

Egyetemi doktori (PhD) értekezés tézisei / PhD theses

**A GEOMETRIAI TÉRSZEMLÉLET SZÁMÍTÓGÉPPEL TÁMOGATOTT
FEJLESZTÉSE A MŰSZAKI FELSZŐKATATÁSBAN**

**COMPUTER AIDED DEVELOPMENT OF SPATIAL ABILITIES
IN TECHNICAL HIGHER EDUCATION**

Katona János

Témavezető: Dr. Vásárhelyi Éva



DEBRECENI EGYETEM
Matematika és Számítástudományok
Doktori Iskola

Debrecen, 2012

A geometriai térszemlélet számítógéppel támogatott fejlesztése a műszaki felsőoktatásban

*„Több száz szakma és hivatás műveléséhez elengedhetetlen képességről van szó...”**

1. A témaválasztás indoklása

A legtöbb mérnök számára kiemelten fontos a jó térszemlélet. Több tanulmány és a saját tapasztalatom is utal arra, hogy a felsőoktatásba bekerülő hallgatók térszemlélete nem mindig kielégítő. Szerencsére a térszemlélet fejleszthető. Ennek hagyományos eszközei viszont revízióra szorulnak többek között a kompetencia alapú oktatás terjedésével, a felsőoktatás tömegesedésével és a XXI. század felgyorsult tempójával összefüggésben. Kutatásom témájaként ezért választottam újszerű, vagy újszerűen összekapcsolt didaktikai módszerek és eszközök kidolgozását, vizsgálatát.

A geometriai térszemlélet fejlesztése során a hagyományos kézzelfogható modelleknek nincs párja, nem ezek helyett, hanem ezek mellett javasolom egy univerzális eszköz, a számítógép használatát. A hagyományos modellek tárolása sok helyet igényel, és egy modell egyszerre csak egy helyen lehet jelen. A számítógépes modellek helytakarékosak, könnyen másolhatók, terjeszthetők. A hagyományos modellek többsége statikus. A számítógépen könnyebb dinamikus modelleket készíteni, illetve a statikus és a dinamikus megjelenítést kombinálni. A számítógépes modellek kevés időráfordítással a hagyományos modelleknél sokkal részletesebben kidolgozhatók.

Elmondhatjuk tehát, hogy ha csupán a szemléltetést tűzzük ki célul, a számítógépeknek már akkor is van létjogosultsága, de kihasználva, hogy egy igen elterjedt és univerzális eszközzel van dolgunk, könnyen beleilleszthetjük a gépet a tanulási-tanítási folyamatba. Elektronikus jegyzettel helyettesíthetjük a nyomtatott anyagokat; hanganyagokat, videókat oszthatunk meg; kommunikálhatunk; gyakoroltathatunk, számonkérhetünk; szerkeszthetünk, modellezhetünk a számítógép segítségével.

Az eszközök és az előbbieken részletezett külső környezeti hatások változása elkerülhetetlenné teszi a módszerek változását és a tanári szerep ártértelekését is. A módszerek megváltozását indukálja a technológia fejlődése, ugyanakkor a technológiai fejlődés új lehetőségeket biztosít a tanár számára.

* Séra, Kárpáti, & Gulyás: A térszemlélet. Comenius Kiadó, 2002

2. A kutatás módszerei

Az elméleti kutatás során *összegyűjtöttem, áttanulmányoztam, elemeztem és összehasonlítottam a témához kapcsolódó könyveket és tudományos cikkeket, tudományos konferenciákon meghallgattam mások eredményeit.* A szakirodalmat áttanulmányozva több nyitott kérdésem is maradt, ezeket is szem előtt tartva határoztam meg a kutatásomnak az irányait és céljait.

Saját tapasztalatokat gyűjtöttem arra vonatkozóan, hogy növelhető-e a térszemlélet-fejlesztés hatékonysága számítógép és számítógépes szoftverek segítségével. Megfigyeltem és adatokat gyűjtöttem arra vonatkozóan, hogyan viszonyulnak a hallgatók a számítógéppel történő oktatáshoz, és hogy a technológia alkalmazása megváltoztatja-e a hallgatók feladat-megoldási és problémamegoldási stratégiáját; valamint a tanár szerepét.

Érdekelt, hogy az univerzális számítógépet milyen szerepkörökben érdemes, és mely szerepkörökben nem érdemes használni; hogy mely szoftvereket és milyen szerepkörben célszerű használni; és hogy milyen tárgyi feltételek mellett érdemes a geometriát számítógépteremben oktatni. Megfontoltam, hogy mely pontokon érdemes felülvizsgálni az óraterveket, és hogy célszerű-e megváltoztatni, modernizálni az általunk oktatott tananyagot.

10 éven keresztül gyűjtöttem a tapasztalatokat. Ezek összegzése után következett a kutatás egy újabb gyakorlati részének, egy összehasonlító tanítási kísérletnek az elvégzése. Új oktatóanyagokat, új segédanyagokat, új szemléltető eszközöket dolgoztam ki, ezek mindegyikét kipróbáltam. Az oktatási kísérlet végrehajtása után az eredményeket összegeztem, kiértékeltem.

3. A kutatás elméleti háttere

Több szerző különbözőképpen definiálja a térszemléletet, de a szerzők abban mind egyetértenek, hogy egy összetett, komplex képesség; illetve abban is teljes a konszenzus, hogy a térszemlélet összekapcsolja az észlelt, leképezett és az elképzelt, konstruktív 3D világot.

Mi ebben a kutatásban az általános, „hétköznapi” térszemlélet helyett egy kicsit specializáltabb térszemlélet-definíciót tekintünk mérvadónak, és a továbbiakban a *geometriai* térszemléletre az alábbi, Vásárhelyi Éva által megfogalmazott részletes definíciót használjuk:

A *geometriai térszemlélet* képességek és készségek olyan matematikailag irányított komplex együttese, amely lehetővé teszi:

- a térbeli alakzatok alakjának, nagyságának, helyzetviszonyának pontos elképzelését,
- a látott vagy elképzelt alakzatoknak a geometria törvényeire épülő egyértelmű ábrázolását,
- az egyértelműen ábrázolt alakzatok helyes rekonstrukcióját,
- a különböző térbeli (matematikai, műszaki, mérnöki, stb.) problémák konstruktív megoldását, a megoldás képi vagy nyelvi megfogalmazását.

A szakirodalom szerint a térszemlélet fejleszthető, bár ennek hatékonysága változó, például az életkor, a nemek, az adottságok (általános intelligencia), a kognitív fejlettség (szenzomotorikus és képzeleti érettség) és a tapasztalatok függvényében.

A dolgozatban először összefoglaltam a hagyományos iskolai térszemlélet-fejlesztő módszereket. Ezt követően áttekintettem a számítógéppel támogatott tanulási módszereket. Végül pedig összekapcsoltam a kettőt, és megvizsgáltam a számítógéppel (is) támogatott térszemlélet-fejlesztést.

4. A kutatás hipotézisei

A szakirodalomban fellelhető információkat és mások kutatási eredményeit megismerve is maradtak számomra nyitott kérdések. Mindezek alapján és saját tapasztalataim, kísérleteim alapján a következő hipotéziseket fogom vizsgálni egy empirikus oktatási kísérlet megtervezésével és végrehajtásával:

H0 főhipotézis: Az általam kidolgozott és használt matematika-didaktikai eszközrendszer alkalmazásakor a jó térszemléletű mérnökjelölt hallgatók tartalmas, sikeres és hasznos munkát tudnak végezni, ugyanakkor a fejlesztésre szorulóknak is eredményesen tudunk segíteni.

Egy olyan rendszert dolgoztam ki a térszemlélet fejlesztéséhez, ami könnyen beilleszthető volt a mérnökképzés ábrázoló geometria oktatásába. Ennek a matematikadidaktikai eszközrendszernek a domináns összetevői a probléma-orientált és empirikus matematikatanítás didaktikai elvére és az analógiára épülő tananyag-szervezés, valamint a belső differenciálás módszerének számítógéppel támogatott megvalósítása. Az általam fejlesztett eszközrendszer fő jellemzői:

- Spirális felépítés. Az ismeretek később újra felbukkannak, de akkor már magasabb szinten.

- Az analógiák tudatos, széleskörű használata.
- Teljesség. A segédanyagok lefedik az egész szemeszter tananyagát.
- Sokszínűség. Többféle teljes segédlet felajánlása, amelyek mindegyike többféle munkamódszerrel feldolgozható. Legfontosabb, hogy önálló tanulásra is alkalmas legyen.
- Gyakorlatorientáltság. Az anyagban az érdeklődés felkeltése és a problémafelvetés megelőzi az új ismeretek közlését. A tananyag lehetőség szerint szorosan kapcsolódik valamilyen gyakorlati problémához.
- Problémaorientáltság. Az általános térszemlélet fejlesztése és a térgeometria problémák megoldására vonatkozó kompetencia növelése hangsúlyosabb a szerkesztési algoritmusok megtanulásánál.
- Lehetőség a differenciálásra. A segédanyagok lehetővé teszik a belső differenciálást.
- A segédanyagok ingyenesek, könnyen terjeszthetők; hardverigényük nem magas; nem kívánják meg nehezen elérhető szoftverek telepítését.
- Nyitottság. Mindig megemlítem az aktuális anyaghoz kapcsolódó általánosítási lehetőségeket, az éppen tanultakon túlmutató problémákat.
- A manuális készségek és a számítógépes modellezés párhuzamos fejlesztése.

H1 hipotézis: A mérnökképzésben a számítógéppel támogatott ábrázoló geometria oktatás hatékonysága – az ismeretanyag elsajátítását illetően – eléri a hagyományosét, ugyanakkor alkalmas a széleskörűen használható számítógépes 3D modellezési kompetencia fejlesztésére is.

Úgy ítélem meg, hogy napjainkban a számítógépet a frissen érettségizett diákok nagy többsége jól kezeli, hallgatóinknak tehát nem okoz gondot a háromdimenziós modellezés gyors elsajátítása. Mindeközben nem sérülnek a műszaki ábrázoló geometria hagyományos értékei, tehát a tantárgy által megkövetelt célok, kompetenciák továbbra is elérhetők: „A térbeli formák és azok összefüggéseinek felismerése. Térszemlélet fejlesztése, konstruktív térszemlélet kialakítása. Építészeti problémák geometriai megfogalmazása és azok szerkesztő-rajzolásával való kivitelezése.”

H2 hipotézis: A számítógépes modellezési eszközrendszer használatával kibővül a felvethető problémák köre és fejlődik a hallgatók problémamegoldó potenciálja.

Hallgatóink a számítógépes modelleket jól hasznosíthatják a téreometriai problémák felvetése, elemzése, megoldása, diszkussziója közben is.

H3 hipotézis: A számítógéppel támogatott oktatással fejleszthető az információk önálló megkeresésének, rendszerezésének és elsajátításának képessége, az élethosszig tanulás kulcskompetencia.

Napjainkban nehéz az önálló tanulást informatikai háttér nélkül elképzelni, de például a világhálón rendelkezésre álló (nem mindig megbízható) óriási információmennyiség miatt hallgatóink segítségre szorulnak ezen a téren.

H4 hipotézis: A számítógéppel támogatott műszaki ábrázoló geometria oktatása során az SZIE Ybl Miklós Építéstudományi Kar tananyag- és elvárásrendszerének eredményes teljesítésén túl fejleszthető a térszemlélet, amely az építész szakmacsoportokban alapvető kompetencia.

A háromdimenziós modellező- és dinamikus téreometriai programokkal dolgozva jól fejleszthető a geometriai térszemlélet. Ezekkel a programokkal dolgozva a hallgatók a későbbi tanulmányaik és a gyakorlati munkájuk szempontjából is igen hasznos plusz tudást szereznek, miközben a műszaki ábrázoló geometria tárgy további céljai sem szorulnak háttérbe.

H5 hipotézis: A differenciált műszaki ábrázoló geometria oktatásban részt vevő tanár a tanítási-tanulási segédletek megtervezését, elkészítését és gondozását informatikai háttérrel – többek között az általunk készített, kipróbált és közzétett elektronikus segédanyagokkal – hatékonyabban végezheti mint más eszközökkel.

Az órai differenciálással és a segédletek színesítésével megnövekedő oktatói terheket az informatikai háttér (feladatlapok, videók, mintaszerkesztések, leírások és egyéb e-tananyagok) használatával lehet csökkenteni. Ezek a SZIE YMÉK Ábrázolás és Számítástechnika Tanszék honlapján érhetők el, de a dolgozathoz csatolt DVD is tartalmazza.

5. A hipotézisek vizsgálatára és a térszemlélet fejlesztésére vonatkozó empirikus kutatás és tapasztalatai

Modern korunkra jellemző a munkavégzéshez szükséges ismeretek sokrétősége és gyors avulása, ezért is kívánatos az élethosszig való tanulás. Az egyének a munkájukhoz szükséges tudás nagyobb részét már nem az iskolában szerzik meg, mert egyrészt az iskola nem győzi átadni a rendelkezésre álló hatalmas információmennyiséget, másrészt az iskolának szüksége van bizonyos időre az új ismereteknek a tanítási-tanulási folyamatba való beépítéséhez. Az egyetem elvégzése után is újabb és újabb technológiák születnek, ezeket a diplomás mérnököknek munka mellett kell megtanulniuk.

Ebből következik, hogy az egyik legfontosabb tanítási cél az általános képességek fejlesztése. Ilyen például, hogy megtaníttuk a diákokat tanulni és az információkat önállóan megkeresni, megszerezni és elsajátítani. Mérnökhallgatók esetében hasonlóan általános, nagyon fontos fejlesztendő képesség a geometriai térszemlélet.

A kísérlet szempontjából fölérendelt tanítási cél tehát a geometriai térszemlélet minél magasabb szintre emelése; ezen kívül pedig a rendszerességre, a türelemre, a precizitásra és az igényes munkavégzésre való ösztönzés. Az alárendelt tanítási cél a műszaki ábrázolás, a vetítések és a metszések alapvető törvényszerűségeinek a megismertetése.

Az összehasonlító oktatási kísérletet az Ábrázoló Geometria tárgy első szemeszterének gyakorlatain végeztem el a SZIE Ybl Miklós Építéstudományi Kar 66 fő elsőéves BSc mérnökjelölt, 19-20 éves, nappali tagozatos hallgatójának bevonásával. Adottnak tekintettem a tárgy első szemeszterének követelményrendszerét, tanmenetét, tantervét, heti ütemezését, a házi feladatok listáját, a zárthelyi és pótzárthelyi dolgozatok tematikáját és időpontját.

Megterveztem azokat a tevékenységsorozatokat, amelyekkel célokat el kívánok érni. A kísérlet elméleti háttérében leírt hagyományos módszerek és eszközök mellett újabb és újszerűen kombinált szemléltető eszközöket készítettem és próbáltam ki; önálló tanulásra alkalmas e-learning anyagokkal is segítettem a hallgatók munkáját; valamint az új ismeretek tanítása és a feladatmegoldások során a konstruktív megközelítést és az analógiákat hangsúlyosabban alkalmaztam.

5.1. A belső differenciálás módszerének alkalmazása

Már a témaválasztás indoklásánál is utaltam arra a tendenciára, hogy a gyakorlati órákon is növekszik a csoportlétszám, illetve, hogy a csoport

összetétele rendkívül heterogén. Óriási a tudásszintbeli és a motivációs különbség is.

Úgy kellett tehát az órákat terveznem, hogy lehetőség szerint minden tanulótípus és tudását tekintve bármilyen szinten álló hallgató megfelelő segítséget kapjon tőlem. Mindezekből következik, hogy erősen differenciálnom kellett.

A legfőbb differenciálási eszközök a papíron vagy elektronikusan közzétett feladatlapok voltak. Ezek részletesen tartalmazták egy feladat megoldásának lépéseit. Ezekben a lépésekben mindenki a saját tempójában haladhatott végig. Mindig voltak nálam tartalék gyakorlólapok, tehát ha valaki másoknál gyorsabban megoldotta a kötelező feladatokat, tudtam neki adni érdekes problémákat, gondolkodtató kérdéseket és nehezebb modelleznivalót.

A következő differenciálási lehetőség az általam felajánlott különböző segítségok használata illetve mellőzése: volt, aki önállóan rajzolta fel vagy modellezte meg számítógép segítségével a feladat által megkövetelt konfigurációt, míg mások igénybe vették az általam előre elkészített videókat, dinamikus ábrákat.

A munkaformákban nem voltak újításaim, viszont a különböző munkaformák alkalmazásának aránya eltért a szokásos átlagtól. Ugyanakkor a tanítási-tanulási folyamatba igyekeztem beépíteni a matematika oktatás új tendenciáit, illetve igen sokféle új eszközt biztosítottam a hallgatóimnak. Az eszközök sokfélesége egyrészt változatosabbá teszi a tanulást, másfelől mindegyik tanulótípus (az auditív, a kinezztétikus, a verbális és a vizuális típus is) megtalálhatja a számára legtesthezállóbb eszközöket.

5.2. A realisztikus és a problémaorientált tanulási irányzat elemeinek felhasználása

Az utóbbi időben sok új matematikatanítási irányzat bukkant fel, ezek többségét jelenleg is tesztelik, finomítják. Ilyen irányzat például a realisztikus vagy a problémaorientált oktatás. Igyekeztem ezen az irányzatok pozitív elemeit a tanításomba beépíteni.

A problémaorientált és a realisztikus oktatási módszerekkel kapcsolatban több szerzőhöz hasonlóan én is jó tapasztalatokat szereztem. Úgy tűnik, hogy a hallgatók figyelmét az új ismeretek közlésével nehéz lekötni. Ezért érdemesnek találtam egy gyakorlati problémát felvetni, és amikor a megoldás során elakadtunk – egy új problémával találtuk szemben magunkat – már szívesebben hallgatták meg a probléma megoldására szolgáló új módszereket.

5.3. Új típusú, újszerűen kombinált oktatási segédletek, bevételek

A szerkesztések önálló tanulása során az egyik legnagyobb nehézség abból származik, hogy a kész ábrán a hallgatók nem tudják, hogy az egyes lépések milyen sorrendben következnek egymás után, és hogy melyik lépés miért helyes. Ennek az áthidalására három módszert is alkalmaztam, a dinamikus geometria rendszereknek „a szerkesztés visszajátszása” funkcióját, a CAD rendszereknek a fóliakezelését, és készítettem oktatóvideókat is.

A **Cabri3D DGS** előnyének mutatkozott rugalmassága, sokoldalúsága, egyszerűsége tanár és diák számára egyaránt. Nagyon könnyen, intuitívan kezelhető, használatát gyakorlatilag nem is kell tanulni, ugyanakkor a szerkesztéseket igen gyorsan, és akár „térben” is el lehet végezni a segítségével. A tanár számára nem kellene különböző célszoftverek, egyetlen szoftverrel meg tudja oldani a szemléltetést és az ábrakészítést, a kész szerkesztések egyszerűen exportálhatók például e-learning tananyagokba. A kész objektumok és a kész transzformációk segítségével pillanatok alatt elkészül a szerkesztés, óra közben is remekül lehet rögtönözni vele. Hátránya, hogy nem ingyenes, és hogy nem programozható, tehát a menüje nem bővíthető. Megemlíteném még, hogy mérnöki dokumentáció készítésére alkalmatlan, de hát nem is ezzel a céllal íródott.

Az **AutoCAD** legfőbb előnye, hogy professzionális, tehát a gyakorlatban előforduló mérnöki feladatok igen nagy részét meg lehet oldani vele; a tervezéstől a gyártásig végigkíséri a létrehozott termék életét.

Előnye továbbá, hogy ha sikerül a háromdimenziós modellt felépíteni, akkor onnantól a dokumentáció már automatikus: készen kapjuk a nézeteket, az axonometrikus és perspektív vetületeket; anyagok és fények használata esetén az árnyékokat és a látványterveket. Könnyen készíthetünk vele mérnöki szabvány szerinti metszeteket, áthatásokat, méretezéseket. Hátránya az igen magas ára, a magyar fordítás változó minősége, valamint a bonyolultsága.

A szemléltetésen kívül mindkét 3D modellező szoftver jól használható problémamegoldásra is. Olyan modellek is „legyárthatók”, amelyeket a leírás alapján el sem tudunk képzelni, vagy amelyekről nehéz szabadkézzel jó ábrát rajzolni. A kezdeti feltételek változását követi a modell változása, ezért egy szerkesztéssel számtalan konfiguráció vizsgálható.

Az **oktatóvideó** legfőbb előnyének az bizonyult, hogy önálló tanulásra kifejezetten alkalmas volt, például akik elmulasztották az előadást, vagy nem jegyzeteltek rendszeresen, később könnyen pótolhatták az anyagot. Hátránya,

hogyan nem paraméterezhető, tehát azzal az egy konkrét adatfelvétellel dolgozik, amelyiket én rögzítettem. További hátránya, hogy a hallgató egy passzív szemlélője a történéseknek, bár ugyanez a megállapítás az előadásokra, sőt a mostani óraszámok és tanulói létszámok mellett szomorú módon a gyakorlati órák egy részére is igaz. Ezeket a hátrányokat tompítani tudjuk, ha az oktatóvideókat a többi eszközzel kombinálva alkalmazzuk.

5.4. Általános térszemlélet-fejlesztő feladatsorok

A 3D-képes szoftverek lehetővé teszik olyan szerkesztési feladatok megoldását, amelyeket korábban csak vetületeikkel tudtunk megoldani és a dinamikus jelleget kihasználva nem csak egyetlen megoldást, hanem az összeset is tudjuk szemléltetni. A 3D-képes dinamikus geometriai programokkal remekül lehet mértani helyeket is szemléltetni, amelyek természetesen alapvető fontossággal bírnak a szerkesztési feladatok megoldása során.

Összeállítottam egy olyan feladatlap sorozatot, amelyik a 3D-képes dinamikus geometriai programok fent említett sajátosságait kihasználva fejleszti a térszemléletet. Ez a feladatsor nem kapcsolódik szorosan a klasszikus ábrázoló geometriához, gyakorlatilag minden olyan tantárgy esetén használható, ahol cél a térszemlélet fejlesztése és a konstruktív geometriai szemlélet kialakítása. Én ezeket a feladatsorokat például azoknak a hallgatóknak adtam ki, akik órákon társaiknál hamarabb lettek készen a körzős-vonalzós szerkesztési feladatokkal. Mivel ebből következően a feladatsorokat önállóan kellett feldolgozniuk, sok feladathoz megoldási útmutatót is mellékeltem, vagy pedig olyan egymásra épülő feladatokat adtam, amelyek segítségével apró lépésenként önállóan el tudtak jutni a megoldáshoz.

5.5. A kísérleti és a kontrollcsoport eredményeinek összehasonlítása

Az adott tanítási célokhoz tehát megterveztem és elkészítettem az előző fejezetekben jellemzett számítógépes oktatási anyagokat, azokat kipróbáltam, az eredményeket összevettem egy kontrollcsoport eredményeivel.

Az összehasonlítás alapját a következő anyagok képezik:

- A kísérleti és a kontrollcsoport tagjainál egyaránt ismerjük a zárthelyi dolgozatok és a házi feladatok pontszámát.

- A kísérleti és a kontrollcsoport tagjainál egyaránt ismerjük a kísérletet megelőző és az azt lezáró térszemlélet-tesztek eredményeit.
- Riportokat készítettünk véletlenszerűen kiválasztott hallgatókkal.
- Megfigyeltük a hallgatók önálló munkáját a gyakorlati órákon, illetve a zárthelyi dolgozatok megírása közben.

Mindezek alapján megállapíthatjuk, hogy mindkét csoport térszemlélete szignifikánsan fejlődött, méghozzá a két csoportban közelítőleg egyformán. A kísérlet sikere tehát abban mutatkozik meg, hogy a kísérleti csoport plusz tudást szerzett a kontrollcsoportéhoz viszonyítva, miközben a hagyományos tantervi követelményeket ugyanolyan színvonalon teljesítette.

Megfigyeléseim szerint a számítógépes csoportban

- bátrabban kísérleteztek, ami pozitív a papír-ceruzás csoporthoz képest;
- a szabadkézi rajzban, vázlatkészítésben ügyetlenebbek voltak a hagyományos csoportnál.

Úgy tűnik tehát, hogy problémamegoldásnál számítógéppel kompenzálható a kézügyesség hiánya, a szabadkézi rajz terén meglévő hiányosság, ami egyértelműen pozitív hatás.

Ugyanakkor a számítógép használatával visszaszorul a szabadkézi rajz, ami – különösen az első szemeszterben – nem túl jó hatás.

Az interjúk alapján úgy tűnik, hogy a többség hasznosnak találta az ábrázoló geometria számítógéppel támogatott oktatását. Az is sejthető továbbá, hogy a számítógépes modellezésben egy tanórán kívül is hatékonyan használható segédeszközt ismertek és kedveltek meg.

5.6. A szakmai tartalomra vonatkozó javaslat: A szerkeszthetőség és szerkesztési segédeszköz kérdése

A számítógéppel támogatott oktatás során szerzett tapasztalataim (amelyeket a kísérlet is alátámasztott) alapján javaslom, hogy ne ragaszkodjunk mindenáron az euklideszi szerkesztésekhez. Vizsgáljuk felül az elfogadható szerkesztési eszközöket és a legitimnek tekintett szerkesztési lépéseket. Javaslataimat a következő pontokban részletesen indoklom.

Ha például egy szabályos ötszög konstrukciójáról van szó, akkor ehhez

- a) egy szalagra kötött gyűrődés nélküli csomóval;

- b) 5 darab egyenlő hosszúságú gerenda 72° -os törési szöggel való összefűzésével (a külső szög $360/5=72^\circ$);
- c) egy adott csúcs 72° -os elforgatásával (a középponti szög $360/5=72^\circ$);
- d) aranymetszéssel;
- e) a szerkesztő program szabályos ötszög parancsának végrehajtásával

juthatunk el. Az oktatási gyakorlatban jelenleg egyedül a d) módszer elfogadott, noha situációtól függően a többi is lehet elegendő pontosságú.

Érdemes lenne a végzőseinket alkalmazó gazdasági szereplőkkel együtt átnézni és egyértelműsíteni, hogy mely szerkesztési eszköz és lépés milyen kompetencia-szinten tartozik a kimenő mérnökök felkészítéséhez.

Valószínűsíthető egy lassú (vagy esetleg néhány alkalmazás esetében viharos) átmenet a számítógépes szerkesztések legitim voltát illetően. Gondoljunk például arra, hogy a számítógéppel modellezett orvosi műszerek a felhasználás helyszínén „kinyomtathatók” és azon nyomban felhasználhatók.

A számítógépes szerkesztés pártolói azt hangsúlyozzák, hogy az jóval gyorsabb és az eredmény pontosságának csak a kiszolgáló periféria pontossága szab határt. Ellenzői felvetik, hogy eszközigénye a feladathoz képest túl nagy.

A megegyezés hiánya olyan következtetlenségekhez vezet, hogy merőlegest és párhuzamost háromszögvonalzóval, illetve csúsztatással szerkeszthetünk, noha ez kiváltható euklideszi módon. Ugyanakkor az ellipszográf (kézi vagy gépi változata) nem legitim, pedig az ellipszis szerkesztésére nem létezik euklideszi eljárás és számtalan esetben kell ellipszist megjeleníteni. A szakemberek az ellipszist vagy sablonnal rajzolják, vagy kosárgörbével közelítik, vagy pedig számítógéppel tetszőleges pontossággal megszerkesztik. Hagyományos rajzoláskor mindössze annyit tudunk tenni, hogy „elegendően sok” ellipszispontot és pontbeli érintőt szerkesztünk, majd a pontokat szabadkézzel vagy görbevonalzóval összekötjük. Nos, sem a szabadkézi rajz, sem az ellipszispontozó használata nem megengedett az euklideszi szerkesztés során.

Nyilvánvalóan több didaktikai cél ütközik egymással.

- A körös-vonalzós euklideszi szerkesztések megkövetelésének a kivitelezés szintjén van fölérendelt képzési célja: ezzel fejlesztjük a hallgatók ügyességét, memóriáját (a szerkesztési lépések megtanulásával), türelmét, precizitását.

- A legegyszerűbb mérnöki tervezésben is előfordulhatnak szögfüggvények, vagy csak közelítő számítással kezelhető modellek. Itt is jelentkezik a komoly eszközigény és ma már nem logar-léceznünk, sőt a négyjegyű függvénytáblát is kinőttük.
- A matematikai alkalmazások más területein is találhatunk ilyen példát: ugyan létezik megoldóképlet a harmadfokú egyenletre és létezik megoldási mód a negyedfokú egyenletre, de ezt senki sem használja, mert numerikus módszerekkel sokkal gyorsabban és tetszőleges pontossággal meg lehet oldani ennél magasabbfokú egyenleteket is.

Ha a fölérendelt képzési célok nagyon fontosak és más anyagrész kapcsán ezek nem teljesíthetők, akkor meg kell tanítanunk a hagyományos eszközt és módszert.

Az a személyes véleményem, hogy a mérnöki munkára való felkészülésben és a mérnöki gyakorlatban nem túlzás egy CAD rendszerrel rendelkező számítógép igénye.

5.7. A problémaorientált tanítási módszer

A műszaki ábrázoló geometria tanítása során az egyik legfontosabb fölérendelt tanítási cél a térszemlélet fejlesztése. Ennek érdekében – tapasztalataim alapján – javaslom a CAD rendszerek és a problémaorientált tanítási módszer gyakoribb, didaktikailag megalapozott alkalmazását. Például érdemes a számítógéptől idegenkedők számára demonstrálni az előnyöket és segíteni a kompenzálásban.

Az ellenzők szerint a CAD rendszerek nem alkalmasak a térszemlélet fejlesztésére, mert gombnyomásra, túl gyorsan és komplexen jelenik meg a látvány és elmarad a mentális feldolgozás, elemzés.

Tapasztalatom szerint viszont egyáltalán nem olyan könnyű a CAD rendszerekkel modellezni, mint azt sokan gondolják. Az igaz, hogy az elemzés két részre bomlik, mert a CAD alkalmazásához már korábban számos elemzést kell végezni, döntést kell hozni.

Szerintem érdemes olyan feladatokat is feladni, amelyekben a hallgató maga választhatja meg a megoldás módszerét és az ahhoz szükséges eszközt. Ez a fajta feladat illeszkedik a gyakorlatorientált matematika oktatáshoz is.

5.8. Javaslat a differenciálás és a felzárkóztatás megkönnyítésére

Javasolom, hogy a félév elején végezzünk szintfelmérést, amely 80%-ban a térszemléletet méri, 20%-ban pedig egyfajta motivációs teszt legyen. Nyelvi csoportoknál és sok más tárgyból is természetes, hogy a hallgatókat szintfelmérés után csoportokba osztják, esetleg pótlást (felzárkóztatást) írnak elő számukra.

A szintfelmérés rendszerét szerintem ábrázoló geometriából is lehetne alkalmazni. Jelenleg a hallgatók a Neptun-rendszerben tulajdonképpen tanárt és időpontot választanak, de célszerűbb lenne egy szintek szerinti bontás. Ebben az esetben sikeresebb lehetne a differenciálás, és a gyengébb felkészültségű hallgatóknak adekvát segítséget és több sikerélményt tudnánk nyújtani.

Külön pedagógiai feladat lenne már félév közben megtalálni azokat a hallgatókat, akik az utótesztet az előzetes mérésnél rosszabbul írták meg, illetőleg akik a félévet abbahagyták, a követelményeket teljesíthetetlennek találták. Ha időben sikerül ezeket a diákokat beazonosítani, a módszereket illetően is tovább lehetne differenciálni, ezáltal a lemaradókat is munkára bírni és megadni nekik az esélyt a felzárkózásra.

5.9. Didaktikai szempontok a számítógép órai használatához

A számítógép szemináriumi használatának első szintjén csak a tanár használja a számítógépet, főleg demonstrációs célra. A hallgatók az óra előtt és után is kaphatnak segédletet elektronikus úton.

Ennek a módszernek az előnye a nem túl nagy tárgyi eszközigény (laptop+projektor), és hogy a tanítás módszerei nem különböznek lényegesen a hagyományos (a táblán krétával szerkesztünk) eljárásnál. A hallgatók ebben az esetben passzívabb szereplők, de remélhetően a demonstráció felkelti az érdeklődésüket, és ők is akarnak majd számítógéppel modellezni.

A második szinten már a diákoknak is rendelkezésére áll a számítógép. Ezen a szinten a tanár kivetíti a szerkesztésének vagy a modellezésének a menetét, miközben a hallgatók a saját számítógépükön követik a lépéseket. A diákok ezen a módon megtanulhatják a szoftver kezelését, miközben a hagyományos szerkesztési lépéseket most nem körzővel és vonalzóval, hanem számítógéppel végzik el.

A módszer előnyei:

- A szoftver kezelésének elsajátítása után ezzel a módszerrel a szerkesztés gyorsabb és pontosabb lesz, mint a papíron végzett munka.
- A síkbeli rajzok szerkesztésén túl lehetőség van 3D modellezésre is.
- A „rajzlap” gyakorlatilag korlátlan terjedelmű.
- A szerkesztés visszajátszható.
- A szerkesztés paraméterezhető, dinamikus
- A megjelenítés szabadon változtatható, beleértve a vetítési módokat; a sokféle vonaltípust, felületstílust, színeket, látványstílusokat, nézeteket.

A módszer hátrányai:

- Eszközigényes.
- A rajzkészség fejlődése háttérbe szorul.
- A számítógéppel végzett szerkesztések gyakorlatilag munkabefektetés nélkül, könnyen másolhatók. Bár ez az órán nem jellemző, de szerepe van a portfóliók összeállításánál.

A tanulók kognitív szintjének emelkedésével léphetünk a harmadik szintre. Ebben az esetben a tanár legfeljebb az óra végén vetíti ki, vagy adja közre a probléma egy vagy több lehetséges megoldását. A hallgatóknak önállóan kell szerkeszteni és modellezni. Ez a módszer alkalmas önálló hallgatói kísérletezésre, probléma-felvetésekre és azok megoldására. Alkalmas különböző (hallgatói) megoldások elemzésére, diszkussziójára, a kreativitás kibontakoztatására.

A módszer előnyei:

- Ez a módszer rendelkezik az előző szint minden előnyével.
- Ezen felül pozitív vonása, hogy a hallgató számára aktív tevékenységet jelent.

A módszer hátrányai:

- Igen idő- és eszközigenyes.
- Tapasztalatom szerint nem alkalmazható a hagyományos módszerrel egy helyen és időben, mert ha egy hallgatóm körzővel és vonalzóval szerkesztett, a szomszédja pedig számítógéppel, akkor zavarták egymás munkáját.

- További hátránya az önálló számítógépes modellezésnek, hogy a hallgatók lényegében fölöslegesnek ítélik addig, amíg a zárthelyi dolgozatokat és a házi feladatokat papíron, körzővel és vonalzóval megszerkesztve kell beadniuk.

Átmeneti, kompromisszumos javaslatom, hogy

- kezdetben csak néhány órát tartsunk számítógépteremben, és
- legyen olyan számonkérés, ahol választani lehet, hogy valaki a hagyományos eszközökkel vagy a számítógéppel dolgozik.

Az átmeneti időszak alatt gyűjthetnénk a tapasztalatokat, és felkészenhetnénk arra, hogy a gépi szerkesztés és modellezés a jelenleginél nagyobb hangsúlyt kapjon a körzős-vonalzós szerkesztések rovására.

5.10. Változatos munkaformák, sokszínű segédletek

Javasolom, hogy színesítsük az oktatási segédletek táráát és növeljük a tanítási módszereink változatosságát. Többféle tanulótípus létezik, ezért az eszközeinknek, a módszereinknek és a segédleteinknek is változatosaknak kell lenniük.

Biztosítsunk sok és sokféle ingyenes elektronikus segédletet hallgatóink számára. Fogjunk össze, tegyük elérhetővé egy helyen a műszaki felsőoktatási intézmények tanárai által kidolgozott, a műszaki ábrázoló geometriához kapcsolódó segédanyagainkat.

Az ingyenesen rendelkezésre bocsátott e-learning anyagok nagy segítséget jelentenek a levelező tagozatos hallgatóknak, a hiányzóknak és az órán lemaradóknak is.

6. Eredmények a hipotézisekkel összevetve

A mért adatok szerint a kísérleti csoport a többletterhelés ellenére is legalább olyan jól teljesített, mint a kontrollcsoport, akár a tantárgy követelményeit, akár a térszemlélet fejlődését tekintjük. A kísérleti csoportból a többletterhelés ellenére kevesebben maradtak ki félév közben, mint a kontrollcsoportból. A kísérleti csoport előnye nem szignifikáns.

A többletterhelés alatt olyan tényezőket értünk, hogy

- a számítógépes csoport kevesebbet gyakorolta a hagyományos körzős-vonalzós szerkesztést, ugyanakkor a számonkérés körzővel és vonalzóval történt;

- a számítógépes csoportnak az ábrázoló geometria tananyagon túl a szoftverek kezelésével és a 3D modellezéssel is meg kellett ismerkedniük.

A számítógépes csoportban a többletterhelés egy része a teszteredményekben nem tükröződő tudástöbbletet eredményezett a kontrollcsoporthoz képest, nevezetesen a szoftverkezelési és 3D modellezési kompetenciát.

Az alábbiakban a kutatás eredményeit a hipotézisek szerinti bontásban mutatom be:

H0 főhipotézis: Az általam kidolgozott és használt matematika-didaktikai eszközrendszer alkalmazásakor a jó térszemléletű mérnökjelölt hallgatók tartalmas, sikeres és hasznos munkát tudnak végezni, ugyanakkor a fejlesztésre szorulóknak eredményesen tudunk segíteni.

Az oktatási kísérlet alapján úgy tűnik, hogy ez a hipotézis igaz.

Az általam kidolgozott és kipróbált matematikadidaktikai eszközrendszer domináns összetevői a probléma-orientált és empirikus matematikatanítás didaktikai elvére és az analógiára épülő tananyag-szervezés, valamint a belső differenciálás módszerének számítógéppel támogatott megvalósítása voltak. Ezeknek a segítségével kifejezetten rossz térszemléletű hallgatók is teljesíteni tudták a követelményeket, ugyanakkor a jó térszemléletű hallgatók is fejlődtek.

Megjegyzendő, hogy az eredményes munkához igen nagy szükség volt a hallgatók együttműködésére, munkabírására, szorgalmára, kitartására is, de szerencsére az érdeklődésüket a változatos és színes munkaformákkal és segédletekkel mindvégig fenn tudtam tartani, ezáltal szívesen dolgoztak. Valószínűleg ennek is köszönhető, hogy a számítógépes csoportból kevesebben maradtak ki félév közben, mint a papír-ceruzás csoportból.

H1 hipotézis: A mérnökképzésben a számítógéppel támogatott ábrázoló geometria oktatás hatékonysága – az ismeretanyag elsajátítását illetően – eléri a hagyományosét, ugyanakkor alkalmas a széleskörűen használható számítógépes 3D modellezési kompetencia fejlesztésére is.

Az empirikus kutatás statisztikai eredménye alátámasztja a hipotézist.

A kísérleti csoport eredményei, fejlődésének tempója nem maradt le a hagyományos csoporttól. Ugyanakkor a 3D modellező rendszerek használata nem csak egy új eszközt adott hallgatóink kezébe, hanem alkalmas volt az érdeklődésük fenntartására és motivációjuk növelésére is.

H2 hipotézis: A számítógépes modellezési eszközrendszer használatával kibővül a felvethető problémák köre és fejlődik a hallgatók problémamegoldó potenciálja.

A kísérletben résztvevő hallgatók bátrabban és eredményesebben kísérleteztek a térgeometriai problémák elemzése, megoldása során. A számítógépes csoport kísérletező kedve a feladat megoldása után sem lankadt; mindig volt olyan hallgató, aki általánosabb vagy analóg konfigurációt vizsgálgatott.

A kísérlet során ezzel a hipotézissel kapcsolatos statisztikai értékelésre alkalmas adatrögzítés nem történt, de 10 éves oktatói munkám során szerzett tapasztalataim és megfigyeléseim alátámasztják a hipotézist.

H3 hipotézis: A számítógéppel támogatott oktatással fejleszthető az információk önálló megkeresésének, rendszerezésének és elsajátításának képessége, az élethosszig tanulás kulcskompetencia.

Hallgatóim igényelték és eredményesen tudták használni az általam kidolgozott és felajánlott elektronikus segédleteket. Ezek segítségével a mulasztó, vagy az órákon lemaradó diákok is pótolni tudták az elmaradásukat.

A kísérlet során ezzel a hipotézissel kapcsolatos statisztikai értékelésre alkalmas adatrögzítés nem történt, mivel ezek az anyagok a kontrollcsoport számára is elérhetőek voltak. Megfigyeléseim alapján az önálló tanulási kompetencia mindkét csoportban fejlődött.

H4 hipotézis: A számítógéppel támogatott műszaki ábrázoló geometria oktatása során az SZIE Ybl Miklós Építéstudományi Kar tananyag- és elvárásrendszerének eredményes teljesítésén túl fejleszthető a geometriai térszemlélet, amely az építész szakmacsoportokban alapvető kompetencia.

A számítógéppel támogatott térszemlélet-fejlesztés során olyan didaktikai megoldást alkalmaztunk – az úgynevezett belső differenciálást – amelynek segítségével a kezdetben rossz térszemléletű hallgatóknak hatékony segítséget adtunk úgy, hogy ezzel párhuzamosan a kezdettől jó téri képességű hallgatóink is sokat fejlődtek. Az empirikus adatok alátámasztják a hipotézist.

Személyes megfigyeléseim és a teszteredmények egyedi elemzése alapján néhány hallgató esetében az eredmények nem meggyőzőek. Külön pedagógiai feladat lenne ezeknek a hallgatóknak a gyors megtalálása; nehézségeik természetének a kiderítése, és ezek alapján a személyre szabott segítség felajánlása.

H5 hipotézis: A differenciált műszaki ábrázoló geometria oktatásban részt vevő tanár a tanítási-tanulási segédletek megtervezését, elkészítését és gondozását informatikai háttérrel – többek között az általunk készített, kipróbált és közzétett elektronikus segédanyagokkal – hatékonyabban végezheti mint más eszközökkel.

Ez a hipotézis hosszú idő alatt lenne statisztikailag is vizsgálható. Az elkészített anyagokat közzétettem, bárki hozzáférhet az interneten, aki ki akarja próbálni, fel akarja használni. A reflexiókat gyűjtjük.

Magam jó eredménnyel használtam a kísérlet során a CAD és a 3D-képes dinamikus geometriai szoftvereket az órákon történő szemléltetéshez, az órára való felkészüléshez, a feladatlapok és zárthelyi dolgozatok tervezéséhez valamint az e-learning anyagok készítéséhez. Ugyanakkor az óráimra körültekintőbben és a szokásosnál több időt szánva kellett felkészülnöm. Ez a munka valószínűleg megtérül a következő évek folyamán, amikor már kollégáimmal sok ilyen segédletet elkészítünk, és a továbbiakban már elég ezek közül az éppen aktuális célnak legmegfelelőbbet kiválasztani.

Azt is látnunk kell, hogy a közoktatás és a felsőoktatás feltételrendszere az utóbbi években és napjainkban is gyakran változik. A változások követése, az új paraméterekhez történő alkalmazkodás is többletmunkát követel az oktatóktól, amit informatikai háttérrel lehet hatékonyabban elvégezni.

6.1. További eredmények, az eredmények használhatósága

A hipotézisek bevétele vizsgálatán túl munkám legfontosabb eredményeinek az alábbiakat tekintem:

- Hallgatóimnak egyedülállóan színes és változatos típusú segédleteket tudtam felajánlani: tankönyv, prezentáció, elektronikus tankönyv, honlap szerkesztésekkel és 3D modellekkel, oktatóvideók, térszemlélet-fejlesztő feladatlapok dinamikus 3D modellekkel. A 6 típusból 3 saját tervezésű és kivitelezésű volt, melyek használatával kedvező tapasztalatokat szereztem. Mind a hat típus teljes abban az értelemben, hogy felöleli egy egész szemeszter anyagát.
- Lefordítottam a Cabri3D dinamikus geometriai szoftver felhasználói felületét, súgóját, mintafájljait és a felhasználói kézikönyvét. A magyar nyelvű Cabri3D országos terjesztése azóta is folyamatos.

- Megnöveltem az önálló tanulásra alkalmas eszközök hatékonyságát.
- Általános térszemlélet-fejlesztő, problémaorientált feladatlapokat állítottam össze.
- Új térszemlélet-mérő feladatlapot állítottam össze és próbáltam ki a gyakorlatban.
- Elvégeztem a térszemlélet-fejlesztésben használható informatikai megoldások használhatóságának vizsgálatát, összehasonlítását, értékelését, bírálatát. Többek között általános CAD és DGS rendszereket használtam az oktatásban változatos szerep-körökben: új ismeretek közlése, az érdeklődés felkeltése, szemléltetés, problémafelvetés, problémamegoldás.
- Az általános térszemlélet-fejlesztésen és a 3D modellezés elsajátításán túl hallgatóimnak kitekintést nyújtottam a magasabb dimenziókba.

Az általam kidolgozott segédanyagokat (a mintaszerkesztéseket, a szerkesztések leírásait, az oktatóvideókat, az általános térszemlélet-fejlesztő feladatlap-csomagot, a térszemlélet-mérő tesztlapot, stb.) a dolgozathoz mellékelt függelék tartalmazza, de elérhetők a világhálón is. Ezeket a tanítási gyakorlatban azonnal használni lehet.

Remélem, hogy a dolgozatomban leírt tapasztalatok, a megfogalmazott javaslataim és az általam kidolgozott segédanyagok hozzájárulnak a tanítási folyamatnak a felsőoktatás igen gyorsan változó feltételrendszeréhez való alkalmazkodásához.

Computer-Aided Development of Spatial Abilities in Technical Higher Education

*„It is about an ability indispensable for cultivate
hundreds of professions and vocations... ”**

1. Reasons for the Choice of the Subject

A good spatial skills is a key issue for most engineers. Several studies and even my experience refers to the fact that spatial abilities of students admitted to higher education is not sufficient without exception. Fortunately, spatial skills can be developed. Nevertheless, traditional tools for this have been pushed into the background in relation to, among other things, the spread of competence-based education, the proliferation of higher education and the fast technical progress of the 21st century. That is why I chose the composition and survey of modern or modernly combined didactical methods and tools as a topic of my research.

When developing spatial abilities, traditional concrete models are beyond compare; my suggestion therefore is to use an all-purpose tool, the computer, not instead of but rather, alongside them. Storing traditional models take up much room, and one model may be observed only on one place at a time. Computer models save room, are easily copied and distributed. The majority of traditional models are static. It is much easier to prepare a dynamic model or to combine static and dynamic visualization by computer. Computer-aided models may be elaborated in much more details within a short time.

We may therefore proclaim that by only having visualization in view, the computer has reason to be used, but given the fact of being such a wide-spread and all-purpose tool, the computer may easily be integrated into the learning-and-teaching process. By the use of computers, printed materials may be substituted by electronic textbooks; audios and videos may be shared; one may communicate; one may enable students to practice or examine them; one may design, model.

The change of the tools and the external environmental effects makes a change in the methods and the reinterpretation of the role of a teacher, indispensable. The improvement of technology induces the change of the

* Séra, Kárpáti, & Gulyás: Spatial Abilities. Comenius Publishing House, 2002

methods, and, simultaneously, the improvement of the technology provides new possibilities for a teacher.

2. Methods of the Survey

During the theoretical survey, *I collected, studied, analyzed and compared the books and scientific articles concerning the topic, I listened to the results of others on scientific conferences.* After having examined the scientific literature, I still have several open questions, so I determined the directions and purposes of my survey keeping these, among other things, in view.

I collected personal experiences on whether the efficiency of the development of spatial skills may be enhanced by computers and computer software. I studied and collected data concerning what attitude students have towards education by the computer and whether the application of technology changes task-solving and problem-solving strategy for the students and the role of the teacher.

I was interested in the issue of what fields of activity computers are and are not worth using; which software is advisable to be used in which fields of activity; and what objective conditions the teaching of geometry deserves in a computer classroom. I considered what aspects of the class scheduling should be revised and whether it is advisable to alter or modernize the curriculum we teach.

I have been collecting experience for 10 years. Its summing up was followed by the accomplishment of another practical part of the survey – the comparative teaching experiment. I elaborated on new teaching materials, new training aids, new visualization tools, and I have tried all of them out. After accomplishing the educational experiment, I summarized and evaluated the results.

3. Theoretical Background for the Survey

Authors define spatial ability in different ways, though they all agree that it is a complicated and complex ability; and they have a full consensus that it is the spatial ability that connects the perceived, mapped and the imagined, constructive 3D worlds.

In this survey, instead of the general “common” spatial ability we considered a slightly more specialized definition of *geometrical* spatial ability as authoritative; and we use the following detailed definition summarizing and best reflecting alternative definitions by Éva Vásárhelyi:

Geometrical spatial ability is the mathematics-driven complex of abilities and skills that enables:

- the accurate conception of the shape, size and positional relationship
- clear-cut representation of perceived or conceived figures based on the rules of geometry
- proper reconstruction of unanimously represented figures
- creative solution of several geospatial (mathematical, technical, engineering, etc.) problems, the graphical or linguistic formulation of the solution.

Based on scientific literature, spatial ability can be developed, though its efficiency is variable, in relation to e.g. age, gender, aptitudes (general intelligence), cognitive maturity (sensomotoric and imaginative maturity) and the experiences.

First in my essay I summarized the traditional spatial ability developing methods. Then I made an overview on the computer-aided learning methods. Finally, I linked the two and examined the spatial ability development aided (also) by computer.

4. Hypotheses of the Survey

Still after learning the information traceable in the scientific literature and the research results of others, there are several questions open. Based on all this and on my own experiences and experiments, I am going to examine the following hypotheses by designing and accomplishing an empirical educational experiment:

Principal Hypothesis H0: By applying the set of mathematical–didactical tools I have elaborated and I am using, Engineer Candidate students with a good spatial abilities may do sententious, successful and useful work, and at the same time, students requiring improvement may be effectively helped.

I elaborated on a system to develop spatial abilities that could be easily integrated into the education of descriptive geometry included in the training of engineers. Dominant compounds for this mathematical-didactical set of tools are the curriculum organization based on the didactical principle of the education of problem-oriented and empirical mathematics and analogy; and

the computer-aided realization of the method of internal differentiation. The principal characteristics of the set of tools I elaborated are:

- Spiral structure. Knowledge reoccurs later on, then, however, on a higher level.
- Deliberate and widespread use of analogies.
- Completeness. Assistances cover the curriculum of the whole semester.
- Variety. Offering of various complete assistances, each of which may be elaborated by several working methods. The most important thing about them is to be suitable for individual learning.
- Focus on practice. The material prefers the arousal of the attention and the raising of problems to communicating new knowledge. The curriculum joins closely some sort of a realistic problem, if possible.
- Focus on problems. Development general spatial ability and the enhancement of competence for solving spatial geometrical problems gets more emphasis than learning the geometrical construction algorithms.
- Possibility for differentiation. Assistances enable internal differentiation.
- Assistances are free, easy to disseminate; their hardware requirements are not high; they do not require setting up hard-to-procure software.
- Openness. I always mention the possibilities for generalizing concerning the current material and the problems that point beyond the materials just learned.
- Concurrent development of manual skills and computer-based modeling.

Hypothesis H1: The efficiency of computer-aided education of descriptive geometry, concerning the mastering of the body of knowledge, overtakes that of the traditional, while it may be comprehensively applied for developing the competence for computerized 3D modeling.

Based on my judgment, the majority of the newly-graduated students manage computers well, so the fast mastery of three-dimensional modeling give the students no trouble. Meanwhile, the traditional values of technical descriptive geometry do not get hurt, so the purposes and competences that the subject requires may further be achieved: “The recognition of spatial forms and their correlations. The development of spatial abilities and the establishment of a constructive spatial skills. Geometrical formulation of architectural problems and their construction by a designing depiction.”

Hypothesis H2: The use of a computerized set of modeling tools expands the circle of problems to be raised and the students' problem solving potential.

Our students may exploit computer models well even while raising, analyzing, solving and discussing spatial geometry problems.

Hypothesis H3: The ability to individually search for, systematize and master information and the key competence of lifelong learning may be developed by computer aided education.

Nowadays, individual learning is hard to imagine without an information technology background, nonetheless e.g. our students are in need of assistance in this field due to the enormous quantity of (not always reliable) information available on the world wide web.

Hypothesis H4: During the education of computer-aided technical descriptive geometry, spatial ability – being a fundamental competence for the special groups of architecture – may be further developed beyond successfully accomplishing the curriculum and expectation system of Szent István University Ybl Miklós Faculty of Architecture.

Working with three dimensional modeling and dynamic geometry programs, geometric spatial ability may be developed properly. By working with these pieces of software, students would acquire a surplus knowledge that bears a great value concerning their further studies and their practical works, while not thrusting the further purposes of the subject of technical descriptive geometry into background.

Hypothesis H5: A teacher may accomplish the designing, preparing and maintenance of the teaching and learning study aids easier with an information technology background (with the electronic study aids we have prepared, tried out and published among others) than with other tools.

The increased burdens caused by the classroom differentiation and the diversification of the study aids may be decreased by the use of the information technology background (worksheets, videos, sample geometrical constructs, descriptions and other e-materials). These are available on the website of Szent István University Ybl Miklós Faculty of Architecture Department of Descriptive Geometry and Computer Science or on DVD joined the dissertation.

5. Empirical Research and Experiences Concerning the Survey of the Hypotheses and the Development of Spatial Skills

Our modern era is characterized by the multifold knowledge required for employment that quickly becomes obsolete, that is what makes lifelong learning desirable. Individuals obtain the majority of the knowledge required for their employment not from school anymore, for on the one hand it is too much for schools to transmit the enormous quantity of information, on the other hand schools need a certain time to integrate new knowledge into the process of teaching and learning. After graduating from university, further and further technologies are created, which have to be learned by graduated engineers beside their work.

This leads us to the fact that one of the most important purposes of teaching is developing general abilities. Including the teaching of students to learn, to find, systemize and master information individually. In case of Engineer Students geometrical spatial skills is a very important ability to be developed.

Therefore, the elevation of geometrical spatial ability to the highest level possible is a superior teaching goal concerning the experiment; and, in addition to this, promoting orderliness, patience, meticulousness and working on a high standard. Subordinate goal is expounding technical depiction and the fundamental laws of projection and cutting.

I accomplished the comparative educational experiment on the exercises of the first semester of the subject of Descriptive Geometry including 66 of the first grade full-time BSc Candidate Engineer students aged 19 to 20 of Szent István University Ybl Miklós Faculty of Architecture. I considered the established set of requirements, syllabus, curriculum, weekly scheduling, list of homework, the syllabus and scheduling of midterm tests and second examinations.

I designed the series of actions to be taken in order to achieve my goals. Beside the traditional methods and tools described in the theoretical background of the experiment, I prepared and tried out further and modernly combined visual aids; I helped the students' work with e-learning materials apt for individual learning; and, during teaching new knowledge and problem solving, I placed emphasis on constructive approach and analogies.

5.1. Applying the Method of Internal Differentiation

Reasoning for the choice of subject, I have already referred to the trend of the increasing number of students on the practical classes and that the composition of the group is very heterogeneous. The difference in knowledge level and motivation is enormous.

Therefore I had to design the classes in a way that all types of students, in regards to their knowledge, and any student on any level would get appropriate help from me. All these lead to the fact that I had to differentiate greatly.

The key differentiating tools were worksheets spread on papers or published electronically. These included the steps of an exercise in detail. Everybody could go along with these steps at their own pace. I always had redundant worksheets in case anybody solved the compulsory exercises quicker than others, I always could hand them interesting problems, thought-provoking questions or a more difficult modeling.

Next possibility for differentiating was the use or omission of the various aids I offered: there were students who depicted and modeled the configuration required by the exercise individually with the use of a computer, while others utilized the videos and dynamic figures I had prepared.

I had no inventions in the forms of work, though the rate of applying the various forms of work departed from the average. However, I strived to integrate the new trends of the teaching of mathematics into the process of teaching and learning, and I also provided many types of new tools for my students. The variety of the tools makes learning more varied and all types of students (audile, kinesthetic, verbal and visual) may find the tools best fitting their needs.

5.2. Applying the Elements of Realistic and Problem-Oriented Learning Tendencies

Many new tendencies for teaching Mathematics have popped up in recent times; many of them are under testing and refining. Such a tendency is e.g. the realistic or problem-oriented teaching. I endeavored to integrate the positive elements of these tendencies into my teaching process.

The problem-oriented and realistic teaching methods brought me, similarly to several authors, good experiences. It seems that communicating new knowledge is insufficient to draw the students' attention. Therefore I considered it worthy to raise up a practical problem and when we got stuck

during the solving (facing new problem), they were much more keen to listen to the new ways of solving the problem.

5.3. New Types of and Modernly Combined Study Aids and Their Pay-off

The biggest difficulty in learning the geometrical construction process originates from the fact that students cannot grasp the sequence of the various steps and why each step is appropriate. To overcome this, I applied three methods: the “playback of the construction process” function of dynamic geometry software (DGS), the managing of layers of the CAD systems and I also made tutorial videos.

What seemed to be the advantage of **Cabri3D DGS** was its flexibility, comprehensiveness and simplicity both for teacher and student. It may be handled easily and intuitively, its use practically does not require any learning, and at the same time, geometrical construction can be made very quickly and even “in space” with it. The teacher needs no different software, they can achieve visualization and the preparation of figures by one and only software, and the finished constructions may be easily exported e.g. to the e-learning curriculums. The finished objects and the finished transformations make the constructing process fast, and it is very useful for improvising during the classes. Its disadvantage is that it is not a freeware, it is not programmable, i.e. its menu is not expandable. It also has to be mentioned that it is inconvenient for preparing engineer documentation, nevertheless it had not been written for that purpose.

The advantage of **AutoCAD** is that it is a professional software, so a vast majority of the practical engineer assignments may be solved by its use; it accompanies through the life of the product from design to production.

Its further advantage is that the construction of a three dimensional model makes documentation automatic: the views, the axonometric and perspective projections are obtained ready-made; in case of the use of materials and lights, the software provides shadows and interior visualization. Segments and scaling based on engineer standards may be prepared easily. Its disadvantage is its really high cost, the fluctuating quality of the Hungarian translation and its complexity.

Besides visualizing, both 3D modeling software may be well used for problem solving as well. Also models that we cannot even imagine based on the description, or which are hardly drawn properly by freehand can be “manufactured” with it. The change in the basic conditions alters the model, so with a single construction one may examine countless configurations.

The tutorial video resulted in having the principal advantage of being explicitly suitable for individual learning, so e.g. those who missed the lecture or made no proper notes could later catch up with the material. Its disadvantage is that it may not be parameterized, so it works only with the concrete data entering that I had recorded. A further disadvantage is that the student is a passive spectator of the occurrences, though this – due to the recent quantity of classes and number of students – also stands for, unfortunately, the lectures and even for a part of the practical classes as well. These disadvantages may be reduced by applying tutorial videos combined with the other tools.

5.4. Worksheets Developing General Spatial Ability

Software capable of 3D representation enable solving geometric construction tasks previously only possible with their projections, and by exploiting the dynamic quality, not only one but all solutions may be visualized. Dynamic geometry software capable of 3D may brilliantly visualize geometric positions, which, of course, bare utter importance when solving geometric construction tasks.

I compiled a series of worksheet that, by exploiting the above mentioned characteristics of the dynamic geometrical programs capable of 3D, improves spatial ability. This series of tasks is not closely related to classical descriptive geometry, and it may be used for all subjects that are aimed at the improvement of spatial ability and the formation of a constructive geometrical approach. I distributed these worksheets, e.g. to students who completed their compass-and-ruler tasks much faster than others. Given that, based on the above, they had to process these worksheets individually, I also attached a guide to the solution, or I gave them tasks that lead them step by step to the solution.

5.5. Comparison of the Results of the Experimental Group and the Control Group

Therefore I designed and prepared the above characterized computer-based instructional materials for the specific teaching goals, I tried them out, and compared the results with those of a control group.

The comparison is based on the following materials:

- The scores for the midterm examinations and homework of both the experimental group and the control group are known.
- The results for the tests on spatial abilities preceding the experiment and the final exam at its termination are known.

- Randomly chosen students were made interviews.
- The individual works of the students on practical classes and during the writing of midterm exams were monitored.

Therefore it can be stated that the spatial ability in both groups developed significantly, nearly at the same rate in each group. The success of the experiment therefore lies in that the experimental group acquired a surplus knowledge compared to the control group while accomplishing the conventional requirements of the curriculum on the same quality level.

Based on my observations, the computerized group

- experimented with more bravely, that is positive compared to the pencil-and-paper group;
- they were less skillful in freehand drawing and sketching compared to the traditional group.

It seems therefore that the lack of manual skill (the imperfection present at freehand drawing) may be compensated by computers, which is an evidently positive effect.

At the same time, the use of computers makes freehand drawing repressed, which – mainly in the first semester – is not a good result.

The interviews summarize that the majority considered the computer-aided education of descriptive geometry useful. One may presume moreover that with computer-based modeling tool they became acquainted with and fond of a study aid they may effectively use out of class.

5.6. Recommendation on Professional Content: The Issue of Geometrical Constructibility and Construction Tools

Based on my experiences obtained during computer-aided education (confirmed by the experiment itself), my suggestion is not to stick at all costs to the Euclidean constructions. We should reconsider the acceptable construction tools and the construction steps considered legitimate. My recommendations are fully justified in the following paragraphs.

In case we are working on the construction of a regular pentagon, the way we may accomplish it is by:

- (a) a foldless knot tied onto a ribbon;
- (b) fastening 5 beams of the equally length at a refracting angle of 72° (the exterior angle is $360/5=72^\circ$);
- (c) the rotation of a given angle by 72° (the central angle is $360/5=72^\circ$);
- (d) golden section;
- (e) running the command of regular pentagon in the designing program.

Currently the only method accepted in the practice of education is (d), albeit all the others may also provide adequate accuracy depending on the situation.

It would be worth to overview, together with the economic operators that will employ our undergraduates, which construction tool and step belongs to the tuition of the graduate engineers on which level.

A slow (or in case of some applications a fast) transition time may be presumed concerning the legitimacy of computer-based constructions. Just take a look at that computer-modeled surgical instruments may be “printed out” on the spot of the utilization and immediately applied.

Advocates of the computer-aided constructions emphasize its promptness and the accuracy of the result is limited only by the accuracy of the service periphery. Its opponents propose that its resource utilization is way too big compared to the task.

The lack of agreement leads to such inconsistencies like we constructed perpendicular and parallel lines by a set square though it could be redeemed in Euclidean way. At the same time, an ellipsograph (manual or mechanical) is not legitimate though there is no Euclidean procedure for constructing an ellipsis and countless cases exist when an ellipsis has to be represented. Specialists draw an ellipsis with a cliché or approach it with a bin curve or construct it by a computer with optional accuracy. In traditional drawing what we only can do is to construct “reasonably enough” ellipse dots and tangent lines, then to connect by freehand or a curve template. Well, Euclidean construction permits neither freehand drawing, nor elliptical ruler.

Obviously there are several didactical purposes colliding with each other.

- Requiring the Euclidean construction with ruler and compass has a superior training role concerning construction: this is the mean to develop the manual skill, memory (by learning the steps of constructions), patience and accuracy.
- Circular functions or models workable exclusively by approximate computing happen even in the simplest engineering designing. Even this field requires considerable resource utilization, and nowadays we do not use slide-rule and we have already outgrown the four-figure function table.
- There are such examples in the fields of mathematical applications as well: though there exists a solution function for equation of the third degree and also one for the equation of the fourth degree, but no one applies it, because of equations of even a higher degree may be

solved much faster and with an optional accuracy by numerical methods.

If superior educational goals are important and they cannot be accomplished concerning other parts of the subject, then the conventional tool and method has to be taught.

My personal opinion on this is that the need for a computer with a CAD system in the preparation for engineering and in the practice of engineering is not an exaggeration.

5.7. Problem-oriented Training Method

During the education of technical descriptive geometry, one of the most important superior training goal- is the development of spatial skills. On account of this, based on my experiences, I suggest the more frequent and didactically established application of CAD systems and problem-oriented training method. For example, advantages are worth being demonstrated to those averse for computers and their compensation should be helped.

Opponents say CAD systems are not appropriate for developing spatial abilities, for the spectacle appears at the touch of a button, too fast and complex, and mental processing and analyzing are omitted.

My experience, nonetheless, is that CAD systems are not so easy to model with at all as several would think. It is true that the analyzing splits into two, for the application of CAD requires the accomplishment of several analyses beforehand and decisions have to be made.

I believe it is worth assigning tasks in which the student themselves may choose the method and the tool for solving it. These kind of tasks fit into the education of practice-oriented mathematics.

5.8. Suggestions on Making the Differentiation and Closing Up Easier

I suggest the conducting of a replacement test in the beginning of the semester that measures spatial abilities (80%) and is a test on motivation (20%). It is natural to divide students into groups based on their replacement test in language groups and other subjects as well, or they are ordained a compensation or closing up.

The system of replacement tests should be applied in descriptive geometry as well. Recently, students actually choose a teacher and a schedule in the "Neptun" system, though a breakdown into levels would be effective. In this case, differentiation would be more successful and would mean

adequate help and more accomplishment for students with limited preparedness.

Finding students who perform weaker on the final exam than the preliminary test, or students who throw in their semester because they find the requirements unrealizable would be an extra pedagogical task. If those students are identified in time, the differentiation could go further concerning the methods, thus laggards could be persuaded to work and given the chance to close up.

5.9. Didactical Aspects of the Use of Computers on Classes

On the first level of computer-utilization on seminars, only the teacher uses the computer, mainly for demonstrative purposes. Students may obtain electronic study aids before or after the classes.

The advantage for this method is a not too big resource utilization (laptop + projector), and that the methods for training do not differ significantly from the traditional procedure (constructing with a chalk at the blackboard). Students in this case play a more passive part; however the demonstration hopefully arouses their interest and induces them to want to model with a computer.

On the second level, students are provided with computers. On this level, the teacher projects the process of the constructing or modeling while students follow the steps on their own computers. This way the students learn the handling of the software while conventional constructing steps are now accomplished by not a ruler and a compass but by a computer.

Benefits of the method:

- After mastering the handling of the software, this method makes constructions faster and more accurate than in working on a paper.
- Besides constructing planar drawings, 3D modeling is also available.
- The “drawing-paper” has a practically immense extent.
- The constructing process may be played back.
- The construction may be parameterized and dynamic.
- The view may be freely chosen, including projection methods; many types of lines, styles of surface, colors; styles and directions of views.

Drawbacks of the method:

- Requires much resources.
- The development of draftsmanship is thrown into the shade.

- Constructions made by computers may be copied practically without any work and done easily. Though this is not a particular factor of the classes, but it plays a role in compiling portfolios.

Level three may be accessed by the raising of the students' cognitive level. In this case, the teacher projects or discloses one or more possible solutions of the problem by the end of the class at most. Students have to construct and model individually. This method is suitable for the students' independent experimenting, problem-raising and their solving. It is suitable for analyzing, discussing several solutions (by students) and for evolving creativity.

Benefits of the method:

- This method includes all benefits of the previous method.
- Moreover, its positive feature is that it means an active session for students.

Drawbacks of the method:

- Requires excessive time and resources.
- Based on my experience, it may not be applied together with the conventional methods, for when a student constructs with ruler and compass and his neighbor uses computer, they bother each other's working.
- Its further drawback of individual computer-aided modeling is that students consider it redundant while having to submit midterm exams and homework on paper and constructed by ruler and compass.

An interim suggestion of compromise is

- to hold only some of the classes in the computer room in the beginning, and
- to have an examining where one may choose whether to work with conventional tools or the computer.

During the interim period we would collect experiences, and prepare for giving a greater emphasis to the computer-aided constructing and modeling at the expenses of the ruler-and-compass constructing.

5.10. Diversified Forms of Work, Variegated Study Aids

My suggestion is to make the mine of study aids variegated and to increase the diversification of our methods. There are several types of students, thus our tools, methods and study aids must be diversified as well.

Let's provide many and many types of free electronic study aids to the students. Let's join forces and make our study aids elaborated by teachers of

technical higher-education institutes concerning descriptive geometry available in one place.

E-learning materials made available for free mean great help for students on the correspondence course, those absent and those being behind in the classes.

6. The Results Compared to the Hypotheses

According to the measured data, the experimental group, despite the extra load, performed at least as well as the control group, concerning either the requirements of the subject or the improvement of the spatial ability. Despite the extra load, there were less drop-outs in the experimental group during the semester than in the control group. The advantage of the experimental group is not significant.

By extra load we mean factors like

- the computer-aided group practiced less traditional geometrical construction by compasses and ruler, nevertheless, they were tested by compasses and ruler;
- besides the subject of descriptive geometry, the computer-aided group had to become acquainted with the running of the different software and 3D modeling.

A part of the extra load on the computer-aided group resulted in a knowledge surplus in comparison to the control group, not reflected in the test results – namely the ability of software management and 3D modeling.

In the following section I present the results of the research in breakdown to hypotheses:

Principal Hypothesis H0: By applying the set of mathematical–didactical tools I have elaborated and I am using, Engineer Candidate students with a good spatial abilities may do sententious, successful and useful work, and at the same time, students requiring improvement may be effectively helped.

Based on the educational experiment, this hypothesis seems to be true.

The dominant components of the mathematical-didactical set of tools I elaborated were the organization of curriculum based on the didactical principle of analogy, problem-oriented and empirical teaching of mathematics, and the realization of the method of internal differentiation aided by computers. With this help, students with explicitly bad spatial abilities may

also accomplish the requirements, while students with good spatial ability could also progress.

It is worth mentioning that the successful work rather required the cooperation, working capacity, diligence, perseverance of the students, though I could also arouse and keep their attention aroused by variegated and diverse forms of working and study aids, therefore they worked with more pleasure. It may be due to this that fewer students in the computerized group dropped out during the semester than in the paper-and-pencil group.

Hypothesis H1: The efficiency of computer-aided education of descriptive geometry, concerning the mastering of the body of knowledge, overtakes that of the traditional, while it may be comprehensively applied for developing the competence for computerized 3D modeling.

The statistical result of the empirical research confirms this hypothesis.

The results of the experimental group, its developmental pace does not drop behind that of the conventional group. At the same time, the use of the 3D modeling system offered not only a new tool to students, but it was suitable to maintain their interest and increase their motivation.

Hypothesis H2: The use of a computerized set of modeling tools expands the circle of problems to be raised and the students' problem solving potential.

The students in the experimental group experimentalized more courageously and successfully during the analysis and solving of spatial geometrical problems. The experimental spirit of the computerized group was unflagging even after having solved the task; there was always one or two students who was surveying a more general or an analogous configuration.

There was no data recording applicable for statistical measuring during the experiment, though the experiences and observations distilled during my educational career of 10 years confirm this hypothesis.

Hypothesis H3: The ability to individually search for, systematize and master information and the key competence of lifelong learning may be developed by computer aided education.

My students demanded and could efficiently use the electronic study aids I had elaborated and offered them. This helped catch up on work those who missed the class or those who were behind in class.

There was no data recording applicable for statistical measuring during the experiment, for these materials were also available for the control group.

Based on my observations, the competence for individual learning improved in both groups.

Hypothesis H4: During the education of computer-aided technical descriptive geometry, spatial ability – being a fundamental competence for the special groups of architecture – may be further developed beyond successfully accomplishing the curriculum and expectation system of Szent István University Ybl Miklós Faculty of Architecture.

During the computer-aided development of spatial ability we applied a didactical solution (the so-called internal differentiation) that could efficiently help the students with an initially wrong spatial ability, while, concurrently, the students with a good spatial ability from the beginning improved much as well. The empirical data confirm the hypothesis.

Based on my personal observations and the individual analysis of the test results, there are some students whose results are not convincing. Finding these students fast, detecting the origin of their difficulties and based on that offering them personalized help would be an extra pedagogical task.

Hypothesis H5: A teacher may accomplish the designing, preparing and maintenance of the teaching and learning study aids easier with an information technology background (with the electronic study aids we have prepared, tried out and published among others) than with other tools.

This hypothesis would take a very long time to become statistically examinable. The materials I elaborated are published, they are available for anyone who wants to try them out or use them. Comments are welcome.

I myself utilized CAD and dynamic geometry software capable of 3D for visualization on the classes, for preparing for the classes, for preparing worksheets and midterm exams and e-learning materials with good results. On the other hand, I had to spend much more time than usual to prepare for the class and to be more careful. This work will probably be compensated during the years to come when we will have lots of these study aids prepared and we will only have to choose the most suitable from them for the specific purpose.

It must be noted as well that the system of conditions in higher education has been and still is in constant change. The pursuance of the changes, the adaption to the new parameters requires additional work from the teachers more efficiently achieved by information technology background.

6.1. Further Results and the Applicability of the Results

Over the investigation of hypotheses I consider the following to be the most important results of my work:

- I could offer my students exceptionally colorful and diversified aids: textbook, presentation, electronic textbook, website with constructs and 3D models, educational video, worksheets to develop spatial ability including dynamic 3D models. 3 out of 6 were my own design and construction that brought me congenial experiences. All six types are complete in the sense that they embrace the material of the whole semester.
- I translated the user interface, the help, the sample files and user's manual of the Cabri3D dynamic geometry software. The dissemination of the Hungarian Cabri3D is still continuous country-wide.
- I increased the efficiency of the tools suitable for individual learning.
- I compiled general spatial ability developing and problem oriented worksheets.
- I compiled a new spatial ability measuring worksheet and tested it in practice.
- I accomplished the survey, comparison, evaluation and searching analysis of the usability of the information system solutions employable in the development of spatial ability. Among other things, I used general CAD and DGS systems in education in diverse roles: disclosing new knowledge, arousing interest, demonstrating, raising a problem, problem-solving.
- Beyond developing general spatial ability and teaching the 3D modeling, I offered my students an outlook on the higher dimensions.

The study aids I elaborated (sample constructs, descriptions of the designs, tutorial videos, package of worksheets for developing the general spatial skills, test sheet measuring spatial abilities, etc.) is included in the appendix attached to the present essay and are also available on the net. These are instantly employable in the teaching practice.

I hope the experiences I described, the recommendations I drafted in this essay, and the study aids I elaborated may contribute to the adaptation of the rather fast changing system of conditions of the educational process.

7. A szerző publikációs jegyzéke

7.1. Referált, angol nyelvű, nyomtatott publikációk

- [1] J.KATONA-E.MOLNÁR: Visibility of the higher-dimensional central projection into the projective sphere
Acta Mathematica Hungarica 123 (3), pp:291-309. Springer (2009)
ISSN: 0236-5294
Impact factor: 0,522
- [2] J.KATONA: Solving 2 and 3-dimensional problems with help of dynamic geometry software
Beiträge zum Mathematikunterricht 2008. Vorträge auf der 42. GDM Tagung für Didaktik der Mathematik, pp: 360-363. Martin Stein Verlag, Münster (2008)
ISBN: 978-3-9811015-7-7
- [3] J.KATONA-GY.NAGY: Connectivity for rigidity
Studies of the University of Zilina Mathematical Series 24, Volume 1, pp: 59-64. (2010)
ISSN: 1336-149X
- [4] J.KATONA-E.MOLNAR-I.PROK-J.SZIRMAI: Higher dimensional central projection into 2.plane with visibility and application
Kragujevac Journal of Mathematics, Vol. 35, No. 2, pp: 249-263. (2011)
ISSN: 1450-9628
- [5] J.KATONA-E.MOLNÁR-I.PROK: Visibility of the 4-dimensional regular solids, moving in the computer screen
Proceedings of 13 th International Conference on Geometry and Graphics, pp: 1-11. Dresden, (2008)
ISBN: 978-3-86780-042-6
- [6] J.KATONA-E.MOLNÁR: A visibility algorithm for the projection $PS^d \rightarrow PS^2$
Proceedings of the 7th International Conference on Applied Informatics, Vol. I., pp: 99-106. Eger (2007)

7.2. Lektorált, angol nyelvű, nyomtatott publikációk

- [7] J.KATONA: Improving students' three-dimensional eyesight by CAD models
Proceedings of MicroCAD 2005 International Scientific Conference, pp: 195-200. Miskolc (2005)
ISBN: 963 661 660 4
- [8] J.KATONA: One programm – more than a million exercises
Proceedings of the 3th International Conference on Applied Informatics, Vol. 2, pp: 391-394. Eger (1997)
- [9] J.KATONA-GY.NAGY: Writing scripts to extend import of CAD softwares
Annual News, Volume 3, Issue 1, pp: 67-71. SZIE YMÉK, Budapest (2005)
- [10] K.BOGNÁR-J.KATONA: New way in teaching constructive/descriptive geometry
Abstracts of Conference on Constructive Geometry, pp: 30.
Balatonföldvár (2005)
- [11] J.KATONA-GY.NAGY: An E-learning system optimized mathematical and geometrical content: NS-eCMS
Abstracts of Networkshop, pp: 121. Szeged (2005)

7.3. Magyar nyelvű, nyomtatott publikációk

- [12] KATONA JÁNOS: A geometriához kapcsolódó kompetenciák fejlesztésének egyre bővülő eszköztára
Szakoktatás, 2009/7, 8-11. oldal
ISSN: 0237-5338
- [13] KATONA JÁNOS: Ablak Európára: Content Management and Collaboration System for eLearning of Natural Sciences
ICI3: International Conference on Information, Agria Media konferencia - kiadvány, I. kötet, 164-167. oldal, Eger (2004)
ISBN: 963 9417 09 2
- [14] KATONA JÁNOS: Variációk egy témára
A matematika tanítása 1996/2,
ISSN: 1216-6650
- [15] KATONA JÁNOS: Számítógép a fizikaszertárban
Agriamédia konferencia - kiadvány, pp: 216-219. Eger, 1996
ISSN: 1417-0868
- [16] KATONA JÁNOS: Méréskiértékelés EXCEL5-tel
Informatika a felsőoktatásban konferencia - kiadvány, pp: 867-974.

Debrecen, 1996

ISBN: 963 0470 26 8

- [17] KATONA JÁNOS: Táblázatkezelés
tankönyv
APC-Stúdió 1995, második kiadás 1997, harmadik kiadás 1998.
Az év informatika tankönyve 1996-ban.
Terjedelem: 114 oldal B/5
Tankönyvi azonosító: AS-0051
- [18] KATONA JÁNOS: Bevezetés a táblázatkezelésbe
BSc egyetemi jegyzet, SZIE-YMMFK Kiadó 2006
Terjedelem: 32 oldal A/4
második, átdolgozott bővített kiadás 2008
Terjedelem: 40 oldal A/4
ISBN: 978-963-2690-46-9

7.4. Szakmai konferenciákon tartott előadások

- [19] Efforts in descriptive geometry education and their result
(dr. Bölcskei Attilával közösen)
International Conference on Geometria, Novi Sad,
2012. június 22-24.
- [20] Még több dinamikus geometria (dr. Bölcskei Attilával közösen)
Országos ábrázoló és konstruktív geometria konferencia, Congeo,
Budapest, 2012. június 1.
- [21] Térgeometria problémák megoldása 3D modellező eszközökkel
GeoGra 2012 Conference, Budapest, 2012. január 20-21.
- [22] 3D-képes dinamikus geometria programok alkalmazásának lehetőségei
Geometria & Elektronikus Ábrázolás, Budapest, 2011. január 21.
- [23] Szemléltetváltás a szemléltetésben
Hundidac, Budapest, 2010. november 18-20.
- [24] Higher dimensional central projection into 2D plane with visibility and
application
(dr. Molnár Emillel és dr. Prok Istvánval közösen)
XVI Geometrical Seminar, Vrnjacka Banja, 2010. szeptember 20-25.
- [25] Térgeometriai problémák megoldása aktív táblán
Varga Tamás Módszertani Napok, Budapest, 2009. november 6-7.
- [26] Visibility of the 4-dimensional regular solids, moving into the computer
screen (dr. Molnár Emillel és dr. Prok Istvánval közösen)
13th International Conference on Geometry and Graphics,
Dresden, 2008. augusztus 4-8.

- [27] Solving 2 and 3-dimensional problems with help of dynamic geometry software
Gesellschaft für Didaktik der Matematik, Budapest, 2008. március 13-18.
- [28] Visibility of the Higher-dimensional Central Projection onto the Projective Sphere
(dr. Molnár Emillel közösen)
Conference on Geometry theorie and Application, Vorau, 2007. június 3-8.
- [29] A visibility algorithm for the projection $PS^d \rightarrow PS^2$
(dr. Molnár Emillel közösen)
7th International Conference on Applied Informatics, Eger, 2007. január 28-31.
- [30] Teknőcgrafika új ötletekkel
INFO 2006, Békéscsaba, 2006 november 16-18.
- [31] Teknőcgrafika egy matematikai programcsomagban
HungaroLogo 2006, Budapest, 2006 szeptember 23.
- [32] Számítógéppel támogatott ábrázoló geometria oktatás
Konstruktív geometria konferencia 2006, Budapest, 2006. május 5.
- [33] Rajzoló-szerkesztő programok oktatásának tapasztalatai
INFO 2005, Békéscsaba, 2005. november 17-19.
- [34] New way in teaching constructive/descriptive geometry
(Máthéné dr. Bognár Katalinnal közösen)
Conference on Constructive Geometry 2005, Balatonföldvár, 2005. szeptember 5-9.
- [35] Egy matematikai és geometriai tartalomra optimalizált E-learning fejlesztés
(dr. Nagy Gyulával közösen)
Networkshop 2005, Szeged, 2005. március 30-31.
- [36] Improving students' three-dimensional eyesight by CAD models
MicroCAD 2005, Miskolc, 2005. március 10-11.
- [37] Egy európai kezdeményezés távoktatás és hagyományos oktatás támogatására
(Hídvéginé Miklós Katalinnal és Hídvégi Imrével közösen)
Építőmérnöki tudományos tanácskozás, Budapest, 2004. november 25.
- [38] Ablak Európára: Content Management and Collaboration System for eLearning of Natural Sciences
ICI3: International Conference on Information, Agria Media 2004
Eger, 2004. október 18-19.

- [39] Programozási tételek megvalósítása az Excelben
"INF.O. '97" Informatika és számítástechnika az oktatásban
konferencia
Békéscsaba 1997.
- [40] One program - more than a million exercises
International Conference on Applied Informatics, Noszvaj 1997.
- [41] Számítógép a fizikaszertárban
Agriamédia kiállítás és konferencia, Eger 1996.
- [42] A PC-port programozása
"INF.O. '96" Informatika és számítástechnika az oktatásban
konferencia
Békéscsaba 1996.
- [43] Mérésiértékelés EXCEL5-tel
Informatika a felsőoktatásban konferencia, Debrecen 1996.
- [44] A NAT és a BASIC
"INF.O. '95" Informatika és számítástechnika az oktatásban
konferencia
Békéscsaba 1995.

7.5. Lectori és szakértői tevékenység, fordítások

- [45] Cabri3D szoftver felhasználói kézikönyvének, interface felületének, példafájljainak és online súgójának; valamint a Cabri II Plus szoftver felhasználói kézikönyvének és példafájljainak magyarra fordítása, 2009.
- [46] Fuchs – Siller – Vásárhelyi: Informatics with Casio CP 300+ Part II: Basics in Functional Modelling magyarra fordítása. Kiadó: Casio Europe GmbH, March-2008.
- [47] Mészáros Gergely: Bevezetés az adatbázis-kezelésbe
BSc egyetemi jegyzet lektorálása, SZIE-YMMFK Kiadó 2006
- [48] Csernoch László – Csernoch Lászlóné: Word 6.0 gyakorlatok
Bírálat a tankönyvvé nyilvánításhoz, 1998.
- [49] Széchenyi István Közgazdasági és Külkereskedelmi Szakközépiskola
OKJ vizsgaelőkészítő tematikájának bírálata, 1997.
- [50] Csatlós István: Windows
Lektorálás, APC-Stúdió Kiadó, 1994.
- [51] Pap Zoltán: Számítástechnikai füzetek 1:
A számítógép felépítése és a DOS operációs rendszer
Lektorálás, 1994.

TARTALOMJEGYZÉK

1. A TÉMAVÁLASZTÁS INDOKLÁSA.....	1
2. A KUTATÁS MÓDSZEREI	2
3. A KUTATÁS ELMÉLETI HÁTTERE.....	2
4. A KUTATÁS HIPOTÉZISEI.....	3
5. A HIPOTÉZISEK VIZSGÁLATÁRA ÉS A TÉRSZEMLELET FEJLESZTÉSÉRE VONATKOZÓ EMPIRIKUS KUTATÁS ÉS TAPASZTALATAI	6
5.1. A BELSŐ DIFFERENCIÁLÁS MÓDSZERÉNEK ALKALMAZÁSA	6
5.2. A REALISZTIKUS ÉS A PROBLÉMAORIENTÁLT TANULÁSI IRÁNYZAT ELEMINEK FELHASZNÁLÁSA	7
5.3. ÚJ TÍPUSÚ, ÚJSZERŰEN KOMBINÁLT OKTATÁSI SEGÉDLETEK, BEVÁLÁSUK	8
5.4. ÁLTALÁNOS TÉRSZEMLELET-FEJLESZTŐ FELADATSOROK	9
5.5. A KÍSÉRLETI ÉS A KONTROLLCSOPORT EREDMÉNYEINEK ÖSSZEHASONLÍTÁSA	9
5.6. A SZAKMAI TARTALOMRA VONATKOZÓ JAVASLAT: A SZERKESZTHETŐSÉG ÉS SZERKESZTÉSI SEGÉDESZKÖZ KÉRDÉSE	10
5.7. A PROBLÉMAORIENTÁLT TANÍTÁSI MÓDSZER.....	12
5.8. JAVASLAT A DIFFERENCIÁLÁS ÉS A FELZÁRKÓZTATÁS MEGKÖNNYÍTÉSÉRE.....	13
5.9. DIDAKTIKAI SZEMPONTOK A SZÁMÍTÓGÉP ÓRAI HASZNÁLATÁHOZ	13
5.10. VÁLTOZATOS MUNKAFORMÁK, SOKSZÍNŰ SEGÉDLETEK	15
6. EREDMÉNYEK A HIPOTÉZISEKKEL ÖSSZEVETVE	15
6.1. TOVÁBBI EREDMÉNYEK, AZ EREDMÉNYEK HASZNÁLHATÓSÁGA	18

ENGLISH VERSION

1. REASONS FOR THE CHOICE OF THE SUBJECT	20
2. METHODS OF THE SURVEY	21
3. THEORETICAL BACKGROUND FOR THE SURVEY	21

4. HYPOTHESES OF THE SURVEY.....	22
5. EMPIRICAL RESEARCH AND EXPERIENCES CONCERNING THE SURVEY OF THE HYPOTHESES AND THE DEVELOPMENT OF SPATIAL SKILLS ..	25
5.1. APPLYING THE METHOD OF INTERNAL DIFFERENTIATION	26
5.2. APPLYING THE ELEMENTS OF REALISTIC AND PROBLEM-ORIENTED LEARNING TENDENCIES.....	26
5.3. NEW TYPES OF AND MODERNLY COMBINED STUDY AIDS AND THEIR PAY-OFF.....	27
5.4. WORKSHEETS DEVELOPING GENERAL SPATIAL ABILITY.....	28
5.5. COMPARISON OF THE RESULTS OF THE EXPERIMENTAL GROUP AND THE CONTROL GROUP	28
5.6. RECOMMENDATION ON PROFESSIONAL CONTENT: THE ISSUE OF GEOMETRICAL CONSTRUCTIBILITY AND CONSTRUCTION TOOLS	29
5.7. PROBLEM-ORIENTED TRAINING METHOD	31
5.8. SUGGESTIONS ON MAKING THE DIFFERENTIATION AND CLOSING UP EASIER.	31
5.9. DIDACTICAL ASPECTS OF THE USE OF COMPUTERS ON CLASSES	32
5.10. DIVERSIFIED FORMS OF WORK, VARIEGATED STUDY AIDS	33
6. THE RESULTS COMPARED TO THE HYPOTHESES	34
6.1. FURTHER RESULTS AND THE APPLICABILITY OF THE RESULTS	37
 7. A SZERZŐ PUBLIKÁCIÓS JEGYZÉKE.....	 38
7.1. REFERÁLT, ANGOL NYELVŰ, NYOMTATOTT PUBLIKÁCIÓK	38
7.2. LEKTORÁLT, ANGOL NYELVŰ, NYOMTATOTT PUBLIKÁCIÓK.....	39
7.3. MAGYAR NYELVŰ, NYOMTATOTT PUBLIKÁCIÓK.....	39
7.4. SZAKMAI KONFERENCIÁKON TARTOTT ELŐADÁSOK	40
7.5. LEKTORI ÉS SZAKÉRTŐI TEVÉKENYSÉG, FORDÍTÁSOK	42