



1949

Magspektrumok héjszerű, kollektív és fürtösödő sajátosságai

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Riczu Gábor

Témavezető: Dr. Cseh József

Debreceni Egyetem

Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács

Fizikai Tudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2021.

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának Magfizika programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.

Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 2021. április 17.

Riczu Gábor
doktorjelölt

Tanúsítom, hogy Riczu Gábor doktorjelölt 2014 - 2021 között a fent megnevezett Doktori Iskola Magfizika programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult.

Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét. Az értekezés elfogadását javasolom.

Debrecen, 2021. április 17.

Dr. Cseh József
témavezető

**Magspektrumok héjszerű, kollektív és fürtösödő
sajátosságai**

Értekezés a doktori (Ph.D.) fokozat megszerzése érdekében
a fizika tudományágban

Írta: Riczu Gábor okleveles fizikus

Készült a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori
Iskolája Magfizika programja keretében

Témavezető: Dr. Cseh József

A doktori szigorlati bizottság:

elnök:	Dr. Vertse Tamás	
tagok:	Dr. Sükösd Csaba	
	Dr. Tímár János	

A doktori szigorlat időpontja: 2020. augusztus 5.

Az értekezés bírálói:

Dr.		
Dr.		

A bírálóbizottság:

elnök:	Dr.		
tagok:	Dr.		
	Dr.		
	Dr.		
	Dr.		

Az értekezés védésének időpontja:

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Irodalmi áttekintés	5
2.1. A magszerkezet modelljei	5
2.2. Algebrai modellezés	8
2.3. Félmikroszkopikus algebrai modellek	10
2.3.1. Kvartettmodell	10
2.3.2. Fürtmodell	13
2.4. A többkonfigurációs dinamikai szimmetria	15
2.5. Kvázidinamikai szimmetria	19
3. A saját vizsgálatok módszertana	21
3.1. A modellterek szerkesztése	22
3.1.1. Kvartettmodell	22
3.1.2. Fürtmodell	24
3.2. Spektrumszámolás	25
3.2.1. Energiaspektrumok	25
3.2.1.1. Dinamikai szimmetriák	25
3.2.1.2. Szimmetriasértő kölcsönhatások	30

3.3.	Elektromágneses átmenetek	32
3.4.	Spektroszkópiai faktorok	35
3.5.	Alakizomerek keresése (SCS módszer)	38
4.	Magszerkezeti vizsgálatok és eredmények	43
4.1.	Különböző konfigurációk együttes leírása: több- konfigurációs szimmetria	44
4.1.1.	^{28}Si : Kvartettállapotok és egzotikus klasz- tergerjesztések $_{[P2]}$	44
4.1.2.	^{28}Si : Alfaklasztterek és az új szóraskísérlet $_{[P3]}$	54
4.1.3.	^{36}Ar : Alapállapottól a hiperdeformációig $_{[P4]}$	58
4.2.	^{20}Ne : A szimmetria sérülése és a klaszterizációk fázisdiagramja $_{[P6]}$	67
4.3.	Alakizomer állapotok $_{[P5]}$	79
5.	Összefoglalás	85
6.	Summary	89
7.	Köszönetnyilvánítás	93
8.	Publikációk	94
Függelék		
A.	A számítógép-programok bemutatása	109
A.1.	$U(3)$ és $U(4)$ programok	111
A.1.1.	$U(3)$ szorzó	112
A.1.2.	$U(3)$ többtenyezős többtagú szorzó	113
A.1.3.	$U(3)$ inverz	115

A.1.4. Műveletek outputokkal	117
A.2. $SU(3)$ szorzó	118
A.3. $U(4)$ -ből ST	119
A.4. ST -ből $U(4)$	120
A.5. $U(n)$ -ben az $U(3)$	121
A.6. $U(3)$ irrepből bázisállapotok	123
A.7. Deformációs paraméter átváltók	125
A.7.1. Lambda műből béta gamma	125
A.7.2. Beta gammából lambda mű	127
A.8. Tehetetlenségi nyomaték számoló	129
A.9. Hégmodelltér-számoló	131
A.10.klasztermmodelltér-számoló	142
A.11.Energiaspektrumok	145
A.12.Elektromágneses átmenetek	152
A.13.Spektroszkópiai faktorok	154

Rövidítések

GS: alapállapot (ground state)

SD: szuperdeformált (superdeformed)

HD: hiperdeformált (hyperdeformed)

SAQM: félmikroszkopikus algebrai kvartettmodell (semimicroscopic algebraic quartet model)

SACM: félmikroszkopikus algebrai klasztermodell (semimicroscopic algebraic cluster model)

MUSY: többkonfigurációs dinamikai szimmetria (multiconfigurational dynamical symmetry)

SCS: $SU(3)$ szimmetria stabilitása és önkonzisztenciája (stability and self-consistency of the $SU(3)$ symmetry)

ACM: alfa-klaszter modell (alpha-cluster model)

W.u.: Weisskopf egység (Weisskopf unit)

1. fejezet

Bevezetés

Az atommag - általában - soknukleon-rendszer. Mivel a kvantummechanikai soktest-problémát nem tudjuk egzaktul megoldani, ezért a magszerkezet leírásában kulcsszerepet játszanak a modellek. Azok különböző fizikai képeken alapulnak, például héjszerkezet (héjmodell), folyadékcsepp (kollektív modell), vagy molekulakép (fürt-vagy klasztermmodell). Ezért a magfizikai vizsgálatoknak egy nagyon fontos kérdése, hogy ezek hogyan viszonyulnak egymáshoz.

A magok szerkezetének és dinamikájának megértésben nagy segítséget jelent a szimmetriamegfontolások alkalmazása. Jelen-tősen egyszerűsítik a feladatot, egyúttal kiemelik annak lényeges vonásait. Ennélfogva a magfizikában már a kezdetektől nagy szerepet játszanak az algebrai modellek; Wigner Jenő 1937-ben publikálta a szupermultipllett-elméletet, mely az $U(4)$ csoporton alapul. Némi kezdeti idegenkedés után a csoportelméleti model-

lek egyre fontosabb szerepet játszottak, és úgy tűnik, ma még lényegesebbek, mint valaha.

Az ATOMKI-ben is komoly hagyománya van az algebrai modellezésnek. A témavezetőm és munkatársai már az én csatlakozásom előtt megalkottak és alkalmaztak egy klasztermodellt [1], és egy alakizomérek felkutatására szolgáló szimmetriaalapú módszert [2]. Arra is fényt derítettek, hogy e kettőt, valamint különböző klaszterkonfigurációkat is összekapcsol egy összetett szimmetria, melyet többkonfigurációs szimmetriának (MUSY) neveznek [3]. Ezek a modellek és módszerek félmikroszkopikusak, abban az értelemben, hogy mikroszkopikusan szerkesztett modellteret kombinálnak fenomenologikus kölcsönhatásokkal.

Én akkor csatlakoztam ezekhez a kutatásokhoz, amikor születőben volt a félmikroszkopikus algebrai kvartettmodell. A kvartettkonfiguráció egy speciális héjmodell-konfigurációt jelent. Ezáltal a félmikroszkopikus algebrai modellek családja magába foglalta a három alapvető szerkezetmodellt: a héj-, kollektív és klasztermodellt. Ennek alapján azt lehetett várni, hogy az őket összekapcsoló többkonfigurációs szimmetria egységesen tud leírni a héj-, kollektív, és klaszterállapotokat.

Az előbbieket fényében munkám alapvető célja a félmikroszkopikus algebrai modellcsalád fejlesztéséhez való hozzájárulás, és annak alkalmazása volt.

A fejlesztésben az én munkám számítógépes programok írása volt. Egyfelől a meglévő klasztermodell programok is jelentős bővítésre szorultak, másfelől pedig a héjmodell-leírással való bővítés komoly fejlesztést igényelt.

Tekintettel arra, hogy a félmikroszkopikus modellek teljesen mikroszkopikus modellteret használnak, és hogy nagyon sok feladatban törzsnéküli (no-core) megközelítésre van szükség, ez hatalmas modelltereket jelent (pl.: 20-nál is több főhéjgerjesztést magában foglaló teljes héjmodellteret 28 nukleonra). Ez nem elhanyagolható kihívás, hiszen még némely standard könyvtári program alkalmazhatósági határát is jelentősen meg kell növelni hozzá.

A fizika szempontjából a következő célkitűzések vezérelték munkámat.

Elsősorban az a kérdés tűnt izgalmasnak, hogy a héj-, kollektív, és klasztermodell közös metszetét jelentő többkonfigurációs szimmetria hogyan teljesít a kísérleti adatok leírásában.

A klaszterizáció fajtáival, vagy fázisaival az utóbbi időben nagyon sok tanulmány foglalkozott [4]. Ezek azonban döntően kvalitatív megfontolásokra szorítkoztak, vagy sematikus számításokat tartalmaztak. Nagyon hiányzott viszont a valódi magokra végzett szisztematikus vizsgálat ezen a téren.

Az $U(3)$ szimmetria stabilitását és önkonzisztenciáját vizsgáló módszert korábban nehéz magok alakizomér állapotainak meghatározására alkalmazták [5]. Felmerül a kérdés, hogy az ilyen módszerek mit mutatnak a könnyű magok viselkedésére, ahol a jelenségek inkább áttekinthetőek, és ahol a más alapvető szerkezetmodellekkel való összehasonlítás is egyszerű.

Dolgozatomban tehát ezen kérdésekre próbálok válaszokat adni a vizsgálataim által.

2. fejezet

Irodalmi áttekintés

2.1. A magszerkezet modelljei

Az atommagok összetett rendszerek, melyek leírása nem egyszerű feladat. Ugyanis a legtöbb mag sok nukleonból áll, melyek közötti kölcsönhatás nagyon bonyolult és teljes pontossággal ma sem ismert. Ebből kifolyólag nem létezik egyetlen módszer sem, amivel pontos képet kaphatnánk róluk. Így a leírásukhoz különböző egyszerűsítő feltevésekre van szükség, azaz modelleket kell alkotni. Attól függően, hogyan egyszerűsítjük megoldhatóvá a problémát (ami elhanyagolásokkal jár), különböző modelleket kapunk. Manapság rengeteg modell létezik, amik a magok más-más jellemzőit képesek leírni. Három alapvető típusuk: a héjmodell, a cseppmodell és a klasztermmodell. Most tekintsük át ezek alapvető jellemzőit [6].

Cseppmodell

A cseppmodell az atommagot egy elektromosan töltött folyadék-cseppként írja le. Ennek az oka, hogy a nukleonokat összetartó erős kölcsönhatás nagyon hasonlít a folyadékmolekulákat összetartó Van der Waals kölcsönhatáshoz, hiszen a hatótávolságok mindkét esetben csak a szomszédos részecskékre terjednek ki, nem tesznek különbséget az alkotórészek között, és mindig vonzásban nyilvánulnak meg. Ez a modell sikeresen leírja a magok kötési energiáit, valamint képes rezgő és forgó mozgások spektrumait generálni.

Klasztermodell

Ez az egyik legrégebbi modell, mely szerint az atommag két vagy több kisebb mag (klaszter) rendszere, amik egymáshoz képest is mozognak. Ebből kifolyólag a szabadsági fokokat két részre lehet osztani: Egyesek a klaszterek belső szerkezetét írják le, mások a relatív mozgást. Ezzel lehet magyarázni a jól ismert alfa bomlás jelenségét, vagy más egzotikus, nehezebb magok (pl. szén, molibdén) kibocsátásával járó folyamatokat.

Héjmodell

Talán ez a legsikeresebb modell, ami a magot egy atomhoz hasonló rendszernek tekinti, amelyben a nukleonok egy vonzó erőterben keringenek. Az atommagban ezt az erőteret nukleonok egy csoportja hozza létre, melyek egy masszív törzset alkotnak. A tör-

zsön kívüli úgynevezett valencianukleonok pedig ebben a térben különböző pályákon mozognak, amik egymással is kölcsönhatnak. A protonok és neutronok ütközésmentes mozgását ezen apró térrészben a Pauli-elv garantálja. Ez a modell a mágikus számokat sikeresen reprodukálja, melyek: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.

2.2. Algebrai modellezés

Az előző fejezetben bemutatott magmodelleknek mára óriási a szakirodalma. Mindegyiken belül számos típus létezik. Azonban ezeket számolási módszer szempontjából két nagy részre lehet osztani. Az egyikben differenciálegyenleteket használnak, a másikban pedig algebrai módszereket. A továbbiakban algebrai magmodellekről lesz szó, így most ezen modellek főbb jellemzőit fogom bemutatni.

Egy modellt akkor hívunk algebrainak, ha a benne szereplő operátorok és bázisállapotok rendelkeznek valamilyen szimmetriával. Egy $\hat{H}$ operátor szimmetrikus, ha felcserélhető egy G szimmetriaalgebra bármely $\hat{g}$ elemével [7]:

$$[\hat{H}, \hat{g}] = 0. \quad (2.1)$$

ψ_i vektorok egy halmaza szimmetrikus, ha egy T szimmetriaalgebra irreducibilis reprezentációjának megfelelően transzformálódik [7]:

$$T\psi_i = \sum_j \hat{T}_{ji} \psi_j. \quad (2.2)$$

Ezen modellek fontos határesetek a dinamikai szimmetria. Egy dinamikai szimmetria akkor áll fenn, ha az operátorok egyetlen algebralánc invariáns operátoraival kifejezhetők [8]:

$$\begin{aligned} G_1 \supset G_2 \supset \dots \supset G_n \\ |\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_n\rangle. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Itt γ_i -k az egyes algebrákhoz tartozó irreducibilis reprezentációk (irrepek) indexei. Egy algebrához természetesen több index is

tartozhat, amelyek meghatározzák a bázisállapotokat. Továbbá, ha ezen algebrálánchoz tartozó invariáns operátorokkal írjuk fel a Hamilton operátort, akkor a sajátértéket analitikus úton lehet meghatározni:

$$\hat{H} = f(C_1, C_2, \dots, C_n). \quad (2.4)$$

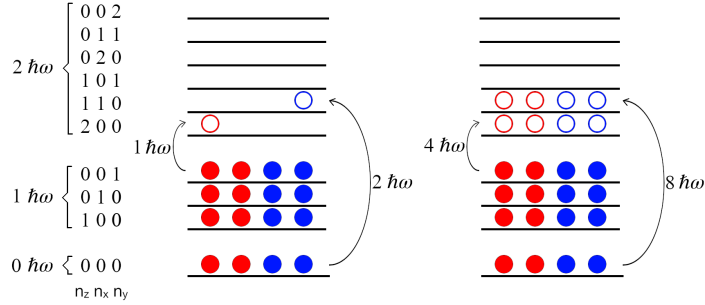
Ekkor $\hat{H}$ -nak csak G_n egzakt szimmetriája, viszont a sajátvektorai mind rendelkeznek $G_1, \dots, G_n$ szimmetriákkal. Ez az analitikus megoldhatóság az ilyen típusú modellek nagy előnye. A továbbiakban dinamikai szimmetriára és alkalmazásaira több példát is fogok mutatni.

2.3. Félmikroszkopikus algebrai modellek

A következőkben bemutatom azon félmikroszkopikus algebrai magmodelleket, melyek alkalmazásával foglalkoztam a doktori munkám során. Ezen modelleket a témavezetőm és munkatársai alkották meg.

2.3.1. Kvartettmodell

A félmikroszkopikus algebrai kvartettmodell (SAQM) [9] a törzsnélküli héjmodellnek [10] egy szimmetria vezényelt csonkolása, ami egy atommag kvartett gerjesztéseit írja le. Egy kvartettet két proton és két neutron alkot, amik között a kölcsönhatás erős, ami a nukleonok közötti rövid hatótávolságú vonzó magerők [11] következménye. A különböző kvartettek közötti kölcsönhatás gyenge. Ebben a megközelítésben L-S csatolást alkalmazunk, a modeltér spin-izospin szektorral rendelkezik, amit Wigner $U^{ST}(4)$ csoportja [12] határoz meg, a térbeli részt pedig Elliott $U(3)$ csoportja [13]. Négy nukleon egy kvartettet alkot [14], ha a spin-izospin szimmetriájuk $\{1, 1, 1, 1\}$, és permutációs szimmetriájuk $\{4\}$, azaz csak spin-izospin 0 tartalmuk van. Ez a definíció megengedi, hogy két proton és két neutron kvartettet alkosson akkor is, ha ők különböző héjakon vannak. Ennek eredményeként a kvartettmodeltér 0, 1, 2, 3, 4, ... főhéjgerjesztéseket tartalmaz (a héjmodell nyelvén), ellentétben [11] eredeti definíciójával szemben, amikor négy nukleon ugyanazt az egyrészecekepályát foglalja el, ebből kifolyólag csak 0, 4, 8, ... főhéjgerjesztéseket tud leírni (2.1-es ábra).



2.1. ábra. Kvartett gerjesztések szemléltetése az ^{16}O magon keresztül, ahol n_z , n_x , n_y a z , x , y irányú oszcillátorkvantumok számát jelöli. A bal oldali rész $1 \hbar\omega$ és $2 \hbar\omega$ kvartettgerjesztést mutat az általunk használt [14]-es cikk definíciója szerint, a jobb oldali pedig $4 \hbar\omega$ és $8 \hbar\omega$ kvartettgerjesztést a [11]-es munka definíciója szerint.

A modell teljesen algebrai, ezért csoportelméleti módszereket lehet alkalmazni a mátrixelemek kiszámításánál. Az operátorok tartalmaznak paramétereket, melyeket a kísérleti adatokhoz kell illeszteni, ezért hívjuk a modellt félmikroszkopikusnak: fenomenologikus operátorok vannak kombinálva mikroszkopikus modell-térrel. A kvartett szimmetria következtében csak az $\{1, 1, 1, 1\}$ $U^{ST}(4)$ rész játszik szerepet a fizikai mennyiségek számolásánál, így az $U(3)$ csoport és alcsoportjaik elegendőek az állapotok meghatározásához.

$$U(3) \supset SU(3) \supset SO(3) \supset SO(2) \quad (2.5)$$

$$[[n_1, n_2, n_3], (\lambda, \mu), K, L, M],$$

A 2.5-ös összefüggésben láthatóak a csoportok reprezentációs indexei, amik a bázisállapotok kvantumszámait adják meg. Itt $n=n_1+n_2+n_3$ az oszcillátorkvantumok száma, és $\lambda=n_1-n_2$, $\mu=n_2-n_3$. Egy (λ,μ) reprezentáció impulzusmomentum tartalma a következő [13]: $L=K, K+1, \dots, K+\max(\lambda,\mu), K=\min(\lambda,\mu), \min(\lambda,\mu)-2, \dots, 1$ vagy 0 , kivéve ha $K=0$. Ekkor $L=\max(\lambda,\mu), \max(\lambda,\mu)-2, \dots, 1$ vagy 0 . A dinamikai szimmetria határesetében, amikor a Hamilton operátort ezen csoportlánc invariáns operátoraival fejezzük ki, analitikus megoldás kapható az energia sajátértékproblémájára.

A SAQM-et effektív modellnek is lehet tekinteni a [15]-ös cikk leírása alapján: A különböző kvadrupól alakok sávjai leírhatóak a legalacsonyabb rendű $U(3)$ irrepekkel az óriásrezonancia gerjesztések figyelembevétele nélkül, és a modellparamétereket a legalacsonyabb $U(3)$ irrepek altereihez kell renormálni .

2.3.2. Fürtmodell

A félmikroszkopikus algebrai klasztermodell (SACM) [1], épp olyan mint más klasztermodellek, az atommag lényeges szabadsági fokait osztályozza: egyesek a klaszterek belső szerkezetéhez, mások a relatív mozgáshoz tartoznak. Más szavakkal: a leírás egy molekulyszerű képen alapszik. A klaszterek belső szerkezetét Elliott héjmodelljével [13] kezeljük $U^{ST}(4) \otimes U(3)$ csoportszerkezettel. A relatív mozgás pedig a vibron modellel [16], ami a dipól mozgás (forgás, rezgés) algebrai modellje, mely $O(4)$ és $U(3)$ bázissal rendelkezik (lásd 3.2.1.1. fejezet). Kétklaszter konfigurációnál a modell csoportstruktúrája a következő: $U_{C_1}^{ST}(4) \otimes U_{C_1}(3) \otimes U_{C_2}^{ST}(4) \otimes U_{C_2}(3) \otimes U_R(4)$, ahol C_i a klaszterekre utal, R pedig a relatív mozgásra.

A modellteret mikroszkopikusan számoljuk, azaz a Pauli tiltott állapotokat kizárjuk. Ehhez a vibron modell bázisát csönkolni kell a Wildermuth előírás szerint [17]. Ez az előírás meghatározza a relatív mozgás kvantumszámának legkisebb megengedett értékét. Továbbá szükséges megkülönböztetni a Pauli-megengedett és tiltott állapotokat egy főhéjon belül is. Erre a célra különböző módszerek vannak, pl. ha vesszük a klaszterbázis metszetet az $U(3)$ héjmodellbázissal, ami már mentes a tiltott állapotoktól. Az SACM teljesen algebrai, és félmikroszkopikus az előbbiek értelmében.

Amikor az atommagnak csak a spin-izospin nulla állapotai fontosak (ez egy tipikus probléma klasztervizsgálatokban), akkor csak a térszimmetria releváns (eltekintve a modelltér felépítésétől).

A legegyszerűbb, azaz kettős klaszterkonfigurációnál a meg-

felelő csoportlánc az következő:

$$\begin{aligned} U_{C_1}(3) \otimes U_{C_2}(3) \otimes U_R(4) \supset U_C(3) \otimes U_R(3) \supset \\ U(3) \supset SU(3) \supset SO(3) \supset SO(2). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ezen lánc által meghatározott bázis különösen hasznos a kizárási elv kezelésében, mivel az $U(3)$ generátorok felcserélhetőek a permutációs csoportéval, így egy irrep minden bázisállapota vagy Pauli–megengedett vagy tiltott állapot [18]. Továbbá az $U(3)$ bázis lehetővé teszi a megengedett klaszter állapotok kiválogatását az $U(3)$ héjmodellbázisból.

A 2.6-os csoportlánc dinamikai szimmetriájának megfelelő Hamilton operátor a következő:

$$\begin{aligned} \hat{H} = \hat{H}_{C_1} + \hat{H}_{C_2} + \hat{H}_{U_R(4)} + \hat{H}_{U_C(3)} + \hat{H}_{U_R(3)} + \\ \hat{H}_{U(3)} + \hat{H}_{SU(3)} + \hat{H}_{SO(3)}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ennek a kifejezésnek az első része

$$\hat{H}_{CM} = \hat{H}_{C_1} + \hat{H}_{C_2} + \hat{H}_{U_R(4)} + \hat{H}_{U_C(3)} + \hat{H}_{U_R(3)} \quad (2.8)$$

egy olyan operátor, amely megfelel a tiszta klaszter képnek, míg a második rész

$$\hat{H}_{SM} = \hat{H}_{U(3)} + \hat{H}_{SU(3)} + \hat{H}_{SO(3)} \quad (2.9)$$

egy héjmodell Hamilton operátor (a teljes magé).

2.4. A többkonfigurációs dinamikai szimmetria

A többkonfigurációs dinamikai szimmetria [3] összeköti a hég, kollektív és klasztermodelleket sokfőhég problémában. Továbbá érdekes matematikai szerkezettel és fizikai tartalommal rendelkezik. Tartalmaz egy egyszerű dinamikai szimmetriát minden konfigurációban, amit egy algebralánc definiál minden (kvartett, kollektív vagy klaszter) konfigurációban, és egy további szimmetriát, ami összeköti (egymásba transzformálja) ezen konfigurációkat. Hég vagy kvartett konfigurációkban ez rendszerint az Elliott modell algebralánca [13]

$$U(3) \supset SU(3) \supset SO(3) \supset SO(2) \quad (2.10)$$

$$|[n_1, n_2, n_3] \quad , \quad (\lambda, \mu), K, \quad L, \quad M\rangle,$$

ahol az állapotoknak csak a térbeli szimmetriái vannak feltüntetve. $U(3)$ az $U(N)$ részalgebrája, ahol N az egyrészecsképalák száma a főhéjon. A spin-izospin részt Wigner $U^{ST}(4)$ csoportja [12] határozza meg, és a teljes hullámfüggvény antiszimmetriája garantált, mivel $U(N)$ és $U^{ST}(4)$ [19] reprezentációk egymás adjungáltjai. A sokfőhégprobléma esetében az antiszimmetrizáció elve $U(3)$ és $U^{ST}(4)$ reprezentációk tekintetében ugyanaz, habár technikailag bonyolultabb [20].

Kettős klaszterkonfigurációnál az állapotok térbeli szimmetriáját az alábbi algebralánc definiálja:

$$U_{C_1}(3) \otimes U_{C_2}(3) \otimes U_R(3) \supset U_C(3) \otimes U_R(3) \supset$$

$$U(3) \supset SU(3) \supset SO(3), \quad (2.11)$$

ahol C_1 és C_2 az egyes és kettes klaszterekre utal, a klaszterek belső struktúráját az Elliott modellel [1] jellemzi, a relatív mozgást pedig a vibron modell $U_R(4)$ algebrai struktúrával [16]. A spin-izospin szektort ebben az esetben is $U^{ST}(4)$ írja le, és az antiszimmetria követelménye teljesül [1].

Sokfőhéjgerjesztési problémában egy egységes osztályozási sémát az alábbi algebralánc biztosít

$$U_x(3) \otimes U_y(3) \supset U(3) \supset SU(3) \supset SO(3) \quad (2.12)$$

hég, kollektív és klasztermodellekhez [3]. Az Elliott modell kiterjesztése sokfőhéjgerjesztésekre a szimplektikus modell [21, 22], mely alkalmas monopól, kvadrupól vibrációk és forgások leírására. A szimplektikus modellnek van egy egyszerűsített változata [23], ami egy sokfőhéj kollektív modell, mely a bozonikus szabadsági fokokon alapul. A hég- és kollektív modelleknél x jelöli a sávfejet (valenciahég), klasztermodellnél pedig a belső klaszterstruktúrára utal. y minden esetben a főhéjgerjesztést jelenti. Ez a hég és kollektív modelleknél $2 \hbar\omega$ lépésekben változhat, ami az azonos paritású oszcillátorhégakat köti össze, míg a klasztermodellnél $1 \hbar\omega$ a lépésköz, ami magába foglal minden főhég. Amint az egységes osztályozási séma jelzi, a három modell modeltere figyelemre méltó átfedéssel rendelkezik, de nem azonosak egymással.

A MUSY összetett szimmetria abban az értelemben, hogy különböző konfigurációk egyszerű dinamikai szimmetriáját köti

össze egy további szimmetria által. (Ez a logikai szerkezet emlékeztet a szuperszimmetriára, ahol a bozonok és fermionok egyszerű szimmetriái vannak összekapcsolva a szupertranszformáció [24] által, ami egymásba viszi őket.) A MUSY esetében az összekötő transzformációk a részecske(nukleon)indexek pszeudo terében vannak [8, 25]. Ez nem látható a (2.12) lánc héjszerű sémájából, inkább az A részecskeprobléma osztályozási sémájában figyelhető meg, ami a részecskeindexeket explicit tartalmazza [8, 25, 26].

A többkonfigurációs dinamikai szimmetriát kapjuk, ha olyan Hamilton operátort választunk, ami invariáns a részecskeindexek pszeudotérbeli transzformációjával szemben. Ez az eset áll fenn, ha az operátort kifejezzük a (2.12) lánc második részének operátoraival. Ilyen esetben a Hamilton operátor különösen egyszerűen írható fel az $U(3) \supset SU(3) \supset SO(3)$ lánc invariáns operátoraival.

Tehát a többkonfigurációs dinamikai szimmetria két építőköve a következő: i) héj (vagy kvartett), kollektív valamint klaszterállapotok egységes osztályozási sémája (2.12), és ii) egy Hamilton operátor, ami szimmetrikus a transzformációval szemben (a részecskeindexek pszeudo terében), ami összeköti a különböző konfigurációkat.

A modellterek mikroszkopikus kezelése következtében (a nukleonok minden szabadsági fokát tekintetbe vesszük, és a Pauli-elvet is), a különböző konfigurációk átfedhetnek egymással. Egy különösen érdekes eset, amikor ez az átfedés 100%. Ilyen szituáció könnyen megvalósítható, ha kiszámoljuk a teljes no-core héjmodellteret egy bizonyos gerjesztésig. A héjmodellbázis teljes, tehát bármely állapotvektor kifejezhető ebben a bázisban, és a

különböző $SU(3)$ irrepekhez tartozó bázisállapotok ortogonálisak egymásra. Így ha egy meghatározott $SU(3)$ irrep héjmodellbázisbeli multiplicitása 1, akkor minden (különböző klaszter) konfiguráció azonos ezzel, amik csak egy tagot tartalmaznak a héjmodellbeli kifejtésben. Következésképp, a (2.12) bázis különböző konfigurációinak a teljes átfedését könnyű észrevenni. Továbbá, az alapállapot, és az alakizomerek általában jó $SU(3)$ szimmetriával rendelkeznek [27, 28], így a bázisállapotok szimmetriái megvilágítják a tényt, hogy a látszólag különböző konfigurációk azonosak lehetnek egymással az antiszimmetrizáció következményeként.

Egy további érdekes tulajdonsága a MUSY-nak, hogy kettős szimmetriasértést mutat [20]. Ebben az értelemben hasonló az Elliott modell dinamikai szimmetriájához, valamint sok más szerkezetmodell dinamikai szimmetriájához. Nevezetesen, az $U(3)$ és $SU(3)$ szimmetriák dinamikailag sérültek a szimmetriasértő kölcsönhatás miatt, amit az $SO(3)$ algebra invariáns operátora reprezentál [29]. Másrészt a teljes Hamilton operátor szétválik egy belső ($U(3)$ és $SU(3)$ függő), és egy kollektív ($SO(3)$ függő) részre. A Hamilton operátor mindkét része $SO(3)$ invariáns, de a belső Hamilton operátor alapállapota (és sok más állapot) nem forgásinvariáns. Így az $SO(3)$ szimmetria spontán sérül a belső Hamilton operátor sajátértékproblémájában. Továbbá, amint az előző bekezdésben láttuk, a belső állapot nem gömbi alakja látszólag különböző konfigurációkkal rendelkezhet, de a különbségeket az antiszimmetrizálás eltüntetheti. Amikor a teljes Hamilton operátort nézzük, akkor a (forgás) szimmetria felépül, amint az szokásos spontán szimmetriasértésnél [29].

2.5. Kvázidinamikai szimmetria

Most egy olyan szimmetriát mutatok be, amely felhasználásával alakizomer állapotokat lehet keresni, amint azt a 4.3-as fejezetben látni fogjuk.

A kvázidinamikai vagy effektív szimmetria [5, 30] az egyik legáltalánosabb szimmetria a kvantummechanikában. Ez a sajátértékegyenlet szimmetriája, amikor sem a (Hamilton) operátor sem pedig a sajátvektorok nem szimmetrikusak (irreducibilis transzformációk szerint transzformálódnak) [31].

Ennek a megfelelő helyzetnek a matematikai okát a beágyazott reprezentáció [30] adja. Ennek fogalmát a mátrixok nyelvén a legegyszerűbb elmondani. Egy szimmetriaalgebra mátrixreprezentációját úgy kapjuk, hogy kiszámoljuk operátorainak mátrix-elemeit az algebra bázisállapotai között. Ha nem bázisállapotokat veszünk, hanem tetszőleges vektorokat (melyek a bázisállapotok általános lineáris kombinációi), akkor a mátrixok általában nem reprezentálják az algebrát. Egyes algebrákra és speciális lineárkombinációkra azonban előállhat (a teljes Hilbert tér valamely alterén) az algebra mátrixreprezentációja (egzaktul, vagy közelítőleg). Ezt hívják beágyazott reprezentációnak.

A rotormodell típusú Lie-algebrák egzakt beágyazott reprezentációval [30] rendelkeznek. Néhány más Lie-algebra, pl. $SU(3)$ átmegy ilyen típusú algebrába határesetekben (pl. nehéz magok, erősen deformált magok tartományában), következésképpen ezek jó közelítő beágyazott reprezentációkkal rendelkeznek. Pl. legyen $\phi_{\delta\lambda\mu KJM}$ egy $SU(3)$ bázisállapot, ami $(\lambda\mu)$ irrephez tarto-

zik, ahol δ jelöli a hullámfüggvény meghatározásához szükséges további kvantumszámokat. Egy tetszőleges $\psi_{\alpha JM}$ héjmodell hullámfüggvény kifejezhető ebben a bázisban:

$$\psi_{\alpha JM} = \sum_{\delta\lambda\mu K} C_{\alpha\delta\lambda\mu K JM} \phi_{\delta\lambda\mu K JM}. \quad (2.13)$$

Egy forgásinvariáns Hamilton operátornál a kifejtési együtthatók függetlenek M -től. Amikor ezek J -től is függetlenek, akkor közelítő kvázidinamikai szimmetriával rendelkezik. Ilyen esetben azt mondjuk, hogy a különböző J -vel rendelkező állapotok egy puha $SU(3)$ forgási sávot alkotnak.

Fizikai szempontból a beágyazott reprezentáció leírja a változók (pl. forgási és belső szabadsági fokok) adiabatikus szétválasztását. A beágyazott reprezentáció és a kapcsolódó kvázidinamikai szimmetria megmagyarázza, hogy egyes modellek miért lehetnek sikeresek, amikor (látszólag) nincs esélyük rá, pl. szimmetriasértő kölcsönhatások miatt.

3. fejezet

A saját vizsgálatok módszertana

Most megnézzük, hogy az előbb bemutatott modelleket hogyan lehet alkalmazni atommagok vizsgálatára.

Ezek félmikroszkopikus modellek, tehát mikroszkopikus modelleket kombinálnak fenomenologikus operátorokkal. Először megmutatom, hogyan lehet kiszámolni a mikroszkopikus modelleket (azaz a bázisállapotokat) kvartett- és klasztermodellek esetében. Ezután pedig rátérek az energiaspektrumok, rotációs sávon belüli $B(E2)$ elektromágneses átmenetek és spektroszkópi-ai faktorok számolásának módjára, melyeket vizsgálataim során alkalmaztam. Végül pedig bemutatom azt a módszert, amit al-
kizomer állapotok keresésére használtam.

3.1. A modellterek szerkesztése

3.1.1. Kvartettmodell

Korábban már volt szó a kvartettmodellről, most pedig azt fogom megmutatni, hogyan lehet kiszámolni a kvartettmodellteret. Egy atommag kvartettmodellterét a (2.5) -ös bázisállapotok alkotják. Látható, hogy ha adott az $U(3)$ reprezentáció, akkor ez már meghatározza a bázisállapotot jellemző többi kvantumszámot, tehát elegendő ezen $U(3)$ reprezentációkat meghatározni.

Egy A tömegszámú mag $[A/4, A/4, A/4, A/4]$ $U^{ST}(4)$ kvartett-szimmetriájához (azaz spin-izospin nulla állapotaihoz) és tetszőleges főhéggerjesztéséhez tartozó $U(3)$ reprezentációk meghatározása a következő. Először a mag nukleonjait minden lehetséges módon szét kell osztani a harmonikus oszcillátor főhégjai között. Ezután pedig meg kell határozni minden főhéghez a megfelelő $U(3)$ reprezentációkat, melyek főhégjak közötti direkt szorzata adja ki a teljes mag $U(3)$ reprezentációit. Ezekből ha levonjuk a tömegközépponti gerjesztéseket, akkor megkapjuk a kvartettmodellteret.

Az eljárás részletesebben a következő. Először minden főhégjon meghatározzuk azokat az $U(4)$ reprezentációkat, melyek főhégjak közötti direkt szorzata kiadja $[A/4, A/4, A/4, A/4]$ -t. Ezen reprezentációk az $U(N)$ permutációs szimmetriák adjungáltjai-ként állnak elő, ami biztosítja a Pauli-elv figyelembevételét. Az $U(4)$ reprezentációk pedig már egyértelműen meghatározzák az $U(3)$ -akat [32], melyeknek vesszük a főhégjak közötti szorzatát. Ha így járunk el, akkor megkapjuk a Pauli-tiltott állapotoktól

mentes modellteret. Viszont ekkor még tartalmazhatnak tömegközépponti, más néven hamis gerjesztéseket, amiktől meg kell szabadulnunk, mivel a magok állapotait a tömegközéppontjukhoz rögzített rendszerükben akarjuk leírni. Egy adott $[n_1, n_2, n_3]$ $U(3)$ -as reprezentációt csak akkor tartunk meg, ha annak multipllicitása nagyobb, mint a hamis gerjesztések produkálta multipllicitása. A hamis gerjesztések meghatározása a következőképpen történik. Egy oszcillátorkvantum az $[1, 0, 0]$ $U(3)$ -as reprezentáció szerint transzformálódik, és a tömegközéppont $1 \hbar\omega$ gerjesztései ezen reprezentáció és az alapállapot $[n_1, n_2, n_3]$ $U(3)$ -as reprezentációinak külső szorzataként adódnak: $[n_1, n_2, n_3] \times [1, 0, 0]$. A $2 \hbar\omega$ hamis gerjesztések vagy az alapállapotra épülnek: $[n_1, n_2, n_3] \times [2, 0, 0]$, vagy az $1 \hbar\omega$ valódi gerjesztésekre: $[n_1, n_2, n_3] \times [1, 0, 0]$. Tehát ha a korábban kiszámolt Pauli-tiltott állapotoktól mentes modelltérből levonjuk ezeket, akkor megkapjuk a valódi kvartettmodellteret leíró $U(3)$ reprezentációkat. (Az ^{16}O $[4, 4, 4, 4]$ szimmetriájához és $0-1 \hbar\omega$ gerjesztéséhez tartozó kvartettmodell tér számolás részletei az A.9-es mellékletben láthatóak.)

3.1.2. Fürtmodell

Egy atommag bináris klaszterizációjához tartozó klasztermodellterét a kvartetthez hasonlóan (2.5)-ös bázisállapotok alkotják. Ezek meghatározása a kvartettmodellter ismeretében nagyon egyszerű. Először ki kell számolni a következő szorzatot:

$$\{n_1^{C_1}, n_2^{C_1}, n_3^{C_1}\} \otimes \{n_1^{C_2}, n_2^{C_2}, n_3^{C_2}\} \otimes \{n_R, 0, 0\}, \quad (3.1)$$

ahol $\{n_1^{C_i}, n_2^{C_i}, n_3^{C_i}\}$ a két klaszter szimmetriái, és $\{n_R, 0, 0\}$ a relatív mozgásé. A klaszterek szimmetriái egyszerűen a nukleon-eloszlásból adódnak, a relatív mozgását pedig a Harvey-előírás [33, 34] határozza meg. Az ezen szorzással kapott reprezentációk alkotják a modellteret, ami nem feltétlenül mentes a Pauli-tiltott állapotoktól, így ezektől még meg kell szabadulni. Ezt könnyen megtehetjük, ha vesszük a metszetét a kvartettmodellterrel. Ugyanis a kvartettmodellter mentes a tiltott állapotoktól, így a metszetképzés után megmaradt $U(3)$ reprezentációk már a valódi klasztermodellteret jellemzik. (Az $^{16}\text{O} + ^4\text{He}$ $0 \hbar\omega$ klaszter-térszámolás részletei az A.10-es mellékletben láthatóak.)

3.2. Spektrumszámolás

3.2.1. Energiaspektrumok

A következőkben bemutatom, hogy az általunk alkalmazott fél-mikroszkopikus modellekben hogyan számolunk energiaspektrumokat. A spektrumszámolásnak két esete van. Az egyikben a Hamilton operátor dinamikai szimmetriával rendelkezik (diagonális), tehát analitikusan megoldható. A másikban pedig szimmetriasértő kölcsönhatásokat is tartalmaz (nem diagonális), tehát csak diagonalizálással lehet megoldani. Most ezeket tekintjük át.

3.2.1.1. Dinamikai szimmetriák

A MUSY szimmetriája

A félmikroszkopikus algebrai kvartett és klasztermmodellben (általános esetben), valamint az őket összekötő többkonfigurációs dinamikai szimmetriában a Hamilton operátort egy algebralánc invariáns operátoraival fejezzük ki. Ezért az analitikusan megoldható. Ez a lánc (a 2.4-es fejezet szerint) az alábbi, mely $U(3)$ dinamikai szimmetriával rendelkezik:

$$\begin{aligned} U(3) &\supset SU(3) \supset SO(3) \supset SO(2) & (3.2) \\ |[n_1, n_2, n_3] &, \quad (\lambda, \mu), K, \quad L, \quad M \rangle, \end{aligned}$$

Ezen algebrák invariáns operátoraival sokféle Hamilton operátort lehet felírni. Az operátor megszerkesztésénél az volt a célom, hogy minél egyszerűbb legyen, ugyanakkor tudja leírni a vizsgált atommagok energiaspektrumait összhangban a kísérleti adatok-

kal. Így a következő operátort találtam alkalmasnak erre:

$$\hat{H} = (\hbar\omega)\hat{n} + a\hat{C}_{SU(3)}^{(2)} + b\hat{C}_{SU(3)}^{(3)} + d\frac{1}{2\theta}\hat{L}^2, \quad (3.3)$$

ahol a , b és d illesztési paraméterek. Itt az első tag a harmonikus oszcillátor Hamilton operátora ($U(3)$ algebra lineáris invariáns operátora, ami a gerjesztési kvantumok számát méri, tehát alapállapotra mindig 0.), ahol az oszcillátor paraméter [35]: $\hbar\omega=45A^{-\frac{1}{3}}-25A^{-\frac{2}{3}}$ MeV. $\hat{C}_{SU(3)}^{(2)}$ az $SU(3)$ algebra másodrendű invariáns operátora, ami a kvadrupól-kvadrupól kölcsönhatást reprezentálja, míg a harmadrendű invariáns operátor $\hat{C}_{SU(3)}^{(3)}$ tesz különbséget a prolate (megnyúlt) és oblate(belapúlt) alakok között. (Ezen tag nélkül a $(\lambda\mu)$ és $(\mu\lambda)$ $SU(3)$ reprezentációval jellemzett magalakokhoz azonos energia tartozna.) θ a tehetetlenségi nyomaték, amit klasszikusan határozunk meg merev (ellipszoid) magalakhoz az $[n_1, n_2, n_3]$ $U(3)$ kvantumszámokból [36]. Ekkor az ellipszoid (mag) x , y , z féltengelyek arányait alak önkonzisztencia megfontolásokból kapjuk:

$$\frac{z}{y} = \frac{n_1 + \frac{A}{2}}{n_3 + \frac{A}{2}}, \quad \frac{x}{y} = \frac{n_2 + \frac{A}{2}}{n_3 + \frac{A}{2}} \quad (3.4)$$

A hosszak a térfogat megmaradásból számolhatóak:

$$y = R_0 \sqrt[3]{\frac{(n_3 + \frac{A}{2})^2}{(n_1 + \frac{A}{2})(n_2 + \frac{A}{2})}}. \quad (3.5)$$

(itt $R_0=1,2$ fm) A magot a tehetetlenségi nyomaték számítása során mindig egy szimmetrikus ellipszoiddal közelítjük, mivel erre az esetre létezik analitikus megoldás. Ennek a féltengelyei legyenek X , Y , Z , amik meghatározása a következő. Ha $x/y \geq y/z$

akkor $X=x$, $Y=Z=\sqrt{yz}$, különben $X=Y=\sqrt{xy}$, és $Z=z$. A tehetlenségi nyomaték ($\frac{\hbar^2}{MeV}$ egységben):

$$\theta = \frac{1}{5}m(Z^2 + X^2). \quad (3.6)$$

Végül pedig $\hat{L}^2$ az $SO(3)$ algebra másodrendű invariáns operátora. A (3.3) operátor sajátértéke a következő:

$$E = (\hbar\omega)n + aC_{SU(3)}^{(2)} + bC_{SU(3)}^{(3)} + d\frac{1}{2\theta}L(L+1). \quad (3.7)$$

Itt $C_{SU(3)}^{(2)} = \lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3(\lambda + \mu)$, és $C_{SU(3)}^{(3)} = (\lambda - \mu)(\lambda + 2\mu + 3)(2\lambda + \mu + 3)$.

A vibron modell szimmetriái

Az előző fejezetben láttuk, hogy az SACM-ben a klaszterek belső szerkezetét Elliott héjmodelljével írjuk le [13], ami $U^{ST}(4) \otimes U(3)$ csoportszerkezettel rendelkezik, a relatív mozgást pedig vibron modellel [33, 34]. Viszont ha olyan bináris klaszterkonfigurációt vizsgálunk, amelyben a klaszterek spin-izospin, valamint $U(3)$ skalárok (pl $^{16}O + ^4He$ rendszer), akkor az SACM átmegy a csonkolt vibron modellbe, ami $U(4)$ -es algebrai szerkezettel rendelkezik. Ez két algebraláncot is tartalmaz, melyek egy-egy dinamikai szimmetriát (bázist) definiálnak.

Az egyik lánc $U(3)$ dinamikai szimmetriával rendelkezik:

$$U_R(4) \supset SU_R(3) \supset SO_R(3) \supset SO_R(2) \quad (3.8)$$

$$|N \quad , \quad n_p \quad , \quad L_R \quad , \quad M_R\rangle$$

$$n_p = N, N-1, \dots, 1, 0$$

$$L_R = n_p, n_p-2, \dots, 1 \text{ vagy } 0$$

$$M_R = L_R, L_R-1, \dots, -L_R, \quad ,$$

ahol N a bozonok száma, n_p a relatív mozgáshoz tartozó bozonok (oszillátorkvantumok) száma (amit a vibron modellben dipól vagy p bozonoknak neveznek), L_R és M_R a relatív mozgásból származó impulzusmomentum és vetülete. Mivel a Pauli-tiltott állapotokat ki akarjuk zárni a modelltérből, ezért a fenti bázist a Wildermuth [17] előírás szerint csonkolni kell, ami meghatározza n_p kvantumszámának legkisebb értékét ($n_p^{(min)}$). Az ehhez tartozó Hamilton operátor, és sajátértéke a következő, ami a vizsgált magnak egy héjmodellszerű leírását adja.

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{n} + a\hat{C}_{SU(3)}^{(2)} + b\hat{C}_{SO(3)}^{(2)} \quad (3.9)$$

$$E = \hbar\omega n + aC_{SU(3)}^{(2)} + bL_R(L_R + 1) \quad (3.10)$$

Itt a és b illesztési paraméterek. A másik lánc $O(4)$ dinamikai szimmetriával rendelkezik:

$$U_R(4) \supset SO_R(4) \supset SO_R(3) \supset SO_R(2) \quad (3.11)$$

$$|N, \quad \omega, \quad L_R, \quad M_R\rangle$$

$$\omega = N, N - 2, \dots, 1 \text{ vagy } 0$$

$$L_R = \omega, \omega - 1, \dots, 1, 0$$

$$M_R = L_R, L_R - 1, \dots, -L_R,$$

Itt minden algebra ugyanaz mint $U(3)$ esetben, egyedül az $SU(3)_R$ helyett van $SO(4)_R$, melynek ω a reprezentációs indexe. Ez pedig a mag egy merev molekulászerű leírásának felel meg, melynek Hamilton operátora és sajátértéke:

$$\hat{H} = a\hat{C}_{SO(4)}^{(2)} + b\hat{C}_{SO(3)}^{(2)} \quad (3.12)$$

$$E = a\omega(\omega + 1) + bL_R(L_R + 1). \quad (3.13)$$

3.2.1.2. Szimmetriasértő kölcsönhatások

Az előbbieken kizárólag dinamikai szimmetriával rendelkező Hamilton operátorokról volt szó, amelyek sajátértékei analitikusan meghatározhatóak. Azonban olyan általánosabb operátort is fel lehet írni, amely több algebralánc invariáns operátorait tartalmazza. Ebben az esetben természetesen a sajátértékek már nem analitikus úton adódnak, hanem diagonalizálás által. Ekkor az operátorban azt a tagot (vagy tagokat), ami(k) nem diagonális(ak) az adott bázisban, szimmetriasértő tagnak (tagoknak) nevezzük. Ilyen operátort könnyen szerkeszthetünk, ha a vibron modell mindkét algebraláncából vesszük az invariáns operátorokat:

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{n} + a\hat{C}_{SU(3)}^{(2)} + b\hat{C}_{SO(4)}^{(2)} + c\hat{C}_{SO(3)}^{(2)}. \quad (3.14)$$

Ennek a sajátértékeit (és sajátvektorait) az alábbi mátrix diagonalizálásával nyerjük:

$$E_{i,j} = \hbar\omega n_{i,j} + aC_{SU(3)i,j}^{(2)} + bC_{SO(4)i,j}^{(2)} + cC_{SO(3)i,j}^{(2)}. \quad (3.15)$$

Ennek a kifejezésnek tagjait egyszerűen lehet számolni. Ha $U(3)$ bázist használunk, akkor az első, második és negyedik tag diagonális lesz. A harmadik pedig egy szimmetrikus tridiagonális mátrix, ami a szimmetriasértésért felel. Ekkor a teljes energia-mátrix is ilyen típusú.

$$n_{i,j} : \begin{cases} 0, & \text{ha } i \neq j \\ n_p - n_p^{(min)}, & \text{ha } i = j \end{cases} \quad (3.16)$$

$$C_{SU(3)i,j}^2 : \begin{cases} 0, & \text{ha } i \neq j \\ n_p^2 + 3n_p, & \text{ha } i = j \end{cases} \quad (3.17)$$

$$C_{SO(4)i,j}^2 : \begin{cases} ha \ |i-j| > 1 : \\ 0 \\ ha \ |i-j| = 1 : \\ \sqrt{(N-n_p-1)(N-n_p)(n_p-L_R+2)(n_p+L_R+3)} \\ ha \ i=j : \\ N(2n_p+3) - 2n_p(n_p+1) + L_R(L_R+1) \end{cases} \quad (3.18)$$

$$C_{SO(3)i,j}^2 : \begin{cases} 0, & ha \ i \neq j \\ L_R(L_R+1), & ha \ i = j. \end{cases} \quad (3.19)$$

Ezzel a kevert szimmetriájú operátorral azt lehet vizsgálni, hogy a vizsgált mag $U(3)$ vagy inkább $O(4)$ szimmetriát mutat-e, azaz héjszerű, vagy inkább merev molekulaszerű-e a mag. Erről bővebben a 4.2-es fejezetben lesz szó.

3.3. Elektromágneses átmenetek

A következőkben megmutatom, hogy az általam alkalmazott modellekben, hogy számolunk sávon belüli elektromágneses $B(E2)$ átmeneteket. Most is külön tárgyalom a dinamikai szimmetriák és a szimmetriasértő kölcsönhatások esetét. Először nézzük a dinamikai szimmetriákat.

Dinamikai szimmetriák

Dinamikai szimmetria esetében a $B(E2)$ értékek egyszerűen (analitikusan) megkaphatóak. $U(3)$ esetben a lenti kifejezés adja ezeket [37]:

$$\begin{aligned} B(E2, L_i \rightarrow L_f) &= \frac{|\langle L_f || T^2 || L_i \rangle|^2}{2L_i + 1} = \\ &= \frac{2L_f + 1}{2L_i + 1} \alpha^2 |\langle (\lambda\mu) \ K L_i, (11)2 || (\lambda\mu) K L_f \rangle|^2 C_{SU(3)}^2. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Itt L_i és L_f az átmenet előtti és utáni impulzusmomentumok, $\langle L_f || T^2 || L_i \rangle$ az $E(2)$ átmeneti operátor redukált mátrixeleme a vég- és kezdőállapotok között, $\langle (\lambda\mu) K L_i, (11)2 || (\lambda\mu) K L_f \rangle$ egy $SU(3) \supset SO(3)$ Wigner koefficiens, $C_{SU(3)}^2$ az $SU(3)$ algebra másodrendű invariáns operátorának várható értéke, α^2 pedig illesztési paraméter. Ezt célszerű az alapállapotú sáv két legkisebb energiájú állapota közti átmenetéhez igazítani, mivel ez kísérletileg talán a legmegbízhatóbban mérhető.

O(4) esetben a következő kifejezéssel határozhatóak meg a B(E2) értékek [38]:

$$B(E2, L_i \rightarrow L_f) = \alpha(N+2)^2 \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} & [(\omega - L_f - 1)(\omega - L_f)(\omega + L_f + 2)(\omega + L_f + 3)] \\ & \left[\frac{(L_f + 1)(L_f + 2)}{4\omega^2(\omega + 2)^2(2L_f + 3)(2L_f + 5)} \right]. \end{aligned}$$

Itt N és ω egy O(4) sávot jelző kvantumszámok, α pedig az illesztési paraméter.

Szimmetriasértő kölcsönhatások

Korábban mutattam egy olyan Hamilton operátort (3.14), amelyik tartalmaz szimmetriasértő kölcsönhatást. Csakúgy, mint az energiák esetén, a B(E2)-értékeket sem lehet analitikus úton meghatározni. Természetesen ekkor az állapotok U(3) bázisállapotok lineáris kombinációjaként állnak elő, diagonalizálás után. Így egy átmenet előtti és utáni állapot az alábbi alakban írható:

$$|L_i\rangle_j = \sum_{l=1}^n \beta_{lj} |N(n_p 0) L_i\rangle_l \quad (3.22)$$

$$|L_f\rangle_k = \sum_{l=1}^n \beta_{lk} |N(n_p 0) L_f\rangle_l \quad (3.23)$$

Itt L_i és L_f a kezdeti és végállapot impulzusmomentumokat jelenti, a külső (j vagy k) index pedig azt jelöli, hogy ez az L_i (L_f) impulzusmomentumu állapot a j -edik (k -adik) legkisebb energiájú L_i (L_f) impulzusmomentumú állapot n elemű bázist használva. β_{lj} és β_{lk} lineárkombinációs együtthatók, $|N(n_p 0) L_i\rangle$ és $|N(n_p 0) L_f\rangle$ pedig SU(3) bázisállapotok. Ha ezen kifejezéseket

beillesztjük a 3.20-as egyenlet redukált mátrixelem tagjába, akkor megkapjuk az átmeneteket megadó formulát:

$$B(E2, L_i \rightarrow L_f) = \frac{2L_f + 1}{2L_i + 1} \alpha^2 \quad (3.24)$$

$$\sum_{l=1}^n \beta_{lj} \beta_{lk} |\langle (n_p 0) K L_i, (11) 2 || (n_p 0) K L_f \rangle_l|^2 C_{SU(3), l}^2.$$

3.4. Spektroszkópiai faktorok

Itt megmutatom, hogyan lehet alfa-spektroszkópiai faktorokat (θ_α^2) számolni algebrai formalizmusban. Most is külön tárgyalom a dinamikai szimmetriák és a kevert szimmetria eseteit.

Dinamikai szimmetriák

M. Ichimura és társai [39]-ben leírtak egy módszert alfa-spektroszkópiai faktorok számolására. Ezen módszerrel ugyan nem triviális tet-szőleges esetre θ_α^2 meghatározása, de U(3) algebrai formalizmusban $^{16}O+\alpha$ rendszerre kitaláltak egy rekurzív eljárást, amely segítségével ezen konfiguráció bármely $[N]n_p L_R\rangle$ állapotára kiszámolható. Ekkor az értéke csak az n_p kvantumszámtól függ. Vizsgálataim során ezen rekurzív eljárás alapján írt programot alkalmaztam θ_α^2 számolására U(3) esetben.

Az előbbi eljárást U(3) esetben lehet használni, de bármely O(4)-es állapot felírható U(3)-as állapotok lineáris kombinációjaként [38]:

$$|[N]\omega L_R\rangle = \sum_{n_p} \langle [N]n_p L_R | [N]\omega L_R \rangle |[N]n_p L_R\rangle \quad (3.25)$$

A lineárkombinációs együtthatók:

$$\begin{aligned} \langle [N]n_p L_R | [N]\omega L_R \rangle = & \quad (3.26) \\ \frac{B_{N\omega L_R}}{B_{n_p L_R} B'_{N n_p}} \times \sum_k (-1)^k 2^{\omega - L_R - 2k} \\ \binom{\omega - k}{L_R + k} \binom{L_R + k}{k} \binom{(N - \omega)/2 + k}{(n_p - L_R)/2}, \end{aligned}$$

ahol

$$B_{N\omega L_R} = (-1)^{(N-\omega)/2} 2^{L_R} L_R! \quad (3.27)$$

$$\left[\frac{8\pi(\omega+1)(\omega-L_R)!}{(N-\omega)!!(N+\omega+2)!!(\omega+L_R+1)!} \right]^{1/2}$$

$$B_{n_p L_R} = (-1)^{(n_p-L_R)/2} \left[\frac{4\pi}{(n_p-L_R)!!(n_p+L_R+1)!!} \right]^{1/2} \quad (3.28)$$

$$B'_{Nn_p} = \left[\frac{1}{(N-n_p)!} \right]^{1/2}. \quad (3.29)$$

Ekkor egy $|[N]\omega L_R\rangle$ állapothoz tartozó alfa-spektroszkópiai faktort felírhatjuk ezen lineárkombinációs együtthatókkal:

$$\theta_\alpha^2 = \sum_{n_p} \langle [N]n_p L_R | [N]\omega L_R \rangle \theta_{\alpha(n_p 0)}^2. \quad (3.30)$$

Szimmetriasértő kölcsönhatások

Most nézzük meg, hogy a 3.14-es kevert szimmetriájú Hamilton operátor diagonalizálásával nyert állapotokhoz hogyan határozzuk meg a spektroszkópiai faktorokat.

Ekkor úgy járunk el, mint az $O(4)$ dinamikai szimmetria esetében. Az egyetlen különbség, hogy a lineárkombinációs együtthatókat nem egy képlet határozza meg, hanem a 3.14-es operátor diagonalizálásával kapjuk meg. Egy n elemű $U(3)$ bázist használva a j -edik legkisebb energiájú L impulzusmomentumú állapot a következő:

$$|L\rangle_j = \sum_{l=1}^n \beta_{lj} |N(n_p 0)L\rangle_l \quad (3.31)$$

Ekkor az ehhez tartó alfa-spektroszkópai faktor az alábbi:

$$\theta_{\alpha}^2 = \sum_{l=1}^n \beta_{lj}^2 \theta_{\alpha(n_p 0)l}^2 \quad (3.32)$$

3.5. Alakizomerek keresése (SCS módszer)

A számolási módszer azon a megfigyelésen alapúl, hogy egy sok-nukleonrendszer aszimptotikus Nilsson-állapota ($|\varphi_0\rangle$) egy puha SU(3) sáv belső állapota [5]. Ez egy Q_0 legnagyobb súlyú állapot a következő értelemben:

$$\begin{aligned} a_z^\dagger a_+ |\varphi_0\rangle &= a_z^\dagger a_- |\varphi_0\rangle = 0 \\ Q_0 |\varphi_0\rangle &= (2n_z - n_+ - n_- + 3) |\varphi_0\rangle. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Itt $(Q_0 - 3)$ az SU(3) kvadrupól operátor ($M = 0$) komponense [5], $a_i^\dagger$ és a_j az oszcillátorkvantumok keltő és eltüntető operátorai henger koordinátákban ($a_\pm^\dagger = \mp 1/\sqrt{2}(a_x^\dagger \pm ia_y^\dagger)$), és n_i a megfelelő részecskeszám operátor. Az [5]-ös munka szerzői egyértelműen bebizonyították az aszimptotikus egyrészecskeállapotok feltöltési sorrendje alapján, hogy ez feltétel ($\epsilon \geq 0.3$) deformáció esetén teljesül.

Jarrio és munkatársai javasoltak egy módszert nagy prolate deformáció esetén effektív kvantumszámok meghatározására [5]. A [2]-es cikkben ezt az eljárást kiterjesztették oblate alakokra és kis deformációkra. Kis deformációnál az állapotok kifejthetők aszimptotikus bázisban. Ezen eredményeket felhasználva a számolás forgatókönyve a következő.

- i) Nilsson-pályák meghatározása a kvadrupól deformációs paraméterek függvényében.
- ii) A sokrészecskeállapotok előállítása a Nilsson pályák energiaminimum és Pauli-elv szerinti feltöltésével.
- iii) Egyrészecskepályák kifejtése az aszimptotikus Nilsson állapotokkal.

iv) Az effektív SU(3) kvantumszámok meghatározása a iii) lineáris kombinációkból, és a nagy deformációk kapcsolatára vonatkozó összefüggésből [5].

v) Az effektív kvantumszámok áttanszformálhatóak kvadrupól deformációs paraméterekre. Így a stabilitás és önkonzisztencia vizsgálható mind az effektív SU(3) kvantumszámokra, mind a deformáció szempontjából.

Ennek az eljárásnak részletei a következők. Az aszimptotikus Nilsson-állapotokat a deformált Hamilton operátor sajátértékei definiálják hengerszimmetria esetében [40]:

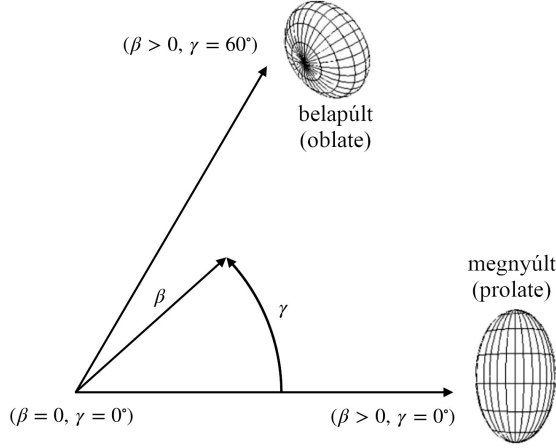
$$H = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta + \frac{M}{2}[\omega_{\perp}^2(x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2] - C(\vec{l} \cdot \vec{s}) - D\vec{l}^2, \quad (3.34)$$

ami tartalmazza a deformált harmonikus oszcillátor potenciált, spin-pálya és impulzusmomentum tagokat. M a vizsgált mag tömege, $C = 2\kappa\hbar\omega_0$ és $D = \mu\hbar\omega_0$, ahol κ és μ paraméterek. Az ϵ megnyúlási paramétert az alábbiak szerint számoljuk:

$$\omega_z = \omega_0(1 - \frac{2}{3}\epsilon), \quad \omega_{\perp} = \omega_0(1 + \frac{1}{3}\epsilon), \quad \epsilon = \frac{\omega_{\perp} - \omega_z}{\omega_0}. \quad (3.35)$$

Megjegyzem, hogy a deformáció szokásos β paramétere (3.1-es ábra) és ϵ között a kapcsolat a következő: $\epsilon \approx 0.95\beta$.

Nagy deformációk esetében ($|\epsilon| > 0.3$) a Nilsson-pályák egy egyeneshez közelítenek [40]. Ezen aszimptotikus állapotokat a következő kvantumszámok határozzák meg: $|Nn_z\Lambda\Sigma\rangle$, ahol N a teljes oszcillátorkvantumszám, n_z a z irányú oszcillátorkvantumok száma ($n_z = N, N-1, \dots, 0$; $n_{\perp} = N - n_z = n_x + n_y$). Λ az impulzusmomentum vetülete a z tengelyre ($|\Lambda| = n_{\perp}, n_{\perp}-2, \dots, 1$ or 0), és Σ a spin vetülete [40]. Ω pedig Λ és Σ csatolása.



3.1. ábra. Kvadrupól deformációs paraméterek szemléltetése. $(\beta = 0, \gamma = 0^\circ)$ esetben a mag gömb alakú. Ha $(\beta > 0, \gamma = 0^\circ)$, akkor megnyúlt szimmetrikus, $(\beta > 0, \gamma = 60^\circ)$ -ál belapúlt szimmetrikus, minden más esetben pedig háromtengelyű a magalak.

Egy triaxiális alaknál a deformált harmonikus oszcillátorpotenciál:

$$V_{osc} = \frac{M}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (3.36)$$

ahol $\omega_x \neq \omega_y \neq \omega_z$. A frekvencia arányok:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \omega_0 \left[1 - \frac{2}{3} \epsilon \cos\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) \right], \\ \omega_y &= \omega_0 \left[1 - \frac{2}{3} \epsilon \cos\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) \right], \\ \omega_z &= \omega_0 \left[1 - \frac{2}{3} \epsilon \cos \gamma \right]. \end{aligned} \quad (3.37)$$

A térfogatmegmaradást $\omega_x \omega_y \omega_z = \omega_0^3$ fejezi ki.

Diagonalizáljuk a triaxiálisan deformált Hamilton operátort hengerkoordinátákban [41, 42, 43], így egy adott $(\epsilon\gamma)$ deformált-

ságú $|\psi_\alpha\rangle$ Nilsson pálya megkapható aszimptotikus állapotok kifejtése által:

$$|\psi_{N\alpha}\rangle = \sum_{n_z, \Lambda, \Omega} C_{n_z, \Lambda, \Omega}^\alpha |N, n_z, \Lambda, \Omega\rangle. \quad (3.38)$$

A (λ, μ) effektív kvantumszámok meghatározhatóak a következő egyenletekből:

$$\begin{aligned} \langle 2\lambda + \mu \rangle &= \sum_f \langle f | 2n_z - n_+ n_- | f \rangle, \\ \langle \mu \rangle (\langle \mu \rangle + 2) &= 4 \sum_{fe} |\langle e | a_+^\dagger a_- | f \rangle|^2, \end{aligned} \quad (3.39)$$

ahol az f és e indexek a betöltött (filled) és üres (empty) Nilsson-pályákra utalnak. A második formula nem zéró mátrixelemei az [5]-ös hivatkozásban található bevezetés szerint:

$$\begin{aligned} |\langle N n_z \Lambda + 2\Sigma | a_+^\dagger a_- | N n_z \Lambda \Sigma \rangle|^2 &= \\ \frac{1}{4} (N - n_z - \Lambda)(N - n_z + \Lambda + 2) &. \end{aligned} \quad (3.40)$$

A 3.40-es összefüggés kiértékelésekor figyelni kell arra, hogy mely pályák vannak feltöltve, és hogy az utolsó pálya üres-e vagy sem. Λ és Σ negatív értékekkel is rendelkezhetnek, és minden pálya kétszeresen betöltött páros-páros magokban. A fenti egyenletekben csak a nyílt oszcillátorhékakkal kell számolni, mivel a zártak összege 3.39-ben és 3.40-ben nulla.

Az $SU(3)$ szimmetria meghatározza a kvadrupól deformáció paramétereit [22]:

$$\beta^2 = \frac{16\pi}{5N_0^2} (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu), \quad \gamma = \arctan \left(\frac{\sqrt{3}\mu}{2\lambda + \mu} \right), \quad (3.41)$$

ahol N_0 jelöli az oszcillátorkvantumok számát, ami tartalmazza a zérusponti energiát:

$$N_0 = n + (A - 1)\frac{3}{2}. \quad (3.42)$$

Itt n az $U(3)$ kvantumszámok összege: $n = n_1 + n_2 + n_3$, és A az atommag tömegszáma.

4. fejezet

Magszerkezeti vizsgálatok és eredmények

Ebben a fejezetben a korábban tárgyalt modellek alkalmazását fogom bemutatni. Ennek során az általam fejlesztett programcsaládot használtam a számítások elvégzésére, melynek részletes leírása a függelékben megtalálható. A vizsgálataim kiterjednek alakizomer állapotok keresésére, különböző konfigurációk egységes leírására a MUSY-val, valamint a ^{20}Ne atommag $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ klaszterizációjának a vizsgálatára az SACM-el.

4.1. Különböző konfigurációk együttes leírása: többkonfigurációs szimmetria

A következőkben megmutatom hogyan lehet különböző konfigurációkat (héj és klaszter) egységes módon leírni a többkonfigurációs dinamikai szimmetria segítségével. Ezt három példán keresztül fogom bemutatni, melyek mindegyike 1-1 cikkben alapul. Az első kettő a ^{28}Si -al kapcsolatos eredményeimet tartalmazza [P2, P3], melyeket közlő cikkeknek társszerzője vagyok. A harmadik pedig ^{36}Ar számolásokról szól, melyet összefoglaló cikknek [P4] elsőszerzője vagyok.

4.1.1. ^{28}Si : Kvartettállapotok és egzotikus klasztergerjesztések [P2]

Előzmények és célok

Vegyük szemügyre, hogy a nukleon kvartettképződés (ami egy héjmodell jelenség) hogyan kapcsolódik a klaszterizációhoz, azaz egy molekulaszerű konfigurációhoz. Mindkét jelenség leírására a többkonfigurációs dinamikai szimmetriát használom, mely lehetővé teszi, hogy az alacsonyan fekvő spektrumból megkapjuk a magasan fekvő klaszterspektrumot anélkül, hogy illeszteni kellene a klaszterspektrumhoz. Tudomásom szerint más módszer nem képes erre. Mindezeket pedig a ^{28}Si magon keresztül mutatom be.

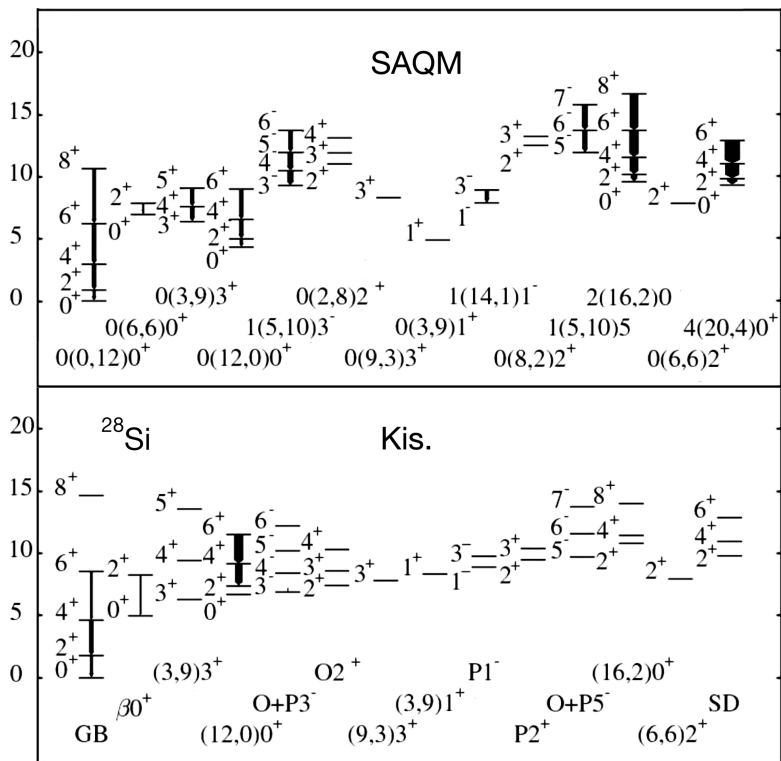
Számos oka van annak, hogy a ^{28}Si atommagra esett a választásunk. i) Jól meghatározott sávstruktúrája van az alacsony energiájú régiókban, és számos $\text{SU}(3)$ kvantumszámot lehet társítani hozzájuk kísérleti és elméleti megfontolások alapján [44]. ii) A közelmúltban kísérletileg új jelöltet javasoltak SD sávnak [45]. Elméleti tanulmányok megjósolták ezt a SD sávot [46, 47] a kísérleti megfigyelésekkel összhangban. iii) Létezik két klaszterkonfiguráció: $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ és $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$, melyek reakciócsatornáiban a finom felbontású kísérletek gazdag rezonanciaspektrumot tartak fel.

Témavezetőm a [8]-as cikkben ezen két klaszterkonfiguráció kapcsolatát tárgyalta a többkonfigurációs dinamikai szimmetriával. Ebben a mostani munkában túlmentem a korábbi leíráson több tekintetben is. Egyrészt kiszámoltam a ^{28}Si kvartett spektrumát, és mindkét klaszterizáció spektrumát megkaptam a kvartettspektrumból kivetítés által, anélkül, hogy a klaszterállapotokat a kísérlethez illesztettem volna. Azaz a klaszterállapotok tisztán jóslatként jelentek meg. Másrészt ebben a munkában egy egyszerű Hamilton operátort alkalmaztam kevesebb paraméterrel mint a [8]-as cikkben. Továbbá az energiaspektrumokhoz $E2$ átmeneteket is megadtam, és az új szuperdeformált sávot szintén számításba vettem.

Kvartett gerjesztések

A 4.1-es ábra alsó részén láthatjuk a ^{28}Si kísérleti sávjait, amiket a [44]-es cikkben állapítottak meg, a közelmúltban talált szuperdeformált (SD) sávval [45] együtt. Egy különösen kedvező kö-

rölmény, hogy számos kísérleti sávhoz az $SU(3)$ kvantumszámok
hozzá vannak rendelve [44], mely hozzárendelés független a kvar-
tett és klaszter vizsgálatoktól. (A kísérleti spektrumban β jelöli
a β instabil, amíg O és P az oblate és prolate állapotokat.)



4.1. ábra. A félmikroszkopikus algebrai kvartettmodell spektruma összehasonlítva a kísérleti adatokkal a ^{28}Si -ban. A kísérleti sávokat az elérhető kvantumszámok jellemzik, a modellállapotokat pedig $n(\lambda, \mu)K^\pi$ értékek. Az állapotok közti nyilak vastagsága arányos az E2 átmeneti erősséggel.

Az $U(3)$ spektrumot a SAQM-el számoltam [9]. A kísérleti

állapotok a legalacsonyabban fekvő modellsávokkal vannak leírva (társítva), amik megfelelő spin-paritás tartalommal rendelkeznek. $U(3)$ dinamikai szimmetriával rendelkező Hamilton operátort használtam, azaz az operátort a következő algebralánc invariáns operátoraival fejeztem ki: $U(3) \supset SU(3) \supset SO(3)$:

$$\hat{H} = (\hbar\omega)\hat{n} + a\hat{C}_{SU(3)}^{(2)} + b\hat{C}_{SU(3)}^{(3)} + d\frac{1}{2\theta}\hat{L}^2. \quad (4.1)$$

Az a , b és d paraméterek értékeit a kísérlethez illesztve kaptam: $a=-0,133$ MeV, $b=0,000444$ MeV, $d=1,003$, valamint $\hbar\omega=12,11$ MeV. A $B(E2)$ értékeket a következő kifejezés adta [37]:

$$B(E2, L_i \rightarrow L_f) = \frac{2L_f + 1}{2L_i + 1} \alpha^2 |\langle (\lambda\mu)KL_i, (11)2 || (\lambda\mu)KL_f \rangle|^2 C_{SU(3)}^2, \quad (4.2)$$

amit a $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ (13,2 W.u.) kísérleti átmenethez illesztettem, így $\alpha^2=0,366$ W.u.-nak adódott.

Klaszterspektrumok

A MUSY képes összekötni a kvartett (héj) modellállapotokat más klaszterizációkkal. Itt bemutatom, hogy a $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ és $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterspektrumokat a kvartettspektrumból egyszerű vetítéssel lehet megkapni.

Ebben a leírásban a klasztereket alapállapotinak tekintjük. Mind a négy vizsgált klaszter nulla spin-izospin kvantumszámmal rendelkezik, azaz ők egy skalár Wigner $U^{ST}(4)$ csoporthoz tartoznak. A térbeli szimmetriájukat Elliott $U(3)$ csoportja adja, ami könnyű magokban közelítőleg érvényes, ezért egyszerűen a vezető

reprezentációk meghatározzák az alapállapotjaikat, amik a következők: ${}^4\text{He}$: $\{0, 0, 0\}$, ${}^{12}\text{C}$: $\{4, 4, 0\}$, ${}^{16}\text{O}$: $\{4, 4, 4\}$, ${}^{24}\text{Mg}$: $\{16, 8, 4\}$.

Egy $\{n_1, n_2, n_3\}$ szimmetriájú klaszterállapot jelen van egy $C_1 + C_2$ bináris klaszterizációban, ha a lenti tripla szorzatban megtalálható:

$$\{n_1^{C_1}, n_2^{C_1}, n_3^{C_1}\} \otimes \{n_1^{C_2}, n_2^{C_2}, n_3^{C_2}\} \otimes \{n_R, 0, 0\} = \{n_1, n_2, n_3\} \otimes \dots \quad (4.3)$$

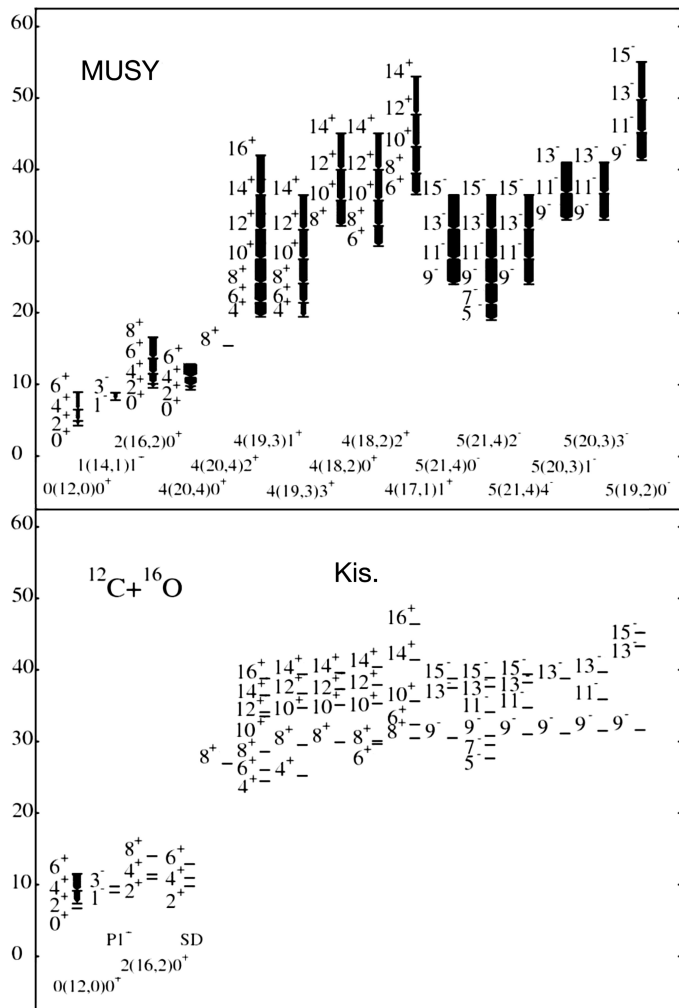
ahol $\{n_R, 0, 0\}$ tartozik a relatív mozgáshoz, és n_R értékét a Pauli-elv korlátozza (ami Wildermuth előírásaként [17] ismert).

A ${}^{24}\text{Mg} + {}^4\text{He}$ klaszterizáció esetében n_R legkisebb megengedett értéke 8. Ekkor a ${}^4\text{He}$ 4 nukleonja felkerül a $2 \hbar\omega$ főhéjra annak érdekében, hogy ne sértsék a kizárási elvet. ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$ klaszterizációnál $n_R = 16$.

Megjegyezem, hogy esetünkben a tripla szorzat eredményei mindig egyszeres multiplicitásúak. Ez azért van, mert a vizsgált konfigurációkban egy-egy klaszter zárt héjszerkezettel rendelkezik, azaz $U(3)$ skalárok. Ennek következményeként egyetlen $U(3)$ irrepet szorzunk a relatív mozgáshoz tartozó szintén egy soros $\{n_R, 0, 0\}$ irreppel.

A bázisállapotokat az $U(3)$ (és alcsoporthaik) szimmetriái határozzák meg, a kölcsönhatások pedig dinamikai szimmetriával rendelkeznek, azaz a MUSY fennáll, tehát a kvartett és klaszter leírásokban az egymásnak megfelelő energiák és E2 átmenetek egybeesnek. Ebből adódóan, a (4.3)-as kiválasztási szabály alkalmazásával nem csak a klasztermodell bázisállapotok, de az energiasajátértékek és E2 átmeneti valószínűségek is kiválaszthatóak. Más szavakkal a klaszterspektrum megkapható a kvartett-

ből egyszerű kivetítéssel.



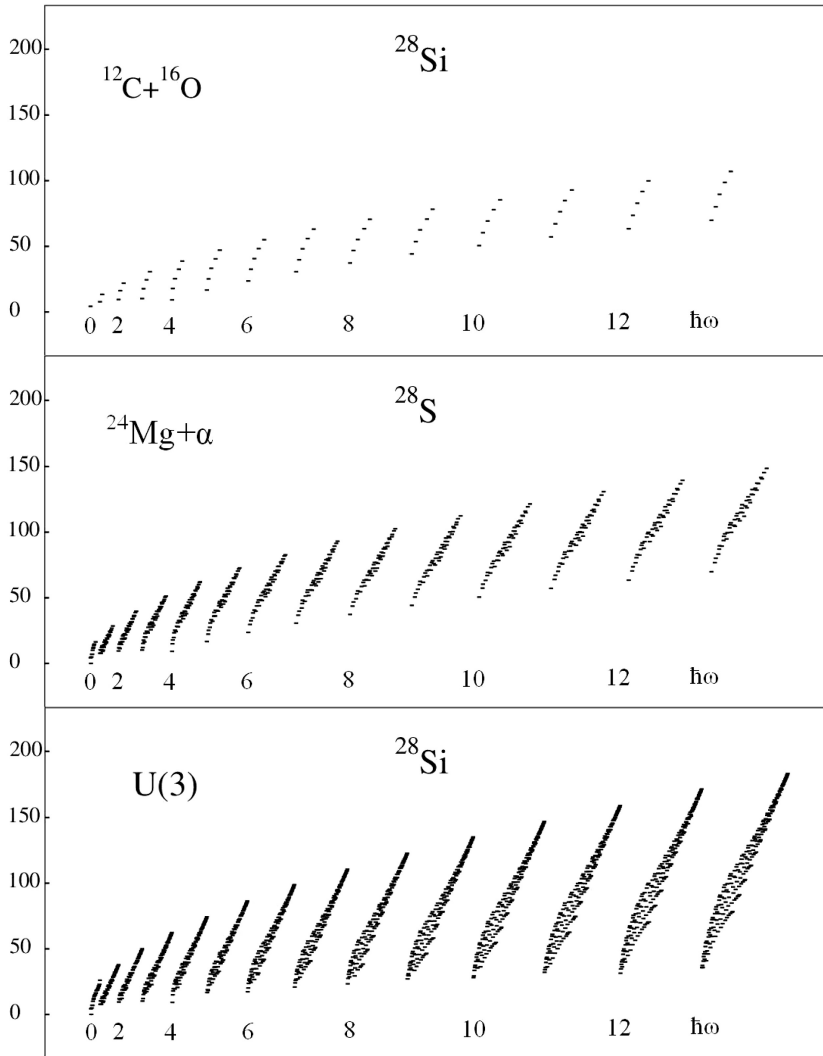
4.2. ábra. A $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ klaszterspektrum összehasonlítása a kísérleti adatokkal a ^{28}Si -ban. Ezt a kvartetspektrumból való kivetéssel kaptam, minden további illesztés nélkül. A modellállapotokat az $n(\lambda, \mu)K^\pi$ értékek jellemzik. Az állapotok közti nyilak vastagsága pedig arányos az E2 átmeneti erősséggel.

A 4.2-es ábra alsó része a $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ spektrumot mutatja néhány olyan kisenergiás sávval, amik ebben a klaszterkonfigurációban is jelen vannak, valamint a rezonanciaspektrumot nehézion reakciókból a [48]-as kompilációból. Utóbbiak az energiakülönbségeik alapján vannak rotációs sávokba rendezve. A megfelelő $U(3)$ spektrumot a (4.1) képletben szereplő Hamilton-operátor segítségével számoltam anélkül, hogy a nagyenergiás rezonanciaspektrumhoz illesztettem volna. Más szavakkal a $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ rezonanciaenergiákat a ^{28}Si kvartettspektrumából jósoltam meg. Pontosabban a kvartett- és klaszterspektrumoknak vettem a metszetét a szuperdeformált völgyben (az energia-deformáció függvény második minimumában, ahol a SD állapot megfelel az "alap" sávnak).

A $(0(12,0)0^+, 1(14,1)1^-, 2(16,2)0^+, 4(20,4)0^+)$ sávok egyszeres multiplicitásuk a héjmodellterben, ezért ezen állapotok hullámfüggvényeinek az átfedése 100%. (A klaszterállapotok héjmodell kifejtésében ezek csak egy taggal vannak jelen.)

A $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ klaszterspektrum tartalmazza az összes 4.1-es ábrán látható állapotot. Itt minden sávnak egyszeres a multiplicitása a héjmodellben, kivéve a $0(2,8)2^+$ -t és $0(8,2)2^+$ -t. Ennek következtében a hullámfüggvényeik azonosak a $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$, valamint a $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterizáció hullámfüggvényeivel, ha megengedettek.

További szemléltetésként a 4.3-as ábrán bemutatom a sávfej-állapotok "tájképét" $0-13 \hbar\omega$ főhéjgerjesztés tartományában kvartett és klaszter spektrumokra is.



4.3. ábra. Kvartett és klaszter sávfejek tájképe a ^{28}Si -ban.

Összefoglalás

Összefoglalásképp elmondhatom, hogy a félmikroszkopikus algebrai modellek alkalmasak kvartett és klaszterspektrumok egységes leírására. Nevezetesen a többkonfigurációs dinamikai szimmetria a klaszterspektrumokat a kvartettből egyszerű kivetítéssel adja. Tehát erős "jósló" erővel rendelkezik, hiszen a ^{28}Si esetében a magasan fekvő $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterspektrumot az alacsonyan fekvő kvartettspektrumból sikerült meghatározni, mely figyelemre méltó egyezést mutat a kísérleti megfigyelésekkel.

4.1.2. ^{28}Si : Alfaklaszterek és az új szórás kísérlet_[P3]

Kísérleti előzmények és célok

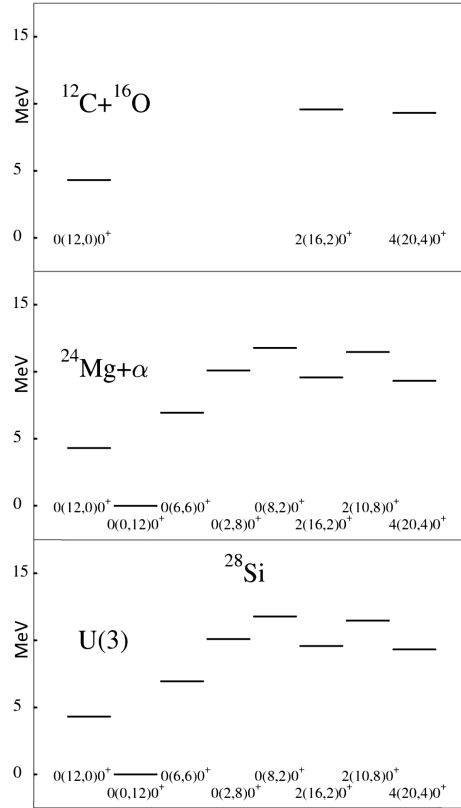
Mint sok α konjugált atommagnak, a ^{28}Si -nak is számos egzotikus konfigurációja van, amik α klaszter konfigurációkra épülnek nagy deformációval. Az ilyen sávok kísérleti azonosítása nagy kihívást jelent, mivel a gerjesztő energiájuk magas, és a sávon belüli átmenetek gyengék. Ennek ellenére a legújabb kísérleti és elméleti vizsgálatok találtak egy lehetséges jelöltet a SD sáv tagjaira, de a 0^+ -os sávfejet eddig nem sikerült kísérletileg azonosítani. Egy kutatócsoport viszont olyan kísérletet végzett a közelmúltban [49], mely alkalmas volt magasan fekvő 0^+ -os állapotok keltesére a ^{28}Si -ban. Ennek során 200 MeV-es α nyaláb szóródását vizsgálták ^{28}Si céltárgyon 0-6 °-os tartományban. A 6-14 MeV-es energiaablakban több 0^+ -os állapotot is mértek, melyek között volt egy új állapot 9,71 MeV-nél. Ez nagyon közel esik a korábbi fejezetben tárgyalt SAQM számolással kapott energiához (9,31 MeV).

Azt tűztem ki célul, hogy leírom a $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ klaszterizáció 0^+ -os energiaspektrumát a kísérletben vizsgált energiaablakban a MUSY-val.

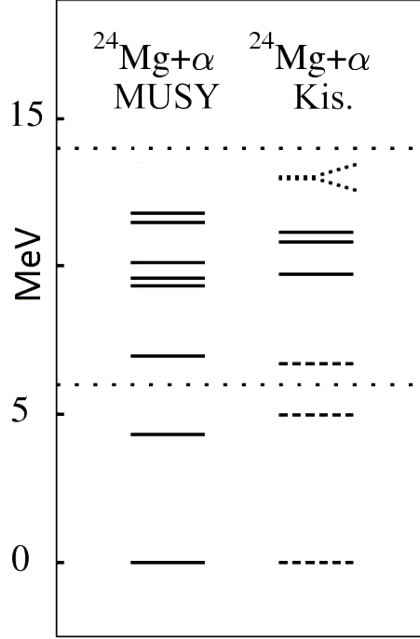
0^+ -os állapotok eloszlása

Az előző fejezetben láttuk, hogy a ^{28}Si kísérleti kisenergiás és nagyenergiás rezonanciasávjait a MUSY segítségével sikerült leírni egy olyan Hamilton operátorral, amit csak a kisenergiás részhez illesztettem [50]. Itt pontosan ugyanezt a Hamilton operátort használom a 0^+ -os állapotok meghatározására mint a kvartett,

valamint $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ és $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterspektrumoknál. Tehát a számolás során egyáltalán nem vettem figyelembe az új kísérlet adatait, csupán kiválogattam a korábban számolt klaszterspektrumból a 0^+ -os állapotokat.



4.4. ábra. A többkonfigurációs dinamikai szimmetria Hamilton operátorának 0^+ -os spektruma a ^{28}Si -ban, és a $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ valamint $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$ klaszterizációkban. Az állapotokat az $n(\lambda, \mu)K^\pi$ kvantumszámok jellemzik, ahol n a főhéjgerjesztés, és (λ, μ) utal az $\text{SU}(3)$ reprezentációkra, azaz a kvadrupól deformációra.



4.5. ábra. A $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ 0^+ -os spektruma elméleti jóslatból (4.4-es ábráról) és a kísérleti megfigyelések. A kísérleti energiaablakot pontozott vonalak jelölik. A kísérleti oldalon folytonos vonalak mutatják a jelen kísérletben mért állapotokat, az y alakban szétváló pontozott vonalakkal jelölt állapotok pedig $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ mérésekből származnak [51], amiket nem bontottak szét a jelenlegi kísérletben. A szaggatott vonalak az ismert alacsonyan fekvő 0^+ -os állapotoknak felelnek meg, melyeket nem mértek a jelenlegi kísérletben.

Az eredményt a 4.4-es ábra mutatja. A 4.5-ös ábrán pedig a MUSY-val számolt $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ 0^+ -os spektrum látható összehasonlítva a kísérlettel.

A SD jelölt állapot energiája nagyjából 400 keV-el van magasabbban az általunk kvartettmodell számolásból kapott értéktől. Azonban könnyű magokban ez az eltérés nem ritka (lásd [52, 53], vagy a normál deformáltságú sáv a ^{24}Mg [45]-ben). Lehetséges, hogy a sávfejek energiájának növekedése a különböző 0^+ -os állapotok keveredése miatt van, ami az alapállapot energiáját egy kicsit lefele tolja, és a megfelelő gerjesztett állapotokét egy kicsit feltolja magasabb energiákra. Ez a keveredés viszont nem eredményez változást a rotációs sáv tehetetlenségi nyomatékában.

Összefoglalás

A többkonfigurációs dinamikai szimmetriával hat állapotot találtam a kísérletileg vizsgált energiatartományban, ami jól egyezik a kísérlettel, hiszen négy különböző állapotot mértek, plusz még legalább egy további 13 MeV környékén [51]. Az elméleti spektrumot a MUSY-val kaptam, teljesen függetlenül a kísérleti adatoktól, ugyanis az alkalmazott Hamilton operátort a ^{28}Si kisenergiás spektrumához való illesztéssel nyertem [50].

4.1.3. ^{36}Ar : Alapállapottól a hiperdeformációig_[P4]

Bevezetés

Az ^{36}Ar -nak számos érdekes tulajdonsága van, ezért sokan vizsgálták kísérleti és elméleti oldalról. Továbbá az alacsonyan fekvő spektrum [54, 55, 56] mellett számos magasan gerjesztett állapotot is megfigyeltek $^{32}\text{S}(\alpha, \gamma)^{36}\text{Ar}$ folyamatokban [54, 55, 56], valamint $^{20}\text{Ne}+^{16}\text{O}$ és $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$ könnyű-ion rezonanciareakciókban [48, 57].

Elméleti szerkezetvizsgálatokat többféle megközelítésben is végeztek. Ezek közül különösen érdekes a Bloch-Brink modellbeli alfa-klaszter számolás, ami sok stabil konfigurációt mutat [58].

Az ^{36}Ar szerkezetének legfigyelemreméltebb aspektusa talán az alakizomerek jelenléte. A szuperdeformált (SD) állapotot megfigyelték többszörös gamma-koincidencia kísérletekben, $^{24}\text{Mg}(^{20}\text{Ne}, 2\alpha)^{36}\text{Ar}$ reakcióban [59]. Továbbá számos szerkezetmodell reprodukálta ezt az állapotot jó egyezéssel más modellekkel és a kísérleti adatokkal.

A hiperdeformált állapotot (HD) először alfa-klaszter modellel [58] jósolták meg (mint az energiafelület lokális minimumát). Ennek a lehetséges bináris klaszterkonfigurációit a [60]-as cikkben vizsgálták (az alap és szuperdeformált állapotok lehetséges fragmentációival közösen). Ez a tanulmány nem csak a deformált állapotok szerkezetéről szól, hanem a lehetséges reakciócsatornákról is, amikben előállíthatóak. Itt a kedvező fragmentumok a következők: $^{20}\text{Ne}+^{16}\text{O}$ és $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$. Ezen elméleti előrejelzéseket követve megfigyeltek az [57]-es munkában új $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$ rezonanciákat az ismert $^{20}\text{Ne}+^{16}\text{O}$ rezonanciák mellett, amik úgy

tűnik egy rotációs sávot alkotnak, mely tehetetlenségi nyomatéka nagyon közel esik az alfa-klaszter számolásban megjósolt HD állapotéhoz. Továbbá egy ezektől független elméleti megközelítés [61], ami kvadrupól alakstabilitás és önkonzisztencia vizsgálatokon alapul, szintén egy nagyon stabil HD állapotot jelez, egyetértve a klasztermmodell eredményével és a kísérleti megfigyelésekkel. Mindezen megállapítások azt sugallják, hogy a megfigyelt rotációszerű sáv jó jelölt az ^{36}Ar hiperdeformált állapotára, ami így az első önkonjugált mag, amelynek kísérletileg megfigyelték (vagy valószínűsítették) a szuper és hiperdeformált állapotait. Természetesen gamma-koincidenencia kísérlettel lehetne egyértelműen bizonyítani a HD állapot létét.

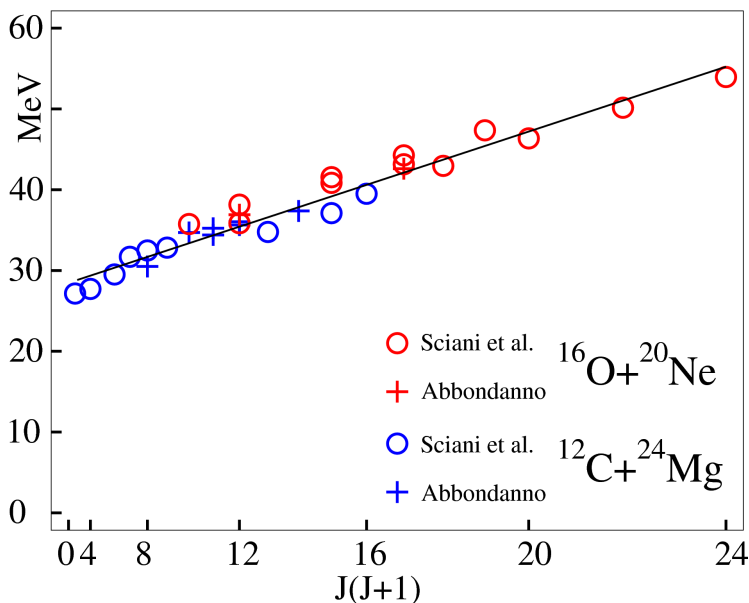
A következőkben az ^{36}Ar leírására a többkonfigurációs dinamikai szimmetriát fogom használni. A fő kérdés, hogy egy egyszerű (analitikusan megoldható) Hamilton operátor segítségével a modell tudja-e reprodukálni az első (alapállapot), második (szuperdeformált) és harmadik (hiperdeformált) völgybeli energiaspektrumot. Ezen állapotokat más-más $^{32}\text{S}+^4\text{He}$, $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$ és $^{20}\text{Ne}+^{16}\text{O}$ konfigurációkban figyelték meg.

Kísérleti adatok

Amint a bevezetőben említettem az ^{36}Ar GS és SD sávjai kísérletileg ismertek. (Az alapállapot sáv 6^+ -os tagját (9,182 MeV) is számításba vettem [55, 59] szerint.) Továbbá, van egy jelölt a HD sávra [57]. A [48]-as kompilációban található további hét $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$ és két $^{20}\text{Ne}+^{16}\text{O}$ rezonancia, amik [57]-ben nem szerepelnek. Ezek az állapotok a 4.6-os ábrán láthatóak. Ennek a

sávnak a tehetetlenségi nyomatéka $11,36 \hbar^2/\text{MeV}$.

Az alacsonyan fekvő régióban ($\approx 0\text{--}10 \text{ MeV}$) néhány állapotot rotációs sávokba rendeztem. Kettőnél több állapotot akkor soroltam egy sávba, ha $J(J+1)$ függvényében az energiáik egy egyenesre estek [54, 55, 56]. Néhány esetben E2 átmenetek is ismertek a sávokon belül, amiket a 4.7-es ábrán jelöltem. Ezen kritériumok alapján egy pozitív és két negatív paritású sávot találtam, de ezeket a sávokat csupán kis súllyal vettem tekintetbe a számolásnál.



4.6. ábra. $^{12}\text{C}+^{24}\text{Mg}$ és $^{16}\text{O}+^{20}\text{Ne}$ rezonanciák az ^{36}Ar -ban $J(J+1)$ függvényében. Ez az ábra hasonló az [57]-es cikkben találhatóhoz, csak ez tartalmaz néhány további rezonanciát [48].

Spektrumszámolás

Itt bemutatom a MUSY alkalmazását az ^{36}Ar -ra. Ehhez először a kísérleti sávokhoz modellsávokat rendeltem, amelynek során a HD sávot egy pozitív és egy negatív paritású részre osztottam, hogy össze tudjuk hasonlítani a modellszámolásunkkal.

[61]-ben a GS, SD és HD állapotok $U(3)$ kvantumszámait alak-önkonzisztencia számolások alapján határozták meg. Itt ezen kvantumszámokat alkalmazom. A másik HD sávhoz (negatív paritású) azt a modellsávot rendeltem, amelyik deformációja a legközelebb esett a pozitív sávéhoz, és megfelelő spin-paritás tartalommal rendelkezett. Végül a $0 \hbar\omega$ és $1 \hbar\omega$ modelltér legdeformáltabb állapotait rendeltem az általam talált három kisenergiás sávhoz, amelyek megfelelő spin-paritás tartalommal rendelkeztek.

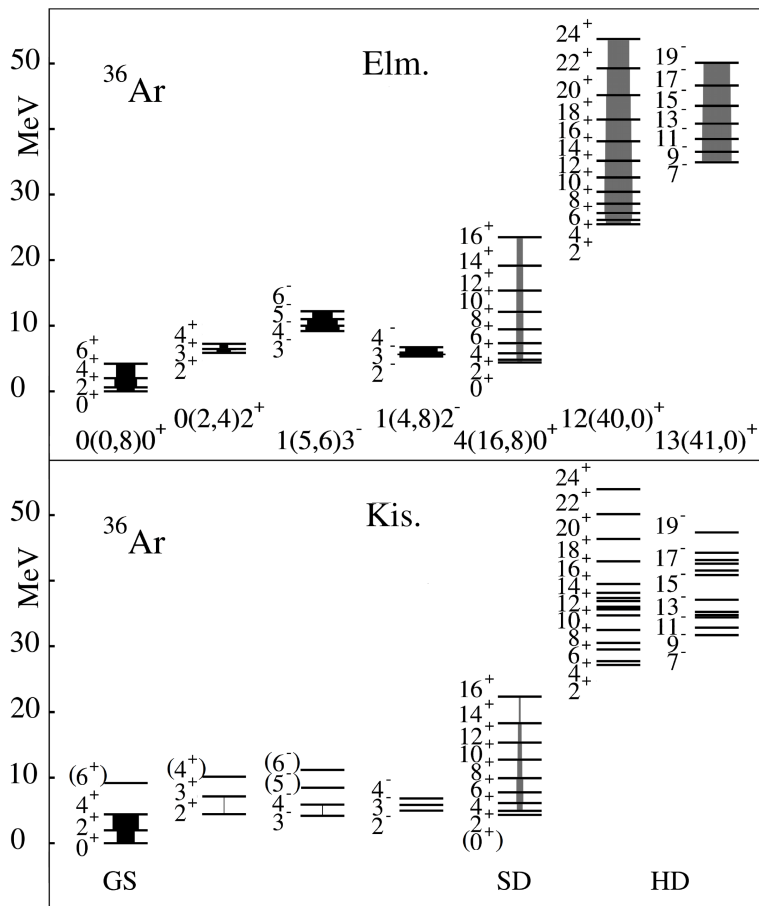
A ^{28}Si számolásnál használt egyszerű MUSY Hamilton operátort alkalmaztam:

$$\hat{H} = (\hbar\omega)\hat{n} + a\hat{C}_{SU(3)}^{(2)} + b\hat{C}_{SU(3)}^{(3)} + d\frac{1}{2\theta}\hat{L}^2, \quad (4.4)$$

melynek paraméterei az ^{36}Ar -ra: $a=-0,11$ MeV, $b=0,00047$ MeV, $d=1,03$ és $\hbar\omega=11,335$ MeV a szisztematikából [35]. (Az illesztés során a GS, SD és HD sávoknak 1-es súlyuk volt, a többinek 0,01.) Az E2 átmeneteket most is a

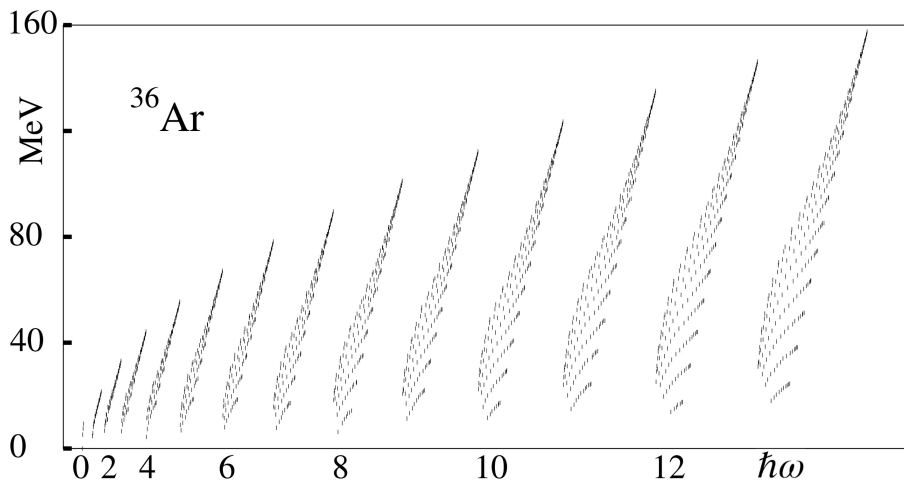
$$B(E2, L_i \rightarrow L_f) = \frac{2L_f + 1}{2L_i + 1} \alpha^2 |\langle (\lambda\mu)KL_i, (11)2 || (\lambda\mu)KL_f \rangle|^2 C_{SU(3)}^2, \quad (4.5)$$

kifejezés adja, melynek paramétere a $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ (8,2 W.u.) átmenethez illesztve $\alpha^2=0,466$ W. u. (4.7-es ábra)



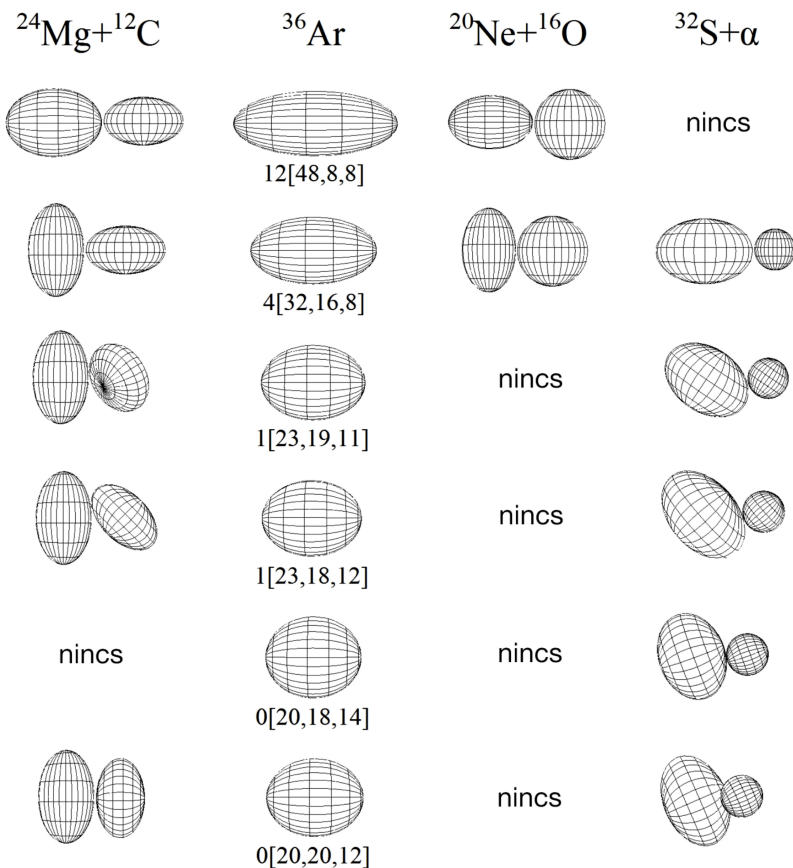
4.7. ábra. A többkonfigurációs dinamikai szimmetria spektruma (felső rész) összehasonlítva az ^{36}Ar kísérleti adataival (alsó rész). A kísérleti alap-, szuper- és hiperdeformált sávokat GS, SD és HD-val jelöltem, a modellsávokat pedig $n(\lambda\mu)K^\pi$ -vel. A nyilak szélessége arányos az állapotok közötti E2 átmenet erősségével. A szürke nyilak (SD és HD sávok) igazi vastagsága 20-szorosa a feltüntetettnek.

A kvartettsávfejek ($T=0$, $S=0$) eloszlását a 4.8-as ábra mutatja.



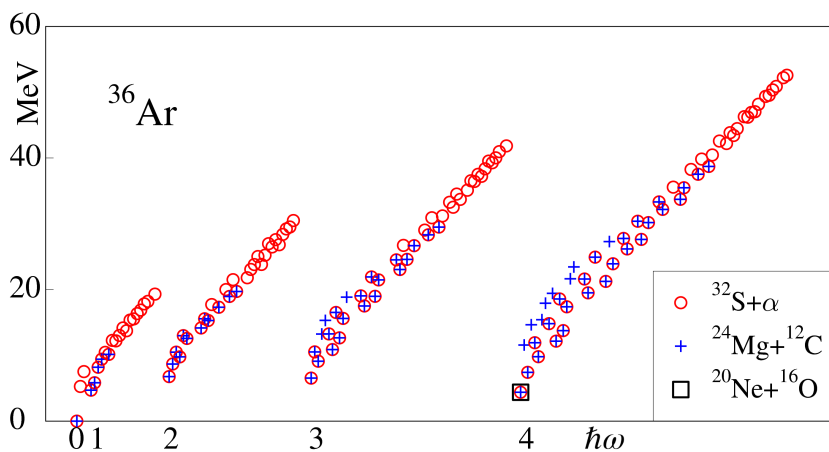
4.8. ábra. Kvartettsávfejek tájképe az ^{36}Ar -ban.

Meghatároztam a vizsgált állapotok alakjait (4.9-es ábra). Héjmodell oldalról a kvadrupól alakok az állapotok $U(3)$ kvantumszámaiból adódtak [9]. A $^{20}\text{Ne}+^{16}\text{O}$, $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$, $^{32}\text{S}+\alpha$ klaszterkonfigurációk alakjait a Harvey-előírásból [33, 34] és az $U(3)$ kiválasztási szabályból [62] határoztam meg, ami leírja egy atommag szétesését (vagy egyesülését) harmonikus oszcillátor bázisban. Mivel a lényeges $U(3)$ reprezentációknak 1 a héjmodellbázisbeli multiplicitásuk, a héj- és klaszterkonfigurációk azonosak egymással az antiszimmetria következményeként.



4.9. ábra. Néhány állapot alakja az ^{36}Ar -ban (felfelé) növekvő energia szerint. Szögletes zárójelben az $U(3)$ kvantumszámok láthatóak, míg az előtte lévő egész szám a főhéjgerezestés kvantumszámát mutatja. Ezen állapotok héjmodellbeli multiplicitása 1, ezért a jelölt héj- és klaszterkonfigurációk hullámfüggvényei 100 %-ban átfednek minden esetben, ami az antiszimmetria következménye.

A különböző klaszterizációk kapcsolatát a 4.10-es ábra mutatja. Itt a 0-4 $\hbar\omega$ klasztermodell tér sávfejeinek az energiái láthatóak. Megjegyzem, hogy a növekvő energia megfelel a másodrendű SU(3) invariáns operátor csökkenő várható értékeinek (minden főhéjon belül), azaz a csökkenő deformációnak. Látható, hogy az alapállapotot és a legdeformáltabb állapotokat a $^{32}\text{S}+\alpha$ és $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$ klaszterizációk valósítják meg, amíg a kevésbé deformáltak csak a $^{32}\text{S}+\alpha$ konfigurációban állnak elő. Továbbá a $^{32}\text{S}+\alpha$ és $^{24}\text{Mg}+^{12}\text{C}$ rendszerek átfedése számottevő, és a $^{20}\text{Ne}+^{16}\text{O}$ konfiguráció csak 4 $\hbar\omega$ -nál jelenik meg.



4.10. ábra. A 0-4 $\hbar\omega$ klasztermodell tér sávfejei (L=0 vagy 1) az ^{36}Ar -ban.

Összefoglalás

Az ^{36}Ar magot vizsgáltam különböző energiaablakokban és reakciókban a MUSY-val. Ennek során a három völgybeli spektrumot egységes módon tárgyaltam. Az alacsony tartományban az alapsávot és további egy pozitív és két negatív paritású sávot írtam le, melyeket a kísérleti adatokból nyertem ki. A második völgyben a szuperdeformált sávot, amíg a harmadik völgyben a hiperdeformált sáv jelöltet, amit egy pozitív és egy negatív paritású sávra bontottam. Figyelemre méltó, hogy egy egyszerű, analitikus megoldással rendelkező Hamilton operátor reprodukálta a megfigyelt spektrum főbb jellemzőit. Továbbá meghatároztam a vizsgált állapotok alakjait, és összehasonlítottam egymással a különböző klaszterizációk spektrumait.

4.2. ^{20}Ne : A szimmetria sérülése és a klaszterizációk fázisdiagramja_[P6]

Bevezetés

A nukleáris klaszterizáció természete, azaz hogy a klaszterek héjszerűek, vagy inkább molekulaszerűek, régóta fennálló kérdés. Ezt különböző nézőpontokból vizsgálták, és sok kérdést tisztáztak, ugyanakkor a végső választ még nem találták meg. Itt ennek a kérdésnek egy részletes vizsgálatát mutatom be kvantitatív módon.

A ^{20}Ne atommag $^{16}\text{O} + ^4\text{He}$ klaszterizációja az egyik legegyszerűbb és legjobban ismert klaszterkonfiguráció, ami két zárt héjú klaszterrel rendelkezik. Továbbá jelentős mennyiségű spektroszkópai információ érhető el kísérleti oldalról, ezért végeztem ezen rendszeren a vizsgálatokat.

Számos kísérleti és elméleti tanulmány közös konklúziója, hogy a ^{20}Ne alapállapotú sávja valamint az alacsonyan fekvő negatív paritású sávja is törzs plusz alfa struktúrával rendelkezik [63]. Ez az inverziós dublett jelenség: A 0^- -os sáv állapotai nagy alfa-spektroszkópai faktoral rendelkeznek közel az alapsávhoz, amit egyes szerzők a molekulakonfiguráció bizonyítékának tekintenek [63]. Ez egy kvalitatív érv, de kvantitatív vizsgáljuk.

A közelmúltban nagy figyelmet kapott az atommagbeli hideg fázisátmenetek tanulmányozása. Sok vizsgálatot végeztek ezen a téren algebrai keretek között [4]. Az ilyen vizsgálatokban követett forgatókönyv az alábbiakban foglalható össze. Algebrai modellt alkalmaznak, ami rendelkezik analitikusan megoldható esetekkel,

amiket dinamikai szimmetriáknak hívunk. Ilyen esetben a Hamilton operátor egy algebralánc invariáns operátoraival kifejezhető. Ők írják le az egyszerű fizikai viselkedést pl. forgásokat vagy rezgéseket. Továbbá a dinamikai szimmetriák definiálják a fázisokat. Az általános eset Hamilton operátora viszont tartalmaz operátorokat minden algebraláncból. A Hamilton-operátorbeli dinamikai szimmetriák relatív súlyai szolgáltatják a kontrollparamétereket. A független kontrollparaméterek száma adja a fázistér dimenzióját. A kontrollparaméterek változtatásával megfigyelhető a fázisátmenet, ami nagy részecskeszám esetében egzakt, és véges részecskeszám reális esetében közelítő.

Az alakfázis-átmenet területén különösen kiterjedt vizsgálatokat végeztek a kvadrupól kollektivitással kapcsolatban [64], és a héjmodell keretében [65]. A klasztermmodell fázisdiagramját (bináris klaszterkonfiguráció) a [66]-os cikkben algebrai formalizmussal írták le, ahol a héjmodell fázisdiagramját is tárgyalták.

Ezen legújabb fejlemények fényében a történelmi vita a héj vagy merev molekulyszerű klaszterizációról átalakul a rendszer fázisdiagrambeli helyzetének a kérdésére.

A szimmetriák régóta fontos szerepet játszanak a klasztermodellekben [67], a modellállapotok meghatározásában. Egy teljesen algebrai leírásban nem csak a bázisállapotok, de a fizikai operátorok is tartalmazzák a csoportszimmetriákat. Ez helyzet a vibron modellben [16], ami a dipólus szabadsági fokok algebrai leírása. (A vibron modellt alkalmazták molekuláris és hadronfizikában is [68].) Teljesen algebrai megközelítések elérhetőek különböző modellekben, amiket különböző jelenségek leírására hasz-

nálnak. A közelmúltban a pontszimmetriák szerepét részletesen tanulmányozták alfa-klaszter (ACM) modellekben [69]. Ebben a modellben az alfa-klaszterek szerkezet nélküli építőkövek. A klaszterek belső leírására több lehetőség is van. A nukleáris vibron modellben kölcsönható bozonmodellt használnak ennek a leírására [70], amiben a bozonok $J=0$ és $J=2$ impulzusmomentumú nukleonpárok.

Itt félmikroszkopikus algebrai klasztermodellt használok [1], ami teljesen mikroszkopikus modellteret kombinál algebrai operátorokkal a fizikai mennyiségek leírására. Tehát ez egy teljesen algebrai leírás, ugyanakkor tartalmazza a kizárási elvet. Amikor $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ konfigurációra alkalmazzuk alapállapoti klaszterekkel, akkor egy csonkolt vibron modellé redukálódik. A csonkolás a klaszterek összetett természete, és a nukleonokra vonatkozó kizárási elv miatt szükséges. Ennek eredményeként közvetlen kapcsolata van a héjmodellhez, és teljesen mikroszkopikus módon kiszámíthatóak a spektroszkópiai faktorok [39]. A jelen munkában szisztematikusan vizsgálom a $^{20}\text{Ne } ^{16}\text{O}+^4\text{He}$ konfigurációjának természetét, és meghatározom a klaszterizáció helyét a fázisdiagramon. Legjobb tudásom szerint nem végeztek ilyen tanulmányt egy magra sem.

A következőkben bemutatom a rendelkezésre álló kísérleti adatokat, majd az SACM segítségével vizsgálom a $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ rendszert, végül összefoglalom a kapott eredményeket.

Kísérleti adatok

K^π	L^π	E(MeV)	θ_α^2	B(E2) (W.u.)
0_1^+	0^+	0	0,15	
	2^+	1,63	0,11	20,3
	4^+	4,25	0,12	22,0
	6^+	8,78	0,085	20,0
	8^+	11,95	0,01	9,0
0^-	1^-	5,79	1,03	
	3^-	7,16	0,87	50,0
	5^-	10,26	0,90	
	7^-	13,69	0,84	
	9^-	17,43	0,48	
0_4^+	0^+	$\sim 8,5$	0,70	
	2^+	8,80	0,95	
	4^+	10,79	0,33	
	6^+	12,58	0,14	
	8^+	17,30	0,12	
0_5^+	0^+	10,97	0,14	
	2^+	12,32	0,08	
	4^+	12,94	0,19	
	6^+	15,72, 15,97		
	8^+	18,62, 18,96, 19,73	0,06, 0,03, 0,06	

4.1. táblázat. A $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ rendszer $0_1^+, 0^-, 0_4^+, 0_5^+$ sávjainak kísérleti adatai [71, 72, 73]. Az első oszlop a sávok jelöléseit tartalmazza, második a spint és paritást, a következő oszlopok pedig az állapotok energiáit, spektroszkópiai faktorait és B(E2) átmeneteit. Két állapot közötti átmeneti erősség mindig a nagyobb impulzusmomentumú állapotnál van megadva. Tehát a 20,3 W.u. a $2^+ \rightarrow 0^+$ átmenethez tartozik.

Az $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ rendszerről viszonylag részletes kísérleti adatok állnak rendelkezésre, ezért kiválóan alkalmas bináris klaszterkonfiguráció vizsgálatára. Ezen konfigurációnak négy rotációs sávja ismert $0_1^+, 0^-, 0_4^+, 0_5^+$, melyeknek nem csak az energiái adóttak [71, 72, 73], de a legtöbb állapot spektroszkópiai faktora [71, 72, 73, 74], és néhány B(E2) átmenet is [72, 73], amiket a 4.1-es táblázatban foglaltam össze. A következőkben ezen adatokat fogom leírni az SACM-el.

A $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ rendszer vizsgálata

A számolást az SACM-al végeztem, amely erre a rendszerre alkalmazva átmegy a csonkolt vibron modellbe. Korábban láttuk, hogy ennek U(3) és O(4) dinamikai szimmetria határesetek van, amelyek a héjszerű és merev molekulaszerű leírásoknak felelnek meg. Végül egy kevert szimmetriájú Hamilton operátorral vizsgáltam a rendszer U(3)-O(4) fázistérbeli helyzetét.

A leírás "jóságát" az alábbi mennyiségek jellemzik.

$$S_1 = \frac{\sum_i |E_i^{exp} - E_i^{th}|}{\sum_i E_i^{exp}} \quad (4.6)$$

$$S_2 = \frac{\sum_j |B(E2)_j^{exp} - B(E2)_j^{th}|}{\sum_j B(E2)_j^{exp}} \quad (4.7)$$

$$S_3 = \frac{\sum_k |(\theta_\alpha^{2(exp)})_k - (\theta_\alpha^{2(th)})_k|}{\sum_k (\theta_\alpha^{2(exp)})_k} \quad (4.8)$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3 \quad (4.9)$$

S_1 , S_2 és S_3 a számolt energiák, $B(E2)$ átmenetek és alfa-spektroszkópiai faktorkok illeszkedésének jóságát jelzik. Természetesen az összegzés csak azon állapotokra terjed ki, amelyeknél kísérleti oldalról ismert a vizsgált mennyiség. S pedig mindezek összege.

Dinamikai szimmetriák

Először az $U(3)$ esetet tárgyaljuk. A klasztereket alapállapotú spin-izospin skalár magoknak tekintjük $U(3)_{16O}$: $[4,4,4]$ és $U(3)_{4He}$: $[0,0,0]$ kvantumszámokkal. A relatív mozgás kvantumszámának legkisebb megengedett értéke $n_R=8$ a Harvey-előírás szerint. Így a klasztermodellteret leíró $U(3)$ kvantumszámok $[8,0,0]$, $[9,0,0]$, $[10,0,0]$, ... A kísérleti állapotokat ezen legalacsonyabban fekvő sávok írják le, melyeknek megfelelő spin-paritás tartalmuk van. Az energiaspektrumot a

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{n} + a\hat{C}_{SU(3)}^{(2)} + b\hat{C}_{SO(3)}^{(2)} \quad (4.10)$$

operátorral számolom, amelynek paraméterei a kísérleti spektrumhoz illesztés után: $a=0.119$ MeV, $b=0.171$, és $\hbar\omega=13.185$ MeV a szisztematika szerint [35]. A $B(E2)$ -ket

$$B(E2, L_i \rightarrow L_f) = \frac{2L_f + 1}{2L_i + 1} \alpha^2 |\langle (\lambda\mu) K L_i, (11)2 | (\lambda\mu) K L_f \rangle|^2 C_{SU(3)}^2 \quad (4.11)$$

adja, aminek paramétere az alapsáv $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$ (20,3 W.u.) átmenetéhez illesztve $\alpha^2=1.153$ W.u. lett. A spektroszkópiai faktorkok pedig a 3.4. fejezetben tárgyalt módszerrel adódtak (4.11. ábra, 4.2. táblázat).

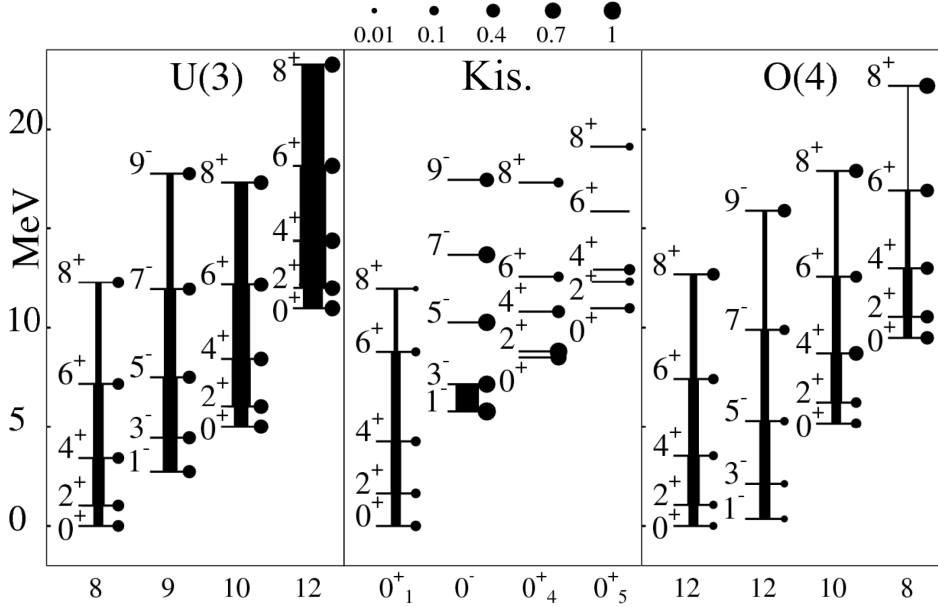
O(4) esetben a kísérleti sávokat a legalacsonyabb (N, ω) kvantumszámok írják le, amiknek megfelelő a spin-paritás tartalmuk. (N azonos minden sávra) Ekkor a Hamilton operátor az alábbi:

$$\hat{H} = a\hat{C}_{SO(4)}^{(2)} + b\hat{C}_{SO(3)}^{(2)}, \quad (4.12)$$

amik paramétereit illesztés után: $a = -0.108$ MeV, $b = 0.176$. A $B(E2)$ átmenetek most is analitikusan adódtak a 3.3-as fejezetben leírt módszer szerint, $\alpha = 3,164$. A spektroszkópiai faktorkok itt is a 3.4-es fejezet szerint határozhatóak meg (4.11. ábra, 4.2. táblázat).

modell	U(3)	O(4)
$\hbar\omega$	13,185	
a	0,119	-0,108
b	0,171	0,176
S_1	0,149	0,192
S_2	0,235	0,305
S_3	0,967	1,003
S	1,351	1,5

4.2. táblázat. Az $^{16}\text{O} + ^4\text{He}$ rendszert jellemző paraméterek és mennyiségek U(3) és O(4) dinamikai szimmetria esetén.



4.11. ábra. Az $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ klaszterizáció U(3) és O(4) spektrumi összevetve a kísérlettel. Az állapotok közti nyilak vastagsága az E2 átmenet erősségével arányos, a körök nagysága pedig a spektroszkópai faktorok nagyságával. U(3) esetben a sávokat az n_p kvantumszámok jellemzik, O(4)-ben pedig ω kvantumszámok $N=12$ mellett.

Kevert szimmetria

Most az $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ rendszer helyzetét vizsgálom az U(3)-O(4) fázisdiagramon, azaz hogy héjszerű vagy inkább merev molekulaszerű-e a klaszterizáció. Ehhez egy olyan Hamilton operátorra van szükség, amelyik mindkét dinamikai szimmetriából tartalmaz tagokat. Ilyen a 3.2.1.2 fejezetben bevezetett operátor:

$$\hat{H} = \hbar\omega\hat{n} + a\hat{C}^{(2)}_{SU(3)} + b\hat{C}^{(2)}_{SO(4)} + c\hat{C}^{(2)}_{SO(3)}. \quad (4.13)$$

Továbbá bevezetek egy kontrollparamétert, mely a dinamikai szimmetriák relatív súlyait méri (Itt $\hbar\omega$ -át is illeszttem):

$$x = \frac{|b|}{|\hbar\omega| + |a| + |b|}. \quad (4.14)$$

Láthatjuk, hogy a rotációs tag paraméterét nem tartalmazza, mert ez mindkét dinamikai szimmetriában jelen van. x értéke 0 és 1 között lehet. Ha $U(3)$ határesetben vagyunk akkor $x=0$, $O(4)$ -ben $x=1$, minden más esetben pedig a kettő közötti értéket vesz fel. Tehát ezzel mérhetjük, hogy melyik szimmetriához áll közelebb a vizsgált rendszer. Ahhoz, hogy mind a négy sávot leírjuk legalább háromelemű bázisra van szükség, mert ez már tud produkálni három különböző energiájú pozitív paritású sávot. A páros impulzusmomentumú állapotokat az $|N, n_p, L\rangle = |13, 8, L\rangle$, $|13, 10, L\rangle$, $|13, 12, L\rangle$ bázisban számoljuk, a páratlanokat pedig $|13, 9, L\rangle$, $|13, 11, L\rangle$, $|13, 13, L\rangle$ -ban, mivel ezeknek van páros illetve páratlan impulzusmomentum tartalmuk. A 4.13-as operátor paramétereit kétféle módon illesztettem a kísérleti adatokhoz.

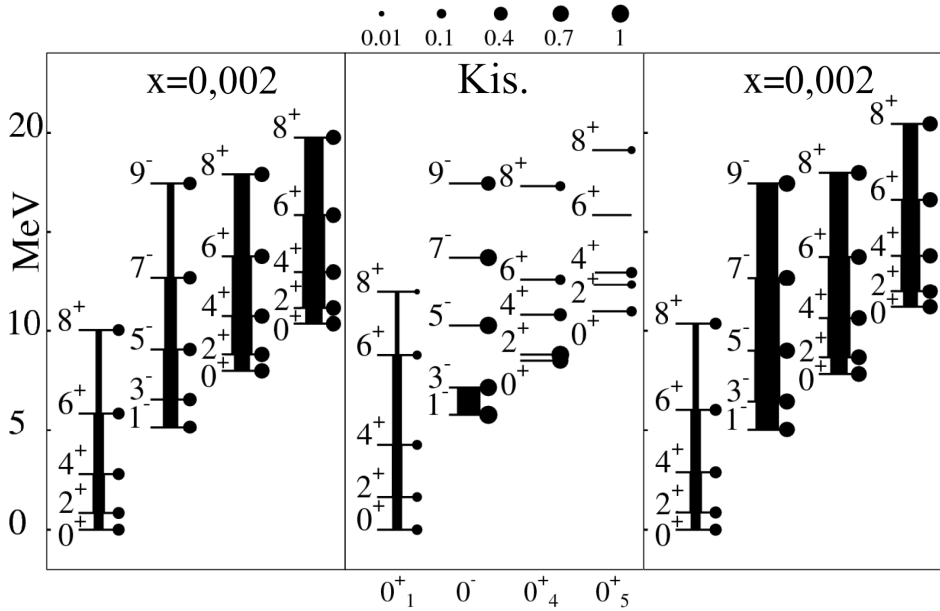
i) A paramétereket csak a kísérleti energiaspektrumhoz illesztettem. (Ekkor S_1 értékét minimalizáltam.) $B(E2)$ -ők a 3.3-as fejet szerint adódtak. A spektroszkópiai faktorokat pedig a 3.4-es fejezetbeli módszerrel határoztam meg (4.3-as táblázat, 4.12-es ábra).

ii) Eljárhatunk azonban máshogy is. A 4.13-as formula paramétereit illeszthetem az energiaspektrumon kívül a kísérleti $B(E2)$ átmenetekhez, és alfa-spektroszkópiai faktorokhoz is. (Ekkor az $S = S_1 + S_2 + S_3$ értékét minimalizáltam, ahol a kísérleti energiákat 1-es súllyal vettem számításba a $B(E2)$ -ket és spektroszkó-

piai faktorokat 0,1-el.) Az energiaformula paramétereit ilyenkor azáltal szólnak bele a $B(E2)$ és θ_α^2 illesztésébe, hogy ezek számozásában a lineárkombinációs együtthatók is szerepelnek a 3.3 és 3.4 fejezet szerint. (4.3-as táblázat, 4.12-es ábra).

ill.	E	E, $B(E2)$, θ_α^2
$\hbar\omega$	24,318	30,305
a	-0,986	-1,265
b	-0,039	-0,053
d	0,174	0,191
S_1	0,073	0,078
S_2	0,230	0,078
S_3	0,922	0,742
S	1,225	0,898
x	0,002	0,002

4.3. táblázat. Az $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ rendszert jellemző paraméterek és mennyiségek kevert szimmetriájú Hamilton operátort használva. A második oszlopbeli értékeket csak az energiákhoz való illesztéssel kaptam, a harmadik oszlopbeliekénél pedig energiákhoz, $B(E2)$ átmenetekhez és spektroszkópiai faktorokhoz illesztettem.



4.12. ábra. Az $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ klaszterizáció kevert szimmetriájú spektrumai összevetve a kísérlettel. Az állapotok közti nyilak vastagsága az E2 átmenet erősségével arányos, a körök nagysága pedig a spektroszkópiai faktorok nagyságával. A bal oldalnál csak az energiákhoz történt az illesztés, a jobb oldalnál az energiákhoz, E2 átmenetekhez és spektroszkópiai faktorokhoz. A kontrollparaméter értéke mindkét esetben 0,002.

Összefoglalás

Az $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ rendszert vizsgáltam az SACM-el, ahol arra a kérdésre kerestem a választ, hogy ez a konfiguráció héjszerű, vagy inkább merev molekulaszerű-e. Ennek során leírtam a spektrumot mind a tiszta fázisoknak megfelelő dinamikai szimmetriákkal, mind pedig kevert kölcsönhatással. A dinamikai szimmetriákat

alkalmazva azt találtam, hogy a héjszerű leírás ($U(3)$) jobb eredményt ad nemcsak az energiaspektrum, de a $B(E2)$ -ők és spektroszkópiai faktorok tekintetében is (4.2-es táblázat). A kevert szimmetriájú leírás pedig a héjszerű fázishoz nagyon közel szolgáltatja a legjobb illeszkedést, ami természetesen jobb bármelyik szimmetria eredményénél. Ennek alapján ez a (talán a legjobban ismert és legrészletesebben tanulmányozott) klaszterkonfiguráció egyértelműen héjszerűnek tűnik.

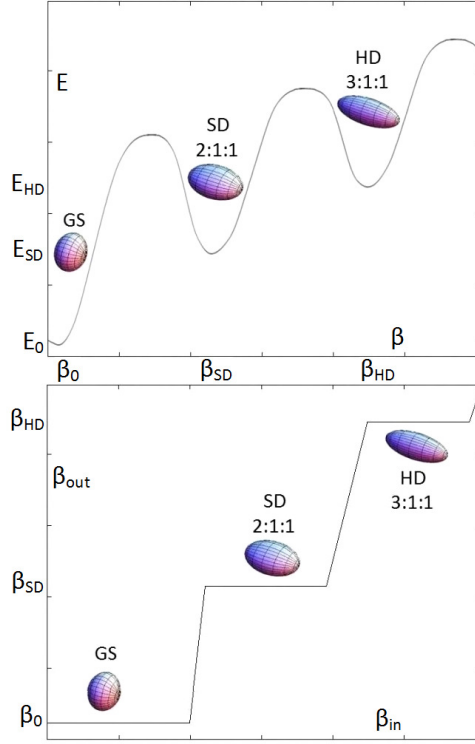
4.3. Alakizomer állapotok_[P5]

Bevezetés

Különböző alakok megjelenése egy tipikus jelenség soktestrendszerekben. Atommagok esetében ezt részletesen vizsgálták elméleti oldalról, és számos esetben megfigyelték kísérletileg [75]. A nukleáris alakizomereket szokásosan energiafelület számolással határozzák meg. Ekkor kiszámolják az energiafelületet, mint a deformációs paraméterek függvényét, és a lokális minimumok felelnek meg az alakizomereknek. Az abszolút minimum tartalmazza az alapállapot tartományt, és a további lokális minimumok meghatározzák pl. a szuperdeformált és hiperdeformált állapotokat (2:1:1 és 3:1:1 tengelyarányokkal) Ennek egy vázlatos szemléltetése a 4.13-as ábrán felső részén látható.

Most az alakizomerek keresésének egy alternatíváját tárgyalom. Ez nem energiafelület számoláson alapul, hanem inkább a kvadrupól deformáció stabilitásának és önkonzisztenciájának a vizsgálatán. Lényegében az atommag $SU(3)$ szimmetriájának az önkonzisztenciáját és stabilitását vizsgáljuk (ezért SCS módszer a neve). Ez a szimmetria egyértelműen meghatározza a kvadrupólus deformációt. Ezen reláció részletes tárgyalása [76]-ban található.

Az $SU(3)$ szimmetria stabilitásának és önkonzisztenciájának vizsgálata két különböző nézőpontból is érdekes. Elméleti oldalról ez egy érdekes hozzájárulást ad az $SU(3)$ szimmetria érvényességének régóta fennálló kérdéséhez. Praktikus nézőpontból pedig egy új módszert biztosít az alakizomerek meghatározásához, ami



4.13. ábra. GS, SD és HD alakok sematikus illusztrációja az energiaminimumokban és deformáció stabilitás és önkonzisztencia számolásokban.

alternatívája a jól ismert energiaminimum módszernek, ahogy említettem. Pontosabban a kvadrupól deformáció és $SU(3)$ szimmetria stabilitási tartománya, amik általában jó közelítéssel ki-elégítik az önkonzisztencia követelményét, biztosítják számunkra az alakizomereket.

Az új SCS módszerrel alakizomerek $U(3)$ szimmetriái határozhatóak meg, így $U(3)$ kiválasztási szabályt lehet alkalmazni a

megengedett vagy tiltott klaszterkonfigurációkra. Továbbá, mivel egy klaszterkonfigurációt egy reakciócsatornával definiálunk, ez egy közvetlen eszköz a kedvező reakciók keresésére, amikben populálódnak az alakizomer állapotok.

Az itt alkalmazott $SU(3)$ szimmetria nem az eredeti Elliott szimmetria [13], hanem egy általánosabb verziója, amit kvázidinamikai szimmetriának hívnak [30]. Ez szélesebb körben alkalmazható, de amikor az egyszerű $SU(3)$ szimmetria még jól definiált, akkor egybeesnek.

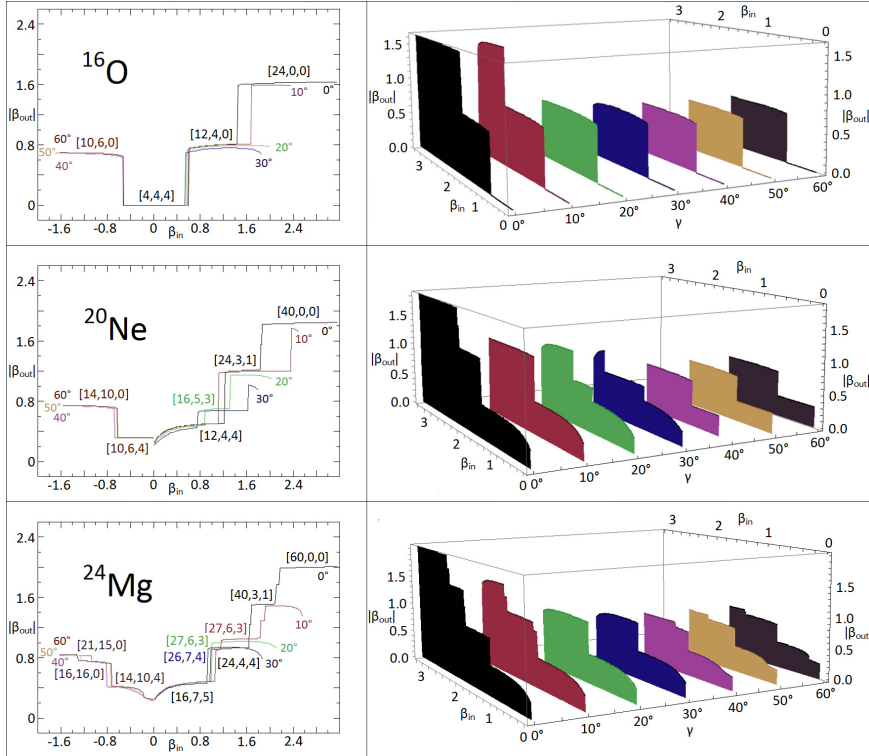
Eredmények

Itt alkalmazom a 3.5-ös fejezetben leírt módszert alakizomér állapotok meghatározására ^{16}O , ^{20}Ne , és ^{24}Mg magokban. Az eredményeket a 4.14-es ábra mutatja két és három dimenzióban.

Az energiaminimum számolással való összehasonlítást a 4.4-es táblázat mutatja. Részletes, szisztematikus számolásokat végeztek Nilsson–modellel [77], és Bloch–Brink alfa–klaszter modellel [78, 79, 80] (egy, kettő és három dimenziós konfigurációkra.). Ezért az eredményeinket ezekkel hasonlítom össze. A [77]-es cikk eredményei és más munkák eredményei közötti megfeleltetés a deformációs paramétereken és a gerjesztési kvantumok számán alapul. A főhéggerjesztést minden számolás meghatározta, így a kvantumszámok összehasonlíthatóak. Ami az alfaklaszter–számolásokat illeti, a héjmodell–konfigurációk [78, 79, 80] meghatározzák az $U(3)$ szimmetriákat.

A kvázidinamikai (vagy effektív) számolásnál kapott kvantumszámok nemcsak egészek lehetnek, hanem valósak is. To-

vábbá néhány bizonytalanság megfigyelhető néha (4.14-es ábra). A 4.4-es táblázatban bemutatom az SCS számolással kapott alakizomer állapotokat $U(3)$ szimmetriával, amely megfelel egy egyszerű héjmodellkonfigurációnak.



4.14. ábra. Alakizomerek szimmetria-stabilitás és önkonzisztencia számolásokból. A kétdimenziós oldalon az oblate alakok a β deformáció negatív oldalán helyezkednek el.

4.4. táblázat. Alakizomerek az ^{16}O , ^{20}Ne , és ^{24}Mg magokban különböző modellszámolásokból. A Nilsson–modell számolás eredményei a [77]–es munkából származnak, az alfa–klaszter modellé (egy, kettő és háromdimenziós konfigurációkra) pedig [78, 79, 80]–ből, míg az "Alak" oszlop a jelenlegi munkára utal. A rövidítések a következők: GS: alapállapot, SD: szuperdeformált, $\alpha - ch$: alfa–lánc, Tri: triaxiális, p: prolate, o: oblate, HD: hiperdeformált. Az alfaklaszter-konfiguráció jelölései: 2d és 3d két– és háromdimenziós konfigurációt jelent, a korábbi esetben a zárójelek ($\omega_y : \omega_x$) arányt tartalmazzák, tetrahed jelöli a tetraéderes alakot, bipyr a bipiramidálist, triax a triaxiálist, és cilsy a henger-szimmetrikus konfigurációt. $\hbar\omega$ a gerjesztési kvantumok számát jelenti, (ϵ, γ) a kvadrupól deformációs paraméterek (γ szögben értendő), és a:b:c az ellipszoid főtengelyeinek az arányai.

Mag	Nilsson $\omega_x : \omega_y : \omega_z(\epsilon, \gamma)$	Alfa	Alak	$\hbar\omega$	U(3)	SU(3)	(ϵ, γ)	a:b:c
^{16}O	1:1:1 (0,0)	tetrahed	GS	0	[4,4,4]	(0,0)	(0,0)	1:1:1
	4:2:1 (1.04,43)	2d(2:1)	SD	4	[12,4,0]	(8,4)	(0.83,19)	2.5:1.5:1
	4:4:1 (1.2,0)	$\alpha - ch$	$\alpha - ch$	12	[24,0,0]	(24,0)	(1.56,0)	4:1:1
^{20}Ne	2:2:1 (0.40,0)	bipyram	GS	0	[12,4,4]	(8,0)	(0.50,0)	1.6:1:1
	8:3:2 (1.17,50)	2d(3:2)	Tri_{SD}	4	[16,8,0]	(8,8)	(0.80,30)	2.6:1.8:1
		2d(3:1)	HD	8	[24,4,0]	(20,4)	(1.19,9)	3.4:1.4:1
	5:5:1 (1.25,0)	$\alpha - ch$	$\alpha - ch$	20	[40,0,0]	(40,0)	(1.76,0)	5:1:1
^{24}Mg	4:3:2 (0.45,20)	3d triax	GS	0	[16,8,4]	(8,4)	(0.51,19)	1.8:1.3:1
	(1.0,0)	3d cilsy	SD(p)	4	[24,4,4]	(20,0)	(0.91,0)	2.3:1:1
	3:1:1 (1.23,60)	2d(1:1)	SD(o)	4	[16,16,0]	(0,16)	(0.72,60)	2.3:2.3:1
	5:2:1 (1.26,42)	2d(2:1)	Tri	8	[28,8,0]	(20,8)	(1.07,16)	3.3:1.7:1
			HD_{Tri}	16	[40,4,0]	(36,4)	(1.46,5)	4.3:1.3:1
	6:6:1 (1.25,0)	$\alpha - ch$	$\alpha - ch$	32	[60,0,0]	(60,0)	(1.91,0)	6:1:1

Amint a 4.4-es táblázat szemlélteti, az eredmények hasonlósága az energiaminimum számolások és az új SCS módszer között figyelemreméltó. Az ^{16}O esetében két alakizomer van (továbbá az alapállapot) minden számolásban: egy SD állapot triaxiális deformációval és egy lineáris alfa-lánc. ^{20}Ne -ban három alakizomer van az alfa-klaszter modellben és a jelen munkában, illetve kettő a Nilsson-modellben [77]. ^{24}Mg -nál az új módszer öt alakizomert jósol, szemben a korábbi munkák négy állapotával. A különböző elméletekből származó alakok jellemzői szintén nagyon jó egyezést mutatnak.

Összefoglalás

Az új SCS módszer alkalmas könnyű magok alakizomer állapotainak meghatározására. Ez alternatívája a jól ismert energiaminimum számolásnak. Az eredmények nagyon jól egyeznek a többivel.

Az alakizomerek $\text{SU}(3)$ szimmetriáinak birtokában kiválasztási szabályt lehet meghatározni a megengedett klaszterkonfigurációk meghatározására. Utóbbiak egyértelműen kapcsolódnak a reakciócsatornákhöz, így egy egyszerű és szisztematikusan alkalmazható szabályunk van azon reakciók keresésére, amik populálhatják az izomereket [61, 81].

5. fejezet

Összefoglalás

Dolgozatomban félmikroszkopikus algebrai modelleket alkalmaztam atommagok leírására, melynek során az általam kifejlesztett programcsalád volt segítségemre. Ezen modelleket a témavezetőm és munkatársai alkották meg, tehát az én feladatomban az alkalmazásuk volt, és az ehhez szükséges számítógépes programok létrehozása. Ennek a munkámnak a lényege az alábbiakban foglalható össze:

Létrehoztam egy számítógépes programcsaládot a félmikroszkopikus algebrai modellek alkalmazásának támogatására. Ehhez felhasználtam néhány, már korábban létező programot, azok jelentős kiegészítésével és bővítésével, de fejlesztettem számos újat is [P1]. Ez ugyan önmagában nem fizikai eredmény, de lényeges szerepük volt a következő pontokban felsorolt magszerkezeti vizsgálatokban. Azért tartom külön említésre méltónak, mert ezek a programok - remélhetőleg - az itt bemutatott munkán kívül még

sok kutatási feladat kivitelezését fogják segíteni.

A MUSY-t alkalmaztam a ^{28}Si magra [P2]. Ennek során sikeresen leírtam a kisenergiás kvartettspektrumot egy egyszerű, analitikus megoldással rendelkező Hamilton-operátorral. Továbbá meghatároztam a nagyenergiás $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ rezonanciaspektrumot a kvartettspektrumból való kivetítés által, anélkül, hogy a kísérleti állapotokhoz illesztettem volna. Ennek ellenére a kapott spektrum összhangban volt a kísérletivel. Tudomásom szerint más modell ilyen "jóslásra" nem képes. Ez a vizsgálat egy régóta nyitott kérdésre adott választ: az $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ rezonanciaspektrum a potenciál második, szuperdeformált völgyének a spektruma.

Ugyanezzel a Hamilton operátorral meghatároztam a 6-14 MeV-es energiaablakbeli $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ klaszterizáció 0^+ -os állapotainak eloszlását [P3]. Ennek során sem illesztettem az állapotok energiáját, hanem ismét paramétermentes jóslást adtam. A kapott spektrum pedig jó egyezést mutatott egy közelmúltban végzett kísérlettel, ami ebben a tartományban mérte a 0^+ -os állapotokat ^{28}Si -on való rugalmatlan α szórással.

Az ^{36}Ar mag vizsgálatával megmutattam, hogy a MUSY képes egységesen leírni az alap, a szuperdeformált és a hiperdeformált tartomány spektrumát [P4]. Ezek a spektrumrészek nemcsak deformáció tekintetében különböznek egymástól lényegesen, hanem más-más energiatartományban helyezkednek el, különböző konfigurációknak felelnek meg és különböző reakciókban populálódnak. Rámutattam, hogy a látszólag különböző klaszterizációk,

valamint héjmodellkonfigurációk azonos hullámfüggvénnyel rendelkezhetnek, az antiszimmetrizáció miatt (szemben a fenomenologikus modellek következtetésével). Az is kiderült, hogy egy adott klaszterkonfiguráció a mag számos különböző energiájú és deformációjú állapotát létrehozhatja, ha nem alkalmazunk túlságosan leegyszerűsítő modellfeltevéseket (melyek számos klasztermodellben honosak).

Az $SU(3)$ szimmetria (és kvadrupólus deformáció) stabilitásán és önkonzisztenciáján alapuló módszert alkalmaztam könnyű atommagok (^{16}O , ^{20}Ne , ^{24}Mg) alakizomér állapotainak felkutatására [P5]. Azt találtam, hogy ez az új módszer nagyon hasonló eredményt szolgáltat a hagyományos, energiaminimum-keresési módszerhez. Egyúttal azonban megadja az állapotok szimmetriáját, melynek révén a MUSY kiválasztási szabálya összeköti azokat a reakciócsatornákkal (klaszterkonfigurációkkal). Kiderült, hogy az $SU(3)$ szimmetria nemcsak az alapállapot környezetében érvényes jó közelítéssel, hanem számos alakizomér állapotban is. Mi több, az eredmények azt sugallják, hogy a magot néhány stabil kvadrupólus alak építi fel. Ehhez nagyon hasonló következtetésre vezetett egy közelmúltbeli no-core héjmodellszámolás is realisztikus kölcsönhatásokkal (Phys. Rev. Lett. 124 (2020) 042501).

A klaszterizáció természetének felderítése érdekében megvizsgáltam a ^{20}Ne atommag spektrumát [P6]. Ennek négy sávját sok vizsgálat egybehangzó következtetése szerint jellemzi a $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ konfiguráció. A kérdés, hogy ez mennyire héjszerű ($U(3)$ -szimmetrikus),

vagy merevmolekula-szerű ($O(4)$ -szimmetrikus) már nagyon régóta nyitott. Vizsgálataim újszerűségét az adta, hogy azok 1) teljesen algebrai leírason alapultak, ezért 2) szisztematikusan kivitelezhetőek, és 3) mikroszkopikus leírást adnak, beleértve még a spektroszkópiai faktort is. Leírtam a spektrumot mind a tiszta fázisoknak megfelelő dinamikai szimmetriával, mind pedig kevert kölcsönhatásokkal. Azt találtam, hogy A) a tisztán héjszerű klaszterizáció lényegesen jobb leírást ad, mint a merevmolekula-szerű, és B) a kevert szimmetriájú leírás a héjszerű fázishoz nagyon közel szolgáltatja a legjobb illeszkedést. Ennek alapján ez a (talán a legjobban ismert és legrészletesebben tanulmányozott) klaszterkonfiguráció egyértelműen héjszerűnek tűnik. Ez a következtetés is egybecseng az $SU(3)$ szimmetria fontosságát illetően az előzőekben említett kollektív és héjmodellszámítások eredményével.

6. fejezet

Summary

In the present dissertation, I applied semimicroscopic algebraic models for description of nuclei. In doing so, I use a family of programs, which I developed. These models were invented by my supervisor and his collaborators. My task was their application and the development of the necessary computer programs. The essence of my work can be summarized as follows:

I created a family of computer programs to support the application of the semi-microscopic algebraic models. For this, I used some pre-existing programs with their significant additions, but I have also developed several new ones [P1]. It is not a physical result in itself, but these codes played a significant role in the nuclear structure investigations listed in the following. I think, it is worth mentioning this work separately, because hopefully, these programs will help to carry out many research tasks beyond the work presented here.

I applied the MUSY to the ^{28}Si nucleus [P2]. In doing so, I successfully described the low-energy quartet spectrum by a Hamiltonian, which has simple analytical solution. Furthermore, I determined the $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ resonance spectrum from the quartet spectrum by projection, without fitting anything to the cluster states, i.e. the cluster spectrum appears as pure prediction, and the result was in a remarkable agreement with the experimental observation. I do not know any other method of this ability. This investigation gave an answer to a long-open question: the $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ resonance spectrum is the spectrum of the second, i.e. superdeformed valley of the potential.

I determined the distribution of the 0^+ states of the $^{24}\text{Mg}+^4\text{He}$ clusterisation in the 6-14 MeV energy window [P3]. In doing so, I did not fit the energy of the states either, but I gave a parameter-free prediction again. The obtained spectrum showed a good agreement with a recent experiment, that measured the 0^+ states by inelastic alpha scattering on ^{28}Si in this energy range.

By investigating the ^{36}Ar nucleus I showed that the MUSY is able to describe spectrum of ground, super and hyperdeformed valleys in a unified way [P4]. These parts of the spectrum differ significantly not only in deformation, but they are located in different energy ranges and correspond to different configurations, and they are populated in different reactions. I pointed out that seemingly different cluster as well as shell model configurations can have the same wavefunction, due to the antisymmetrization

(as opposed to the conclusion of the phenomenological models). It also turned out that a given cluster configuration can create several state of the nucleus with different energy and deformation, if we do not use oversimplifying model assumptions (which are present in many cluster models).

I applied the new symmetry-governed method to find the shape isomers of light nuclei (^{16}O , ^{20}Ne , ^{24}Mg). It is based on the investigation of the stability and self-consistency of the $\text{SU}(3)$ symmetry (and quadrupole deformation) [P5]. I found that this new method provides very similar results to the traditional energy-minimum method. At the same time, however, it gives the symmetry of the states through which the selection rule of the MUSY connects them to the reaction channels (cluster configurations). It turned out that the $\text{SU}(3)$ symmetry is valid not only in the region of the ground state but also in many shape isomer states. Moreover, the results suggest that the nucleus is built up by a few stable quadrupole shapes. A recently published no-core shell model calculation with realistic interactions (Phys. Rev. Lett. 124 (2020) 042501) led to a very similar conclusion.

I investigated the spectrum of the ^{20}Ne in order to determine the nature of the clusterisation [P6]. In this nucleus four bands is considered as a $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ configuration. It is a longstanding question, if this system is more shell-like ($\text{U}(3)$ symmetric) or more rigid molecule-like ($\text{O}(4)$ symmetric). The novel features of my investigations are as follows: 1) They are based on a fully

algebraic description. 2) Therefore, they can be applied systematically. 3) They give a microscopic description, including the cluster spectroscopic factor. I described the spectrum both by the dynamical symmetries (corresponding to the pure phases) and by mixed interactions. I found that A) the pure shell-like clusterization gives significantly better description, than the rigid molecule-like one, and B) the mixed symmetry description provides the best fit very close to the shell-like phase. Based on this study the $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ cluster configuration, which is probably best known and the most investigated one, is definitely shell like. Concerning the importance of the $\text{SU}(3)$ symmetry this conclusion is in line with the ones mentioned above from shell and collective models.

7. fejezet

Köszönetnyilvánítás

Elsősorban témavezetőmnek, Dr. Cseh Józsefnek szeretnék köszönetet mondani a doktori munkám során nyújtott rengeteg segítségéért és bátorításáért. Továbbá köszönöm Dr. Darai Judit segítségét, és programozás terén nyújtott tanácsait.

Köszönettel tartozom Dr. Kovács Józsefnek a dolgozatom írásával kapcsolatos hasznos tanácsaiért, és a programok tesztelésében nyújtott segítségéért.

Végül, de nem utolsó sorban pedig köszönöm családom és barátaim támogatását.

A jelen munka a Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból biztosított támogatással, a K18 pályázati program finanszírozásában valósult meg a K 128729 számú projekt keretében.

Továbbá köszönöm a KIFÜ HPC-nek, hogy hozzáférést biztosított szuperszámítógépeihez (Debrecen/Szeged).

8. fejezet

Publikációk

- P1 J. Cseh, **G. Riczu**, J. Darai, T. Dytrych, E. Betak, Shapes, quartets and clusters of atomic nuclei in a semimicroscopic framework, Bulg. J. Phys. 44, 466-477 (2017)
- P2 J. Cseh, **G. Riczu**, Quartet excitations and cluster spectra in light nuclei, Phys. Lett. B 757, 312-316 (2016)
- P3 P. Adsley, D. G. Jenkins, J. Cseh, S. S. Dimitrova, J. W. Brümmer, K. C. W. Li, D. J. Marín-Lámbbari, K. Lukyanov, N. Y. Kheswa, R. Neveling, P. Papka, L. Pellegri, V. Pesudo, L. C. Pool, **G. Riczu**, F. D. Smit, J. J. van Zyl, E. Zemlyanaya, α clustering in ^{28}Si probed through the identification of high-lying 0^+ states, Phys. Rev. C 95, 024319 (2017)
- P4 **G. Riczu**, J. Cseh, Gross features of the spectrum of the ^{36}Ar nucleus, arXiv: 2103.05375, Közlésre elfogadva az Int. J. Mod. Phys. E folyóiratban.

- P5 J. Cseh, **G. Riczu** J. Darai, Shape isomers of light nuclei from the stability and consistency of the SU(3) symmetry, Phys. Lett. B 795, 160-164 (2019)
- P6 **G. Riczu**, J. Kovács, J. Cseh, $^{16}\text{O}+^4\text{He}$ system on the phase diagram of nuclear clusterization. Előkészületben.

Irodalomjegyzék

- [1] J. Cseh, Semimicroscopic algebraic description of nuclear cluster states. Vibron model coupled to the $SU(3)$ shell model, Phys. Lett. B 281 (1992) 173-177;
J. Cseh and G. Lévai, Semimicroscopic algebraic cluster model of light nuclei. I. Two-cluster-systems with spin-Isospin-free interactions, Ann. Phys. (NY) 230 (1994) 165-200
- [2] P. O. Hess, A. Algara, M. Hunyadi and J. Cseh, Configuration-mixed effective $SU(3)$ symmetries, Eur. Phys. J. A 15 (2002) 449
- [3] J. Cseh, On the relation of the shell, collective and cluster models, J. Phys. Conf. Ser. 580 (2015) 012046 6pp
- [4] H. Yépez-Martínez, J. Cseh, and P. O. Hess, Phase transitions in algebraic cluster models, Phys Rev. C 74, 024319 12pp
- [5] M. Jarrio, J. L. Wood and D. J. Rowe, The $SU(3)$ structure of rotational states in heavy deformed nuclei, Nucl. Phys. A 528 (1991) 409

- [6] Fényes Tibor, Atommagfizika (Kossuth Lajos Tudományegyetem kiadó, 2005)
- [7] J. P. Elliott, P. G. Dawber, Symmetry in physics (Chippenhams, MacMillan Press, 1986)
- [8] J. Cseh, Multichannel dynamical symmetry and heavy ion resonances, Phys. Rev. C 50 (1994) 2240-2243.
- [9] J. Cseh, Algebraic models for shell-like quarteting of nucleons, Phys. Lett. B 743 (2015) 213-217
- [10] T. Dytrych, K. D. Sviratcheva, J. P. Draayer, C. Bahri and J. P. Vary, Ab initio symplectic no-core shell model, J. Phys. G 35 (2008) 123101 47pp
- [11] A. Arima, V. Gillett and J. Ginocchio, Energies of quartet structures in even-even $N=Z$ nuclei, Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 1043-1046
- [12] E. Wigner, On the consequences of the symmetry of the nuclear Hamiltonian on the spectroscopy of nuclei, Phys. Rev. 51 (1937) 106-119
- [13] J. P. Elliott, Collective motion in the nuclear shell model.
1. Classification schemes for states of mixed configuration, Proc. Roy. Soc. Lond. A 245 (1958) 128-145; 562-581
- [14] M. Harvey, Generalised quartet model for particle-hole excitations across major shells, Nucl. Phys. A 202 (1973) 191-208

- [15] D.J. Rowe, G. Thiamova and J. L. Wood, Implications of deformation and shape coexistence for the nuclear shell model, *Phys. Rev. Lett.* 97 (2006) 202501 4pp
- [16] F. Iachello and R. D. Levine, Algebraic approach to molecular rotation-vibration spectra. I. Diatomic molecules, *J. Chem. Phys.* 77 (1982) 3046-3055
- [17] K. Wildermuth and Th. Kanellopoulos, The “cluster model” of the atomic nuclei, *Nucl. Phys.* 7 (1958) 150-162
- [18] H. Horiuchi, Chapter III. Kernels of GCM, RGM and OCM and their calculation methods, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 62 (1977) 90-190
- [19] B. G. Wybourne, *Classical groups for physicists*, Wiley: New York, USA (1974)
- [20] J. Cseh, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* 229, (2020) 2543-2554
- [21] G. Rosensteel and D. J. Rowe, Nuclear $Sp(3,R)$ model, *Phys. Rev. Lett.* 38 (1977) 10-14;
G. Rosensteel and D. J. Rowe, On the algebraic formulation of collective models III. The symplectic shell model of collective motion, *Ann. Phys. (N.Y.)* 126 (1980) 343-370
- [22] D. J. Rowe, Microscopic theory of the nuclear collective model, *Rep. Prog. Phys.* 48 (1985) 1419-1480
- [23] D. J. Rowe and G. Rosensteel, Rotational bands in the $u(3)$ -boson model, *Phys. Rev. C* 25 (1982) 3236-3238;

- O. Castanos and J. P. Draayer, Contracted symplectic model with ds-shell applications, Nucl. Phys. A 491 (1989) 349-372
- [24] A. B. Balantekin, I. Bars and F. Iachello, U(6/4) Dynamical supersymmetry in nuclei, Phys. Rev. Lett. 47 (1981) 19-23; F. Iachello and P. Van Isacker, The Interacting Boson Fermion Model, Cambridge, Cambridge University Press (1991); G. L  vai, J. Cseh and P. Van Isacker, Supersymmetry for nuclear cluster systems, Eur. Phys. J. A 12 (2001) 305-308
- [25] J. Cseh and K. Kato, Multichannel dynamical symmetry and cluster-coexistence, Phys. Rev. C 87 (2013) 067301 4pp; J. Cseh, to be published.
- [26] P. Kramer and M. Moshinsky, Group Theory and Its Applications, ed: E.M. Loeb1, Academic Press, New York (1968) p. 339.
- [27] J. Cseh, G. Riczu and J. Darai, Shape isomers of light nuclei from the stability and consistency of the SU(3) symmetry, Phys. Lett. B 795 (2019) 160-164
- [28] J. Darai, J. Cseh, G. Adamian and N. Antonenko, Extreme quadrupole deformation and clusterization, EPJ Web Conf. (2012) 16001 7pp
- [29] J. Cseh, Spontaneous symmetry-breaking in Elliott-type models and the nuclear deformation, Phys. Lett. B 793 (2019) 59-64

- [30] P. Rochford, D. J. Rowe, The survival of rotor and $SU(3)$ bands under strong spin-orbit symmetry mixing, *Phys. Lett. B* 210 (1988) 5;
P. Rochford, D. J. Rowe, J. Repka, Dynamic structure and embedded representation in physics: The group theory of the adiabatic approximation, *J. Math. Phys.* 29 (1988) 572
- [31] J. Darai and J. Cseh, Shape isomers and their clusterization, *Phys. Conf. Ser.* 580 (2015) 012057
- [32] J. P. Draayer, Y. Lebeschber, S.C Park and R. Lopez, Representation of $U(3)$ in $U(N)$, *Computer Physics Communications* 56 (1989) 279-290
- [33] M. Harvey, Proc. 2nd Int. Conf. on Clustering Phenomena in Nuclei, College Park, USDERA report ORO-4856-26 (1975) 549
- [34] J. Cseh and J. Darai, AIP Conf. Proc. 1098: Fusion08 (2008) 225
- [35] J. Blomqvist and A. Molinari, Collective 0^- vibrations in even spherical nuclei with tensor forces, *Nucl. Phys. A* 106 (1968) 545-569
- [36] J. Cseh, G. Riczu, J. Darai, T. Dytrych, E. Betak, Shapes, Quartets and Clusters of Atomic Nuclei in a Semimicroscopic Framework, *Bulg. J. Phys.* 44 (2017) 466–477

- [37] Y. Sun, C. L. Wu, K. Bhatt, M. Guidry, SU(3) symmetry and scissors mode vibrations in nuclei, Nucl. Phys. A 703 (2002) 130-151
- [38] A. Frank and P. Van Isacker, Algebraic methods in molecular and nuclear structure physics, John Wiley Sons Inc. (1994)
- [39] M. Ichimura, A. Arima, E. C. Halbert and T. Teresawa, Alpha-particle spectroscopic amplitudes and the SU(3) model, Nucl. Phys. A204 (1973) 225-278
- [40] S. G. Nilsson and I. Ragnarsson, Shapes and shells in nuclear structure (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1995)
- [41] J. M. Eisenberg and W. Greiner, Nuclear Theory I: Nuclear Models, 3rd edition (Amsterdam: North-Holland, 1987).
- [42] V. Velázquez, Master Thesis, UNAM, Mexico (1996).
- [43] V. Velazquez, P. O. Hess, J. G. Hirsch and A. E. Mariano, Phys. Rev. C55 (1997) 1571.
- [44] R. K. Sheline, S Kubono, K. Morita and M. H. Tanaka, Coexistence of three different shapes in ^{28}Si Phys. Lett. B 119 (1982) 263-268
- [45] D. G. Jenkins, C. J. Lister, M. P. Carpenter, P. Chowdury, N. J. Hammond, R. V. F. Janssens, T. L. Khoo, T. Lauritsen, D. Seweryniak, T. Davinson, P. J. Woods, A. Jokinen, H. Penttila, F. Haas, and S. Courtin, Phys. Rev. C 86 (2012) 064308 5pp

- [46] Y. Taniguchi, Y. Kanada-En'yo and M. Kimura, Cluster structures and superdeformation in ^{28}Si , Phys. Rev. C 80 (2009) 044316 9pp
- [47] J. Darai, J. Cseh and D. G. Jenkins, Shape isomers and clusterization in the ^{28}Si nucleus, Phys. Rev. C 86 (2012) 064309 6pp
- [48] U. Abbondanno, A Collection of data on resonances in heavy ion reactions, Trieste Report No. INFN/BE-91/11 (1991) 20pp
- [49] P. Adsley, D. G. Jenkins, J. Cseh, S. S. Dimitriova, J. W. Brummer, K. C. W. Li, D. J. Marín-Lámbarri, K. Lukyanov, N. Y. Kheswa, R. Neveling, P. Papka, L. Pellegri, V. Pesudo, L. C. Pool, G. Riczu, F. D. Smit, J. J. van Zyl and E. Zemlyanaya, α clustering in ^{28}Si probed through the identification of high-lying 0^+ states, Phys. Rev. C 95 (2017) 024319 8pp
- [50] J. Cseh and G. Riczu, Quartet excitations and cluster spectra in light nuclei, Phys. Lett. B 757 (2016) 312-316
- [51] J. Cseh, E. Koltay, Z. Máté, E. Somorjai and L. Zolnai, Levels of ^{28}Si from the $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha)^{24}\text{Mg}$ and $^{24}\text{Mg}(\alpha, \gamma)^{28}\text{Si}$ reactions, Nucl. Phys. A 385 (1982) 43-56
- [52] M. L. Avila, G. V. Rogachev, V. Z. Goldberg, E. D. Johnson, K. W. Kemper, Y. M. Tchuvil'sky, and A. S. Volya, α -cluster structure of ^{18}O , Phys. Rev. C 90 (2014) 024327 19pp

- [53] I. Wiedenhover, A. H. Wuosmaa, R. V. F. Janssens, C. J. Lister, M. P. Carpenter, H. Amro, P. Bhattacharyya, B. A. Brown, J. Caggiano, M. Devlin, A. Heinz, F. G. Kondev, T. Lauritsen, D. G. Sarantites, S. Siem, L. G. Sobotka and A. Sonzogni, Identification of the $I(\pi) = 10(+)$ Yrast rotational state in ^{24}Mg , Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 142502 4pp
- [54] N. Nica, J. Cameron and B Singh, Nuclear Data Sheets 113 (2012) 1-155
- [55] <https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/getdatasetClassic.jsp?nucleus=36AR&unc=nds>
- [56] <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>
- [57] W. Sciani, Y. Otani, A. Lépine-Szily, E. A. Benjamim, L. C. Chamon, R. L. Filho, J. Darai and J. Cseh, Possible hyperdeformed band in ^{36}Ar observed in $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ elastic scattering, Phys. Rev. C 80 (2009) 034319 8pp
- [58] W. D. M. Rae and A. C. Merchant, Hyperdeformed states in ^{36}Ar and ^{48}Cr in the cranked cluster model, Phys. Lett. B 279 (1992) 207-211
- [59] C.E. Svensson, A.O. Macchiavelli, A. Juodagalvis, A. Poves, I. Ragnarsson, S. Åberg, D.E. Appelbe, R.A.E. Austin, C. Baktash, G.C. Ball, M.P. Carpenter, E. Caurier, R.M. Clark, M. Cromaz, M.A. Deleplanque, R.M. Diamond, P. Fallon, M. Furlotti, A. Galindo-Uribarri, R.V.F. Janssens,

- G.J. Lane, I.Y. Lee, M. Lipoglavšek, F. Nowacki, S.D. Paul, D.C. Radford, D.G. Sarantites, D. Seweryniak, F.S. Stephens, V. Tomov, K. Vetter, D. Ward and C.H. Yu, Collective rotational motion in the N=Z nucleus ^{36}Ar , Nucl. Phys. A 682 (2001) 1-11
- [60] J. Cseh, A. Algora, J. Darai and P. O. Hess, Deformation dependence of nuclear clusterization, Phys. Rev. C 70 (2004) 034311 8pp
- [61] J.Cseh, J. Darai, W. Sciani, Y. Otani, A. Lépine-Szily, E. A. Benjamim, L. C. Chamon, and R. L. Filho, Elongated shape isomers in the ^{36}Ar nucleus, Phys. Rev. C 80 (2009) 034320 5pp
- [62] B. F. Bayman and A. Bohr, On the connection between the cluster model and the SU3 coupling scheme for particles in a harmonic oscillator potential, Nucl. Phys. (1958/59) 596-599
- [63] H. Horiuchi and K. Ikeda, A molecule-like structure in atomic nuclei of ^{16}O and ^{10}Ne , Prog. T. Phys. 40 (2) (1968) 277-287
- [64] P. Ceinar and J. Jolie, Quantum phase transitions in the interacting boson model, Prog. Part. Nucl. Phys. 62 (2009) 210–256;
F. Iachello, Symmetry and Phase Transitions in Nuclei, AIP Conf. Proc. 1165 (2009) 193-198

- [65] J. Cseh, J. Darai, A. Algora, H. Yeppez-Martinez and P. O. Hess, Localized versus shell-model-like clusters, *Rev. Mex. Fis.* S54 (3) (2008) 30-35
- [66] J. Cseh, Phases of clusterized nuclei, *J. Phys.: Conf. Ser.* 205 (2010) 012021 7pp
- [67] G. Lévai, J. Cseh, Semimicroscopic algebraic study of the α -cluster states of the ^{18}O nucleus, W. Scheid, *Phys. Rev. C* 46 (1992) 548-557;
 J. Cseh, G. Lévai, Algebraic $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ cluster model of the ^{24}Mg nucleus, W. Scheid, *Phys. Rev. C* 48 (1993) 1724-1738;
 G. Lévai, J. Cseh, Consistent semimicroscopic algebraic description of core + α -particle systems in the $A = 16$ to 20 region, *Phys. Lett. B* 381 (1996) 1-6;
 Zs. Fülöp et al., A comprehensive study of the $^{34}\text{S} + \alpha$ system, *Nucl. Phys. A* 604 (1996) 286-304;
 J. Cseh, G. Lévai, A. Ventura, L. Zuffi, Coexistence of cluster configurations in the ^{32}S nucleus, *Phys. Rev. C* 58 (1998) 2144-2153;
 A. Lepine-Szily et al., Elastic Transfer: A Nondispersive Component in the Optical Potential, and its Effect on the $^{12}\text{C} + ^{24}\text{Mg}$ Elastic Scattering, *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999) 3972-3975;
 L. Hernández de la Pena et al., α -cluster structure in Be isotopes, *J. Phys. G* 27 (2001) 2019-2035
- [68] F. Iachello, N. C. Mukhopadhyay and L. Zhang, Spectrum-generating algebra for stringlike mesons: Mass formula for

- qq -bar mesons, Phys. Rev. D 44 (1991) 898-914
- [69] R. Bijker and F. Iachello, The algebraic cluster model: Structure of ^{16}O , Nucl. Phys. A 957 (2017) 154-176
- [70] F. Iachello, A. Arima, The Interacting Boson Model, (1987) Cambridge University Press, Cambridge
- [71] H. T. Richards, Rotational bands in ^{20}Ne , Phys. Rev. C29 (1984) 276-283
- [72] F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. A392, 1 (1983), Energy levels of light nuclei A=18-20
- [73] F. Ajzenberg-Selove, Energy levels of light nuclei A=18-20, Nucl. Phys. A475 (1987) 1-198
- [74] K. I. Kubo, Finite-range DWBA analyses of the $^{16}\text{O}(^7\text{Li}, t)^{20}\text{Ne}$ and $^{15}\text{n}(^7\text{Li}, t)^{19}\text{F}$ reactions, Nucl. Phys. A187 (1972) 205-218
- [75] K. Heyde and J. L. Wood, Shape coexistence in atomic nuclei, Rev. Mod. Phys. 83 (2011) 1467
- [76] J. P. Draayer, in Algebraic Approaches to Nuclear Structure ed: R. F. Casten (Harwood Academic Publishers, Singapore, 1993)
- [77] G. Leander, S. E. Larsson, Potential-energy surfaces for the doubly even $N = Z$ nuclei, Nuc. Phys. A 239 (1975) 93-113
- [78] A. C. Merchant, W. D. M. Rae, Systematics of alpha-chain states in 4N-nuclei, Nuc. Phys. A 549 (1992) 431-438

- [79] J. Zhang, W. D. M. Rae, Systematics of 2-dimensional α -cluster configurations in 4N nuclei from ^{12}C to ^{44}Ti , Nuc. Phys. A 564 (1993) 252-270
- [80] J. Zhang, W. D. M. Rae, A. C. Merchant, Systematics of some 3-dimensional α -cluster configurations in 4N nuclei from ^{16}O to ^{44}Ti , Nuc. Phys. A 575 (1994) 61-71
- [81] J. Cseh et al., Elongated shape isomers in the ^{36}Ar nucleus, Phys. Rev. C 80 (2009) 034320
 J. Darai et al., Clusterization in the shape isomers of the ^{56}Ni nucleus, Phys. Rev. C 84 (2009) 024302
 J. Darai et al., Shape isomers and clusterization in the ^{28}Si nucleus, Phys. Rev. C 86 (2011) 064309
- [82] J. F. Cornwell, Group Theory in Physics (2), Academic Press, London (1984) 651
- [83] M. Hamermesh, Group Theory and its Application to Physical Problems (2), Addison-Wsley Publishing Company, INC., United States of America (1964) 435-436
- [84] C. Bahri and J. P. Draayer, SU(3) reduced matrix element package, Computer Physics Communications 83 (1994) 59-94
- [85] J. P. Draayer, S. C. Park and O. Castanos, Shell-Model Interpretation of Collective-Model Potential-Energy Surface, Phys. Rev. Lett. 62(1) (1989) 20-23
- [86] <http://www.chilton-computing.org.uk/acl/society/impact/hsl.htm>

- [87] Y. Akiyama and J. P. Draayer, A user's guide to fortran programs for Wigner and Racah coefficients of $SU(3)$, Computer Physics Communications 5 (1973) 405-415

A. függelék

A számítógép-programok bemutatása

A következőkben azokat a programokat fogom bemutatni, melyek a félmikroszkopikus algebrai modellek számolásához szükségesek. Ezek nagy részét teljes egészében én írtam, de van olyan is amikben már meglévő szubrutinokat használtam fel (elektromágneses átmenetek, spektrumszámoló), vagy korábban létezett programokat módosítottam, vagy újraírtam ($U(3)$ -műveletek, modelltér-szerkesztés, energiaszámolás). Ezek mindegyike Fortran nyelven készült, mert a témámban használatos programok is ezen nyelven íródtak, tehát így illeszkednek a már meglévőkhöz. Az összes program bemutatása az alábbi három részre tagolódik:

1. A program feladata.
2. Az input fájl(ok) jelentése.
3. Az output fájl(ok) jelentése.

1-ben leírom, hogy milyen számolást végez, 2-ben elmagyarázom az input fájl(ok) felépítését, majd 3-ban az output fájl(ok) tartalmát írom le.

Mielőtt rátérnék ezek bemutatására, nézzük meg, hogy futtatás hatására mi fog történni. Ekkor minden esetben kérni fogja az input fájl(ok) nevét. Ha egyetlen input van, akkor az "Enter input file name:" üzenet fog megjelenni. Ekkor az input nevét inputnev.dat formában kell megadni. Természetesen bármilyen nevet adhatunk, de célszerű kerülni a szóközt, az ékezetes valamint speciális karaktereket. Ha több input szükséges, akkor "Enter input file name 1:", "Enter input file name 2:" stb. után kell megadni az adott fájl nevét. Az input(ok) után kéri az output nevét. Ekkor "Enter output file name:" jelenik meg. Itt is outputnev.dat formában kell megadni a nevet, mely nevű fájlnek nem szükséges léteznie. (Csak a héjmodelltér-számoló és klasztermodelltér esetében van több output. Ekkor nem mi adjuk meg ezek neveit, hanem automatikusan létrejönnek a fájlok.) Továbbá az input fájlok megadásánál a számokat mindig vesszőkkel és/vagy szóközökkel elválasztva írjuk. Ezen általános tudnivalók után pedig bemutatom egyenként a programokat.

A.1. $U(3)$ és $U(4)$ programok

Ezen programokat az $U(n)$ reprezentációk szorzási szabálya alapján írtam, mely [82]-ben megtalálható. Az ebben a fejezetben tárgyalt összes $U(3)$ programnak van $U(4)$ -es verziója, de most csak az $U(3)$ -asokat fogom bemutatni, mivel az $U(4)$ -es verziók nagyon hasonlóak. Az egyetlen különbség közöttük kizárólag az input és output fájlokban van. Most nézzük meg ezeket. $U(3)$ inputoknál három soros reprezentációkat kell megadni a lentebb tárgyalt módokon. Az outputok pedig mindig $U(3)$ reprezentációkat tartalmaznak a következők szerint: Első sorban a reprezentációk száma látható multiplicitásokról eltekintve. (Ez lényegében az alatta lévő sorok száma) Ez alatt pedig soronként vannak megadva a reprezentációk nyolc számmal, melyek sorban: $U(3)$ kvantumszámok, $SU(3)$ kvantumszámok, multiplicitás, dimenzió, $SU(3)$ algebra másodrendű Casimir operátorának várható értéke ($C_{SU(3)}^{(2)}$). A reprezentációk utóbbi alapján csökkenő sorrendben láthatóak. $U(4)$ -nél annyi a különbség, hogy inputban négy soros reprezentációkat kell megadni, az outputokban pedig a reprezentációk csak hét számmal vannak jellemezve: $U(4)$ kvantumszámok, multiplicitás, dimenzió, $SU(4)$ algebra másodrendű Casimir operátorának várható értéke ($C_{SU(4)}^{(2)}$). Valamint itt utóbbi alapján növekvő sorrendben vannak felsorolva. Ezek tisztázása után pedig bemutatom az $U(3)$ programokat.

A.1.1. $U(3)$ szorzó

A program feladata:

Az "u3szorzo.f" program két darab $U(3)$ irreducibilis reprezentációt (3 soros Young-ábrát) szoroz össze.

Az input fájl jelentése:

Ha $[a_1, a_2, a_3] \otimes [b_1, b_2, b_3]$ $U(3)$ -as szorzatot szeretnénk kiszámolni, akkor az a_1, a_2, a_3 számokat írjuk az első sorba, a b_1, b_2, b_3 -at pedig a második sorba. Tehát a példa inputban a $[7, 2, 0] \otimes [4, 2, 2]$ szorzás szerepel:

7,2,0

4,2,2

Az output fájl jelentése:

Az inputban megadott $U(3)$ szorzás eredményét tartalmazza, mely jelen esetben a következő:

6

11	4	2	7	2	1	132	94
10	5	2	5	3	1	120	73
10	4	3	6	1	1	63	64
9	6	2	3	4	1	90	58
9	5	3	4	2	1	60	46
9	4	4	5	0	1	21	40

A.1.2. $U(3)$ többtényezős többtagú szorzó

A program feladata:

Az "u3tobbtenyezostobbtaguszorzo.f" program egy többtényezős, tényezőnként akár többtagú $U(3)$ -as irreducibilis reprezentációkból (3 soros Young-ábrából) álló szorzatot számol.

Az input fájl jelentése:

Első sorban látható a szorzótényezők száma, másodikban a tényezőkbeli $U(3)$ -as reprezentációk száma multiplicitásoktól eltekintve. (Ezek összege lényegében az alatta lévő sorok száma.) Alatta pedig az $U(3)$ reprezentációk vannak multiplicitásokkal együtt soronként megadva. Tehát a példa inputban a $[0,0,0] \otimes [4,4,3] \otimes ([9,1,0] + [8,2,0] + [7,3,0] + [7,2,1] + [6,4,0] + [6,3,1] + [5,4,1] + [5,3,2] + [4,4,2])$ szorzás szerepel:

3

1,1,9

0,0,0,1

4,4,3,1

9,1,0,1

8,2,0,1

7,3,0,1

7,2,1,1

6,4,0,1

6,3,1,1

5,4,1,1

5,3,2,1

4,4,2,1

Az output fájl jelentése:

Az inputban megadott $U(3)$ szorzás eredményét tartalmazza, mely jelen esetben a következő:

15							
13	5	3	8	2	1	162	114
13	4	4	9	0	1	55	108
12	6	3	6	3	1	154	90
12	5	4	7	1	2	80	81
11	7	3	4	4	1	125	72
11	6	4	5	2	3	81	60
10	8	3	2	5	1	81	60
11	5	5	6	0	1	28	54
10	7	4	3	3	3	64	45
10	6	5	4	1	2	35	36
9	8	4	1	4	2	35	36
9	7	5	2	2	3	27	24
8	8	5	0	3	2	10	18
9	6	6	3	0	1	10	18
8	7	6	1	1	2	8	9

A.1.3. $U(3)$ inverz

A program feladata:

Az "u3inverz.f" program kiszámolja, hogy ha adva van két $U(3)$ -as irreducibilis reprezentáció (3 soros Young-ábra), akkor mely $U(3)$ -as reprezentációval kell szorozni az elsőnek megadott reprezentációt, hogy megkapjuk a másikat. (Egyfajta osztást végez.)

Az input fájl jelentése:

Ha keressük azt a három soros $[b_1, b_2, b_3]$ Young-ábrát, amivel az $[a_1, a_2, a_3]$ -at szorozva $[c_1, c_2, c_3]$ -at akarjuk kapni, akkor az első sorba kell írni az a_1, a_2, a_3 számokat, majd a második sorba a c_1, c_2, c_3 -at. Tehát a példa inputban azt a $[b_1, b_2, b_3]$ -at keressük, amit $[15, 10, 1]$ -el szorozva megkapjuk $[32, 12, 5]$ -öt:

15,10,1

32,12,5

Az output fájl jelentése:

Az inputban megadott $U(3)$ "osztás" eredményét tartalmazza. Itt a multiplicitás jelentése eltér a megszokottól. Ugyanis most azt mutatja, hogy ha az adott (outputbeli) reprezentációval szorozzuk $[a_1, a_2, a_3]$ -at, akkor az eredményben hányszor fog szerepelni a $[c_1, c_2, c_3]$.

15

23	0	0	23	0	1	300	598
22	1	0	21	1	2	528	529

21	2	0	19	2	3	690	466
21	1	1	20	0	1	231	460
20	3	0	17	3	3	792	409
20	2	1	18	1	2	399	400
19	4	0	15	4	3	840	358
19	3	1	16	2	2	510	346
19	2	2	17	0	1	171	340
18	5	0	13	5	2	840	313
18	4	1	14	3	2	570	298
18	3	2	15	1	1	288	289
17	6	0	11	6	1	798	274
17	5	1	12	4	1	585	256
17	4	2	13	2	1	357	244

A.1.4. Műveletek outputokkal

Láthattuk, hogy az előző programok outputjai azonos szerkezetűek. Mindegyik $U(3)$ reprezentációkat tartalmaz ugyanolyan formában. A számolások során előfordulhat, hogy ezen fájlokkal szeretnénk műveleteket végezni. A következő programok mindegyike egy ilyen művelet megvalósítására alkalmas. Mivel ezek inputjai és outputjai is azonos felépítésűek, így nem külön mutatom be őket, hanem egyszerre:

A programok feladata:

u3fajlszorzo.f: Két fájl tartalmát szorozza össze.

u3unio.f: Két fájl tartalmának az unióját képz.

u3metszet.f: Két fájl tartalmának a metszetét képz.

u3kulonbseg.f: Két fájl tartalmának a különbségét képz.

Az input fájlok jelentése:

Minden olyan fájl lehet input, aminek olyan szerkezete van, mint a korábban megadott outputoknak.

Az output fájlok jelentése:

Az outputok az eredményeket ugyanolyan formában tartalmazzák mint az inputok.

A.2. $SU(3)$ szorzó

A program feladata:

Az "su3szorzo.f" program két $SU(3)$ reprezentációt szoroz össze.

Az input fájl jelentése:

Ha az $(a_1, a_2) \otimes (b_1, b_2)$ $SU(3)$ szorzatot szeretnénk kiszámolni, akkor az a_1 , a_2 számokat írjuk az első sorba a b_1 , b_2 számokat pedig a másodikba. Tehát a példa inputban az $(1,0) \otimes (5,5)$ szorzás szerepel:

1.0

5,5

Az output fájl jelentése:

Első sorban szerepel az eredmény reprezentációk száma multiplicitásoktól eltekintve. (Ez lényegében a sorok száma.) Lentebb az eredmények soronként vannak megadva a következő mennyiségekkel: $SU(3)$ kvantumszámok, multiplicitás, dimenzió, $SU(3)$ algebra másodrendű Casimir operátorának várható értéke. Az eredmények utóbbi alapján csökkenő sorrendben láthatóak.

3

6	5	1	273	124
---	---	---	-----	-----

4	6	1	210	106
---	---	---	-----	-----

5	4	1	165	88
---	---	---	-----	----

A.3. $U(4)$ -ből ST

A program feladata:

Az "u4st.f" program egy tetszőleges $U(4)$ reprezentáció (4 soros Young-ábra) spin izospin (ST) tartalmait számolja ki [83] alapján.

Az input fájl jelentése:

Ha az $[f_1, f_2, f_3, f_4]$ reprezentációnak keressük a (ST) tartalmait, akkor ezen számokat egy sorban adjuk meg. Tehát a példa inputban a $[5, 3, 3, 1]$ reprezentáció (ST) tartalmait keressük:

5,3,3,1

Az output fájl jelentése:

Első sorban szerepel az eredmény reprezentációk száma multiplicitásoktól eltekintve. (Ez lényegében a sorok száma.) Alatta pedig soronként vannak megadva az eredmények spin, izospin, multiplicitás mennyiségekkel:

4		
0.0	0.0	1
0.0	2.0	1
1.0	1.0	1
2.0	0.0	1

A.4. ST-ből $U(4)$

A program feladata:

Az "stu4.f" program [83] alapján egy tetszőleges számú nukleonból álló atommag azon $U(4)$ -es reprezentációit számolja ki, melyekben jelen van a megadott spin izospin (ST) tartalom.

Az input fájl jelentése:

Ha az A tömegszámú atommag azon $U(4)$ reprezentációira vagyunk kíváncsiak, melyeknek van az inputban megadott (ST) tartalmuk, akkor meg kell adni a nukleonok számát, valamint a spint és izospint. Tehát a példa inputban a 20-as tömegszámhoz keressük azokat az $U(4)$ reprezentációkat, melyeknek van (0,0) spin izospin tartalmuk:

20,0,0

Az output fájl jelentése:

Első sorban szerepel az eredmény reprezentációk száma multiplícitásoktól eltekintve. (Ez lényegében a sorok száma.) Alatta $U(4)$ reprezentáció, multiplícitás, dimenzió, $SU(4)$ algebra másodrendű Casimir operátorának várható értéke. Valamint itt utóbbi alapján növekvő sorrendben vannak felsorolva:

1						
5	5	5	5	1	1	0

A.5. $U(n)$ -ben az $U(3)$

A program feladata:

Az "u3inun.f" program egy adott 3D harmonikus oszcillátor főhéjon lévő nukleonok egy $U(n)$ reprezentációjához tartozó $U(3)$ -as tartalmait számolja ki [32] alapján.

Az input fájl jelentése:

Első sorban szerepel a vizsgált főhéjon az egyrészeecske állapot energiája $\hbar\omega$ egységben (Tehát az első héjra 0, másodikra 1, stb). Második sorban látható az ezen héjon lévő nukleonok egy $U(n)$ reprezentációját alkotó nem zérus számok száma. Végül a harmadik sorban pedig az $U(n)$ reprezentáció. A nullákat nem kell kiírni. Tehát a példainputban a 2 $\hbar\omega$ főhéjon lévő 7 nukleon $[3,3,1]$ reprezentációjához tartozó $U(3)$ reprezentációira vagyunk kíváncsiak:

2

3

3 3 1

Az output fájl jelentése:

Ugyanaz mint az $U(3)$ programoknál, tehát: Első sorban a reprezentációk száma látható multiplicitásoktól eltekintve. (Ez lényegében az alatta lévő sorok száma) Ez alatt pedig soronként vannak megadva a reprezentációk nyolc számmal, melyek sorban: $U(3)$ kvantumszámok, $SU(3)$ kvantumszámok, multiplici-

tás, dimenzió, $SU(3)$ algebra másodrendű Casimir operátorának várható értéke ($C_{SU(3)}^{(2)}$). A reprezentációk utóbbi alapján csökkenő sorrendben láthatóak. Tehát a jelen esetben:

13							
10	3	1	7	2	1	132	94
9	5	0	4	5	1	165	88
9	4	1	5	3	1	120	73
7	7	0	0	7	1	36	70
9	3	2	6	1	2	63	64
8	5	1	3	4	2	90	58
7	6	1	1	5	1	48	49
8	4	2	4	2	2	60	46
8	3	3	5	0	2	21	40
7	5	2	2	3	3	42	34
7	4	3	3	1	2	24	25
6	5	3	1	2	2	15	16
5	5	4	0	1	1	3	4

A.6. $U(3)$ irrepből bázisállapotok

A program feladata:

Az "u3basis.f" program egy $U(3)$ reprezentációhoz tartozó bázisállapotokat számolja ki derékszögű és Gelfand bázisban [32] valamint $U(2) \otimes U(1)$ [84] bázisban.

Az input fájl jelentése:

Egy sorban kell megadni az $U(3)$ reprezentációt. Tehát a példa-inputban a $[1,1,0]$ -hez tartozó bázisállapotokat keressük:

1,1,0

Az output fájl jelentése:

Első sorban a bázisállapotok száma látható multiplicitásoktól eltekintve. (Ez mindhárom bázisban azonos.) Alatta a derékszögű és annak megfelelő $U(2) \times U(1)$ bázisállapotok soronként vannak megadva a következő mennyiségekkel: $U(3)$ kvantumszámok: (n_1, n_2, n_3) , $U(2)$ és $U(1)$ kvantumszámok: $(\epsilon, \lambda, M_\lambda)$, multiplicitás. Ezek alatt a Gelfand bázisállapotok láthatóak egy oszlopban, fentről lefele a soronként megadott bázisállapotok sorrendjében. Tehát a példa output a következő.

3						
0	1	1	-2	1.0	0.0	1
1	0	1	1	0.5	-0.5	1
1	1	0	1	0.5	0.5	1
1	1	0				
1	0					
0						
1	1	0				
1	0					
1						
1	1	0				
1	1					
1						

A.7. Deformációs paraméter átváltók

A.7.1. Lambda műből béta gamma

A program feladata:

A "betagamma.f" program tömegszám, (λ, μ) SU(3) kvantumszámok, N oszcillátorkvantumok és az r_0 átlagos magsugárparaméter alapján kiszámolja a $\beta\gamma$ deformációs paramétereket. Ezeket kétféleképpen határozzuk meg: J. P. Draayer A.1 A.2 [85] és D. J. Rowe A.3 A.4 [22] alapján. (A két módszer más eredményre vezethet.)

$$\beta^2 = (4\pi/5)(A\langle r^2 \rangle)^{-2}(\lambda^2 + \lambda\mu + \mu^2 + 3\lambda + 3\mu) \quad (\text{A.1})$$

$$\gamma = \arctan \frac{\sqrt{3(\mu+1)}}{2\lambda + \mu + 3} \quad (\text{A.2})$$

$$\beta^2 = 16\pi(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu)/5N \quad (\text{A.3})$$

$$\tan\gamma = \sqrt{3}\mu/(2\lambda + \mu) \quad (\text{A.4})$$

Az input fájl jelentése:

A számoláshoz szükséges adatokat a következők szerint kell megadni. Első sorban az A tömegszámot, másodikban a (λ, μ) -t, harmadikban N-et ($N=n_1+n_2+n_3+(A-1)/1.5$), végül negyedikben r_0 -t adjuk meg. Tehát a példa inputban a ^{28}Si [16,16,4]

alapállapotú reprezentációjához tartozó $\beta\gamma$ -át keressük. Ekkor $N=16+16+4+27 \times 3/2=76.5$, valamint $r_0=1.2$ -et használva a példa input a következő:

28
0 12
76.5
1.2

Az output fájl jelentése:

A számított β és γ paramétereket tartalmazza. Első sorban a Draayer-, másodikban a Rowe-képlet alapján számolt értékek láthatóak:

0.175 56.330
0.497 60.000

A.7.2. Beta gammából lambda mű

A program feladata:

A "lambdamu.f" program tömegszám, $\beta\gamma$ deformációs paraméterek, N oszcillátorkvantumok és az r_0 átlagos magsugárparaméter alapján kiszámolja a (λ, μ) SU(3) kvantumszámokat [85] és [22] alapján. Tehát ez a "betagamma.f" program "fordítottja". (A két módszer természetesen itt is más eredményre vezethet.)

Az input fájl jelentése:

Ha az A tömegszám, $\beta\gamma$ deformációs paraméterek, N oszcillátorkvantumok és r_0 átlagos magsugárparaméterekhez tartozó (λ, μ) kvantumszámokat szeretnénk kiszámolni, akkor ezen számokat adjuk meg ebben a sorrendben. Pl. ^{28}Si -nál ha $\beta=0.175$, $\gamma=56.330$, $N=76.5$ és $r_0=1.2$ akkor a következő a példa input:

28

0.175 56.330

76.5

1.2

Az output fájl jelentése:

A számított λ és μ paramétereket tartalmazza. Első sorban a Draayer, másodikban a Rowe képletek alapján számolt értékek láthatóak. Az SU(3) kvantumszámok ugyan egészek, de mivel a deformációs paramétereket csak néhány tizedesjegy pontossáig adjuk meg, így az eredmények nem csak egészek lehetnek.

-0.001 11.988

0.312 4.058

A.8. Tehetetlenségi nyomaték számoló

A "teta.f" program egy atommag tetszőleges $U(3)$ reprezentációjához tartozó tehetetlenségi nyomatékait számolja ki $\hbar^2/\text{MeV}$ -ben. Ekkor a magot egy merev ellipszoidnak tekintjük, mely féltengelyeinek x, y, z hosszát [36] alapján határozzuk meg. Ezután kiszámoljuk mindhárom tengely körüli forgáshoz tartozó $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ nyomatékokat a klasszikus mechanika szerint, és még egy továbbít, ami a következő. Akármilyen is legyen a magalak, lehet szimmetrikus ellipszoiddal közelíteni. Ekkor az új X, Y, Z féltengelyhosszak meghatározása a következő: Ha $x/y \geq y/z$ akkor $X=x, Y=Z=\sqrt{yz}$, különben $X=Y=\sqrt{xy}$, és $Z=z$. Ennek pedig θ -nak nevezzük a nyomatékát.

Az input fájl jelentése:

Ha az A tömegszámú atommag $[n_1, n_2, n_3]$ $U(3)$ reprezentációjához tartozó tehetetlenségi nyomatékait szeretnénk meghatározni, akkor első sorban adjuk meg A -t, másodikban pedig a reprezentációt. Tehát a példa inputban az ^{36}Ar [32, 16, 8] SD sávjához tartozó tehetetlenségi nyomatékaira vagyunk kíváncsiak:

36

32 16 8

Az output fájl jelentése:

Az x , y és z tengely körüli forgásokhoz, valamint a szimmetrikus magalakhoz tartozó nyomatékok ebben a sorrendben soronként láthatóak.

3.956

6.858

7.894

7.307

A.9. Héjmodelltér-számoló

A program feladata:

A "hejmodellszerk.f" program egy A tömegszámú atommag tetszőleges $[f_1, f_2, f_3, f_4]$ U(4)-es reprezentációihoz és T izospinjeihez tartozó LS csatolt modellterét számolja ki 0 $\hbar\omega$ -tól tetszőleges főhéjgerjesztésig. Továbbá a következő zárt törzseket képes számításba venni: ^4He , ^{16}O , ^{40}Ca .

Az input fájl jelentése:

Ha az A tömegszámú atommag tetszőleges számu $[f_1, f_2, f_3, f_4]$ U(4)-es reprezentációihoz és a reprezentációkhoz tartozó tetszőleges számu T izospinjeihez tartozó modellteret szeretnénk kiszámolni 0-tól g $\hbar\omega$ gerjesztésig törzzsel vagy törzs nélkül, akkor a következőképpen adjuk meg az adatokat. A tömegszámot, törzs tömegszámát, maximális főhéjgerjesztést ebben a sorrendben külön sorokba írjuk. A következő sorban adjuk meg az U(4) reprezentációk számát. Alatta adjuk meg az első reprezentációt, majd alá írjuk a hozzá tartozó izospinek számát. A következő sorba pedig írjuk ki ezen izospineket szóközzel és/vagy vesszőkkel elválasztva. Ezután ugyanilyen módon megadhatjuk a többi reprezentációt a hozzájuk tartozó izospinekkel. Tehát a példa inputban az ^{16}O -hoz számolunk modellteret, törzs nélkül, 0-tól 1 $\hbar\omega$ gerjesztésig. Csak a $[4,4,4,4]$ reprezentációhoz tartozó térre vagyunk kíváncsiak, melyhez egy izospint adtunk meg, a T=0-át.

16
 0
 1
 1
 4 4 4 4
 1
 0

Az output fájlok jelentése:

Az smconf.dat és u4shell.dat kivételével az eredmények minden fájlban izospin és $U(4)$ szerint csoportosítva vannak felsorolva.

smconf.dat (shell model configurations):

A héjmodellkonfigurációkat tartalmazza. Először a $0 \hbar\omega$ gerjesztéshez tartozó konfigurációk vannak felsorolva, utána az $1 \hbar\omega$ -hoz tartozók, legvégül pedig az inputban megadott legmagasabb főhéjgerjesztéshez tartozó konfigurációk. Egy konfiguráció jelölése a következő: $(0)p_0 (1)p_1 (2)p_2 \dots$, ahol a zárójelben lévő szám a főhéj sorszámát jelöli, a zárójel utáni szám, pedig az adott főhéjra lévő részecskék számát.

0 hw excitation, 1. configuration

(0) 4 (1) 12

1 hw excitation, 1. configuration

$$\left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right) \quad 4 \quad \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \end{array} \right) \quad 11 \quad \left(\begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array} \right) \quad 1$$

u4shell.dat:

Minden egyes héjmodellkonfigurációnál felsorolja a különböző főhéjakhoz tartozó U(4)-es reprezentációkat.

0 hw excitation, 1. configuration, U(4) representations

0. major shell:

1 1 1 1

1. major shell:

3 3 3 3

1 hw excitation, 1. configuration, U(4) representations

0. major shell:

1 1 1 1

1. major shell:

3 3 3 2

2. major shell:

1 0 0 0

u4prod.dat:

Minden egyes héjmodellkonfigurációnál főhéjanként csak az az

egy $U(4)$ -es reprezentáció van feltüntetve, melyeket főhéként összeszorozva megkapjuk a vizsgálni kívánt $U(4)$ -es reprezentációt. (Egy konfigurációhoz több szorzat is tartozhat, ekkor ezek egymás után vannak felsorolva.)

$T=0.0$, $U(4)=[4, 4, 4, 4]$:

0 hw excitation, 1. configuration, $U(4)$ multiplication factors

0. major shell:

1 1 1 1

1. major shell:

3 3 3 3

1 hw excitation, 1. configuration, $U(4)$ multiplication factors

0. major shell:

1 1 1 1

1. major shell:

3 3 3 2

2. major shell:

1 0 0 0

permut.dat (permutation):

Az u4prod.dat-ban lévő U(4)-es reprezentációk permutációs szimmetriáit tartalmazza.

T=0.0, U(4)=[4, 4, 4, 4]:

0 hw excitation, 1. configuration, U(N) permutational symmetry

0. major shell:

4

1. major shell:

4 4 4

1 hw excitation, 1. configuration, U(N) permutational symmetry

0. major shell:

4

1. major shell:

4 4 3

2. major shell:

1

u3shell.dat:

A permut.dat-ban lévő permutációs szimmetriákhoz tartozó U(3)-as tartalmak vannak felsorolva multiplicitásokkal.

T=0.0, U(4)=[4, 4, 4, 4]:

0 hw excitation, 1. configuration, U(3) representations

0. major shell:

0	0	0	1
---	---	---	---

1. major shell:

4	4	4	1
---	---	---	---

1 hw excitation, 1. configuration, U(3) representations

0. major shell:

0	0	0	1
---	---	---	---

1. major shell:

4	4	3	1
---	---	---	---

2. major shell:

2	0	0	1
---	---	---	---

u3prod.dat (u3 products):

Az u3shell.dat-ban lévő U(3) reprezentációk szorzatai láthatóak
multiplicitásokkal.

T=0.0, U(4)=[4, 4, 4, 4]:

0 hw excitation, 1. configuration, U(3) product

4 4 4 1

1 hw excitation, 1. configuration, U(3) product

6 4 3 1

5 4 4 1

cm.dat (center of mass):

Főhéjgerjesztésenként tartalmazza a TKP gerjesztéseket leíró U(3) reprezentációkat multiplicitásokkal együtt.

T=0.0, U(4)=[4, 4, 4, 4]:

1 hw center of mass excitation:

. U(3) m

5 4 4 1

smospace.dat (shell model space):

Főhéjgerjesztésenként tartalmazza azt a héjmodellteret, amiben meg benne vannak a TKP gerjesztések is.

T=0.0, U(4)=[4, 4, 4, 4]:

0 hw excitation

. U(3) m

4 4 4 1

1 hw excitation

. U(3) m

6 4 3 1

5 4 4 1

rsmspace.dat (real shell model space):

Főhéjgerjesztésként tartalmazza a héjmodellteret leíró U(3), SU(3) reprezentációkat, multiplicitásokat, dimenziókat és másodrendű Casimir operátorok várható értékeit. Ez lényegében az smspace.dat-ban lévő modelltér a TKP gerjesztések levonása után. A főhéjgerjesztések után zárójelben a gerjesztéshez tartozó különböző U(3) reprezentációk száma látható. (Ez a sorok száma.)

T=0.0, U(4)=[4, 4, 4, 4]:

0 hw excitation (1):

.	U(3)			SU(3)		m	d	c2
4	4	4	4	0	0	1	1	0

1 hw excitation (1):

.	U(3)			SU(3)		m	d	c2
6	4	3	3	2	1	1	15	16

basis.dat:

Ez tartalmazza az eredmény bázisállapotokat g, U(4), U(3), SU(3), S, T, K, L, J, m kvantuszámokkal jellemezve. A T, U(4) értékek alatt a 0, 1, ..., g gerjesztésekhez tartozó különböző bázisállapotok száma van felsorolva. (Ez a 0, 1, ..., g hez tartozó sorok száma.)

T=0.0, U(4)=[4, 4, 4, 4]:

1 3

g	U(4)				U(3)			SU(3)		S	T	K	L	J	m
0	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0.0	0.0	0	0	0.0	1
1	4	4	4	4	6	4	3	2	1	0.0	0.0	1	1	1.0	1

```

1  4  4  4  4  6  4  3  2  1  0.0  0.0  1  2  2.0  1
1  4  4  4  4  6  4  3  2  1  0.0  0.0  1  3  3.0  1

```

time.dat:

Minden egyes főhéggerjesztéshez tartozó modelltér számolásának kezdetekor kiírja a számítógép által mutatott időt ezredmásodperc pontossággal, legvégül pedig a számolás befejezésekor. Ebből számolhatóak a futási idők.

$T=0.0$, $U(4)=[4, 4, 4, 4]$:

```

0 hw   11 :   59 :   48 ,   966
1 hw   11 :   59 :   48 ,   976
end    11 :   59 :   48 ,   978

```

shellinput.dat:

Ez tartalmazza a klasztermodelltér számolásához szükséges adatokat, azaz a héjmodell-bázisállapotokat g , $U(4)$, $U(3)$, $SU(3)$, S , T , K , L , J , m kvantumszámokkal. Első sor mutatja, hogy mennyi izospin, $U(4)$ pároshoz tartalmaz bázisállapotokat. A második sorban látható, hogy a T , $U(4)$ párosokhoz mennyi bázisállapot tartozik. Ezután ezen bázisállapotok vannak felsorolva ugyanúgy, mint a basis.dat-ban.

```

1
4
0  4  4  4  4  4  4  4  0  0  0.0  0.0  0  0  0.0  1
1  4  4  4  4  6  4  3  2  1  0.0  0.0  1  1  1.0  1

```

1	4	4	4	4	6	4	3	2	1	0.0	0.0	1	2	2.0	1
1	4	4	4	4	6	4	3	2	1	0.0	0.0	1	3	3.0	1

A.10. klasztermoellter-számoló

A program feladata:

A "klasztermoellszerk.f" program egy A tömegszámú atommag tetszőleges bináris klaszterizációjához tartozó klasztermoellterét (bázisállapotait) számolja ki 0 $\hbar\omega$ -tól tetszőleges főhéjgerjesztésig.

Az input fájlok jelentése:

shellinput.dat:

A klaszter bázisállapotok számolásához szükség van a vizsgálni kívánt mag héjmodell bázisállapotaira. (Ezeknek egy részhalma-za alkotja a klaszterteret.) Ezeket a hejmodellszerk.f program shellinput.dat outputja tartalmazza. Itt az első sorban lévő szám mutatja, hogy mennyi izospin, U(4) pároshoz tartozó bázisállapot van felsorolva. A második sorban pedig ezen T, U(4) párosokhoz tartozó bázisállapotok száma látható. Végül a bázisállapotok vannak felsorolva g, U(4), U(3), SU(3), S, T, K, L, J, m kvantumszámokkal jellemezve. A példa shellinput.dat-ban a ^{20}Ne [5,5,5,5] U(4) reprezentációjához tartozó bázisállapotok vannak felsorolva 0 $\hbar\omega$ gerjesztéshez:

1

18

0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	0	0.0	1
0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	2	2.0	1
0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	4	4.0	1

```

0  5  5  5  5  12  4  4  8  0  0.0  0.0  0  6  6.0  1
0  5  5  5  5  12  4  4  8  0  0.0  0.0  0  8  8.0  1
.  .  .  .  .  .  .  .  .  .  .  .  .  .  .

```

clusterinput.dat:

Ez tartalmazza a klaszterkonfiguráció jellemzőit. Először az egyik klaszter adatait kell megadni: U(4) reprezentáció, U(3) reprezentáció, spin, izospin. Mindegyik külön sorba írandó ebben a sorrendben. Majd ugyanezeket megadjuk a második klaszterhez is. Az ezt követő sorba a relatív mozgáshoz tartozó kvantumszám legkisebb értékét írjuk. Az utolsó sorba pedig a maximális gerjesztési kvantumszámot. 0-tól ezen gerjesztésig fog bázisállapotokat számolni. Tehát a példa inputban először az ^{16}O adatai vannak megadva: [4,4,4,4] U(4) reprezentáció, [4,4,4] U(3) reprezentáció, 0 spin és 0 izospin. Ezután pedig a ^4He -e: [1,1,1,1] U(4) reprezentáció, [0,0,0] U(3) reprezentáció, 0 spin és 0 izospin. Ekkor a relatív mozgás kvantumszámának legkisebb értéke 8, és csak 0 $\hbar\omega$ gerjesztésig számolunk.

```

4 4 4 4
4 4 4
0
0
1 1 1 1
0 0 0
0
0
8
0

```

output.dat:

A klaszterbázisállapotokat tartalmazza g, U(4), U(3), SU(3), S, T, K, L, J, m kvantumszámokkal.

g	U(4)				U(3)			SU(3)		S	T	K	L	J	m
0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	0	0.0	1
0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	2	2.0	1
0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	4	4.0	1
0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	6	6.0	1
0	5	5	5	5	12	4	4	8	0	0.0	0.0	0	8	8.0	1

A.11. Energiaspektrumok

A program feladata:

A "spektrumszamolo.f" program U(3) és O(4) dinamikai szimmetriával rendelkező energiaformulákat illetve a kísérleti adatokhoz. (Ebben felhasználtam a va04a.f függvényminimalizáló szubrutint a Harwell Subroutine Library-ből [86].)

Az input fájl jelentése:

Az input fájl szerkezete attól függ, hogy U(3) vagy O(4) dinamikai szimmetriával rendelkező energiaformulát akarunk illeszteni. Először nézzük az U(3) esetet. Ekkor az energiaformula a következő:

$$\begin{aligned} E = & P_1 + P_2 \cdot G + P_3 \cdot C_{SU(3)}^{(2)} + \\ & P_4 \cdot C_{SU(3)}^{(3)} + P_5 \cdot \frac{e^{(-P_6 \cdot C_{SU(3)}^{(2)})} - 1}{2 \cdot P_6} \\ & P_7 \cdot J(J+1) + P_8 \cdot \frac{1}{2\theta} J(J+1) \\ & P_9 \cdot K^2 + P_{10} \cdot LS. \end{aligned} \tag{A.5}$$

$P_1, P_2, \dots, P_{10}$: illesztési paraméterek.

G: Gerjesztési kvantumok száma.

$C_{SU(3)}^{(2)}$: Másodrendű Casimir operátor várható értéke.

$C_{SU(3)}^{(3)}$: Harmadrendű Casimir operátor várható értéke.

J: Teljes impulzusmomentum.

θ : Tehetetlenségi nyomaték.

K: Az SU(3)-ból számolt K.

LS: LS csatolt tag.

Ehhez a formulához tartozó fájl a következőképpen néz ki.

Első sorban egy 1-es áll, ami azt jelzi, hogy $U(3)$ esetben vagyunk. Másodikban 0, 1, vagy 2 állhat. 0, ha nem végzünk illesztést, csak a megadott paraméterekkel számolunk. 1, ha illesztünk, és a megadott súlyokat használjuk. 2, ha az állapotok súlyait az energiáik reciprokának választjuk. (Ebben az esetben mindegy milyen súlyokat írunk az állapotokhoz.) Ilyenkor az alapállapot (amit elsőnek adunk meg) súlya 1. Harmadik sorban a vizsgált mag tömegszáma, negyedikben pedig a vizsgált állapotok száma látható.

Ezután a kísérleti állapotok vannak felsorolva a számoláshoz szükséges adataikkal együtt soronként. Minden sorban a következők szerepelnek: Állapot kísérleti energiája MeV-ben, súly, impulzusmomentum (L), spin (S), teljes impulzusmomentum (J), gerjesztési kvantumok száma (g), oszcillátorkvantumok teljes száma (N), lambda, mu, K, n (Ez azon rotációs sáv sorszáma, amihez tartozik az állapot, a számolásban ez nem játszik szerepet.).

Az állapotok alatti négy sor az illesztésre vonatkozó adatokat tartalmazza. Itt az első sorban a paraméterek kezdőértékei vannak. Másodikban négy szám. Az első mutatja, hogy egy lépésben maximum mekkorát változhatnak a paraméterek értékei. A második ha 0, akkor nem fogja a számolás részeredményeit egy ford

nevű fájlba írni, ha 1, akkor igen. A harmadik 1 vagy 2. Ha 1, akkor addig számol, amíg nem konvergál valamilyen paraméterértékekhez, függetlenül a maximális iterációk számától. Ha 2, akkor mindenféleképpen megáll a maximális iterációs számnál. Tehát ezt célszerű mindig 1-nek választani. A negyedik az iterációk maximális számát mutatja. Harmadik sorban a paraméterek lépésköze látható, negyedikben pedig, hogy melyeket illesztjük, melyeket nem. 0, ha nem illesztünk, 1 ha igen.

Tehát a példa inputban U(3) esetben vagyunk, az állapotoknál megadott súlyokkal számolunk, és a ^{20}Ne 20 állapotát soroljuk fel, mindet 1-es súllyal. A P_2 értéket 13.18512-nek választjuk, P_3 és P_7 paramétereket pedig illesztjük, melyeknek a kezdőértékei -0.5 és 0.2. Minden más paraméter értéke 0. (P_6 fontos, hogy 0-tól különbözzön mindig, mert ez az egyik tag nevezőjében van.)

```

1
1
20
20
0.0000  1.0000  0.0  0.0  0.0  0  20  8  0  0  1
1.6340  1.0000  2.0  0.0  2.0  0  20  8  0  0  1
4.2480  1.0000  4.0  0.0  4.0  0  20  8  0  0  1
8.7780  1.0000  6.0  0.0  6.0  0  20  8  0  0  1
11.9510 1.0000  8.0  0.0  8.0  0  20  8  0  0  1
5.7880  1.0000  1.0  0.0  1.0  1  21  9  0  1  2
0.0000, 13.18512, -0.5000, 0.0000, 0.0000, 0.0001, 0.2000,
```

```

0.0000, 0.0000, 0.0000
80.000000 0 1 80
0.001000, 0.000100, 0.000100, 0.000100, 0.000100, 0.001000,
0.000100, 0.001000, 0.000100, 0.000100
0 0 1 0 0 0 1 0 0 0

```

Az output fájl jelentése:

Ez tartalmazza a használt energiaformulát, a számolt energiákat (E(th)), ezek alatt a paraméterek kezdőértékeit és kapott értékeit, lépésközeit, és hogy melyeket illesztettük. Ezek soronként vannak megadva. Legvégül pedig az illeszkedés jóságát mérő mennyiség (F) látható. (F számolása a következő. Minden állapothoz meghatározzuk a $\text{weight} * (E(\text{ex}) - E(\text{th}))^2$ mennyiséget, majd összegezzük az összes állapotra. E(x) a mért energia.) Tehát a példa output a következő:

$$\begin{aligned}
 E &= P1 + P2 * G + P3 * C2 + P4 * C3 + \\
 &. \quad P5 * (e^{(-P6 * C2)-1}) / (2 * P6) + P7 * J(J+1) \\
 &. \quad P8 * (1 / (2 * \text{teta})) J(J+1) + P9 * K^2 + P10 * LS
 \end{aligned}$$

E(ex)	E(th)	weight	L	S	J	G	N	lam	mu	K	n
0.0000	0.0000	1.00	0.0	0.0	0.0	0	20	8	0	0	1
1.6340	0.9259	1.00	2.0	0.0	2.0	0	20	8	0	0	1
4.2480	3.0863	1.00	4.0	0.0	4.0	0	20	8	0	0	1
8.7780	6.4812	1.00	6.0	0.0	6.0	0	20	8	0	0	1
11.9510	11.1106	1.00	8.0	0.0	8.0	0	20	8	0	0	1
5.7880	4.2613	1.00	1.0	0.0	1.0	1	21	9	0	1	2

```

0.00000  13.18512  -0.50000  0.00000  0.00000  0.00010  0.20000
0.00000  0.00000  0.00000
0.00000  13.18512  -0.46162  0.00000  0.00000  0.00010  0.15431
0.00000  0.00000  0.00000
0.00010  0.00010  0.00010  0.00010  0.00010  0.00100  0.00010
0.00100  0.00010  0.00010
0  0  1  0  0  0  1  0  0  0

```

F= 29.02513

Az input fájl jelentése:

Ha O(4) energiaformulát szeretnénk használni, akkor a következő kifejezés paramétereit illesztjük:

$$E = P_1 + P_2 \cdot \omega(\omega + 1) + P_3 \cdot J(J + 1). \quad (\text{A.6})$$

Itt ω az O(4) állapot kvantumszáma, P_i -k a paraméterek, J pedig az impulzusmomentum.

Ekkor az input fájl majdnem ugyanolyan, mint U(3) esetben. Csak az első sorban nem 1, hanem 2 szerepel, valamint az állapotokat jelző mennyiségek mások kicsit: Állapot kísérleti energiája MeV-ben, súly, N és ω (O(4) kvantumszámok), J, n. Minden más jelentése ugyanaz. Tehát a példa inputban O(4) esetben vagyunk, az állapotoknál megadott súlyokkal számolunk, és a ^{20}Ne

20 állapotát soroljuk fel, mindet 1-es súllyal. P_2 és P_3 paramétereket illesztjük, melyeknek a kezdőértékei -0.1 és 0.2. Minden más paraméter értéke 0.

```

2
1
20
20
0.0000  1.0000  12  12  0  1
1.6340  1.0000  12  12  2  1
4.2480  1.0000  12  12  4  1
8.7780  1.0000  12  12  6  1
11.9510 1.0000  12  12  8  1
5.7880  1.0000  12  12  1  2
. . . . .
. . . . .
. . . . .
0.0000, -0.10000,  0.2000
80.000000  0  1  80
0.001000,  0.000100,  0.000100
0  1  1

```

Az output fájl jelentése:

Az output fájl is teljesen hasonló az U(3)-hoz:

$$E = P1 + P2 * \omega(\omega+2) + P3 * J(J+1)$$

E(ex)	E(th)	weight	N	omega	J	n
-------	-------	--------	---	-------	---	---

0.0000	0.0000	1.00	12	12	0	1
1.6340	1.1138	1.00	12	12	2	1
4.2480	3.7127	1.00	12	12	4	1
8.7780	7.7966	1.00	12	12	6	1
11.9510	13.3657	1.00	12	12	8	1
5.7880	0.3713	1.00	12	12	1	2
.....						
.....						
.....						

0.00000	-0.10000	0.20000
0.00000	-0.10967	0.18563
0.00010	0.00010	0.00010
0	1	1

F= 134.13271

A.12. Elektromágneses átmenetek

A program feladata:

Az "e2.f" program $SU(3)$ sávon belüli E2 átmeneti valószínűségeket számol Weisskopf egységben [37] alapján:

$$\begin{aligned} B(E2, L_i \rightarrow L_f) &= \\ &= \frac{2L_f + 1}{2L_i + 1} \alpha^2 |\langle (n_p 0) K L_i, (11) 2 | \langle (n_p 0) K L_f \rangle|^2 C_{SU(3)}^2, \end{aligned} \quad (A.7)$$

ahol $\langle (n_p 0) K L_i, (11) 2 | \langle (n_p 0) K L_f \rangle$ $SU(3) \supset SO(3)$ Wigner koeficiens, és α illesztési paraméter. (A Wigner koefficiens számoló szubrutint [87]-ből vettem.)

Az input fájl jelentése:

Első sorban az átmenetek száma, alatta pedig az elsőnek megadott átmenethez tartozó $B(E2)$ kísérleti értéke látható. Ezután soronként kell megadni a számoláshoz szükséges adatokat. Egy átmenethez a következő adatok szükségesek: $SU(3)$ kvantumszámok, K , átmenet előtti és utáni impulzusmomentumok. Ekkor az elsőnek megadott átmenet kísérleti $B(E2)$ értékéhez illeszti a [37]-beli formula paraméterét. (Célszerű elsőnek az alapsáv első átmenetét megadni, mert ez kísérletileg általában jól megalapozott.) Tehát a példa inputban a ^{20}Ne (8,0)-ás alapsávjának az átmeneteit számoljuk, ahol az első átmenet $B(E2)=20.3$ W.u. értékéhez illesztünk.

3
20.3

8	0	0	2	0
8	0	0	4	2
8	0	0	6	4
8	0	0	8	6

Az output fájl jelentése:

Első sorban az illesztési paraméter értéke látható, alatta pedig az inputban megadott átmenetek, mellettük a számolt valószínűségekkel:

1.153

8	0	0	2	0	20.300
8	0	0	4	2	25.705
8	0	0	6	4	21.778
8	0	0	8	6	12.918

A.13. Spektroszkópiai faktorok

A program feladata:

Az "alphaspectr.f" program $^{16}\text{O}+\alpha$ rendszerre tud spektroszkópi-
ai faktorokat számolni tetszőleges főhéggerjesztéshez [39] alapján.

Az input fájl jelentése:

Itt azt kell megadni, hogy mekkora főhéggerjesztéshez szeretnénk
kiszámolni a spektroszkópiai faktort. A példa inputban a $2 \hbar\omega$ -
hoz tartozó faktorra vagyunk kíváncsiak (Ez a (10,0) SU(3) rep-
rezentációhoz tartozik.):

2

Az output fájl jelentése:

Ez tartalmazza az inputban megadott főhéggerjesztéshez tartozó
spektroszkópiai faktort. A példa outputban ez:

0.51031