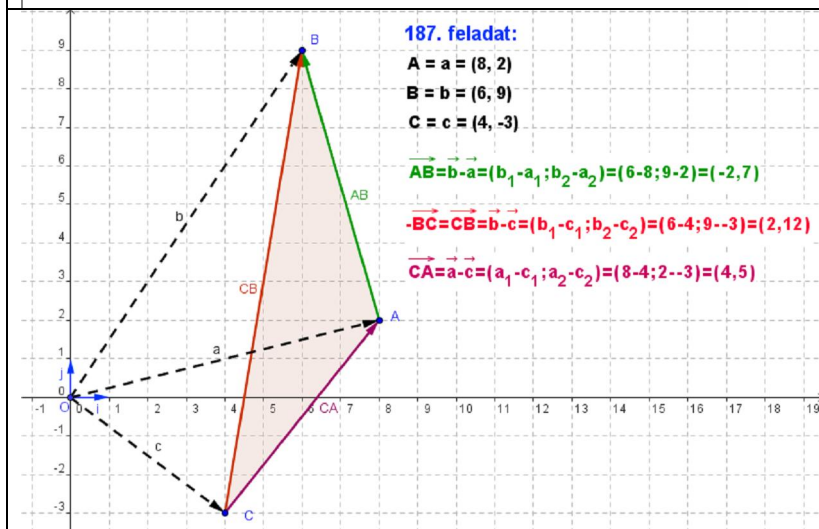
**187.)** Egy háromszög csúcspontjainak koordinátái a következők:  $A(8;2)$ ,  $B(6;9)$ ,  $C(4;-3)$ . Számítsuk ki az  $\overrightarrow{AB}$ ,  $-\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  vektorok koordinátáit! Ábrázoljuk az  $\overrightarrow{AB}$ ,  $-\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  vektorokkal egyenlő és az origóból kiinduló vektorokat!

Készítsünk ábrát!

GeoGebra

Wasszetteh; Szentasi/Norbert

19 / 17



Ekkor a vektorok különbségére vonatkozó definíciót alkalmazva a következők adódnak:

$$\overline{AB} = \underline{b} - \underline{a} = (b_1 - a_1; b_2 - a_2) = (6 - 8; 9 - 2) = (-2; 7) \quad \checkmark$$

$$-\overline{BC} = \overline{CB} = \underline{b} - \underline{c} = (b_1 - c_1; b_2 - c_2) = (6 - 4; 9 - (-3)) = (2; 9 + 3) = (2; 12) \quad \checkmark$$

$$\overline{CA} = \underline{a} - \underline{c} = (a_1 - c_1; a_2 - c_2) = (8 - 4; 2 - (-3)) = (4; 2 + 3) = (4; 5) \quad \checkmark$$

Készítette: Szentesi Norbert

19 | 18

### Házi feladat:

TK. 139. oldal: 186. feladat

Készítette: Szentesi Norbert

19 | 19

## Szakasz osztópontja, a háromszög súlypontja



Készítette: Szentesi Norbert

25 | 1

## Szakasz osztópontja

### Tétel:

Legyenek adottak a  $P_1(x_1; y_1)$  és  $P_2(x_2; y_2)$  pontok, továbbá jelölje  $P$  a  $P_1P_2$  szakaszt  $m:n$  arányban osztó pontot. Ekkor a  $P$  pont koordinátái:

$$P\left(\frac{n \cdot x_1 + m \cdot x_2}{m+n}, \frac{n \cdot y_1 + m \cdot y_2}{m+n}\right)$$

Nézzetett: Szentesi Norbert

25 / 2

### Bizonyítás:

A bizonyítást vektorok segítségével fogjuk elvégezni. Vegyük fel a megadott pontokat és az osztópontot egy koordináta-rendszerben. Rajzoljuk be az egyes pontokba mutató helyvektorokat is.

GeoGebra

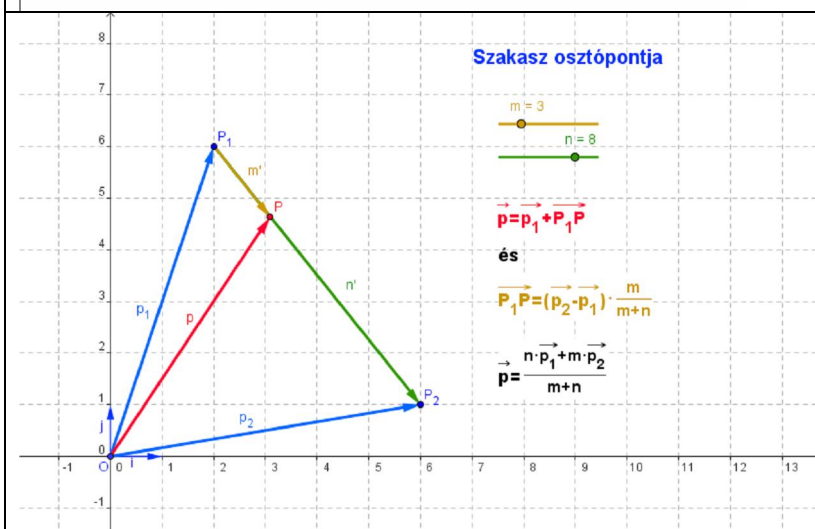
Az ábra alapján a következő összefüggéseket írhatjuk fel:

I.  $\underline{p} = p_1 + \overrightarrow{P_1P}$

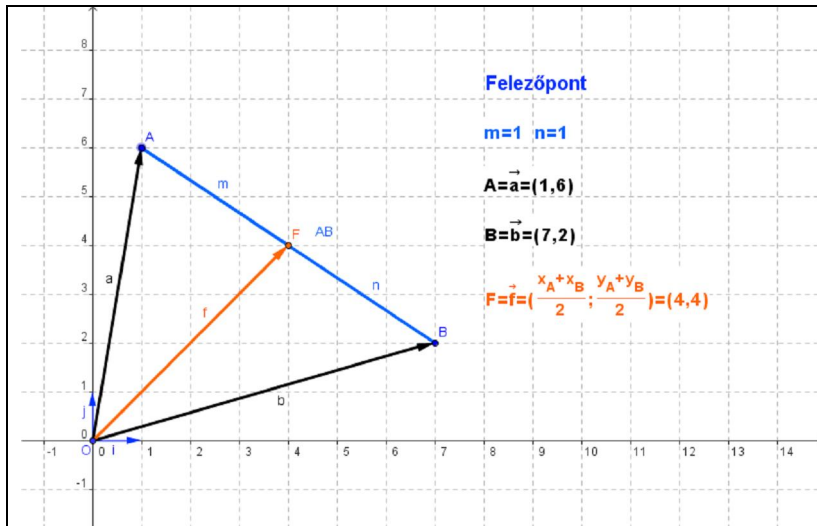
II.  $\overrightarrow{P_1P} = (p_2 - p_1) \cdot \frac{m}{m+n}$

Nézzetett: Szentesi Norbert

25 / 3



<p> <math display="block">\left. \begin{array}{l} \text{I. } \underline{p} = p_1 + \overline{P_1P} \\ \text{II. } \overline{P_1P} = (p_2 - p_1) \cdot \frac{m}{m+n} \end{array} \right\} \rightarrow</math> </p> <p> <math display="block">\rightarrow \text{I. } \underline{p} = p_1 + (p_2 - p_1) \cdot \frac{m}{m+n}</math> </p> $\underline{p} = \frac{p_1 \cdot (m+n)}{m+n} + \frac{(p_2 - p_1) \cdot m}{m+n}$ $\underline{p} = \frac{p_1 \cdot m + p_1 \cdot n + p_2 \cdot m - p_1 \cdot m}{m+n}$	
<p> <math display="block">\underline{p} = \frac{\cancel{p_1 \cdot m} + p_1 \cdot n + p_2 \cdot m - \cancel{p_1 \cdot m}}{m+n}</math> </p> <p> <math display="block">\underline{p} = \frac{n \cdot p_1 + m \cdot p_2}{m+n} \quad \text{- vektorosan}</math> </p> <p>Hasonlóan kapható a koordinátákra, hogy:</p> $P\left(\frac{n \cdot x_1 + m \cdot x_2}{m+n}, \frac{n \cdot y_1 + m \cdot y_2}{m+n}\right)$ <p>A tételt <math>m</math> és <math>n</math> speciális megválasztásával felhasználhatjuk a szakasz felezőpontjának és a harmadolópontjainak a koordinátáinak a kiszámítására is:</p>	
<p> <math>\triangleright</math> <b>Felezőpont:</b> <span style="float: right;">GeoGebra</span> </p> <p>Legyen adott az <math>A(x_A; y_A)</math> és <math>B(x_B; y_B)</math> pontok által meghatározott szakasz.</p> <p>Jelölje <math>F(x; y)</math> a <math>AB</math> szakasz felezőpontját.</p> <p>Ekkor <math>m = n = 1</math>-re alkalmazva az osztópont koordinátáiról megismert képletet azt kapjuk, hogy:</p> $x = \frac{1 \cdot x_A + 1 \cdot x_B}{1+1} \quad y = \frac{1 \cdot y_A + 1 \cdot y_B}{1+1}$ <p style="text-align: center;"><math>\downarrow</math></p> $F\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$	



➤ **Harmadolópontok:** GeoGebra

Legyen adott az  $A(x_A; y_A)$  és  $B(x_B; y_B)$  pontok által meghatározott szakasz.

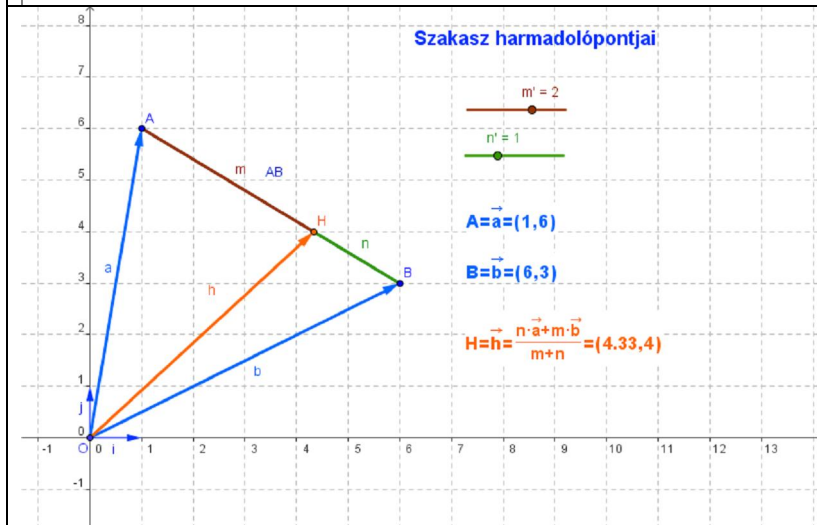
Jelölje  $H_1(x_{H_1}; y_{H_1})$  és  $H_2(x_{H_2}; y_{H_2})$  a  $AB$  szakasz két harmadolópontját. Ekkor:

$H_1(x_{H_1}; y_{H_1})$	$H_2(x_{H_2}; y_{H_2})$
$m=1$ és $n=2$	$m=2$ és $n=1$

Ezekre az arányokra alkalmazva az osztópont koordinátáiról megismert képletet azt kapjuk, hogy:

$x_{H_1} = \frac{2 \cdot x_A + 1 \cdot x_B}{1+2}$	$y_{H_1} = \frac{2 \cdot y_A + 1 \cdot y_B}{1+2}$
---	---

Készítette: Szentesi Norbert 25/17



Tehát:

$$H_1\left(\frac{2x_A + x_B}{3}, \frac{2y_A + y_B}{3}\right)$$

Illetve teljesen hasonlóan adódik a másik harmadolópontra, hogy:

$$x_{H_2} = \frac{1 \cdot x_A + 2 \cdot x_B}{2+1} \quad y_{H_2} = \frac{1 \cdot y_A + 2 \cdot y_B}{2+1}$$

$$H_2\left(\frac{x_A + 2x_B}{3}, \frac{y_A + 2y_B}{3}\right)$$

Készítette: Szentesi Norbert

25 / 8

**Feladatok megoldása:**



(Tankönyv 139. oldal: 188 – 199. feladatok)

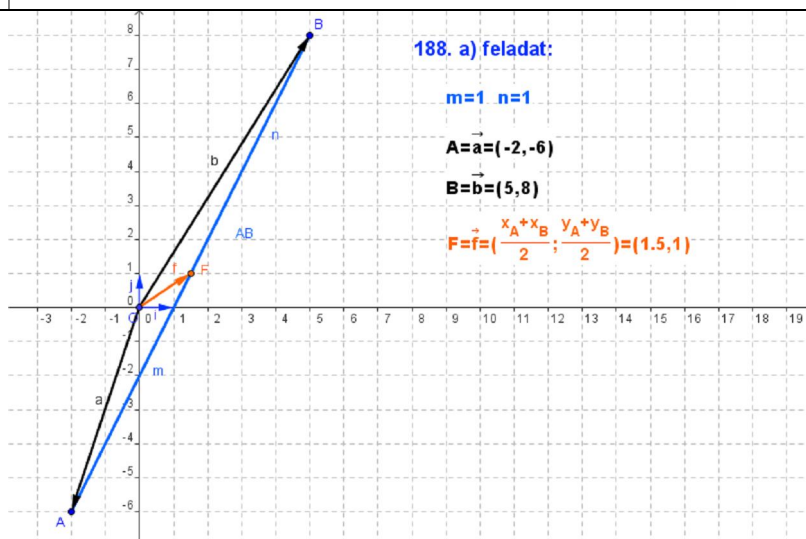
**188.)**

a) Számítsuk ki az  $AB$  szakasz felezőpontjának koordinátáit, ha  $A(-2,-6)$ ,  $B(5,8)$ ! *GeoGebra*

$$F\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{-2+5}{2}, \frac{-6+8}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{2}{2}\right) = (1,5;1) \checkmark$$

Készítette: Szentesi Norbert

25 / 9



188.)

b) Számítsuk ki az  $AB$  szakasz harmadolópontjainak a koordinátáit, ha  $A(7;1)$  és  $B(16;-8)$ !

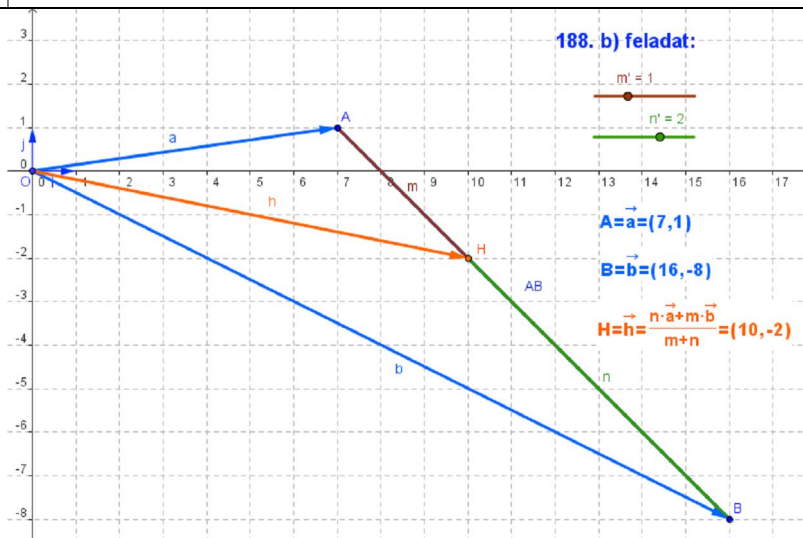
Legyen  $H_1$  az 1:2 arányú harmadolópont és  $H_2$  a 2:1 arányú harmadolópont. Ekkor:

$$H_1\left(\frac{2 \cdot 7 + 16}{3}; \frac{2 \cdot 1 + (-8)}{3}\right) = \left(\frac{14 + 16}{3}; \frac{2 - 8}{3}\right) =$$

$$= \left(\frac{30}{3}; \frac{-6}{3}\right) = (10; -2) \quad \checkmark$$

Készítette: Szentesi Norbert

28 / 10



Illetve teljesen hasonlóan adódik, hogy:

$$H_2\left(\frac{7 + 2 \cdot 16}{3}; \frac{1 + 2 \cdot (-8)}{3}\right) = \left(\frac{7 + 32}{3}; \frac{1 - 16}{3}\right) =$$

$$= \left(\frac{39}{3}; \frac{-15}{3}\right) = (13; -5) \quad \checkmark$$

Készítette: Szentesi Norbert

28 / 11

**192.)** Egy paralelogramma három csúcsa:  
 (1;4), (3;2) és (6;5). Számítsuk ki a negyedik  
 csúcs koordinátáit!

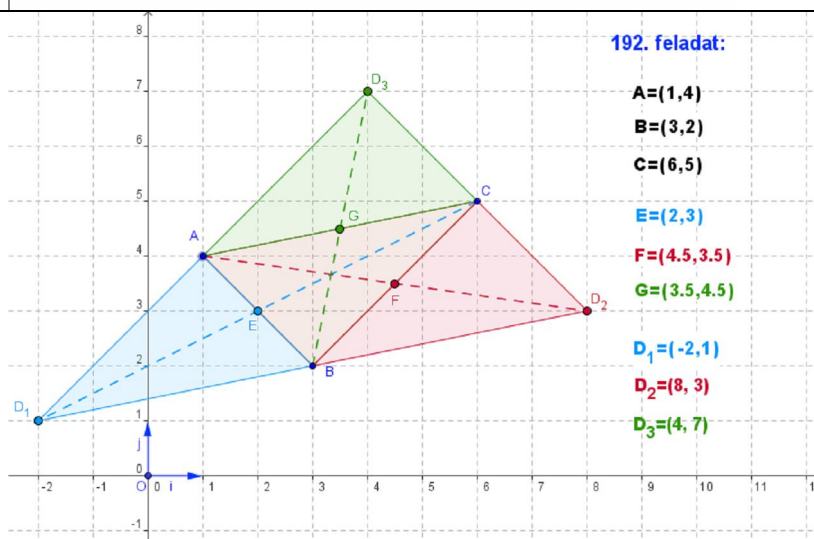
$A(1;4)$     Ábrázoljuk az adott pontokat egy  
 $B(3;2)$     koordinátarendszerben!    GeoGebra  
 $C(6;5)$   


---

 $D(??)$

Nászottai Szentasi Norbert

25 / 12



A paralelogramma átlója lehet az  $AB$ , akár a  $BC$ ,  
 akár az  $AC$  szakasz.

A paralelogramma átlói felezik egymást. Ezért a  
 paralelogramma középpontja lehet az  $AB$   
 szakasz, akár a  $BC$  szakasz, akár az  $AC$   
 szakasz felezőpontja.

Jelölje ezeket a felezőpontokat rendre  $E$ ,  $F$  és  $G$ .  
 Ekkor:

$$E\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{1+3}{2}, \frac{4+2}{2}\right) =$$

$$= \left(\frac{4}{2}, \frac{6}{2}\right) = (2;3) \checkmark$$

Nászottai Szentasi Norbert

25 / 13

$$F\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right) = \left(\frac{3+6}{2}; \frac{2+5}{2}\right) =$$

$$= \left(\frac{9}{2}; \frac{7}{2}\right) = (4,5; 3,5) \checkmark$$

$$G\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right) = \left(\frac{1+6}{2}; \frac{4+5}{2}\right) =$$

$$= \left(\frac{7}{2}; \frac{9}{2}\right) = (3,5; 4,5) \checkmark$$

Készítette: Szentasi Norbert

23 / 14

Ha  $E$  a középpont, akkor a  $CD$  átlónak is az  $E$  a felezőpontja. Számítsuk ki most ennek a  $D_1$  pontnak a koordinátáit:

$$x_E = \frac{x_C + x_{D_1}}{2} \qquad y_E = \frac{y_C + y_{D_1}}{2}$$

$$2 = \frac{6 + x_{D_1}}{2} \qquad 3 = \frac{5 + y_{D_1}}{2}$$

$$4 = 6 + x_{D_1} \qquad 6 = 5 + y_{D_1}$$

$$-2 = x_{D_1} \qquad 1 = y_{D_1}$$

↓

$$D_1(-2; 1) \checkmark$$

Készítette: Szentasi Norbert

23 / 15

Ha  $F$  a középpont, akkor a  $AD$  átlónak is az  $F$  a felezőpontja. Számítsuk ki most ennek a  $D_2$  pontnak a koordinátáit:

$$x_F = \frac{x_A + x_{D_2}}{2} \qquad y_F = \frac{y_A + y_{D_2}}{2}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{1 + x_{D_2}}{2} \qquad \frac{7}{2} = \frac{4 + y_{D_2}}{2}$$

$$9 = 1 + x_{D_2} \qquad 7 = 4 + y_{D_2}$$

$$8 = x_{D_2} \qquad 3 = y_{D_2}$$

↓

$$D_2(8; 3) \checkmark$$

Készítette: Szentasi Norbert

23 / 16

Ha  $G$  a középpont, akkor a  $BD$  átlónak is az  $G$  a felezőpontja. Számítsuk ki most ennek a  $D_3$  pontnak a koordinátáit:

$$\begin{aligned} x_G &= \frac{x_B + x_{D_3}}{2} & y_G &= \frac{y_B + y_{D_3}}{2} \\ \frac{7}{2} &= \frac{3 + x_{D_3}}{2} & \frac{9}{2} &= \frac{2 + y_{D_3}}{2} \\ 7 &= 3 + x_{D_3} & 9 &= 2 + y_{D_3} \\ 4 &= x_{D_3} & 7 &= y_{D_3} \end{aligned}$$

$D_3(4;7)$  ✓

Készítette: Szentesi Norbert

25 / 17

Tehát a feladat feltételének összesen három pont felel meg:

$$D_1(-2;1) \quad D_2(8;3) \quad D_3(4;7)$$

Készítette: Szentesi Norbert

25 / 18

## A háromszög súlypontja

### Tétel:

Legyenek egy háromszög csúcspontjai  $A(x_A; y_A)$ ,  $B(x_B; y_B)$ ,  $C(x_C; y_C)$ . Ekkor a háromszög súlypontjának koordinátái:

$$S\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

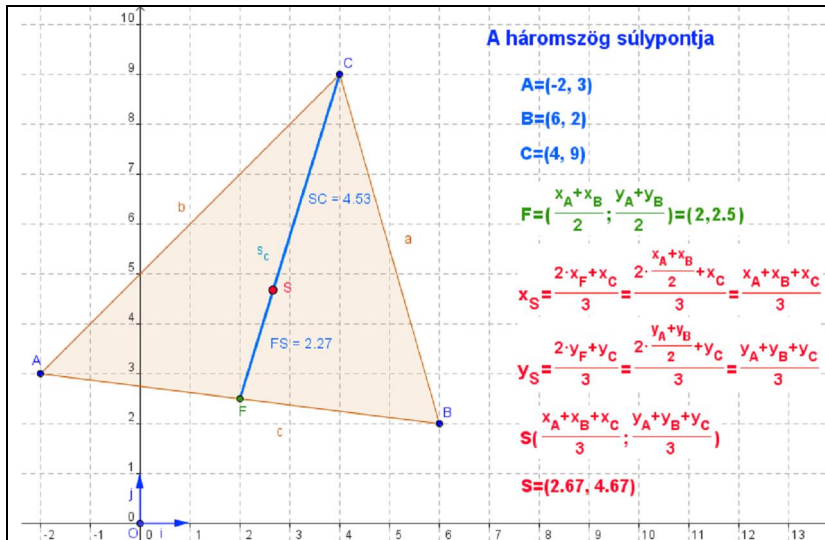
### Bizonyítás:

Vegyük fel a háromszöget egy koordinátarendszerben.

GeoGebra

Készítette: Szentesi Norbert

25 / 19



Továbbá jelöljük az  $AB$  szakasz felezőpontját  $F$ -el, illetve a háromszög súlypontját  $S(x, y)$ -el.

Tudjuk, hogy az  $F$  pont koordinátái a szakasz két végpontjának koordinátáiból kiszámíthatók:

$$F \left( \frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Kössük össze a  $C$  és az  $F$  pontokat.  
 Ez lesz az  $s_c$  súlyvonal.

Tudjuk, hogy a háromszög súlypontja a súlyvonal csúcstól távolabbi harmadoló pontja.

Vagyis a súlypont a súlyvonalat 2:1 arányban osztja ketté.

Készítették: Szentesi Norbert

23 / 20

Az osztópont koordinátáiról tanult képlet alapján ekkor a következők teljesülnek:

$$x = \frac{2 \cdot \frac{x_A + x_B}{2} + x_C}{3} = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$$

illetve

$$y = \frac{2 \cdot \frac{y_A + y_B}{2} + y_C}{3} = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

$$\Rightarrow S(x, y) = S \left( \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \right)$$

Készítették: Szentesi Norbert

23 / 21

**Feladatok megoldása:**



(Tankönyv 139. oldal: 194 – 199. feladatok)

**194.)** Számítsuk ki a háromszög súlypontjának koordinátáit, ha a csúcsok  $A(-4;-6)$ ,  $B(9;1)$  és  $C(1;14)$ !

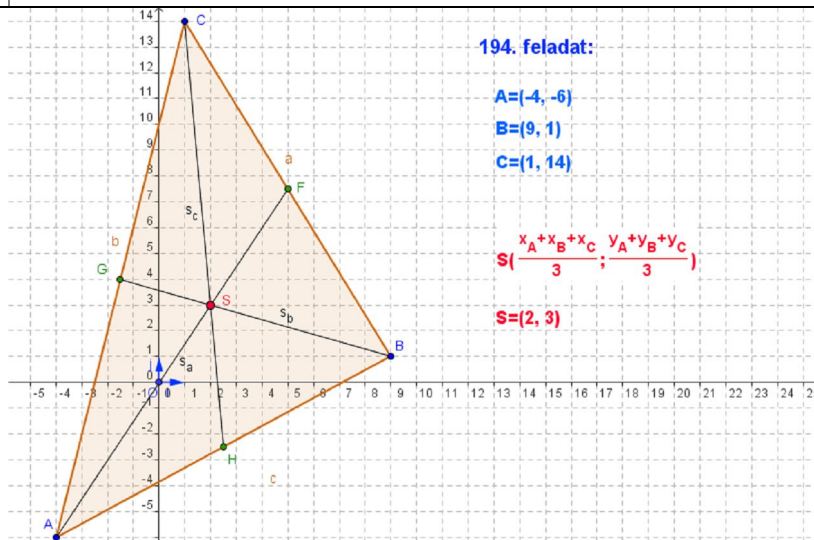
GeoGebra

Az  $S\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$  képlet alapján:

$$x_S = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{-4 + 9 + 1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Wasszettei Szentasi Norbert

25 / 22



$$y_S = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-6 + 1 + 14}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

Tehát a háromszög súlypontja:  $S(2;3)$  ✓

Wasszettei Szentasi Norbert

25 / 22

**195.)** Egy háromszög súlypontja  $S(7;8)$  pont. Két csúcsa adott:  $A(-5;8)$ ,  $B(12;-3)$ . Számítsuk ki a  $C$  csúcs koordinátáit!

GeoGebra

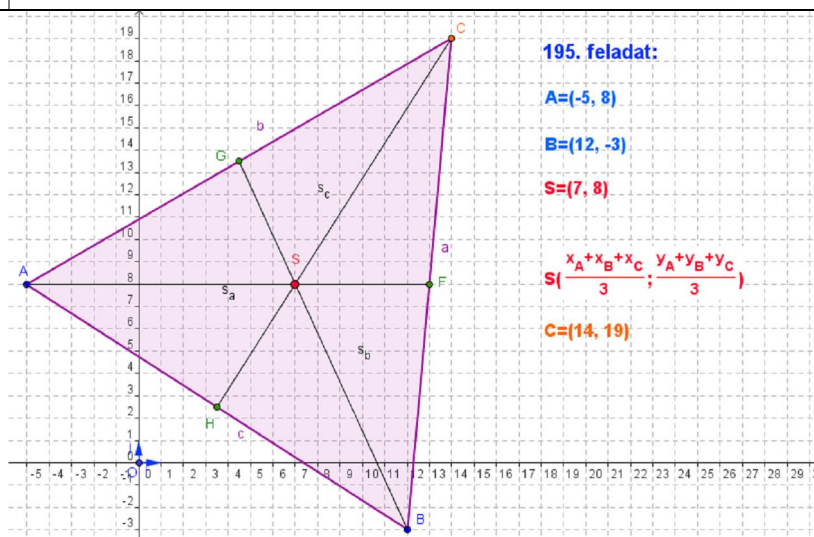
Helyettesítsük be az ismert pontok koordinátáit a súlypontról tanult képletbe!

$$x_s = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \qquad y_s = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

$$7 = \frac{-5 + 12 + x_C}{3} \qquad 8 = \frac{8 + (-3) + y_C}{3}$$

Nászottai Szentasi Noébert

23 / 24



$$21 = 7 + x_C$$

$$24 = 5 + y_C$$

$$14 = x_C$$

$$19 = y_C$$

Tehát a  $C$  csúcs koordinátái:  $C(14;19)$  ✓

**Házi feladat:**

**TK. 139. oldal: 189., 190., 193. feladat**

Nászottai Szentasi Noébert

23 / 25

## Az egyenes irányvektoros egyenlete



Előzetes: Szertasi/Nozbenk

13 / 1

## Az egyenes irányvektoros egyenlete

### Definíció:

Egy alakzat egyenletén azt az egyenletet értjük, amelynek a megoldásai éppen az adott alakzat pontjainak a koordinátái. ( Tehát ha az egyenletbe behelyettesítjük az alakzat egy adott pontjának koordinátáit, akkor azonosságot kapunk. )

### Definíció:

Az egyenes egy irányvektora bármely olyan zérusvektortól különböző vektor, amely párhuzamos az adott egyenessel.

Előzetes: Szertasi/Nozbenk

13 / 2

### Megjegyzés:

Ha  $\underline{v}$  irányvektora az  $e$  egyenesnek, akkor  $\lambda \cdot \underline{v}$  is irányvektora lesz. (  $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  ) GeoGebra

### Tétel:

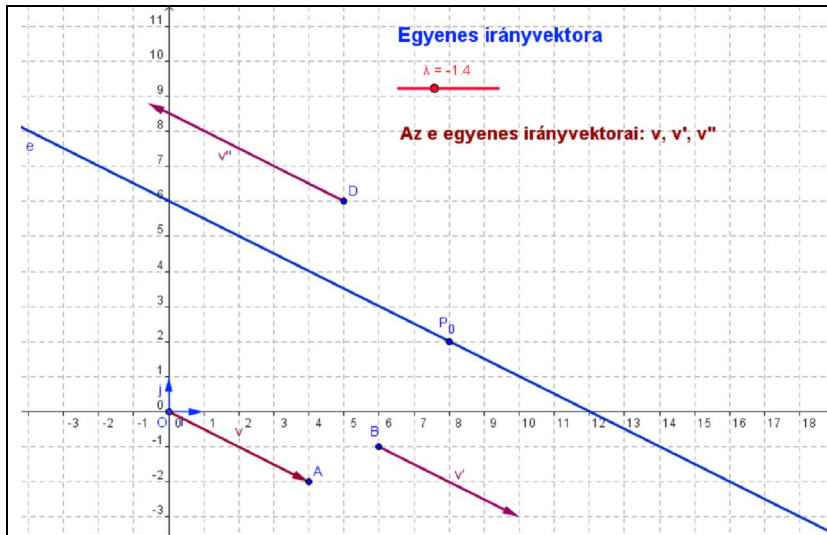
Legyen adott a  $P_0(x_0; y_0)$  pont és egy  $\underline{v}(v_1; v_2)$  vektor (  $\underline{v} \neq \underline{0}$  ). Ekkor a  $P_0$  ponton átmenő, a  $\underline{v}$  vektorral párhuzamos egyenes paraméteres vektoregyenlete:

$$I. \quad \underline{r} = \underline{r}_0 + t \cdot \underline{v}$$

, ahol  $t \in \mathbb{R}$  valós paraméter.

Előzetes: Szertasi/Nozbenk

13 / 3



Ebből az I. egyenletből az egyenes paraméteres egyenlete a koordinátákra a következő:

$$\text{II. } \begin{cases} x = x_0 + t \cdot v_1 \\ y = y_0 + t \cdot v_2 \end{cases} \quad / \cdot v_2$$

$$\text{III. } \begin{cases} x = x_0 + t \cdot v_1 \\ y = y_0 + t \cdot v_2 \end{cases} \quad / \cdot v_1$$



GeoGebra

$$\text{II. } v_2 \cdot x = v_2 \cdot x_0 + t \cdot v_1 \cdot v_2$$

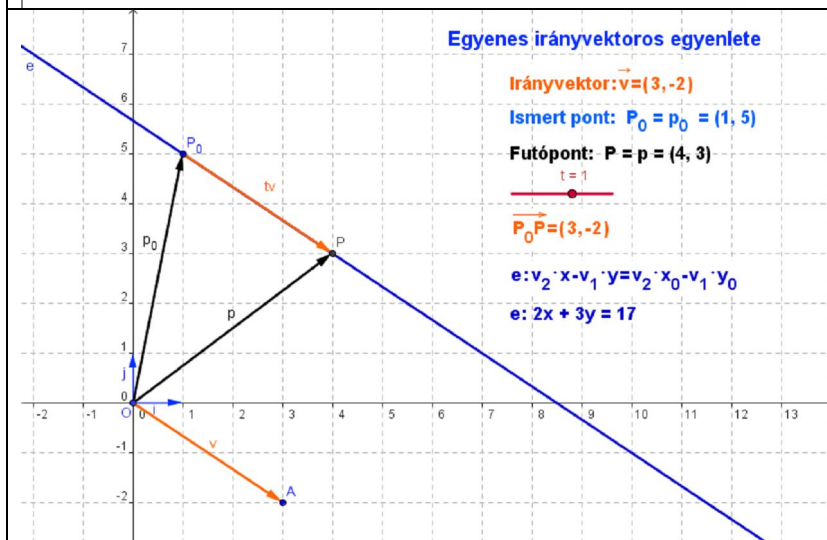
$$\text{III. } v_1 \cdot y = v_1 \cdot y_0 + t \cdot v_1 \cdot v_2$$



II. - III.

Waszitzter: Szentesi-Német

13 / 4



↓ II. – III.

$$v_2 \cdot x - v_1 \cdot y = v_2 \cdot x_0 + \cancel{t \cdot v_1 \cdot v_2} - v_1 \cdot y_0 - \cancel{t \cdot v_1 \cdot v_2}$$

$$\underline{\underline{v_2 \cdot x - v_1 \cdot y = v_2 \cdot x_0 - v_1 \cdot y_0}}$$

A fenti  $v_2 \cdot x - v_1 \cdot y = v_2 \cdot x_0 - v_1 \cdot y_0$  egyenletet nevezzük az  $e$  egyenes irányvektoros egyenletének.

Készítette: Szentesi Norbert

13 / 5

**Megjegyzések:**

1. Ha  $v_1 = 0$  és  $v_2 \neq 0$ , akkor:

$$v_2 \cdot x = v_2 \cdot x_0 \quad / : v_2$$

$\underline{\underline{x = x_0}}$  : az y tengellyel párhuzamos egyenes egyenlete.

GeoGebra

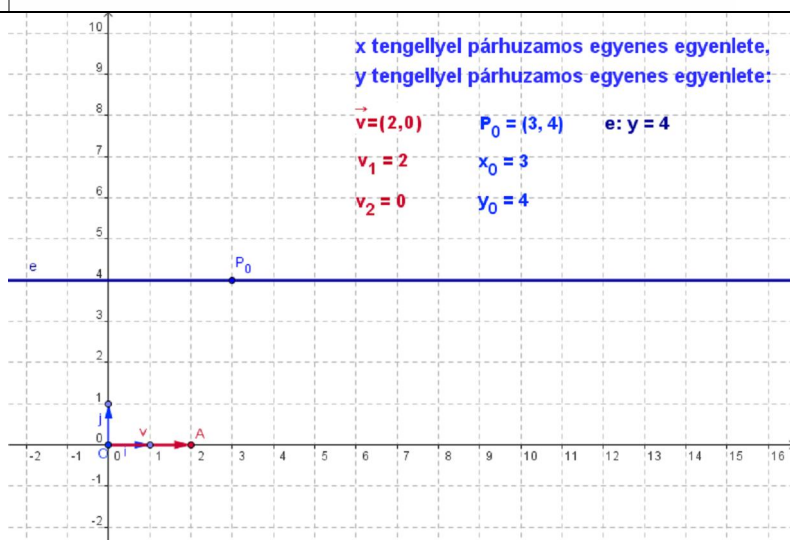
2. Ha  $v_1 \neq 0$  és  $v_2 = 0$ , akkor:

$$v_1 \cdot y = v_1 \cdot y_0 \quad / : v_1$$

$\underline{\underline{y = y_0}}$  : az x tengellyel párhuzamos egyenes egyenlete.

Készítette: Szentesi Norbert

13 / 6



**Feladatok megoldása:**



(Tankönyv 151. oldal: 217., 218., 219.)

**217.)** Írjuk fel az egyenes egyenletét és ábrázoljuk az egyenest, ha:

**b)** átmegy a  $P(0;5)$  ponton, és az irányvektora  $v(-3;2)$ !

GeoGebra

$$P = P_0(0;5)$$

$$v_2 \cdot x - v_1 \cdot y = v_2 \cdot x_0 - v_1 \cdot y_0$$

$$v(-3;2)$$

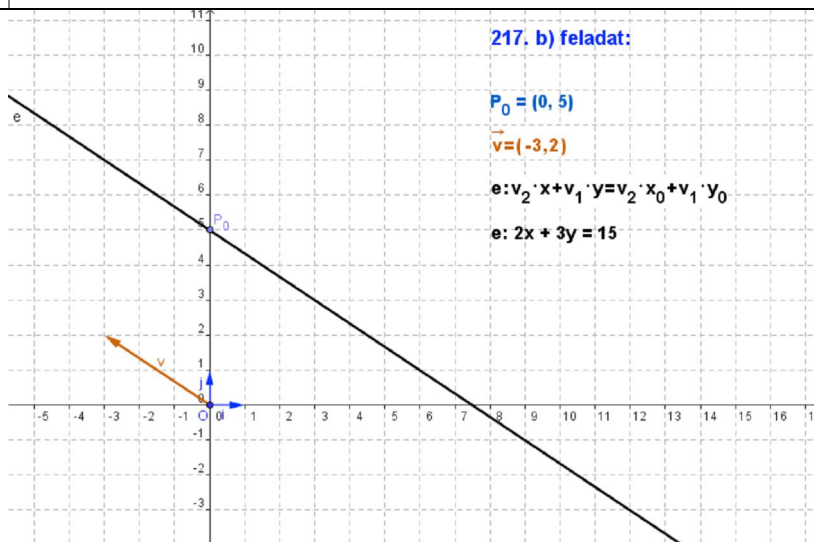
$$2 \cdot x - (-3) \cdot y = 2 \cdot 0 - (-3) \cdot 5$$

$$2x + 3y = 0 + 15$$

$$e: 2x + 3y = 15 \quad \checkmark$$

Nézzetett: Szentesi Norbert

13 / 7



**217. b) feladat:**

$$P_0 = (0, 5)$$

$$\vec{v} = (-3, 2)$$

$$e: v_2 \cdot x + v_1 \cdot y = v_2 \cdot x_0 + v_1 \cdot y_0$$

$$e: 2x + 3y = 15$$

**218.)** Írjuk fel az egyenes egyenletét és ábrázoljuk az egyenest, ha:

**a)** átmegy a következő két ponton!

$$A(4;3)$$

$$B(9;6)$$

Ekkor az  $e$  egyenes irányvektora az  $\overline{AB}$  vektor lesz, hiszen az éppen párhuzamos az egyenessel. Azaz:

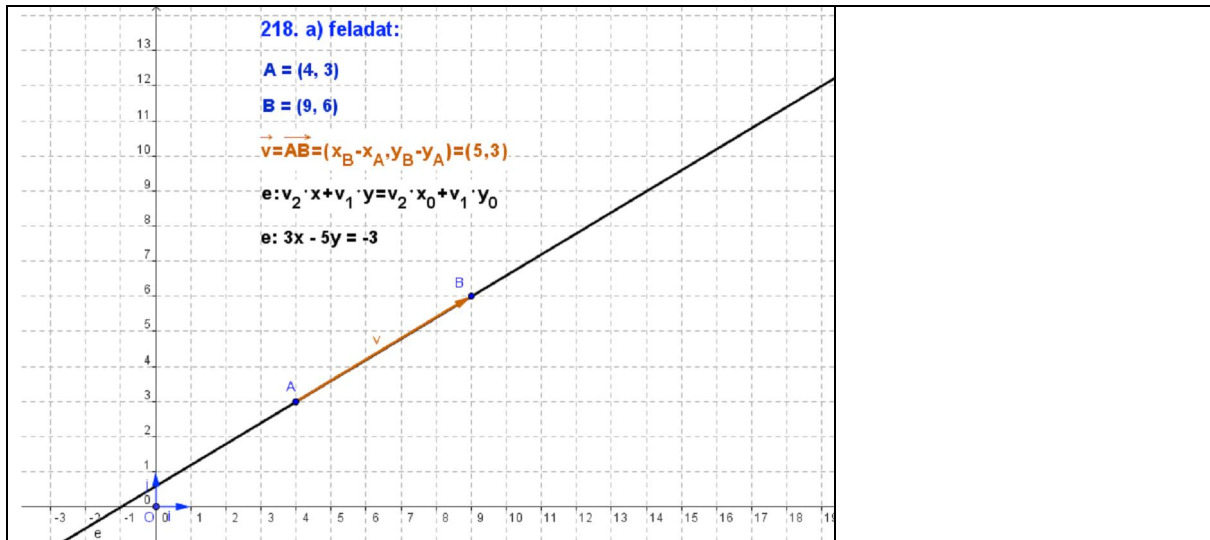
GeoGebra

$$v = \overline{AB}$$

(Lehetne a  $\overline{BA}$  vektor is az irányvektor.)

Nézzetett: Szentesi Norbert

13 / 8



$\vec{v} = \vec{AB} = (x_b - x_a; y_b - y_a) = (9 - 4; 6 - 3) = (5; 3)$  ✓

Az egyenes  $P_0$  ismert pontja lehet az  $A$  pont.  
 (Lehetne a  $B$  pont is.)

$P_0 = A(4; 3)$

Az irányvektoros egyenletbe behelyettesítve az ismert pont és az irányvektor koordinátáit:

$$v_2 \cdot x - v_1 \cdot y = v_2 \cdot x_0 - v_1 \cdot y_0$$

$$3x - 5y = 3 \cdot 4 - 5 \cdot 3$$

$$3x - 5y = 12 - 15$$

$$e: 3x - 5y = -3$$
 ✓

Készítette: Szentesi Norbert 13 / 9

221.) Döntsük el, hogy egy egyenesre illeszkedik-e a következő három pont:

a)  $(-2, -8)$ ,  $(1, -7)$ ,  $(10, -4)$

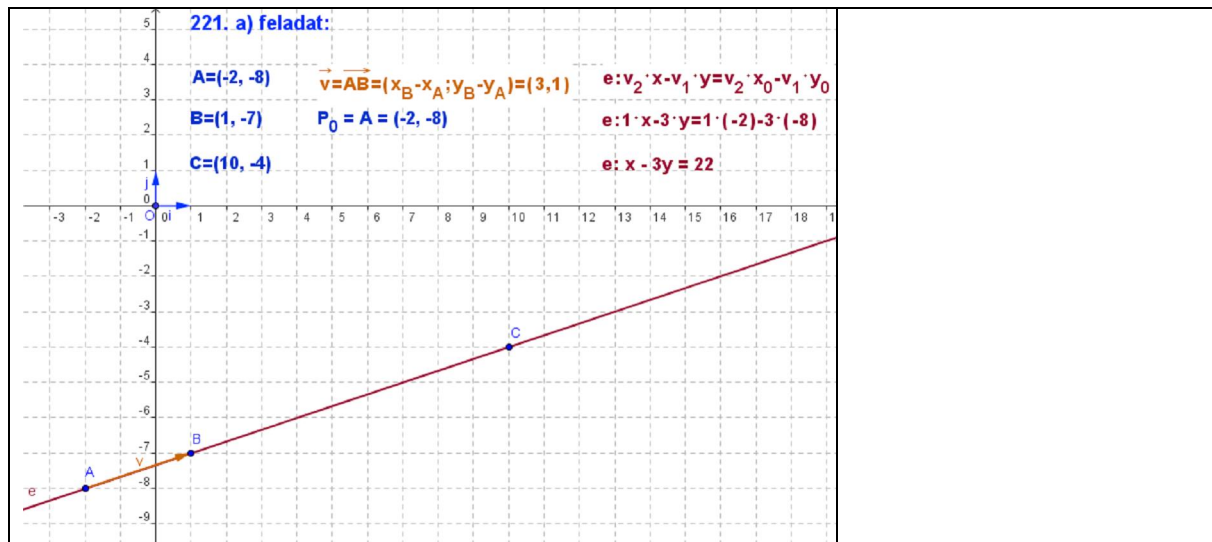
Legyen  $A(-2, -8)$ ,  $B(1, -7)$ ,  $C(10, -4)$

Készítsünk ábrát! GeoGebra

Ha az  $A$  és  $B$  pontokat összekötjük, akkor az így kapott  $e$  egyenesre a  $C$  pont *látszólag* illeszkedik.

Hogyan láthatjuk be ezt a koordinátageometria eszközeivel?

Készítette: Szentesi Norbert 13 / 10



Írjuk fel az  $e$  egyenes egyenletét! Ha  $C$  illeszkedik az  $e$  egyenesre, akkor a  $C$  pont koordinátái ki kell hogy elégítsék az  $e$  egyenes egyenletét; azaz behelyettesítve a koordinátákat az  $e$  egyenletébe azonosságot kell kapjunk.

Az  $\overline{AB}$  vektor jó lesz az egyenes irányvektornak.

Tehát:

$$\begin{aligned} v_e &= \overline{AB} = (b_1 - a_1; b_2 - a_2) = (1 - (-2); -7 - (-8)) = \\ &= (1 + 2; -7 + 8) = (3; 1) \quad \checkmark \end{aligned}$$

Az egyenes egy ismert pontjának választhatjuk például az  $A$  pontot. Azaz  $P_0 = A(-2; -8)$ .

Nászterlett: Szentesi Norbert

13 / 11

$$\begin{aligned} v_2 \cdot x - v_1 \cdot y &= v_2 \cdot x_0 - v_1 \cdot y_0 \\ 1 \cdot x - 3 \cdot y &= 1 \cdot (-2) - 3 \cdot (-8) \\ x - 3y &= -2 + 24 \\ e: \quad x - 3y &= 22 \quad \checkmark \end{aligned}$$

A  $C$  pont koordinátáit helyettesítsük bele a fenti egyenes egyenletébe!

$$\begin{aligned} 10 - 3 \cdot (-4) &\stackrel{?}{=} 22 \\ 10 + 12 &\stackrel{?}{=} 22 \\ 22 &= 22 \quad \checkmark \end{aligned}$$

Egy azonosságot kaptunk, azaz a három pont valóban egy egyenesre illeszkedik.

Nászterlett: Szentesi Norbert

13 / 12

**Házi feladat:**

**Tankönyv:**

151 - 152. oldal: 217.) a) és c)  
218.) c) és d)  
219.) b) és c)

## 6. fejezet: Befejezés

A multimédia elterjedésével új elemek jelennek meg az oktatásban, amelyek jelentősen növelhetik a tanítási – tanulási folyamat hatékonyságát. Segítségükkel a hagyományos oktatási módszerekhez képest több és tartósabb tudásanyag adható át, például az interaktív tábla használatára alapozott órák esetében. Bár jóval több idő kell a pedagógusnak óratervezésre és előkészítésre fordítani, de ez az idő mennyiség az elkészült tartalmak újrafelhasználásakor megtérül. Természetesen a tábla előnye nem csupán az idő kihasználásban, de a minőségben is megmutatkozik.

A diákok érdekelttöbbé, motiváltabbá és aktívabbá válhatnak, hiszen a jórészt egész nap a TV és a számítógép előtt ülő tanulók csekély érdeklődést mutatnak a tankönyvek iránt. Ha a diákok aktívabbá válnak és a tanórák szemléletesebbek, akkor tanulóink jobban emlékezhetnek az elhangzottakra, valószínűleg teljesítményük is javulni fog (bár ezt nem jelenthetjük ki kategorikusan). A tábla önmagában nem csodaszer, de jól használható motivációs eszközként segítheti a tanítási – tanulási folyamatot.

Az interaktív, szemléletes tanítás a matematikaoktatásban is nagyon fontos, hiszen az utóbbi években a tanulók érdeklődése a matematika tantárgy iránt egyre jobban csökken. Ezt saját magam is megtapasztalom mindennapi munkám során. Ezért minden lehetséges eszközt be kell vetnie a matematikát tanító pedagógusoknak ahhoz, hogy ezt a folyamatot megállíthassuk. Ennek egyik lehetséges eszköze lehet az interaktív tábla.

Ahhoz, hogy a matematikában igazán szemléletesen felhasználhassuk ezt az eszközt szükséges, hogy megfelelő digitális tananyagok legyenek elérhetőek a pedagógusok és a diákok számára. Erre többféle próbálkozás is történt az utóbbi években. Ilyen volt például a Sulinet Digitális Tudásbázis is, amely tantárgyanként és témakörönként tartalmaz tananyagokat az interneten. Sajnos az ott látott siker elmaradt. Ennek egyik oka lehet az, hogy az ott található tananyagok még mindig nagyon leíró jellegűek, képeket, ábrákat is csak kis mértékben tartalmaznak. Interaktivitással, dinamikus ábrákkal, animációkkal pedig szinte egyáltalán nem találkozhatunk. Az egyéb oktatászoftverekkel pedig sokszor az a gond, hogy nem mindig azt tartalmazzák és nem feltétlenül úgy, ahogy azt az órát tartó tanár szeretné. Ezért sok esetben hiába vásárolnak az iskolák (nem kevés pénzért) ilyen oktatászoftvereket, sokszor előfordul, hogy csak az iskola valamely szertárának polcain porosodnak.

Erre a problémára lehetne megoldás az, hogy a tanárok saját maguk készítenek tananyagokat, és használják az óráikon. Így mindig olyan anyaggal dolgozhatnak, amely számukra megfelel. Ha változtatni szeretnének rajta, akkor ezt is könnyen megtehetik. Azonban ilyen tananyagot fejleszteni nem kis feladat, nagyon sok idő és energiát igényel a pedagógustól. (Saját tapasztalatom, hogy ha megfelelően jól tudjuk kezelni a használt segédprogramokat, akkor is 2,5 – 3-szoros időt igényel egy ilyen „digitális óra” elkészítése, mint egy hagyományos.)

Az egyik olyan segédprogram, amely szerintem nagyon jól használható a matematikaoktatásban a dolgozatomban bemutatott GeoGebra. Ez a program amellett, hogy ingyenes és támogatja a magyar nyelvet is, egy sokirányú, dinamikus felhasználást lehetővé tevő szoftver. A matematika jónéhány területén eredménnyel alkalmazható, és a tanárnak is nagy szabadságot ad az óra tartása közben. Véleményem szerint minden matematika és informatika iránt érdeklődő tanárnak ki kellene próbálnia, és alkalmaznia kellene a program nyújtotta lehetőségeket.

A számítógéppel segített oktatás egyre inkább a tanítási gyakorlat részévé válik. Mivel a ránk zúduló információmennyiség miatt egyre nehezebb a tanulói érdeklődés felkeltése, meg kell próbálni élményszerűvé tenni az oktatást. Ezért jelentős a pedagógusok felelőssége és szabadsága, hogy a rendelkezésünkre álló eszköztárból mit választunk, és használunk fel. Mindenképp fontosnak vélem, hogy a tanárok nyitottak legyenek ezeknek az új technikai eszközöknek az alkalmazásával kapcsolatban, amelyek hozzásegítenek azon célunk eléréséhez, miszerint versenyképes, a hétköznapi életben jól hasznosítható tudást adjunk át a diákjainknak.

## Irodalomjegyzék:

- 1.** Bed Andrea: Az interaktív tábla szerepér 1  
([www.sulinet.hu/tart/cikk/Rca/0/29796/1](http://www.sulinet.hu/tart/cikk/Rca/0/29796/1))
- 2.** Bed Andrea: Interaktív táblák az oktatásban  
([www.sulinet.hu/tart/cikk/Rca/0/30078/1](http://www.sulinet.hu/tart/cikk/Rca/0/30078/1))
- 3.** Bevezetés a digitális táblák használatába  
([www.aktivtabla.hu/images/4/4b/Digitalistabla\\_bevezeto.rtf](http://www.aktivtabla.hu/images/4/4b/Digitalistabla_bevezeto.rtf))
- 4.** Czapáry Endre–Gyapjas Ferenc: Matematika a középiskolák 11. évfolyama számára
- 5.** Herczku Márton: Az oktatástechnológia fejlesztése a közoktatásban (szakdolgozat, 2007, Debreceni Egyetem Elektronikus Adattár)
- 6.** Horváthné Oroján Gabriella: A Geogebra program használata a középiskolai matematikaoktatásban (szakdolgozat, 2007, ELTE)  
([www.zmgzeg.sulinet.hu/matek/gg/gghaszn.pdf](http://www.zmgzeg.sulinet.hu/matek/gg/gghaszn.pdf))
- 7.** Dr. Molnár András–Muhari Csilla: Interaktív szemléltetés az oktatásban  
([www.bmf.hu/conferences/multimedia2007/19\\_MolnarMuhari.pdf](http://www.bmf.hu/conferences/multimedia2007/19_MolnarMuhari.pdf))
- 8.** Seres Imre: IKT eszközök az oktatásban. Az interaktív tábla használatának módszertana (szakdolgozat, 2007, Debreceni Egyetem Elektronikus Adattár)
- 9.** SMART kézikönyv ([www.lsk.hu/dokumentumok/smartug.pdf](http://www.lsk.hu/dokumentumok/smartug.pdf))
- 10.** Sulik Szabolcs: Geogebra 2.5 kézikönyv (2006)  
([www.geogebra.org/help/docuhu.pdf](http://www.geogebra.org/help/docuhu.pdf))