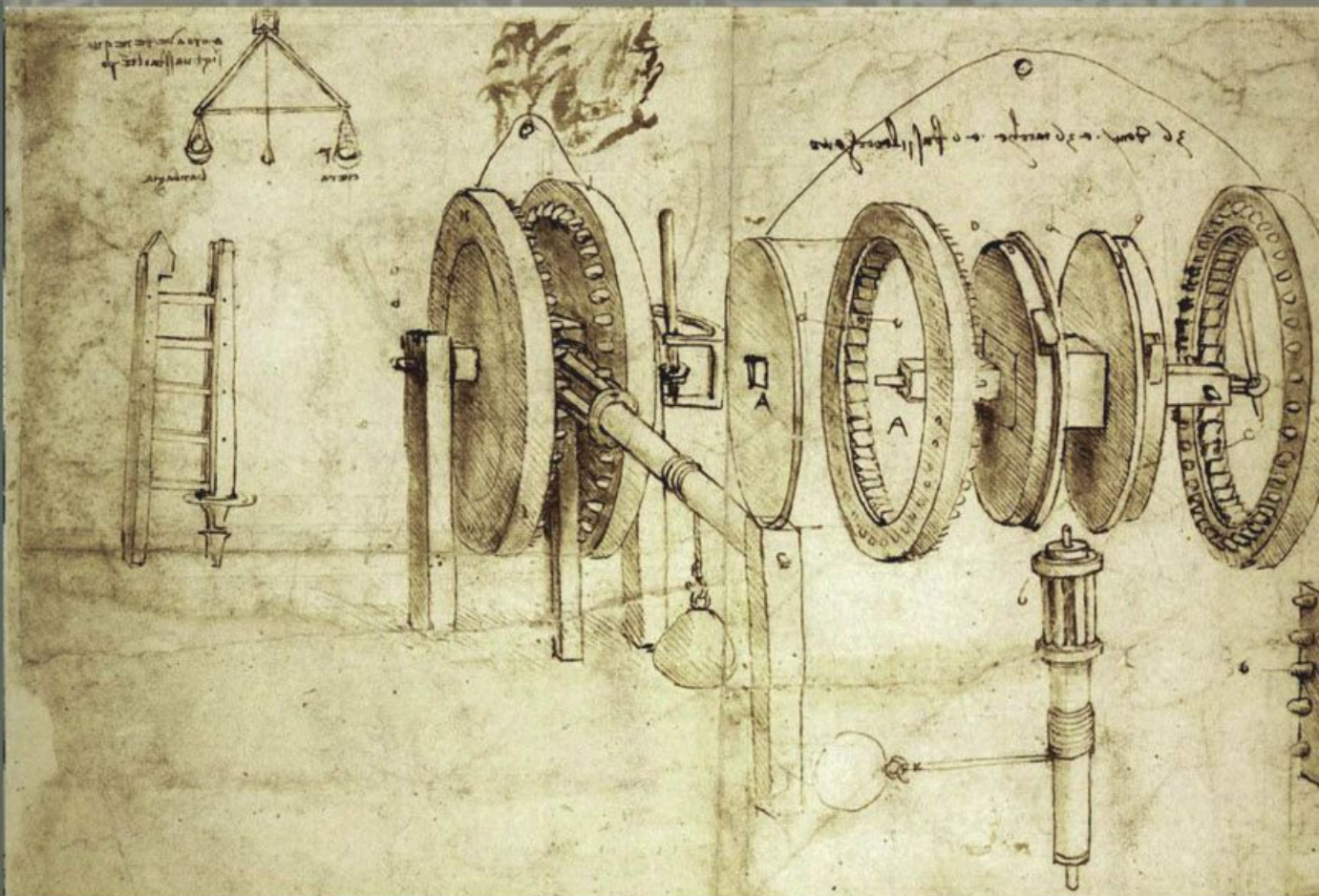


Gépszerkezetek méretezése

Gépelemek jegyzet
Összeállította:

Dr. Juhász
György



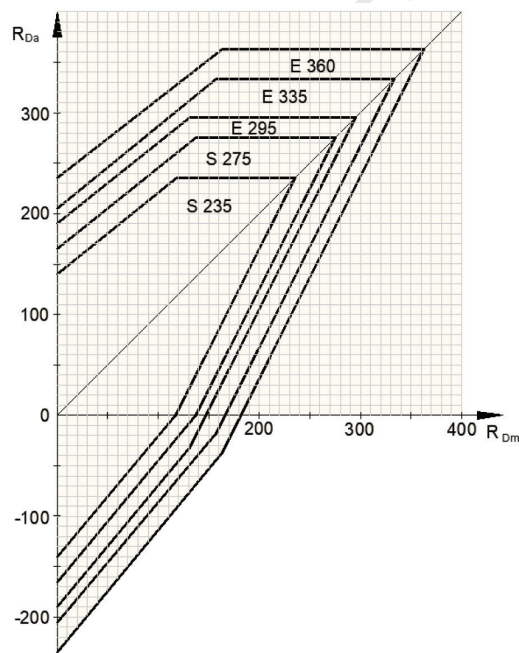
Debreceni Egyetem Műszaki Kar
Gépészmérnöki Tanszék

DEBRECENI EGYETEM
MŰSZAKI KAR
GÉPÉSZMÉRNÖKI TANSZÉK

GÉPSZERKEZETEK MÉRETEZÉSE

Gépelemek jegyzet

Összeállította:
Dr. Juhász György



Debreceni Egyetemi Kiadó
Debrecen University Press
2018

Lektorok:

Dr. Mankovits Tamás

Egyetemi docens

Debreceni Egyetem, Műszaki Kar, Gépész- és Járműmérnöki Intézet,
Gépészmérnöki Tanszék

Dr. Tiba Zsolt

Főiskolai tanár

Debreceni Egyetem, Műszaki Kar, Gépész- és Járműmérnöki Intézet,
Gépészmérnöki Tanszék

© Debreceni Egyetemi Kiadó Debrecen University Press,
beleértve az egyetemi hálózaton belüli elektronikus terjesztés jogát is

© Készült: a Debreceni Egyetem, Műszak Kar,
Gépészmérnöki Tanszék gondozásában

ISBN 978 963 318 035 8

Kiadta: a Debreceni Egyetemi Kiadó Debrecen University Press

Felelős kiadó: Karácsony Gyöngyi

Nyomdai munkálatokat

a Debreceni Egyetem sokszorosítóüzeme végezte 2018-ban.

www.dupress.hu

Tartalomjegyzék

1. A MÉRETEZÉS ALAPELVE	4
1.1. A biztonság fogalma	4
1.1.1. Abszolút biztonság	5
1.1.2. Számított biztonság	5
1.1.3. Előírt biztonsági tényező	6
2. TERHELÉSEK.....	7
2.1. Terhelések típusai.....	7
2.2. A terhelések meghatározásának módszerei	8
2.3. Terhelésmodellek	10
2.3.1. Statikus terhelésmodell.....	10
2.3.2. Dinamikus terhelésmodell.....	10
3. IGÉNYBEVÉTELEK.....	12
3.1. Egyszerű igénybevételek	12
3.2. Összetett igénybevételek	15
3.2.1. Mohr-modell.....	15
3.2.2. Huber-Misses-Hencky-modell.....	15
3.3. Különleges igénybevételek.....	18
4. SZERKEZETEK TEHERBÍRÓ-KÉPESSÉGE	20
4.1. Mért teherbíró-képesség	20
4.2. Számított teherbíró-képesség.....	20
4.2.1. Statikus terhelésű szerkezetek teherbíró-képessége	20
4.2.2. Különleges terhelésű szerkezetek teherbíró-képessége - kihajlás	23
4.2.3. Váltakozó igénybevételű szerkezetek teherbíró-képessége.....	25
5. SZERKEZETEK BIZTONSÁGÁNAK MEGHATÁROZÁSA	42
5.1. Időben állandó terhelésű szerkezetek számított biztonsága.....	42
5.2. Időben változó terhelésű szerkezetek számított biztonsága.....	43
5.2.1. Számított biztonság egyszerű igénybevételeknél	43
5.2.2. Számított biztonság összetett igénybevételeknél.....	45
6. FÜGGELÉK	47
7. IRODALOMJEGYZÉK.....	55

1. A méretezés alapelve

Egy adott feladat ellátására szerkesztett gépi berendezés akkor képes a vele szemben támasztott követelményeknek eleget tenni, ha az a tervezett élettartamon belül meghibásodás és tönkremenetel nélkül működik.

Egy berendezés tervezett élettartamát a terméket létrehozó tervező és gyártó határozza meg. Értéke az érdekektől függően nagyon széles skálán mozog. A tervezés alapelve lehet a „Bölcsőtől bölcsőig tervezve” vagy a „Tervezett elavulásra tervezve” elve is. Az előbbi alapelv az életre szóló termék igényének, míg az utóbbi a piacgazdaságnak a terméke.

Meghibásodottnak, tönkrementnek tekintjük a berendezést, ha valamely szerkezeti eleme olyan állapotba kerül, mellyel megszünteti a gép működőképességét, megakadályozza, hogy a gép ellássa feladatát.

A tönkremeneteli állapot, melyet határállapotnak is nevezünk lehet az alkatrész:

- törése,
- a meghatározottnál nagyobb rugalmas, vagy maradó alakváltozása,
- statikus, vagy dinamikus instabil állapota,
- felületének kopása, kipattogzása, berágódása,
- a kívántnál nagyobb hőmérséklete stb.

A szerkezeti elemeket és azok kapcsolatait úgy kell legyártani, összeszerelni, valamint a gépi berendezést úgy kell üzemeltetni, hogy tönkremeneteli állapot ne következzen be. Anyagukat, méreteiket ennek megfelelően kell megválasztani.

Azt az interaktív optimalizációs munkát, mellyel az alkatrészek megkívánt szilárdsági tulajdonságait meghatározzuk, méretezésnek nevezzük.

A méretezés a legegyszerűbb esetektől eltekintve bonyolult szellemi tevékenységet jelent, mely folyamatában a valóságot megközelítő, de azt pontosan soha le nem képző modellekkel dolgozik. Az alkalmazható modellek részben ismertek az előző tanulmányokból (pl. mechanika), más részük új, melyeket a későbbiekben kell megismerni.

1.1. A biztonság fogalma.

Egy szerkezet elemeit azok működése közben terhelések érik, melyek azokat igénybe veszik. Ezeket a terheléseket, illetve igénybevételeket a szerkezeti elemek tönkremenetel nélkül adott ideig elviselik, ha azok egy határt nem haladnak meg, azaz az elemeknek teherbíró-képességük van.

Következésképpen, ha egy szerkezeti elemre ható terhelések soha nem haladják meg annak idővel csökkenő teherbíró-képességét, tönkremenetel nem következik be. Ez a feltétel tehát abszolút biztonságot jelent a tönkremenetellel szemben. A biztonság annál nagyobb minél nagyobb az elem teherbíró-képessége a terheléshez viszonyítva.

1.1.1. Abszolút biztonság

Az abszolút biztonság, számszerűen kifejezve:

$$\frac{\text{Teherbíró – képesség}}{\text{Terhelés}} = \text{Abszolút biztonság}$$

egyszerűbb jelölésekkel

$$\frac{H(t)}{T(t)} = n(t) \quad (1)$$

ahol:

- $H(t)$ az időben változó (általában csökkenő) teherbíró-képesség, mint határállapot,
- $T(t)$ az időben változó terhelés,
- $n(t)$ az abszolút biztonság mérőszáma az úgynevezett tényleges biztonsági tényező.

Megvizsgálva az (1) relációt az alábbi következtetések vonhatók le:

- a) Ahhoz, hogy a szerkezet működőképes legyen az $n \geq 1$ feltételnek mindenkor fenn kell állni, ami a szerkezetek túlméretezését jelenti.
- b) A tényleges biztonsági tényező nem állandó érték, hanem időben változik (általában csökken).

Ha az (1) összefüggést szilárdsági számításokra kívánjuk felhasználni, egyrészt az elem teherbíró-képességét (a számlálót) másrészt az elemet érő terhelést (a nevezőt) kell meghatározni, melyek történhetnek például meglévő szerkezeteknél méréssel, de leggyakrabban - helyesen megválasztott **modellek** alapján - számítással.

1.1.2. Számított biztonság

Ha a meghatározás méréssel, de különösképpen ha számítással történik a kapott eredmények több-kevesebb hibával adódnak, a valóságtól eltérnek.

Így csak egy viszonylag bizonytalan **számított biztonságot** (n_{sz}) tudunk meghatározni a tényleges helyett:

$$\frac{\text{Számított teherbíró – képesség}}{\text{Számított terhelés}} = \text{Számított biztonság}$$

rövid jelöléssel

$$\frac{H(t)_{sz}}{T(t)_{sz}} = n_{sz} \quad (2)$$

Ugyanakkor a szerkezeteinktől a biztos működést várjuk el. Ezt az ellentmondást csak úgy tudjuk feloldani, ha a számított biztonságot (n_{sz}) egy a bizonytalanságokat is figyelembe vevő **előírt biztonsághoz** (n_e) igazítjuk, vagyis elvárjuk, hogy

$$n_{sz} \geq n_e \quad (3)$$

legyen.

1.1.3. Előírt biztonsági tényező

Az n_e előírt biztonság meghatározása körültekintő munkát igényel és felelősségteljes feladat. Indokolatlanul nagy értéke túlméretezést és gazdaságtalan szerkezetet eredményez, míg ellenkező esetben az elem idő előtti tönkremenetelét okozhatja.

Ha előírások, vagy tapasztalati adatok nem állnak rendelkezésre, számszerű értékének meghatározására egy módszer lehet, hogy a figyelembeveendő szempontok súlyát résztényezőkkel jellemezzük és az előírt biztonsági tényezőt ezekből számítjuk ki:

$$n_e = \prod_{i=1}^k n_i = n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \dots n_k \quad (4)$$

ahol:

n_1 - az esetleges tönkremenetel következményeit (emberélet, kár, termelés kiesés stb.),

n_2 - az előgyártmány fajtáját,

n_3 - a minőségellenőrzés módját,

n_4 - a felhasznált számítási modellek pontosságát,

n_5 - a kivitelezői munka várható minőségét

veszi figyelembe. Szokásos értékeit az 1.F táblázat tartalmazza.

Az abszolút biztonságra való méretezés túlméretezéshez vezet, így csak kényszerűségből, jobb hiányában alkalmazzuk.

A fellépő nehézségek miatt a valóságos terheléseket **terhelésmodellekkel** utánozzuk. Az ezekből fakadó igénybevételek, illetve feszültségek számításához **szerkezetmodelleket** és a valóságot csak közelítő feszültségelméleteket alkalmazunk. A terhelésnek megfelelő teherbíró-képességet pedig többnyire az anyagvizsgálatokból rendelkezésre álló anyagjellemzők szerint **anyagmodellekre** alapozzuk.

2. Terhelések

2.1. Terhelések típusai

A szerkezetek elemeire ható úgynevezett **külső terhelések**, melyek lehetnek **erők**, **nyomatékok** vagy **kitérések** az

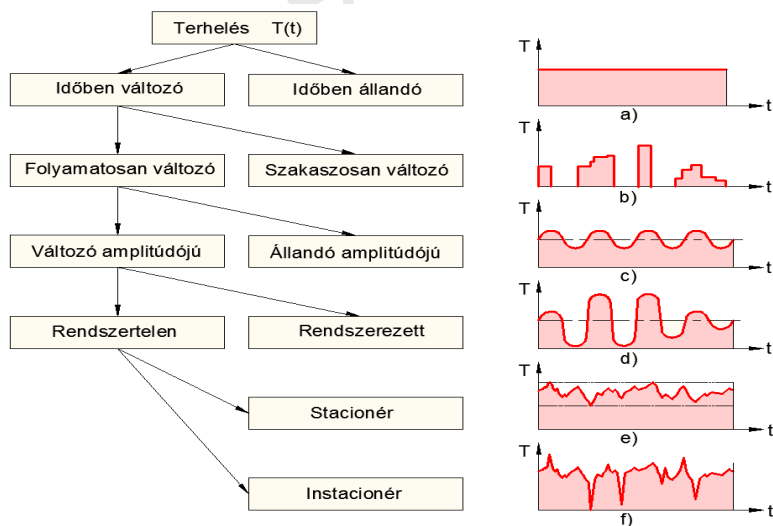
- elemek kölcsönös egymásra hatásából,
- önsúlyból,
- tehetetlen tömegekből,
- külső és belső túlnyomásból,
- szerelési és gyártási pontatlanságból,
- hőmérséklet-változásból stb.

erednek.

A fellépő terhelések a szerkezeti elem igénybevételét okozzák és anyagának minden egyes pontjában valamilyen **feszültségi állapotot** hoznak létre. Így az adott pontban fellépő feszültségi állapot az anyag **belső terhelését** jelenti feszültség formában.

A **külső terhelések** felléphetnek a gépszerkezetek üzemén kívüli és üzem közbeni állapotában. Üzemén kívüli állapotában terhelések léphetnek fel például szereléskor, szállításkor stb. Üzem közben a terhelések egy állandósult, vagy egy-egy átmeneti (tranzien) állapot következményei. Átmeneti állapotnak tekinthető az indítás, vagy leállítás, esetleg valamely üzemzavarból adódó túlterhelés.

Gépszerkezetek esetében a terhelések időben változnak még állandósult üzemi állapotban is. A változás jellege, azaz a terhelések időbeni lefolyása igen sokféle lehet (1. ábra).



a) Épületszerkezet b) Darukötél c) Turbina tengely d) Szakaszos üzemű gép tengelye e) Járműalváz úton f) Földmunkagép váz

1. ábra. Külső terhelések típusai

A terheléseket teljes pontossággal (például zárt matematikai formában) számba venni nem lehet mivel azok időben véletlenszerűen jelennek meg, azaz sztochasztikus folyamatok. Ezért a pontos terhelések helyett azok hatását jól leíró **terhelésmoდეlleket** lehet használni.

2.2. A terhelések meghatározásának módszerei

A **külső terhelések** nagyságának, támadási helyének, időbeni változásának meghatározására különböző módszerek állnak rendelkezésre, amelyek történhetnek:

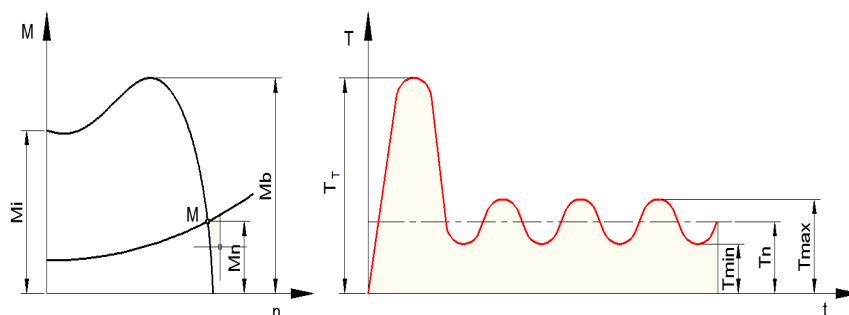
1. **Méréssel** (a már működő kész szerkezeten, illetve arányos modellen).
A legpontosabb adatokat a mérés szolgáltatja, melyeket azonban csak a berendezés elkészülte után lehet meghatározni. Így felhasználásuk csak fejlesztésre, vagy későbbi berendezések tervezésére jöhet szóba. Alkalmazásának határt szabhat, hogy a három módszer közül ez a legdrágább.
2. **Számítással** (a már megtervezett szerkezet gondos statikai és dinamikai elemzésével).
A terhelések számításal történő meghatározásához is ismerni kell a teljes szerkezetet, így ez a módszer a már részleteiben kidolgozott szerkezetek ellenőrzésére szolgálhat. A számítások alapjául szolgáló mechanikai modellek általában bonyolultak és számításigényesek.
3. **Becsléssel** (a már működő, hasonló szerkezeteken nyert tapasztalatok alapján).
Új, főleg egyedí szerkezetek tervezésénél a terheléseket leginkább becsléssel lehet meghatározni. A becslés alapja mindig valamely hasonló, már működő berendezésen nyert tapasztalat és azon névleges adatok, melyek nagyságrendileg meghatározzák a szerkezet teljesítőképességét. Mivel a gépszervezeteket úgy kell tervezni, hogy előre meghatározott névleges teljesítőképességük környezetében tartósan jó hatásfokkal üzemeljenek, az elemeikre ható terheléseket ebből az adatból számításal meg lehet határozni. Az így nyert terhelési értékeket időben állandónak tételezhetjük fel és **névleges terhelésnek** nevezzük.

A valóságban a vizsgált szerkezeti elemre nem ilyen időben állandó terhelés hat, hanem az időben változik és pillanatnyi értéke a névlegestől kisebb-nagyobb mértékben eltér.

Az eltérésnek számos oka lehet, mint például:

- a hajtó és hajtott gép üzemi tulajdonságai (pl. egyenlőtlen nyomatékszolgáltatás vagy nyomatékigény)
- a hajtó és hajtott gép, valamint a hajtáslánc egyéb elemeinek dinamikai tulajdonságai,
- a berendezés üzemi viszonyai, mint például az indítások gyakorisága, az állandósult üzemszakaszok hossza, a technológiai folyamatból adódó terhelésingadozások nagysága stb.

Az elmondottakra mutat példát a 2. ábra, amely egy tengely terhelését mutatja a gép indítási szakaszában, ha a nyomatékot egy 3 fázisú aszinkron motor szolgáltatja.



2. ábra. Tengely üzemi terhelése

A tengely terhelése ebben az esetben a motor által kifejtett csavarónyomaték ($M = T$).

A terhelés két szakaszra bontható.

Állandósult üzemben a számított terhelés közepes értéke T_m megegyezik a névleges teljesítőképességből meghatározott T_n névleges értékkel és erre - mint statikus középértékre - szuperponálódik a terhelés amplitúdója vagyis:

$$T_m = T_n \quad \text{és} \quad T_a = (k_{\ddot{u}} - 1)T_n \quad (5)$$

ahol:

- T_m – állandósult üzemben a terhelés közepes értéke
- T_n – a névleges teljesítményből meghatározott terhelés
- T_a – a terhelés amplitúdója
- $k_{\ddot{u}}$ - üzemtényező (dinamikus tényező), mely azt fejezi ki, hogy a legnagyobb terhelés a névleges terhelés hányszorosa ($T_{max} = k_{\ddot{u}}T_n$).

Az üzemtényező nagyságát tapasztalatok alapján összeállított táblázatokból lehet megválasztani (2.F. táblázat).

Átmeneti üzemállapot lép fel indításkor, leálláskor vagy esetleges túlterheléskor. Az itt fellépő terhelések a rendszer tömegeiből eredendően általában nagyobbak az állandósult üzemnél.

Számításba vételük a 2. ábra alapján:

$$T_T = k_T \cdot T_n \quad (6)$$

ahol:

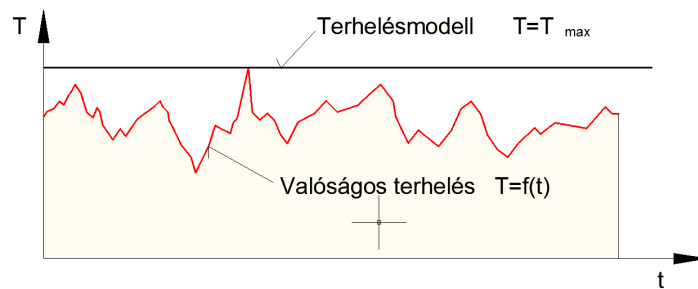
- T_T – átmeneti állapotban fellépő maximális terhelés
- k_T túlterhelési tényező, melyekre kevés irodalmi adat áll rendelkezésre és azt esetenként kell meghatározni.

Ha figyelembe vesszük az így meghatározott terhelések (terheléscsúcsok) ismétlődési számát (N) a berendezés élettartamán belül, (ha $N \leq 10^4$ -nél kevesebb statikus, ha több fárasztójellegű a terhelés) akkor rendelkezésre állnak azok a terhelésértékek melyekkel a szilárdsági számítások elvégezhetők.

2.3. Terhelésmodellek

2.3.1. Statikus terhelésmodell

A legegyszerűbb terhelésmodell az, ha a fellépő legnagyobb terheléssel azonos nagyságú időben állandó terheléssel végezzük a számításainkat (3. ábra).



3. ábra. Statikus terhelésmodell

2.3.2. Dinamikus terhelésmodell

Pontosabb modell nyerhető, ha a valós terhelést az időbeli változását is figyelembe vevő matematikai függvénnyel írjuk le (4. ábra). Ebben az esetben a kiugró terhelés csúcsokat elhanyagoljuk. A leggyakrabban alkalmazott közelítés általános alakja:

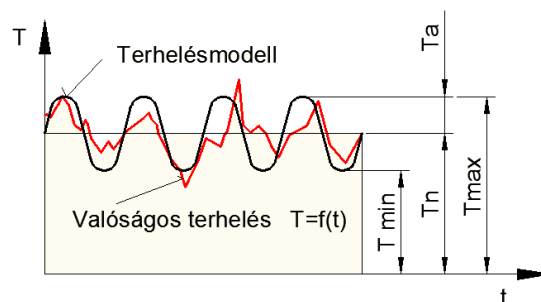
$$T(t) = T_m + T_a \cdot \sin \omega t \quad (7)$$

ahol:

$$T_m = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} \text{ – a terhelés középértéke}$$

$$T_a = \frac{T_{max} - T_{min}}{2} \text{ – a terhelés amplitúdója}$$

ω - a terhelés körfrekvenciája.



4. ábra. Dinamikus terhelésmodell

Az elhanyagolt terheléscúcsokat, mint statikus túlterheléseket külön kell figyelembe venni.

Legkorszerűbb terhelésmodelleknek a matematikai statisztika módszereivel előállított ún. terhelésstatisztikák tekinthetők. Alkalmazásuk a korszerű valószínűség elmélet alapján történő méretezési eljárásnál lehetséges, de széleskörű alkalmazásuk ma még nem biztosított.

DUPress e-könyv

3. Igénybevételek

A külső terhelések a szerkezeti elemet igénybe veszik melyek lehetnek:

- **egyszerű igénybevételek** (húzás, nyomás, hajlítás, csavarás),
- **összetett igénybevételek** (egyirányú húzás és hajlítás, vagy hajlítás és csavarás stb.)
- **különleges igénybevételek** (kihajlás, felszíni nyomás sík vagy görbe felületek érintkezésénél stb.)

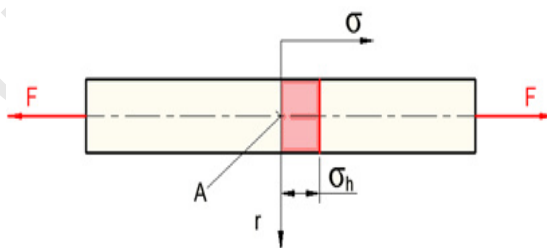
Az igénybevételek hatására a szerkezet minden egyes pontjában egy **feszültségi és alakváltozási állapot** jön létre. A kialakult feszültségi állapot, mely a szerkezetben pontról pontra változik anyagának **belső terhelését** jelenti.

Szilárdsági számításokhoz, főleg homogén anyagú szerkezetek esetén (pl. tengelyek, fogaskerekek, rugók stb.) ismerni kell a szerkezet terhelésből adódó feszültségi viszonyait a hely és az idő függvényében.

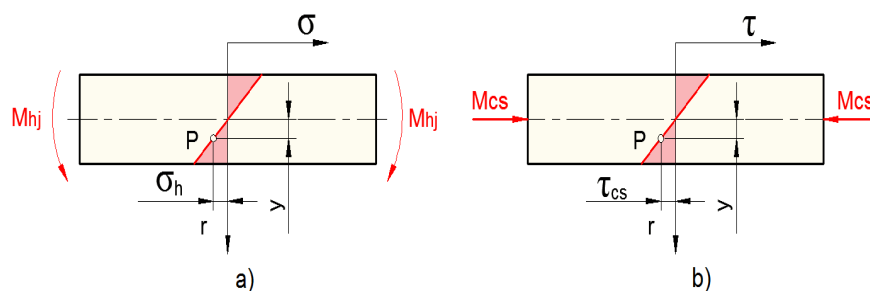
A feszültségeknek a hely függvényében történő számítására megfelelő **szerkezetmodelleket** lehet alkalmazni.

3.1. Egyszerű igénybevételek

Egyszerű igénybevételek esetén legegyszerűbben a rúdszerkezetek feszültségi viszonyait lehet számítani (**egytengelyű feszültségi állapot**). A rúd hossz tengelyére merőlegesen felvett síkokba eső pontok feszültségi állapotainak összessége - a feszültségeloszlás - egyszerű összefüggésekkel megállapítható. Erre mutat példát az 5. és 6. ábra tiszta húzás, hajlítás és csavarás esetén, ha azok anyaga ideálelastikus és homogén, keresztmetszetük pedig állandó (egyszerű szerkezetmodell). Az ébredő feszültségek számításának alapösszefüggéseit az 1. táblázat foglalja össze.



5. ábra. Húzott rúd feszültségeloszlása



6. ábra. Hajlított (a) és csavart (b) rúd feszültségeloszlása

Megfigyelhető, hogy tiszta húzás esetén a vizsgált sík minden egyes pontjában azonos a feszültség nagysága, a feszültségállapot homogén. A másik két esetben viszont a feszültségek értéke pontról-pontra változik, így a feszültség inhomogén eloszlású.

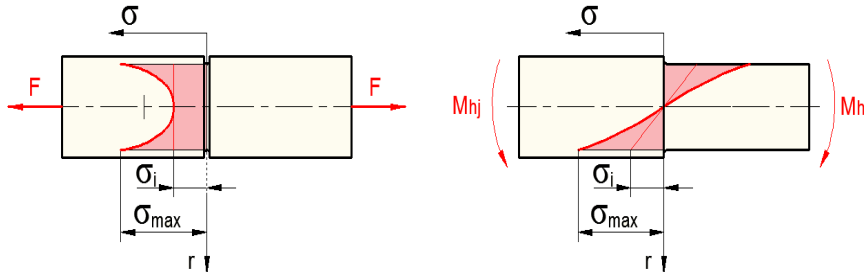
1. táblázat. Az ébredő feszültségek számítása egyszerű igénybevételek esetén

Az igénybevétel módja	Ébredő feszültség	Szükséges keresztmetszet
Húzás - nyomás	$\sigma_h = \frac{F}{A}$	$A_{szüks} = \frac{F}{\sigma_{meg}}$
Hajlítás	$\sigma_{hj(P)} = \frac{M_{hj}}{I} \cdot y$	$K_{szüks} = \frac{M_{hj}}{\sigma_{meg}}$
Csavarás	$\tau_{cs(P)} = \frac{M_{cs}}{I_p} \cdot y$	$K_{pszüks} = \frac{M_{cs}}{\tau_{meg}}$
Nyírás	$\tau_{ny} = \frac{F}{A}$	$A_{szüks} = \frac{F}{\tau_{meg}}$
Felületi nyomás	$p = \frac{F}{A}$	$A_{szüks} = \frac{F}{p_{meg}}$

A gépelemek többsége nem ideális alakú és anyagú. Felületét hornyok, keresztmetszetváltozások, furatok, görbületek, különböző geometriai alakzatok határolják. Anyaguk legtöbbször kristályos szerkezetű, és csak jó közelítéssel, adott feszültségig követik a Hooke törvényt. Ezek miatt az ideálistól eltérő feszültségeloszlások lépnek fel: feszültségcsúcsok, feszültségtorlódások, többtengelyű feszültségi állapot, melyet pontosabb számításoknál figyelembe kell venni (bonyolult modell).

Főleg a keresztmetszet-változások okoznak az ideális esetnél nagyobb feszültségcsúcsokat. Megfigyelések szerint a feszültségcsúcsok homorú sarkokban ébrednek és annál nagyobbak, minél kisebb a lekerekítési sugár. A feszültségcsúcsnak az

ideális értékhez viszonyított nagysága nemcsak a szerkezet kialakításától, hanem az igénybevétel fajtájától is függ. Erre mutat példát a 7. ábra.



7. ábra. Keresztmetet-változás okozta feszültségcsúcsok tengelyekben

A fellépő feszültségcsúcsokat egyszerűbb esetekben rugalmasságtani módszerekkel, bonyolultabb esetekben kísérleti úton (feszültségoptika, nyúlásmérés) lehet meghatározni. Számításba vételük egy ún. **alaktényező** bevezetésével történhet, melynek értelmezése:

$$\alpha = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_i} \quad (8)$$

ahol:

- σ_{max} – a fellépő maximális feszültség
- σ_i – ideális feszültség

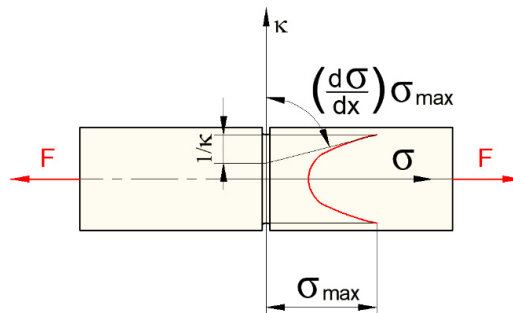
Adott esetre érvényes értékeket az idevágó irodalmak táblázatosan vagy nomogramok formájában adják meg.

Az alaktényező fogatékossága, hogy csak a csúcsteszültség számítására ad lehetőséget, de nem ad tájékoztatást arról, hogy az a teljes keresztmetzet, mely részére terjed ki, vagyis hogyan változik a feszültség a keresztmetzet mentén.

A feszültegeloszlás változását egyszerű módon egyetlen számmal jól lehet jellemezni Siebel szerint az ún. **fajlagos feszültegesés mennyiségének** bevezetésével

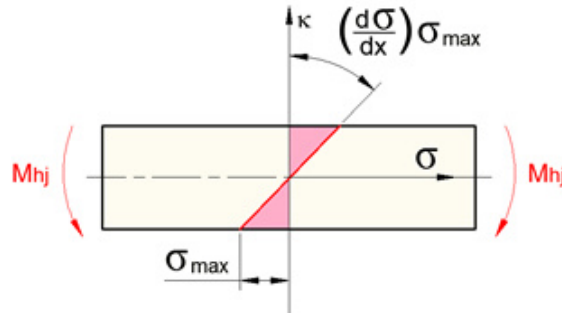
$$\chi = \frac{1}{\sigma_{max}} \cdot \left(\frac{d\sigma}{dx} \right) \sigma_{max} \quad (9)$$

melynek geometriai értelmezését a 8. ábra mutatja egy hornyolt, húzott rúd esetén.



8. ábra. A fajlagos feszültegesés értelmezése hornyolt, húzott rúd esetén

Állandó keresztmetszetű, hajlított rúdnál a fajlagos feszültségesést a 9. ábra értelmezi.



9. ábra. A fajlagos feszültségesés értelmezése sima rúd esetén

3.2. Összetett igénybevételek

Gépszerkezetekben gyakori az összetett igénybevétel létrejötte, vagyis a külső terhelésekből nem egytengelyű, hanem többtengelyű feszültségi állapot keletkezik a szerkezet valamely pontjában. Mivel a szerkezetek teherbíró-képességének meghatározására szolgáló anyagjellemzőket egytengelyű feszültségi állapotra határozzák meg (pl. szakítóvizsgálat), az általános feszültségi állapotot meghatározó feszültségösszetevők ismerete közvetlenül méretezésre nem alkalmas.

E problémán úgy lehet segíteni, hogy valamilyen módon meghatározható egy olyan egyszerű, egytengelyű feszültségi állapot, egyenértékű feszültség, mely hatásában megegyezik a ténylegesen fellépő általános feszültségi állapottal. Ezt a feszültséget egyenértékű feszültségnek nevezzük.

Ennek az egyenértékű feszültségnek a meghatározására számos elmélet (modell) alakult ki, melyek közül a műszaki gyakorlatban az alábbi két modellt alkalmazzák leggyakrabban:

3.2.1. Mohr-modell

A Mohr-modell szerint az anyagok teherbíró-képessége és képlékenysége a legnagyobb és a legkisebb főfeszültségek nagyságától és előjelétől függ, amennyiben azok ellentétes előjelűek, vagy az egyik nulla.

Az egyenértékű feszültség acélananyagokra:

$$\sigma_e = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (10)$$

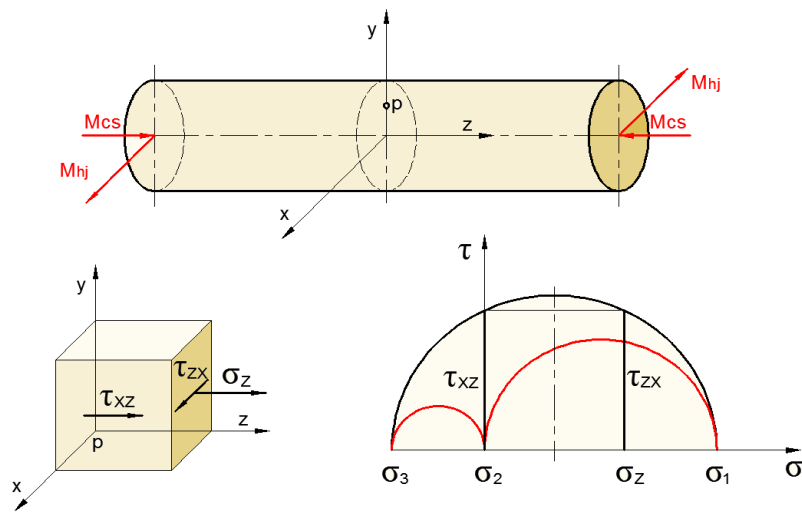
3.2.2. Huber-Misses-Hencky-modell

A Huber-Misses-Hencky-modell az alaktorzulási energia fogalmának felhasználásával ad összefüggést az egyenértékű feszültségre:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (11)$$

Az említett két modell szívós acélsanyagok esetén jól közelíti a valóságot, de rideg anyagokra (pl. öntöttvas) már csak durva közelítés.

A két modell alkalmazására mutat példát a tengelyeknél igen gyakran előforduló hajlításra és csavarásra a 10. ábra.



10. ábra. Tengely feszültségállapotának ábrázolása hajlítás és csavarás esetén

A 10. ábrán látható Mohr-körből számítható

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} \\ \sigma_2 &= 0 \\ \sigma_3 &= \frac{\sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Ezekkel Mohr szerint az egyenértékű feszültség a (10) egyenlet alapján

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{hj}^2 + 4\tau_{cs}^2} \quad (13)$$

mivel $\sigma_z = \sigma_{hj}$ és $\tau_{zx} = \tau_{xz} = \tau_{cs}$

Ha hajlítás nincs, vagyis tiszta csavarás esetén:

$$\sigma_e = 2\tau_{cs} \quad (14)$$

Ugyanakkor a H-M-H-modellt alkalmazva:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_{hj}^2 + 3\tau_{cs}^2} \quad (15)$$

összefüggés adódik és tiszta csavarás esetén:

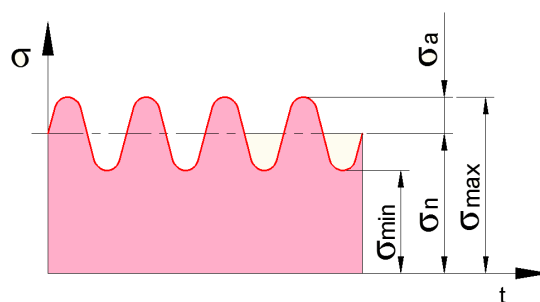
$$\sigma_e = \sqrt{3}\tau_{cs} \quad (16)$$

Ha a szerkezetet érő külső terhelések időben változnak, akkor ennek megfelelően a szerkezet valamely pontjában a feszültség is időben változó lesz. Ezért a feszültségeket az idő függvényében is vizsgálni kell.

Ha a dinamikus terhelésmódot alkalmazzuk, akkor az állandó amplitúdójú feszültségfüggvény általános alakja

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot \sin\omega t \quad (17)$$

a (17) analógiájára, melynek képét a 11. ábra mutatja.



11. ábra. Feszültségfüggvény ábrázolása dinamikus terhelés esetén

Jellegzetes értékei a

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (18)$$

közepes (medián) feszültségösszetevő, melyet statikus középértékként szokás értelmezni.

A feszültségamplitúdó pedig:

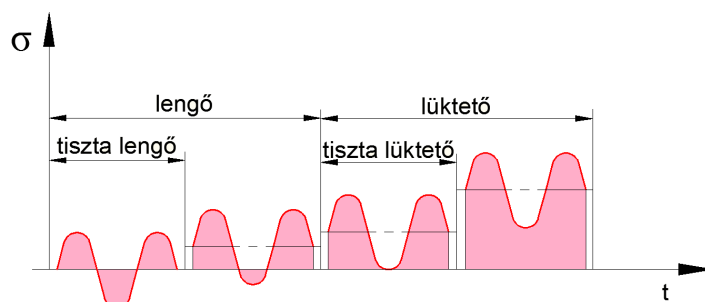
$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (19)$$

mint a statikus középfeszültségre szuperponálódott váltakozó (fárasztó hatású) feszültségösszetevő.

Mivel a feszültségösszetevők (σ_m , σ_a ill. τ_m , τ_a) aránya különböző lehet, ennek alapján jellegzetes feszültségcsoportok hozhatók létre ahogyan azt a 12. ábra mutatja.

Az irodalomban szokásos elnevezésekkel:

- **lengő** jellegű a feszültség, ha az periodikusan előjelet vált, pl. húzás és nyomás váltakozva lép fel, azaz ilyenkor $\sigma_m < \sigma_a$,
- **tiszta lengő** feszültségről beszélünk, ha $\sigma_m = 0$,
- **lüktető** feszültség esetén nem vált előjelet, jellemzője, hogy $\sigma_m \geq \sigma_a$,
- **tiszta lüktető** feszültségnél $\sigma_m = \sigma_a$ vagyis $\sigma_{min} = 0$.



12. ábra. Az igénybevételek jellege

Adott feszültségképet egyetlen számmal is lehet jellemezni. Ilyen lehet pl. az ún. **aszimmetria tényező (r)**, amely a minimális és maximális feszültség viszonya:

$$r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{\tau_{min}}{\tau_{max}} \quad (20)$$

Az r értéke $-1 \leq r \leq 1$ értékek között változhat.

Jellegzetes értékei:

$r = 1$ - tiszta lengő igénybevétel mivel $\sigma_{min} = \sigma_{max}$,

$r = 0$ - tiszta lüktető igénybevétel mivel $\sigma_{min} = 0$,

$r = 1$ - statikus igénybevétel, mivel $\sigma_{min} = \sigma_{max}$

3.3. Különleges igénybevételek

Különleges terhelést jelent a szerkezetek sík, vagy görbe felületeinek terhelés alatti érintkezése. Amíg teljes felületükön felfekvő testek érintkezésénél fellépő felületi nyomást - mint igénybevételt - jó közelítéssel az egyszerű

$$p = \frac{F_n}{A} \quad (21)$$

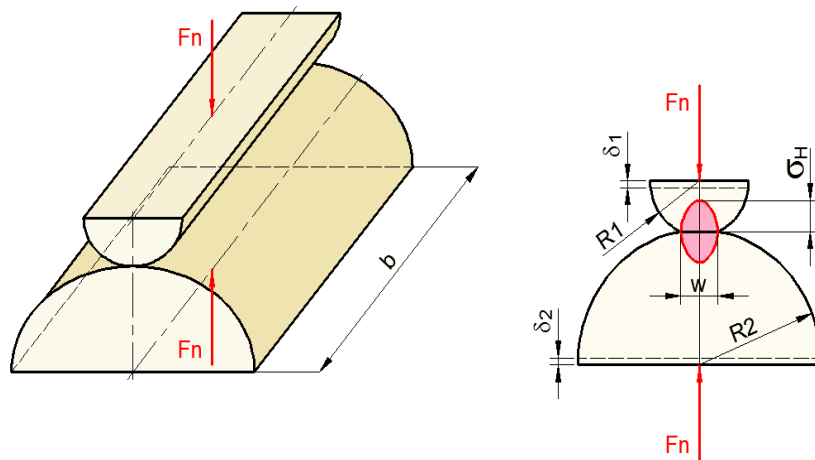
összefüggéssel lehet számítani, addig pont, vagy vonalszerű érintkezés esetén a viszonyok lényegesen bonyolultabbak.

Jó példa lehet erre gördülőcsapágyak gördülőlemeinek és a futópályának vagy fogaskerékajtások fogfelületeinek terhelés alatti kapcsolata. Az ilyen érintkezésnél fellépő feszültségviszonyok elméletével Herz foglalkozott behatóbban.

A terhelés nélkül pont, vagy vonalszerűen érintkező testek terhelés hatására rugalmasan alakváltoznak, közelednek egymáshoz és érintkezési nyomuk nem pont, vagy vonal hanem felület lesz.

A 13. ábrán két párhuzamos tengelyű henger érintkezése látható terhelés hatása alatt.

Az érintkezési felület alatt (a 13. ábrán ez egy $w \cdot b$ méretű téglalap) mindkét testben háromtengelyű feszültségi állapot alakul ki, mely pontról pontra változik és mindkét testben annak anyagától függetlenül azonos.



13. ábra. Párhuzamos tengelyű hengerek érintkezésénél fellépő Herz-feszültség

A feszültségeloszlás ismeretében pontról pontra meghatározható az egyenértékű feszültség, mely alapját képezhetné a méretezésnek. A gyakorlatnak viszont ez nem felel meg, mert egyrészt bonyolult, másrészt olyan hatásokat, mint a támasztóhatás nehezen lehet figyelembe venni.

A fenti nehézségek miatt a gyakorlatban az a módszer terjedt el, hogy egy olyan maximális felületi nyomást kell meghatározni (σ_H), mely arányos az egyenértékű feszültséggel. Ezt a maximális nyomásértéket **Herz-feszültségnek** nevezik.

4. Szerkezetek teherbíró-képessége

Tapasztalatból ismeretes, hogy a szerkezeteknek a terhelésekkel szemben ellenállóképességük van, azaz egy adott terhelés nagyságig azokat törés, vagy túlzottan nagy maradó deformáció nélkül képesek elviselni. Azt a legnagyobb terhelést, melyet a szerkezet tönkremenetel nélkül még elvisel a szerkezet **teherbíró-képességének** nevezzük.

Mivel ez a tulajdonság mindig egy adott szerkezethez kötődik ezért **szerkezetjellemző**.

Egy adott szerkezet teherbíró-képessége, mint határterhelés több tényező függvénye lehet.

Ezek közül a legfontosabbak:

- a szerkezet terhelésének módja és időbeni lefolyása,
- a szerkezet mérete és alakja,
- a szerkezet anyagának mechanikai tulajdonságai (anyagjellemzők),
- hőkezelési állapot, gyártási technológia stb.

4.1. Mért teherbíró-képesség

A szerkezetek teherbíró-képességének meghatározása mindig valamilyen tapasztalat, leginkább mérés eredménye.

A mérés elvégezhető közvetlenül az elkészült kész szerkezeten úgy, hogy azt a tönkremenetelig terhelik és mérik a tönkremenetelt okozó terhelést. Az így nyert eredmény a szerkezet teherbíró-képessége, tehát szerkezetjellemző.

Mivel a mérés alkalmával a szerkezet tönkremegy, ez a módszer csak sorozatban gyártott szerkezetek (pl. gördülőcsapágyak), vagy bonyolultabb berendezések (járművek, repülőgépek, űrhajók stb.) fejlesztésénél használatosak.

4.2. Számított teherbíró-képesség

Az általános gépészeti gyakorlatban inkább az a módszer terjedt el, hogy a teherbíró-képességet befolyásoló tényezőket külön-külön jól meghatározott körülmények között, főleg laboratóriumokban állapítják meg. Az így felhalmozódott adatokból egy új szerkezet teherbíró-képessége már - elfogadható pontossággal - számítással meghatározható.

A továbbiakban ez utóbbi módszert fogjuk felhasználni a méretezések elvégzésénél, így ezzel kell részletesebben megismerkedni.

Mivel egy szerkezeti elem teherbíró-képessége függ a terhelés időbeni lefolyásától, külön kell vizsgálni az időben állandó, és az időben változó terhelésű szerkezetek teherbíró-képességének meghatározási lehetőségét.

4.2.1. Statikus terhelésű szerkezetek teherbíró-képessége

A vizsgált szerkezeti elem teherbíró-képessége nagymértékben függ a szerkezeti anyag szilárdsági tulajdonságaitól. Ezeket az értékeket előírt szabványos módon végzett

kísérletekkel szokás meghatározni, így a különböző anyagú de azonos alakú és méretű (szabványos) un. próbatesteken kapott eredmények összehasonlíthatók és egyben az anyagok eltérő szilárdsági tulajdonságait tartalmazzák. Ezeket anyagjellemzőknek nevezzük.

Közel statikus jellegű a szakítóvizsgálat, a keménységmérés, melyekből nyert jellegzetes anyagjellemzők a:

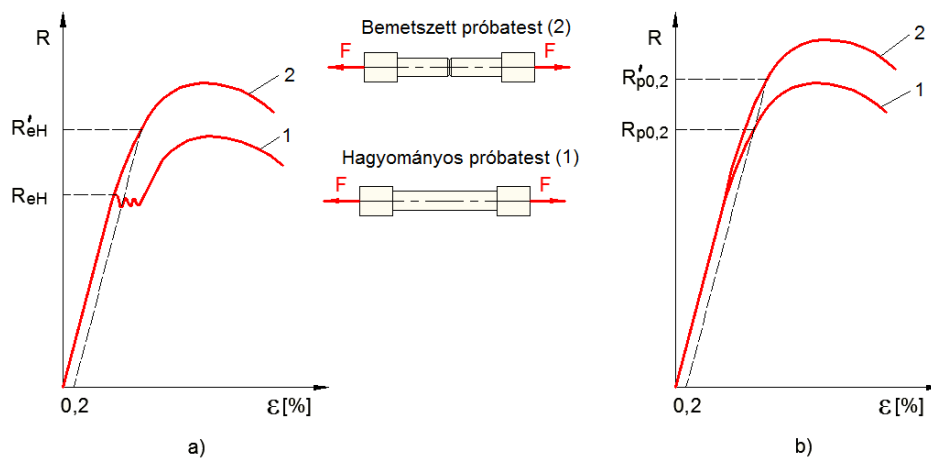
- folyáshatár R_{eH} , R_{eL} ,
- szakítószilárdság R_m ,
- arányos nyúlás A_s ,
- keménységi mérőszámok HB , HV , HRC .

Ezek közül közvetlenül számításokra alkalmas anyagjellemző a folyáshatár (R_{eH}), melyet a szakítódiagram (14. ábra) kiértékeléséből lehet nyerni.

A leggyakrabban alkalmazott acélananyagokat a folyáshatár szempontjából két fő csoportra lehet bontani.

Az egyik csoport, melyeknél $R_m < 500 \text{ MPa}$ (14.a ábra) kifejezett folyáshatárral rendelkezik, míg a másiknál, ahol $R_m > 500 \text{ MPa}$ (14.b ábra) kifejezetten folyáshatár nincs.

A kifejezett folyáshatárral nem rendelkező acéloknál megállapodás szerint a folyáshatár alatt az $\varepsilon = 0,2\%$ maradó nyúláshoz tartozó értéket értjük, jele: $R_{p0,2}$.



14. ábra. Szakítódiagramok típusai

A folyáshatárt mint a szerkezet teherbíró-képességét csak a legritkább esetben lehet közvetlenül felhasználni a méretezésre, mivel a szerkezet alakjának és az igénybevétel módjának a teherbíró-képességet befolyásoló hatását nem veszi figyelembe.

Kísérletekkel bizonyított, hogy ha a szerkezet feszültségeloszlása nem homogén például bemetszés, keresztmetszet-változás stb. miatt a folyáshatár megemelkedik a sima húzott próbapálcán mért folyáshatárhoz viszonyítva, ahogyan azt a 14. ábra 2 jelű görbéi mutatják.

Hasonló jelenség játszódik le például inhomogén feszültségeloszlást okozó hajlításnál is.

Gyakran előforduló eset, hogy az egyébként kifejezett folyáshatárral rendelkező anyagoknál a folyás emiatt nem is jelentkeznek.

Ezt a jelenséget, melyet a keresztmetszetváltozások környezetében kialakuló többtengelyű feszültségi állapot és az ún. támasztóhatás hoz létre, látszólagos folyáshatár-növekedésnek neveznek.

Így, ha a vizsgált szerkezeti elem legjobban igénybe vett pontjában a számított feszültség eléri a látszólagos folyáshatárt (R'_{eH}) akkor ott a maradó deformáció nem haladja meg $=0,2\%$ -ot.

Ezt az R'_{eH} feszültségértéket Siebel szerint a szerkezet teherbíró-képességének lehet tekinteni és

$$R'_{eH} = \delta \cdot R_{eH} \quad (22)$$

formában lehet számítani, ahol δ az ún. folyáshatárviszony.

A folyáshatárviszony többek között függ a szerkezeti anyag nyúlóképességétől (R_{eH}), a szerkezet alakjától (α alaktényező) és az igénybevétel módjától is.

A gyakran előforduló körszelvényű rudak esetén, ha az igénybevétel:

-hajlítás

$$\delta_{hj} = \delta_{0hj} + 1.7(\alpha_{hj} - 1) \cdot \frac{200}{R_{eH}} \quad (23)$$

-csavarás

$$\delta_{cs} = \delta_{0cs} + 1.35(\alpha_{cs} - 1) \cdot \frac{200}{R_{eH}} \quad (24)$$

ahol R_{eH} MPa-ban helyettesítendő.

Továbbá, ha

$R_{eH} = 200 \text{ MPa}$ akkor

$$\delta_{0hj} = 1,6 \text{ és } \delta_{0cs} = 1,3$$

$R_{eH} = 600 \text{ MPa}$ esetén pedig

$$\delta_{0hj} = 1,4 \text{ és } \delta_{0cs} = 1,2$$

A közbenső értékeket interpolálással lehet nyerni.

Az R'_{eH} látszólagos folyáshatár már a szerkezet alakját és igénybevételi módját is figyelembe veszi, ezért szerkezetjellemző.

Az elmondottak alapján tehát a statikus terhelésű szerkezetek teherbíró-képessége deformációs határ, melyet feszültség formájában adunk meg.

Vigyázni kell viszont arra, hogy az így megengedett $\varepsilon=0,2\%$ maradó nyúlás a gépelem alakját megváltoztatja. Ez a maradó alakváltozás jelentős és nem engedhető meg, ha a szerkezet nagyobb részére terjed ki, például állandó átmérőjű „sima” tengelyeknél.

Ezt a hibát úgy lehet elkerülni, hogy ha az $\alpha < 2$ akkor a (23) és (24) összefüggéseket úgy kell módosítani, hogy $\alpha = 1$ -nél $\delta = 1$ értéket adjanak. (lásd Függelék).

Az esetek túlnyomó részében viszont a legnagyobb deformációk a feszültséggyűjtő helyeken jelennek meg, mint helyi deformációk és csak a géprész kis szakaszára terjednek ki. Ezért az egész szerkezet alakját csak olyan kis mértékben változtatják meg, hogy az elhanyagolható.

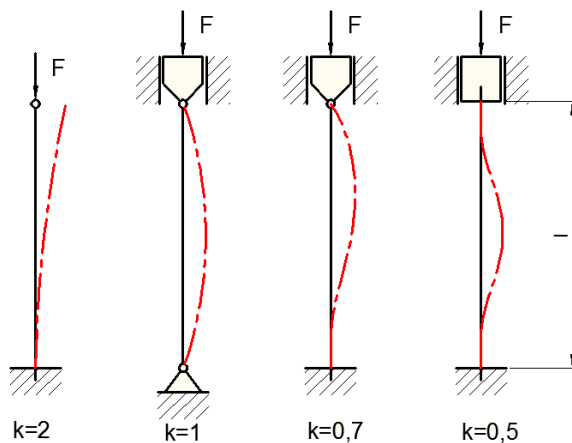
4.2.2. Különleges terhelésű szerkezetek teherbíró-képessége - kihajlás

Különleges jelenség rugalmas instabilitás (kihajlás) léphet fel keresztmetszeti tényezőjükhöz viszonyítottan hosszú szerkezeti elemek (pl. mozgó csavarorsók) nyomó igénybevétele esetén.

Ilyen jellegű szerkezetek teherbíró-képessége alatt azt a legnagyobb nyomóerőt (F_{krit}) értjük melynél a szerkezet még éppen nem hajlik ki, még rugalmasan stabilis állapotban van.

Az, hogy ez az ún. kritikus terhelés mekkora, függ a szerkezet méretétől, anyagától és megtámasztási módjától is.

A szerkezet méretét és megfogásának módját az ún. karcsúsági tényezővel (15. ábra) lehet számításba venni:



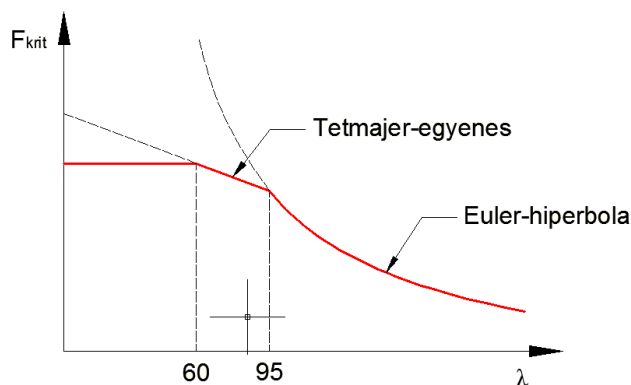
15. ábra. Karcsúsági tényező értelmezése

$$\lambda = \frac{l_e}{i_{min}} = k \frac{l}{i_{min}} \quad (25)$$

Ahol:

- l [mm] a rúd valódi hossza,
- l_e [mm] az un. egyenértékű rúdhossz,
- i_{min} [mm] a rúd keresztmetszetének minimális inerciasugara.

A kritikus törőerő, mint teherbíró-képesség a karcsúsági tényező függvénye a 16. ábrának megfelelően,



16. ábra. Kritikus törőerő a karcsúsági tényező függvényében

vagyis, ha:

$\lambda < 60$ akkor

$$F_{krit} = R_{eH} \cdot A \quad (26)$$

azaz kihajlás nincs,

$60 < \lambda < 95$

$$F_{krit} = (c_1 - c_2 \lambda) A \quad (27)$$

$\lambda > 95$

$$F_{krit} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} A \quad (28)$$

ahol:

- c_1 és c_2 anyagtól függő állandók a 3. táblázat szerint,
- A [mm²] a rúd keresztmetszeti területe.

2. Táblázat. Anyagtól függő állandók értékei [1]

Az anyag jele	c_1 [Mpa]	c_2 [Mpa]
S 235	290	0,82
S 275	310	1,14
E 295	470	2,62
E 335	590	3,82

4.2.3. Váltakozó igénybevételű szerkezetek teherbíró-képessége

4.2.3.1. A kifáradás jelensége

Már a múltszázad közepén felfigyeltek arra a jelenségre, hogy egyes alkatrészek pl. vasúti kocsik tengelyek, melyek váltakozó nagyságú terhelésnek voltak kitéve bizonyos idő, illetve terhelésméltódsi szám után jóval a statikus teherbíró-képességüknel kisebb terhelés hatására is eltörtek. Ezt a jelenséget *kifáradásnak*, a törést *kifáradásos törésnek* nevezték el.

A kifáradásos törés jellegzetessége, hogy csak egy bizonyos idő elteltével következik be (élettartam) és jellegzetes törési felületet ad.

A fáradásos törés, mint folyamat három egymást követő jelenség végeredménye, melyek:

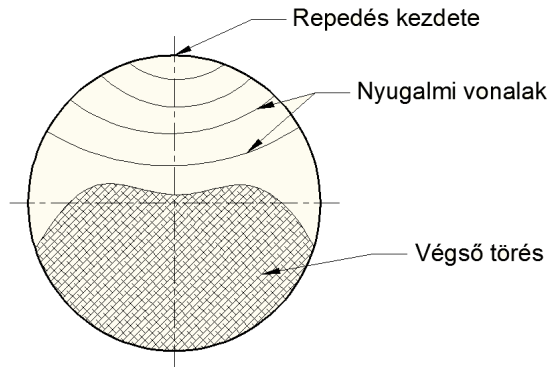
- a repedés keletkezése,
- a repedés terjedése,
- a végső törés.

Tapasztalat az, hogy a fáradt törést okozó repedés általában a szerkezet külső felületén vagy annak közelében keletkezik ott, ahol valamilyen okból feszültségcsúc s lép fel és az igénybevétel húzó.

Feszültségcsúcsot okozhat a szerkezeten alkalmazott hirtelen méretváltozás, sarkokban, vállaknál túl kis lekerekítési sugár, olajfurat, ék- vagy reteszhorony, de bármilyen felületi egyenetlenség pl. esztergakés-nyom, karcolás, de egy beütött jel is. Ezeken a helyeken még viszonylag alacsony (a folyáshatár alatti) váltakozó terhelés esetén először csúszókötegek, majd hasadékok keletkeznek, melyből mikrorepedések, majd a fáradt törést okozó repedés alakul ki.

Repedés keletkezhet akkor is, ha a szerkezetet váratlan túlterhelés éri. A repedés megjelenése még nem jelenti azt, hogy az alkatrész tönkrement, még hosszú ideig működőképes lehet, mivel a második szakaszhoz a repedés terjedéséhez is idő kell.

A fáradás végső szakasza a törés. Akkor következik be, ha a terjedő repedés annyira lecsökkenti a keresztmetszetet, hogy az már a névleges terhelést sem bírja ki, így statikusan eltörik. Ezt a folyamatot jól mutatja a töret felülete, mely két elkülönülő részből áll. Az egyik rész sima felületű ún. nyugalmi vonalakkal, mely a repedésterjedés szakasza, a másik szemcsés a statikusan eltört rész. A nyugalmi vonalak az üzemen kívüli állapotban alakulna ki. Erre mutat példát a 17. ábra, amely egy forgó hajtogatásnak kitett tengely töretképét mutatja.



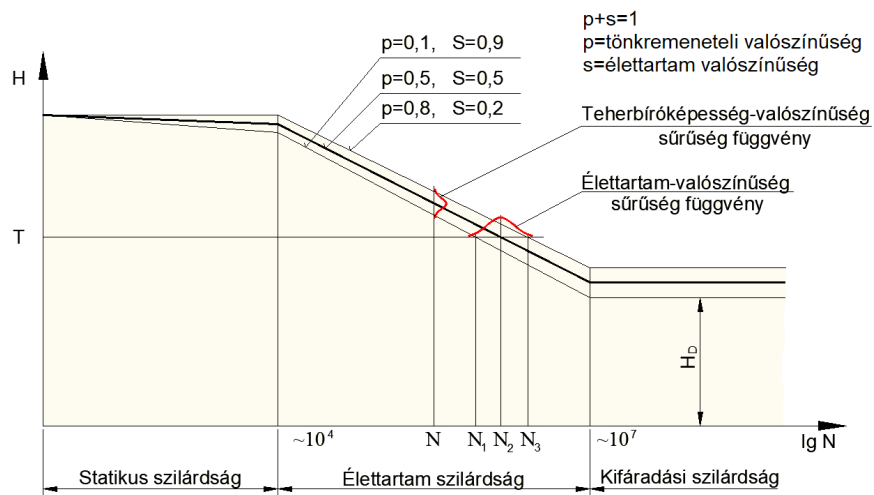
17. ábra. Fáradt törés metszeti képe

Hasonló módon de más formában jelentkezik a kifáradási jelenség gördülőcsapágyaknál és fogaskerekeknél. Itt bizonyos idő után az érintkező felületeken gödrösödés, kipattogzás tapasztalható, ami a szerkezeti elem használhatatlanságához vezet. Ilyen esetben tehát a tönkremenetel nem törés, hanem nagyméretű méretváltozást és felületi elhasználódást jelent.

4.2.3.2. Wöhler-diagram

Váltakozó igénybevételnek kitett alkatrészeknél a tönkremenetelt okozó legkisebb terhelés és a törésig elviselt terhelési ciklusszám között a 18. ábrán látható összefüggés tapasztalható, ez a **Wöhler-görbe**[1].

Mivel az adott terhelési ciklus felléptéhez azzal arányos időre van szükség, a vízszintes tengely egyben időtartamot is jelent.



18. ábra. Wöhler-diagram

A Wöhler-diagram szakaszai

- **Statikus szilárdság szakasza** – $N < 10^4$

Ha a terhelés ilyen kis ciklusszámnál már törést okoz azt statikus jellegűnek kell tekinteni.

- **Élettartam szilárdság szakasza** - $10^4 < N < 10^7$

Ebben a szakaszban a teherbíró-képesség rohamosan csökken a ciklusszám növekedésével. Ez az élettartam szakasz. Itt valamely ciklusszámmal tartozó ordinátaértéket élettartam-szilárdságnak nevezik. Adott élettartamra történő méretezésre alkalmazható terület.

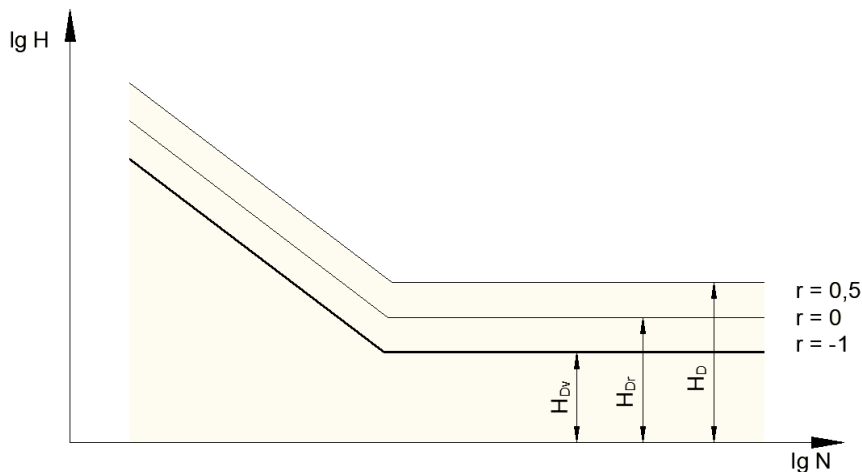
- **Kifáradási szilárdság szakasza** - $N > 10^7$

Ha az alkatrész 10^7 terhelésciklust kibír tönkremenetel nélkül, akkor fáradt törés már nagy valószínűséggel nem fog fellépni. Az alkatrész élettartama elméletileg végtelen. Az a legnagyobb terhelés, melyet a szerkezet „végtelen sok” ismétlődés esetén is kibír a kifáradási határterhelés. Ez a „végtelen” élettartamra tervezett alkatrészek teherbíró-képessége a kifáradási határ (H_D).

Megjegyzendő még, hogy néhány esetben pl. műanyagok, gördülőcsapágyak stb. nincs a görbének aszimptotája azaz ezeknek a szerkezeteknek nincs kifejezett kifáradási határjuk. Ezeket mindig élettartamra kell méretezni.

A Wöhler görbe változása lüktető terhelés hatására

A Wöhler görbe függ a terhelés időbeni lefolyásától is. Más értéket kapunk lengő, más lüktető igénybevétel esetén, ahogyan azt a 19. ábra mutatja.



19. ábra. Wöhler görbe változása lüktető terhelés hatására [1]

Megfigyelés, hogy növekvő középterheléshez növekvő teherbíró-képesség tartozik. Ha csak a kifáradási határokat vizsgáljuk, a tiszta lengő igénybevételhez tartozó ($r = -1$) kifáradási határt **lengő szilárdságnak** (H_{Dv}) a tiszta lüktető igénybevételhez tartozót ($r = 0$) **lüktető szilárdságnak** (H_{Dr}) nevezzük, figyelembe véve azt, hogy a teherbíró-képességet is két részre lehet bontani a terheléshez hasonlóan:

$$H_D = H_{Dm} + H_{Da} \quad (29)$$

ahol:

- H_{Da} a kifáradási határ amplitúdója,
- H_{Dm} a kifáradási határ közepes értéke.

A váltakozó igénybevételnek kitett szerkezetek teherbíró-képességét többféle módon szokás megadni:

- a.) Kész szerkezeteken végzett fárasztóvizsgálatoknál nyert adatokkal erő, vagy nyomaték formában. Az így nyert adatok szerkezetjellemzők és közvetlenül felhasználhatók a tervezéshez. Példa erre a gördülőcsapágyak nagyságának kiválasztása (20. ábra).
- b.) Kész szerkezeteken végzett fárasztókísérletek alapján nyert adatokkal feszültség formában. Az így nyert adatok is szerkezetjellemzők, melyeket szintén közvetlenül fel lehet használni. Ilyen adatok alapján tervezzük például a csavarkötéseket, rugókat, fogaskerekeket.
- c.) Vannak olyan szerkezeti elemeink melyekre nincs mód mérési adatokat megadni. Ilyenkor a szerkezeti anyag teherbíró-képességét határozzák meg fárasztóvizsgálatokkal, mely így anyagjellemző. Ebből az adatból kell tervezéskor a kérdéses szerkezet teherbíró-képességét, mint szerkezetjellemzőt meghatározni. Így tervezzük pl. a tengelyeket stb.

Az a.) és a b.) változatok mindig konkrét elemekhez kapcsolódnak így azok részletesebb ismertetésére az adott esetekben kerül sor.

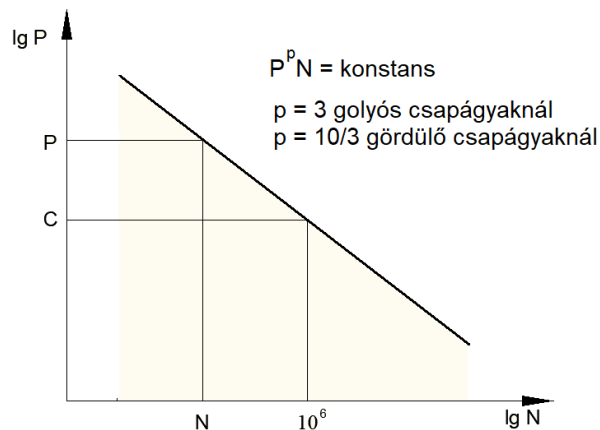
A c.) változat viszont általános, így a továbbiakban csak ezzel foglalkozunk.

4.3.3.3. Statisztikai élettartam függvények

A méréssel meghatározott adatoknak mindig jelentős szórásuk van, vagyis még azonos anyagú és méretű alkatrészek azonos terhelés mellett is különböző terhelési ciklust bírnak ki, különböző az élettartamuk. Ez azt jelenti, hogy pl. a 18. ábrán T terhelés hatására a vizsgált alkatrészek 10 %-a már N_1 terhelési ciklusszámnál tönkrement így 90 %-a azt túlélte. Ugyanakkor pl. N_2 terhelési ciklust 50-uk, N_3 -at csak 20 %-uk élte túl. Az ilyen időben véletlenszerűen bekövetkező (nem determinisztikus) eseményeket sztochasztikus folyamatoknak hívjuk és vizsgálatukat a matematikai statisztika módszereivel lehet elvégezni, melyek végeredménye valamilyen eloszlásfüggvény.

Ha az élettartamot tekintjük véletlenszerűen bekövetkező eseménynek élettartamvalószínűség eloszlásról, ha a teherbíró - képességet teherbíró-képesség-valószínűségi eloszlásról beszélünk, melyek sűrűségfüggvényei a 18. ábrán be vannak rajzolva.

Tehát egy diagramgörbe mindig csak egy tönkremeneteli vagy túlélési valószínűséghez tartozik. Általában az 50 %, de például gördülőcsapágyak esetén a 90 túlélési valószínűséghez tartozó görbéket szokták megadni (20. ábra).



20. ábra. Csapágyak élettartam diagramja

A kifaradási görbe élettartam szakaszának alakja hiperbolikus. Így, ha logaritmikus léptékű koordinátarendszert választunk a görbe egyenesként ábrázolható. Egyszerűségénél fogva ezt az ábrázolási módot szokás alkalmazni, ahogyan az a 18 - 20. ábrákon is látható.

4.3.3.4. Smith- és Haigh-diagram

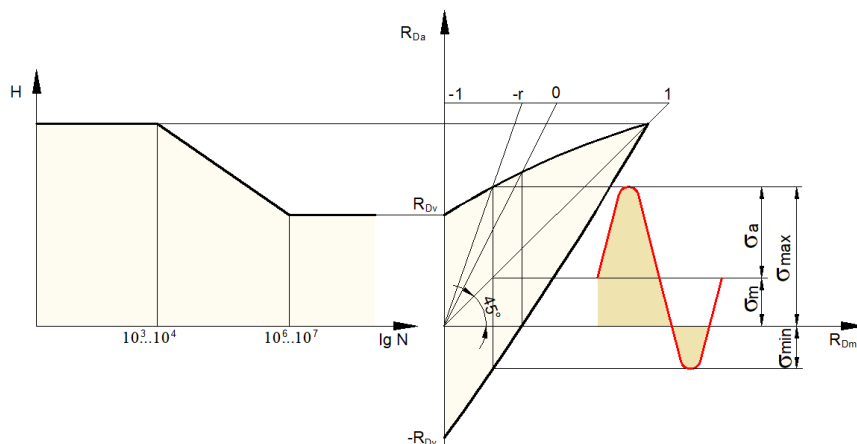
Az anyagjellemzőket tartalmazó táblázatok és diagramok adatait 10 mm átmérőjű polírozott felületű hengeres próbatestek felhasználásával fárasztógépen határozzák meg.

Szokás a méretezés megkönnyítése érdekében a különböző feszültséglefolyásokhoz (r) tartozó kifaradási határfeszültségeket egyetlen diagramban összefoglalni. Az irodalom többféle megoldást is ismertet.

Ezek közül igen elterjedt a **Smith** féle ábrázolási mód, amelyik a kifaradási határfeszültség (R_D) függését mutatja a közép feszültség (R_{Dm}) függvényében.

De igen gyakran lehet találkozni a **Haigh-diagram**okkal is. Itt a kifaradási határfeszültség amplitúdó (R_{Da}) változása látható a közép feszültség (R_{Dm}) függvényében.

Smith-diagramnál (ahogyan azt a 21. ábra mutatja) egy felső és egy alsó határgörbe rajzolható.



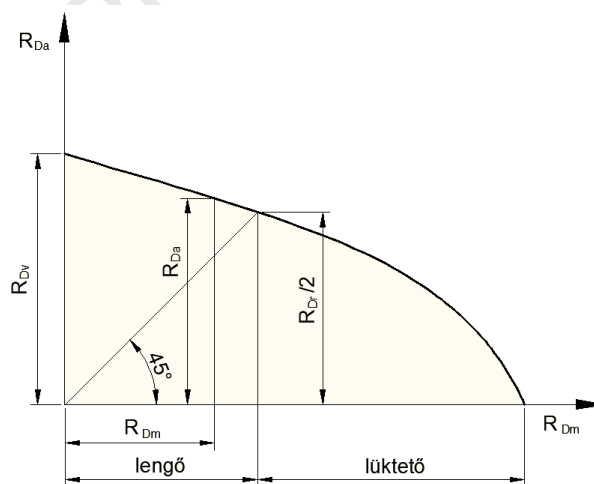
21. ábra. Smith-diagram

A felső határgörbe az $R_{Dmax}=R_{Dm}+R_{Da}$, az alsó határgörbe az $R_{Dmin}=R_{Dm}-R_{Da}$ változást adja az R_{Dm} függvényében. Az ábrából leolvasható, hogy növekvő középfeszültségekhez (R_{Dm}) csökkenő kifáradási határ amplitúdó (R_{Da}) tartozik úgy, hogy összegük a kifáradási határfeszültség ($R_D=R_m+R_{Da}$) nő.

A két görbe az R_v kontrakciós szilárdság (mint valódi statikus szakítószilárdság) értéknél metszi egymást és egymásból a berajzolt 45°-os egyenesre függőleges tükrözéssel nyerhetők.

Ha a 12. ábrával kapcsolatban bevezetett aszimmetria - tényezőt (r) itt is használjuk akkor annak egyes értékeihez tartozó kifáradási határfeszültségek is leolvashatók a meghúzott sorozóegyenes segítségével. Az $r = -1$ tiszta lengőigénybevételhez az R_{Dv} lengőszilárdság, az $r = 0$ lüktető igénybevételhez az R_{Dr} lüktetőszilárdság tartozik.

A 22. ábra a gyakran alkalmazott a Haigh-diagram ábrázolását mutatja.

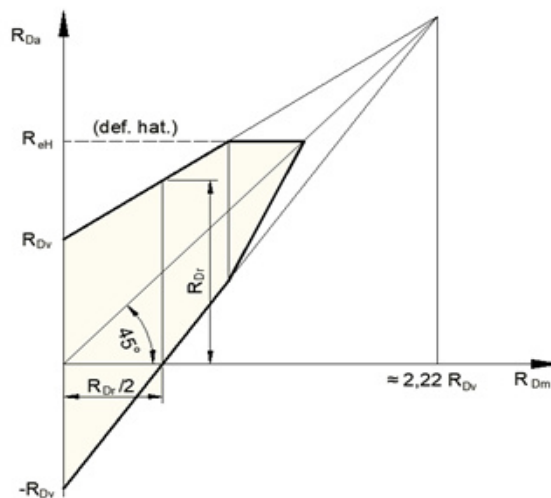


22. ábra. Haigh-diagram

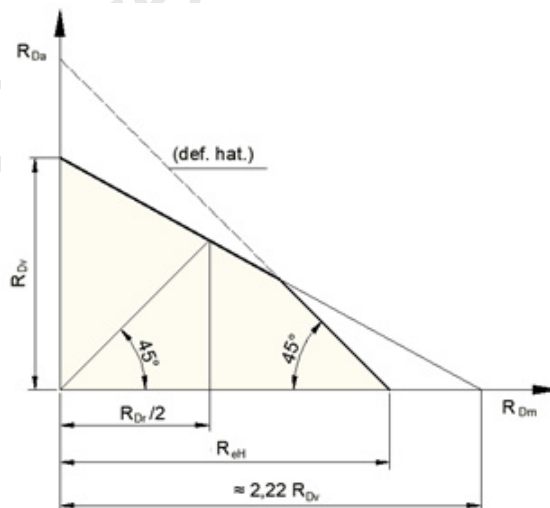
Ebből a diagramból pedig az adott közép feszültséghez tartozó határfeszültség amplitúdó olvasható ki.

A lengőszilárdság (R_{Dv}) a függőleges tengelyen van felvéve, míg a lüktető szilárdság fele (R_{Dr2}) a 45°-os egyenessel kimetszett ponthoz tartozó érték. A görbe itt az R_v kontrakciós szilárdság értékénél metszi a vízszintes tengelyt.

Mivel a Smith vagy Haigh-diagram felvételéhez igen sok próbatest eltörése szükséges, a pontos diagram helyett szokás néhány adatból (R_{Dv} , R_{Dr} esetleg R_v) közelítő diagramot rajzolni, mely a gyakorlati számításokhoz jól alkalmazható. A közelítő szerkesztéssel készült Smith-diagram a 23. ábrán, a Haigh-diagram pedig a 24. ábrán látható.



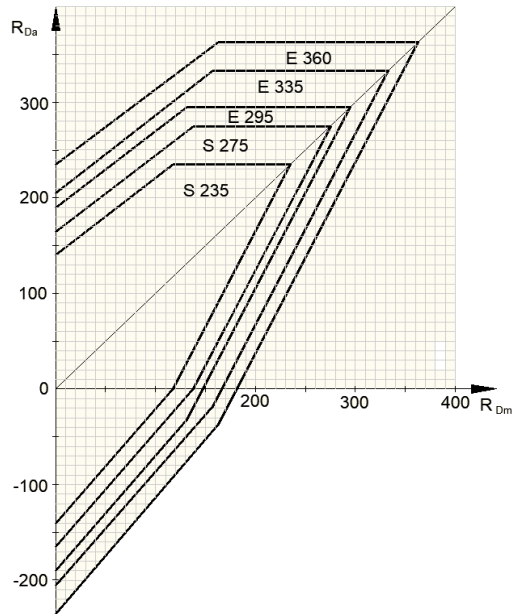
23. ábra. Anyagjellemző Smith-diagram közelítő megadása



24. ábra. Anyagjellemző Haigh-diagram közelítő megadása

Mindkét esetben a szerkesztés menete az ábrából jól nyomon követhető. Fel kell hívni a figyelmet arra, hogy a diagramok nagy közepes feszültségeihez tartozó részét le kell határolni a deformációs határral mely a szerkezet statikus teherbíró-képességét jelenti.

A szerkesztéssel meghatározott biztonsági területek nagysága függ az anyagminőségtől és az igénybevétel fajtájától. A 25. ábra ötvözetlen szerkezeti acélok közelítő szerkesztéssel készített húzó-nyomó kifáradási határait mutatja.



25. ábra. Ötvözetlen szerkezeti acélok R_{Dmny} húzó-nyomó kifáradási határa

Kifáradási határt módosító tényezők

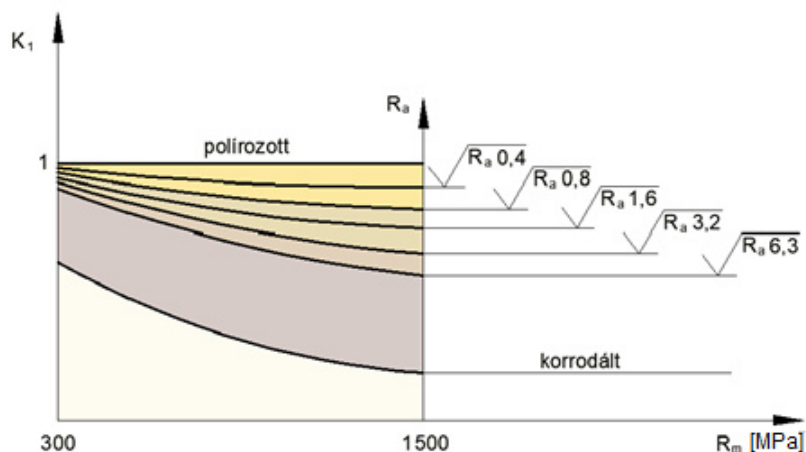
Egy szerkezeti elem teherbíró-képessége, mint szerkezetjellemző az anyagjellemzőtől eltérő lesz, amennyiben annak alakja, felülete, mérete eltér a vizsgálatoknál használt próbatestétől. Az igen sokféle befolyásoló hatás közül számszerűen - kísérleti adatokra támaszkodva - a felületminőség (K_1), a méret (K_2) és az alak (β) hatását tudjuk figyelembe venni.

A feszültségcsúcsok nagysága változó igénybevétel esetén kisebb, mint a statikus terheléskor (melyet az alaktényezővel lehet számítani) a fellépő támasztóhatás és a változó rugalmas és képlékeny alakváltozások feszültségcsúcs csökkentő hatása miatt. Ezek képlékenyebb (kisebb szakítószilárdságú) anyagoknál erőteljesebben jelentkeznek.

Ebből viszont az következik, hogy a nagyobb szilárdságú anyagok „érzékenyebbek” a kifáradásra. Ezért az ezekből készített szerkezeti elemek akkor használhatók ki jól, ha kevésbé tagolt alkatrészek készülnek belőlük, ha a terhelésük időben változó. Ugyanakkor a szükségszerűen erősen tagolt szerkezeti elemeket képlékenyebb, kisebb szilárdságú anyagokból célszerű készíteni.

Felületminőségi tényező

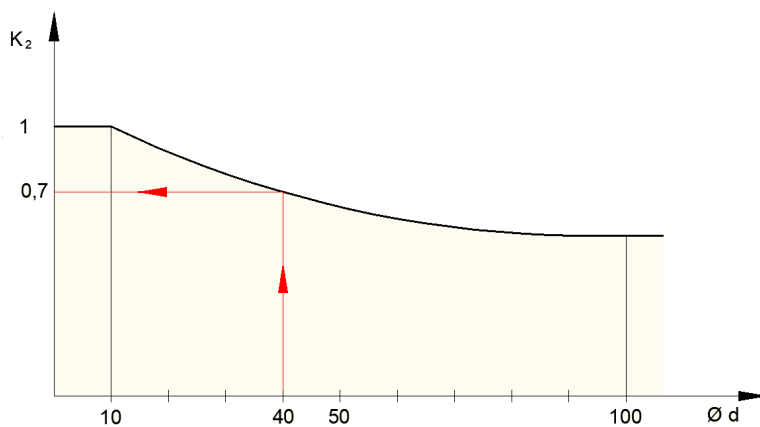
Az alkatrész felületi érdességének növekedése csökkenti a kifáradási határt a polírozott felületű ($R_a \cong 0,16 \mu\text{m}$) próbatesten mérthez viszonyítva, melyet a K_f felületminőségi tényezővel lehet számításba venni (26. ábra). A tapasztalat azt mutatja, hogy a csökkenés határozottabban jelentkezik a ridegebb, nagyobb szakítószilárdságú anyagoknál, melyet figyelembe kell venni.



26. ábra. Felületminőségi tényező értékei [4]

Mérettényező

Az alkatrészek méretének növekedése a teherbíró-képességüket, azaz a kifáradási határukat csökkenti a 10 mm átmérőjű próbapálcán mérthez viszonyítva. Ezt a csökkenést egy, az átmérőtől függő K_2 tényezővel vehetjük számításba, melynek nagyságát a 27. ábra mutatja. Bár ez a diagram lengő hajlító igénybevétel esetére érvényes más igénybevételekre is jól használható.



27. ábra. Mérettényező [1]

Horonytényező

Az előzőekhez viszonyítva nagyobb teherbíró-képesség csökkenést okoznak a szerkezeteken szükségszerűen jelenlévő hornyok, furatok, keresztmetszet változások. Ez a csökkentő hatás annál jelentősebb minél jobban eltér az alak az ideális pl. hengeres kialakítástól, főleg azért mert annak környezetében kialakult feszültségcsúcsok kedveznek a repedések kialakulásának.

Az alak teherbíró-képesség csökkentő hatását egy úgynevezett „**horonytényezővel**” (β) lehet figyelembe venni, melynek nagyságát kísérleti úton fárasztóvizsgálatokkal lehet meghatározni. Ez a (30) összefüggés szerint, a hengeres és a bemetszéssel ellátott alkatrészen mért kifáradási határ viszonyát jelenti:

$$\beta = \frac{R_D}{R'_D} \geq 1 \quad (30)$$

ahol:

R_D - a hengeres alkatrész kifáradási határa

R'_D - a bemetszett alkatrész mért kifáradási határa.

A horonytényező nagysága függ az igénybevétel módjától is. Így külön kell figyelembe venni pl. a húzóigénybevételhez a β_h , a hajlítói igénybevételhez a β_{hj} , vagy a csavaróigénybevételhez a β_{cs} értékét azonos kialakítás esetén is.

A horonytényező meghatározása igen sok kísérleti munkát igényel. Az eddig lefolytatott kísérletek eredményeit táblázatok, illetve nomogramok formájában szokás megadni, melyek a szakirodalomban megtalálhatók. Néhány, gépelemeknél gyakran alkalmazott kialakítás horonytényezője megtalálható az 8.F. táblázatban.

Az anyagok kifáradási tulajdonságait az ismertetteken túl, még számos egyéb tényező is befolyásolja. Ezek számszerű értékei még kevésbé tisztázottak. A számításoknál ezt úgy lehet figyelembe venni, hogy a kifáradási határt a leírt tapasztalatnak megfelelően alacsonyabb, vagy magasabb értékkel helyettesítjük.

Egyéb befolyásoló tényezők

Hőmérséklet:

a szobahőfokon érvényes kifáradási határ közelítőleg 300...400 °C-ig tekinthető érvényesnek. (Pontosabban 100 °C körül ez az érték kissé csökken, vagy nem változik, míg 300...400 °C körül maximumot ér el.) A folyáshatár 200 °C felett lényegesen csökken.

A hőmérséklet csökkenésével a szilárdsági értékek, így a kifáradási határ is emelkednek, azonban az anyag ridegebbé válik, ami a hornyolt alkatrészeknél végeredményben az alkatrész szilárdságának csökkenéséhez vezet.

Korrózió:

rendkívül nagy mértékben rontja a kifáradási tulajdonságokat mivel a felületen lévő kristályok folytonosságát bontja meg. Már 1...2 napos vízben történő korrodálás is lényeges szilárdságcsökkenést okoz. Ilyenkor a Wöhler görbe vízszintes szakaszának megfelelő kifáradási határ nem is mutatkozik. A korrózió hatását, ha pontos adatunk nincs a 25. ábra szerint lehet figyelembe venni.

Hidegalakítás:

a kifáradási határt kis mértékben, a folyáshatárt viszont nagymértékben növeli, az anyag nyúlóképességét azonban csökkenti, így az anyag ridegebbé válik.

Hengerlés, kovácsolás:

a szövetszerkezetet finomítja, ez pedig javítja a szilárdsági tulajdonságokat, így a kifáradási határt is. A kristályok nyújtott alakja miatt a kifáradási határ függ a feszültség irányától is.

Hőkezelés, edzés, nemesítés:

finomabb és keményebb szövetszerkezetet eredményez, ezért a kifáradási tulajdonságok is javulnak. Ugyanakkor a nagyobb keménység miatt az anyag szennyezettségének hatása fokozottabban érvényre jut. Különösen a felületi keménységet fokozó hőkezelések (betétedzés, nitridálás, láng és indukciós edzés) kedvező, ugyanis a martenzit képződés térfogatnövekedéssel jár, ami belső nyomófeszültséget létesít a felületi rétegben, ezek pedig a külső terhelésből származó feszültségeket csökkentik.

Felületgörgőzés, sörétfuvatás:

ugyancsak nyomófeszültséget hoz létre a felületi rétegben, ezért a felületi hőkezeléshez hasonlóan jelentősen növeli a kifáradási határt.

Az elmondottakból az következik, hogy egy váltakozó igénybevételnek kitett szerkezeti elem teherbíró-képessége, mint szerkezetjellemező (R'_D) meghatározható a mérések alapján felvett anyagjellemzőből (R_D), ha a kialakításból adódó módosító hatások (K_1 , K_2 , β) ismertek.

$$R'_D = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot R_D}{\beta} \quad (31)$$

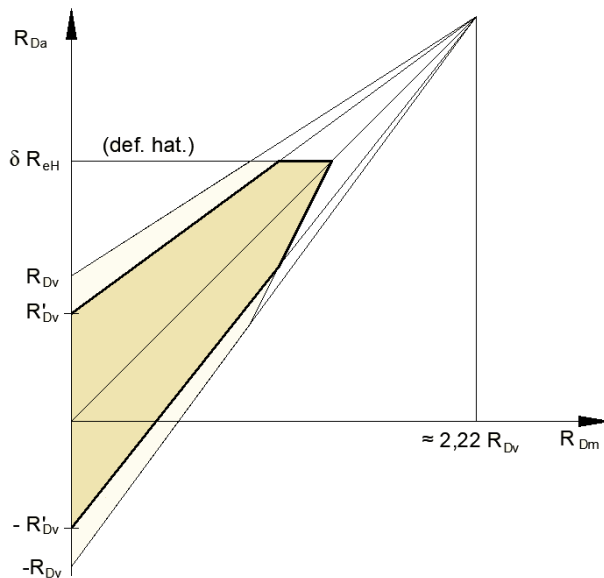
ahol:

K_1 – felületminőségi tényező

K_2 – mérettényező

β - horony (gátlás) tényező

Mivel az R_D kifáradási határ Smith vagy Haigh-diagram formájában adott, egyszerű igénybevételek esetén azok területe fog módosulni. A 28. ábrán a közelítő eljárással szerkesztett szerkezetjellemező Smith-diagram látható.

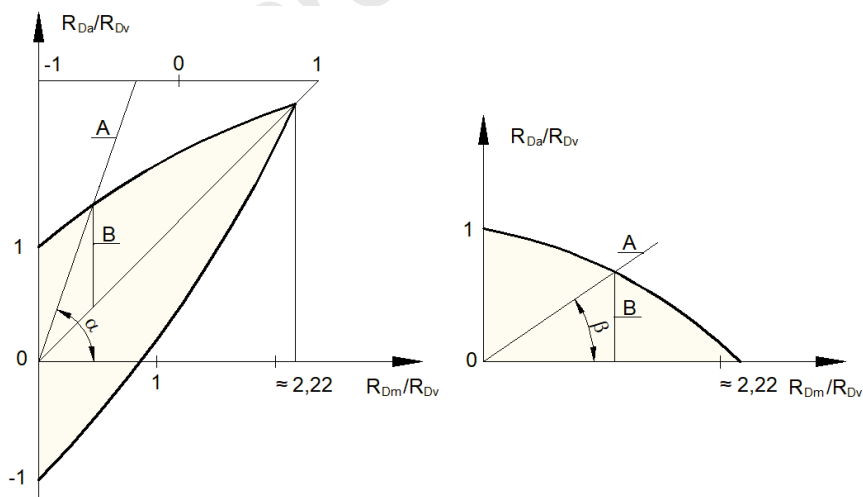


28. ábra. Szerkeztjellemző Smith-diagram közelítő szerkesztése

Az előzőekben vázolt, a kifáradással kapcsolatos számítási lehetőségek kísérleti eredményekre lettek alapozva és összefoglalóan *Thum-Lehr eljárásnak* hívják őket.

4.3.3.5. Egységdiagramos módszer

A kifáradási diagramok közelítő szerkesztése helyett jobban kezelhető az egységdiagramos módszer. Ennek lényege az a megfigyelés, hogy a különböző viszonyok között felvett Smith vagy Haigh-diagramok hasonlóak, csupán a metszések nagysága változik. Így, ha minden egyes értéket a lengőszilárdsággal elosztjuk a 29. ábrához jutunk.



29. ábra. Egységdiagramok [1]

Minden egyes

$$tg\alpha = \frac{R_D}{R_{Dm}} = 1 + A \text{ - illetve - } tg\beta = \frac{R_{Da}}{R_{Dm}} = A \quad (32)$$

meredekségű egyeneshez egy B fajlagos amplitúdó tartozik, melynek értékét a 4. táblázat tartalmazza az

$$A = \frac{R_{Da}}{R_{Dm}} \quad (33)$$

függvényében. Így az értelmezés szerint

$$B = \frac{R_{Da}}{R_{Dv}} \quad (34)$$

lesz.

3. táblázat. Fajlagos amplitúdók értékei

A	5.00	2.00	1.00	0.50	0.33	0.20	0.10	0.05
B	0.955	0.887	0.790	0.662	0.505	0.352	0.205	0.108

Míndezekből következik, hogyha ismeretes az anyag lengőszilárdsága (R_{Dv}), bármely határfeszültség amplitúdó (R_{Da}) meghatározható a (35) segítségével, ha az A vagy az r ismert:

$$R_{Da} = B \cdot R_{Dv} \quad (35)$$

továbbá bizonyítható, hogy az A és r között az

$$A = \frac{1-r}{1+r} \quad (36)$$

összefüggés áll fent.

Az így meghatározott Smith vagy Haigh-diagramok csak egyszerű igénybevételekre (pl. húzás, nyomás, hajlítás, csavarás) érvényesek. Vagyis minden egyes anyagra és igénybevételei fajtára is külön - külön meg kell határozni a diagramokat.

Egy adott anyag esetén legkisebb területe a húzó-nyomó, legnagyobb a hajlítói igénybevétel mellett felvett diagramoknak van. Csavaró igénybevétel esetén a terület a kettő közé esik.

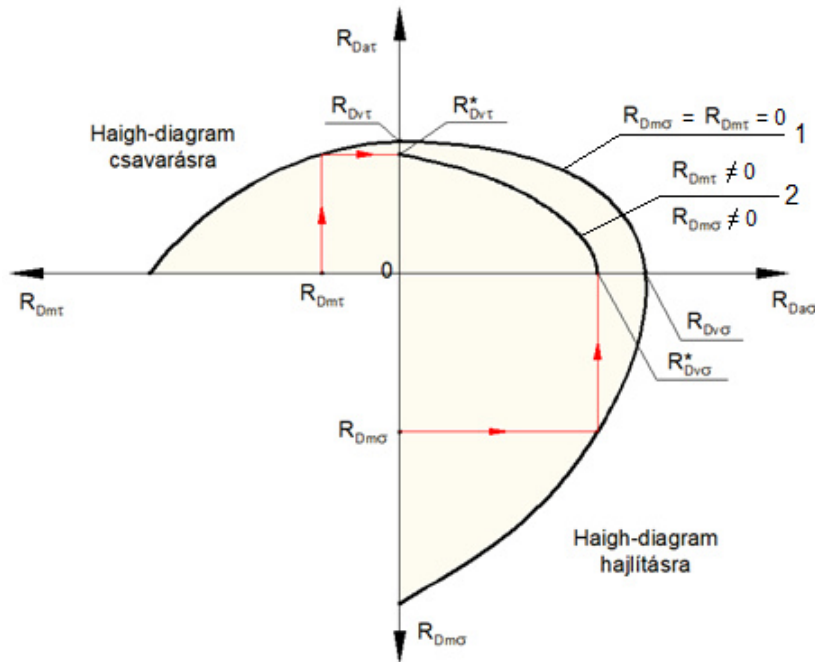
Összetett igénybevételek pl. az igen gyakran előforduló hajlítás és csavarás esetén a viszonyok lényegesen bonyolultabbak, mivel az eddigi két feszültségösszetevő (R_{Dm} és R_{Da}) helyett négy (R_{Dm} és R_{Da}) feszültségösszetevővel kell számolni.

Kísérletekkel bizonyított tény, hogy a H.M.H. elmélet kifáradásra történő vizsgálatoknál is alkalmazható. Így az egyszerű igénybevételekkel meghatározott kifáradási anyagjellemzőkből (pl. Haigh-diagramokból) az összetett igénybevételre érvényes kifáradási diagram megszerkeszthető a 30. ábrának megfelelően. Az így nyert kifáradási diagram, mely ellipszis, a határállapotot jelentő, összetartozó határamplitúdókat ($R_{Da\sigma}$ és $R_{Da\tau}$) adja. Az ábrából kitűnik, hogy az ellipszis területe legnagyobb, ha közepes

feszültségek nincsenek, vagyis mindkét igénybevétel lengő (1 jelű görbe) és az csökken, ha közepes feszültségek vannak. Az ellipszis egyenlete felírható az ismert formában:

$$\frac{R_{D\sigma\sigma}^2}{R_{D\nu\sigma}^2} + \frac{R_{D\sigma\tau}^2}{R_{D\nu\tau}^2} = 1 \quad (37)$$

ha közepes feszültségek nincsenek. Amennyiben közepes feszültségösszetevők is vannak a csillaggal jelzett módosított lengőszilárdságokat kell a nevezőbe helyettesíteni.



30. ábra. Haigh-diagram szerkesztése összetett igénybevétel esetén [1]

Az előzőekben ismertetett diagramok adott méretű (szabványos) próbatesteken végzett fárasztó kísérletek alapján lettek meghatározva így anyagjellemzőket tartalmaznak.

4.3.3.6. Bollenrath-Troost kifáradási elmélet

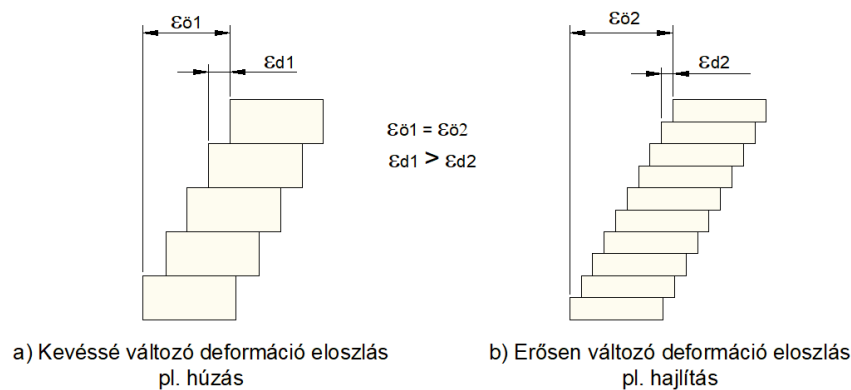
Az utóbbi időben terjedt el a főleg tengelyek méretezésére használható, már elméleti alapokon nyugvó Bollenrath-Troost kifáradási elmélet.

Az elmélet azon a megfigyelésen alapszik, miszerint egy szerkezetben kifáradásos törés akkor és ott keletkezik, ahol a terhelés hatására létrejött rugalmatlan deformáció egy kritikus értéket túllép és ez a túllépés elegendően sokszor ismétlődik.

A létrejött rugalmatlan deformáció a szerkezetet alkotó fémkristályok kristálysíkjai közötti elcsúszások. Megfigyelés, hogy adott esetben a kristálysíkokon létrejött rugalmatlan deformáció nagysága a terhelésen túl a szerkezet vizsgált részén létrejött deformációeloszlástól is függ a 30. ábrán vázoltak szerint.

Az ábrából kitűnik, hogy azonos terhelés (feszültség) által létrejött összedehformációból (ε_0) annál kisebb hányad jut a rugalmatlan deformatióra (ε_d), minél egyenlőtlenebb a deformatióeloszlás (31.b. ábra), mivel ilyenkor sok kristálysíkban indul el az elcsúszás, és egy-egy síkra kevesebb rugalmatlan deformatió jut. Mindebből viszont az következik, hogy minél jobban változik a deformatióeloszlás a szerkezet vizsgált környezetében, annál nagyobb ott a kifáradási szilárdság. E jelenséghez párosul még a támasztóhatás is amely szintén szilárdság növelő hatású. Ezek alapján, amennyiben ismerjük a vizsgált szerkezet deformatió (feszültség) eloszlását, annak kifáradási szilárdságára következtethetünk.

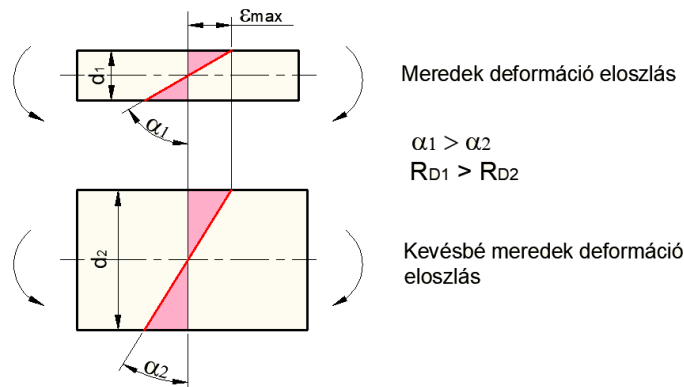
Így például húzó-nyomó igénybevétel esetén mivel a deformatió (feszültség) eloszlás közel egyenletes (5. ábra) a kifáradási szilárdság kisebb kell legyen, mint hajlítáznál, vagy csavarásnál, mivel ott inhomogén deformatió (feszültség) eloszlás alakul ki (6. ábra).



31. ábra. Deformatió eloszlás képei [5]

Még erőteljesebben jelentkezik az egyenlőtlen deformatió- (feszültség-) eloszlás szilárdságnövelő hatása feszültséggyűjtő helyek (vállak, keresztmetszetváltozások stb.) környezetében. Természetesen az itt egyébként fellépő csúcsheszültségek ellentétes hatást fejtenek ki, amennyiben kedveznek a repedések kialakulásának. E két ellentétes hatás eredményeként alakul ki a szerkezet kifáradási szilárdsága.

Nem csak az igénybevétel módjának és az alaknak a befolyásoló hatása magyarázható az elmélettel, de a méreté is. Például hajlított rudak esetén azonos maximális feszültségnél a deformatió- (feszültség-) eloszlás különböző lesz a rúd méretétől függően (32. ábra), így a kifáradási határ ott lesz magasabb, ahol a rúdátmérő kisebb. Ezt fejezi ki a Thum-Lehr módszerben a K_2 mérettényező (27. ábra).



32. ábra. A méret hatása a deformáció eloszlásra [1]

A vázolt elméletet számításra alkalmassá úgy tették, hogy bevezettek egy

$$\beta_{\varphi} = \frac{R_{Dh-ny}}{R_D} \quad (38)$$

„újfajta” horonytényezőt, (β_{φ}) mely értelmezés szerint a húzó-nyomó igénybevételnek kitett próbapálcán mért kifáradási határ, mint anyagjellemző és a kérdéses alkatrész kifáradási határa, mint szerkezetjellemző viszonya adott pl. hajlító, csavaró stb. igénybevétel esetén.

Az értelmezésből kitűnik, hogy ez a horonytényező (β_{φ}) lényegében különbözik a régebbi horonytényezőtől (β). Magában foglalja az igénybevétel fajtájának (hajlító, csavaró stb.), a szerkezet alakjának és méretének hatását is (a szabványos húzó-nyomó igénybevételnek kitett próbatesten mért kifáradási szilárdsághoz, mint alapértékhez viszonyítva). Nagyságát - egyszerűbb esetekben - nem csak méréssel, de számítással is meg lehet határozni. Hornyolt, vagy vállas tengelyek esetén például:

$$\beta_{\varphi} = \alpha \left[1 - \frac{\frac{154}{R_m}}{\frac{R_m}{1 + \frac{R_m}{1370} + \rho}} \right] \quad (39)$$

ahol

α - alaktényező a (7) szerint

ρ - [mm] a váll lekerekítési sugara,

R_m - [Mpa] az anyag szakítószilárdsága.

Látható, hogy az így definiált horonytényező egynél kisebb érték is lehet, amennyiben a viszonyok kedvezően alakulnak. Mivel magában foglalja a K_I felületminőségi tényezőt kívül az összes többi befolyásoló hatást a szerkezet teherbíró-képessége a húzó-nyomó kifáradási határból meghatározható

$$R'_D = \frac{K_I \cdot R_{Dh-ny}}{\beta_{\varphi}} \quad (40)$$

Nagy előny, hogy mindig csak a húzó-nyomó kifáradási diagramot kell használni és nincs szükség a mérettényezőre sem.

DUPress e-könyv

5. Szerkezetek biztonságának meghatározása

Visszatérve az 1.1 fejezetben már tárgyalt biztonság fogalmához, a (2) összefüggés szerinti számított biztonsági tényező számszerű értéke az előző fejezetek alapján már meghatározható. Mivel a 2 fejezet alapján a terhelés, a 4 fejezetnek megfelelően pedig a teherbíró-képesség kiszámítható a számított biztonsági tényező már adódik:

$$\frac{\text{Számított teherbíró – képesség}}{\text{Számított terhelés}} = n_{sz}$$

A szerkezetet szilárdságilag megfelelőnek ítéltetjük meg, ha a már tárgyalt módon (1.1. fejezet) felvett előírt biztonságot ismerve az

$$n_{sz} \geq n_e$$

feltétel teljesül a teljes szerkezetre nézve.

Ez azt jelenti, hogy mivel nagyon gyakran feszültségekkel számolunk és azok a szerkezet egy pontjában értelmezettek igen sok biztonsági tényezőt kellene meghatározni, melyek közül a legkisebb jelenti a szerkezetre jellemző biztonságot, hiszen az a szerkezet veszélyes helye.

Természetesen kis gyakorlattal általában már előzetesen meghatározhatók azok a helyek, ahol a szerkezet tönkremenetele bekövetkezhet, így a számítási munka nagymértékben csökkenthető. Ebből a szempontból kedvező kialakításúak azok a szerkezetek, melyeknél a különböző helyeken számított biztonságok közel azonosak. Ezeket egyenszilárdságú szerkezeteknek hívjuk. Bár a számítások az eddig ismertettek alapján elvégezhetők, mégis szükségesnek látszik néhány esetet külön részletesebben is megvizsgálni, külön az időben állandó és külön az időben változó terhelések esetén.

5.1. Időben állandó terhelésű szerkezetek számított biztonsága

Egyszerű igénybevételek esetén a terhelést feszültség formában, míg a teherbíró-képességet, mint deformáció elleni biztonság formában lehet számítani:

$$n_d = \frac{R'_{eH}}{\sigma_{max}} = \frac{\delta \cdot R_{eH}}{\alpha \cdot \sigma_i} \quad (41)$$

Összetett igénybevételkor a H.M.H. elméletet alkalmazva:

$$n_d = \frac{\delta_e \cdot R_{eH}}{\sigma'_e} \quad (42)$$

ahol pl. hajlítás és csavarás esetén az úgynevezett egyenértékű folyáshatárviszony:

$$\delta_e = \sqrt{\left(\frac{\alpha_{hj} \cdot \sigma_{hj}}{\sigma'_e}\right)^2 \delta_{hj}^2 + 3 \left(\frac{\alpha_{cs} \cdot \tau_{cs}}{\sigma'_e}\right)^2 \delta_{cs}^2} \quad (43)$$

és a legnagyobb egyenértékű feszültség:

Amennyiben a P terheléspont a vizsgált diagram határgörbéin belül esik a teherbíró-képesség nagyobb, mint a terhelés, vagyis a biztonság nagyobb, mint egy ($n > 1$). Éppen ezért ezeket a diagramokat **biztonsági diagramoknak** is nevezik.

Ha a P feszültségpont valamelyik határgörbére esik a szerkezet határállapotba kerül, mivel a teherbíró-képesség megegyezik a terheléssel, a biztonság értéke egy ($n = 1$).

Ahhoz, hogy egy a diagramon belül eső P pont a határgörbére essen, azaz a szerkezet határállapotba kerüljön a terhelésnek, vagyis az összetartozó feszültségösszetevőknek (pl. σ_m , σ_a) növekedni kell.

A növekedés többféleképpen valósulhat meg.

A két leggyakoribb eset:

- $\sigma_m = \text{állandó}$ - (1. vonal)
- $\frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \text{állandó}$ - (2. vonal)

Mivel a terhelés növekedésének a lehetősége a határállapotig állhat fenn tönkremenetel nélkül, a terhelés növekedésének a mértéke a határállapotig a biztonsággal egyezik meg.

Ennek számszerű értéke a 33. ábra szerint az 1. esetnek megfelelően:

$$n_{f1} = \frac{\overline{AP_1}}{AP} \quad (46)$$

míg a 2. esetben:

$$n_{f2} = \frac{\overline{A_1P_1}}{AP} \quad (47)$$

A számlálókban szereplő módosított határfeszültség értékeit a megrajzolt és módosított Smith-diagramokból mérésrel kell meghatározni.

A biztonsági diagramok nagysága függ az anyagminőségtől és az igénybevétel fajtájától.

Ha viszont az alapanyagra vonatkozó diagramok léptékhelyesen rendelkezésre állnak azok közvetlenül felhasználhatók a (31) összefüggés felhasználásával, ugyanis a (46) és a (47)-be való értelemszerű helyettesítéssel

$$n_f = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot R_{Da}}{\beta \cdot \sigma_a} \quad (48)$$

lesz a számított kifáradás elleni biztonsági tényező.

A biztonsági területek léptékhelyes megrajzolását teszi szükségtelemmé az egységdiagramos módszer (24. ábra). Ugyanis, ha az $A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}$ arányt kiszámítjuk a 4. táblázatból (lineárisan interpolálva) a B fajlagos amplitúdó meghatározható és a (34) felhasználásával

$$n_f = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot R_{Dv \cdot B}}{\beta \cdot \sigma_a} \quad (49)$$

Nem kell az aktuális ellipszist megrajzolni, ha figyelembe vesszük annak egyenletét (37) összefüggés a módosító tényezőkkel:

$$\frac{R'_{Da\sigma}{}^2}{R'_{Dv\sigma}{}^2} + \frac{R'_{Da\tau}{}^2}{R'_{Dv\tau}{}^2} = 1 \quad (52)$$

és bevezetjük az un. részbiztonsági tényezők fogalmát:

$$n_{\sigma} = \frac{R'_{Dv\sigma}}{\sigma_a} = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot R_{Dv\sigma}}{\beta_{\sigma} \cdot \sigma_a} \quad (53)$$

továbbá

$$n_{\tau} = \frac{R'_{Dv\tau}}{\tau_a} = \frac{K_1 \cdot K_2 \cdot R_{Dv\tau}}{\beta_{\tau} \cdot \tau_a} \quad (54)$$

Ekkor a (51) és a (53), valamint a (54)-nek a (52)-be történt helyettesítésével a fáradás elleni biztonságra

$$n_f = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} \quad (55)$$

adódik, mely a (53) és (54)-el közvetlenül számításra alkalmas.

További egyszerűsödést jelent itt is a Bollenrath-Troost elmélet és az egységdiagramos módszer használata még aszimmetrikus ($r > -1$) esetében is.

Bizonyítható, hogy a (553. táblázat) összefüggés felírható az

$$n_f = \frac{K_1 \cdot R_{Dvh} - n_y \cdot B}{\sigma'_{ae}} \quad (56)$$

alakban is, ahol:

$$\sigma'_{ae} = \sqrt{(\beta_{\varphi\sigma} \cdot \sigma_a)^2 + (\beta_{\varphi\tau} \cdot \tau_a)^2} \quad (57)$$

az un. módosított egyenértékű feszültségamplitúdó.

A B fajlagos amplitúdót az

$$A = \frac{\sigma'_{ae}}{\sigma_{me}} \quad (58)$$

függvényében kell a 4. táblázatból venni, ahol:

$$\sigma_{me} = \sqrt{\sigma_m^2 + 3 \cdot \tau_m^2} \quad (59)$$

az egyenértékű közepes feszültség.

Természetesen az így meghatározott kifáradás elleni biztonságot kell egybevetni az előírttal.

Megfelelő szilárdságilag a szerkezet, ha a már ismertettek szerint:

$$n_f \leq n_e$$

minden esetben teljesül.

6. Függelék.

1. F táblázat. Biztonsági tényezők részértékei [1]

n₁	Következmény nélküli törés	1,2 ...1,3		
	A törés miatt gépállás következik be	1,3 ...1,4		
	A törés miatt a környező gépeket is le kell állítani	1,4 ...1,6		
	Fentiekén kívül emberélet is veszélyben van	1,7		
n₂	Hengerelt, kovácsolt anyag	1,1		
	Egyszerű alakú Aö	1,25		
	Bonyolult alakú Aö	1,3 ...1,4		
n₃		normalizált	nemesített	
			R _m < 1000 [Mpa]	R _m >1000 [Mpa]
	Üzemszerű anyagvizsgálat minden darabon	1,05	1,1	1,15
	Egyes darabokon üzemszerű anyagvizsgálat	1,1	1,15	1,2
	Szakító- és ütőmunkapróbák minden darabon	1,1	1,2	1,25
	Egyes darabokból szakító- és ütőmunkapróbák	1,15	1,25	1,3
	Keménységvizsgálat minden darabon	1,15	1,35	1,45
	Egyes darabokon keménységvizsgálat	1,15	1,35	1,45
Anyagvizsgálat nélkül	1,15	1,35	1,45	
n₄	Pontos számítás esetén	1,1		
	Becslés alapján	1,3		
n₅	Kiváló munka	1,1		
	Másodosztályú munka	1,2... 1,3		

2. F táblázat. A k_{ii} üzemtényező értékei állandósult üzem esetén [1]

Az üzem jellege	A hajtott gép fajtája	A terhelés jellege	A meghajtó motor típusa		
			a	b	c
Könnyű	I	Egyenletes	1,1 ... 1,15	1,2 ... 1,25	1,4 ... 1,5
Közepes	II	Mérsékeltlen ingadozó	1,3 ... 1,35	1,4 ... 1,5	1,7 ... 1,8
Nehéz	III	Nagymértékben ingadozó	1,8 ... 1,9	2,1 ... 2,25	2,4 ... 2,6
Nagyon nehéz	IV	Ütésszerűen nagy egyenlőtleneségű	2,5 ... 2,7	2,9 ... 3,0	3,2 ... 3,4

3. F táblázat. Példák a meghajtó motorra [1]

a	Egyen- és váltakozó áramú villamos motorok Gőz- és vízturbinák
b	4-6 hengeres belsőégésű motorok ha a fordulatszám > 600 [1/min]
c	1-3 hengeres belsőégésű motorok ha a fordulatszám < 600 [1/min]
I	Villamos generátor, centrifugál szivattyúk, ventilátorok, szállítószalag ömlesztett anyaghoz, esztergák, fűró- és köszörűgépek, folyamatos üzemű szállítógépek, turbókompresszorok stb.
II	Három- vagy többhengeres dugattyús szivattyúk és kompresszorok, daru futóművek, emelőgépek (<120 kapcsolás/h), szállítószalag darabárú szállításához, maró- és fűrészgépek, könnyűüzemű rosták és keverők stb.
III	Egy- és kéthengeres dugattyús szivattyúk és kompresszorok, nagyteljesítményű léghevítők, véső- és gyalugépek, frikciós- és excentersajtók nehéz lendkerékkel, szövőgépek, fonógépek, emelőgépek (>120 kapcsolás/h) stb.
IV	Kotró- és földmunkagépek, frikciós- és excentersajtók könnyű lendkerékkel, lemezollók, kalapácsok, malmok, kollerjáratok, csömöszölők, hengerművek, zúzógépek, keretfűrészek stb.

4. F táblázat. Általános rendeltetésű szerkezeti acélok összehasonlító táblázata [1]

MSZ EN 10025	MSZ EN 10027-2- 1994	MSZ 500: 1989	MSZ 500: 1981	MSZ 6280: 1982	DIN 17100
Rövid jel	Szám jel				
S 185	1.0035	Fe 310-0	A 0		St 33
S 235JR	1.0038	Fe 235 B	A 38 B	37 B	St 37-2
S 235J0	1.0114	Fe 235 C		37 C	St 37 2
S 235J2	1.0117	Fe 235 D			St 37-3U
S 275JR	1.0044	Fe 275 B	A 44	45 B	St 44-2
S 275J0	1.0143	Fe 275 C		45 C	St 44-3U
S 275J2	1.0145	Fe 275 D			
S 355JR	1.0045	Fe 335 B			
S 355J0	1.0553	Fe 335 C		52 C	St 52-3U
S 355J2	1.0577				
S 355K2	1.0596	Fe 335 D			
S 450J0	1.0590				
E 295	1.0050	Fe 490-2	A 50		St 50-2
E 335	1.0060	Fe 590-2	A 60		St 60-2
E360	1.0070	Fe 690-2	A 70		St 70-2

5. F táblázat. Általános rendeltetésű szerkezeti szénacélok szilárdsági tulajdonságai

Az acélminőség jele	Statikus szilárdság [MPa]			Lengőszilárdság [MPa]			Lüktetőszilárdság [MPa]		
	R _m	R _{eH}	R _{eH hj} (hajlításra)	R _{Dv h}	R _{Dv cs}	R _{Dv hj}	R _{Dr h}	R _{Dr cs}	R _{Dr hj}
S 235	373 ... 481	235	355	140	100	180	230	150	255
S 275	431 ... 549	275	328	165	125	205	255	180	320
E 295	490 ... 628	294	363	190	140	235	300	190	365
E 335	588 ... 726	333	422	205	160	275	335	215	420
E 360	690	363	481	235	195	325	365	255	480

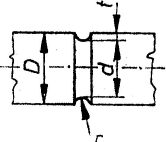
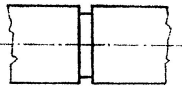
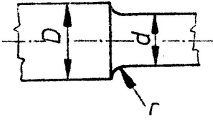
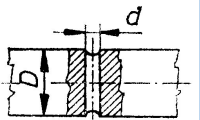
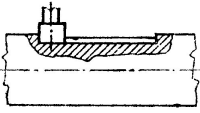
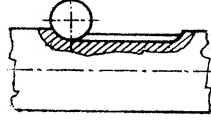
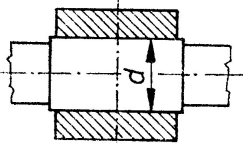
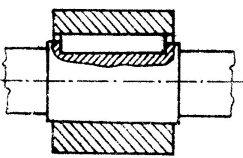
6. F táblázat. Betétben edzhető acélok szilárdsági tulajdonságai [1]

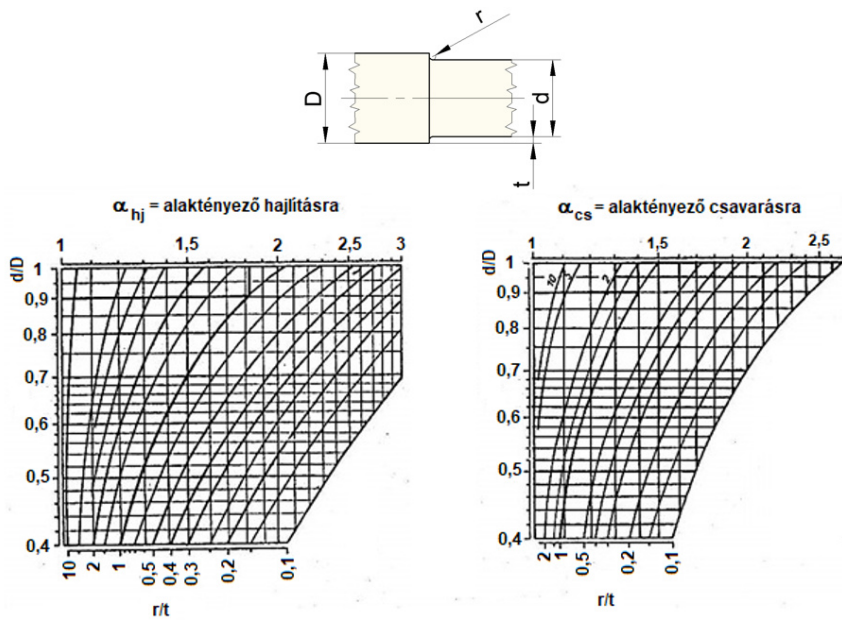
Az acélminőség jele	Statikus szilárdság [MPa]			Lengőszilárdság [MPa]			Lüktetőszilárdság [MPa]		
	Rm	ReH	ReH _{hj}	RD _v _h	RD _v _{cs}	RD _v _{hj}	RD _r _h	RD _r _{cs}	RD _r _{hj}
C 10	588 ... 834	392	458	215	170	255	295	205	385
C 15	666 ... 932	441	560	235	175	275	345	235	440
BC 2	834 ... 1177	637	750	360	285	420	540	390	630
BC 3	932 ... 1275	735	838	410	295	470	650	410	715
BCM _o 1	981 ... 1275	785	882	420	350	490	640	480	740
BCM _o 2	1080 ... 1375	885	970	465	390	540	705	540	815
BNC 2	932 ... 1275	686	838	400	305	465	610	420	705
BNC 5	980 ... 1275	735	880	420	325	490	640	450	740
BNC 7	885 ... 1225	637	795	380	285	440	575	390	670
BNCM _o 1	1080 ... 1420	735	970	465	325	540	705	450	815
BNCM _o 2	1130 ... 1470	785	1015	485	350	565	735	480	850
BNCM _o 3	1275 ... 1620	885	1145	550	390	630	830	540	965

7. F táblázat. Nemesíthető szerkezeti szénacélok szilárdsági tulajdonságai [1]

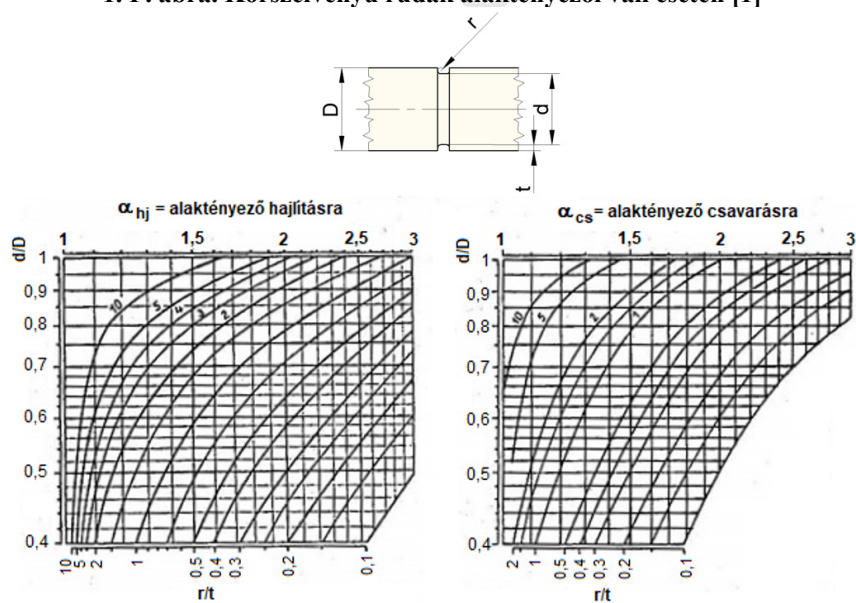
Az acélminőség jele	Statikus szilárdság [MPa]			Lengőszilárdság [MPa]			Lüktetőszilárdság [MPa]		
	Rm	ReH	ReH _{hj}	RD _v _h	RD _v _{cs}	RD _v _{hj}	RD _r _h	RD _r _{cs}	RD _r _{hj}
C 25	540 ... 685	365	450	225	160	275	365	205	410
C 35	620 ... 765	420	530	245	180	305	390	265	460
C 45	695 ... 845	480	610	295	205	365	470	305	540
C 55	785 ... 930	540	670	305	225	385	500	365	560
C 60	835 ... 980	570	690	325	245	390	510	385	610
Cr 1	885 ... 1080	685	875	375	275	480	610	440	735
Cr 2	930 ... 1020	735	910	400	295	500	660	460	735
Mn 1	785 ... 935	590	695	335	245	410	530	390	630
CMo 1	885 ... 1080	685	765	355	265	430	590	400	650
CMo 3	980 ... 1175	785	875	370	275	480	610	440	740
CMo 4	1080 ... 1275	885	960	410	305	510	670	490	785
CrV 3	1080 ... 1175	885	1060	430	335	540	705	510	835
NCMo 4	1030 ... 1220	835	960	410	305	510	670	490	785

8. F táblázat. Gátlástényező értékei tengelyekhez S275...E335 minőségű acélok esetén [2]

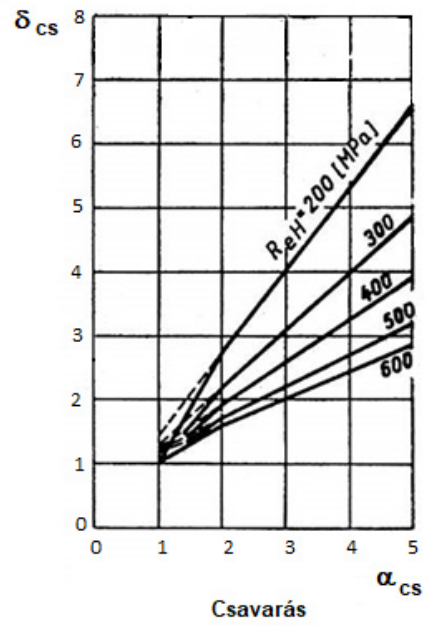
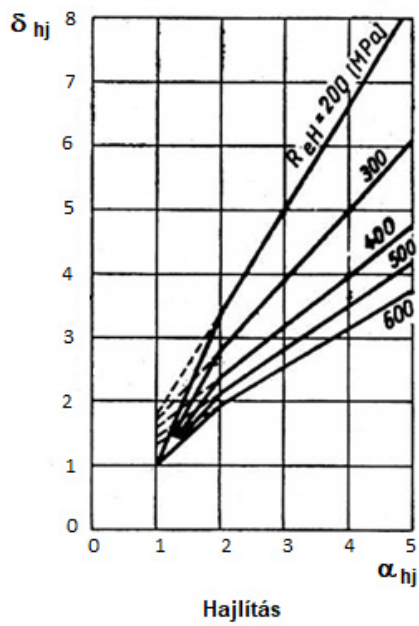
A bemetszés		Gátlástényező (β)	
jellege	alakja	hajlításra	csavarásra
Ívelt bemetszés		1,5...2,0	1,3...1,8
Négyszögletes bemetszés		2,5...3,5	2,5...3,5
Tengelyvállak		1,5 ha $r/D = 0,1$ $d/D = 0,7$	1,5 ha $r/D = 0,1$ $d/D = 0,7$
Keresztirányú furat		1,4...1,8 ha $d/D = 0,14$	1,4...1,8 ha $d/D = 0,14$
Ujjmaróval készült horony		1,6...2,0	1,3
Tárcsamaróval készült horony		1,3...1,5	1,3...1,5
Szilárd illesztés retesz nélkül		1,7...1,9	1,3...1,4
Szilárd illesztés retesszel		2,0...2,4	1,5...1,6



1. F. ábra. Körszelvényű rudak alaktényezői váll esetén [1]



2. F. ábra. Körszelvényű rudak alaktényezői beszúrás esetén [1]



3. F. ábra. Folyáshatárviszony egyszerű meghatározása [1]

7. Irodalomjegyzék

- [1] Tóth L. József: Gépészeti szerkezetek szilárdsági vizsgálatának alapjai. DE-MFK. SZENAX Bt. Debrecen, 1993
- [2] Tochtermann, Bodenstein: Gépelemek I. Műszaki Könyvkiadó Bp. 1986.
- [3] Dr. Terplán Z.: Gépelemek I. Tankönyvkiadó Bp. 1987.
- [4] Dr. Drobni J.: Gépelemek III. Tankönyvkiadó Bp. 1983.
- [5] Dr. Zsáry Á.: Gépelemek I. Tankönyvkiadó Bp. 1989.

DUPress e-könyv

