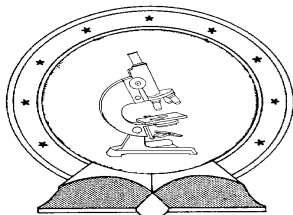


DE TTK



1949

**A ROMA TANULÓK ALGEBRAI ISMERETEINEK
MEGALAPOZÁSA, A SZÖVEGES FELADATOK
SEGÍTSÉGÉVEL**

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Máté Ileana
témavezető: Dr. Ambrus András

DEBRECENI EGYETEM
Természettudományi Doktori Tanács
Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola
Debrecen, 2017

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi Doktori Tanács Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola Didaktika programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.

Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 2017.

.....

a jelölt aláírása

Tanúsítom, hogy *Máté Ileana* doktorjelölt 2009-2017 között a fent megnevezett Doktori Iskola Didaktika programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult. Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét. Az értekezés elfogadását javasolom.

Debrecen, 2017.

.....

a témavezető aláírása

A ROMA TANULÓK ALGEBRAI ISMERETEINEK MEGALAPOZÁSA, A SZÖVEGES FELADATOK SEGÍTSÉGÉVEL

Értekezés a doktori (Ph.D.) fokozat megszerzése érdekében
a matematika- és számítástudományok tudományágban

Írta: Máté Ileana okleveles matematika tanár

Készült a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok
doktori iskolája
(Didaktika programja) keretében

Témavezető: Dr. Ambrus András

A doktori szigorlati bizottság:

elnök: Dr. Maksa Gyula
tagok: Dr. Hortobágyi István
Dr. Kántor Sándorné

A doktori szigorlat időpontja: 2015. május 26.

Az értekezés bírálói:

Dr.
Dr.
Dr.

A bírálóbizottság:

elnök: Dr.
tagok: Dr.
Dr.
Dr.
Dr.

| | |
|--|-----------|
| Tartalomjegyzék | |
| I. Bevezetés..... | 1 |
| 1. A témaválasztás indoklása..... | 1 |
| 2. Helyzetelemzés..... | 2 |
| II. A kutatás elméleti háttere..... | 5 |
| 1. Matematikai háttér..... | 5 |
| 1.1. A szöveges feladat fogalma..... | 5 |
| 1.2. A szöveges feladatok szerepe az oktatásban..... | 6 |
| 1.3. A szöveges feladatok rendszerezése..... | 7 |
| 1.4. A szöveges feladatok megoldása..... | 7 |
| 1.5. Algebra..... | 10 |
| 2. Pedagógiai és pszichológiai vonatkozások..... | 11 |
| 2.1. Az ismeretszerzés Bruner tanításának megfelelően..... | 11 |
| 2.2. Az hatékony matematikatanulás-tanítás..... | 11 |
| 2.3. A tanulás alapelvei Pólya György szerint..... | 13 |
| 2.4. A modern agykutatás alkalmazása a matematikatanításban..... | 14 |
| 2.5. Az életkori jellemzők a felső tagozat diákjainál..... | 17 |
| 2.6. Pedagógiai fogalmak áttekintése..... | 17 |
| 2.6.1. Csoportmunka..... | 17 |
| 2.6.2. A kooperatív tanulás..... | 18 |
| 2.6.3. A differenciált oktatás..... | 18 |
| 3. A matematikatanítási-tanulási nehézségek..... | 19 |
| 4. Roma tanulók az iskolában..... | 20 |
| 4.1. A roma tanulók oktatási helyzetének háttere..... | 20 |
| 4.2. A roma tanulók helyzete az iskolában..... | 23 |
| 4.3. A roma tanulók és a matematikaoktatás..... | 24 |
| III. A kutatás módszertana..... | 26 |
| 1. A kutatás kérdései..... | 26 |
| 2. A kutatás helye és ideje..... | 26 |
| 3. A kísérletben résztvevő tanulók körülményeinek bemutatása..... | 28 |
| 4. A fejlesztő oktatási kísérletek óraterve..... | 29 |
| 5. A kutatás módszerei..... | 30 |
| IV. Kísérleti tanítás..... | 31 |
| 1. Értő olvasási írásbeli teszt..... | 31 |
| 2. A hangos olvasás felmérése..... | 32 |
| 3. Előteszt..... | 33 |
| 4. Az elsőrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése...45 | 45 |
| 5. A másodrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése...49 | 49 |
| 6. Az egyenletek megoldásához szükséges algebrai ismeretek elsajátítás..... | 53 |
| 6.1. Algebrai kifejezések és helyettesítési értékük..... | 53 |
| 6.2. Algebrai kifejezések összevonása..... | 55 |

| | | |
|------|---|------------|
| 6.3. | Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek..... | 57 |
| 7. | Szöveges feladatok megoldása aritmetikai módszerrel..... | 58 |
| 7.1. | Hogyan oldjunk meg feladatokat?..... | 58 |
| 7.2. | Következtessünk visszafelé..... | 60 |
| 7.3. | Készítsünk ábrát!..... | 66 |
| 7.4. | Tartsuk meg az egyensúlyt..... | 70 |
| 8. | Aritmetikai és algebrai módszer..... | 72 |
| 8.1. | Egyenlettel könnyebb?!..... | 72 |
| 8.2. | A mérlegelv módszerének alkalmazása | 76 |
| 8.3. | Szöveges feladatok változatos megoldása..... | 80 |
| 9. | Az eredmények felmérése..... | 84 |
| V. | Tapasztalatok, következtetések..... | 100 |
| 1. | A kutatási kérdések megválaszolása | 100 |
| 2. | Összegzés, következtetések | 101 |
| 3. | További kutatási lehetőségek..... | 104 |
| | Irodalomjegyzék..... | 105 |
| | Mellékletek..... | 109 |
| | 1.sz melléklet – Roma tanulók az iskolában..... | 109 |
| | 2.sz melléklet – Én és a családom – kérdőív..... | 110 |
| | 3.sz melléklet – Én és a családom – a válaszok összesítve..... | 111 |
| | 4.sz melléklet – Értő olvasás teszt | 112 |
| | 5.sz melléklet – Hangos olvasás kiértékelése..... | 113 |
| | Összefoglaló..... | 114 |
| | Summary..... | 119 |
| | Publikációs lista..... | 124 |

I. Bevezetés

1. A témaválasztás indoklása

A tanári pályafutásom huszonkét éve alatt igyekeztem olyan tanítási módszereket, eljárásokat alkalmazni, amelyek megkönnyítik a diákok számára a matematika elsajátítását. Ahogy az idő telik egyre inkább úgy látom, hogy azok a tanítási módszerek a hatékonyak, melyekben a tanuló aktív részese a tanítási folyamatnak. (Máté, 2009) Még inkább igaz ez a kijelentés azon tanulók esetén, akik valamilyen hátrányos helyzetből indulnak, akkor is, ha ez családi okokra vezethető vissza, s akkor is, ha a hátrányos helyzet alapja testi vagy lelki eredetű probléma.

Hetedik éve tanítok Bihardiószezen, egy Romániai nagyközségben. Mióta ebben az iskolában vagyok, még inkább tapasztalom a hátrányos helyzetű tanulók nehézségeit. Községünkben a lakosság 23%-a roma nemzetiségű, s az iskolában a roma gyerekek aránya még ennél is jóval nagyobb. Már az itt eltöltött első évem alatt rájöttem arra, hogy a roma tanulók és szüleik is másképp állnak az iskolához, illetve a tanuláshoz, mint magyar és román társaik. Számukra az iskolai kötelezettség annyi ideig tart, amíg az iskolában vannak, s a tanulás is csak arról szól, hogy végig kell ülni az „50 percet”. Természetesen ez visszatükröződik a roma tanulók eredményeiben is. (Máté, 2012)

A matematika a romániai oktatás felső tagozatán, ahova a 10-15 éves tanulók járnak, viszonylag könnyen megtanulható az 5. és 6. osztályban, mert ott még „kézzelfoghatóvá” tehető az elsajátítandó tananyag. A gondok hetedik osztályban kezdődnek, amikor az aritmetikáról át kell térni az algebrára. A matematikát könnyen megértő tanulók számára is nagy segítség, ha megkönnyítjük számukra a megértési folyamatot, mert így egyszerűbben és könnyebben fognak tanulni. (Máté, 2017) A roma tanulók esetén, pedig elengedhetetlen, hogy olyan módszerrel tanítsuk őket, ami számukra is megérthető, felfogható, mert ellenkező esetben egyáltalán nem hajlandók semmilyen erőfeszítést sem tenni, hanem azt mondják, hogy ők ezt nem tudják és nem is fogják megtanulni.

A Bihardiószeg-i hetedik osztályos roma tanulók tanulási nehézségeit látva megpróbáltam egy olyan módszert alkalmazni, amelynek egyes részeit már kipróbáltam az előző tanévek során vegyes magyar-roma osztályoknál, s hatékonynak bizonyult az alkalmazás. (Máté, 2011) Ezt a módszert írtam le ebben a dolgozatban. A módszer lényege, hogy az algebrai számítások elsajátítását, a szöveges feladatok algebrai úton való megoldását, amit hetedik osztályban kell megtanulni nem úgy végzem el, hogy elméleti alapokon indulunk el, amikor megtanulják az ismeretlen, a változó, az egytagú és többtagú algebrai kifejezés fogalmát, majd ezekkel végzett műveletek, illetve

egyenletek megoldását, s majd alkalmazásként a szöveges feladatok megoldását. Hanem a szöveges feladatok köré csoportosítottunk minden megtanulandót. Szöveges feladatokon át ismételtük át az alapműveleteket, majd hasonlóan szöveggel megfogalmazott játékokon át vezettük be a változó fogalmát, s számítottuk ki a helyettesítési értékeket. Szintén szöveges feladatokkal, induktív gondolatmenettel vezettük le és tanulták meg a változók összevonását.

Mivel a roma tanulók nem rendelkeztek szöveges feladat megoldási módszerekkel, ezért néhány aritmetikai megoldási módot is elsajátítottak a kísérleti tanítás során. Amikor már meg tudták oldani aritmetikai úton a szöveges feladatokat, s a változókkal is képesek voltak helyesen dolgozni, csak akkor következett az egyenletek megoldása algebrai úton, szöveges feladatokon keresztül, de nem ráerőltetve a tanulókra, hanem olyan feladatokon keresztül, melyek megoldásánál a tanulóknak született meg az igény, a rövidebb írásmódra, az egyszerűbb levezetésre, ami az algebrai megoldásmódot hozta magával.

A fejlesztő kísérleti tanítás elején és végén a tanulók egy-egy felmérőt írtak, de a kísérlet során is nyomon követtem, hogy hogyan gondolkodnak, hol van segítségre szükségük, mikor kell ösztönözni, támogatni őket, s mindezeket le is írtam ebben a dolgozatban. A kísérleti tanítás lezárása után két hónappal a tanulók megírták a késleltetett felmérőt is, mert szerettem volna ellenőrizni, hogy az elsajátított ismeretek a hosszútávú memóriába is beépültek-e, s ekkor lett felmérhető, hogy mit sajátítottak el a tanulók készség szinten.

Összegezve: a dolgozatom célja egy olyan módszer megtalálása, mellyel a szociálisan hátrányos helyzetből induló, roma tanulók esetén hatékonyá tehető az absztrakt algebrai gondolkodás elsajátítása, a szöveges feladatok segítségével.

2. Helyzetelemzés

A romániai oktatási rendszer iskolai részébe a tanulók hatévesen kerülnek be, az iskolai előkészítő osztályba. Itt már azzal a tanítóval tanulnak, aki az elemi osztály végéig, 5 éven át tanítja őket, azaz 0-tól negyedik osztályig. Ezt követően kerülnek a gimnáziumi ötödik osztályba, ahol már a tantárgyakat más-más tanár tanítja minden órán. A gimnáziumi osztályokba 11-15 évesen tanulnak a diákok. A gimnáziumi osztályok elvégzése után líceumban, szaklíceumban vagy szakiskolában folytatják a tanulást a 15-19 éves fiatalok. (<http://www.edu.ro/index.php/articles/c21/>)

Míg az elemi és gimnáziumi iskolák a kisebb településeken is megtalálhatók, addig a gimnázium utáni képzésben való részvételhez a vidéki tanulók

általában a közeli nagyobb településekre kell utazzanak naponta vagy odaköltözzenek ideiglenesen.

Romániában a tanulók nagyrészt román nyelven tanulnak, de ahol van megfelelő számú magyar, német vagy más kisebbség, ott a kisebbségi tanulók saját anyanyelvükön tanulhatnak.

A kisebbségi tankönyvek általában a román nyelvű könyvek fordításai, melyeket 1996-1997-ben engedélyeztek (a gimnáziumi oktatásban), s ezek kerülnek újra nyomtatásra.

A romániai matematika oktatásban az elemi osztályokban a természetes számkörben dolgoznak, elsajátítják a négy alapműveletet, a törtekhez kapcsolódó bevezető ismereteket is elsajátítják a negyedik elemi osztályban, de műveleteket nem végeznek a törtekkel. Hasonlóan a mértani és mérési alapismereteket is a negyedik osztályban sajátítják el. Az elemi osztályok során szöveges feladatokat is oldanak a tanulók, aritmetikai módszerrel.

Az 5. gimnáziumi osztályban, a természetes számkörben dolgoznak, ahol a hatványozást is elsajátítják. Kiegészítik a törtekhez kapcsolódó ismereteiket. A maradékos osztás feladatai során tér ki a tankönyv az egyenlőség és egyenlőtlenség fogalmára. Ezután következnek olyan feladatok, amit az ábrázolás módszerével és egyenlettel is megoldanak. (Chirtop & Radu, 2000) A hatodik osztályban válik külön a mértan és az algebra, bár ugyanabban a tankönyvben kap helyet mindkettő, de az órákon is és a tantervben is teljesen el vannak különítve.

Az algebra részben előbb néhány oszthatósági feladat van, majd a legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös kiszámítása. Ezt követően a törtekkel kapcsolatos műveletek kapnak helyet a tankönyvben, majd a százalékok, aránypár, egyenes és fordított arányosság. Kialakul az egész szám fogalma. (Petrică, 2002; Turcitu, 1998)

A hetedik osztályos tananyag felépítése, s a tankönyv szerkezete hasonlít a hatodik osztályéhoz. Itt is két nagy fejezet van: algebra és mértan. Itt megismerkednek a negatív racionális szám fogalmával, majd megtanulják a négyzetgyökvonást is. Ezt követik a gyökökkel végzett műveletek. Kialakul a valós szám fogalma.

A hetedik osztály második felében kezdenek el foglalkozni az algebrai számításokkal.

A tanulóknak még hetedik osztályban el kell sajátítani három nevezetes azonosságot: két szám összegének, illetve különbségének négyzetét, valamint a különbség és összeg szorzatát.

Az algebrai számítások fejezet után az utolsó az egyenletek fejezet. Az egyenletek megoldása algebrai úton zajlik, majd a fejezet végén van a szöveges feladatokat tartalmazó rész, amelynek elnevezése: egyenletekkel megoldható szöveges feladatok. (Radu & Radu, 2000; Turcitu, 1999)

Nyolcadik osztályban az algebrában az intervallumokkal, algebrai számításokkal, nevezetes azonosságokkal, függvényekkel, egyenletekkel, egyenletrendszerekkel és a másodfokú egyenletekkel találkozunk. A mértanban a térmértan axiomatikus meghatározásával, majd a különböző mértani testek tulajdonságaival, felszín és térfogat-számításaival kapcsolatos ismeretekkel találkozunk. ((Radu & Radu, 2001; Singer, 2002)

II. A kutatás elméleti háttere

1. Matematikai háttér

1.1. A szöveges feladat fogalma

Szöveges feladatokat már az ókori Babilonban is megoldottak. Bár a feladatok szövegét és eredményeit megőrizték az agyagtáblák, de a feladatok megoldásmenete kevésbé maradt fenn. Az első magyar nyelvű matematikai munka a Debreceni Aritmetika, ami 1577-ben jelent meg, már tartalmazott szöveges feladatot:

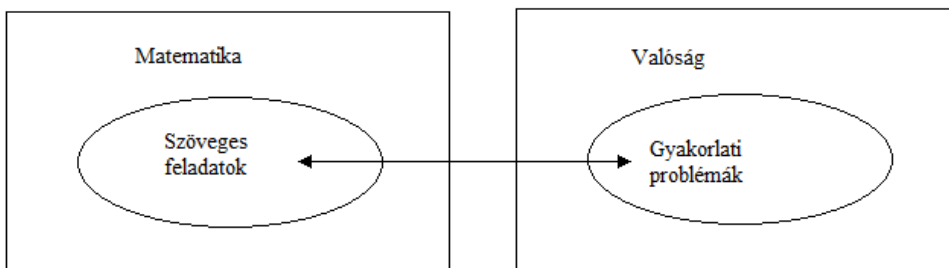
Mennyi egy baráti társaság létszáma, ha tudjuk, hogy amennyiben kétszer annyian és még félszer annyian volnának, akkor volnának 30-an. (Sain, 1993)

Amikor szöveges feladatokról beszélünk, első észrevételünk az, hogy még a tanárképző főiskolák módszertani könyvében sincs megfogalmazva, hogy mit is értünk szöveges feladat alatt.

Ha mégis ragaszkodunk a szöveges feladat fogalmának megértéséhez találhatunk rá példákat. Csíkos Csaba szerint: „matematikai szöveges feladatnak tekinthető minden olyan probléma, mely megfogalmazása szöveges, és a megoldásához elengedhetetlen a matematika valamely területének alkalmazása.” (Csíkos, 2003, 35.o.)

Az általános iskolai tanítói kézikönyv szerint: „a szöveges feladat olyan életszerű, gyakorlati problémafelvetés, amelyben az ismert és az ismeretlen mennyiségek közötti összefüggést (összefüggéseket) szövegesen adják meg.” (Török, 2009, 7.o.)

Tehát a szöveges feladatok megfogalmazása egyszerű, a szöveges feladatok ritkán tartalmaznak matematikai fogalmakat, általában mennyiségekről és nem számokról szólnak. A szöveges feladatok tulajdonképpen összekapcsolják a valóságot a matematikával. (1. ábra)



1. ábra A matematika és a szöveges feladatok kapcsolata (Török, 2009, 7. o.)

Példaként két feladatot hasonlítunk össze:

1, *Az osztályban ugyanannyi fiú van, mint lány. Hány tanuló jár az osztályba, ha a fiúk 13-an vannak?*

2, *Melyik az a természetes szám, amelynek fele 13?* (Barabás, 2013)

Az első feladat egy egyszerű gyakorlati feladat, míg a második egy matematikai problémafelvetés, s ezért csak tágabb értelemben tekinthető szöveges feladatnak. (Török, 2009)

Az kísérleti tanítás során arra törekedtem, hogy a tanulók által megoldott feladatok a való élethez kötődjenek, sőt kimondottan a tanulóimhoz. Ennek érdekében egy-egy ismert személynevet használtam a feladatok megfogalmazásában, illetve a tanulók hétköznapi életéhez kapcsolódó szövegkörnyezetet alkalmaztam.

1.2. A szöveges feladatok szerepe az oktatásban

A tanítói kézikönyv (Török, 2009) szerint a szöveges feladatoknak különböző szerepük van az oktatásban:

A szövegértés fejlesztése

Korunk egyik kiemelkedő problémája a funkcionális-analfabetizmus, vagyis amikor az egyén tud olvasni, de nem érti, amit olvas. A matematika órákon a szöveges feladatok megértésével javíthatunk ezen a helyzeten.

A kísérlet során a tanulók szövegben megfogalmazott utasításokat kaptak a játékoknál, az egyszerű alpműveletek elvégzésénél. Így rákényszerültek, hogy többszöri olvasással megpróbálják megérteni az utasításokat.

Probléma-megoldó gondolkodásra nevelés

Gyakori probléma a tanulóknál, hogy egy matematikai feladat esetén nem figyelnek, csak a feladatban szereplő számokra, s azokra a műveletekre, amiket elvégzendőnek tartanak a feladat szövege alapján. (Sternberg & Ben-Zeev, 1996)

Egy iskolai kísérletben 2011-ben, a 12-13 éves, hatodik osztályos tanulóknak a következő feladatot kellett megoldani:

Géza most 11 éves, 156 cm magas és 42 kg. A barátja Bálint 45 kg és 158 cm magas.

Ki a magasabb és mennyivel?

Írjuk fel a kérdés megválaszolásához szükséges adatokat!

Írjuk fel azokat az adatokat, melyek feleslegesek a kérdések megválaszolásához! (Sokszínű Matematika 6, 2010)

A kísérlet egy 21 fős osztályban zajlott. A tanulók először találkoztak ilyen típusú feladattal, s kétharmada az osztálynak nem tudta kiválasztani a szükséges, illetve felesleges adatokat, egyharmaduk pedig egyáltalán nem tudta megoldani a feladatot. Volt olyan tanuló, aki úgy oldotta meg a feladatot, hogy összeadta a Gézára vonatkozó adatokat: "11+156+42=129", majd a Bálintra vonatkozóakat: "45+158=203", s végül megválaszolta a kérdést: "Géza 6 centiméterrel magasabb, mint Bálint." (Máté, 2012, ADN)

Az ilyen és ehhez hasonló feladatok megoldásával, majd a megoldások közös kielemezésével, megbeszélésével a tanulókat ösztönözni lehet a gondolkodó feladatmegoldásra.

Ítéző, emlékező, lényegkiemelő és önellenőrző képesség formálása

A szöveges feladatok megoldása során figyelmet kell fordítani a lényeges és elhanyagolható adatok kiválasztására. Az előző feladat esetén feltehető a következő kérdés: A feladat megoldása szempontjából, melyek lényeges, illetve elhanyagolható adatok?

A roma tanulók körében végzett kísérlet során még inkább lehetőség adódott ezen képességek fejlesztésére. Ezek a tanulók a szöveg elolvasásánál csak arra törekcsenek, hogy képesek legyenek végigolvasni a szöveget, mivel nehezen megy náluk az olvasás. Itt a feladatok megoldása során viszont rákényszerültek, hogy többször is elolvassák a szöveget, s így már vissza tudták idézni a feladat adatait, megtalálták a lényeges elemeket.

1.3. A szöveges feladatok rendszerezése

Ahhoz, hogy a szöveges feladatok tanítása színes és változatos legyen, az-az a tanítási folyamat hatékonyan működjön, ismerni kell a feladat adási lehetőségeket. Egy több szempontú rendszerezés ad segítséget ebben. (Herendiné, 2013)

- A. Keletkezésük szerint lehetnek: előre adott, írásban vagy szóban közölt feladatok, illetve konstruálással kapott feladatok, ahol képhez, számfeladathoz, megfigyeléshez köthet a feladat.
- B. Témájuk szerint: darabszámmal kapcsolatos, vásárlással kapcsolatos, mozgással kapcsolatos, méréssel kapcsolatos, osztózkodással kapcsolatos feladatok lehetnek.
- C. Szövegezésük szerint a feladatok lehetnek: egyenes vagy fordított szövegezésűek.
- D. Az ismeretlenek száma szerint: egyismeretlenes vagy többismeretlenes feladatok vannak.
- E. A megoldások száma szerint: egymegoldásúak, többmegoldásúak, megoldhatatlanok.
- F. Az adatok relevanciája szerint: fölösleges adatokat tartalmazó, lényegtelen adatokat tartalmazó, adathiányos feladatok lehetnek.

1.4. A szöveges feladatok megoldása

A matematikai szöveges feladatok megoldási lépései közül már az első lépés - azaz a feladat szövegének megértése - is komoly nehézséget okoz azoknak a

tanulóknak, akik olvasási vagy szövegértési gondokkal küszködnek. Ezek a tanulók a funkcionális analfabéták. Mielőtt egy osztályközösség matematikai szöveges feladat megoldását vizsgáljuk, előtte érdemes felmérni a tanulók olvasási és szövegértési képességeit is. (Nemesné, 2010)

A kísérlet megkezdése előtt a tanulók egy értő olvasás, írásbeli tesztet tölthettek ki, illetve a hangos olvasásukat is felmértem, s mivel az eredmények nem voltak elég jók, mindenki naponta olvasott, illetve olvasási naplót vezetett.

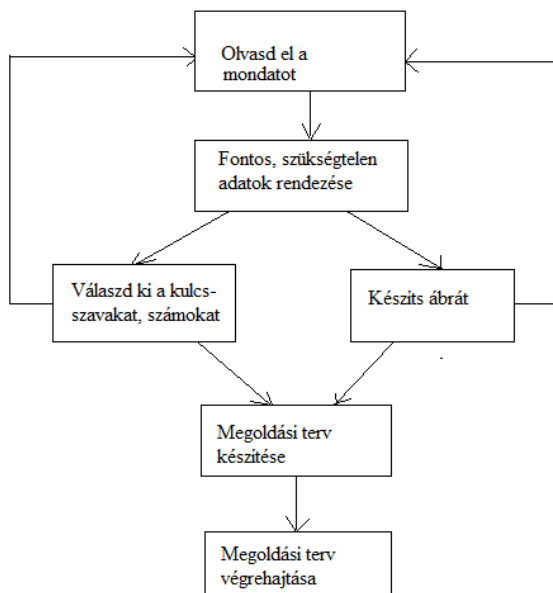
A sikeres szöveges feladat megoldáshoz elengedhetetlen, hogy a tanulók rendelkezzenek bizonyos alap matematikai készségekkel (Józsa, 2004). A kísérletek azt igazolják, hogy ezekkel az alapkészségekkel a tanulók rendelkeznek. (De Corte, 2001). A szöveges feladatok megoldásának nehézségei az értelmezésben és megértésben rejlenek. A tapasztalatok alapján: a tanulók képesek az aritmetikai és az algebrai eljárások pontos végrehajtására, a probléma oka az, hogy nem megfelelőek a probléma reprezentációs képességeik. (Sternberg & Ben-Zeev, 1996)

Egy nyolcadik osztályos szakköri tanuló így fogalmazta meg a szöveges feladat megértésének nehézségét: „Mire a szöveg közepére érek, elfelejtem miről volt szó a szöveg elején!” (Ambrus, 2011, 1.o.)

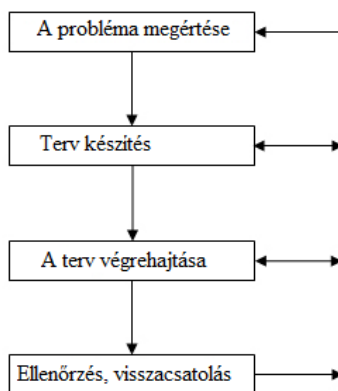
A szöveges feladatok megoldásának lépései:

- Először meg kell érteni a feladatot, kiemelni és rendezni az adatokat. A feladatot a tanulók többször is elolvashatják, vagy meghallgathatják, addig, amíg megérti mindenki a feladat szövegét.
- A második lépés az adatok kiemelése és rendezése. Fontos, hogy le is jegyezék illetve ábrát készítsenek a feladat adatairól.
- A harmadik lépés a feladat elemzése a lényeges és elhanyagolható adatok kiválasztása.
- Ezután egy megoldási terv kialakítása a következő mozzanat. Ebben a szakaszban tulajdonképpen a köznyelven megfogalmazott feladatot a tanulók lefordítják a matematika nyelvére.
- Az ötödik szakasza a feladatmegoldásnak a megoldási terv végrehajtása. Ebben a szakaszban a már kialakított megoldási tervet végre kell hajtani.
- Az utolsó szakasza a feladatmegoldásnak, a kapott eredmény vizsgálata. Ellenőrizni kell, hogy a megoldás megfelel-e az adatoknak illetve a valóságnak. (Olosz & Olosz, 2000)

Különböző modelleket találhatunk, melyek egyszerűbbé teszik a szöveges feladat megoldási menetének megértését. Ilyen a Hegarty (2. ábra), illetve a Pólya-féle (3. ábra) modell is.



2. ábra Szöveges feladatok megoldási eljárása (Hegarty, Mayer, Monk, 1995, 20. o.)



3. ábra Pólya feladatmegoldási modellje (SingTeach, 2009, 2. o.)

A Pólya féle modell egyszerűbb, viszont a lépések ismételhők helytelen feladatmegoldás esetén, míg a Hegarty-féle modellnél nincs visszacsatolás a terv végrehajtása után. Ennek alapján a Pólya féle problémamegoldási modell a hatékonyabb.

A tanár szerepe, hogy segítséget nyújtson a diáknak egy bizonyos feladat megoldásánál, majd fejleszteni kell a tanulót úgy, hogy kialakuljon a feladatmegoldási készsége.

A feladatmegoldás egy gyakorlati készség, ami fejleszthető utánzással és gyakorlással.

Mivel a kísérletben szereplő tanulók nagyrésze valamilyen tanulási nehézséggel küzd, ezért ezen úgy próbáltam javítani, hogy már a kísérlet tervezésekor minden feladatra több időt hagytam, mind más osztályok esetén. Így tanulóimnak lehetősége volt többet gyakorolni, úgy, hogy hasonló típusú feladatokat oldottunk meg több egymás utáni órán is.

1.5. Algebra

Az algebra szó jelentése egyrészt: a tagok átvitele az egyenlőség egyik oldaláról a másik oldalra. (Maurer, 1983) Másrészt az algebra a betűszámán, tehát az aritmetika része, amely mennyiségek jelölésére betűket használ. (<http://www.kislexikon.hu/>)

A matematika fejlődése során, amikor a konkrét számtani műveletekben igyekeznek megtalálni az általánost, az már az algebrai gondolkodás kifejlődésének a jele.

Az algebra tulajdonképpen kezdetét a XVI századtól szokás számítani (Maurer, 1983); attól az időponttól kezdve, amikor Viète bevezette a mai értelemben vett betűszámant. Ő jelölte először az ismert számokat is betűvel, s ezzel nagyfokú általánosítást tett lehetővé. (Sain, 1993)

Kieran (1996) szerint az iskolai algebratanítás során három – féle tevékenység valósul meg:

1. **Az általánosító tevékenység**, amely a mennyiségek viszonyát és a numerikus kapcsolatokat fejezi ki. Bele tartoznak az aritmetikából eredő általánosítások, az egyenletek felállítása, az algebrai kifejezések felépítése.

2. **A transzformációs tevékenységek**, melyek a műveleteket jelentik az algebrai kifejezésekkel, valamint az egyenletek és egyenletrendszerek megoldása is ide tartozik.

3. **A globális tevékenységekbe** tartoznak a problémamegoldások, bizonyítások, illetve a fordított irányú okoskodás is.

1.6. A szöveges feladatok aritmetikai és algebrai megoldása

Faragó László szerint az aritmetikai feladatmegoldás az „okoskodást”, míg az algebrai feladatmegoldás az „egyenlet” alkalmazását jelenti. (Faragó, 1960, 9. o.) Mindkét feladatmegoldási mód során összefüggéseket kell keresni az ismert adatok és a keresett mennyiségek között.

Az aritmetikai módszer alkalmazása során végig okoskodni, gondolkodni kell, mert az ismeretlent explicit formában kell kifejezni.

Az algebrai módszer során az ismeretlent implicit formában, egyenletbe ágyazva írjuk fel. Előbb fel kell állítani az egyenletet, majd azt az algebrai

technika vagyis az egyenletmegoldás eljárásának segítségével meg kell oldani azt.

Az algebrai módszer sokkal általánosabb, mint az aritmetikai. Hiszen vannak olyan feladatok, melyek mindegyike más és más gondolatmenet igényel az aritmetikai eljárás során, míg ezek ugyanazzal az egyenlettel megoldhatók algebrai módszerrel. (Faragó, 1960)

2. Pedagógiai és pszichológiai vonatkozások

2.1. Az ismeretszerzés Bruner tanításának megfelelően

Bruner szerint a tanulás az embernek egy jellemző tulajdonsága. Az emberi tanulás kíváncsiságon alapszik. A tanár feladata ezért az, hogy fenntartsa a tanuló kíváncsiságát. Másrészt, ha a gyermek a tanulási folyamat során meghaladja a meglévő kompetenciáit, azaz ügyesebb, gyakorlottabb, rátermettebb, jártasabb lesz, akkor szívesen fog tovább is tanulni.

A tanulási folyamat során a tanár a példakép szerepét kell betöltse. Nem utánozni való minta kell legyen, hanem olyasvalaki, akitől megbecsülést vár a tanuló.

A tanulásnak még van egy motívuma a „társas kölcsönösség”. Minden embernek szüksége van arra, hogy másokkal együtt munkálkodjon. A tanulásban is jelentős szerepe van az együtt munkálkodásnak. Bruner szerint a tanulás hatékonysága nem a külső jutalmazáson vagy büntetésen múlik, hanem a kíváncsiság fenntartásán, egy magasabb szintű kompetencia elérésén, s azon, hogy a tanár egy ösztönző minta-e a tanulásban. (Bruner, 1966)

A kísérlet során a tanulók először csoportokban dolgoztak. Szívesen tevékenykedtek együtt, s ilyenkor aktívan és lelkesen vettek részt a tanulásban. Később, az érdeklődés fenntartása miatt változtattunk: a csoportokból párokat képeztünk.

Amikor már mindenki elért (képességeihez mérten) egy bizonyos tudás-, jártasság-szintet, akkor jött el az önálló munka ideje.

2.2. A hatékony matematikatanulás-tanítás

Az eredményes matematikatanulás-tanítás Ambrus András szerint a tanulók alapos megismerésén alapszik. Meg kell ismernie a tanárnak a tanulók gondolkodásmódját, a problémamegoldásukat, s ki kell tapasztalni az erősségeiket és a gyengéiket is.

Nagyon fontos, hogy olyan hangulat alakuljon ki a matematikaórán, melyben a tanulók aktívan és élvezettel vesznek részt.

Az értékelés igen fontos része a tanulásnak. Értékelni kell a tanulók gondolkodási folyamatát, nem csak az eredményt. Az értékelés módjának mindig összhangban kell lennie a tanítás módszereivel. (Ambrus, 1995)

A kísérlet során nem kaptak érdemjegyet a tanulók. Előre meg volt beszélve, hogy az egész kísérleti tevékenység alatt végzett munkájukra is kapnak egy érdemjegyet, illetve a kísérletet lezáró tesztre is, de mindkettőt csak a kísérlet befejezésekor. A kísérlet során viszont állandó jellegű volt a szóbeli értékelés, vagyis inkább dicséret. Hiszen, ha jól sikerült megoldani az adott feladatot, azért dicséretben részesültek, ha viszont hibáztak, akkor megbeszéltük a hibát, kijavították azt és dicséretet kaptak.


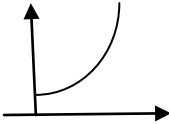
A matematikatanárnak fontos ismernie a tanulói gondolkodás menetét. Bruner szerint három különböző síkon valósul meg az ismeretszerzés:

- 1) Materiális síkon: melyen belül az ismeretszerzés konkrét, tárgyi folyamatok révén megy végbe.
- 2) Ikonikus síkon: az ismeret megszerzése képek segítségével valósul meg.
- 3) Szimbolikus síkon: a nyelv vagy matematikai szimbólumok segítségével valósul meg az ismeretszerzés. (Bruner, 1966)

A matematikatanítás akkor a leghatékonyabb, ha a három sík mindegyike aktivizálva van a tanulási folyamat során. (Ambrus, 1995)

Ha a memóriában három különböző emléknym marad meg, akkor sokkal nagyobb az esély arra, hogy a később hatékonyabb lesz a visszanyerése az eltárolt információknak. (Ambrus, 2014)

Példa az ismeretszerzési síkok kapcsolatára, Ambrus András szerint a 4. ábrával szemléltethető:

| | Materiális | Ikonikus | Szimbolikus |
|------------------|--|---|---------------------------------|
| Természetes szám | Öt golyó | <p>ooooo *****</p> | V, 5, "öt" |
| Tört | Fél alma |  | 1/2 |
| Függvény | A tavirózsa tavon elfoglalt területe 1m ² . Hetente megduplázza a felszínét. Milyen a kapcsolat az eltelt idő és a tavirózsa felszíne között. |  | f: R→R f(x) = 2 ^x |

4. ábra Ismeretszerzési síkok kapcsolata (Ambrus, 2003, 62. o.)

A tanítási kísérletben nagyon fontos szerepe volt a materiális ismeretszerzési síknak. A roma tanulók azokat az ismereteket sajátították el leggyorsabban és legkönnyebben, melyeket sikerült „kézzelfoghatóvá” tenni. Természetesen mivel matematikáról van szó, ezért alkalmaznunk kellett a szimbolikus és ikonikus ismeretszerzést is, de igyekeztem párhuzamosan alkalmazni ezeket a megismerési formákat.

Skemp szerint a matematikatanítás alapja a fogalomrendszerek, sémák kialakítása. A sémának két fő szerepe van, integrálja a meglévő tudást és szellemi eszközként szolgál az új tudás elsajátításához. A matematikatanulás akkor hatékony, ha rendszerelméleten alapul, mert így mennyiségileg kevesebb, de minőségileg magasabb szintű, ismeretet kell elsajátítani, mintha egymástól különálló ismereteket tanulnánk. A memória kapacitása nincs annyira leterhelve, ha a tanulás sémák rendszerén alapul. (Skemp, 1962)

Mivel a roma tanulók felmérése során azt tapasztaltam, hogy nem rendelkeznek alap matematikai ismeretekkel pl. nem tudnak osztani, sőt sokan a szorzótáblát sem ismerik teljesen, illetve nincsenek kialakult szöveges feladat megoldási módszereik, ezért a kísérlet során gyakran alapoztunk a tanulók meglévő, hétköznapi élethez kapcsolódó matematikai ismereteire, mint a pénzzel való számolás, játékkártyával való számolás, ami valóban segített a tanulásban.

Az emberi agy két agyféltekéből áll, s mindegyik másért felelős. Ipke Waschmuth két különböző gondolkodási módról beszél: L-MODE és R-MODE, azaz jobboldali, illetve baloldali gondolkodás.

L-MODE (bal-oldali gondolkodás) a részletekre figyel, az irányított gondolkodás, a megértés és érvelés a jellemzője.

R-MODE (jobb-oldali gondolkodás) figyelmen kívül hagyja a részleteket, szét ágazók a gondolatok, térbeli a gondolkodás, a képzelet és a gondolatok fejlődése a jellemzője. (Waschmuth, 1981)

A szöveges feladatok megoldása során a tanulók mindkét agyféltekét használták, hiszen itt nagyon összetett feladatuk volt, mert át kellett látni a teljes feladatot, de nem hagyhatták figyelmen kívül a részleteket sem.

2.3. A tanulás alapelvei Pólya György szerint

Pólya György szerint a tanítás során elsősorban gondolkodni kell megtanítani a tanulókat. Nem lehet csak a tárgyi tudás elsajátítása a cél, hanem az alkalmazkodóképesség kialakítása a legfőbb feladat.

A matematikatanár sokszor színész kell legyen, hogy a számára már jól ismert bizonyítást érdekesen, színesen adja elő.

Mivel sokszor kell elismételni a megtanulandókat, ezért zeneszerzőként más-más variációban kell előadni azt. Először csak nagyon egyszerűen, majd kibővítvé különböző módokon, s a legvégén ismét csak nagyon egyszerűen.

A tanítás során minden eszközt meg kell ragadni annak érdekében, hogy az absztrakt dolgokat kézzelfoghatóvá tegyük.

A tanítás során három fő alapelvet kell figyelembe venni Pólya György szerint:

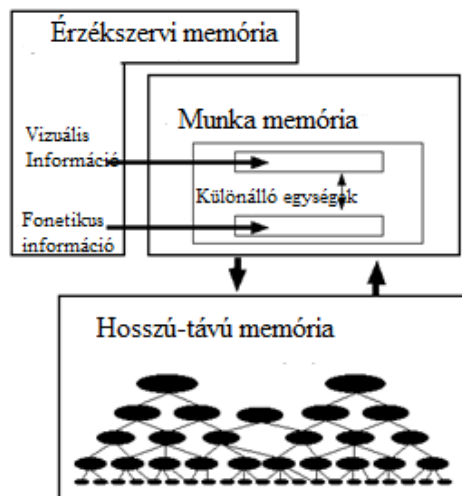
- 1) Az aktivitás elve: azaz minden tanuló legyen aktív részese a tanulási folyamatnak, akár már a feladat megfogalmazásától kezdődően.
- 2) A motiváció elve: legyen motivált a tanuló. A legjobb motiváció a szellemi munka öröme, illetve az érdekes tananyag elsajátítása. A tanár feladata, hogy minél érdekesebbé tegye a tananyagot, hogy ezzel ösztönözze a tanulót a tanulásra.
- 3) Az egymást követő fázisok elve: mely szerint előbb megfigyeljük, észleljük a megtanulnivalót, majd meghatározások során kialakul a fogalomalkotás, s végül beillesztjük a saját gondolkodási rendszerünkbe, azaz asszimiláljuk. (Pólya, 1985)

A kísérleti tanítás során a motiváció fenntartása volt a legnagyobb feladat. A roma tanulók eleve nagyon mozgékony, tette kész diákok, tehát mindig is aktívak voltak az órán, viszont a kudarc, a sikertelen feladatmegoldás mindig visszavetette őket, s onnantól nagyon nehéz volt újra motiválni őket, hiszen így nyilatkoztak: „nem csinálom, úgysem tudom.” Ezért nem volt érdemjegy, s nem volt negatív véleménynyilvánítás a részemről.

2.4. A modern agykutatás alkalmazása a matematikatanításban

A szövegértési és szöveges feladat megoldási nehézségek kiküszöböléséhez ismerni kell az agy felépítését és működését.

Az emberi emlékezet a munkamemória (rövidtávú memória) és hosszú-távú memória rendszeréből áll (5. ábra). Ez az a rendszer, amely lehetőséget ad az ember számára a feladatok megoldására.



5. ábra Az emberi emlékezet felépítése (Terrell, 2006, 254.o.)

A munkamemória

Az emberi agynak az a része, amely mindent tartalmaz amire egy adott pillanatban gondolunk, az a munkamemória. A munkamemória megtartja és feldolgozza az információkat, de sajnos kapacitása korlátozott, mivel 7 ± 2 egységet tud tárolni, mindössze 15-20 másodpercig. A munkamemória feladatai közé tartozik a bejövő információk megtartása és összekapcsolása a hosszú-távú memóriából előhívott ismeretekkel. Baddeley szerint a munkamemória felépítését a következő ábra (6. ábra) alapján képzelhetjük el (Baddeley, 2002, 51. o.):



6. ábra A munkamemória felépítése

Tehát a munkamemória négy részből áll:

A. Fonológiai tár

Fő feladata a verbális és fonetikus, akusztikus információk rövid ideig való tárolása, amíg a központi szabályozó dolgozik ezen információkkal.

B. Vizuális - képi tár

Képi - alak, szín - és téri információk rövid ideig való tárolása a fő feladata. A fonológiai tár és a vizuális - képi tár egyszerre, párhuzamosan is tud dolgozni, persze a kis kapacitás miatt hamar telítettek lesznek. (Csépe, Györi & Ragó, 2007)

C. Epizodikus tár

Korlátozott kapacitású, korlátozott ideig tárolja és integrálja a különböző helyről érkező információkat.

D. Központi szabályozó

Irányítja a figyelmet, terveket készít, döntéseket hoz, előhívja a releváns ismereteket a hosszú-távú memóriából és integrálja ezeket a bejövő információkkal. A központi szabályozó integrálja a fonológiai, illetve vizuális - téri tárukban lévő információkat.

A fejlesztő tanítási kísérlet során igyekeztem a tanulókat segíteni azzal, hogy a feladatokat lapon olvashatóan is megkapták, de hangosan is felolvastuk. Hasonlóan a feladatok megoldása során is, le is írtuk, de szavakkal is megfogalmaztuk a tevékenységünket.

A hosszú-távú memória

A hosszú-távú memória ismereteink tárháza. Az ismereteket sémákban, mentális rendszerekben tárolja. A sémákat a hosszú-távú memóriából hívjuk elő bizonyos szituációk, problémahelyzetek megértéséhez. A hosszú-távú memóriának nincsenek kapacitás – korlátjai és időkorlát sem ismeretes.

(Ambrus & Ambrus, 2013)

A problémamegoldásban a munkamemóriának jelentős szerepe van. Mivel a kapacitása korlátozott, ezért nagyon fontos különböző segédeszközökkel kiszélesíteni a kapacitását. (Clark, Nguyen, Sweller, 2006).

1. A munkamemória kapacitásának növelését elősegíthetjük a fonológiai és vizuális táruk párhuzamos működtetésével, az olvasott szöveg mellé ábrát is készítünk, ez az úgynevezett többszöri kódolás. (Sternberg & Ben-Zeev, 1996)
2. Mivel a tanulók nagyrésze nem tudja alkalmazni a matematikai elveket új feladatkörnyezetben, ezért lehetőséget kell adni, hogy a tanár által használt lépéseket hajthassák végre. (Evers & Walberg, 2004)
3. A problémamegoldás egy nagyon összetett folyamat. Sikeres problémamegoldóvá válni kemény munkát jelent: gyakorlást, gyakorlást, még több gyakorlást igényel. (Schoenfeld, 2007)

A kísérlet során igen fontos szerepe volt a gyakorlásnak. A kísérlet során is, majd az utóteszt megírásának hetében nagyon sok gyakorlatot végeztünk közösen, de a tanulók egyénileg is.

2.5. Az életkori jellemzők a felső tagozat diákjainál

A gimnáziumi oktatás folyamán a tanulók fontos testi-lelki átalakulásokon mennek keresztül, míg az ötödik és hatodik osztályosok még nagyon nyitottak a világra és minden új megragadja őket, addig a hetedik osztályra, 12. életév környékén a tanulás iránti kezdeti lelkesedés megtorpan, a tanulók már a serdülőkre jellemző tulajdonságokkal bírnak. Ez abban nyilvánul meg az osztályban, hogy néha elég elcsigázottnak tűnnek, és nehéz őket felrázni. Ezen változatos óravezetéssel, gyakori tempóváltással, illetve lazító periódusok beiktatásával tudunk némileg segíteni. (Méri & Binét, 2006)

A pedagógus feladatai közé tartozik:

- Az önállóság biztosítása a tanulók számára a feladatok kiválasztásában, elvégzésében és ellenőrzésében;
- Külön foglalkozás az egyéni fejlesztést igénylő tanulókkal;
- A tanulók kreativitásának, kezdeményezőképességének és énképének fejlesztése. (Ferenczi & Fodor, 1993)

2.6. Pedagógiai fogalmak áttekintése

Az oktatási folyamat hatékonysága fejleszthető, ha a tanítás során a pedagógus előbb megpróbálja megismerni egyenként a tanulókat fiziológiai, pszichológiai, etnikai szempontból. Majd ezt követően, az így szerzett ismeretek alapján biztosítja a tanulók fejlődését. Ez a gyermekközpontú oktatás lényege. Vekerdy Tamás szerint: „A gyermekközpontú szemlélet lényege: hozzásegíteni a felnövő embert ahhoz, hogy azzá legyen, akivé lehet.” (Vekerdy, 2004, 91. o.)

A fejlesztő tanítási kísérlet során a gyermekközpontú tanítást próbáltam megvalósítani, amikor is az előzetes felmérések, illetve a kísérlet folyamán szerzett észrevételek alapján minden tanulónak úgy és abban próbáltam segíteni, amiben hiányosságai voltak.

2.6.1. Csoportmunka

A pedagógiai lexikon megfogalmazása szerint a csoportmunka a reformpedagógia gondolatkeretében került előtérbe, és azt a munkafórumot jelenti, amelyben az oktatás során 3-6 tanuló közösen old meg feladatokat. (www.kislexikon.hu).

Buzás László elgondolása az, hogy a csoportmunkában mind nevelési, mind oktatási szempontból rendkívül gazdag lehetőségek rejlenek, amelyek

kiaknázása érdekében fontos lenne alkalmazásának feltételeit kivizsgálni. A pedagógus a csoportmunka során csupán közvetetten és vázlatosan irányítja a tanulóban lejátszódó megértési folyamatokat. A tanulóknak, tehát fokozott aktivitást kell kifejtenie. (Buzás, 1980)

A csoportmunka legfontosabb jellemzője a *közös munka*. A csoportmunka során javasolt szabály, hogy a csoport ne legyen túl nagy, mert a túl nagy csoportoknál kialakulhat egyesek passzivitása. (M. Nádasi, 1986)

2.6.2. A kooperatív tanulás

A kooperatív tanulás a csoportmunka egy továbbfejlesztett formája. Amikor kooperatív tanulásról beszélünk, akkor olyan feladatadási módszerekre gondolunk, amelyek a tanulási folyamat szerves részeként a diákok együttműködést célzó interakcióját hozzák létre. Míg a hagyományos csoportok tetszőleges összetételűek, nagyságúak, addig a kooperatív csoportok tartósan ugyanabból a négy tagból állnak, erős pozitív összetartozási tudattal rendelkeznek, s a csoport-tagok elfogadják ismerik és támogatják egymást. A kooperatív csoportok általában heterogén összetételűek, eltérő módon teljesítő, eltérő nyelvi háttérrel rendelkező, különböző etnikai csoporthoz tartozó fiúk és lányok alkothatnak egy-egy csoportot. (Kagan, 1994)

A kísérlet során kialakított csoportokban sikerült megvalósítani a kooperatív csoportok bizonyos jellemvonásait, mint állandóság, pozitív összetartás, egymás segítése, de nemi szempontból kizárólag homogén csoportokban voltak hajlandók dolgozni.

2.6.3. A differenciált oktatás

A differenciálás latin eredetű szó, jelentése "különbségtéves". Ez a pedagógiai eljárás megvalósulhat az iskolarendszerben, a tehetségeseknek, illetve a szociális hátránnyal, mentális deficittel élők számára fenntartott külön intézmények létrehozásával. A differenciált képzés szükségszerűen jelent kiválasztást, szegregációt is, hiszen a tanulók kisebb-nagyobb csoportját bizonyos sajátosságaik alapján választjuk ki az azonos életkorúak közül. A differenciálás célja, hogy az egyes tanulók egyéni szükségleteihez igazítsuk az elsajátítandó tananyag tartalmát és szerkezetét, valamint oktatási módszereinket. (Tomlinson, 2014)

A kísérleti oktatás tapasztalata szerint nagyon fontos lenne a differenciált oktatás a hátrányos helyzetben lévő tanulók számára, hiszen képesek elsajátítani a tudást, de náluk más módszereket kell alkalmazni, mint a nem hátrányos helyzetű társaiknál.

3. A matematikatanítási-tanulási nehézségek

A tanári tapasztalatok alapján a Romániában érvényes iskolai tanterv túl bonyolult, túl igényes az átlagdiákoknak. Iskoláinkban a tanulók többsége átlagdiák. Nagyon sok gyerek már VI-VII. osztályban, amikor megjelenik az elvont gondolkodást igénylő matematika, leblokkol. Innentől kezdve lemaradnak, nem vagy csak részben tudnak lépést tartani, s elvesztik érdeklődésüket a matematika iránt. (Baranyai & Tempfli, 2010) Az algebra tanítása és a szöveges feladatok megoldásának tanítása igen gyakori probléma-okozó a matematika tanítása során. Ez abból is látszik, hogy mindkettő gyakori kutatási téma a matematika didaktikában.

Sarah Sparks azt vizsgálta, hogy mi okoz nagyobb nehézséget a tanulóknak: a szöveges feladatok megoldása vagy a szimbolikus egyenletek megoldása. Eredményei alapján, míg egy szöveges feladatot az általa vizsgált tanulócsoporthoz 91 százaléka megoldotta, addig a szimbolikus egyenleteket csak a diákok 62 százaléka tudta megoldani. Hasonlóan, több mint 33 százaléka a diákoknak meg tudta oldani a verbális formában megjelenő problémákat, összehasonlítva azzal a 7 százalékkal, akik a szimbolikus egyenleteket akkor is megoldották, ha azok nem szöveges feladat formájában jelentek meg. (Sparks, 2014)

Egy másik kísérletben egyetemisták vettek részt, akik előzőleg három vagy négy éven át tanultak matematikát. Warren Esty és Anne Teppo az egyetemisták algebrai és aritmetikai ismereteit mérte fel. A tanulók az aritmetikai feladatokban 45 illetve 36 százalékból dolgoztak helyesen, míg a hasonló témakörből való algebra feladatokat csak 5, illetve 23 százalékból oldották meg helyesen. Az algebrai feladatok megoldásánál nagy volt a helytelenül elvégzett műveletek aránya, 52 illetve 38 százalék. (Elliott & Kenney, 1996)

Stankov Gordana szerb-magyar tannyelvű környezetben tanulmányozta az elemi algebra tanítási lehetőségeit és nehézségeit. Eredményei alapján megállapítható, hogy a képi és tárgyi reprezentációk nagymértékben elősegítik az elemi algebra elsajátítását. (Stankov, 2008).

Pintér Klára szerint: „Az ismeretlenekkel végzett műveletek túl absztraktak a 6. osztályosok többsége számára, nem felelnek meg az életkori sajátosságaiknak. Ezt az is igazolja, hogy az algebrai kifejezések, azaz a betűkkel számolás 7. osztályos tananyag, így enélkül mérlegelvel egyenletmegoldást tanítani 6. osztályban sérti a tananyagok egymásra épülésének logikáját. **Ne tanítsunk 7. osztály előtt egyenletmegoldást mérlegelvel!**” (Pintér, 2013, p.4)

A szöveges feladatok algebrai megoldását tekinthetjük hasonlóknak, mint az aritmetikai megoldást. Az algebrai sémák segíthetnek a probléma modelljének a felépítésében. (Nathan & Kintsch, 1990)

Carolyn Kieran szerint az egyik legjelentősebb probléma az aritmetikai gondolkodásról az algebrai gondolkodásra áttérve az, hogy a tanulók nem a műveletek közötti kapcsolatra figyelnek, hanem a számolásra.

Az algebrai gondolkodásmód kifejlesztésének néhány szempontja:

- *A hangsúly a kapcsolatokon és ne a számításon legyen.* A tanulók általában számolási műveleteket végeznek csak, nem figyelnek a kapcsolatokra. Például $5 \cdot 3 + 12 = 3 \cdot 3 + _$ feladatban $2 \cdot 3 = 6$ -ot kell adni a 12-höz, hogy megkapjuk a jobboldal hiányzó tagját.
- *A hangsúly a műveleteken és azok inverzén legyen.* Fontos, hogy a tanulók művelet és inverze kapcsolatában gondolkozzanak. Például a $4x - 5 = 15$ egyenlet megoldásánál lebontogatással eljuthatnak a megoldáshoz. $4x$ öttel nagyobb 15-nél, azaz 20. Az x négyszerese 20, tehát az x öttel egyenlő.
- *A hangsúly a probléma reprezentálásán és megoldásán legyen, s nem csak a megoldáson.* A problémák megértésének fontos szempontja a problémák reprezentálása materiális, képi, illetve szimbolikus síkon. Például egy szöveges probléma helyes reprezentációja gyakran a megoldást is tartalmazza.
- *A hangsúly a betűn és a számon s nem csak a számon legyen.* A tanulók sokáig betűn is egy konkrét számot értenek, fokozatosan el kell érni, hogy a betű változót és paramétert is jelenthet.
- *Figyelni kell az egyenlőségjel jelentésére.* Az aritmetikában az egyenlőségjel többnyire egy vagy több művelet végeredményét jelenti. A tanulók többsége $7 + 8 = _ + 6$ feladat megoldásánál az üres helyre 15-öt írnak, majd ehhez adják hozzá a 6-ot. Itt az egyenlőségjel relációs jel, a két oldal egyenlőségét fejezi ki. A művelet eredménye értelmezéstől, el kell jutni a két oldal egyenlősége relációs értelmezéshez is. (Kieran, 2004)

4. Roma tanulók az iskolában

4.1. A roma tanulók oktatási helyzetének háttere

Egy nemzetközi felmérés alapján megállapítható, hogy a roma tanulók átlagos iskolai teljesítménye meglehetősen alacsony hasonló korú társaikéhoz képest. (Wilkin, Derrington, White, Martin, Foster, Kinder, Rutt, 2010)

Rajnai Judit összefoglalta, hogy melyek azok a szociális tényezők, amelyek a hátrányos helyzetű roma fiatalok körülményeit meghatározzák: a szülői alacsony iskolázottság, a család alacsony jövedelme, a család instabilitása, az

eltartottak magas száma, a család nagysága, a család vagy az ép család hiánya, illetve a kisebbségi etnikai helyzet. (Rajnai, 2012)

A kísérleti tanítás megkezdése előtt egy kérdőívet állítottam össze, amelyet a Bihardiószeg-i iskola 21 pedagógusa töltött ki (1. számú melléklet), az alsó, illetve a felső tagozat pedagógusai. A kérdőív egyik táblázata arra vonatkozott, hogy milyen mértékben befolyásolják a felsorolt tényezők a helyi roma tanulók boldogulását az iskolában. (1. táblázat).

Az eredmények összefoglalása:

| | Nagy mértékben | Közepesen | Kis mértékben | Nem befolyásolja |
|---------------------------------|----------------|-----------|---------------|------------------|
| A szülői alacsony iskolázottság | 80,9% | 19% | 0% | 0% |
| Alacsony jövedelem | 23,8% | 42,8% | 28,5% | 4,76% |
| A család instabilitása | 42,8% | 52,3% | 4,76% | 0% |
| Az eltartottak magas száma | 38% | 33,3% | 28,5% | 0% |
| A család Nagysága | 28,5% | 47,6% | 19% | 4,76% |
| Család vagy ép család hiánya | 66,6% | 28,5% | 0% | 4,76% |
| Kisebbségi etnikai helyzet | 4,76% | 28,5% | 42,8% | 23,8% |

1) táblázat A roma tanulók iskolai boldogulását befolyásoló tényezők

A kérdőív eredménye alapján megállapítható, hogy a helyi iskola pedagógusai szerint Bihardiószegen ugyanúgy érvényesek a felsorolt szociális tényezők, mint máshol, a kisebbségi etnikai helyzetet tartják legkevésbé befolyásolónak az iskolai boldogulás szempontjából. A felsorolt tényezőket kiegészítették a következőkkel (2. táblázat):

| | A diószegi pedagógusok kiegészítése | A választ adó pedagógusok száma |
|----|--|---------------------------------|
| 1. | Szülői érdektelenség, szülői elvárások hiánya. | 8 |
| 2. | Más értékrendszer, mint a magyar családoknál. | 8 |
| 3. | A munka megbecsülésének hiánya, munkanélküliség. | 2 |
| 4. | Ingerszegény az otthoni környezet. | 5 |
| 5. | A tanulók beilleszkedési gondjai, magyar társaik közé. | 2 |

2) táblázat A roma tanulók iskolai boldogulását befolyásoló egyéb tényezők
Liskó Ilona összefoglalta, hogy a roma és nem roma tanulók közötti különbségeket hogyan látják a pedagógusok. (Liskó, 2002) A tanári kérdőívben a Biharidőszeg-i pedagógusokat is megkérdeztem, hogy a felsorolt tényezők közül melyik milyen mértékben érvényes az általuk tanított roma gyerekekre. A véleményeket a 3. táblázatban foglaltam össze.

0-nem érvényes,
1-kis mértékben érvényes,
2-gyerekenként változó,
3-nagy mértékben érvényes.

| | 0 | 1 | 2 | 3 |
|--|------|------|-----|-----|
| Tényezők | | | | |
| Nem jártak rendszeresen óvodába a gyerekek. | 19% | 28% | 33% | 19% |
| Nyelvi hátrányokkal érkeznek az iskolába, ami nem idegennyelvűséget, hanem hiányos magyar szókinccset jelent. | 9,5% | 24% | 38% | 28% |
| A családok és a gyerekek körülményeit egyaránt hiányos tárgyi kultúra jellemzi, hiányoznak a tanulás otthoni és iskolai feltételei. | 0% | 14% | 47% | 38% |
| A szegénységgel és a rossz lakáskörülményekkel függ össze, hogy a családok egy részénem megfelelő higiénés körülmények között él, ennek a következményei (gondozatlanság, fertőzések, betegség stb.) az iskolás gyerekeknél is jelentkeznek. | 14% | 14% | 38% | 33% |
| Az átlagosnál alacsonyabb szintű a tanulási motiváltságuk, mert sem a szülők elvárásai, sem a várható mobilitási perspektívák nem motiválják őket eléggé a tanulásra. | 0% | 9,5% | 43% | 47% |
| Az átlagosnál nehezebben valósítható meg az iskola és a szülők együttműködése, a szülők nem tartanak rendszeres kapcsolatot a pedagógusokkal, és konfliktushelyzet esetén a pedagógusokkal szemben, a gyerekeik mellé állnak. | 0% | 28% | 28% | 43% |
| A tanulók az átlagosnál nehezebben alkalmazkodnak az iskolai szabályokhoz és viselkedési formákhoz. Ennek oka elsősorban a szülők eltérő nevelési elve. | 0% | 28% | 38% | 33% |
| A gyerekeket az átlagosnál gyakrabban jellemzi védekező, agresszív magatartás. | 0% | 19% | 66% | 14% |

| | | | | |
|---|------|-----|-----|-----|
| Az átlagosnál hamarabb tekintik felnőttnek a családban a gyerekeket, a szülők elvárják a nagyobb gyerekektől a segítséget a családi munkákban és a családfenntartásban. | 4,7% | 19% | 24% | 52% |
| A korábbi felnőtté válás része a viszonylag korai szexuális érettség. | 0% | 14% | 38% | 47% |

3) táblázat Szociokulturális tényezők

4.2. A roma tanulók helyzete az iskolában

Egy felmérés alapján, amely a fiatal pedagógusok körében zajlott 2000-ben, a roma gyerekekkel kapcsolatos megnyilvánulásaik inkább kudarc élményekről szóltak, mint sikerekről. Szem előtt kellene tartani minden pedagógusnak, hogy a pedagógus mesterség alapvető értékei az elfogadás, a szeretet, a bizalom és a kölcsönösség. Ezekhez az értékekhez még akkor is ragaszkodni kell, ha a tanítványok eltérő kulturális értékekkel és szokásokkal rendelkeznek. (Nagy, 2002).

A tanár viselkedése jelentősen befolyásolja, hogy a gyerekek mennyire tanulnak. Minél inkább támaszkodnak az otthonról hozott készségekre, annál könnyebb bevonni a gyereket a tanulásba, s a megtanultakat is könnyebben fogják hasznosítani. A konstruktív tanárok hisznek a gyerekek képességeiben, s építenek is azokra. (Steele, 2008)

A pedagógus kollégák által kitöltött felmérésben arra is rákérdeztem, hogy milyen tanítási módszereket alkalmaztak sikeresen a roma tanulók felzárkóztatására. A kollégáim 85%-a már alkalmazott ilyen módszereket, tehát ők hisznek abban, hogy van esély a roma gyerekek helyzetének javítására. A kollégáim által alkalmazott módszerek közül néhány: interaktív tanulás, szemléltetés, kooperatív módszer, játszva tanulás, kiscsoportos versenyek az osztályban, egyéni differenciálás, egyéni beszélgetéseken át a kölcsönös bizalom kialakítása, közös tanulás, személyre szabott feladatlapok stb.

A roma és nem roma gyerekek közötti felmérések alapján, a kultúrák közötti különbségek nem biológiai eredetűek, ezek a kulturális hatások következményei. A tanítók segíthetik az iskolai tudás megszerzését, ha ehhez felhasználják a tanulók által ismert kontextusokat, azaz építenek a tanulók hétköznapi tudására. (Tóth, 2001)

A fejlesztő oktatási kísérletben szereplő osztály esetén nem volt nehéz megvalósítani a pozitív munkahangulatot, hiszen harmadik éve ismerem és tanítom ezeket a gyerekeket, s mindig igyekeztem arra törekedni, hogy a tanórákon is és az osztálytermen kívül is jó, odafigyelő kapcsolatom legyen a gyerekekkel, ahol kölcsönösen meghallgattuk egymást, s segítséget

nyújtottunk szükség esetén. A kísérlet alatt igyekeztem olyan feladatokat megoldani, amelyek a tanulóimhoz kötődnek valamilyen formában: azokat a személyneveket használtam, amelyek elterjedtek a romák között, olyan dolgokat, tárgyakat szöttem bele a feladatokba, amelyekkel volt személyes kapcsolatuk.

Amikor a roma gyerekek oktatási helyzetét tanulmányozzuk érdemes szem előtt tartani Lázár Péter roma származású pedagógus tanítását, aki szerint a roma gyerekeket egyenként meg kell ismerni, s iskolát építeni köréjük, mert csak így lehet a tanításuk egy hatékony folyamat. (Bordács & Lázár, 2002)

4.3. A roma tanulók és a matematikaoktatás

Az tanulók iskolai eredményességét tanulmányozva megállapítható, hogy a roma gyerekek matematikatudása lényegesen gyengébb társaikénál, de a hétköznapi matematikájában a különbség jóval kisebb. Nem csak a roma gyerekeknél van ez a hátrány, hanem azoknál is, akik hasonló háttérváltozóval rendelkeznek. A háttérváltozók a szociális helyzet, település-jelleg, a szülői alacsony szintű iskolázottság, tanulási motiváció hiánya, nyelvi hátrány, illetve a nem megfelelő iskola-szülő-gyermek kapcsolat. Ezekre a hátrányokra javítani lehetne, ha szakmai felkészítésben részesülnének a roma osztályokban tanító pedagógusok, illetve a jelenlegi osztálylétszámok csökkentésével. (Vári, 2001)

A matematika tanulása egy kognitív tevékenység, mely során az emberi agy megismerő funkciói fejlődnek (Svensson, Meaney, Norén, 2014). Vagyis miközben a diák matematikát tanul, fejlődik a megfigyelőképessége, összpontosítania kell a figyelmét, az emlékezetéből kell előhívnia bizonyos ismereteket, s a feladatok megoldása során a gondolkodási funkciói is fejlődnek.

(<http://www.kerekvilag.sulinet.hu/iskola/kognitiv.php>)

Egy 2014-ben kiírt matematikatanítási pályázat kapcsán fogalmazódott meg az a gondolat, hogy „a tanítási módszereken gyökeresen változtatni kell, és mindent meg kell tenni azért, hogy a diákok a matematikaórákon felszabadultan gondolkozhassanak, a tévedés szabadsága mellett, és olyan gondolkodási képességeket sajátíthassanak el, amelyeknek életük későbbi részében nagy hasznát látják, akkor is, ha matematikától távoli területen dolgoznak.” (Juhász, 2016, 10.o.) Még inkább érvényesnek érzem ezt a kijelentést a roma gyerekek esetén, hiszen a matematika segítségével, illetve jelen kutatásomban a szöveges feladatok megoldása során módszereket tanultak, de megtanulták értelmezni az elolvasott szöveget, kikeresni a fontos, s lényegtelen elemeket, megtanultak arra figyelni, hogy mi a cél, azaz

mit kell kiszámolni, s végül megtanulták, hogy az első sikertelenség esetén nem feladni kell, hanem más módszerrel újra próbálkozni.

Mindezeket összefoglalva, Szabó-Thalmeiner Noémi egyetértve, a matematika óráknak érdekeseeknek kell lenniük, nagyon sok figyelem felkeltő, kreativitást igénylő feladattal, egy elfogadó, megengedő légkörben, ahol a hibázás nem bűn, hanem újabb tevékenységekre ösztönöz a hibák kijavítása által. A tanulók ne kényszerből dolgozzanak, hanem azért, mert érdekli őket, amit csinálnak. (Szabó-Thalmeiner, 2011) A fejlesztő tanítási kísérletemnek talán ez a legszívmelengetőbb része, hiszen az utolsó kísérleti héten, amikor négy napon át alkalmaztuk a megtanultakat, majd az ötödik napon megírtuk a záró felmérést, minden tanuló jelen volt mind az öt napon, pedig jellemző a roma tanulóknál a gyakori hiányzás, bármilyen vélt vagy valós apró ok miatt.

III. A kutatás módszertana

1. A kutatás kérdései

Fejleszthető-e a roma tanulók absztrakciós készsége a szöveges feladatok megoldásának segítségével?

Milyen megoldási módot - aritmetikai vagy algebrai - preferálnak a 7.osztályos roma tanulók a szöveges feladatok megoldásánál?

Hogyan járulnak hozzá a 7.osztályos roma tanulók szöveges feladat megoldási képességének fejlesztéséhez a kiscsoportos, páros, illetve az egyéni foglalkozások?

2. A kutatás helye és ideje

A kutatás 2017-ben zajlott, egy romániai vidéki iskolában: A Bihardiószegi 1. számú Általános Iskolában. Bihardiószeg Románia észak-nyugati részén fekszik, a Nagyvárad-Szatmárnémeti útvonal mentén, 32 km-re Nagyváradtól. Közvetlenül az országhatár mellett, Létavérttestől 17 kilométerre található. Az egyik legnagyobb községe Bihar-megyének. Lakosainak száma 7.100, s ebből 42% magyar anyanyelvű, 34% román, s 23% roma. A roma népesség száma az utóbbi időben jelentős fejlődést mutat, hiszen 2002-ben a lakosság 15%-a volt roma nemzetiségű, míg ma 23%. (<http://www.diosig.ro/>)

A községben egy iskola működik, melynek 896 tanulója és 57 pedagógusa van. A tanítási folyamat 10 különböző épületben zajlik, román és magyar tannyelvű osztályokban, illetve óvodai csoportokban. (<http://www.scoaladiosig.ro/>).

A roma emberek többsége a település egy „Szigetnek” nevezett részén él. A Sziget viszonylag messze van a falu központi iskolájától, ezért az alsó tagozaton a roma tanulók számára helyben lett megoldva az oktatás. Egészen a 2007-ig elég nagyon nagy volt a lemorzsolódás az iskolában ötödik osztálytól, aminek az lett a következménye, hogy hetedik osztályra a roma osztályt felszámolták, s az a két-három tanuló, aki maradt, szépen beilleszkedtek a többi osztályba. Mások bukás, házasság, napszámos munka miatt kimaradtak az iskolából. 2007-től egy roma származású mediátor dolgozik az iskolában, aki kapcsolattartó az iskola és a roma szülők között. A mediátor munkájának köszönhetően mára szinte, minden második évben van egy végzős roma osztály, vagyis először 2011-ben, majd 2013-ban, 2014-ben, 2016-ban. A 2016-2017-es tanévben egy ötödik és egy hetedik roma

osztály volt az iskolában. Természetesen ezenkívül szinte minden osztályban van roma tanuló.

A roma tanulók egy-két kivételtől eltekintve magyar anyanyelvű osztályokban tanulnak. A tanulók etnikai összetételét tekintve (4. táblázat):

| A magyar nyelven tanulók létszáma az iskolában | Magyar nemzetiségű | Roma nemzetiségű |
|--|--------------------|------------------|
| 508 | 216 | 292 |

4) táblázat Az iskola magyar nyelven tanuló diákjainak etnikai összetétele

Osztályokra lebontva (5. táblázat):

| Osztály | Osztálylétszám | Magyar nemzetiségű | Roma nemzetiségű |
|----------------|----------------|--------------------|------------------|
| Előkészítő. B. | 19 | 12 | 7 |
| Előkészítő. C. | 20 | 10 | 10 |
| Előkészítő. D. | 22 | 0 | 22 |
| 1.B. | 17 | 8 | 9 |
| 1.C. | 18 | 10 | 8 |
| 1.D. | 19 | 0 | 19 |
| 2.B. | 24 | 10 | 14 |
| 2.C. | 24 | 12 | 12 |
| 2.D. | 29 | 0 | 29 |
| 3.B. | 24 | 15 | 9 |
| 3.C. | 25 | 14 | 11 |
| 3.D. | 17 | 0 | 17 |
| 4.B. | 18 | 12 | 6 |
| 4.C. | 19 | 14 | 5 |
| 4.D. | 21 | 0 | 21 |
| 5.B. | 20 | 13 | 7 |
| 5.C. | 20 | 15 | 5 |
| 5.D. | 21 | 0 | 21 |
| 6.B. | 23 | 15 | 8 |
| 6.C. | 21 | 11 | 10 |
| 7.B. | 16 | 13 | 3 |
| 7.C. | 20 | 12 | 8 |
| 7.D. | 19 | 0 | 19 |
| 8.B. | 16 | 9 | 7 |
| 8.C. | 16 | 11 | 5 |

5) táblázat Az osztályok összetétele

Azok az osztályok, melyek tanulmányaikat a szigeti-iskolában kezdték, később is együtt folytatják a tanulást, s így vannak a felső tagozaton is tisztán

roma osztályok. Sajnos az iskola osztályterem hiánnyal küzd. Ezért évente összevonnak bizonyos osztályokat, s nem marad minden évfolyamban tisztán roma osztály.

3. A kísérletben résztvevő tanulók körülményeinek bemutatása

Mivel a fejlesztő kísérleti tevékenység egy 19 tagú roma osztályban zajlott, fontosnak éreztem, hogy felmérjem azokat a körülményeket, amelyekből ezek a tanulók az iskolába érkeznek. Egyrészt egy kérdőívet állítottam össze (2. sz melléklet), amit az iskolában kezdtünk el kitölteni, majd minden gyerek hazavitte és a szülővel együtt fejezték be a kérdőív kitöltését. Fontos volt ez így, mert nem tud minden szülő olvasni, de a gyerekek már az iskolában megértették, hogy miről van szó, s így otthon könnyedén befejezték a kérdőív kitöltését. Másrészt az iskolai szabadidős tevékenység során, a gyerekekkel együtt ellátogattam arra a településrészre, ahol a gyerekek élnek. Nem mentem be egy családhoz sem, de láttam a tanulóim körülményeit és beszélgettem a szülővel is.

A kérdőívet összegezve (3. sz melléklet) illetve amikor láttam a tanulóim körülményeit megállapítottam, hogy a tanulóimnak rendezett a családi háttere. Két tanuló nem él a szüleivel. Egyikőjüknek meghaltak a szülei, s most az egyik idősebb testvére és annak családja fogadta be, akiknek az egyik gyermekével egyidős és saját gyermeküként szeretik és nevelik. A másik gyereket csecsemő kora óta a nagyszülei nevelik, mert nem viseltek rá gondot a saját szülei. Mindkét gyereket megviselte ez a helyzet, de a körülményeik megfelelőek. Minden családnak van valamilyen jövedelme, s ha nem is gazdagok, de rendezettek az anyagi körülményeik. Bár sokan nagyon szerényen élnek, nincs fürdőszobájuk, de még vezetékes vizük sem, mindannyian tisztán és tiszta öltözékben járnak iskolába. Hátrány, hogy a szülők nagyrésze nem tanult tovább, akinek több mint nyolc általánosa van, az is csak három hónapos szakmai képzést jelent.

Bár falun élnek, de két családot kivéve nem gazdálkodnak, sem növénytermesztéssel, sem állattenyésztéssel nem foglalkoznak. Mindez annak ellenére, hogy a 19-ből 17 anya háztartásbeli. A szülői értekezletek alatti beszélgetésekből, s az egyéni, szülővel való kapcsolattartás során arra a következtetésre jutottam, hogy a szülők úgy gondolják, hogy a tanítás az iskola feladata, s ebben nekik annyi a szerepük, hogy elküldik a gyereket az iskolába. Ebből adódik, hogy a gyerekek nem tanulnak délután otthon, s házi feladatot is csak az órák közötti szünetekben írnak.

Láttam, hogy ha azt szeretném, hogy a fejlesztő tanítási kísérlet sikeres legyen, akkor arra kell törekedjek, hogy az iskolában megértsék, megjegyezzék, s be is gyakorolják mindazt, amivel foglalkozunk, mert otthon nem tesznek hozzá semmit sem. Ezért a kísérleti tanítást úgy terveztem meg,

hogy minden témakörre jusson legalább két óra, hogy legyen lehetőségük a tanulóknak nemcsak megérteni, de begyakorolni is. Valamint arra is próbáltam törekedni, hogy a kísérletet lezáró felmérés előtt legyen alkalom egy újabb felelevenítésre, gyakorlásra, ismétlésre.

Tettem mindezt azért, mert Katz Sándor nagyon ideillően megfogalmazta, hogy miért is kell visszatérni újra és újra a szöveges feladatok megoldására: „Az a tapasztalatom, ahhoz, hogy egy módszert, ötletet, alkalmazás-képesen elsajátítsanak a tanulók, azzal legalább háromszor kell találkozniuk. (Időben jól elkülönült esetekben. Egyszerre megoldott három feladat nem helyettesíti a többszöri találkozást.) Egyszer, amikor megmutatják nekik, vagy rávezetik őket. Ezt egy ismétléssel fel kell eleveníteni. Az a legjobb, ha harmadszor már valamivel összekapcsolva, összehasonlítva kerül felelevenítésre.” (Ambrus, 2011, 5.o.)

4. A fejlesztő oktatási kísérletek óraterve

A tanulók előzetes felmérése, a szövegolvasási hibák javítása, szövegértési nehézségek feltárása-javítása

Értő olvasási írásbeli teszt – 1 óra

A tanulók hangos olvasásának felmérése – 2 óra

Előteszt – 1 óra

Az elsőrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése – 2 óra

A másodrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése – 2 óra

Naponta hétfőtől-péntekig 15 perces olvasási gyakorlat, a tanítási órák előtt.

(2017. jan.9 - 2017.febr.3)

Az egyenletek megoldásához szükséges algebrai ismeretek elsajátítása

Algebrai kifejezések és helyettesítési értékük – 2 óra

Algebrai kifejezések összevonása – 2 óra

Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek – 2 óra

Szöveges feladatok megoldása aritmetikai módszerrel

Hogyan oldjunk meg feladatokat?

-a feladatmegoldás lépései

-az adatok vizsgálata – 2 óra

Készítsünk ábrát!

-szöveges feladatok megoldása aritmetikai módszerekkel – 2 óra

Következtessünk visszafelé – 2 óra

Tartsuk meg az egyensúlyt – 1 óra

Aritmetikai és algebrai módszer

Egyenlettel könnyebb?! - feladatok, melyeket megpróbálunk megoldani

egyenletekkel is és aritmetikai módszerrel is – 1 óra

A mérlegelv módszerének alkalmazása – 3 óra

Szöveges feladatok változatos megoldása – 3 óra

Az eredmények felmérése – 2 óra

Összesen 30 óra, amiből:

- előzetes felmérés, elemzés – 8 óra
- tényleges kísérlet – 20 óra
- az eredmények felmérése – 2 óra

5. A kutatás módszerei

Előteszt

A kísérleti tanítás megkezdése előtt minden tanuló egy felmérőt írt. Ez a felmérő 12 feladatot tartalmazott. A feladatok között volt számolási feladat, szöveges feladat megoldási stratégia alkalmazását igénylő feladat, a változó helyettesítését igénylő egyszerű számolási feladat, egy kerületszámításos feladat is szerepelt, illetve törvényszerűségek megtalálása és alkalmazása is helyet kapott a tesztben. A tanulók előzetes ismereteivel ezek a feladatok megoldhatók. Az előteszt kiértékelése után személyesen elbeszélgettem azokkal a tanulókkal, akiknél nem volt pontosan követhető a gondolatmenet.

Utóteszt és késleltetett felmérő

A fejlesztő tanítási kísérlet végén egy zárótesztet írtak a tanulók. Ennek a tesztnek a szerkezete hasonló, mint az előtesztté, csak itt 13 feladat volt, s több volt a szöveges feladatok száma. A kísérlet lezárása után két hónappal a záróteszt feladataiból egy késleltetett felmérőt írtak a tanulók.

Füzetek ellenőrzése

Fontosnak tartottam, hogy a tanulók minden írásbeli munkája nyomon követhető legyen. Mivel nem jellemző a roma gyerekekre a rendszeres odafigyelés az iskolai felszélésre, hanem gyakran otthon felejtik, más tantárgyat hoznak, ezért vásároltam 19 matematikafüzetet és megfelelő írószereket is. Minden óra elején kiosztottuk a füzeteket, s óra végén összeszedtük azokat.

Egyrészt így soha nem maradt otthon egy füzet sem, másrészt mindig utána tudtam nézni, hogy kinek milyen nehézsége adódott az órán.

Hangfelvétel, fénykép

Minden óráról hangfelvétel készült, amikor is rögzítettem mindazt, amit a gyerekek mondtak. A hangfelvétel mellett fényképeket is készítettem a gyerekekről munka közben, illetve a munkájukról is.

IV. Kísérleti tanítás

A kutatás 2017 január 9-én kezdődött és 2017 március 24-én fejeződött be.

Az osztálynak matematikatanára és osztályfőnöke vagyok ötödik osztálytól.

Az osztály tanulói: Csilla, Márkó, Edina, Alexa, Amanda, Erik, Laura, Annamária, Álváró, Árpai, Junior, Brigitta, Krisztofer, Bea, Páti, Jáfet, Kriszti, Alina és Mari.

Az osztály jelenlegi összetétele ebben a tanévben alakult ki. Most 10 olyan tanuló van az osztályban, aki már az ötödik osztályt együtt kezdte. A 19 tanulóból mindössze 7 tanuló van, aki még egyszer sem bukott. A többiek már egyszer, de van, aki kétszer is ismételte valamelyik osztályt.

1. Értő olvasási írásbeli teszt

A kísérlet megkezdése előtt, mivel szöveges feladatok megoldása szerepelt a kísérletben, minden tanuló egy értő olvasás tesztet végzett el. A tesztet a romániai oktatásügyi minisztérium honlapján találtam, amit 2012-ben az alsó tagozat elvégzésekor az anyanyelvi felmérőn alkalmaztak. A teszt egy lerövidített változatát oldották meg a kísérletben szereplő tanulók. A teszt egy rövid mese szövegét tartalmazta. A mese elolvasása után a tanulóknak bizonyos kérdéseket kellett megválaszolni, a mese szereplőinek a jellemvonásait kiemelni, a mese tartalmára vonatkozó kérdésekre válaszolni. (4. sz. melléklet) Az értő olvasás teszt alapján megállapítottam, hogy tanulóim megértették ezt a rövid, egyszerű nyelvezetű szöveget. Amikor a szereplőkkel kapcsolatos kérdéseket kaptak, illetve a szöveg szerkezetét kellett sorrendbe rakni, akkor minden gond nélkül megoldották a feladatot. Az utolsó két feladat volt a tanulóknak nehéz. Amikor új címet kellett adjanak, illetve amikor a mese tanulságát kellett megfogalmazniuk.

Három olyan tanuló volt, aki a szöveghez egyáltalán nem illő címet adott. A 19-ből csak 8 tanuló fogalmazott meg tanulságot, heten a mese tartalmát írták le, s négy tanuló semmit sem írt. Amikor elbeszélgettünk, s megpróbáltam rávezetni őket, láttam, hogy szóban sem tudják megfogalmazni a tanulságot. Ezeknek a tanulóknak, nagyon szegényes a magyar szókincse, s mivel sokan otthon, s egymás közt is roma nyelven beszélnek (ezt hallom az osztályteremben szünetekben), ezért nagyon nehezen fogalmazzák meg gondolataikat. A tanulók jellemzően nagyon rossz helyesírással rendelkeznek.

A kísérlet során figyelmet fordítottam arra, hogy amikor elolvastak egy szöveget, akkor azt mondják el a saját szavaikkal is. Ez nagyon nehéz volt, mert inkább hangosan fel akarták olvasni, mint elmondani saját szavakkal a lényegét. Ilyenkor rávezető kérdéseket alkalmaztam, hogy így könnyebb

legyen a gondolataik összefoglalása. Az írásbeli nehézségeket úgy próbáltam javítani, hogy a szöveges feladatok végén kötelező volt egy bővített mondattal válaszolni, nem volt elég az egy-két szavas válasz.

2. A hangos olvasás felmérése

A kísérleti tanítás következő lépése a roma tanulók hangos olvasásának felmérése. Ehhez a tanulók egy-egy ismeretlen szövegrészletet olvastak fel a 7. osztályos magyar nyelv és irodalom tankönyvéből, Tamási Áron: Szikra fia című novellájából. A hangos olvasás során felmértem, hogy milyen szintű a tanulók olvasási képessége (6. táblázat).

| | | | | | |
|-----------------------|---------------------|--|---|-------------------|---------------|
| Betűfelismerés | gyors hibátlan | olykor téveszt | bizonytalan | | |
| | 10,5% | 52,6% | 36,8% | | |
| Hangerő | jól hallható | halk, bizonytalan | | | |
| | 89,4% | 10,5% | | | |
| Tempó | jó | megfelelő | lassú | | |
| | 5,2% | 89,4% | 5,2% | | |
| Folyamatosság | ütemes | szótagoló | akadozó | | |
| | 47,3% | 10,5% | 42% | | |
| Pontosság | pontos | kevés hiba | betű kihagyás | betű tévesztés | mást olvas |
| | 5,2% | 47,3% | 15,7% | 26,3% | 5,2% |
| Mondathatárok | mindig megfelelő | olykor figyelman kívül hagyja | gyakran figyelman kívül hagyja | | |
| | 5,2% | 26,3% | 68,4% | | |
| Hangsúlyozás | kifejező | nem kifejező | | | |
| | 5,2% | 97,4% | | | |

6) táblázat Hangos olvasási képességet összesítő táblázat

Összefoglalva: megállapítható, hogy minden tanuló ismeri az ábécét. Nincs problémájuk a betűk felismerésével. Viszont csak 3-4 mondatot képesek folyékonyan felolvasni, ezután elfáradnak, s onnantól sok hibát vétének.

Gyakori a betűtévesztés, akkor, amikor nagyon „jól” akarnak szerepelni. Ha türelmesek az olvasásnál, akkor nem hibáznak.

Nagyon jelentős hiba és általános érvényű is az osztályban, hogy nem veszik figyelembe az írásjeleket. A mondattagolásokra használt jelek fölött átsuhannak, s ezért nem is érthető, amit olvasnak.

Mivel a szöveges feladatok megoldásánál alapkövetelmény a szöveg elolvasása és megértése, 2017 januárjától napi szintű olvasási gyakorlatot vezettünk be. Minden nap a tanítási órák előtt 15 perces hangos olvasási gyakorlatot tartottunk az osztályban. A tanulók fele szívesen jött hamarabb az iskolába ezekre a foglalkozásokra, azok, akik amúgy is mindig korábban érkeztek. De sokan nem tudtak időben odaérni. Ezért minden tanuló egy saját kézzel készített olvasási naplóba jegyezte le, amit aznap otthon, vagy az iskolában olvasott (I. kép). Ez a módszer hatékonynak bizonyult, valószínűleg azért, mert újdonságként hatott. A tanulóimnak vittem folyóiratokat, magazinokat, olvashattak internetes híreket, sőt két lány magyar népmesét szeretett volna olvasni, s nekik mesekönyvet adtam kölcsön.



I. kép Az egyéni olvasónaplók

3. Előteszt

Miután a tanulóim olvasási képességét megismertem, felmértem, hogy milyen matematikai tudásnak vannak birtokában. Mivel két éve már tanítom ezt az osztályt, nagyrészt már ismerem a tanulóimat, de vannak, akik ebben a tanítási évben kerültek az osztályba, s őket nem ismerem annyira, mint a többieket. Illetve eddig olyan ismeretekről kellett számot adniuk, amelyeket nem sokkal a felmérés előtt tanultak, sőt a felmérések előtti órán újra átismételtük őket. Most fel szerettem volna mérni, hogyan gondolkoznak és számolnak, ha szöveggel van megfogalmazva a feladat. Mennyire képesek törvényszerűségeket észre venni, majd alkalmazni a számolásokban. Van-e valamilyen szöveges feladat megoldási technikájuk, amit még elemiben

elsajátítottak. Szerettem volna felmérni azt is, hogy van-e különbség a feladatmegoldások sikerességében attól függően, hogy szöveges feladatot oldanak, illetve amikor nem. Valamint szerettem volna látni, hogy az ismert szövegkörnyezet segít-e a tanulóimnak.

A felmérő első három feladata az absztrakt gondolkodás alapjainak meglétét segített felmérni.

A felmérő 1. feladatában általánosítani kellett és felírni a megfelelő algebrai kifejezéseket. A 2. és 3. feladatban a helyettesítési értékeket kellett kiszámolni.

A 4. feladat az egyenlőségjel helyes értelmezésére vonatkozott.

Az 5. feladattól kezdődően szöveges feladatokat kellett megoldaniuk a tanulóknak. Az 5. feladattal szerettem volna felmérni, hogy ismernek-e, illetve tudnak-e alkalmazni valamilyen szöveges feladat megoldási technikát.

A 6. és 11. feladatok összetett feladatok, hasonló matematikai modell kell a megoldásukhoz. A különbség a feladatok szövegében van, mert egyikük kapcsolódik a gyerekek hétköznapi életéhez, a másik nem. A cél az volt, hogy felmérhető legyen, hogy fontos-e a szöveg kapcsolódása a gyerekekhez, vagy ez lényegtelen.

A 7. és 8. feladatok egyszerű megfogalmazású, egyműveletes szöveges feladatok, ahol a szöveg értelmezése volt a cél, majd ezután egyetlen művelet elvégzésével megoldható lett a feladat. A különbség, hogy az egyik additív, a másik multiplikatív jellegű feladat.

A 9. feladat egy fordított szövegezésű feladat, alapos szövegértelmezést igényelt a megoldása.

A 10. feladatban össze kellett kapcsolják a tanulók aritmetikai és geometriai ismereteiket.

A 12. feladat egy összetett feladat, mert előbb meg kellett fogalmazzák, hogy mit is jelentenek az ábrák, majd ezután keresni egy megoldási módot.

Előzetes felmérés feladatai

1. A következő ábrákon milyen szám írható az üres téglalapokba?

| | | | | |
|---|----|----|----|----------|
| 2 | 7 | 15 | | n |
| 5 | 10 | 18 | 24 | |

| | | | | |
|---|---|----|-----|-----|
| 1 | 3 | 8 | 100 | |
| 2 | 6 | 16 | | 2·m |

2. Ha $k = 7$, akkor mennyivel egyenlő $k + 2$?
3. Ha $c = 2$, akkor mennyivel egyenlő $6 \cdot c$?
4. Milyen számot írhatunk az üres négyzetbe?

$$5 + 8 = \square + 10$$

5. Panni és anyukája együtt 48 évesek. Az anya háromszor annyi idős, mint a lánya. Hány évesek külön-külön?
6. Egy áruházban tejes dobozokat helyeznek el a raktárban. Egy raklapra 6 dobozt raknak egymás mellé, 5 dobozt egymás háta mögé és 10 sort egymás tetejére. Hány doboz lesz egy raklapon?
7. Jáfeték családjában 5 gyerek van. Anyukájuk minden gyereknek vásárol 3 pár zoknit. Hány pár zoknit vásárolt az édesanya?
8. Csillának van 12 leje. Briginek 3 lejjel több pénze van, mint Csillának. Hány leje van Briginek?
9. Alina és Edina barátnők. Mindkettőjüknek ugyanannyi színes ceruzája van. Alinának 9 ceruzája van otthon és 7 az iskolában. Hány színes ceruzája maradt otthon Edinának, ha 10-et hozott az iskolába?
10. Ez a mi osztálytermünk alakja:

12 méter



8 méter

Hány méter színes papírfüzért kell készítsünk, ha körbe, minden falra szeretnénk díszítést készíteni vele?

11. Az iskolai kekszet egy karton dobozban kapta az osztály. Erik megszámolta, hogy egymás tetején három sor keksz volt. Álváró pedig azt számolta meg, hogy egymás mellett 8 keksz volt egy sorban, s összesen 5 ilyen sor volt rakva a dobozba. Hány kekszet kapott az osztály?
12. Elromlott az óránk az osztályban:

| A pontos idő | Amit az óra mutat |
|----------------|-------------------|
| 11 óra 10 perc | 11 óra 13 perc |
| 12 óra 7 perc | 12 óra 10 perc |
| 13 óra 45 perc | |
| | 14 óra 30 perc |

Írd be a hiányzó időpontokat!

A feladatmegoldások elemzése

1. feladat

A következő ábrákon milyen szám írható az üres téglalapokba?

| | | | | |
|---|----|----|----|-----|
| 2 | 7 | 15 | | n |
| 5 | 10 | 18 | 24 | |

| | | | | |
|---|---|----|-----|-------------|
| 1 | 3 | 8 | 100 | |
| 2 | 6 | 16 | | $2 \cdot m$ |

A feladatmegoldásokat a 7. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 1 |
| Részleges megoldás | 9 |
| Helytelen megoldás | 7 |
| Nem foglalkozott vele | 2 |

7) táblázat Az 1. feladat eredményeinek megoszlása

Alexa oldotta meg helyesen a feladatot. A részleges megoldást adók közül 7-en valamelyik szám feladatot oldották meg helyesen, míg Bea és Krisztofer a változókkal is írt helyes eredményt. Csilla és Jáfet egyáltalán nem foglalkozott a feladattal.

A személyes beszélgetések során az derült ki, hogy akik nem oldották meg vagy teljesen elrontották a feladat megoldását, azok egyáltalán nem értették, hogy mi a teendőjük egy ilyen feladat esetén. Azok akik a második táblázat esetén észrevették a törvényszerűséget, elmondták, hogy az első táblázatnál is megpróbálták összeadni, de ott nem jött ki. Csak két tanuló, Alexa és Bea beszélt szorzásról, a többiek összeadással dolgoztak.

2. feladat

Ha $k = 7$, akkor mennyivel egyenlő $k + 2$?

A feladatmegoldásokat a 8. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 4 |
| Helytelen megoldás | 10 |
| Nem foglalkozott vele | 5 |

8) táblázat Az 2. feladat eredményeinek megoszlása

A helyes megoldást adó tanulók közül Annamária és Erik adatokat is írt, míg Márkó és Árpi csak az eredményt írta le.

A helytelen eredményt megadó tanuló közül Junior nem kettőt adott a héthez, hanem kétszer adta össze a hetet. Voltak olyan tanulók, akik úgy dolgoztak, mintha a k értékét kellene kiszámolni, ha $k + 2$ egyenlő 7-tel. Volt, aki ki is számolta, hogy akkor az eredmény 5, de nem tudta megindokolni a számításait. A beszélgetések alatt úgy tűnt, hogy több tanuló is látva a számokat, elkezd ezekkel a számokkal valamilyen számítást végezni, anélkül, hogy átgondolná vagy egyáltalán gondolkodna azon, hogy itt most mit kellene tenni.

Csilla és Jáfet mellett (akik az 1. feladattal sem foglalkoztak) Álváró, Páti és Mari sem próbálta megoldani a feladatot.

3. feladat

Ha $c = 2$, akkor mennyivel egyenlő $6 \cdot c$?

Ez a feladat hasonló típusú volt, mint az előző, csak itt nem összeadni, hanem szorozni kellett volna. Azok a tanulók, akik nem oldották meg az előző feladatot, itt sem próbálkoztak. Viszont itt heten oldották meg helyesen a feladatot. Ugyanúgy, mint az előző feladatnál, akik ott eredményt írtak, azok itt is, s akik ott leírták a számításokat, azok itt is a lapon számoltak. Hasonló hibák voltak, mert ismét egyenletként fogták fel a feladatot, mintha ki kellene számolni a c értékét. Junior, aki az előző feladatban szorozott összeadás helyett, most hatványozott, mert számára kettővel megszorozni a hatot, az annyit jelent, hogy kétszer önmagával megszorozni a hatot.

4. feladat

Milyen számot írhatunk az üres négyzetbe?

$$5 + 8 = \square + 10$$

A negyedik feladat volt az egyike azoknak a feladatoknak, amivel mindenki foglalkozott, viszont egyetlen egy helyes megoldás sem volt a 19-ből.

A leggyakoribb megoldás a 23 volt, mert tanulóim indoklása szerint össze kellett adni a feladatban szereplő számokat, azaz $5 + 8 + 10 = 23$.

A többi tanuló szerint be kellett írni, hogy mennyi $5 + 8$, ami 13. Amikor megkérdeztem, hogy a 10 miért van ott, mit kellett elvégezni vele kapcsolatban, volt, aki azt mondta, hogy ő azt elfejeltette hozzáadni, volt, aki megmondta, hogy ő nem tudja mit kellett csinálni vele.

A tanulók az egyenlőségjel láttán úgy gondolják, hogy valamilyen számítást kell elvégezniük. Számunkra az egyenlőségjel egy cselekvésre „utasító” jel a matematikában.

5. feladat

Panni és anyukája együtt 48 évesek. Az anya háromszor annyi idős, mint a lánya. Hány évesek külön-külön?

A feladatmegoldásokat a 9. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 0 |
| Részleges megoldás | 2 |
| Helytelen megoldás | 16 |
| Nem foglalkozott vele | 1 |

9) táblázat Az 5. feladat eredményeinek megoszlása

Ez a feladat szolgált volna arra, hogy lássam milyen aritmetikai szöveges feladatmegoldási módszerekre emlékeznek elemi osztályból a tanulók.

Bea és Márkó, jól indult el, figyelembe vették, hogy az életkorok összege 48, illetve, hogy háromszor nagyobb, de sajnos a 48-at elosztották hárommal. Mindkettőjüknek 16 jött ki. Bea szerint „Panni: 16 éves, anya: 32 éves”. Márkó szerint „Panni: 48 éves, az anyukája: 192 éves”.

10 tanuló csak az egyik adatot vette figyelembe, azt, hogy együtt 48 évesek. S azt írták, hogy ha Panni 18 éves, akkor az anyukája 30 éves, vagy 11 és 37 stb. Mari volt az egyedüli, aki nem foglalkozott a feladattal.

6. feladat

Egy áruházban tejes dobozokat helyeznek el a raktárban. Egy raklapra 6 dobozt raknak egymás mellé, 5 dobozt egymás háta mögé és 10 sort egymás tetejére. Hány doboz lesz egy raklapon?

A feladatmegoldásokat a 10. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 0 |
| Helytelen megoldás | 17 |
| Nem foglalkozott vele | 2 |

10) táblázat Az 6. feladat eredményeinek megoszlása

Kilenc tanuló volt, akik összeadták a számokat, s eredménynek beírták a 21-et. Hét tanuló nem számolt semmit sem, csak feleletet írtak, ahol a mondatukba belefoglalták, hogy: 57 doboz, körül-belül 60 doboz, 87 doboz. Nem tudták megindokolni, hogy miért, mindössze annyit mondtak, hogy szerintük ez a jó eredmény.

Bea előbb összeadott: $6+5=11$, majd szorozott $11 \times 10=110$. Szerinte ennyi az eredmény. Erik a feladat mellé odaírta, s fel is hívta rá a figyelmemet, hogy ő nem értette ezt a feladatot.

Edina és Árpi nem foglalkozott a feladattal.

A 7., 8., 9. feladat az osztály tanulóihoz kapcsolódott. Egyszerű számítási feladatok, az osztályhoz kapcsolódó szövegkörnyezettel. Jáfetek tényleg öten testvérek. Csilla és Brigi, illetve, Alina és Edina jó barátnők.

Ezzel a három feladattal szinte minden tanuló foglalkozott.

7. feladat

Jáfetek családjában 5 gyerek van. Anyukájuk minden gyereknek vásárolt 3 pár zoknit. Hány pár zoknit vásárolt az édesanya?

A feladatmegoldásokat a 11. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 15 |
| Helytelen megoldás | 4 |
| Nem foglalkozott vele | 0 |

11) táblázat Az 7. feladat eredményeinek megoszlása

A 7. feladat esetén volt, aki fejben számolt, s volt, aki összeadással számolt, de 15-en jól gondolkodtak.

Annamária nem figyelte a szövegre, szerinte 3 a megoldás, de amikor együtt olvastuk el a feladatot, rájött, hogy ő csak egy gyerekre gondolt.

Amanda azt számolta ki, hogy hány darab zoknit, s nem pár zoknit vett az anyja. Edina pedig a 7. és 8. feladatot „egybeolvasta”, s ugyan kiszámolta, hogy 15 pár zokniról van szó, de megszorozta ezt 3 lejjel, s feleletnek azt írta, hogy anyja 45 lejt fizetett.

Junior eredménynek 8-at írt, de ő sem tudta megindokolni, hogy miért.

8. feladat

Csillának van 12 leje. Briginek 3 lejjel több pénze van, mint Csillának. Hány leje van Briginek?

A feladatmegoldásokat a 12. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 14 |
| Helytelen megoldás | 4 |
| Nem foglalkozott vele | 1 |

12) táblázat Az 8. feladat eredményeinek megoszlása

Alexa összeadás helyett szorozott, s 36 lett az eredménye.

Amanda pedig hármasszabállyal próbált dolgozni, míg Álváró 28-at írt, de nem tudta megindokolni, hogy miért.

Brigi nem olvasta el figyelmesen a szöveget, mert annyit írt, hogy 3 leje van, viszont a közös olvasásnál azonnal rájött a hibájára.

Edina volt, aki nem foglalkozott ezzel a feladattal, mert ő az előző feladattal „együtt” oldotta meg.

9. feladat

Alina és Edina barátnők. Mindkettőjüknek ugyanannyi színes ceruzája van. Alinának 9 ceruzája van otthon és 7 az iskolában. Hány színes ceruzája maradt otthon Edinának, ha 10-et hozott az iskolába?

A feladatmegoldásokat a 13. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|-----------------|
| | 4.feladat | 9.feladat |
| Helyes megoldás | 0 | 8 |
| Helytelen megoldás | 19 | 10 |
| Nem foglalkozott vele | 0 | 1 |

13) táblázat Az 4. és 9. feladat eredményeinek megoszlása

A kilencedik feladat megoldásához hasonló matematikai modell kell, mint a negyedik feladathoz.

Ennél a feladatnál általában fejben számoltak a tanulók, s ezért nem lehetett pontosan nyomon követni, hogy a gondolatmenetük volt-e helytelen vagy rosszul számoltak.

Álváró volt az egyedüli, aki nem foglalkozott a feladattal.

10. feladat

Ez a mi osztálytermünk alakja:

12 méter



8 méter

Hány méter színes papírfüzért kell készítsünk, ha körbe, minden falra szeretnénk díszítést készíteni vele?

A feladatmegoldásokat a 14. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 6 |
| Helytelen megoldás | 11 |
| Nem foglalkozott vele | 2 |

14) táblázat Az 10. feladat eredményeinek megoszlása

Laura, Junior és Kriszti csak félkerületet számoltak. Az egyéni beszélgetés során meglepődtek a kérdésen, hogy miért nem adták hozzá az összeghez a másik két oldal hosszát is. A válasz az volt, hogy arra nem volt ráírva a

hosszuk. Mindhárman meg tudták mondani, hogy a két ismeretlen hosszúságú oldal hány méter, de szerintük azt kell összeadni, ami oda van írva. Tehát ismét nem gondolkodtak azon, amit a feladat kért, csak számításokat végeztek az adott és látható számokkal.

Mari és Csilla voltak, akik nem foglalkoztak a feladattal.

11. feladat

Az iskolai kekszet egy karton dobozban kapta az osztály. Erik megszámolta, hogy egymás tetején három sor keksz volt. Álváró pedig azt számolta meg, hogy egymás mellett 8 keksz volt egy sorban, s összesen 5 ilyen sor volt rakva a dobozba. Hány kekszet kapott az osztály?

A 6. feladat és a 11. feladat szinte teljesen hasonló szerkezetű. A különbség a számokban van. Illetve, az, hogy a 11. feladat egy életszerű feladat. A tanulók valóban kapnak kekszet uzsonnára, amit egy dobozban sorba rakva hoznak meg. Még senki sem számolta meg, hogy hány keksz is van egy sorban, illetve az oszlopokban. Ezzel a két feladattal szerettem volna felmérni, hogy számít-e a tanulóknak a vizuális kép megléte az agyukban, az-az, hogy már láttak ilyet, vagy a feladatmegoldás teljesen független ettől.

A feladatmegoldásokat a 15. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|-----------------|
| | 6.feladat | 11.feladat |
| Helyes megoldás | 0 | 1 |
| Részleges megoldás | 1 | 6 |
| Helytelen megoldás | 16 | 12 |
| Nem foglalkozott vele | 2 | 0 |

15) táblázat Az 6. és 9. feladat eredményeinek megoszlása

A feladatban a személynevek, az osztályba járó gyerekek nevei voltak.

Alexa, aki helyesen dolgozott, előbb kiszámolta, hogy mennyi 3×8 , majd az eredményt összeadta önmagával ötször.

Hat olyan tanuló volt, Erik, Laura, Brigi, Bea, Kriszti és Jáfet, akik jól indultak el, mert kiszámolták, hogy mennyi 5×8 , illetve 5×3 , de ezután vagy nem számoltak tovább vagy, összeadással folytatták a feladatot.

Ketten csak összeadták a számokat, s eredménynek 16-ot írtak, s tíz tanuló számolás és indoklás nélkül írt eredményt.

12. feladat

Elromlott az óránk az osztályban:

| | |
|-----------------------|--------------------------|
| <i>A pontos idő</i> | <i>Amit az óra mutat</i> |
| <i>11 óra 10 perc</i> | <i>11 óra 13 perc</i> |
| <i>12 óra 7 perc</i> | <i>12 óra 10 perc</i> |
| <i>13 óra 45 perc</i> | |
| | <i>14 óra 30 perc</i> |

Írd be a hiányzó időpontokat!

A feladatmegoldásokat a 16. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 4 |
| Helytelen megoldás | 15 |
| Nem foglalkozott vele | 0 |

16) táblázat Az 12. feladat eredményeinek megoszlása

A 12. feladatnál a táblázat mindkét oszlopából hiányoznak számok.

Minden tanuló foglalkozott a feladattal, de csak 4 olyan tanuló volt, aki helyesen számolt, s mindkét üres négyzetbe helyes számot írt: Alexa, Erik, Laura, Amanda.

Összehasonlítva az első feladattal, ahol az első feladat szintén egy összeggel kapcsolatos törvényszerűség megtalálását feltételezte, itt több tanuló próbálta meg megoldani a feladatot, s míg ott egy megoldás sem volt helyes, itt négyen jól gondolkodtak.

Az előteszt elemzésének összegzése:

A megoldásokból látható, hogy az absztrakt gondolkodás alapjai hiányoznak ezeknél a tanulóknál. Ha meg is találták a törvényszerűségeket, nem tudtak általánosítani az 1. feladatban. A 2. és 3. feladat esetén voltak, akik jól számolták ki a helyettesítési értékeket, de ezeknek a tanulóknak a száma igen kicsi az osztálylétszámhoz képest.

Nincsenek tisztában az egyenlőségjel jelentésével, a 4. feladatot egy tanuló oldotta meg helyesen.

A tanulók nem tudnak alkalmazni aritmetikai szöveges feladat megoldási módszert, amellyel sikeresen meg tudták volna oldani az 5. feladatot.

A tanulók azokat a feladatokat oldották meg helyesen, melyek egyszerű szövegezésűek voltak, s a megoldásukhoz egy művelet elvégzésére volt szükség, vagyis a 7. és 8. feladat.

Ahol már összetettebb volt a feladat, két műveletet kellett elvégezni, ott kisebb arányban dolgoztak helyesen a tanulók a 9. feladatnál.

A hosszabb szövegű feladatoknál a feladat megértése is gondot okozott, kevés volt a helyes megoldást adó tanulók száma a 6. feladat és 11. feladatnál.

A meglévő ismereteiket nem vagy nehezen tudják alkalmazni új szövegkörnyezetben. Bár hetedik osztályban is alkalmazták a terület kiszámítást, mégis mindössze hat olyan tanuló volt, aki a 10. feladatban kiszámolta a téglalap területét.

A 12. feladat egy összetett feladat volt, előbb meg kellett érteni a táblázat felépítését, majd ezután következhetett a megoldás. A tanulók nagyrésze nem képes ilyen összetett gondolkodásra és cselekvésre.

A sikeres feladatmegoldásokból látható, hogy sokat segít a tanulóknak, ha a szövegkörnyezet olyan, mely számunkra ismerős: pl. 6.-11. feladat, illetve 4.-9. feladat.

Előteszt a többi hetedik osztállynál:

A feladatlapot én állítottam össze, úgy, hogy előzőleg nem foglalkoztak a tanulóim ezekkel a feladatokkal. Tapasztalatom szerint a feladatok megoldhatók egy romániai hetedik osztályos tanuló által. Ezt szerettem volna ellenőrizni, amikor az előtesztet a másik két általam tanított hetedik osztállyal is elvégeztettem. A tesztet 34 tanuló oldotta meg a 7.B és 7.C osztályból, ketten hiányoztak a teszt megírásának napján. Az eredményeket a 17. táblázatban mutatom be:

| Feladat | Osztály | Helyes megoldások száma/aránya | Részleges megoldás | Helytelen megoldás | Nem foglalkozott vele |
|---------|------------|--------------------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|
| 1. | 7.B, C | 10 – 29% | 14 | 5 | 5 |
| | 7.D | 1 – 5% | 9 | 7 | 2 |
| 2. | 7.B, C | 23 – 67% | 1 | 6 | 4 |
| | 7.D | 4 – 21% | 0 | 10 | 5 |
| 3. | 7.B, C | 23 – 67% | 2 | 5 | 4 |
| | 7.D | 7 – 36% | 0 | 7 | 5 |
| 4. | 7.B, C | 16 – 47% | 2 | 12 | 4 |
| | 7.D | 0 – 0% | 0 | 19 | 0 |
| 5. | 7.B, C | 13 – 38% | 3 | 14 | 4 |
| | 7.D | 0 – 0% | 2 | 16 | 1 |
| 6. | 7.B, C | 10 – 29% | 5 | 14 | 5 |
| | 7.D | 0 – 0% | 1 | 16 | 2 |
| 7. | 7.B, C | 30 – 88% | 1 | 1 | 2 |
| | 7.D | 15 – 78% | 1 | 3 | 0 |
| 8. | 7.B, C | 30 – 88% | 0 | 2 | 2 |

| | | | | | |
|-----|------------|-----------------|----------|-----------|----------|
| | 7.D | 14 – 73% | 0 | 4 | 1 |
| 9. | 7.B, C | 24 – 70% | 1 | 4 | 5 |
| | 7.D | 8 – 42% | 0 | 10 | 1 |
| 10. | 7.B, C | 14 – 41% | 3 | 9 | 8 |
| | 7.D | 6 – 31% | 0 | 11 | 2 |
| 11. | 7.B, C | 14 – 41% | 2 | 9 | 9 |
| | 7.D | 1 – 5% | 6 | 12 | 0 |
| 12. | 7.B, C | 23 – 67% | 6 | 1 | 4 |
| | 7.D | 4 – 21% | 2 | 13 | 0 |

17) táblázat Az előzetes felmérés összesített eredményei

Megfigyelve az eredményeket, a vegyes magyar-roma osztályok lényegesen jobb eredményeket értek el, mint a kizárólag roma gyerekekből álló osztály. A 7., 8. és 10. feladatok esetén közelít a helyes megoldások aránya a vizsgált csoportok esetén.

A 7.B és C osztályokban volt **4** olyan tanuló, aki minden feladatot helyesen megoldott. Tehát az előzetes felmérő feladatai megfelelnek a hetedik osztálytól elvárható matematikai tudásszintnek.

Összegzés és következtetések:

Összegezve az előzetes felmérés eredményeit a kísérleti csoport tanítása sikeressé tehető, ha figyelembe vesszük a következőket:

- A feladatok szövege eleinte legyen rövid, egyszerű nyelvezetű és könnyen érthető a roma tanulók számára.
- A feladatok szövege legyen életszerű, s kimondottan a roma tanulók életéhez kapcsolódó, mert így szívesebben látnak hozzá a feladatok megoldásához.
- A tanulóknak be kell mutatni az aritmetikai feladatmegoldási módokat, s ezeket alkalmazni mielőtt rátérnénk az algebrai feladatmegoldásra.
- A siker érdekében érdemes az algebrai számításokat is előbb egyszerű szöveges példákon át bemutatni, majd induktív úton általánosítani.
- Az egyenlőségjel jelentését gyakorlati példákon keresztül kell rögzíteni, a kétkarú mérleg használata megfelelő erre a célra.
- A tanítási folyamat során sok manipulatív eszközt kell alkalmazni, mert amit megtapasztalnak, ami kézzelfogható azzal tudnak helyesen dolgozni.
- Mivel a roma tanulókra általában is, s ezekre a tanulókra is érvényes a kitartás hiánya, illetve az, hogy kevéssel is megelégszenek, s nem akarnak tovább tanulni és dolgozni, ezért érdemes a kíváncsiságukra

alapozni, mindig új kihívásokkal szembe állítani őket, s így fenntartani a munkakedvet.

4. Az elsőrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése

Mivel az előzetes felmérés eredményei arra utaltak, hogy ezeknek a roma tanulóknak az alpműveletek elvégzése is gondot okoz, az első néhány órán az ezekhez kapcsolódó ismereteket próbáltam feleleveníteni, átismételni.

A feladatmegoldásokat csoportos foglalkozás keretében kezdtük el. A tanulók igénye alapján alakultak ki az első csoportok. Mivel ezek a roma gyerekek ahhoz vannak szokva, hogy nincsenek szoros kötöttségek az otthoni életükben, ezért engedélyeztem, hogy ők határozzanak a csoportok kialakításáról.

Az első döntésük az volt, hogy nem lehetnek vegyes, fiú-lány csoportok.

Ezután két fiú csoport (3 ill. 5 fő), két lány csoport (4 ill. 5 fő) és egy lányokból alakult pár dolgozott együtt.

Minden csoport ugyanazokat a feladatokat kapta az első órán, mert szerettem volna megnézni, hogy hogyan dolgoznak. Az első észrevétel az volt, hogy minden csoport lelkesen és tettvággyal tele kezdett el dolgozni. A csoportoknak igényük volt a tanári segítségre. Ezért minden csoport segítséget kapott, ha kérték azt. A csoportokkal való beszélgetéseket rögzítettem.

Feladatlap:

1. *Csillának van 12 leje. Briginek 3 lejjel több pénze van, mint Csillának. Hány leje van Briginek?* (Előteszt 8. feladat)
2. *Alina és Edina barátnők. Mindkettőjüknek ugyanannyi színes ceruzája van. Alinának 9 ceruzája van otthon és 7 az iskolában. Hány színes ceruzája maradt otthon Edinának, ha 10-et hozott az iskolába?* (Előteszt 9. feladat)
3. *Anya Laurát küldte vásárolni. 15,6 lejt kellett fizessen. De ekkor jutott eszébe, hogy kell még egy kilogramm almát is vásároljon. Hány lejt fizetett Laura, ha az alma kilogrammja 3,5 lej?
Mennyi visszajárót kapott, ha két darab 10 lejjel fizetett?*
4. *Két barát beszélget. Az egyikük azt mondja:
-Nekem van 16,35 lejem, amit papírgyűjtéssel kerestem. Ezenkívül a nagymamámtól 9,5 lejt kaptam.
-Nekem ugyanannyit pénzem van, mint neked. Én a nagyapámtól kaptam 12,70 lejt, s a többit kerestem papírgyűjtéssel.
Mennyi pénzt kapott a második barát a papírgyűjtésből?*

Az első két feladattal már az előfelmérőnél is találkoztak.

Az első feladatot minden csoport segítség nélkül könnyedén megoldotta, sőt a művelet elvégzésén kívül minden csoport feleletet is adott a feladat kérdésére.

A második feladat:

Alina és Edina barátnők. Mindkettőjüknek ugyanannyi színes ceruzája van. Alinának 9 ceruzája van otthon és 7 az iskolában. Hány színes ceruzája maradt otthon Edinának, ha 10-et hozott az iskolába?

Brigittáék csoportja nem boldogult a feladatmegoldásával.

Elolvasták ugyan a feladatot, de nem tudták elmondani, hogy miről szól a feladat szövege. Bár értették, hogy mit jelent az ugyanannyi kifejezés, de nem tudták hogyan oldják meg a feladatot. Ekkor azt a tanári segítséget kapták, hogy próbálják meg leírni külön-külön a lányokra vonatkozó adatokat.

Miután leírták az adatokat, az a tanári kérdés következett, hogy ki lehet-e számolni valamelyik lány ceruzáinak a számát? Brigitta szerint össze kell adni. Annamária ekkor összeadta, hogy $9+7$ az 12. Az ujjain számolt, de egyrészt számolási hibát vétett, másrészt nem vette figyelembe, hogy mindkét kezét kétszer használta a számolás során. Kétszer számolta ki újra és újra, de az eredmény ugyanaz lett, sőt a többiek is egyetértettek vele a csoportból. Ekkor a tanár azt az ötletet adta, hogy próbáljanak meg valódi színesceruzákat használni a számoláshoz. Amikor előkerültek a színesek. Könnyedén kiszámoltak 7 és 9 ceruzát, majd arra is rájöttek, hogy ebből elvesznek tízet, s meglesz a megoldás. Írásban is tudták, hogy előbb összeadni, majd kivonni kell a számokat.

A többi csoport önállóan, segítség nélkül megoldotta a feladatot.

Ezután azok a feladatok következtek, melyek nem szerepeltek az előzetes felmérésben.

A harmadik feladat:

Anya Laurát küldte vásárolni. 15,6 lejtt kellett fizessen. De ekkor jutott eszébe, hogy kell még egy kilogramm almát is vásároljon. Hány lejtt fizetett Laura, ha az alma kilogrammja 3,5 lejtt?

Mennyi visszajárót kapott, ha két darab 10 lejttel fizetett?

Ezt a feladatot három csoport oldotta meg helyesen, önállóan.

A Jáfeték csoportja nem tudta megoldani a feladatot és tanári segítséget kértek.

A csoportban lévők nehezen, szótagolva olvastak, tehát náluk a feladat szövegének megértése is gondot jelentett. Árpí ezután elmondta, hogy mi van a feladatban, vagyis, hogy Laura vásárolt a boltban. Nem tudták elmondani a saját szavakkal, hogy mit jelent, hogy kért még egy kg almát is. A tanár ekkor megkérdezte, hogy szoktak-e vásárolni. Mindegyikük gyakran vásárol. Ekkor megbeszélték, hogy mit lehetett vásárolni 15,6 lejtt. Ekkor újra

elolvasták a feladatot, s Álváró egyből rájött, hogy: "plusz, pluszt kell csinálni, hogy kiszámoljuk."

Megbeszélték, hogy a plusz az az összeadást jelenti.

A másik csoport helyesen gondolkodott, viszont számolási hibát vétettek, mert az azonos helyi értékkel rendelkező számokat nem írták egymás alá.

Az utolsó feladatig nem jutott el minden csoport.

A negyedik feladat:

Két barát beszélget. Az egyikük azt mondja:

-Nekem van 16,35 lejem, amit papírgyűjtéssel kerestem. Ezenkívül a nagymamámtól 9,5 lejt kaptam.

-Nekem ugyanannyit pénzem van, mint neked. Én a nagypapámtól kaptam 12,70 lejt, s a többit kerestem papírgyűjtéssel.

Mennyi pénzt kapott a második barát a papírgyűjtésből?

Két csoport egyáltalán nem oldotta meg ezt a feladatot, időhiány miatt.

Másik két csoport helyesen oldotta meg a feladatot, bár az egyik csoport segítséget kért, mert nem tudták, hogy milyen nevet adjanak a barátoknak. Ekkor megkérdezte a tanár, hogy a szövegben hogyan szerepel, de mivel nem voltak nevek első illetve második barátnak nevezték őket, s innen könnyen boldogultak.

Az utolsó csoport az volt, aki számolási hibát vétett az előző feladatnál, mert nem írták megfelelően a számokat és nem számoltak helyesen. Ez a csoport volt, amely a ceruzás feladatot nem tudta megoldani, amíg nem reprezentálták konkrét tárgyakkal. Itt a gondolatmenet helyes volt, kizárólag a számítás volt helytelen.

A következő órán, felhasználva az előző órai tapasztalatokat, a csoportok differenciáltan kaptak feladatokat.

Az a csoport, amely a tizedes törtekkel nem dolgozott helyesen, előbb néhány számolási feladatot kellett megoldjon, felelevenítendő a számolási módot.

Végezd el a számításokat!

a) $16,18+25,63$

b) $123,45+32,8$

c) $65,2+853,97$

d) $45,78-32,69$

e) $265,36-33,8$

f) $97,8-85,67$

Ez a csoport az előző órán már dolgozott tizedes számokkal, s itt most csak arra kellett figyelmeztessem őket, hogy a figyeljenek oda a felírási módra. Ezt követően önállóan megoldották a feladat minden alpontját.

Az a két csoport, amely nem jutott el az utolsó feladatig, először ezeket a feladatokat oldotta meg.

Az egyik csoport segíteget is kért a feladat megoldásához.
Meggértem Árpit, hogy olvassa fel hangosan a feladat szövegét.

Két barát beszélget. Az egyikük azt mondja:

-Nekem van 16,35 lej, amit papírgyűjtéssel kerestem. Ezenkívül a nagymamámtól 9,5 lejt kaptam.

-Nekem ugyanannyit pénzem van, de én a nagypapámtól kaptam 12,70 lejt, s a többit kerestem papírgyűjtéssel.

Mennyi pénzt kapott a második barát a papírgyűjtésből?

A feladat felolvasása során Árpi minden írásjelet figyelmen kívül hagyott. Ekkor arra kértem, hogy próbálja úgy elolvasni, hogy figyel a pontra és a vesszőre. Ezután már el tudták a saját szavaikkal is mondani, hogy miről szól a feladat. Az újabb probléma az volt, hogy hogyan lehet megoldani a feladatot vagyis mit tudnak kiszámolni. A tanulók a csoportban ahelyett, hogy elmondanak a számolás menetét egyből az eredményt akarják kiszámolni. Ekkor elmondtam nekik, hogy amikor az a kérdés, hogy hogyan lehet kiszámolni, az nem az eredményt jelenti, hanem a kiszámolási módot. Így lépésről-lépésre haladva meg tudták oldani a feladatot.

Ezután a csoportok további szöveggel megfogalmazott számítási feladatokat oldanak meg.

1. *Petiék kertjének téglalap alakja van.*

12 méter



8 méter

a) *Milyen hosszúak azok az oldalak, amelyekre nincs ráírva, hogy hány métereseek?*

b) *Hány méter drótháló kell a kert körbekerítéséhez?*

Az a csoport, amelyik ezt a feladatot oldotta meg először, mindig fejben igyekszik számolni. Most is a feladat elolvasása után már megerősítést kértek, hogy jó-e a 20-as eredmény.

Ekkor újra felolvastattam velük a feladatot, figyelmeztetve őket az írásjelekre. Ezután arra kértem a tanulókat, hogy a feladat a) pontjára koncentráljanak. Mindjárt meg is adták a helyes választ, de válaszukat nem tudták megindokolni, pedig a tanév elején megtanulták a négyszögek tulajdonságait.

Miután rájöttek arra, hogy az oldalak, ha szemben vannak egyforma hosszúak, ki akarták számítani a területet.

Bár szóban elmondták, hogy melyik oldal milyen hosszú, de mégis a területnél csak a 12-öt akarták összeadni a 8-cal. Csak a tanári kérdésre:

„Csak két oldalt kell összeadni?” jutott eszünkbe, hogy nem, hanem mind a négyet.

2. *Tomiek udvara négyzet alakú:*

5 méter



a) *Milyen hosszúak azok az oldalak, amelyekre nincs felírva a méret?*

b) *Tom minden este körbe futja a kertet. hány métert fut esténként Tomi?*

Ezt a feladatot csak két csoport oldotta meg, a többieknek már nem maradt rá idejük. Mivel mindkét csoport kapott segítséget a téglalapos feladatnál, itt már önállóan is jól boldogultak.

5. A másodrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése

Az órák célkitűzése, hogy átismételjük a szorzást és osztást. A szöveges feladatokban előforduló kifejezések megértésére és műveletként való felírására fektettük a hangsúlyt, mint például: kétszerese, négyszerese, fele, harmada, ötöde.

Ezen az órán négy csoport dolgozott, mert két hiányzó gyerek miatt kicsit átalakítottunk két csoportot, illetve összevontuk őket.

Eleinte egyenes szövegezésű, egyszerű feladatokat kellett megoldaniuk a tanulóknak.

Első feladat:

Az udvarunkon 14 fa van. A kertben kétszer annyi fa van, mint az udvaron. Hány fa van a kertben?

Ez a feladat minden csoport számára könnyű volt, ennek ellenére, a biztonság kedvéért, minden csoport kért tanári segítséget. Minden csoportnál a megoldást összeadással számították ki. Tanári kérdésre, hogy nem-e lehetne másképp dolgozni, rájöttek, hogy szorzással is ki lehet számolni.

Egy olyan csoport volt, akik nagyon gyorsan dolgoztak, de nem figyeltek eléggé a feladat kérdésére, mert szerintük végső lépésként össze kellett adni a 28-at a 14-gyel. Amikor a tanár felhívta a figyelmüket arra, hogy mi a kérdés, akkor is csak a második elolvasásnál jöttek rá, hogy már ki is van számolva, s nem kell többet számolni.

Az eddigi kísérleti órák alapján levonható az a következtetés, hogy minden tanuló tudja, hogy a szöveges feladat megoldása végén feleletet kell adni. Volt egy csoport, ahol nem tudták megfogalmazni a feleletet ezen az órán, igaz Brigitta hiányzott a csoportból. Tanári segítségként, arra voltak felkérve, hogy a feladatmegoldás után olvassák fel közösen újra a feladat kérdését. Ekkor felolvasták az egész feladatot. A tanár újra azt kérte, hogy olvassák fel a kérdést, de ez újra sem sikerült. Ezután a tanár elmondta, hogy a kérdés kérdőjellel végződik, s azt is, hogy a kérdés segít a felelet megfogalmazásában, mert gyakran csak a kérdőszót: „hány, mennyi” kell helyettesíteni az eredménnyel, s meglesz a feladat felelete. Ezután sikerült a kérdést is megtalálniuk, illetve a feleletet is megfogalmazniuk.

Ennek a csoportnak a nehézségeit látva, amikor is hiányzott a csoport egy tagja, felfigyeltem arra, hogy érdemes néha változtatni a csoportokon vagy másképp alakítani a azokat, azért, hogy ne legyenek olyanok, akik csak csoporttagok, de nem aktív résztvevők a munkában.

Második feladat:

Nagymamának 8 kakasa van. A tyúkjainak a száma négyszerese a kakasok számának. Hány tyúkjá van nagymamának?

A második feladatot még gyorsabban megoldották, mint az elsőt, bár csak két csoport volt, amelyik szorzással számolt, a másik kettőnél fel kellett tenni a kérdést, hogy más módszerrel is lehet-e számolni?

Ennél feladatnál látszik az alapműveletekkel kapcsolatos hiányossága a gyerekeknek, mert vannak az osztályból olyan tanulók, akik nem tudják a szorzó táblát teljesen, s ezért a szorzással sem boldogulnak, illetve éretlenek a multiplikatív gondolkodásra.

Harmadik feladat:

Tamara megszámolta a könyveit, s éppen 68 könyve van. A könyveinek fele mesekönyv. Hány mesekönyve van Tamarának?

Ezt a feladatot fejszámolással két csoportban is megoldották. De rákérdeztek, hogy most is le kell írni a számolást? Mivel a számolást kötelező volt bemutatni, ezért ezt írták: $68-34=34$. A kérdésre, hogy miért 34-et vontak ki, a válasz az volt, hogy fejben kiszámolták. Ekkor a tanár felhívta figyelmüket, hogy azokkal az adatokkal kell dolgozni, amit a feladat megad. Felmerült a kérdés, hogy hogyan számítjuk valaminek a felét, milyen műveletet végzünk akkor, ha a felét számoljuk egy számnak. Kis gondolkodás után két csoportban is rájöttek, hogy kettővel kell osztani. A másik két csoport esetén egy a tanulók számára kézzelfogható példával segítette a tanár: Alina és Dana (akik az osztály egy tanulója és a testvére) 8 lejt kaptak a szülőktől, amit igazságosan elosztottak egymás között. Mennyi pénzt kaptak a gyerekek?

Gyorsan kiszámolták, hogy 4-4 lejt. Ekkor megkérdezte a tanár, hogy hogyan mondhatnánk másképp azt, ahogyan elosztották a pénzt? A tanulók válasza:

egyformán, egyenlően. Mennyi pénzt jutott neki: 4 lej. Másképp hogyan mondhatnánk ezt, s ekkor rájöttek, hogy ez a fele. Innen már könnyedén megfogalmazták, hogy a fele azt jelenti, hogy két egyenlő részre osztom.

Negyedik feladat:

Az óvodában 123 gyerek van. Az óvodások harmada jövőre már iskolás lesz. Hányan mennek iskolába jövőre?

A feladatot minden csoport megértette állításuk szerint, de nem tudták megoldani. A tanár az előző feladat tapasztalataival próbált segíteni a tanulóknak. Megbeszéltek, hogy a fele szó, az kettővel való osztást jelentett. Itt a harmada szintén osztást jelent, de a tanulóknak kellett megmondani, hogy a harmada szó melyik számmal való osztást jelenthet. Könnyedén rájöttek, hogy valószínűleg hárommal való osztás a harmada. Ezután minden csoport esetén külön-külön megbeszéltek, hogy a negyede, az ötöde, illetve a tizede milyen számmal való osztást jelentene.

Minden csoportban volt tanuló, aki emlékezett, hogy hogyan kell osztani, de többen voltak, akik nem tudják elvégezni az osztásokat.

A következő feladatok fordított szövegezésűek voltak, s ezek megoldása fordított irányú gondolkodást igényelt a tanulóktól.

Feladat:

Gondoltam egy számra, s megszoroztam 7-tel. Így 84-et kaptam. Melyik számra gondoltam?

Ez a feladat ismét nehézséget okozott minden csoportnak. Először mindenki össze akarta szorozni a két számot, mivel a feladatban az megszorítás szó szerepelt. A tanár arra kérte a tanulókat, hogy figyelmesen olvassák el újra a feladatot, s gondolják át, hogy 84-nél kisebb vagy nagyobb számot kell-e keresni.

Az egyik fiú csoport kiszámolta, hogy 12 kell legyen a szám. A tanári kérdésre, hogy miért, azt felelték, „hogy gondolt egy számra, s ha ezt, a tizenkettőt megszorozzuk 7-tel, akkor 10-szer 7 az 70, meg még 2-szer 7 az 14, s ez együtt 84.” A tanár megkérdezte, hogy mi lett volna, ha a számok nem ilyen kicsit, hanem ezer vagy annál több. A tanulók válasza az volt, hogy azt is kiszámolták volna, csak több idő kellett volna nekik. Ekkor a tanár arra kérte őket, hogy gondolják át, hogy melyik művelet a szorzás fordított művelete. Amikor rájöttek, hogy ez az osztás, onnan már az is egyszerű volt, hogy a 84-et el kell osztani 7-tel.

Feladat:

Melyik az a szám, amelynek az ötöde 35?

Ennél a feladatnál azt már tudták a tanulók, hogy az ötöde, az az ötös számmal való számolást jelenti. Mivel a 35 osztható öttel, ezért azt mondták, hogy a keresett szám a hét, mert 5-ször hét az 35. Volt olyan csoport, amelytől csak annyit kellett kérdezzen a tanár, hogy ha az ötöde 35, akkor a

keresett szám lehet-e kisebb nála. Ezek a tanulók hamar rájöttek, hogy a 35-nél nagyobb, ötször nagyobb kell keresni.

A csoportok más-más munkatempóval dolgoztak. Ez annyiból volt jó, hogy lehetőségem volt kérdésekkel segíteni a csoportok munkáját.

Mivel két csoport hamarabb befejezte a feladatok megoldását, mint a többiek, ezért ők egyéni feladatot kaptak: mindenki fogalmazza meg, s oldja meg a saját szöveges feladatát!

Az én feladatom

A két csoport tanulói közül mindenki szívesen fogalmazta meg a saját feladatát, melyet megoldottak, s feletet is írtak rá.

A tanulók munkái:

Annamária feladata:

Annamáriának vett az anyukája egy cipőt, 35 lej volt. De Mónikának vett egy táskát 35 lejért. Hány lejt költött el anyukád?

35+

35

70

Felelet: Tehát 70 lejt költött el az anyukám.

Erik feladata:

Apa 100 fát vett a kertbe. A kakasok lerágtak 6 darabot. Apa készített 20 fából egy könyvespolcot. Hány fa maradt?

100 fa

megettek 6

készített polcot 20

94-

20

74

F: 74 fa maradt.

Kriszti feladata:

Pista 60 könyvet vett magának a boltban. Hazavitte és a kistestvére elszakított 19-et. Hány könyv maradt?

Alexa feladata:

Nagymamánál a virágos kertben 150 szál rózsaszál van, de nekünk 2x több rózsaszál van. Hány rózsaszál van nekünk?

Junior feladata:

Tatának 1000 leje van. Hány leje lesz, ha még hozzáadunk 5000 lejt?

A két csoportban 9 tanuló volt, s közülük ketten voltak, akik a csoporttársuk feladatát írták le, s nem a sajátjukat.

6. Az egyenletek megoldásához szükséges algebrai ismeretek elsajátítása

A következő hat óra során az algebrai alapismereteket sajátították el a tanulók. Természetesen ugyanúgy, mint eddig szöveggel megfogalmazott feladatlapokat használtam. Azért, hogy a tagolt szövegolvasást, a szövegértést és a fontos adatok kiemelését a szövegből még így is gyakoroljuk.

6.1. Algebrai kifejezések és helyettesítési értékük

Az órák célja a tanulók rávezetése, hogy miért kell betűket használni az algebrai számításokban, majd az algebrai kifejezés fogalmának bevezetése és a helyettesítési értékek kiszámítása.

Az órákon három „játékot” játszottak a csoportok.

1. játék: Kockadobás

A csoport kap két darab dobókockát, egy poharat és a játék leírását:

A kockadobás játék során minden játékos sorba egymásután dob. Belehelyezi a kockákat a pohárba, jól összerázza, majd lefordítja poharat az asztalra. Ezután leírja a füzetébe az általa dobott pontok összegét. Ezután jön a következő játékos, ő is dob, majd leírja. A játék addig folytatódik, míg mindenki háromszor nem dobott.

Most mindenki adja össze a pontjait, ez lesz a saját ARANYPONTSZÁMA.

A csoport húzzon egy „aranykártyát” és a tagok végrehajtják a kártyán lévő utasításokat.

Aranykártyák:

| |
|---|
| <i>A játékos pontszáma: $ARANYPONTSZÁM + 32$</i> |
|---|

| |
|--|
| <i>Az nyer, akinek legnagyobb a pontszáma.</i> |
|--|

| |
|--|
| <i>A játékos pontszáma: $2 \times ARANYPONTSZÁM + 10$</i> |
|--|

| |
|---|
| <i>Az nyer, akinek legkisebb a pontszáma.</i> |
|---|

| |
|---|
| <i>A játékos pontszáma: $5 \times ARANYPONTSZÁM - 4$</i> |
|---|

| |
|---|
| <i>Az nyer, akinek a pontszáma a legnagyobb páros pontszám.</i> |
|---|

A játék megkezdésekor a csoportoknak nehézséget okozott a játékmenet megértése. Tanári utasításra felolvasták a csoporton belül többször a játékmenetet, majd ezután láttak neki a játéknak. Az első játék volt a

„legnehezebb”, mert itt szembesültek azzal, hogy meg kell érteni a játékmenetet. A második és harmadik játéknál már segítséget sem kértek a játékhoz.

Jellemző volt, hogy amikor befejezték az adott játékot, akkor tanári figyelmet igényeltek, hogy elmondhassák, hogy ki hány pontot gyűjtött össze, s főleg, hogy ki nyerte meg a játékot.

2. játék: Römijáték

A csoport kap 26 darab römilapot, egy dobókockát és a játék leírását:

Minden játékos sorba egymásután dob. Az kezdi a játékot, aki a legnagyobbat dobta.

Mindenki húz egy römilapot, amit maga elé helyez. A körök addig folytatódnak, amíg mindenki előtt négy römilap nem lesz. Ekkor mindenki összeadja a saját lapjain lévő számokat, ez lesz a saját CITROMPONTSZÁMA. Ezután húz a csoport egy citromkártyát, s végrehajjták az ott olvasottakat.

Citromkártyák:

| |
|--|
| <i>A játékos pontszáma: CITROMPONTSZÁM +15 Az nyer, akinek legnagyobb a pontszáma.</i> |
|--|

| |
|--|
| <i>A játékos pontszáma: 3 x CITROMPONTSZÁM +9 Az nyer, akinek legkisebb a pontszáma.</i> |
|--|

| |
|--|
| <i>A játékos pontszáma: 4 x CITROMPONTSZÁM - 3 Az nyer, akinek a pontszáma a legnagyobb páratlan pontszám.</i> |
|--|

3. játék: Kártyajáték

A csoport kap 1 pakli magyar kártyát, dobókockát és a játék leírását:

Minden játékos sorba egymásután dob. Az kezdi a játékot, aki a 1-est dobott. Mindenki húz egy lapot. A körök addig folytatódnak, amíg mindenkinél öt lap nem lesz. Ekkor mindenki összeadja a saját lapjain lévő számokat, ez lesz a saját TUTIPONTSZÁMA. Ezután húz a csoport egy tutikártyát, s végrehajjták az ott olvasottakat.

Tutikártyák:

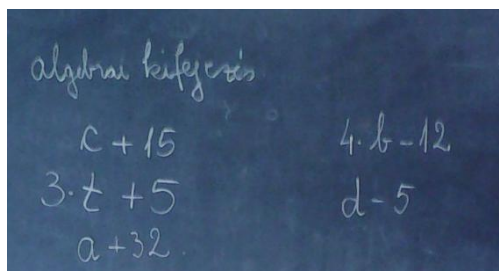
| |
|--|
| <i>A játékos pontszáma: TUTIPONTSZÁM +21 Az nyer, akinek legnagyobb a pontszáma.</i> |
|--|

| |
|---|
| <i>A játékos pontszáma: 2 x TUTIPONTSZÁM - 8 Az nyer, akinek legkisebb a pontszáma.</i> |
|---|

A játékos pontszáma: $3 \times \text{TUTIPONTSZÁM} + 5$
Az nyer, akinek a pontszáma a legkisebb páros pontszám.

A három játék befejezése után frontális beszélgetés következett. A tanár felkérte a csoportokat, hogy olvassák fel valamelyik játékkártyán lévő pontszám számolási módot.

Megkérdezte a tanulókat, hogy tudnának-e segíteni, hogy ezeket rövidebben felírassák a táblára. Először a tanulók az általuk kiszámolt pontszámokat mondták el, mint a táblára felírandó értékeket. A tanár arra kérte őket, hogy a kártyán szereplő pontszám számítási módokat próbálják meg rövidebben leírni. Ekkor Erik azt mondta, hogy ne írják le, hogy aranypontszám, csak annyit, hogy pontszám. Ekkor a tanár megkérdezte, hogy ennél rövidebben esetleg csak egy betűvel nem-e lehetne leírni. Innen már nagyon gyorsan rájöttek, hogy a citrompontszámot „c”, az aranypontszámot „a”, míg a tutipontszámot „t” betűvel helyettesíthetik. A tanár felhívta a figyelmüket, hogy nem feltétlen kell a kezdőbetűket használni, ami után újabb kifejezések kerültek a táblára (II. kép), melyeket elneveztek algebrai kifejezéseknek, s megbeszélték, hogy amikor szám kerül a betűk helyére az a behelyettesítés.



II. kép A táblára felírt algebrai kifejezések

Ezt követően a tanulók „saját algebrai kifejezéseket” alkottak, s némelyiknél egy adott helyettesítési értéket is kiszámoltak.

6.2. Algebrai kifejezések összevonása

Ezen az órán párokban dolgoztak a tanulók. A párok kialakításának alapjául a meglévő csoportok szolgáltak, de mivel több hiányzó is volt, muszáj volt alakítani a csoportokon. Minden pár ugyanazt a feladatot kapta. Azért volt szükség a páros munkára, mert szerettem volt, hogy kicsit önállóbbak legyenek a tanulók, s azért is, mert így a párok el tudtak úgy helyezkedni, hogy a táblára írtakat is követhessék.

Feladat:

Péter vett 5 matematika füzetet, testvére János 4 vonalas füzetet. Egy füzet ára 2 lej.

Mennyit fizettek összesen a fiúk?

Megoldhatjuk-e többféleképpen is a feladatot?

Utasításként azt mondtam a tanulóknak, hogy először csak a megoldásra összpontosítsanak, s ha egyféle módon már meg van oldva, csak azután próbálkozzanak új módszerrel.

Márkó és Jáfet oldotta meg először a feladatot. Kiszámolták, hogy mennyit fizettek külön-külön a testvérek, majd ezeket összeadták.

Péter: $5 \cdot 2 = 10$

János: $4 \cdot 2 = 8$

Összesen: $10 + 8 = 18$

Márkó felírta a táblára az ő megoldásukat.

Ezt követően Erik és Kriszti megoldása került a táblára, akik előbb összeadták a füzetek számát, majd az összeget megszorozták 2-vel.

Füzetek száma: $5 + 4 = 9$

Összesen: $9 \cdot 2 = 18$

A táblára felkerülő számítási módokat Brigitta foglalta össze szavakban is.

Ekkor a tanár azt kérdezte, hogy mi van akkor, ha jövőre már más ára lesz a füzeteknek, akkor hogyan számolnánk. Nem találhatnánk egy algebrai kifejezést, amely segítene a számolásban?

Ekkor közösen átismételték, hogy mi az algebrai kifejezés: számot és betűt tartalmazó összefüggés.

Milyen betűt használhatunk a jövő évi füzetárának jelölésére?

Márkó szerint legyen f -egy füzet ára.

Ekkor felírták öt füzet árát, illetve a 4 füzet árát:

Öt füzet ára: $5 \cdot f$

Négy füzet ára: $4 \cdot f$

Összesen a fizetendő pénz: $5 \cdot f + 4 \cdot f$

Füzetek száma: $5 + 4 = 9$

Összesen a fizetendő pénz: $9 \cdot f$

Ebből levonták azt a következtetést, hogy $5 \cdot f + 4 \cdot f = 9 \cdot f$

Mindössze rávezető kérdésekkel kellett segíteni a tanulókat az általánosítás során, nagyon könnyedén dolgoztak, akkor is ha betű szerepelt az összefüggésben.

Ezután megfogalmaztuk szavakkal is, hogy hogyan lehet összeadni az algebrai kifejezéseket.

Minden tanuló lehetőséget kapott, hogy felírjon a táblára egy saját példát, melyben algebrai kifejezéseket kellett összeadni.

A példák: $7b + 8b$; $8m + 8m$; $2h + 6h$.

Nagy odaadással keresgéltek újabb és újabb példákat, s lelkesen dolgoztak az összeadások elvégzésén. Ezután az algebrai kifejezések kivonása már nem is jelentett problémát, mindenki teljesen természetesnek vette, hogy „csak a számokat” kellett kivonni egymásból.

6.3. Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek

Ennek a két órának az volt a célja, hogy az algebrai kifejezésekkel végzett műveleteket elmélyítsük, begyakoroljuk, hogy az egyenletek megoldásánál ez ne jelentsen gondot. Ezenkívül szerettem volna elérni azt, hogy „betűkkel” végzett műveletek láttán a tanulóim ne ijedjenek meg, s ne mondják azt, hogy én ezt úgysem tudom, hanem természetes legyen számunkra az algebrai számítás. Nem volt cél az algebrai kifejezések szorzása és osztása, mert a feladatainkban nem fog hatvány szerepelni, úgy gondoltam, hogy az alapok legyenek meg, s erre egy későbbi időpontban majd rá lehet építeni a további tudnivalókat.

Az első órán előbb felelevenítettük mindazt, amivel az előző órákon foglalkoztunk. Elvégeztünk két-két összeadást, illetve kivonást: $6 \cdot f + 10 \cdot f$; $5 \cdot a - 2 \cdot a$; illetve $13b + 18b$; $15h - 9h$.

A feladatok megoldása közben megbeszéltük, hogy a szorzásjel egyes feladatokban szerepel a betű és a szám között, másoknál pedig nem, de attól a számolás még ugyanúgy zajlik.

Ezt követően néhány olyan feladatot végeztünk, ahol az algebrai kifejezést egy számmal kellett megszorozni. Itt gondja volt azoknak a gyerekeknek, akik nem boldogulnak jól a szorzás elvégzésével.

A feladatok: $5 \cdot 3a$; $4 \cdot b \cdot 10$; $7c \cdot 12$.

Ezután következtek az összevonások:

- előbb az algebrai kifejezések mind egyneműek voltak: $18g + 12g - 15g$;
- egynemű kifejezések és szabadtágok: $8 + 5b - 2b$; $3a + 5 + 4a - 1$;
- olyan kifejezések, melyekben nem egyneműek a tagok: $6a + 3b + 10a + 4b$; $12c + 18d - 6c - 5d$.

A gyakorlás során megbeszéltük, hogy ha nincs szám, akkor 1-nek tekintjük az együtthatót, átismételtük az egész számokkal végzett összeadást, kivonást. A gyakorlatok során előbb frontális munkával megoldottunk néhány példát a táblánál az adott típusú feladatból, majd önállóan folytatták a tanulók, persze tanári segítség mellett. Figyeltem arra, hogy ne csak elvégezzék, hanem szóban is megfogalmazzák, hogy mit és hogyan végeztek el.

Lehetőséget adtam a tanulóknak, hogy írjanak ők feladatokat, s azokat mindenkinek meg kellett oldani. Bár ez a két óra csak gyakorlással telt, de mivel váltásban, hol frontálisan, hol önállóan dolgoztak, hol én általam adott feladattal, hol a társaik által adott feladattal kellett foglalkozzanak, a tanulóim

nem unták a munkát, hanem azt kérdezték az óra végén, hogy: „már ki is csengettek?”

7. Szöveges feladatok megoldása aritmetikai módszerrel

Az előzetes felmérés alapján megállapítottam, hogy a tanulóim nem rendelkeznek szöveges feladat megoldási módszerekkel. Ennek vagy az az oka, hogy az alsó tagozaton is nehezen ment az olvasás a tanulóknak, s ezért a tanítójuk nem fektetett elég nagy hangsúlyt ezekre a feladatokra, vagy tanulták, de a nem megfelelő számú gyakorlat miatt nem sikerült elmélyíteni az alkalmazott módszereket.

7.1. Hogyan oldjunk meg feladatokat?

Az első két órán a szöveges feladatok adatainak elemzésével foglalkoztunk. Szerettem volna elérni, hogy a szöveges feladatok megoldásakor a tanulók ne csak elolvassák, hanem figyelmesen olvassák el a szöveget, s próbáljanak a feladat részleteire is figyelni.

A kísérleti tanítás elején, amikor a csoportokat kialakítottuk a tanulók döntöttek, de kikötés volt, hogy 3-5 fős csoportok legyenek. Természetesen ennek az lett a következménye, hogy olyanok is együtt dolgoztak, akik nem voltak jó barátságban, de a csoportlétszám miatt szövetkezniük kellett. Ez ahhoz vezetett, hogy gyakoriak voltak a csoporton belüli konfliktusok, aminek hangzavar, szóváltás lett a vége.

Most az új csoportok legfeljebb három tagból álltak, s itt már kevesebb volt a súrlódás.

Az óra célja a feladat szövegének vizsgálata, az adatok szerint. Minden csoport megkapta a feladatlapot a három feladattal. Minden csoport több példányban is megkapta a feladatlapot, mert az olvasási nehézségek miatt célszerűbbnek tűnt, ha mindenki saját kezében foghatta a feladatlapot.

Az első feladat:

Orsi most 14 éves, 162 cm magas és 49 kg. Az Orsi barátnője, Tamara 13 éves, 45 kg és 157 cm magas.

Ki a magasabb és mennyivel?

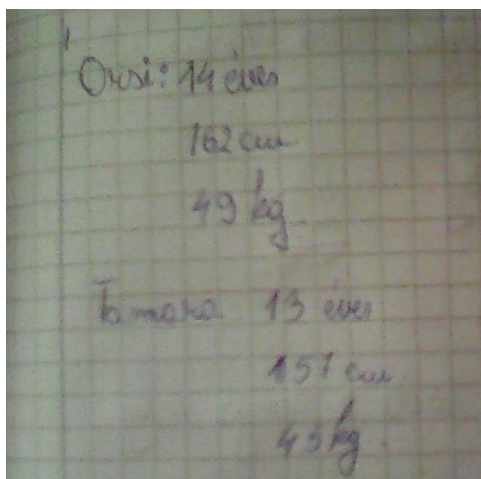
Írjuk fel a megoldáshoz szükséges adatokat!

Írjuk fel azokat az adatokat, amelyek feleslegesek a feladat megoldásánál.

Fogalmazz meg újabb kérdéseket a feladathoz!

Egyes csoportok miután elolvasták a feladatot, neki láttak lejegyezni az adatokat.

Az adatokat egy csoport kivételével mindenki leírta, leginkább a lineáris írási módot választották, de volt olyan csoport is, ahol nagyon szemléletesen írták le az adatokat (III. kép).



III. kép Alexa füzetete.

Erik és Krisztofer elolvasták a kérdést, majd megkérdezték, hogy azt kell kiszámolni, hogy: „Ki a magasabb és mennyivel? Az azt jelenti, hogy ha Orsi 162 és Tamara 157, akkor az kell, hogy mennyi van a 157 és a 162 között?”

A válasz az volt, hogy igen, s az is fontos, hogy hogyan számítom ki ezt.

Nem elég odaírni az eredményt, hanem az is fontos, hogy hogyan gondolkodtál.

Egy másik csoport esetén Márkó azt mondta, hogy:” Ez itt megvan ki magasabb mennyivel. Ez megvan itt, mert le van írva, hogy Orsi 162cm, Tamara 157cm.”

T: Akkor ki a magasabb?

Márkó: Orsi.

T: De nincs kiszámolva, hogy mennyivel.

A feladat második része sokkal több gondot okozott a tanulóknak, mint az első. Voltak, akik nem értették, hogy mit jelent. Megbeszéltük. Az „adatok” szó jelentésével nem voltak tisztában. Ekkor abban egyeztek meg, hogy amit megadott a feladat szövege, az az adat.

A második feladat

Nőnap alkalmából 23 szál virágot vásároltak a gyerekek a virágüzletből. Mennyit kellett fizessenek?

Hiányzik-e valamilyen adat, ahhoz, hogy megtudjuk oldani a feladatot?

Ez a feladat nagyon megosztotta a csoportokat. Volt olyan csoport, amelynek tagjai kétszer figyelmesen elolvasták a szöveget, már jelentkeztek is, hogy ők

meg is oldották a feladatot, mert szerintük hiányzik a virágnak az ára. Más csoportnál elkezdtek a virágoknak különböző értékeket adni:

Ha 3 lej egy szál virág, mondjuk szegfű, akkor $23 \times 3 = 69$ lejt kell fizetni, de ha rózsa, akkor az öt lej, s akkor $23 \times 5 = 115$ lejt kell fizetni.

Amikor rákérdeztek, hogy jól gondolkoztak-e, megpróbáltam rávezetni őket, hogy megadta-e a feladat, hogy milyen virágról van szó, mert, ha nem akkor hogyan számolhatunk. Ezután ők maguk mondták azt, hogy akkor nem lehet kiszámolni. Ebből már következett is, hogy milyen adat hiányzik a feladatból.

A harmadik feladat

Tomiék családjában négy gyerek van. A legfiatalabb 3 éves, a legidősebb 10 éves. A négy gyerek együtt összesen 21 éves.

Mennyi lesz az életkoruk összege 2 év múlva?

Találtál-e felesleges adatot?

Találtál-e hiányzó adatot?

Eddig a feladatig csak az a két csoport jutott el, amelyek könnyedén megoldották a második feladatot is. Nekik ez a feladat sem okozott problémát.

A második órán megpróbáltuk összefoglalni a feladatmegoldás lépéseit, amiből egy plakátot is készült, s ez a plakát felkerült az osztály falára.

A feladatmegoldás lépései

1. Elolvassuk a feladatot
2. Megnézzük mi a kérdés.
3. Kiválogatjuk a szükséges és felesleges adatokat.
4. Megoldjuk a feladatot!
5. Ellenőrzés.
6. Felelet.

7.2. Következtessünk visszafelé

Mivel a tanulók nem rendelkeznek aritmetikai feladatmegoldó módszerek ismeretével, ezért az első órán frontális munka zajlik, amikor a feladatmegoldás lépéseit felhasználva, tanári vezetés mellett közösen oldanak a tanulók feladatokat.

Első feladat:

A diószegi focicsapat labdákat kapott a támogatóktól. A labdák felét az ifi csapat használja. A maradék felét a gyerek csapat kapta meg. Az utolsó öt labdával a meccseken játszanak.

Hány labdát kapott a focicsapat összesen?

A feladat megoldásakor, a tanulók felelevenítették mindazt, amit az előző órán megbeszéltek a feladatmegoldás lépéseivel kapcsolatban. Álváró volt az,

aki ismét elmondta, hogy: „annyiszor kell elolvasni a feladatot, amíg jól meg nem értik azt.”

Miután többször elolvasták önállóan a feladatot, a tanár azt kérte, hogy mondják, hogy miről szól a feladat. Két tanuló is el akarta mondani, de ehelyett felolvasták újra a feladat szövegét. A tanár azt kérte, hogy próbálják felolvasás nélkül elmondani, amiről olvastak.

Junior volt az, aki el tudta mondani, hogy itt a diószegi focicsapat labdáiról van szó.

Ekkor a tanár üveggolyókat vett elő, melyek a labdákat helyettesítik a feladatból.

Kriszti volt az, aki vállalta, hogy megpróbálja megmutatni, hogy hogyan osztották el a labdákat a csapatban.

A tanár első kérdése az volt, hogy szerintük hányfelé osztották a kapott labdákat.

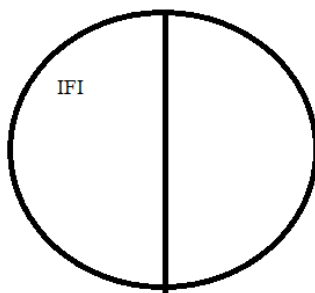
Ekkor a tanulók megegyeztek abban, hogy három felé osztották őket. Erik mindjárt meg is oldotta a feladatot, mondván, hogy három felé osztották, úgy, hogy 5-5-5. Bea szerint 15 labdát kaptak.

Ekkor a tanár egy nagy labdakupacot rajzolt a táblára, s megkérte Jáfetet, hogy olvassa fel mondatról mondatra a feladatot.

Jáfet:” A labdák felét az ifi csapat használja.”

A tanár megkérdezte, hogy hogyan kellene szétosztani a kupacot?

Többen is azt javasolták, hogy húzzon egy vonalat a közepén. (7. ábra)

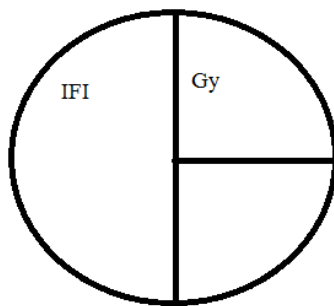


7. ábra Kettéosztás

Ezt követően Kriszti is két kb. egyenlő részre osztotta az üveggolyókat.

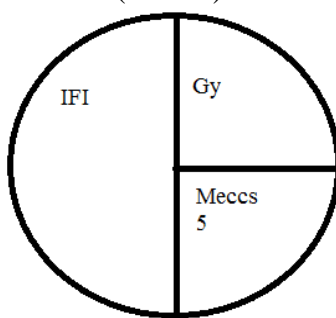
Jáfet tovább olvasta feladatot:” A maradék felét a gyerek csapat kapta meg.”

A tanulók most már kórusban mondták, hogy a másik felét megint két egyenlő részre kell osztani (8. ábra).



8. ábra További felosztás

Amikor Jáfet felolvasta az utolsó mondatot a feladat adataiból:” Az utolsó öt labdával a meccseken játszanak.” (9. ábra)



9. ábra Az utolsó öt labda

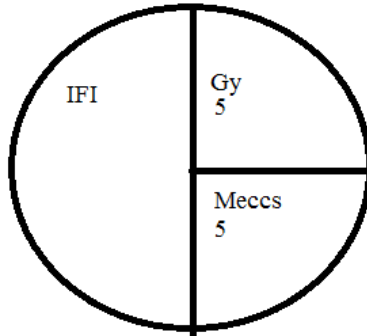
Feltevődött a kérdés, hogy hogyan számoljuk ki a labdák számát?

A tanár mindenkit megkért, hogy nézze meg a Kriszti munkáját az üveggolyókkal.

A tanári kérdésre, hogy szerintük ugyanannyi golyó van-e mindhárom részben, most már mindenki határozott nemmel válaszolt. A tanár azt mondta, hogy mint ahogy a cím is mutatja, itt visszafelé kell következtetni, ami azt jelenti, hogy az utolsó adatból kiindulva kell megoldani a feladatot.

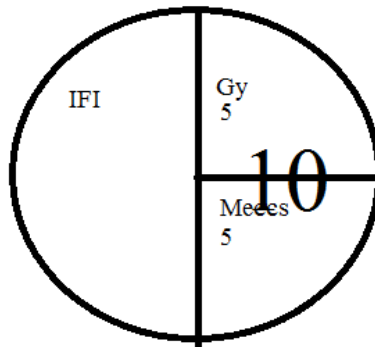
Azt kérte, hogy akinek ötlete van, az mondja el, de nem csak a számokat, hanem azt is, hogy miért gondolta úgy.

Junior azt mondta, hogy a gyerekek is 5 labdát kaptak, mert azt írja a feladat, hogy a maradék felét kapták. Akkor az 5 is a fele, s a másik is öt. Ezután az ábrára is felkerült az 5. (10. ábra)



10. ábra Az utolsó öt-öt labda

Ezután már Bea folytatta, hogy akkor az az oldal 10. (11. ábra)



11. ábra Az utolsó tíz labda

Erik szerint a másik is 10, mert a felét kapta az ifi csapat. Ezután már ki is számolták, hogy 20 labdát kapott a csapat. Az ábrázolást az üveggolyókkal is elvégezték. (IV. kép) Csak az ellenőrzés volt hátra, illetve a felelet megadása.



IV. kép Kriszti munkája.

Második feladat:

Az iskola tanulói műanyag palackokat gyűjtöttek. A hetedikesek közül a 7.D gyűjtötte a palackok felét. A maradék kétharmadát a 7.B, míg 20 kg palackot a 7. C. Hány kilogramm palackot gyűjtött a három osztály?

A tanár ismét segítséget hozott. A műanyag palackokat műanyag gombokkal helyettesítették.

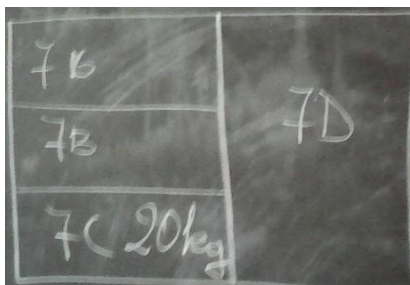
Ezenkívül ábrát is készítettek a táblára.

Márkó javaslatára most nem kört rajzoltak, hanem téglalapot, könnyedén ábrázolták, hogy a 7.D a felét gyűjtötte. Amikor a kétharmadhoz jutottak, akkor fel kellett eleveníteni, amit a műveletek átisméltésénél tanultak. A harmad az hárommal való osztást jelentett, míg a kétharmad, az ennek a kétszerese.

Innen már könnyedén fejezték be a rajzot, s párhuzamosan a gombokkal is ábrázolták a feladatot.(V. és VI. kép)



V. kép Szemléltetés a gombokkal



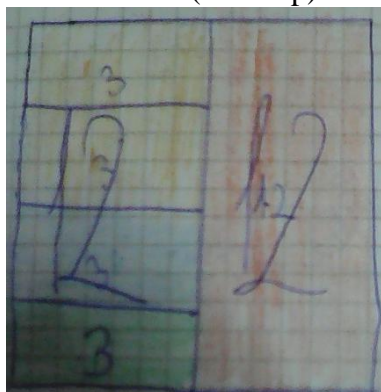
VI. kép A táblára írt ábra

Miután elkészült az ábrázolás gyorsan kiszámolták, hogy 120 kilogramm palackot gyűjtött a három osztály.

A következő órán a tanulók önállóan oldottak meg feladatokat, természetesen a tanári segítséget is igénybe vehették. Az egyik feladatot nagyon ötletesen oldotta meg több tanuló is.

A feladat: *karácsonyra a tanulók színes papírból készítettek díszeket. A felhasznált lapok fele piros színű volt, a maradék kétnegyede sárga, egy negyede kék, s a maradék 3 lap zöld. Hány színes lapot használtak a tanulók?*

Brigitta volt az ötletadó, amikor megkérdezte, hogy használhat-e színeket. Az előző órai feladatok alapján könnyedén elkészítették az ábrát, s így színezve még egyszerűbben meg tudták oldani. (VII. kép)



VII. kép Erik rajza.

Feladat:

Nagymama fánkot süített. a fánkok felét szétszította az unokái között. A maradék felét a lánya családjának vitte. Nagymamának és nagytatának 8 fánk maradt. Hány fánkot süített nagymama?

Mivel az önálló feladatmegoldás nem ment ugyanolyan ütemben minden tanulónak, ezért a harmadik feladata az osztálynak az volt, hogy aki befejezte a feladatokat, az fogalmazzon meg önállóan egy feladatot, s oldja is meg azt.

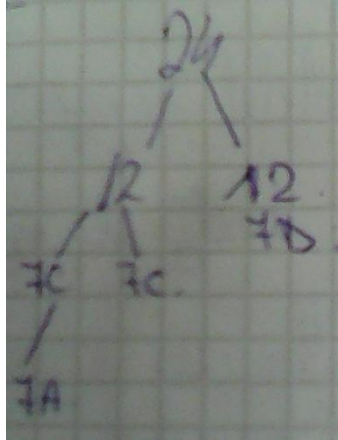
Feladat: *Találj ki egy feladatot és old meg!*

Bea feladata:

Március 8-ra az iskolába képeslapot készítettek a hetedikes gyerekek. A 7. D képeslapjának fele kék. A képeslapok 1 negyede piros, ezek a 7. B képeslapjai, kétnegyede lila a 7. C. képeslapjai. A képeslapok közt 3 rózsaszínű volt a 7. A osztályé. Hány képeslapot használtak összesen?

Természetesen Bea feladatának megfogalmazása nem tökéletes, s az adatok is hasonlóak az önálló munka során megoldott feladat adataihoz, de egy fontos előrelépés, hogy megpróbálkozott a feladat megfogalmazásával.

Bea a feladat megoldásánál nem használt színeket, viszont ábrát is készített, s diagrammal is levezette a feladatot, a gondolatmenete nem volt helyes, s az eredménye is az előző feladat miatt lett jó. (VIII. kép)



VIII. kép Bea ábrája.

7.3. Készítsünk ábrát!

Az óra célja, hogy megismerjék, s alkalmazni tudják a tanulók a szakaszos ábrázolás módszerét a feladatmegoldásban. a szakaszos ábrázolás során egyrészt materiális szemléltetéssel, majd ezzel párhuzamosan képi szemléltetéssel is megoldották a tanulók a feladatot. A materiális ábrázolás arra szolgált, hogy minél „kézzelfoghatóbb”, könnyebben megérthető legyen a módszer a tanulók számára, s azért alkalmaztuk ezzel párhuzamosan a képi ábrázolást, hogy a későbbiekben, amikor nem áll rendelkezésükre materiális eszköz, akkor is meg tudják oldani a feladatokat.

A tanulók párban helyezkedtek el az órai tevékenységhez, de mivel egy új módszert kellett megismerjenek, ezért először frontális munkakeretben dolgozva tanultak.

Minden tanuló megkapta a feladatlapot az összes feladattal. Az első dolguk volt, hogy elolvassák magukban a feladatot, annyiszor ahányszor szükségesnek látták. Ezután Bea olvasta fel a feladat szövegét hangosan.

Első feladat: *Zsuzsa és anyukája együtt 48 évesek. Az anya háromszor annyi idős, mint a lánya. Hány évesek külön-külön?*

Bea felolvasása után néhány kérdést tettem fel az osztálynak, amire „kórusban” feleltek:

Tanári kérdés: Hány személyről szól a feladat?

Osztály: Kettő.

T: Ha elképzeljük, ki lehet a fiatalabb?

Osztály: a lány.

T: Az anya hányszor idősebb, mint a lánya?

Osztály: Háromszor.

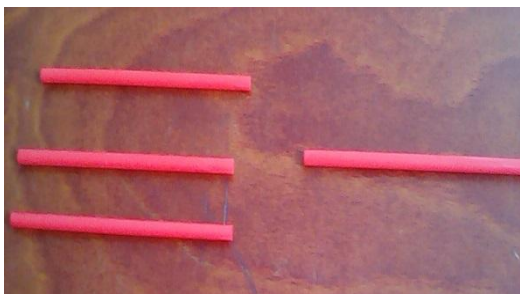
Ekkor az előkészített szívószálakat vettem elő, s elmondtam az osztálynak, hogy ezek a szívószálak lesznek a segítségünkre a feladatmegoldásban. Egy szívószállal fogjuk jelölni a lány életkorát, az-az a kisebb számot.

T: Ahhoz, hogy az anya életkorát jelöljük, hány szívószálra lesz szükségünk?

Osztály: Háromra.

Ekkor a tanár elmondta a gyerekeknek, hogy a feladatmegoldásnál nagyon fontos, hogy jó ábrát készítsenek.

T: Egy szakasszal jelöljük a lány életkorát, s az anya életkorát három ugyanolyan hosszúságú szakasszal. (IX. és X. kép)



IX. kép Szívószálas ábrázolás.



X. kép A tábla képe.

T: Ha van négy szakaszom, melyek együtt 48-nak felelnek meg, hogyan kapnám meg egy szakasz hosszát?

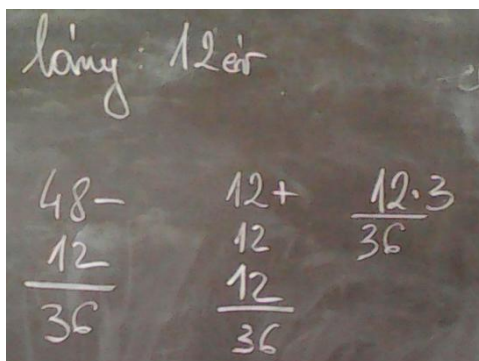
Az osztályban minden művelet elhangzott, anélkül, hogy gondolkodtak volna. Majd arra kértem őket, hogy gondolják át mit kellene elvégezni, ekkor már többen mondták, hogy négy részre kellene elosztani. Ekkor elvégeztük közösen az osztást. Innen már volt, aki mondta is, hogy a lány 12 éves. Márkó megkérdezte, hogy akkor most már írhatják a feleletet? A tanár arra kérte Juniort, hogy olvassa el a kérdést.

Junior: Hány évesek külön-külön?

Ezután már az volt a kérdés, hogy az anya életkorát hogyan lehetne kiszámolni.

Erik szerint a 48-ból ki kellene vonni a 12-öt. A tanár ezt egy jó módszernek tartotta, de megkérte a tanulókat, hogy keressenek másik módszert is. Bea szerint $12+12+12$. A tanár azt mondta, hogy mindkét módszer jó, de szerinte mivel ismételt összeadást alkalmazott Bea, azt lehetne szorzásként is írni.

Mindhárom módszer felkerült a táblára (XI. kép), illetve a tanulók füzetébe is.



XI. kép A táblára felírt három módszer.

Ezután összefoglalták közösen, hogy miről szólt a feladat, s megfogalmazták a feleletet is.

Második feladat: *Péter és Gábor együtt 21 évesek. Péter 7 évvel idősebb testvérénél. Hány évesek a gyerekek?*

A második feladatot még mindig közösen, tanári segítség mellett kellett megoldaniuk a tanulóknak. A feladatot előbb ismét önállóan olvasták el, majd Csilla olvasta fel, kétszer is a feladatot. Ekkor első kérdés az volt, hogy ki a fiatalabb. Az előző feladathoz képest itt nem volt egyértelmű, hogy melyik testvér a fiatalabb. Erik szerint Péter a fiatalabb. Erre az osztály nagy része azt reagálta, hogy nem helyes az állítás. Álváró volt, aki meg is indokolta, hogy miért, szerinte a szövegben szerepel, hogy: „*Péter 7 évvel idősebb testvérénél*”. Ezt az indoklást mindenki elfogadta. Ekkor Gábor, a fiatalabb testvér életkorát egy szívószállal jelölték. A következő kérdés azt volt, hogy mit tudunk Péterről.

Ha Péter 7 évvel idősebb, az mit jelent: hétszer annyi?

Krisztofer szerint hozzá kell adni hetet. Ezt előbb szívószállal ábrázolták, majd a táblára is felkerült az ábra.

Ezután a tanár az osztály figyelmét kérte, s kezébe fogva a három darab szívószálat, ötleteket várt, hogy hogyan lehetne számolni.

Árpád: 21 osztva 3-mal.

T: Egyenlő hosszúságúak?

Árpád: Nem.

T: Akkor nem oszthatom el három egyenlő részre.

Junior: Kivonom a hetet?

T: Miből?

Junior: Az összesből.

Erik: A 21-ből.

T: Hogyan számolom ki ezután az egyforma két szakasz hosszát?

Kriszti: Elosztom kettővel.

Ezután megoldották közösen a feladatot, s a feleletet is megfogalmazták.

Ezután a tanulók párban dolgozva megoldották a következő két feladatot, s akinek ideje maradt, saját feladatot is megfogalmazott. A tanár felhívta a tanulók figyelmét arra, hogy a két feladat hasonló szerkezetű, ahhoz, amit már megoldottak. A feladatlap utolsó feladatát időhiány miatt nem sikerült megoldani, de a következő órai feladatlapokon ilyen feladat is szerepelt.

1. Egy apa kétszer olyan idős, mint a fia. Együtt 69 évesek. Hány éves az apa?

2. Hanna és Eszter együtt 35 évesek. Hanna 9 évvel idősebb Eszternél. Hány évesek külön-külön?

3. Fogalmazzatok meg egy szöveges feladatot, majd oldjátok meg az ábrázolás módszerével!

4. Három testvér együtt 23 éves. Zsófi a legfiatalabb. Judit kétszer annyi idős, mint Zsófi.

Helga pedig 3 évvel idősebb Juditnál. Hány évesek a lányok?

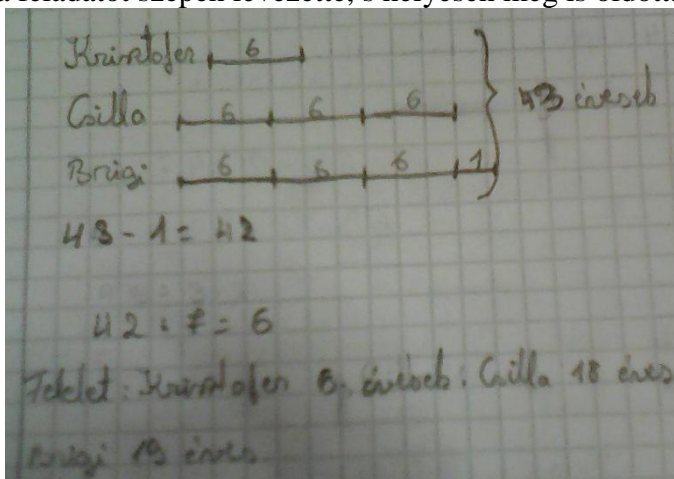
A tanulók feladatai:

Laura feladata: Mari 13 éves, Laura 15 éves. Hány évesek együtt?

Brigitta feladata: Három testvér együtt 43 éves. Krisztofer a legfiatalabb.

Csilla 3-szor annyi idős, mint Krisztofer. Brigi pedig 1 évvel idősebb, mint Csilla. Hány évesek a gyerekek?

Brigitta ezt a feladatot szépen levezette, s helyesen meg is oldotta. (XII. kép)



XII. kép Brigitta feladatának megoldása.

A második órán differenciáltan kapták a csoportok a feladatlapokat.

Feladatlap A.

1. Tamás és András papírt gyűjtöttek. Együtt 16 kilogramm papírt gyűjtöttek. Tamás gyűjtött kevesebbet. András 6 kilogrammallyal gyűjtött többet, mint Tamás. Hány kilogramm papírt gyűjtöttek külön-külön?

2. Anya és a lánya együtt 40 évesek. Anya háromszor annyi idős, mint a lánya. Hány évesek külön-külön?

Feladatlap B.

1. Egy apa kétszer olyan idős, mint a fia. Együtt 99 évesek. Hány éves apa, illetve a fia?
2. Három testvér cseresznyét szedett. Ottó szedte a legkevesebbet. Éva 3 kilogrammal szedett többet, mint Ottó. János kétszer annyit szedett, mint Ottó. Összesen 43 kilogramm cseresznyét szedtek. Hány kilogrammot szedtek külön-külön?

Feladatlap C.

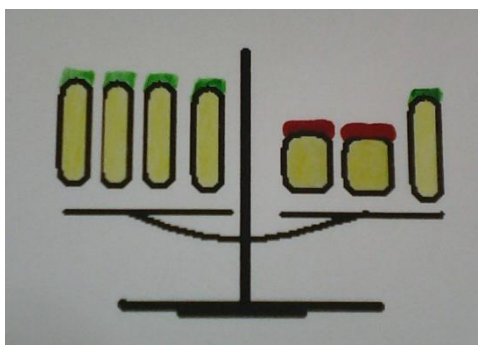
1. Nagymama és az unokája együtt 90 évesek. Nagymama ötször annyi idős, mint az unokája. Hány évesek külön-külön?
2. A gyerekek az erdei kiránduláson megszámozták a fákat. Tölgy, bükk és akácfa van az erdőben. Összesen 98 fát számoztak. Bükk van a legkevesebb. Kétszer annyi akác van, mint bükk. Illetve 18-cal több tölgyfa van, mint bükk. Hány tölgy, bükk és akácfa van az erdőben?

7.4. Tartsuk meg az egyensúlyt

Ennek az órának a célja az volt, hogy egyrészt egy újabb aritmetikai szöveges feladat megoldási módot tanuljunk, másrészt az, hogy egy kicsit előkészítsük a mérlegelv módszerét.

Első feladat:

Egy mézesboltban kétféle csomagolásban árulják a mézet. Olvassuk le a ábráról, hogy melyiknek a tömege nagyobb? (Csordás, Konfár, Kothencz, Kozmáné, Jakab, Pintér, Vincze, 2010)



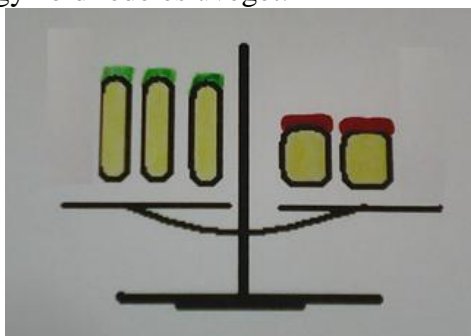
XIII. kép A feladat ábrája.

A feladat szövegét ebben az esetben a tanár olvasta fel, s az ábra (XIII. kép) is felkerült a táblára. Minden tanuló önállóan dolgozott. Lerajzolták az ábrát a saját füzetükbe. Minden tanuló le kellett írja saját a füzetébe azt, hogy szerinte mi a helyes válasz, s természetesen az indoklást is. Eleinte mindenféle válasz felmerült: egyforma a tömegük, a piros fedeles a nehezebb, a zöld fedeles a nehezebb.

A tanári segítség következett: az ábrán egy kétkarú mérleg látható, mely most egyensúlyban van. Ez azt jelenti, hogy mindkét oldalon lévőek súlya ugyanannyi. Meg lehet tenni azt, hogy mindkét oldalról levezünk ugyanannyit.

T: Mit lehetne levenni mindkét oldalról?

Árpi javasolta, hogy mindkét oldalról vegyünk le egy-egy zöldet. (XIV. kép) Letakartuk az egy-egy zöld fedeles üveget:



XIV. kép A módosított ábra.

A feladatmegoldás még így is megosztotta a tanulókat, ekkor a tanár azt javasolta, hogy próbáljanak meg konkrét értékeket adni a mézesüvegek tömegének.

Legyen 10 dekagramm a zöld fedeles üveg tömege. Mari kiszámolta, hogy akkor a három üvegnek 30 dekagramm a tömege. A tanár megkérdezte, hogy akkor egy piros fedeles üvegnek mennyi lehet a tömege. Ezt már ki tudták számolni, hogy 15 dekagramm. Többen is azt mondták, hogy így már a pirosnak nagyobb a tömege. Sajnos így is voltak olyan gyerekek, akik azt mondták, hogy ha más számot adtunk volna meg, lehet, hogy nem a pirosnak lett volna nagyobb a tömege. Ennél a feladatnál nem volt lehetőség arra, hogy méréssel igazoljuk az eredményt, de ez a feladat arra ösztönzött, hogy a mérlegelv tanításánál konkrét méréseket végezzek, minél többet, azért, hogy a tanulóinak ne csak elfogadni kelljen, amit mondok, hanem a gyakorlati példákon át igazoltnak lássák az állításainkat.

Mivel nagyon sok időt vett igénybe az előző feladat, egy feladatra volt már csak idő ezen az órán:

A gyerekek a játszótéren játszanak. A játékokat cserélgetik egymás között. Két kislabdáért négy üveggolyót adnak. Egy kisautóért három kislabdát és

három üveggolyót. Hány üveggolyót kell adjon Péter, ha egy kisautót kap Ottótól?

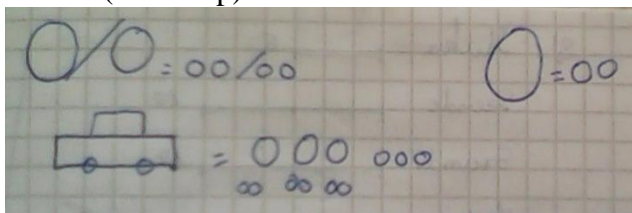
Minden tanuló megkapta a feladatot írásban. Első válaszuk az volt, hogy adjon három kislabdát és három üveggolyót. Ekkor a tanár elmondta, hogy valószínűleg Péternek nincs kislabdája, ezért csak üveggolyókkal szeretné „kifizetni” a kisautót.

A feladat megoldásához tárgyi segítséget (XV. kép) is kaptak a tanulók:



XV. kép A feladatban szereplő tárgyak.

Miután megértették a tanulók a feladatot, elkezdték a tárgyak segítségével megoldani azt. Kriszti volt az ötletadó, hogy ha két kislabda négy üveggolyót ér, akkor egy kislabda két üveggolyót ér. Árpi erre azt mondta, hogy akkor a három kislabda, pedig hatot. Innen Erik számolta ki, hogy a kisautóért kilenc üveggolyót kell adni. (XVI. kép)



XVI. kép Brigitta megoldása a füzetben.

8. Aritmetikai és algebrai módszer

A következő órákon olyan szöveges feladatokat oldottunk, melyeket a már megtanult aritmetikai módszerekkel oldottunk meg először, de aztán algebrai módon is megoldottuk a feladatokat. Ezután a mérlegelv módszerét alkalmazva a tanulók elsajátították az algebrai egyenletek megoldási módját is.

8.1. Egyenlettel könnyebb?!

Az óra célja az volt, hogy a tanulók fontosnak és szükségesnek érezzék, a rövidebb, egyszerűbb leírási, feladatmegoldási módot, azért, hogy ezzel is közelebb kerüljenek az egyenlet algebrai megoldásához. Azt szerettem volna elérni, hogy egy általuk megfogalmazott igény legyen az algebrai eljárás, s ne egy kötelezően alkalmazandó módszer. Ez az óra alkalmat adott arra, hogy ne a tanár mondja azt, hogy egyenlettel kell megoldani a feladatot, hanem a

tanulók érezzék szükségét annak, hogy használjanak egy változót az ismeretlen jelölésére, majd próbálkozzanak meg másképpen is feladatot megoldani, ne csak ábrázolással.

A tanulók egy-egy feladatlapot kaptak, melyen két feladat szerepelt.

Feladatlap:

1. *Sárika, az édesanyja és az édesapja együtt 78 évesek. Az anya 12-szer, az apa 13-szor annyi idős, mint Sárika. Hány évesek a családtagok?*
2. *Hófehérke törpéi elmentek a bányába. Kuka gyűjtötte a legkevesebb drágakövet. Szende és Szundi egyenként 2-szer annyit gyűjtött, mint Kuka, míg Morgó és Hapci pedig fejenként 3-szor annyit, mint Kuka. Vidor 4-szer, Tudor 5-ször annyit gyűjtött, mint Kuka. Összesen a törpék 100 drágakövet gyűjtöttek. Kinek hány darabot sikerült begyűjteni?*

Első feladat

Sárika, az édesanyja és az édesapja együtt 78 évesek. Az anya 12-szer, az apa 13-szor annyi idős, mint Sárika. Hány évesek a családtagok?

T: Hogyan oldanátok meg a feladatot?

Erik: Lerajzolnám.

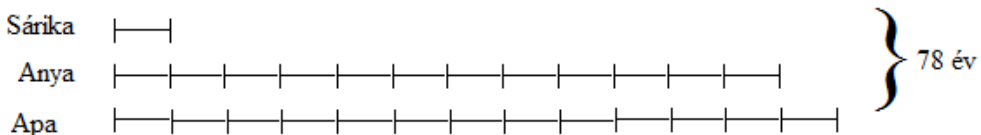
T: Olvassátok el, majd mondjátok el, hogy miről szól a feladat?

Brigitta: Egy családról, s hogy hány évesek együtt.

T: Ki a legfiatalabb?

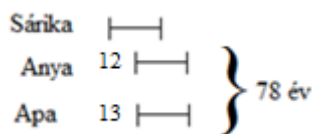
Árpi: Sárika.

Ezután Kriszti vállalta, hogy elkészíti a feladat ábrázolását (12. ábra) a táblára is.



12. ábra A feladat ábrázolása

Már az ábrázolás közben a fiúk közül volt, aki nemtetszését nyilvánította, amiért ennyit kellett rajzolni. Erik meg is kérdezte, hogy le kell-e mindet lerajzolni. A tanár arra kérte, hogy javasoljon valami egyszerűbbet. Erik azt mondta, hogy csak írjuk oda, hogy 12-szer, meg 13-szor. Az ábra elkészítése után könnyen megoldották a tanulók a feladatot. Ekkor Erik vállalta, hogy ő megpróbálja egyszerűbben is leírni. (13. ábra)



13. ábra A feladat ábrázolása Erik módszerével

Ezután ugyanúgy folytatódott a feladatmegoldás, mint az előző módszernél. Erik összeszámolta, hogy hány szakasz van összesen, majd felírta, hogy:

$$26 \text{ — } = 78$$

Innen kiszámolta, hogy az szakasz hossza $78 : 26 = 3$

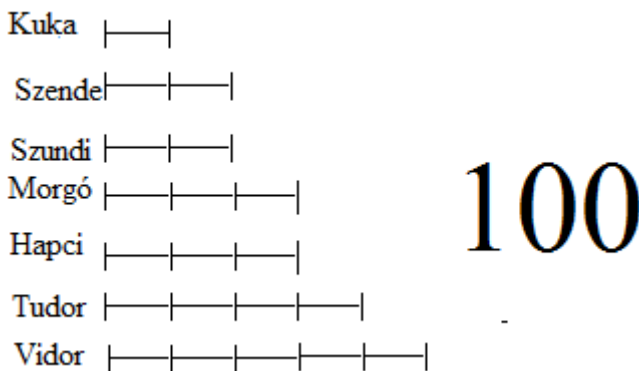
A feladatmegoldása a táblán maradt a következő feladat megoldása során.

Második feladat:

Hófehérke törpéi elmentek a bányába. Kuka gyűjtötte a legkevesebb drágakövet. Szende és Szundi egyenként 2-szer annyit gyűjtött, mint Kuka, míg Morgó és Hapci pedig fejenként 3-szor annyit, mint Kuka. Vidor 4-szer, Tudor 5-ször annyit gyűjtött, mint Kuka. Összesen a törpék 100 drágakövet gyűjtöttek. Kinek hány darabot sikerült összegyűjteni?

Előbb mindenki elolvasta önállóan, majd hangosan is felolvasták kétszer, mert nehezen értették a tanulók a feladat szövegét.

Ekkor a tanár megkérdezte, hogy ismerik-e a Hófehérke és a hét törpe című mesét. Mindenki igennel válaszolt. A tanár elmondta, hogy a törpéknek nevük is van, az, ami a szövegben szerepel. Ezek a törpék a bányában dolgoznak, s most épp drágakövet gyűjtenek. Miután kicsit közelebb került az elmesélés által a tanulókhoz a feladat, a tanár megkérte a tanulókat, hogy oldják meg. Ismét az ábrázolással kezdték. Most Márkó vállalta, hogy ábrázolja a feladatot. (14. ábra)



14. ábra A feladat ábrázolása Márkó módszerével.

Ezután megszámozták, hogy húsz szakasz van, a 100-at elosztották hússzal, s kiszámolták, hogy melyik törpe mennyi drágakövet gyűjtött.

Ennél a feladtnál Álváró kérdezte, hogy most nem lehetne-e úgy, mint az előbb, mert sokat kell rajzolni.

Megpróbálták lerövidíteni a feladat megoldását, úgy, hogy nem rajzolták le a megfelelő számú szakaszt, hanem csak mellé írták, hogy hányszor annyi.

Ezután a levezetést már el sem kellett végezni, mert azt mondták a tanulók, hogy úgysis annyi lesz, mint az előbb. Ekkor megkérdeztem a következőt:

T: Mit gondoltok mit jelenthet a lecke címe, azaz „Egyenlettel könnyebb?!”

Erik: Valószínűleg azért ez a lecke címe, hogy másképp oldjuk meg.

T: Miért kellene másképp, megoldani?

Márkó: Hogy ne legyen ilyen hosszú.

T: Lenne egy javaslatom. Próbáljunk meg nem szakaszokat rajzolni, hanem a szakasz helyett egy betűt használni. Az első feladatnál milyen betűvel jelölnétek Sárika életkorát?

Kriszti: Legyen s betű.

Ekkor felírták a táblára a feladatot az s betűs jelöléssel:

Sárika: s éves

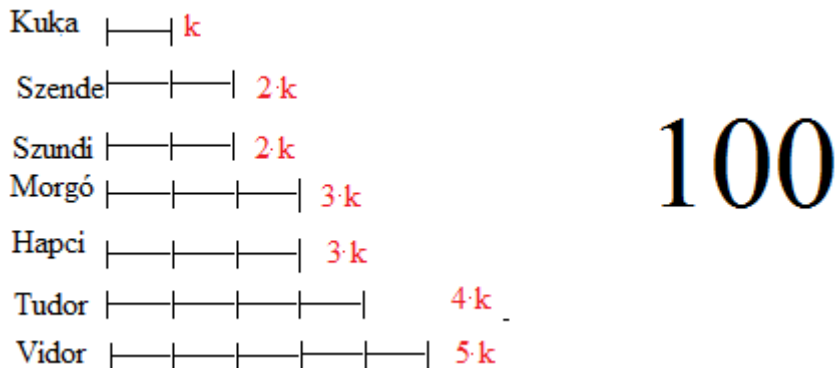
anya: $12 \cdot s$

apa: $13 \cdot s$

$26 \cdot s = 78$

Hasonlóképpen dolgoztak a második feladatnál is, ahol a Kuka által gyűjtött drágakövek számát k betűvel jelölték, kiegészítve a táblán lévő feladatot.

(15. ábra)



15. ábra A feladat ábrázolása rövidítve.

$$20 \cdot k = 100$$

Így már mindenki ki tudta számítani a 100: 20 osztás eredményét, s azt is, hogy ki mennyit drágakövet gyűjtött.

A táblán minkét megoldási mód fennmaradt, a tanulók véleménye megoszlott, hogy kinek melyik módszer tetszik jobban, de abban megegyeztek, hogy egyenlettel sokkal rövidebb volt a feladatmegoldás.

8.2. A mérlegelv módszerének alkalmazása

A következő három óra célja az volt, hogy a tanulók elsajátítsák az egyenletek megoldásának algebrai módszerét. Ezt a mérlegelv módszerével valósítottuk meg. A módszer megismeréséhez és megértéséhez az iskolai kétkarú mérleg szolgált segítségül. A mérleggel elvégeztük a konkrét méréseket, a feladatmegoldások során.

Itt a tanulók már önállóan dolgoztak, sem csoportokat, sem párokat nem alkottak.

A mérlegelv módszerének alkalmazásakor olyan tárgyakkal dolgoztunk, melyek az osztályban megtalálhatóak voltak.

Első mérés:

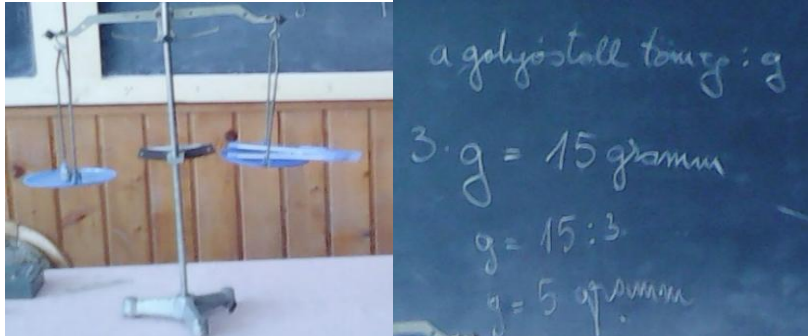
Három egyforma golyóstoll tömegét mértük meg. Ezeknek összömege 15 gramm volt.

Az első feladat az volt, hogy el kellett dönteni, hogy milyen betűvel jelöljük egy golyóstoll tömegét? A tanulók nagyon gyorsan döntöttek a **g**, a szó kezdőbetűje mellett.

Akkor 3 golyóstoll tömege **3·g**.

Az volt a cél, hogy kiszámoljuk egy golyóstoll tömegét. Elmondtam a tanulóimnak, hogy természetesen ebben az esetben meg lehetne tenni azt, hogy lemérjük az egy golyóstollat, de amikor feladatot oldunk, akkor nem biztos, hogy valóban el tudjuk végezni a mérést, hanem az lesz a feladat, hogy számoljuk ki a golyóstoll tömegét. (XVII. kép)

Miután felkerült a táblára az egyenlet: $3 \cdot g = 15$ gramm. Volt olyan tanuló, aki egyből megmondta, hogy egy golyóstoll tömege 5 gramm. A tanári kérdést, hogy miért, Erik azonnal megválaszolta, hogy azért mert 3-szor 5 az 15. Ekkor a tanár azt mondta, hogy ez helyes, de mit tett volna, ha a három golyóstoll tömege 3825 gramm lenne? Akkor megszorozták volna hárommal. A tanár ekkor azt mondta, hogy az eredmény az-az a három golyóstoll tömege lenne ennyi. Fel is írta az egyenletet a táblára: $3 \cdot g = 3825$ gramm. Erik, Kriszti és Márkó már tudták is, hogy a 3825-t el kellett volna osztani 3-mal. Ezután visszatértek az eredeti feladathoz, s már itt is tudták, hogy a 15-öt el kell osztani hárommal, ahhoz, hogy egy golyóstoll tömegét ki tudják számolni.



XVII. kép A mérés és a tábla képe.

A második mérésnél a tanár a tanulók segítségét kérte, hogy keressenek olyan tárgyakat, melyeknek a tömegét le lehet mérni, majd ezzel számolni. Műanyag karkötőket adtak a tanulók. Két méretűek voltak, vékonyabbak és vastagabbak.

Felmerült a kérdés, hogy felhelyezhetjük-e egyszerre a karkötőket a mérlegre? Először mindenki azt mondta, hogy megférnek a mérlegen, tehát mérhetjük őket egyszerre. De ha egyszerre mérjük őket, akkor melyiknek számítjuk ki a tömegét? Ekkor már elgondolkodtak, s úgy döntöttek a tanulók, hogy külön kell mérni a karkötőket. Előbb a négy vékonyabbat mérték le, melyeknek tömege 560 mg, majd a három vastagabbat, melyeknek tömege 17250 mg. A tanulók *k* betűvel jelölték a vékonyabb, s *v* betűvel a vastagabb karkötő tömegét. Itt már könnyedén felírták az egyenleteket is, illetve meg is tudták mondani, hogy az eredményt el kell osztani a betű melletti számmal.

Az óra hátralevő részében nem frontális munkával, hanem önálló munkával folytatódott a feladatmegoldás. Olyan egyenleteket oldottak meg a tanulók, melyekben az ismeretlen szorzatban szerepelt:

$$2 \cdot a = 246$$

$$3 \cdot b = 36$$

$$5 \cdot c = 555$$

$$4 \cdot l = \qquad \qquad \qquad = \qquad \qquad \qquad 848$$

A feladatok egyszerűek voltak, de így minden tanuló szívesen dolgozott, mert, ha igényeltek is néha egy kis segítséget de mindenki meg tudta oldani egyedül is a feladatokat.

A második órán még mindig a mérleget használtuk, de már összetettebbek voltak a feladatok.

Első mérés:

Az első mérésnél a mérleg egyik serpenyőjébe 4 üveggolyó, míg a másik serpenyőbe 3 üveggolyó és 6 gramm súly került.

A tanár arra kérte a tanulókat, hogy gondoljanak az előző órai mérésekre. Ott könnyedén tudtak dolgozni, de ott is ilyen volt-e a feladat. Mindjárt jött a válasz, hogy nem, mert ott nem üveggolyót mértek. A tanár megkérdezte,

hogy ezenkívül van-e különbség, például abban, hogy a mérleg melyik serpenyőjében mi van. Áрпи vette észre, hogy az előző órán az egyik serpenyőben csak karkötő, míg a másikban csak súly volt. A tanár ekkor arra kérte a tanulókat, hogy próbálják meg úgy alakítani a mérleget, hogy most is egyik serpenyőben csak üveggolyó, a másikban csak súly legyen. Kriszti szerint le kell venni a három üveggolyót a súlyok mellől. A tanár ezt meg is tette, de a mérleg kibillent az egyensúlyi helyzetéből. Mivel az eddigi mérésnél mindig nehéz volt beállítani, hogy pontosan egyensúlyban legyen a mérleg, most mindenki azt mondta, hogy ez nem jó. A tanár is elmagyarázta, hogy valóban, csak akkor helyes, amit teszünk, ha egyensúlyban marad a mérleg.: „Egyenletet szeretnénk felírni, melyben az egyenlőségjel azt jelenti, hogy egyensúlyban van a mérleg két karja.” Ekkor visszahelyezték az üveggolyókat. Most Erik azt javasolta, hogy vegyenek le egy-egy üveggolyót. Meg is történt, de még mindig volt üveggolyó is és súly is az egyik serpenyőben. Ezután Márkó javaslatára újra egy-egy üveggolyót vettek le, majd Áрпи mondta, hogy még egyet-egyét le kell venni. Ezután összegezték, amit elvégeztek, vagyis, hogy összesen 3-3 üveggolyót kellett levenni mindkét oldalról. A feladat megoldása felkerült a táblára is) és a tanulók füzetébe is (XVIII. kép:

üveggolyó: $ü$
 $4: ü = 3ü + 6$
 $4ü - 3ü = 3·ü + 6 - 3ü$
 $ü = 6$

XVIII. kép Bea füzete.

Ezután hasonló szerkezetű feladat következett, ahol rózsaszínű gombokat mértek le:

$$10 \cdot r = 9 \cdot r + 820$$

Majd két olyan egyenletet oldottak meg a tanulók, amelyet már nem mérés alapján írtak fel:

$$8 \cdot e = 7 \cdot e + 15$$

$$6 \cdot p = 5 \cdot p + 23$$

Az óra folytatásában pénzürméket mértek a tanulók. A 10 banis érmével felállított egyenletnél az első néhány lépés nagyon könnyű volt.

Amikor $2 \cdot b = 4700$ egyenlethez értek, már elfelejtették az előző órán tanultakat. Ekkor a tanár arra kérte a tanulókat, hogy gondoljanak a karkötőkre, s arra, hogy hogyan kellett kiszámolni egy karkötő tömegét. Többen is a füzetükben keresgéltek, de rájöttek, hogy osztással kell

továbbhaladni. Az osztás viszont nagy nehézséget okozott, csak tanári segítséggel boldogultak.(XIX. kép)

10 labda - b

$$6 \cdot b = 4 \cdot b + 4700 \quad | - 4 \cdot b$$

$$6 \cdot b - 4 \cdot b + 4700 - 4 \cdot b$$

$$2 \cdot b = 4700$$

$$b = 4700 : 2$$

$$b = 2350$$

$$4700 : 2 = 2350$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \underline{4} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

XIX. kép Brigitta füzetete.

A harmadik órai feladatsorok esetén felhasználtuk mindazt, amit az előző két órán tanultak a tanulók. A mérleget alkalmaztuk még mindig.

Első mérés:

A mérleg egyensúlyban van. Az egyik serpenyőben két gumilabda és 54 gramm súly, míg a másik serpenyőben 100 gramm súly volt.

A tanulók a gumilabda tömegét **l** betűvel jelölték, s könnyedén felírták az egyenletet:

$$2 \cdot l + 54 = 100$$

Először felelevenítették az előző órai feladatmegoldásokat.

T: Milyen módszerrel oldottátok meg az előző órán a feladatot, amikor az üveggolyók tömegét próbáltátok kiszámolni.

Erik: Levettünk mindkét serpenyőből üveggolyókat.

T: Itt is így kellene gondolkodni. Mit lehetne elvenni mindkét oldalról, figyelve arra, hogy mindig arra kell törekedni, hogy az egyik serpenyőben csak súlyok maradjanak, a másikban pedig a megméréndők.

Árpi szerint labda nincs csak az egyik oldalon, akkor azt nem lehet. Kriszti javaslata szerint maradjon az egyikben csak a két labda. Brigitta azt javasolta, hogy vegyünk le súlyokat mindkét oldalról. Most már az volt a kérdés, hogy mennyi súlyt kell levenni mindkét serpenyőből. Árpi azt mondta, hogy az egyik oldalról levesszük az 54g súlyt, de a másik oldalról nem lehet, mert ott egy 100 grammos súly van. A tanári megjegyzés az volt, hogy valóban nem tudjuk ezt megvalósítani, de ha felváltjuk a 100 grammos súlyt, akkor mindkét oldalról el lehet venni 54 grammot.

Ennél a feladatnál a kettővel való osztás már nem okozott gondot a feladatmegoldásban. A számítások elvégzése után méréssel is ellenőriztük az eredményt.

Ezt követően még ehhez hasonló feladatokat oldottak meg önállóan a tanulók:

$$2 \cdot d + 17 = 47$$

$$3 \cdot f + 21 = 42$$

$$4 \cdot m + 12 = 30$$

8.3. Szöveges feladatok változatos megoldása

A fejlesztő tanítási kísérlet utolsó órái során szöveges feladatokat oldottak a tanulók. A szöveges feladatok esetén igyekeztünk alkalmazni aritmetikai és algebrai módszert is. Nem volt kikötés, hogy melyik módszert kell alkalmazni, azt, amelyiket szívesebben vagy könnyebben használták a tanulók. Ezeknek az óráknak a célja az volt, hogy segítsenek elmélyíteni azokat az ismereteket, melyeket a tanulók már elsajátítottak. Az ismétlő órák során volt alkalmunk megbeszélni a olyan típusú a feladatokat is, amelyeket az előzetes felmérés során nem tudtak megoldani a tanulók. Úgy gondoltam, hogy most már rendelkeznek olyan ismeretekkel a tanulók, melyek segítségükre lesznek ezeknek a feladatoknak a megoldásában.

Feladatok:

Zsuzsa és Sára együtt játszottak. Zsuzsa mindig írt egy számot, majd Sára mellé írta a szám párját:

| Zsuzsa száma | A szám párja |
|--------------|--------------|
| 2 | 7 |
| 6 | 11 |
| 20 | 25 |
| 30 | |
| | 45 |

Írd be a hiányzó számokat!

A feladatmegoldás során minden tanuló egyedül dolgozott. A tanári utasítás annyi volt, hogy próbálják meg kitalálni, hogy milyen módszerrel, szabály szerint számolta ki Sára egy adott szám párját. Miután mindenki időt kapott a feladat megoldására, közösen beszéltek meg, hogy hogyan kellett gondolkodni. Kriszti volt az első, aki elmondta az ötletét. Ő úgy gondolta, hogy a kettőből úgy lesz a hét, hogy hozzáadunk ötöt. A tanár ekkor azt mondta, hogy az ötlet nagyon jó, s a helyességét úgy lehet kipróbálni, hogy a következő számok esetén is elvégezzük ugyanazt a műveletet. Ezután a hatnál és a tizenegynél is kipróbálták, hogy hozzáadnak 5-öt, s mindenhol kijött a Sára által megadott szám. Ha mindhárom számnál alkalmazható volt a gondolatmenet, már csak annyi dolgunk van, hogy a hiányzó számokat is megkeressük. Mivel Kriszti volt az ötletadó, ő számolta ki, hogy a 30 párja az $30+5$ az-az 35 lesz. Az utolsó sor nehezebbnek bizonyult, mint az előzők, hisz itt a Zsuzsa által megadott szám hiányzott. Itt Bea volt, aki meg tudta

mondani, hogy 40 kell a 45 elé, mert a 40-hez hozzáadva 5-öt, kapunk 45-öt. A tanári kérdésre, hogy hogyan lehetne a 45-ből megkapni a 40-et, csak Erik tudta, hogy ki kellene vonni 5-öt. A feladat megoldásának befejezésekor Álváró volt, aki hangosan elmondta, hogy most már ő is rájött, hogy mindig plusz öttel kell számolni.

A második feladat tulajdonképpen nem volt egy különálló feladat, hiszen ugyanaz volt a szövege, mint az elsőnek, csak a táblázat volt más:

| Zsuzsa száma | A szám párja |
|--------------|--------------|
| 10 | 7 |
| 13 | 10 |
| 26 | 23 |
| 37 | |
| | 40 |

Megoldották a tanulók, majd Páti volt az, aki elmondta, itt hármat kell mindig kivonni, s az üres téglalapokba 34-t, illetve 43-at kell írni.

A harmadik feladat:

Egy autó egy óra harminc perc alatt 90 kilométert halad. Hány kilométert halad:

- a. 30 perc alatt
- b. két óra alatt
- c. 15 perc alatt.

Első olvasás után senkinek sem volt ötlete a feladat megoldására. A tanár arra kérte a tanulókat, hogy olvassák el újra, akár többször is a feladatot. Mivel senki sem tudta megoldani a feladatot, arra kérte őket a tanár, hogy gondolják végig, hogy hány perc van egy órában. Sokan mondták, hogy hatvan. Akkor egy óra és 30 perc az hány perc? Ezután már többen is nekiláttak a feladat megoldásának, de a tanár nem engedte, hogy elmondják amire jutottak, azért, hogy a többiek is gondolkodhassanak.

Erik vállalta, hogy bemutatja, amit kigondolt. Rajzolt egy szakaszt, melyre ráírta, hogy az 90 km hosszú, amit 1 óra és 30 perc alatt tette meg az autó. Erik átalakította az időt, lett belőle 90 perc. De ekkor azt mondta, hogy a 90 kilométerből kivonja a 30-at, az-az a 30 percet. A tanár felhívta a figyelmét, hogy kilométerből nem vonhatja ki az időt. Sajnos a jó ötlet ellenére Erik nem volt képes, hogy helyesen megoldja, levezesse a feladatot. Márkó volt, aki folytatta a feladat megoldását. Szerinte, ha az egy óra harminc perc az 90 perc, s ez idő alatt 90 km-t tett meg, akkor annyi km-t tud megtenni, amennyi percig halad, vagyis 30 perc alatt 30 kilométert, illetve 15 perc alatt 15 kilométert. Következett a kérdés, hogy akkor két óra alatt. Erre Bea válaszolt, mert szerinte a két óra az 120 perc, s akkor ez alatt 120 kilométert tesz meg. Összefoglalva a feladat eredményét, a tanári kérdésre, hogy akkor egy perc

alatt mennyit is halad az autó, Áрпи mondta azt, hogy egy perc alatt, egy kilométert. Kriszti szerint ahány percig megy, annyi kilométert halad. A feladatmegoldás végén Brigitta azt mondta, hogy ő másképp dolgozott. Felosztotta a 90 kilométert három részre, amit 30 perc alatt tett meg. Igaz, hogy az ábrázolása nem volt tökéletes, mert a szakaszok nem voltak azonos hosszúságúak, de nagyon jó volt a gondolatmenete. A többiek megkérdezték, hogy neki mi lett az eredmény. Természetesen ugyanazt az eredményt kapta, mint a fiúk. Ennek kapcsán megbeszéltük azt, hogy egy feladatot meg lehet oldani több módszerrel is, de ha helyesen dolgozunk, akkor az eredmény ugyanaz lesz.

Az óra utolsó feladata:

Az udvarunkban 15 tyúk és 5 kakas van. A szomszédban ugyanennyi szárnyas van, de ott a kakasok száma 8. Hány tyúk van a szomszédban?

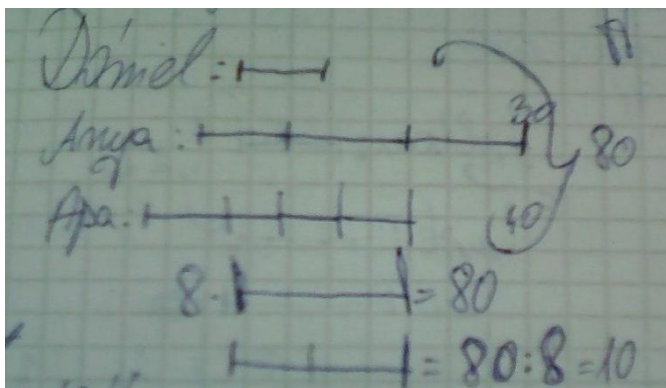
Ezt a feladatot az első olvasás után szinte minden tanuló azonnal megoldotta. Amikor megnéztem a füzeteket, azt láttam, hogy számolás nélkül odaírták a feleletet: 8 kakas és 15 tyúk. Amikor rákérdeztem, hogy biztosan jól számoltak-e, Bea azt válaszolta, hogy igen, mert a feladat azt mondta, hogy ugyanannyi szárnyas van a szomszédban. Páti szerint, akkor a szomszédban lévő tyúkok számát nem is kell számolni, mert az is 15. Csak le kell írni a feleletet. Ekkor derült ki számomra, hogy ezek a tanulók a „szárnyas” kifejezést kizárólag a tyúkokra értik, tehát az ő nyelvhasználatuk szerint ez helyes megoldása volt a feladatnak. a következő összefoglaló, feladatmegoldó órára igyekeztem olyan feladatot összeállítani, amelynek nyelvezete mindannyiunk számára azonos, de típusát tekintve hasonló az utolsó feladathoz.

A következő órai feladatok esetén megpróbáltuk alkalmazni az aritmetikai és algebrai megoldási módokat is.

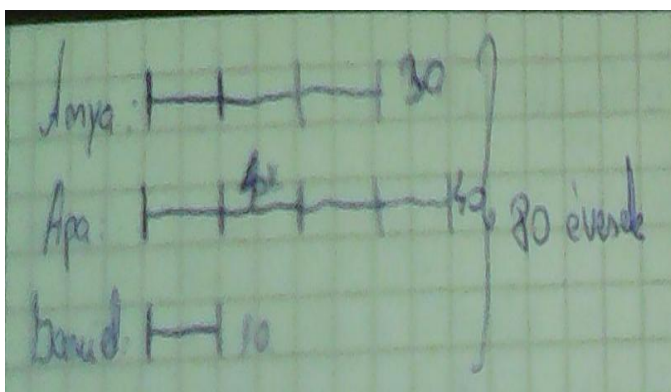
Anya, apa és kisfiúk Dániel együtt 80 évesek. Anya háromszor, apa négyszer annyi idős, mint Dániel. Hány évesek külön-külön?

Oldd meg kétféleképpen a feladatot!

A feladat elolvasása után a tanulók már mondták is, hogy ilyen feladatot már oldottunk. Elkezdtek a füzetben keresni a hasonló feladatokat. Mari volt, aki amúgy nagyon ritkán aktív az órán, de még ő is tudta, hogy ábrázolással kell megoldani a feladatot. Ki tudták választani, hogy ki a legfiatalabb, s ábrázolással meg is oldották a tanulók a feladatot. Mivel a 80-at 8-cal kellett elosztani, ez sem jelentett gondot a tanulóknak. Még mindig vannak tanulók, akiknél a szakaszok hossza nem azonos (XX. kép), viszont olyanok is vannak, akik már igyekeznek pontos ábrákat készíteni. (XXI. kép)



XX. kép Laura ábrázolása.



XXI. kép Bea ábrázolása

Amikor a második módszerrel kellett megoldani, akkor a tanári utasítás annyi volt, hogy gondoljanak a törpékkel kapcsolatos feladatra. Arra, hogy hogyan oldották meg másképp azt a feladatot. Erik szerint azt beszéltük meg akkor, hogy nem kell annyi szakaszt rajzolni. Dániel életkorát d betűvel jelölték. Volt, aki az anya életkorát $3 \cdot d$ -vel, volt, aki $d \cdot 3$ -mal jelölte. Amikor össze kellett adni, hogy $d+3 \cdot d+4 \cdot d$, Árpi megkérdezte, hogy a d az $1 \cdot d$. Innen már mindenki meg tudta oldani a feladatot és a feleletet is megfogalmazták.

Második feladat:

Zoltán és Tünde testvérek. Almát szedtek a kertben. Amikor lemérték, kiszámították, hogy Zoltán kétszer annyi almát szedett, mint Tünde. Hány kilogramm almát szedtek külön-külön, ha együtt 21 kg almájuk volt?

Oldd meg kétféle módon a feladatot!

Ezt a feladatot is megoldották a tanulók szakaszos ábrázolással és egyenlettel is. Önálló munka keretében dolgoztak, de kérhettek tanári segítséget is.

A harmadik összefoglaló óra során az iskolai mérleggel megoldott feladatokhoz hasonló feladatokat oldottak meg a tanulók. Itt már nem

használták a mérleget, viszont aki úgy érezte, hogy számára egyszerűbb a feladatmegoldás, ha ábrát készít, annak meg volt a lehetősége, hogy ábrázoljon.

Az első feladat szövege már tartalmazott egy utalást arra vonatkozólag, hogy hogyan kell megoldani a feladatot.

A gyerekek az iskolai mérleggel mérnek. A mérleg egyensúlyban volt, amikor az egyik serpenyőjébe hat üveggolyót tettek, míg a másik serpenyőbe négy üveggolyót és 26 gramm súlyt.

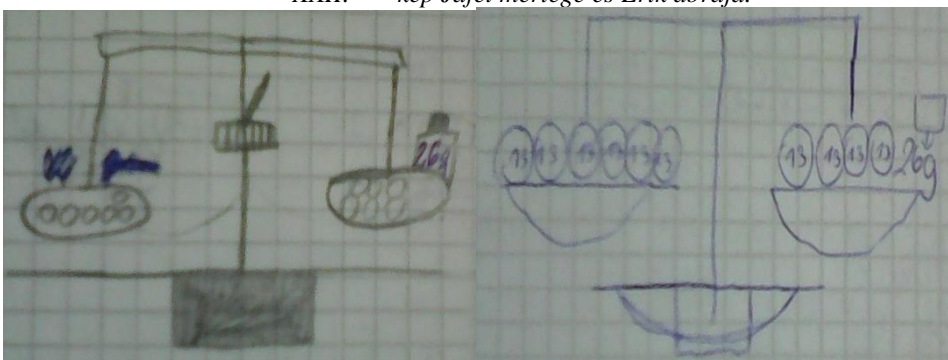
Számítsátok ki egy üveggolyó tömegét!

A feladat ábrázolását más-más módon végezték el a tanulók, de arra mindannyian figyeltek, hogy a mérleg egyensúlyban legyen.

A fiúk ábrái általában lényegre törőbbek (XXII. kép), míg a lányokéi aprólékosabban megrajzoltak voltak (XXIII. kép).



XXII. kép Jáfet mérlege és Erik ábrája.



XXIII. kép Laura ábrája és Bea rajza.

9. Az eredmények felmérése

A fejlesztő tanítási kísérlet végén a tanulók egy záró felmérést írtak. A felmérő tartalmazott olyan feladatokat, amelyek hasonlóak voltak, mint az

előzetes felmérő feladatai, de tartalmazott olyan feladatokat is, melyek nem szerepeltek az előzetes felmérőben, de az új ismeretek elsajátítását lehetővé lehetett felmérni általuk.

A záró felmérés feladatai

1. következő ábrákon milyen szám írható az üres téglalapokba?

| | | | | |
|---|----|----|----|----------|
| 3 | 8 | 15 | | n |
| 5 | 10 | 17 | 26 | |

| | | | | |
|---|---|----|-----|-----|
| 1 | 2 | 5 | 100 | |
| 3 | 6 | 15 | | 3·m |

2. Tomi azt mondja: van $k = 5$ darab kisautóm. Péternek $k + 3$ darab kisautója van. Hány kisautója van Péternek?
3. Annának $f = 3$ vonalas füzete van. A matematika füzeteinek száma $4 \cdot f$. Hány matematika füzete van Annának?
4. Rózanéni fánkot sütött. Kiszámolta, hogy minden unokájának hat darab fánk jut. Hány fánkot sütött, ha öt unokája van Rózanéninek?
5. Két gazda beszélget.
 János gazda azt mondja:
 - Nekem 13 tyúkom és 8 kakasom van.
 Lajos gazda erre így nyilatkozik:
 - Nekem ugyanannyi jószágom van, mint neked, de a kakasaim száma 10.
 Hány tyúkjá van Lajos gazdának?
6. A nyári vakációban kifestik az osztálytermet az iskolában. Minden terembe díszítő csíkot ragasztanak a falakra. Hány méter díszítő csíkra van egy osztályteremnél?

12 méter

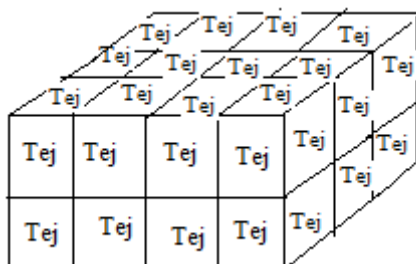


8 méter

Az osztályterem
alaprakza

7. A gyerekek az üveggolyókat számolják. Kati szerint, ha neki 14 üveggolyóval több lenne, akkor éppen annyi üveggolyója lenne, mint Tamarának, akinek 96 üveggolyója van. Hány üveggolyója van Katinak?

8. Péter és apukája együtt 48 évesek. Az apa háromszor annyi idős, mint a fia. Hány évesek külön-külön? **Oldd meg kétféle módszerrel!**
9. Egy csiga 1 óra 30 perc alatt 3 métert halad. Hány métert halad:
- 1 óra alatt
 - 15 perc alatt
 - 3 óra alatt
10. A gyerekek az iskolai mérleggel mérnek. A mérleg egyik serpenyőjébe négy gumilabda van. A másik serpenyőben két ugyanolyan gumilabda és 12 gramm súly van. Mennyi egy gumilabda tömege?
11. A nagyváradi kiránduláson Zsófi sokat fotózott. A képek felét a Saspalotánál, a maradék felét az állatkertnél a maradék 6 képet pedig a Bazilikánál készítette. Összesen hány képet készített Zsófi?
12. Az iskolai tejet egy karton dobozban kapta az osztály. A tanulók megszámozták, hogy egymás tetején 2 sor tejes doboz volt. Egy sorban 4 tejes doboz volt s összesen 3 ilyen sor volt rakva a dobozba. Hány tej van egy dobozban?



13. Peti és Dani együtt játszanak. Peti ír egy számot, majd Dani mellé írja a szám párját. Sajnos az utolsó két sort nem töltötték ki teljesen. Írd be a hiányzó számokat!

| Peti száma | a Dani által mondott pár |
|------------|--------------------------|
| 5 | 8 |
| 12 | 15 |
| 20 | 23 |
| 35 | |
| | 40 |

A feladatok megoldására a tanulóknak 90 perc állt a rendelkezésére. Megkértem őket, hogy igyekezzenek legjobb tudásuk szerint dolgozni, minél több feladatot helyesen megoldani. A záróteszt eredményétől függően mindenki minősítést kapott. A minősítés megítélésében nem csak az

számított, hogy ki hány feladatot oldott meg helyesen, hanem az is, hogy milyen odaadással és lelkiismeretesen dolgoztak. Mindezt a tanulók már előre tudták. Erre azért is szükség volt, mert hajlamosak rá, hogy hamar feladják, s kevéssel is megelégedjenek. A feltételeket már az ismétlődő órákon elmondtam a tanulóknak. Ekkor megkérdezték, hogy kérdezhetnek-e, ha elakadnak. Nagyon meglepett a kérdésük, de mivel a cél az, hogy minél hatékonyabb legyen a tanulási folyamat, azt válaszoltam, hogy igen kérdezhetnek, de én nem oldhatom meg helyettük a feladatot, annyit tehetek, hogy segítek egy rávezető kérdéssel, helyeslek, ha jó úton indultak el, illetve szólok, ha valahol olyan feladat van, amelyhez hasonlóval már találkoztak, hogy ezzel esetleg ötletet adjak. A záró feladatmegoldások alatt elhangzott párbeszédet rögzítettem, s a feladatmegoldások elemzésénél le is írom ezeket.

A feladatmegoldások elemzése

1. feladat

A következő ábrákon milyen szám írható az üres téglalapokba?

| | | | | |
|---|----|----|----|-----------------|
| 3 | 8 | 15 | | <i>n</i> |
| 5 | 10 | 17 | 26 | |

| | | | | |
|---|---|----|-----|-------------------|
| 1 | 2 | 5 | 100 | |
| 3 | 6 | 15 | | <i>3·m</i> |

Ez a feladat szerkezetét tekintve hasonló az előzetes felmérés első feladatához. Csilla és Alexa tökéletesen oldotta meg a feladatot, míg Erik és Árpi teljesen elhibázták a feladat megoldását. Csak Jáfet és Mari nem foglalkozott a feladattal.

Ahhoz, hogy látható legyen a különbség, a 18. táblázatban foglaltam össze az eredményeket:

| A feladat száma | Előzetes felmérés | Záró felmérés | Előzetes felmérés | Záró felmérés | Előzetes felmérés | Záró felmérés |
|---------------------|-------------------|---------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| Első feladat | Helyes válasz | Helyes válasz | Helytelen válasz | Helytelen válasz | Nem adott választ | Nem adott választ |
| 1.táblázat 4.oszlop | 3 | 10 | 13 | 7 | 3 | 2 |
| 1.táblázat | 0 | 4 | 12 | 12 | 7 | 3 |

| | | | | | | |
|------------------------|---|---|----|----|---|---|
| 5.oszlop | | | | | | |
| 2.táblázat 4.oszlop | 2 | 7 | 10 | 9 | 7 | 3 |
| 2.táblázat 5.oszlop | 3 | 4 | 10 | 10 | 6 | 5 |

18) táblázat Az első feladat eredményeinek megoszlása.

A táblázatból látszik, hogy a feladat mindkét része esetén növekedett azoknak a tanulóknak a száma, akik helyesen jöttek rá a törvényszerűségekre, majd helyesen számoltak is. A hibázók száma ugyanannyi, viszont többen megpróbálták megoldani a feladatot. Csilla volt az a tanuló, aki az előzetes felmérés során nem oldotta meg a feladatot, itt pedig tökéletes volt a megoldása. Akkor azt mondta, hogy egyáltalán nem értette, hogy mit kell az ilyen feladatnál csinálni.

2.feladat:

Tomi azt mondja: van $k = 5$ darab kisautóm. Péternek $k + 3$ darab kisautója van. Hány kisautója van Péternek?

Ezt a feladatot egy kivétellel minden tanuló megoldotta. S mindegyiküknek helyes volt a megoldása. Akik megoldották, általában egy részletesen leírt feladatmegoldást végeztek. Felírták, hogy hány kisautója van Tominak, hány kisautója van Péternek, majd elvégezték az összeadást és feleletet is írtak. Álváró nem foglalkozott a feladattal.

3.feladat:

Annának $f = 3$ vonalas füzete van. A matematika füzeteinek száma $4 \cdot f$. Hány matematika füzete van Annának?

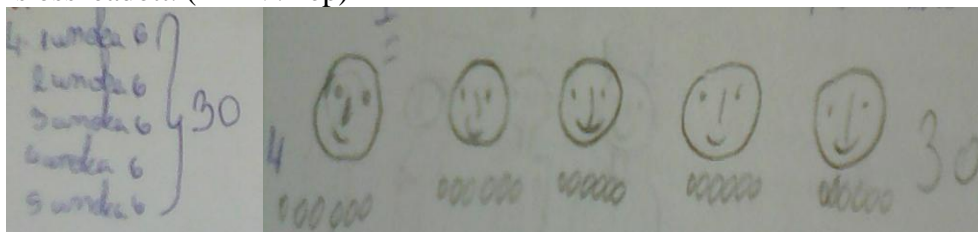
Hasonlóan az előző feladathoz, ezt a feladatot is sokan megoldották. 16 tanuló oldotta meg a feladatot, s 11-en helyes megoldást írtak. A többiek közül ketten rosszul szoroztak: Briginél $3 \cdot 4 = 21$, illetve Alexánál $3 \cdot 4 = 16$. Edina jól számolt, de helytelen feleletet írt, Bea és Alina pedig összeadta a számokat, s eredménynek 7-et kapott. Három tanuló nem foglalkozott a feladat megoldásával.

4.feladat:

Rózanéni fánkot sütött. Kiszámolta, hogy minden unokájának hat darab fánk jut. Hány fánkot sütött, ha öt unokája van Rózanéninek?

A negyedik feladatnál 16 tanuló jó megoldást írt, Edina elrontotta a számolást, míg Csilla és Álváró nem foglalkoztak a feladattal. Érdekes volt,

hogy hogyan gondolkodtak azok, akik nem jöttek rá egyből a feladat megoldására. Három tanuló volt, akik ábrázolták a feladatot, minannyian öt gyereket vagy gyerekfejet rajzoltak, melléjük a fánkokat, majd összeadtak. Egy tanuló nem rajzolt, csak felírta, hogy 1. unoka 6, 2. unoka 6, s a végén ő is összeadott. (XXIV. kép)



XXIV. kép Páti megoldása, illetve Annamária rajza.

A negyedik feladat megoldása során Annamária volt az, aki tanári segítséget kért: megkérdezte, hogy lerajzolhatja-e a feladatot. Mivel az igenlő választ a többiek is hallották, lehetséges, hogy ezért készítettek a tanulók rajzot a feladat mellé.

A 2., 3., 4. feladat megoldások sikerességét össze lehet hasonlítani az előzetes felmérés 2., 3. illetve 7. feladatával (19. táblázat):

| A feladat száma | Előzetes felmérés | Záró felmérés | Előzetes felmérés | Záró felmérés | Előzetes felmérés | Záró felmérés |
|--------------------------|-------------------|---------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| Első feladat | Helyes válasz | Helyes válasz | Helytelen válasz | Helytelen válasz | Nem adott választ | Nem adott választ |
| 2.feladat | 4 | 18 | 10 | 0 | 5 | 1 |
| 3.feladat | 7 | 11 | 5 | 5 | 7 | 3 |
| 7.feladat/ 4. feladat | 15 | 16 | 4 | 1 | 0 | 2 |

19) táblázat A 2., 3. és 7./4. feladat eredményeinek összefoglalása

Látható az, hogy több a sikeres feladatmegoldó, mint az előzetes felmérésnél, viszont ami még ennél is fontosabb, az, hogy a tanulók vázolták a feladat adatait, leírták mindazt, amit tudtak, s amit ki kellett számítani. Kialakult bennünk az, hogy egy logikus gondolatmenet kell a feladatok sikeres megoldásához.

5.feladat:

Két gazda beszélget.

János gazda azt mondja:

- *Nekem 13 tyúkom és 8 kakasom van.*

Lajos gazda erre így nyilatkozik:

- *Nekem ugyanannyi jószágom van, mint neked, de a kakasaim száma 10.*

Hány tyúkjá van Lajos gazdának?

Ehhez a feladathoz hasonló szerkezetű feladatot együtt is oldottunk, de ott gondot jelentett a „szárnyas” kifejezés értelmezése. Itt, amikor megkapták a feladatlapot, felhívtam a tanulók figyelmét, hogy a jószág kifejezés magában foglalja a tyúkokat és a kakasokat is.

A feladatmegoldások eredményeit a 20. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|---|-----------------|
| Helyes megoldás | 8 |
| Részleges megoldás (számítási hibák) | 3 |
| Helytelen megoldás | 6 |
| Nem foglalkozott vele | 2 |

20) táblázat Az 5. feladat eredményeinek megoszlása

A feladatot nyolc tanuló oldotta meg helyesen, s hárman számítási hibát vétettek. Akik rosszul számoltak, azoknál az összeadás vagy a kivonás volt elhibázva például: $13+8 = 23$.

Jáfet és Álváró nem foglalkozott a feladattal.

Az előzetes felmérés esetén a 9. feladatot, mely ehhez hasonló felépítésű volt szintén nyolc tanuló oldotta meg helyesen. Megvizsgáltam, hogy ugyanaz a nyolc tanuló volt-e, aki itt is jól dolgozott. Hat tanuló volt, aki mindkét feladatot jól oldották meg, s az a kettő, aki az előzetes felmérésnél jól számolt, azok a záró felmérésnél is jól indultak el, de számolási hibát vétettek.

6.feladat:

A nyári vakációban kifestik az osztálytermet az iskolában. Minden terembe díszítő csíkot ragasztanak a falakra. Hány méter díszítő csíkra van egy osztályteremnél?

12 méter



8 méter

Az osztályterem
alrajza

A kerületszámításos feladat itt is nagyon megosztotta tanulókat, úgy, mint az előzetes felmérésnél.

A feladatmegoldások eredményeit a 21. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|---|-----------------|
| Helyes megoldás | 8 |
| Részleges megoldás (számítási hibák) | 2 |
| Helytelen megoldás (félkerület számítás) | 8 |
| Nem foglalkozott vele | 1 |

21) táblázat Az 8. feladat eredményeinek megoszlása

10 tanuló volt, aki jól indult el a feladat megoldásnál. Közülük két tanuló volt, aki a számolásnál hibázott. Mari nem írta pontosan egymás alá a számokat, míg Junior helyesen írta egymás alá a számokat, de eredménynek 22-t kapott.

Mari az előzetes felmérésben egyáltalán nem foglalkozott a hasonló kerületszámításos feladattal, míg Junior ott csak félkerületet számolt.

Csilla nem foglalkozott a feladattal, a kérdésemre, hogy miért, meghúzta a vállát, s azt mondta, hogy: „úgysem tudom megoldani.” Ő az előzetes felmérésnél sem foglalkozott a feladattal.

Ennél a feladatnál kértek segítséget a tanulók, de csak annyit, hogy lerajzolhatják-e a feladatlagra az osztálytermet.

Álváró volt az egyedüli, aki kérdést tett fel, vagyis inkább megerősítést kért: „Ha ez az oldal 8, akkor ez is.? (mutatott a rajzára) Ez pedig 12. Akkor rosszul számoltam.”

A számolásnál összeadta a 8-at és a 12-t.

A tanári reagálás annyi volt, hogy: „Igen”.

Ezután Álváró helyesen oldotta meg a feladatot.

7.feladat:

A gyerekek az üveggolyókat számolják. Kati szerint, ha neki 14 üveggolyóval több lenne, akkor éppen annyi üveggolyója lenne, mint Tamarának, akinek 96 üveggolyója van. Hány üveggolyója van Katinak?

Ez a feladat a fordított szövegezés miatt nehezebb volt a tanulóknak.

A feladatmegoldások eredményeit a 22. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|---|-----------------|
| Helyes megoldás | 12 |
| Részleges megoldás (számítási hibák) | 1 |
| Helytelen megoldás (96 + 14) | 4 |
| Nem foglalkozott vele | 2 |

22) táblázat Az 7. feladat eredményeinek megoszlása

Ennél a feladatnál a feladat szövegének a megértése volt az alapvető nehézség. Azok, akik figyelmesen elolvastva le is írták az adatokat, mindannyian jól számoltak. Akik nem írtak adatokat, ők voltak azok, akik összeadással dolgoztak. Valószínűleg nem fordítottak elég időt a feladat megértésére.

Bea lerajzolta mind a 96 üveggolyót, s aztán helyesen meg is oldotta a feladatot.

Álváró és Jáfet nem foglalkozott a feladattal.

8.feladat:

*Péter és apukája együtt 48 évesek. Az apa háromszor annyi idős, mint a fia. Hány évesek külön-külön? **Oldd meg kétféle módszerrel!***

Ez a feladat már az előzetes felmérésben is szerepelt, mint az 5.feladat. Akkor a szöveg annyiban volt más, hogy a személynevek voltak mások. Az előzetes felmérésben nem szerepelt, hogy kétféle módszerrel is meg kell oldani a feladatot.

A feladatmegoldások eredményeit a 23. táblázatban foglaltam össze:

| A feladat száma | Előzetes felmérés | Záró felmérés | Előzetes felmérés | Záró felmérés | Előzetes felmérés | Záró felmérés |
|-------------------------|-------------------|---------------|-------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| Első feladat | Helyes válasz | Helyes válasz | Helytelen válasz | Helytelen válasz | Nem adott választ | Nem adott választ |
| 5.feladat/ 8.feladat | 0 | 11 | 18 | 6 | 1 | 2 |

23) táblázat Az 5./8. feladat eredményeinek megoszlása

Az előzetes felmérés során két tanuló gondolatmenete volt helyes, de nekik sem sikerült teljesen megoldani a feladatot.

A zárófelmérésnél 17 tanuló foglalkozott a feladattal, s közülük 11 tanuló helyes megoldást írt. Hat tanuló volt, aki nem tudta helyesen megoldani a feladatot, bár mindannyian ábrázolták. Volt, akinek az osztás okozott problémát, mert $48:4 = 11$; volt, aki az ábrázolás után nem tudott továbblépni, hanem felírta, hogy Péter 9 és az apa 39 éves. Tehát az egyik adatnak megfelelt az eredmény, de a másikat nem vette figyelembe.

A feladatot 8 tanuló próbálta megoldani a második módszerrel is. Hat tanuló **p** betűvel jelölte Péter életkorát, majd szépen levezette algebrai úton is a feladatot. Két olyan tanuló volt, aki második módszerként nem a feladat megoldását adta meg, hanem kétféle képen számolta ki a 36-ot: először, mint $48-12$, majd másodszer, mint $12+12+12$. Mind a nyolc tanuló, aki megpróbálkozott a második módszerrel is, először is helyesen és pontosan számolt.

Álváró és Junior nem foglalkozott a feladattal.

Ennél a feladatnál két tanuló kért segítséget. A tanári asztalra ki voltak helyezve azok a tárgyak, amikkel a kísérlet során dolgoztunk. Mari és Erik a szívószálakat szerették volna használni a feladatmegoldás során. Eriknek segített is az eszközhasználat, Mari viszont elhibázta az osztást, de a feladat reprezentálása helyes volt.

9.feladat:

Egy csiga 1 óra 30 perc alatt 3 métert halad. Hány métert halad:

- a) 1 óra alatt
- b) 15 perc alatt
- c) 3 óra alatt

A feladatmegoldások eredményeit a 24. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|---|-----------------|
| Helyes megoldás | 5 |
| Részleges megoldás (csak az a) alpont) | 2 |
| Helytelen megoldás | 11 |
| Nem foglalkozott vele | 1 |

24) táblázat Az 9. feladat eredményeinek megoszlása

Az öt helyest megoldást adó tanuló közül hárman megpróbálták ábrázolni a feladatot, s ez segített nekik a jó megoldásban.

Álváró nem foglalkozott a feladattal.

10.feladat:

A gyerekek az iskolai mérleggel mérnek. A mérleg egyik serpenyőjébe négy gumilabda van. A másik serpenyőben két ugyanolyan gumilabda és 12 gramm súly van. Mennyi egy gumilabda tömege?

A feladatmegoldások eredményeit a 25. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|--|-----------------|
| Helyes megoldás | 7 |
| Részleges megoldás (számítási hiba) | 6 |
| Helytelen megoldás | 2 |
| Nem foglalkozott vele | 4 |

25) táblázat Az 10. feladat eredményeinek megoszlása

Ezzel a feladattal 15 tanuló foglalkozott, s mindannyian megrajzolták a mérleget, s ábrázolták az adatokat. A megoldás során jelölték **g** vagy **l** betűvel egy gumilabda tömegét. A 15-ből hét tanuló felírta az egyenletet, s helyesen meg is oldotta azt. Hat tanuló volt, aki felírta ugyan az egyenletet, de amikor az osztásra került a sor, akkor elrontotta az osztást vagy nem is végzett osztást, s nem kapott jó eredményt például: $g = 41$ vagy $g = 11$. Két tanuló egyenletet sem írt, illetve az ábrázolás után nem is próbálkozott a megoldással.

11.feladat:

A nagyváradi kiránduláson Zsófi sokat fotózott. A képek felét a Sas-palotánál, a maradék felét az állatkertnél a maradék 6 képet pedig a Bazilikánál készítette. Összesen hány képet készített Zsófi?

A feladatot csak 13 tanuló oldotta meg. A záró felmérés javításakor feltűnt, hogy a feladatmegoldás vége felé haladva a tanulók írása egyre rendezetlenebb, s egyre többen nem oldják meg az utolsó feladatokat. Elfáradtak az összpontosításban és a feladatmegoldásban.

A feladatmegoldások eredményeit a 26. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 8 |
| Részleges megoldás | 3 |
| Helytelen megoldás | 2 |
| Nem foglalkozott vele | 6 |

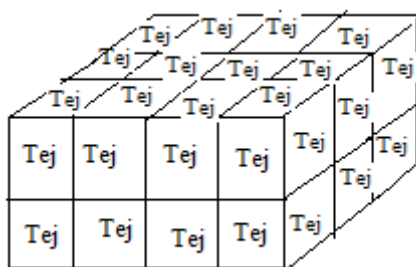
26) táblázat Az 11. feladat eredményeinek megoszlása

A helyes feladatmegoldók mindannyian kör vagy téglalapos ábrázolással dolgoztak. Volt még három tanuló, akik helyesen készítették el az ábrát, de nem volt jó a gondolatmenetük. Egyikük kiszámolta a 24-et, majd ezt összeadta önmagával, a másik tanuló eredménynek $6+12+12=30$ -at írt, a harmadik tanuló pedig az ábrán jól dolgozott, de a végeredmény kiszámításánál $12+12$ helyett, $22+22=44$ -et számolt.

Két tanuló nem készített ábrát. Egyikük eredménye $6+6+6=18$, a másik tanuló eredménye: 86.

12.feladat:

Az iskolai tejet egy karton dobozban kapta az osztály. A tanulók megszámlálták, hogy egymás tetején 2 sor tejes doboz volt. Egy sorban 4 tejes doboz volt s összesen 3 ilyen sor volt rakva a dobozba. Hány tej van egy dobozban?



Ehhez a feladathoz hasonló feladatot az előzetes felmérésben már oldottak a tanulók. Ilyen volta 6. és a 11. feladat. Azoknál a feladatoknál nem volt ábra, a tanulók a saját képzeletükre kellett hagyatkozzanak. Mivel nem tudták megoldani a feladatokat, s látva, hogy nem olvasnak, vagyis a képzeletük nem elég fejlett, itt egy ábrával próbáltam segíteni a tanulóknak. A kísérlet során ugyanis úgy tapasztaltam, hogy az ábra segít a tanulóknak a feladatok megoldásában.

A feladatmegoldások eredményeit a 27. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|-----------------------|-----------------|
| Helyes megoldás | 3 |
| Részleges megoldás | 2 |
| Helytelen megoldás | 8 |
| Nem foglalkozott vele | 6 |

27) táblázat Az 12. feladat eredményeinek megoszlása

A feladattal 13 tanuló foglalkozott. Közülük öten leírták azt is ahogy gondolkodtak. Három tanuló jó eredményt adott meg, de ketten rosszul számoltak, mert náluk: $6 \cdot 4 = 12$, illetve $8 \cdot 3 = 21$. Az ábra valóban segített ezeknek a tanulóknak, de volt, akiket félrevezetett, mert megszámlálták, amit láttak, anélkül, hogy gondolkodtak volna. Négy olyan tanuló volt, akinek a

számolási eredménye 26 lett. Szintén négy tanuló volt, akik írtak ugyan eredményt, de nem írták oda, hogy hogyan gondolkodtak, s azt sem tudták utólag elmondani, hogy hogyan számoltak.

13.feladat:

Peti és Dani együtt játszanak. Peti ír egy számot, majd Dani mellé írja a szám párját. Sajnos az utolsó két sort nem töltötték ki teljesen. Írd be a hiányzó számokat!

| Peti száma | a Dani által mondott pár |
|------------|--------------------------|
| 5 | 8 |
| 12 | 15 |
| 20 | 23 |
| 35 | |
| | 40 |

Az utolsó feladattal meglepően sokan, 18-an foglalkoztak. Pedig az előző két feladatnál már 6-6 tanuló meg sem próbálta megoldani azokat.

Amikor a zárófelmérő utólagos megbeszélése volt, kiderült, hogy a tanári utasításra - mely szerint az első és az utolsó feladatot ki lehet tölteni a feladatlapon, míg a többinél igyekezni kell betartani a sorrendet - úgy döntöttek a tanulók, hogy ezekkel kezdik.

A feladatmegoldások eredményeit a 28. táblázatban foglaltam össze:

| | A tanulók száma |
|--|-----------------|
| Helyes megoldás | 9 |
| Részleges megoldás (a 35 – 38 helyes) | 5 |
| Helytelen megoldás | 4 |
| Nem foglalkozott vele | 1 |

28) táblázat Az 13. feladat eredményeinek megoszlása

Három tanuló volt, aki a 35 mellé 38-at írt, de a negyven párjaként 43-at írt. Ők egyáltalán nem vették figyelembe, hogy melyik oszlopból hiányzanak a számok, rájöttek a törvényszerűségekre, s azt gondolkodás nélkül alkalmazták. A többiek új szabályokat alkottak. Ketten ötöt, egy tanuló egyet adott hozzá, illetve vont ki.

A záró felmérés eredményeinek összegzése:

Az eredményekből látható, hogy az absztrakt gondolkodás fejlődési folyamata elkezdődött a kísérletben résztvevő tanulóknál. Látható, hogy képesek észre venni a törvényszerűségeket az 1. és 13. feladatnál, bár az általánosításig még csak kevesen jutottak el. A helyettesítési értékek kiszámítási módját is megtanulták, a gondot már csak a másodrendű

műveletek elvégzése okozza a tanulóknak. Ez abból látszik, hogy a 2. feladatot 18-an, míg a szorzásos 3. feladatot csak 11-en oldották meg helyesen.

A tanulók elsajátították az aritmetikai feladatmegoldás legfőbb alapelveit, vagyis azt, hogy „ okoskodással” kell kezdeni, ami után egy jó ábra, egy megfelelő szemléltetés sikeres feladatmegoldáshoz vezet. Ez abból is látható, hogy a 8. feladatot 11-en, míg a 11. feladatot 8-an oldották meg helyesen.

Sajnos a négy alpművelet nem megfelelő ismerete sokszor negatívan hat a tanulók eredményére, mert bár helyes a gondolatmenetük, de a számolási hibák miatt az eredmény nem lesz jó.

Az algebrai feladatmegoldás alapjait kevesebben sajátították el, mint az aritmetikai feladatmegoldását. A 8. feladatot csak hatan oldották meg egyenlettel, hasonlóan a 10. feladatot is csak heten oldották meg jól.

Kialakulóban van, bár nem minden tanulónál, a komplex gondolkodás, amikor a meglévő ismereteiket összekapcsolják az adott feladat adataival. A 6. feladatnál, ahol a kerületszámítást kellett alkalmazni, már tizen jól gondolkodtak, de itt is a számolási hiba hátráltatott két tanulót.

Komoly fejlődés látható a feladatmegoldási módokban:

- részletesen leírták a feladat adatait, még az egyszerűbb feladatok esetén is;
- ábrát, rajzot készítettek a feladat szemléltetése érdekében;
- odafigyeltek a feladatok szövegére, még a hosszabb szövegek esetén is;
- kitartón dolgoztak, akkor is neki láttak a feladatok megoldásának, ha nem sikerült végig vigyék azt.

Késleltetett felmérő

A záró felmérés után két hónappal, 2017 május 26.-án a tanulók egy késleltetett felmérést írtak. Ennek a feladatai teljesen azonosak voltak, mint a záró felmérés feladatai. Erre a felmérésre külön nem ismételték a tanulók.

Két héttel korábban, amikor a félévi dolgozatra ismételték, akkor kellett megoldaniuk három szöveges feladatot. A két felmérő közötti két hónapos időszakban a tanulók a valószínűségszámítás alapjaival foglalkoztak, az adatszervezésről tanultak, illetve volt egy három hetes időszak, amikor nem tanultak, mert vakáció volt vagy iskola másképpen időszak alatt szabadidős tevékenységekben vettek részt.

Ahhoz, hogy pontosan látható legyen a tanulók fejlődése, valamint az, hogy milyen mértékben sikerült készség szinten elsajátítaniuk a tananyagot, a 29. táblázatban foglaltam össze a két felmérő eredményeit:

| A feladat sorszáma | Záró felmérő | | Késleltetett felmérő | |
|------------------------------|--------------|-------------------------------------|----------------------|---|
| | Helyes | Részleges megoldás | Helyes megoldás | Részleges megoldás |
| 1.első táblázat /4.oszlop | 10 | - | 8 | - |
| 1.első táblázat /5.oszlop | 4 | - | 3 | - |
| 1.második táblázat /4.oszlop | 7 | - | 8 | - |
| 1.második táblázat /5.oszlop | 4 | - | 5 | - |
| 2. | 18 | - | 18 | - |
| 3. | 11 | 2 rossz szorzás 1 számolási hiba | 12 | 1 számolási hiba |
| 4. | 16 | 1 számolási hiba | 10 | 5 számolási hiba |
| 5. | 8 | 3 számolási hiba | 4 | ? |
| 6. | 8 | 2 számolási hiba | 11 | 2 számolási hiba |
| 7. | 12 | 1 számolási hiba | 9 | 0 |
| 8. | 11 | - | 10 | 6, csak ábra |
| 8.második módszer | 6 | 2 másképp számolt | 0 | 4 számolási hiba |
| 9. | 5 | 2, csak az a) alpont | 3 | 2, csak az a) alpont 1, az a) és c) alpont |
| 10 | 7 | 6 számolási hiba | 9 | 5 számolási hiba |
| 11. | 8 | 3 számolási hiba | 10 | 2 számolási hiba |
| 12. | 3 | 2 | 4 | 2 |
| 13. | 9 | 5 | 8 | 6 |

29) táblázat A záró felmérő és a késleltetett felmérő eredményei

Néhány egyéni eredmény:

Csilla az előtesztnél sok feladattal nem foglalkozott. A késleltetett felmérő alapján Csilla megértette a szöveges feladatok aritmetikai megoldásait, de mivel a négy alapműveletből a szorzás és az osztás nem megy neki, ezért ezek miatt nem boldogult. Az algebrai megoldási módot nem próbálta.

Edina felmérői nagyon rosszul sikerültek, komoly számolási gondjai vannak, viszont ahol ábrázolni lehetett, ott helyes ábrákat készített, de a számolási problémák miatt nem jutott eredményre. Két helyesen megoldott feladata volt mindkét felmérőben, a 2. és a 13. Utánanézzve az iskolai előmenetelének, láttam, hogy az egyike azoknak, akik egyáltalán nem jártak óvodába, s egyik szülője sem tud írni és olvasni. Lehet, hogy ebből adódtak a számolási hiányosságai.

Amanda nagyon ügyes a matematikában, viszont a kísérlet ideje alatt sokszor volt beteg, s hiányzott. Ő olyan tanuló, aki igyekszik bepótolni az iskolai lemaradásait. A záró felmérő első hét feladatát helyesen megoldotta, a 8. feladatnál nem ábrázolt, de jól számolt, s helyes eredményre jutott. Igaz, hogy az algebrai módszert meg sem próbálta. A felmérő utolsó feladatait nem oldotta meg. A késleltetett felmérőből minden feladatot megoldott, voltak hibái: $6 \cdot 5 = 45$, de sokkal jobban teljesített, mint a záró felmérőnél. Azt mondta, hogy igyekezett bepótolni a többiek által tanultakat, illetve a félévi dolgozat előtti ismétlésnél is jelen volt. A késleltetett felmérőben sem dolgozott az algebrai megoldási móddal.

Annamária volt a másik tanuló, aki sokat hiányzott, de ő nem betegség miatt és nem is törekedett a hiányosságai pótlására. Nála viszont volt pozitív változás. Amikor a záró felmérőt kiértékeltek, elhangzott, hogy az ábrákra rá kell írni az adatokat. Annamária a 6. feladatnál előbb félkerületet számolt, de a késleltetett felmérő esetén minden oldalra ráírta a hosszúságukat, s jól számolta ki a kerületet. Ezen kívül ugyanazokat a feladatokat hibázta el, viszont a késleltetett felmérőnél igyekezett ábrákat készíteni, de ezekkel sem tudta jól megoldani a feladatot.

Pátinál a késleltetett felmérő gyengébbre sikerült, mint a záró felmérő. A 2. feladathoz ötször fogott hozzá, s ekkor sem oldotta meg helyesen. Ezzel nagyon sok időt vesztett. A szöveges feladatokat szépen levezette, bár algebrai megoldást csak a záró felmérőben írt.

Jáfet az első felmérőben hat, míg a másodikban hét feladatot oldott meg. Azt mondta, hogy ő ennyit tudott. A számolási feladatokat helyesen megoldotta, de a szöveges feladatoknál csak ábrát készített.

Junior speciális nevelési igényű gyerekként van nyilvántartva az iskolában. Jól gondolkodik, de rendezetlen az írása. Mindkét felmérőnek csak a felét oldotta meg, s gyakori számítási hibákat vétett: $8+8+12+12=22$.

Mari az osztály másik speciális nevelési igényű tanulója. Nagy eredmény volt nála, hogy a záró tesztben két feladattal, míg a késletetett felmérőben csak egy feladattal nem foglalkozott. Igaz, hogy mindkét felmérőben csak 3 jó eredménye volt, de nagyon jó ábrákat készített, bár nem tudott helyes számításokat végezni a segítségükkel.

V. Tapasztalatok, következtetések

1. A kutatási kérdések megválaszolása

Első kutatási kérdés:

Fejleszhető-e a roma tanulók absztrakciós készsége a szöveges feladatok megoldásának segítségével?

A roma tanulók absztrakciós készsége nagyon jól fejleszhető a szöveges feladatok segítségével.

Az absztrakt gondolkodás kialakítása során a fokozatosság elvét kell betartani. Lényeges, hogy előbb játékosan, tárgyi szemléltetéssel vezessük be az új fogalmakat, majd, amikor már letisztult a tanulók gondolataiban az adott fogalom jelentése, akkor adunk neki nevet, s akkor fogalmazzuk meg közösen, hogy mit is jelent ez a fogalom.

Az absztrakciós tevékenység csak induktív úton lehet sikeres.

Második kutatási kérdés:

Milyen megoldási módot - aritmetikai vagy algebrai - preferálnak a 7.osztályos roma tanulók a szöveges feladatok megoldásánál?

A kísérleti tanítás alapján megállapítható, hogy a tanulók az aritmetikai feladatmegoldási módot alkalmazzák szívesebben és sikeresebben a feladatmegoldások során.

Az algebrai feladatmegoldási mód alkalmazásakor is inkább a két módszert kombinálják egymással, nem képesek kizárólag egyetlen felírással és megoldással dolgozni.

A roma tanulók képzelő ereje nagyon szegényes, aminek többféle oka is lehet: környezet, amiben élnek, illetve az olvasottság hiánya. Ebből adódóan akkor tudnak egy szöveges feladatot jól megoldani, ha azt nem elképzelniük kell, hanem láthatóvá, kézzelfoghatóvá tudják tenni a saját maguk számára. Miután akár tárgyi szemléltetés, akár grafikus ábrázolás során megértik a feladatot, már nem okoz nehézséget számunkra az algebrai megoldás sem.

Természetesen ez akkor igaz, ha az algebrai rész is ilyen manipulatív tevékenységek során került elsajátításra, nem pedig kizárólag elméleti úton lett bevezetve.

A késleltetett felmérő eredménye alapján megállapítható, hogy a tanulók készség szinten az aritmetikai módszereket sajátították el. Számukra szükséges egy jól elkészített ábra, ahhoz, hogy utána egy egyszerű, egy műveletet tartalmazó egyenletet felírjanak és megoldjanak.

Harmadik kutatási kérdés:

Hogyan járulnak hozzá a 7.osztályos roma tanulók szöveges feladat megoldási képességének fejlesztéséhez a kiscsoportos, páros, illetve az egyéni foglalkozások?

Nagymértékben hozzájárul a roma tanulók fejlődéséhez a kiscsoportos, majd páros, s végül az egyéni munka.

A tevékenység elején nagyon fontos volt, hogy minden tanuló feszültségmentesen, szorongás nélkül vegyen részt a tanulásban. Erre tökéletesen alkalmas a csoportos tevékenység. A csoportok kialakítása során minden „gyengébb”, nehezebben boldoguló tanuló választhatott olyan csoporttársat, akinek megbízott a tudásában. Ezáltal nem kellett félnie egyik tanulónak sem attól, hogy nem fog boldogulni.

Természetesen a tanár feladata az, hogy időről időre valamilyen hihető üreggel változtasson egy-egy csoport összetételén, ha úgy látja, hogy egyes tanulók csak szemlélődők a csoportban, de nem vesznek részt tevékenyen a munkában. Jó lehetőség volt a csoport átalakításra, ha egy-egy tanuló hiányzott vagy ha a tevékenység során mindenkinek kellett látni a táblát. Ekkor azok a tanulók kaptak nagyobb figyelmet, akik amúgy „megbújtak” egy-egy csoportban. Ezek a tanulók is megérezhették a sikeres munkavégzés örömet, s a későbbiekben már szívesen és sikeresen dolgoztak akár egyedül is.

2. Összegzés, következtetések

A kezdetben alkalmazott csoportos foglalkozás valóban segítette a tanulóknak az aktív, felszabadult feladatmegoldásban. Jó módszer volt a csoportos munka, mert általa azok a tanulók is bekapcsolódtak a feladatok megoldásába, akik amúgy a sorozatos kudarcok miatt inkább hozzá sem fogtak a munkához. A kísérleti tanítás során hamar megunták a tanulók a kialakított csoportokat, így könnyen át lehetett térni velük a páros munkára. Mindkét munkatípusnál nagyon figyelni kellett arra, hogy a gyerekek közötti társas kapcsolatok képezzék a csoportalakítások alapját, s arra is, hogy ne legyenek különböző nemű tanulókból álló csoportok. Miután mindenki

elsajátított valamilyen tudásszintet, onnantól örültek, ha egyénileg dolgozhattak. Ez azért is volt így, mert a teljes tanítási kísérlet során csak pozitív értékelést alkalmaztam. Soha nem hangzott el az, hogy ez nem jó, csak annyi, hogy: „próbáld meg így...”, „szerintem ez a módszer sikert hozhat...”, „a számításaidat kell ellenőrizd, mert a gondolatmenet helyes...”.

Az előzetes felmérés és a záró felmérés

Az előzetes felmérés és a záró felmérés eredményeit összehasonlítva megállapítható, hogy a záró felmérés eredményei lényegesen jobbak. Természetesen bármilyen módszert alkalmazunk is, a záró felmérés eredményei mindig jobbak lesznek, hiszen az adott témakörrel foglalkoznak a tanulók a felmérést megelőző időszak alatt.

Ezeket az adatokat bárki láthatja, ha a két felmérő adatait összeveti.

Legalább ilyen lényegesek azok az eredmények, amelyek első látásra nem szembetűnők.

A kísérlet során nem minden tanuló volt egyformán aktív. A dolgozattól is látszik, hogy sok tanuló szinte napi rendszerességgel kérdezett, jelentkezett, míg mások soha nem szólaltak meg. De az eredményekből az is látható, hogy akik csak csendben figyeltek, azok is megértették a tanultakat. Alexa soha nem szólalt meg, de a 13-ból 11 feladatmegoldása tökéletes lett. Mari, aki nem tud szorozni, s az előzetes felmérés során csak az összeadási feladatokat oldotta meg helyesen, most a szöveges feladatoknál leírta részletesen a gondolatait, s igyekezett még akkor is, ha a magasabb rendű műveletek mindig kifogtak rajta.

A kitartás soha nem volt a roma gyerekek erőssége. A záró felmérésre 90 perc munkaidőt kaptak a tanulók, úgy, hogy az eddigi leghosszabb írásbeli munkájuk 50 perces volt (egy tanítási óra), de az osztály kétharmada 20 perc után általában befejezte a munkát.

Most 50 perc után 8 tanuló adta be a dolgozatát, nem azért mert kész voltak, hanem mert úgy érezték, hogy ennyit tudtak megoldani. Volt 5 tanuló, akik egy órát dolgoztak, s a többi 6 tanuló majdnem 80 percet írt.

Tehát a fejlesztő tanítási kísérlet során nemcsak a matematikai tudásuk, hanem a figyelmük és a tanulók akarat ereje is fejlődött.

A matematikai ismeretek mellett a nyelvi ismereteik is változtak. Míg az előzetes felmérés során csak az eredményt írták le, mert fejben számoltak, most igyekeztek a feladat elolvasása után leírni az adatokat, s azt is amit ki kellett számolni. Tehát a feladat szövegét értelmezve, elemezve láttak neki a feladat megoldásának, s nem csak a számokra összpontosítottak.

A záró felmérés és a késleltetett felmérés

A két felmérő között két hónap telt el. Ez idő alatt volt egy hét, amikor iskola másképpen tevékenységek során nem a tananyaggal foglalkoztunk, illetve egy kéthetes tavaszi szünidő. Ismételni csak a félévi dolgozat előtt ismételtünk. Ennek ellenére a késleltetett felmérő csak két gyereknél lett rosszabb, mint a záró felmérő. Az a tudás, amit elsajátítottak a kísérlet során maradandóvá vált ebben az időszakban. Akik megértették a szöveges feladatok megoldását, azok két hónappal később is jól boldogultak. Vannak olyan tanulók, akik jobban teljesítettek bizonyos feladatoknál, tehát van rá lehetőség, hogy javítsunk az eredményeken. Ami nagyon szembetűnő, hogy akik meg is próbálták a kizárólagos algebrai módszert, azoknak sem sikerült tökéletes megoldást íni. Tehát az algebrai szöveges feladat megoldást még gyakorolni kell a tanulóknak, ahhoz, hogy ez is készség szintjévé váljon.

A kísérleti tevékenység bebizonyította azt, hogy lehet olyan módszereket használni a tanítás során, melyekkel a hátrányos helyzetű tanulók esetén is sikereket lehet elérni.

Nagyon fontos, hogy a tanári hozzáállás türelmes, elfogadó és ösztönző legyen. Több időre van szükség a tananyag megértetéséhez és elmélyítéséhez, mint a jó matematikai alapokkal rendelkező, jó logikai érzékű osztályok esetén.

A roma tanulók nem rendelkeztek aritmetikai szöveges feladat megoldási ismeretekkel. Ennek ellenére ezeket nagyon jól elsajátították, sőt a záró felmérés alapján készség szinten birtokolják.

Az algebrai számítások terén is jól boldogulnak, bár az algebrai szöveges feladatmegoldást kevesen alkalmazzák. Sokkal könnyebb számukra, ha egy jó ábra, rajz elkészítése után, csak egy olyan algebrai egyenlet oldanak meg, melyben egy művelet szerepel. Így a két módszert tulajdonképpen egymás kiegészítésére használják, s ezáltal a szöveges feladat megoldást a maguk számára könnyebbé teszik.

A hátrányos helyzetű roma gyerekek esetén akkor lehet sikeres a matematika tanítás, ha:

- egyéni odafigyelést alkalmazunk
- a kiscsoportos, a páros és az egyéni foglalkoztatást váltogatva dolgozunk
- mindent, amit lehet kézbe adunk, ábrázolunk, reprezentálunk
- sokat gyakorlunk közösen az iskolában
- pozitív, ösztönző, elfogadó tanári hozzáállással tevékenykedünk
- ennek a tananyagrésznek az elmélyítését meg lehet valósítani, ha az év végi ismétléskor visszatérünk rá, illetve nyolcadik osztályban már

egy meglévő aritmetikai szöveges feladatmegoldási alapra építve, az algebrai módszert próbáljuk elmélyíteni.

3. További kutatási lehetőségek

A módszer alkalmazása a következő roma osztály esetén, akik most ötödikesek, a 2018-2019-es tanévben.

A szöveges feladatok megoldásának elmélyítése algebrai módszerrel, ugyanennél a osztálynál, a következő tanévben, ahol alapozhatunk a már meglévő aritmetikai feladatmegoldási készségre.

A módszer alkalmazása vegyes magyar-roma osztályok esetén, kiscsoportos, délutáni foglalkozásokon, a hátrányos helyzetű tanulók felzárkóztatására.

Irodalomjegyzék

1. Ambrus András: A konkrét és vizuális reprezentációk használatának szükségessége az iskolai matematikaoktatásban, Magiszter, Csíkszereda, 2003, I. Évfolyam, 3. Szám, (61-74 o.)
2. Ambrus András: A matematikai problémamegoldás néhány aktuális kérdése agyutatóások eredményeinek tükrében, 2011, <http://www.bbtepedsm.ro/> (2014.11.08).
3. Ambrus András: Bevezetés a matematikadidaktikába, Elte Eötvös Kiadó, Budapest, 1995, (37-40, 177-178 o.).
4. Ambrus András: Teaching Mathematical Problem-Solving with the Brain in Mind: How can opening a closed problem help? CEPS Journal, 2014, vol.4, nr.2, (111 o.).
5. Ambrus Gabriella, Ambrus András: Szakmódszertan kiegészítő jegyzet, 2013, (9 o.) http://ttomc.elte.hu/sites/default/files/kiadvany/tamop_szakmodszertan.pdf (2016.02.01).
6. Baddeley, Alan: Human memory, Psychology Press, EastSussex, 2002, (51-52 o.).
7. Barabás Zsuzsa: Matematika munkafüzet, V. osztály, Corvin Kiadó, Déva, 2013, (28-29 o.).
8. Baranyai Tünde, Tempfli Gabriella: Kooperatív módszerek bevezetésének lehetőségei matematika órákon, Státus kiadó, Csíkszereda, 2010, (7 o.).
9. Bruner, Jerome Seymour: Toward a Theory of instruction, Harvard University Press, Cambridge, 1966, (1-11, 44-45 o.).
10. Bordács Margit, Lázár Péter: Kedveskönyv, Dinasztia Tankönyvkiadó Kft., Budapest, 2002, (29-30 o.)
11. Buzás László: A csoportmunka, Tankönyvkiadó, Budapest, 1980, <http://www.agraroldal.hu/csoportmunka.html> (2016.02.01).
12. Chirtop Petre, Radu Valer: Matematika 5 - tankönyv, Editura Didactică și Pedagogică, București, 2000.
13. Clark, C. Ruth; Nguyen, Frank; Sweller, John: Efficiency in Learning: Evidence-Based Guidelines to Manage Cognitive Load, by John Wiley&Sons 2006, (47-76 o.).
14. Csépe Valéria, Györi Miklós, Ragó Anett: Általános pszichológia 2., Osiris Budapest 2007, (203-207 o.).
15. Csíkos Csaba: The difficulties of comprehending mathematical word problems in 10-11-year-old, Magyar Pedagógia, 103, Number 1., 2003, (35-55 o.).
16. Csordás Mihály, Konfár László, Kothencz Jánosné, Kozmáné Jakab Ágnes, Pintér Klára, Vincze Istvánné: Sokszínű Matematika 6, Mozaik Szeged 2010, (62-96 o.).
17. De Corte, E.: Az iskolai tanulás: A legfrissebb eredmények és a legfontosabb tennivalók. Magyar Pedagógia, 101. 4. sz., Szeged., 2001, (413–434 o.).
18. <http://www.diosig.ro/> (2016.02.22).
19. <http://www.edu.ro/index.php/articles/c21/> (2016.02.08).
20. Elliott, C. Portia; Kenney, J. Margaret: Communication in mathematics, K-12 and beyond, National Council of Teachers of Mathematics, 1996, (45-53 o.).
21. Evers, M. Williamson; Walberg, J. Herbert: Testing Students Learning, Evaluating Teaching Effectiveness, Hoover Institution Press, Stanford University, 2004, (189 o.).
22. Faragó László: Szöveges feladatok megoldása egyenlettel, Tankönyvkiadó, Budapest, 1960, (9-15 o.).

23. Ferenczi Gyula, Fodor László: A pedagógia tudományelméleti alapjai, Stúdium Könyvkiadó Kolozsvár, 1993, (22-28 o.).
24. Hegarty, Mary; Mayer, E. Richard; Monk, A. Christopher: Comprehension of Arithmetic Word Problems: A Comparison of Successful and Unsuccessful Problem Solvers, Journal of Educational Psychology, 1995, Vol. 87, No. 1, (18-32 o.).
25. Herendiné Kónya Eszter: A matematika tanítása az alsó tagozaton, Nemzedékek tudása Tankönyvkiadó, Budapest, 2013, (164 - 172 o.).
26. <https://hu.scribd.com/doc/176569190/Hangos-olvasas-ertekelesi-szempontok> (2017.01.03).
27. Juhász Péter: Hétvégi táborok nem kiemelkedően tehetséges diákok számára, Tehetség gondozás a felfedezettő matematikatanítás módszerével, 2016, <https://www.renyi.hu/staff/Szakmodszertanikonceptio.pdf>, (2017.04.01).
28. Kagan, Spencer: Cooperative Learning, Kagan Publishing, San Clemente, 1994, (1:1-4:11 o.).
29. <http://www.kerekvilag.sulinet.hu/iskola/kongitiv.php> (2017.04.01).
30. Kieran, Carolyn: Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? The Mathematics Educator, Vol.8, No.1, 2004, (139 – 151 o.).
31. Kieran, Carolyn: The changing face of school algebra, invited lecture presented at the Eighth Inter-national Congress on Mathematics Education, Seville Spain, 1996.
32. http://www.kislexikon.hu/algebra_a_a.html (2014.07.16).
33. <http://www.kislexikon.hu/csopormunka.html> (2016.02.01).
34. Liskó Ilona: A hátrányos helyzetű tanulók oktatásának minősége, Új pedagógiai szemle 52. évf. 2. sz., Budapest, 2002, (56-69 o.).
35. Maurer Gyula, Orbán Béla, Radó Ferenc, Szilágyi Pál: Matematikai kislexikon, Kriterion könyvkiadó, Bukarest, 1983, (18-19 o.).
36. Máté Ileana: Cooperativ learning in teaching mathematics: case of addition and subtraction of integers in: Teaching Mathematics and Computer Science, Debrecen, 2011, Vol. IX, Issue I, (117-136 o.).
37. Máté Ileana: Matematikatanítás változatosan in: Matlap-Ifjúsági Matematikai Lapok, Kolozsvár, 2009, XIII. Évfolya, 5. Szám, (188-192 o.).
38. Máté Ileana: Presentation of a method application which makes teaching mathematical notable identities easier in: International Journal of Applied Science and Mathematics, India, Jan. 2017, Vol. 4, Issue 1, (17-20 o.).
<http://www.ijasm.org/index.php/archive?view=publication&task=show&id=114>
39. Máté Ileana: The mathematical proficiency tests in: Knowledge and Sustainable Economic Development, Nagyvárad, 2012, (659-670 o.).
40. Máté Ileana: The study of the role of working memory in the teaching of text-based problems, http://dppd.ubbcluj.ro/adn/article_5_3_9.pdf, (2014.10.03).
41. Mérei Ferenc, V. Binét Ágnes: Gyermeklélektan, Medicina Könyvkiadó Rt., Budapest, 2006, (277-281 o.).
42. M. Nádasi Mária: Egységesség és differenciáltság a tanítási órán, Tankönyvkiadó, Budapest, 1986, <http://www.agraroldal.hu/csopormunka.html> (2016.02.01).
43. Nagy Mária: Cigány tanulók az iskolában. A tanárok beszélnek, Magyar Pedagógia, 102. évf. 3. szám, Szeged, 2002, (301-331 o.).

44. Nathan, J. Mitchell; Kintsch, Walter: A theory of Algebra Word Problem Comprehension and its Implications for Unintelligent Tutoring System, US WEST Advanced Technologies, Denver, Colorado, 1990.
45. Nemesné Kis Szilvia, Sajtosné Csendes Gyöngyi: Az illiteráció avagy a funkcionális analfabetizmus Magyarországon, Felnőttképzés, 2010, 8/1. szám, (7 o.).
46. Olosz Etelka, Olosz Ferenc: Matematika módszertan, Erdélyi Tankönyvtanács, Kolozsvár, 2000, (208-237 o.).
47. Petrică Ion.: Matematika 6- tankönyv, Editura Petrion, București, 2002.
48. Pintér Klára: Matematika tantárgy-pedagógia, Szeged, (2013)
http://www.jgyvk.hu/mentorhalo/tananyag/Matematika_tantrgypedaggia/113_egyenletek.html, (21.05.2016), (4-5 o.).
49. Pólya György: A problémamegoldás iskolája II. Kötet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985, (111-117 o.).
50. Radu Dan , Radu Elena.: Matematika 7- tankönyv, Teora Educațional, București, 2000.
51. Radu Dan, Radu Elena.: Matematika 8- tankönyv, Teora Educațional, București, 2001.
52. Rajnai Judit: Lehet másképp?! – avagy pedagógiai alternatívák a hátrányos helyzetű roma fiatalok nevelésében, Új pedagógiai szemle 62.évf., 11-12. sz. , 2012, Budapest, (54-75 o.)..
53. Sain Márton: Matematikatörténeti ABC, Nemzeti Tankönyvkiadó-Typotex-Budapest, 1993, (14-21, 37-38, 91, 226 o.).
54. Schoenfeld, H. Alan: Assessing Mathematical Proficiency, Cambridge University Press, 2007, (56 – 57 o.).
55. <http://www.scoaladiosig.ro/> (2016.02.22).
56. Singer Maria: Matematika 8- tankönyv, Teora Sigma, București, 2002.
57. <http://singteach.nie.edu.sg/issue17-mathed/>, *Practical Lessonson Problem Solving*, 2009, (19.05.2016), (2 o.).
58. Skemp, R. Richard: The psychology of learning and teaching mathematics, Unesco/EDcsu/1962/1, Paris, 1962.
59. Sparks, D. Sarah: Introduce Word Problems to Students Sooner, Studies Say, Education Week, 2014, Volum 34, Issue 13, (10 o.).
60. Steele, Claude M.: Különböző társadalmi háttérű gyerekek bevonása a közös tanulásba, Módszerek a hátrányos helyzetű tanulók iskolai sikerességének segítésére, Educatio Társadalmi Szolgáltató Közhasznú Társaság Budapest, 2008, (78-80 o.).
61. Sternberg, J. Robert; Ben-Zeev, Talia: The Nature of Mathematical thinging, Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey, 1996, (62, 253-285o.).
62. [http://subiecte2012.edu.ro/2012/testeinitiale/primar/\(2016.02.29\)](http://subiecte2012.edu.ro/2012/testeinitiale/primar/(2016.02.29)).
63. Svensson, Petra; Meaney, Tamsin & Norén, Eva: Immigrant students' perceptions of their possibilities to learn mathematics: the case of homework, For the learning of mathematics, Canada, Vol. 34, Num. 3, 2014, (32-39 o.).
64. Szabó-Thalmeiner Noémi: A matematikai eredményességet befolyásoló tényezők, PedActa, Kolozsvár, Volume 1, Number 1-2, 2011,
<http://padi.psiedu.ubbcluj.ro/pedacta/> (2017.04.01).
65. Stankov Gordana: Konkrét és képi reprezentációk használata a hetedik osztályos algebratanításban, Debreceni Egyetem, 2008.

66. Terrell, Mark.: Anatomy of Learning: Instructional Design Principles for the Anatomical Sciences, The Anatomical Record Part B, Vol. 289B, Issue 6, 2006, (252-260 o.).
67. Tomlinson, Carol Ann: The differentiated classroom, ASCD, Alexandria, 2014, (1-8 o.).
68. Tóth Jánosné: Az utca matematikája, Romák és oktatás, Iskolakultúra, Pécs, 2001, (149-172 o.).
69. Török Tamás: Szöveges feladatok és tanításuk, Tanítói kézikönyv, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2009, (7-8 o.).
70. Turcitu Gheorghe.: Matematika 6- tankönyv, Editura Radical, Mehedinti, 1998.
71. Turcitu Gheorghe: Matematika 7- tankönyv, Editura Radical, Mehedinti, 1999.
72. Wachsmuth, Ipke: Two modes of thinking- also relevant for the learning of mathematics In: For the learning of mathematics 2 (2), 1981, (38-45 o.).
73. Vári Lászlóné: Matematikai tudásszintet meghatározó háttérváltozók, Romák és oktatás, Iskolakultúra, Pécs, 2001, (138-148 o.).
74. Vekerdy Tamás: Gyermekközpontú-e az iskola?, Új pedagógiai szemle, 54. évf. 4-5. sz., (2004), (91-94 o.).
75. Wilkin, Anne; Derrington, Chris; White, Richard; Martin, Kerry; Foster, Brian; Kinder, Kay; Rutt, Simon: Improving the outcomes for Gypsy, Roma and Traveller pupils: final report, Department for Education, 2010, UK, (114-115 o.).

Mellékletek

1.számú melléklet

Roma tanulók az iskolában

A kérdőívet kitöltő pedagógus beosztása:

Osztálya:

Az osztályban lévő tanulók száma:

ebből magyar: roma: más:

Általában nehezebben boldogulnak-e az iskolában a roma tanulók, mint társaik?

igen nem

Ha igen, akkor milyen mértékben befolyásolják ezt a következő tényezők?

| | nagy mértékben | közepesen | kis mértékben | nem befolyásolja |
|----------------------------------|----------------|-----------|---------------|------------------|
| a szülők alacsony iskolázottsága | | | | |
| alacsony jövedelem | | | | |
| a család instabilitása | | | | |
| az eltartottak magas száma | | | | |
| a család nagysága | | | | |
| család vagy ép család hiánya | | | | |
| kisebbségi etnikai helyzet | | | | |

Van-e más olyan szociokulturális tényező, amely hatással van a roma tanulók iskolai boldogulására?

A következő tényezők közül melyik milyen mértékben érvényes az általad tanított roma gyerekekre? (0-nem érvényes, 1-kis mértékben érvényes, 2-gyerekenként változó, 3-nagy mértékben érvényes)

- Nem jártak rendszeresen óvodába a gyerekek.
- Nyelvi hátrányokkal érkeznek az iskolába, ami nem idegennyelvűséget, hanem hiányos magyar szókincset jelent.
- A családok és a gyerekek körülményeit egyaránt hiányos tárgyi kultúra jellemzi, hiányoznak a tanulás otthoni és iskolai feltételei. (pl. tanszerek)
- A szegénységgel és a rossz lakáskörülményekkel függ össze, hogy a családok egy részénem megfelelő higiénés körülmények között él, ennek a következményei (gondozatlanság, fertőzések, betegség stb.) az iskolás gyerekeknél is jelentkeznek.
- Az átlagosnál alacsonyabb szintű a tanulási motiváltságuk, mert sem a szülők elvárásai, sem a várható mobilitási perspektívák nem motiválják őket eléggé a tanulásra.
- Az átlagosnál nehezebben valósítható meg az iskola és a szülők együttműködése, a szülők nem tartanak rendszeres kapcsolatot a pedagógusokkal, és konfliktushelyzet esetén a pedagógusokkal szemben, a gyerekeik mellé állnak.
- A tanulók az átlagosnál nehezebben alkalmazkodnak az iskolai szabályokhoz és viselkedési formákhoz. Ennek oka elsősorban a szülők eltérő nevelési elve.
- A gyerekeket az átlagosnál gyakrabban jellemzi védekező, agresszív magatartás.
- Az átlagosnál hamarabb tekintik felnőttnek a családban a gyerekeket, a szülők elvárják nagyobb gyerekektől a segítséget a családi munkákban és a családfenntartásban.
- A korábbi felnőtté válás része a viszonylag korai szexuális érettség.

Tapasztalatod szerint van-e más olyan tényező, ami negatívan befolyásolja az általad tanított roma gyerekek iskolai előmenetelét?

-

Milyen tanítási módszereket alkalmaztál sikeresen a roma gyerek felzárkóztatására?

Én és a családom
- kérdőív -

Név:

Osztály:

Életkor:

Jártál-e óvodába:

Hány évet:

Mindig ebbe az osztályba jártál:

Ha nem, akkor hogyan kerültél ide:

A családotod összetétele, életkoruk:

Kikkel élsz egy háztartásban:

Beszélsz-e roma nyelven:

Otthon milyen nyelvet használtok:

Milyen a lakásotok:

-szobák száma:

-konyha van-e:

-előszoba van-e:

-fürdőszoba van-e:

-vezetékes víz van-e a házban:

-hány helyiséget fűtötök télen:

A családotdról:

Apa -hány osztálya van:

-tud-e írni:

-tud-e olvasni:

-tud-e számolni:

-mivel foglalkozik:

Anya -hány osztálya van:

-tud-e írni:

-tud-e olvasni:

-tud-e számolni:

-mivel foglalkozik:

A nagyobb testvéreid esetén:

-hány osztálya van:

-tud-e írni:

-tud-e olvasni:

-tud-e számolni:

-mivel foglalkozik:

Én és a családom

- a válaszok összesítve -

| | Válasz | Tanuló k száma | Válasz | Tanuló k száma | Válasz | Tanulók száma | Vál asz | Tanu- lók száma |
|---|-------------------------------|----------------------|--------------------------|----------------------|----------------------------------|------------------|------------|-----------------------|
| Életkor: | 12 éves | 3 | 13 éves | 10 | 14 éves | 6 | | |
| Jártál-e óvodába: | Igen | 16 | Nem | 3 | | | | |
| Hogyan kerültél ide az osztályba | Mindig ide járt | 7 | Bukott | 11 | Másik osztály- ból jött át | 1 | | |
| Testvérek száma | 0 | 2 | 1-2 | 7 | 3-4 | 7 | 5-7 | 3 |
| Teljes család | Igen | 17 | Nem | 2 | | | | |
| Beszélsz-e roma nyelven: | Igen | 16 | Nem | 3 | | | | |
| Otthon milyen nyelvet használtak: | Roma | 3 | Magyar | 7 | Vegyes | 9 | | |
| szobák száma | 1 | 10 | 2 | 4 | 3 vagy több | 5 | | |
| fürdőszoba | van | 17 | Nincs | 2 | | | | |
| vezetékes víz van-e a házban | Van | 10 | Nincs | 9 | | | | |
| hány helyiséget fűtők télen | 1 | 11 | 2 | 6 | 3 vagy több | 2 | | |
| Apa - hány osztálya van: | 0 | 1 | ≤ 4 | 7 | ≤8 | 8 | >8 | 2 |
| tud-e írni: | Igen | 13 | Nem | 5 | Kicsit | 1 | | |
| tud-e olvasni: | Igen | 13 | Nem | 5 | Kicsit | 1 | | |
| tud-e számolni: | Igen | 19 | Nem | 0 | Kicsit | 0 | | |
| mivel foglalkozik: | Munkahe- lyen dolgo-zik | 16 | Nincs munka- helye | 2 | Nyugdíj- as | 1 | | |
| Anya - hány osztálya van: | 0 | 2 | ≤ 4 | 7 | ≤8 | 9 | >8 | 1 |
| tud-e írni: | Igen | 14 | Nem | 4 | Kicsit | 1 | | |
| tud-e olvasni: | Igen | 10 | Nem | 7 | Kicsit | 2 | | |
| tud-e számolni: | Igen | 15 | Nem | 3 | Kicsit | 1 | | |
| mivel foglalkozik: | Munkahe- lyen dolgo-zik | 2 | Nincs munka- helye | 17 | Nyugdíj- as | 0 | | |

Értő olvasás teszt

Olvasd el figyelmesen, majd dolgozz a szöveg alapján!**Sajtot oszt a róka**

Együtt mendegélt a róka és a farkas. Találtak egy szép nagy, kerek sajtot.

Azt mondja a róka a farkasnak:

- Ketten találtuk a sajtot. Osztozzunk meg rajta igazságosan! Várj, majd én elfelezem.

A róka középén kezdte kétfelé rágni a sajtot.

Mikor a túlsó végére ért, látták, hogy nem egyforma nagy a sajt.

- Ez nagyobb! – mondta a róka, s lerágott az egyik feléből egy darabot. Akkor meg a másik fele volt nagyobb, abból rágott le.

Addig rágta, addig osztotta kétfelé a sajtot, míg semmi sem maradt a farkasnak belőle. (Magyarnépmese.)

1. Sorold fel a mese szereplőit!
2. Melyik a helyes válasz?

Kik mendegéltek?

- a róka és a gólya
- a sajt és a róka
- a róka és a farkas

Mit találtak?

- egy kerek labdát
- egy szép, nagy kerek sajtot
- egy tarisznya ételmet

Hol kezdte a róka rágni a sajtot?

- a középén
- a szélén
- az oldalán

3. Húzd alá a mesében az alábbi szavakat!
mendegélt, rágta, osztozzunk, elfelezem, találtak
Másold le a szavakat helyes sorrendben, ahogy a mesében szerepelnek!
4. Számozással állítsd sorrendbe az eseményeket!
A farkasnak semmi sem maradt belőle.
Találtak egy kerek sajtot.
Együtt mendegélt a róka és a farkas.
A róka elkezdte harapdálni a sajtot.
5. Kösd össze a tulajdonságokat a megfelelő szereplővel!
Róka Farkas
hiszékeny, buta, tudatlan, együgyű, csaló, furfangos, nagyeszű, hazug
6. Egészítsd ki a mondatokat a zárójelben megadott szavakkal!
Együtt mendegélt a róka meg a..... Találtak egy szép nagy, ...sajtot. A róka középén kezdte ...rágni a sajtot. Addig.....addig..... kétfelé a sajtot, míg semmi sem maradt a farkasnak belőle. (kétfelé, kerek, rágta, farkas, osztotta)
7. Adj más címet a mesének kedved szerint!
8. Fogalmazd meg a mese tanulságát!
(<http://subiecte2012.edu.ro/2012/testeinitiale/primar/>)

A hangos olvasás értékelése

| A tanuló neve | Betűfelismerés A gyors hibátlan B olykor téveszt C bizonytalan | Hang-erő A jól hallható B halk, bizonytalan | Tempó A jó B megfelelő C lassú | Folyamatosság Aüteme s B szótagoló C akadózó | Pontosság A pontos B kevés hiba C betűkihagyás D betűtévesztés E mást olvas | Mondathatárok A mindig megfelelő B olykor figyelmen kívül hagyja C gyakran figyelmen kívül hagyja | Hangsúlyozás A kifejező B nem kifejező |
|---------------|---|--|---|---|--|--|--|
| BI | A | A | B | A | B | C | B |
| BM | B | A | B | C | C | C | B |
| BP | B | A | B | A | B | C | B |
| HA | A | B | B | A | B | A | B |
| HE | B | A | A | A | B | B | A |
| HL | B | A | B | A | B | C | B |
| HV | B | B | B | A | B | B | B |
| HM | C | A | B | AC | C | B | B |
| LA | C | A | B | B | B | C | B |
| MA | C | A | B | A | D | C | B |
| MF | C | A | B | C | E | B | B |
| RB | B | A | B | A | C | C | B |
| RC | B | A | B | C | D | C | B |
| VA | C | A | B | C | A | C | B |
| VP | C | A | B | A | B | B | B |
| VB | B | A | B | C | D | C | B |
| VI | B | A | B | C | B | C | B |
| VJ | B | A | B | B | D | C | B |
| VM | C | A | C | C | D | C | B |

(<https://hu.scribd.com/doc/176569190/Hangos-olvasas-ertekelesi-szempontok>)

ÖSSZEFOGLALÓ

A dolgozatom célja egy olyan módszer megtalálása, mellyel a szociálisan hátrányos helyzetből induló, roma tanulók esetén hatékonyra tehető az absztrakt algebrai gondolkodás elsajátítása, a szöveges feladatok segítségével.

Romániában, a Bihardiószeg-i 1. számú iskolában tanítok, ahol a településen a roma kisebbség aránya 23%, míg az iskolában a magyar nyelven tanuló diákok több, mint a fele roma családból származik. A dolgozatom kísérleti részét ebben az iskolában végeztem el.

A dolgozatom **1. fejezetében** megfogalmaztam, hogy miért is fontos számomra ez a kutatási téma, illetve azt is leírtam, hogy milyen a romániai matematika oktatás.

A tanári pályafutásom huszonkét éve alatt igyekeztem olyan tanítási módszereket, eljárásokat alkalmazni, amelyek megkönnyítik a diákok számára a matematika elsajátítását. Ahogy az idő telik egyre inkább úgy látom, hogy azok a tanítási módszerek a hatékonyak, melyekben a tanuló aktív részese a tanítási folyamatnak. Még inkább igaz ez a kijelentés azon tanulók esetén, akik valamilyen hátrányos helyzetből indulnak.

A Bihardiószeg-i hetedik osztályos roma tanulók tanulási nehézségeit látva megpróbáltam egy olyan módszert alkalmazni, amelynek egyes részeit már kipróbáltam az előző tanévek során vegyes magyar-roma osztályoknál, s hatékonynak bizonyult az alkalmazás.

Ezt a módszert írtam le ebben a dolgozatban. A módszer lényege, hogy az algebrai számítások elsajátítását, a szöveges feladatok algebrai úton való megoldását, amit hetedik osztályban kell megtanulni nem úgy végzem el, mint ahogyan a hagyományos romániai oktatási rendszer azt előírja. Az-az, hogy elméleti alapokon indulunk el, hanem a szöveges feladatok köré csoportosítottunk minden megtanulandót. Szöveges feladatokon át ismételtük át az alpműveleteket, majd hasonlóan szöveggel megfogalmazott játékokon át vezettük be a változó fogalmát, s számítottuk ki a helyettesítési értékeket. Szintén szöveges feladatokkal, induktív gondolatmenettel vezettük le és tanulták meg a változók összevonását.

Mivel a roma tanulók nem rendelkeztek szöveges feladat megoldási módszerekkel, ezért néhány aritmetikai megoldási módot is elsajátítottak a kísérleti tanítás során. Amikor már meg tudták oldani aritmetikai úton a szöveges feladatokat, s a változókkal is képesek voltak helyesen dolgozni, csak akkor következett az egyenletek megoldása algebrai úton, szöveges feladatokon keresztül, de nem ráerőltetve a tanulókra, hanem olyan feladatokon keresztül, melyek megoldásánál a tanulóknak született meg az igény, a rövidebb írásmódra, az egyszerűbb levezetésre, ami az algebrai megoldásmódot hozta magával.

Mindvégig szem előtt tartottam Lázár Péter, roma származású pedagógus tanítását, mely szerint a roma gyerekeket egyenként meg kell ismerni, s iskolát építeni köréjük, mert csak így lehet a tanításuk egy hatékony folyamat. (Bordács-Lázár, 2002)

A dolgozatom **2. fejezetében** írtam le a kutatásomat alátámasztó elméleti alapokat:

A szöveges feladat értelmezését Csíkos Csaba megfogalmazásában találtam a leg lényegre törőbbnek, mely szerint: „matematikai szöveges feladatnak tekinthető minden olyan probléma, mely megfogalmazása szöveges, és a megoldásához elengedhetetlen a matematika valamely területének alkalmazása.” (Csíkos, 2003)

A szöveges feladatok segítségével fejleszthető a tanulók szövegértése, probléma-megoldó gondolkodásra lehet nevelni velük, illetve az ítéző, emlékező, lényegkiemelő és önellenőrző képesség formálása is megvalósul általuk.

Ahhoz, hogy a szöveges feladatok tanítása színes és változatos legyen, az-az a tanítási folyamat hatékonyan működjön, ismerni kell a feladat-adási lehetőségeket. Egy több szempontú rendszerezés ad segítséget ebben, (Herendiné, 2013) mely szerint csoportosíthatjuk a feladatokat: keletkezésük szerint, témájuk szerint, szövegezésük szerint,

az ismeretlenek száma szerint, a megoldások száma szerint, illetve az adatok relevanciája szerint.

Pólya György (2009) szerint a szöveges feladatok megoldása négy lépésben valósul meg, ahol a lépések között oda-vissza lehet közlekedni a sikeres feladatmegoldás érdekében. A feladatmegoldás lépései: a probléma megértése, terv készítés, a terv végrehajtása, ellenőrzés-visszacsatolás.

A szöveges feladatokat aritmetikai és algebrai módszerrel is meg lehet oldani. Faragó szerint (1960) az aritmetikai módszer alkalmazása során végig okoskodni, gondolkodni kell, mert az ismeretlent explicit formában kell kifejezni. Az algebrai módszer során az ismeretlent implicit formában, egyenletbe ágyazva írjuk fel. Előbb fel kell állítani az egyenletet, majd azt az algebrai technika vagyis az egyenletmegoldás eljárásának segítségével meg kell oldani.

Az eredményes tanításhoz elengedhetetlen a pszichológiai alapok bemutatása. Bruner (1966) szerint a tanulás az embernek egy jellemző tulajdonsága. Az emberi tanulás kíváncsiságon alapszik, tehát a tanár feladata ezért az, hogy fenntartsa a tanuló kíváncsiságát. Az ismeretszerzés három különböző síkon valósul meg: materiális síkon, ikonikus síkon, illetve szimbolikus síkon.

Ambrus (1995) megfogalmazásában a matematikatanítás akkor a leghatékonyabb, ha a három sík mindegyike aktivizálva van a tanulási folyamat során.

Skemp (1962) szerint a matematikatanítás alapja a fogalomrendszerek, sémák kialakítása. A sémának két fő szerepe van, integrálja a meglévő tudást és szellemi eszközként szolgál az új tudás elsajátításához. A matematikatanulás akkor hatékony, ha rendszerelméleten alapul.

Az emberi agy felépítéséből adódóan egy adott pillanatban viszonylag kevés információt tudunk tárolni, s azt is rövid ideig. Ismereteink tárháza a hosszú-távú memória. (Ambrus & Ambrus, 2013) A problémamegoldásban a munkamemóriának van jelentős szerepe, kapacitásának növelését elősegíthetjük a fonológiai és vizuális táruk párhuzamos működtetésével. (Sternberg, 1996).

Carolyn Kieran (2004) szerint az egyik legjelentősebb probléma az aritmetikai gondolkodásról az algebrai gondolkodásra áttérve az, hogy a tanulók nem a műveletek közötti kapcsolatra figyelnek, hanem a számolásra. Az algebrai gondolkodásmód kifejlesztésének néhány szempontja:

- A hangsúly a kapcsolatokon és ne a számításon legyen.
- A hangsúly a műveleteken és azok inverzén legyen
- A hangsúly a probléma reprezentálásán és megoldásán legyen, s nem csak a megoldáson.
- A hangsúly a betűn és a számon s nem csak a számon legyen.
- Figyelni kell az egyenlőségjel jelentésére.

Az alkalmazott munkaformák közül a csoportmunkában mind nevelési, mind oktatási szempontból rendkívül gazdag lehetőségek rejlenek (Buzás, 1980). A különböző ismeretszintek esetén differenciált oktatást lehet alkalmazni. A differenciálás célja, hogy az egyes tanulók egyéni szükségleteihez igazítsuk az elsajátítandó tananyag tartalmát és szerkezetét, valamint oktatási módszereinket. (Tomlinson, 2014)

Egy nemzetközi felmérés alapján megállapítható, hogy a roma tanulók átlagos iskolai teljesítménye meglehetősen alacsony hasonló korú társaikéhoz képest. (Wilkin, 2010)

A kísérlet megkezdése előtt két kérdőívet állítottam össze. Az elsőt az Bihardiószeg-i iskola pedagógusai töltötték ki. Ebben arra kerestem választ, hogy szerintük nehezebben boldogulnak-e az általuk tanított roma tanulók, mint társaik, illetve, hogy ennek mi lehet az oka. Az első kérdésre egyértelműen igen volt a válasz, míg a másodikkal a legfőbb tényezők: a szülői alacsony iskolázottság, a család vagy ép család hiánya, illetve a család instabilitása.

A második kérdőívet a gyerekek és a szülők töltötték ki. Ezzel a tanulóim otthoni körülményeit próbáltam felmérni. Az eredmény alapján tanulóimnak rendezett a családi háttere. Hátrány, hogy a szülők nagyrésze nem tanult tovább, akinek több mint nyolc általánosa van, az is csak három hónapos szakmai képzést jelent. A kísérletben résztvevő tanulók negyede olyan családban él, ahol a szülők sem írni, sem olvasni nem tudnak.

A **3.fejezetében** a dolgozatnak a kutatás módszertanát mutatom be.

A kutatási kérdéseim:

- *Fejleszhető-e a roma tanulók absztrakciós készsége a szöveges feladatok megoldásának segítségével?*
- *Milyen megoldási módot - aritmetikai vagy algebrai - preferálnak a 7.osztályos roma tanulók a szöveges feladatok megoldásánál?*
- *Hogyan járulnak hozzá a 7.osztályos roma tanulók szöveges feladat megoldási képességének fejlesztéséhez a kiscsoportos, páros, illetve az egyéni foglalkozások?*

A kutatás kezdetekor a tanulóim olvasási képességeit mértem fel, majd egy előtesztel, s végül egy utótesztel a matematikai ismereteikről kaptam képet. A kísérlet során fényképeket, hangfelvételeket készítettem a tanulók munkájáról, s állandó jelleggel nyomon követtem a munkájukat a füzetjeikben is. A kísérlet lezárása után két hónappal az utóteszt feladatait újra megoldották egy késleltetett felmérésben, melynek eredményeiből megállapíthattam, hogy mit sajátítottak el készség szinten.

A kísérlet 30 órás óraterve a következő:

Értő olvasási írásbeli teszt – 1 óra

A tanulók hangos olvasásának felmérése – 2 óra

Előteszt – 1 óra

Az elsőrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése – 2 óra

Az másodrendű műveletekkel kapcsolatos ismeretek felelevenítése – 2 óra

Az egyenletek megoldásához szükséges algebrai ismeretek elsajátítása – 6 óra

Szöveges feladatok megoldása aritmetikai módszerrel – 7 óra

Egyenlettel könnyebb?! - feladatok, melyeket megpróbálunk megoldani egyenletekkel is és aritmetikai módszerrel is – 1 óra

Aritmetikai és algebrai módszer alkalmazása – 6 óra

Az eredmények felmérése – 2 óra

A kísérlet menetét, fontosabb részeit, nehézségeit, tanulói reakciókat a **4. fejezetben** írtam le.

Az első feladat a tanulók olvasási és szövegértési képességének felmérése volt, melyet hangos olvasással és egy szövegértési írásbeli teszttel mértem fel. Megállapítottam, hogy tanulóim ismerik az abc-t, rövid szöveget folyékonyan el tudnak olvasni, de mivel nem figyelnek az írásjelekre, ezért nem tagolt, tehát nem is érthető, amit olvasnak. Ennek kiküszöbölésére, naponta a tanítási órák előtt 15 perces olvasási gyakorlatokat végeztünk, s olvasási naplót is vezettek a tanulóim.

A kutatás kezdetekor a tanulók egy előtesztet írtak, mely 12 feladaton keresztül segített felmérni a tanulóim pillanatnyi tudását.

A teszt eredményei alapján megállapítottam: a tanulók azokat a feladatokat oldották meg helyesen, melyek egyszerű szövegezésűek voltak, s a megoldásukhoz egy művelet elvégzésére volt szükség. Ahol már összetettebb volt a feladat, illetve a hosszabb szövegű feladatoknál a feladat megértése is gondot okozott. A megoldásokból látható volt, hogy az absztrakt gondolkodás alapjai hiányoznak ezeknél a tanulóknál. A tanulók nem tudnak alkalmazni aritmetikai szöveges feladat megoldási módszert. A meglévő ismereteiket nem

vagy nehezen tudják alkalmazni új szövegekörnyezetben. A sikeres feladatmegoldásokból látható, hogy sokat segít a tanulóknak, ha a szövegekörnyezet számunkra ismerős.

A kísérleti tanítás során minden feladatot igyekeztem szöveggel megfogalmazni. Ahhoz, hogy fejlődjön a tanulóim szövegértése, a feladatok szövegét meg kellett fogalmazni a saját szavakkal is.

Az absztrakt gondolkodás kialakításának érdekében, játékokon keresztül vezettük be az ismeretlen fogalmát, majd induktív úton, gyakorlati példák segítségével érthették meg a változó fogalmát, a helyettesítést, illetve a műveleteket az algebrai kifejezésekkel.

A szöveges feladatok megoldását tárgyi reprezentációval valósítottuk meg, mely mellé ábrát is készítettünk, sőt szavakkal is megfogalmaztuk, hogy mit miért teszünk. Az egyenletekben szereplő relációs egyenlőségjel jelentésének megértéséért egy iskolai kétkarú mérleget használtunk. Ha a mérleg egyensúlyban volt, akkor állt fenn az egyenlőség.

Az aritmetikai feladatmegoldásról az algebrai feladatmegoldásra úgy tértünk át, hogy két egyszerűen megoldható, de hosszadalmas írásmódot igénylő feladat esetén a tanulók kérésére alkalmaztunk rövidebb, változókat tartalmazó megoldási módot. Az egyenletek felírásakor is a mérleget használtuk. Konkrét mérésekből kiindulva tanulták meg a diákok felírni, majd megoldani az egyenleteket.

A kísérlet során előbb kis csoportokban dolgoztak a tanulók, így elértem azt, hogy mindenki bekapcsolódjon a munkába, még akkor is, ha nem volt elég önbizalma. Később a csoportokat párokra bontottuk, majd a páros munka után tértünk rá az egyéni tevékenységre. Ezzel a fokozatossággal elértem azt, hogy mindenki aktív részese lett a tanulási folyamatnak.

A tevékenységek során, amikor egy-egy témakört elsajátítottak a tanulók, gyakran alkalmaztuk az önálló feladat szerkesztés módszerét. Amikor a tanulók megfogalmazták a saját feladatukat fejlődött a gondolkodásuk, s én is láthattam, hogy milyen szintre jutottak el a tanulási folyamatban.

A kísérlet lezárásakor a tanulók egy 13 feladatból álló záró felmérést írtak, amelyet két hónappal később megismételtünk.

Az eredményeket, tapasztalatokat a dolgozat **5.fejezetében** írtam le.

A kutatási kérdésekre adott válaszok:

- *A roma tanulók absztrakciós készsége nagyon jól fejleszthető a szöveges feladatok segítségével.*
- *A kísérleti tanítás alapján megállapítható, hogy a tanulók az aritmetikai feladatmegoldási módot alkalmazzák szívesebben és sikerebben a feladatmegoldások során.*
- *Nagymértékben hozzájárul a roma tanulók fejlődéséhez a kiscsoportos, majd páros, s végül az egyéni munka váltogatása.*

A kísérleti tevékenység bebizonyította azt, hogy lehet olyan módszereket használni a tanítás során, melyekkel a hátrányos helyzetű tanulók esetén is sikereket lehet elérni.

Nagyon fontos, hogy a tanári hozzáállás türelmes, elfogadó és ösztönző legyen. Több időre van szükség a tananyag megértéséhez és elmélyítéséhez, mint a jó matematikai alapokkal rendelkező, jó logikai érzékű osztályok esetén.

A roma tanulók nem rendelkeztek aritmetikai szöveges feladat megoldási ismeretekkel. Ennek ellenére ezeket nagyon jól elsajátították, sőt a záró felmérés alapján készség szinten birtokolják.

Az algebrai számítások terén is jól boldogulnak, bár az algebrai szöveges feladatmegoldást kevesen alkalmazzák.

Sokkal könnyebb számukra, ha egy jó ábra, rajz elkészítése után, csak egy műveletet tartalmazó algebrai egyenletet oldanak meg. Így a két módszert tulajdonképpen egymás

kiegészítésére használják, s ezáltal a szöveges feladat megoldást a maguk számára könnyebbé teszik.

A hátrányos helyzetű roma gyerekek esetén akkor lehet **sikeres a matematika tanítás**, ha:

- egyéni odafigyelést alkalmazunk
- a kiscsoportos, a páros és az egyéni foglalkoztatást váltogatva dolgozunk
- mindent, amit lehet kézbe adunk, ábrázolunk, reprezentálunk
- sokat gyakorlunk közösen az iskolában
- pozitív, ösztönző, elfogadó tanári hozzáállással tevékenykedünk
- ennek a tananyagrésznek az elmélyítését meg lehet valósítani, ha az év végi ismétléskor visszatérünk rá, illetve nyolcadik osztályban már egy meglévő aritmetikai szöveges feladatmegoldási alapra építve, az algebrai módszert próbáljuk elmélyíteni.

További kutatási lehetőségek:

- A módszer alkalmazása a következő roma osztály esetén, akik most ötödikesek, a 2018-2019-es tanévben.
- A szöveges feladatok megoldásának elmélyítése algebrai módszerrel, ugyanennél a osztálynál, a következő tanévben, ahol alapozhatunk a már meglévő aritmetikai feladatmegoldási készségre.
- A módszer alkalmazása vegyes magyar-roma osztályok esetén, kiscsoportos, délutáni foglalkozásokon, a hátrányos helyzetű tanulók felzárkóztatására.

SUMMARY

The purpose of my thesis is to find a method by which the acquisition of the abstract algebraical thinking can be made efficient in the case of Romany students coming from a socially underprivileged background, through text-based problems.

I teach in School no. 1 of Bihardiószeg, in Romania, where the rate of Romany minority is of 23%, while more than a half of the children studying in Hungarian at school come from Romany families. The research of my thesis was conducted in this school.

In the **1st chapter** of my thesis, I formulate why this topic was important for me, and I described the teaching of Mathematics in Romania.

In the course of the twenty-two years of my teaching career, I have tried to utilize such teaching methods and procedures that make the acquisition of Mathematics easier for the students. As time passes, I experience all the more that the teaching methods in which the students are active participants of the learning process are efficient methods. This statement is even more valid in the case of those students who come from some kind of underprivileged background.

Seeing the learning difficulties of the 7th-grade Romany students from Bihardiószeg, I tried to utilise a method that I partly used in mixed Hungarian-Romany classes in the previous school years, and it proved to be efficient.

This method is the one that I described in my thesis. The essence of this method is that I do not teach the algebraic operations, the algebraic method of solving text-based problems, which is to be acquired in the seventh grade, the way the Romanian educational system requires, that is to start from theoretical bases, but I build every item to be learnt around text-based problems. We revised the basic operations by text-based problems, then we introduced the notion of variable through games similarly formulated by texts, and calculated the substitute values. They deduced and learnt the reduction of the variables through text-based problems, as well, by an inductive sequence.

Because the Romany students lack any methods of solving text-based problems, they also acquired some arithmetical solving methods in the course of the experimental teaching. When they were able to solve text-based problems in an arithmetical way, and they were able to work correctly with variable, too, only then followed the solving of equations algebraically through text-based problems. But this was not enforced on the students, but we used such problems whose solving generated in the students the need for a shorter writing mode, an easier deduction, which brought about the algebraic solving method.

Till the very last, I had in mind the teachings of Lázár Péter, a teacher of Romany birth, according to which we need to get to know each Romany child individually, and to build the school around them, because their education can be an efficient process only in this way. (Bordács-Lázár, 2002)

In the **2nd chapter** of my thesis, I presented the theoretical background of my research:

I found the definition of the text-based problems the most getting to the point in Csíkos Csaba's formulation, according to which "we can consider a mathematical text-based problem every such problem that is formulated in words and for whose solving the use of some area of Mathematics is indispensable." (Csíkos, 2003)

With the help of text-based problems, we can enhance the students' text comprehension, we can train them for a problem-solving thinking, and we can also develop their capacities of judgement, retention, finding the main points, and self-verifying.

In order that the teaching of text-based problems should be diversified, that is to say for the teaching process to work efficiently, we must know the possibilities of formulating the problems. A systematization on several viewpoints is helpful in this case, (Herendiné,

2013), according to which the problems can be arranged by their formation, their topic, their texting, the number of the unknowns, the number of the solutions, or the relevance of the data.

According to Pólya György (2009), the solving of text-based problems is done in four steps, where we can step there and back between the steps for the sake of a successful problem solving. The steps of the problem solving are: the comprehension of the problem, the making of a plan, the carrying out of the plan, verifying-feedback.

The text-based problems can be solved with arithmetical and algebraic methods, as well. According to Faragó (1960), in the course of the arithmetical method one must reason and think to the end, because the unknown has to be explicitly expressed. In the course of the algebraic method, the unknown is written implicitly, in the form of an equation. First we have to write the equation, then we have to solve it with the help of the algebraic technique, that is the procedure of solving equations.

I also presented the psychological background essential to a successful teaching.

According to Bruner (1966), learning is a characteristic property of men. Man's learning is based on curiosity, so it is the teacher's task to sustain the students' curiosity. The acquisition of knowledge is attained on three different levels: material level, iconic level, and symbolic level.

In Ambrus's interpretation (1995), the teaching of Mathematics is the most efficient when all the three levels are activated in the course of the learning process.

According to Skemp (1962), the basis of the teaching of Mathematics is the formation of the systems of notions or schemata. The schemata have two main roles: they integrate the existing knowledge, and they serve as intellectual instruments in the acquisition of the new knowledge. The learning of Mathematics is efficient if it is based on a systematical theory.

Due to the construction of the human brain, we can store relatively few pieces of information at a given moment, and also for a short time. The storehouse of our knowledge is long-term memory. (Ambrus & Ambrus, 2013) When solving problems, the working memory has an important role, the capacity of which can be enlarged by the parallel use of the phonological and the visual stores (Sternberg, 1996).

According to Carolyn Kieran, one of the most significant problems when passing over from the arithmetical thinking to the algebraic thinking is that the students do not focus on the relation between the operations, but on calculating. A few viewpoints of the development of the algebraic thinking are:

- The emphasis should be on the relations, not on the calculation.
- The emphasis should be on the operations and these should be inverse.
- The emphasis should be on the representation and the solution of the problem, not only on the solution.
- The emphasis should be on the letter and the number, not only on the number.
- Attention must be paid to the meaning of the equality sign. (Kieran, 2004)

Among the utilised forms of work, the group work contains very rich possibilities both from an educational and a teaching point of view. (Buzás, 1980) We can use differentiated teaching in the case of different knowledge levels. The purpose of differentiating is to adjust the content and structure of the syllabus to be acquired, as well as the teaching methods, to the individual needs of certain students. (Tomlinson, 2014)

According to an international survey, the Romany students' average school performance is quite low as compared to those of their schoolmates of the same age. (Wilkin, 2010)

Before beginning the experience, I made up two questionnaires. The first one was filled in by the teachers of the school of Bihardiószeg. By this, I was looking for an answer to the question whether the Romany students they teach got on harder than their classmates,

and what the cause of this could be. The answer to the first question was unanimously yes, while in the second, the main factors specified were: the parents' low level of schooling, the family, or even the absence of a family, or the instability of the family.

The second questionnaire was filled in by the children and their parents. By this, I tried to survey my students' conditions at home. The result was that my students had a well-organised family background. The disadvantage consisted in the fact that the majority of the parents had not studied further, and those who had attended more than eight classes, had only attended a three-month professional qualifying. A quarter of the students participating in the experiment lived in an environment where the parents could neither write, nor read.

In the 3rd chapter, I presented the methodology of my research.

The questions of my research are:

- *Can the abstraction skill of the Romany students be developed with the help of solving text-based problems?*
- *What solving method – arithmetical or algebraic – do the 7th-grade Romany students prefer in solving text-based problems?*
- *How do group-work, pair-work and individual work contribute to the 7th-grade Romany students' development of the abilities of solving text-based problems?*

At the beginning of the research, I assessed my students' reading skills, then I got a picture about their mathematical knowledge through a pre-test and, finally, a post-test. In the course of the experiment, I took photos, made tape recordings about the students' work, and I also constantly checked their work in the notebooks. Two months after the end of the experiment, they solved the post-test again in a delayed test, from the results of which I established what they had acquired on a skill level.

The plan of the experiment of 30 lessons is the following:

Written test of reading comprehension – 1 lesson

Testing of the students' reading aloud – 2 lessons

Pre-test – 1 lesson

Revision of the knowledge about the primary operations – 2 lessons

Revision of the knowledge about the secondary operations – 2 lessons

Acquisition of the algebraic knowledge needed for solving equations – 6 lessons

Solving text-based problems by the arithmetical method – 7 lessons

Is it easier with equations? – problems we tried to solve by both equations and the arithmetical method – 1 lesson

The use of the arithmetical and the algebraic methods – 6 lessons

Assessing the results – 2 lessons

In the 4th chapter, I presented the course of the experiment, its main parts and difficulties, the students' reactions.

The first task was to assess the students' reading and reading comprehension skills, which I did through reading aloud and a written test of reading comprehension. I established that my students knew the alphabet, they could read short texts fluently, but, because they did not pay attention to the punctuation marks, their reading was not articulate, so hardly understandable. In order to get rid of this, on a dilu level, we had some reading exercises for 15 minutes before classes, and the students also had to conduct a reading diary.

At the beginning of the experiment, the students did a pre-test, which helped me assess my students' momentary knowledge through 12 items.

From the results of the test, I concluded that: the students solved correctly the problems formulated in simple texts, and, for solving them, only one operation needed to be done. When the problem was more complex, or its text was longer, understanding the

problem was already difficult. One could see from the solutions that these students lacked the foundations of abstract thinking. The students were not able to use the arithmetical method of solving text-based problems. They could not use their existing knowledge in new contexts, or hardly did so. The successful solutions showed that it was of great help for the students if the context was familiar to them.

During the experimental teaching, I tried to formulate each problem in a text. In order that the students' reading comprehension could develop, they had to express the text of the problem in their own words, as well.

In order to form their abstract thinking, we introduced the notion of unknown, then, in an inductive way, through practical examples, they could understand the notion of variable, the substitution, and the operations with algebraic expressions.

The solving of text-based problems was carried out through object representations, together with drawing the graphics, and we even formulated what we did in words. For understanding the meaning of the equality sign from equations we used the two-beamed balance from school. When the scales were balanced, the equality was established.

We passed on from the arithmetical solving method to the algebraic one in the case of two problems that were easy to solve, but needed a lengthy writing manner, when we use a shorter solving method containing variables at the students' request. We also used the balance when writing the equations. Starting from concrete measurements, the students learnt how to write, then solve the equations.

In the course of the experiment, the students first worked in small groups, thus I achieved that everyone join the work, even if they did not have enough self-confidence. Later, we split the groups into pairs, then, after the pair work, we passed on to individual work. By this gradualness, I obtained everyone to become an active part of the learning process.

During the activities, when the students had acquired a certain topic, we often used the method of individual making up of problems. When the students formulated their own problems, their thinking developed, and I was able to see on what level they had got in the learning process.

At the end of the experiment, the students had a final test with 13 items, which they repeated two months later.

I presented the results and my experiences in **the 5th chapter**.

The answers to the questions of my research are:

- *The Romany students' abstractisation skills can be developed very well with the help of text-based problems.*
- *On the basis of the experimental teaching, we can establish that the students use the arithmetical solving method more willingly and more successfully during solving problems.*
- *The alternation of working in small groups, then in pairs, and finally individually contribute to the Romany students' development considerably.*

The activities in the research demonstrated that, in the course of teaching, it is possible to use such methods that are successful even in the case of underprivileged students. It is very important that the teachers' attitude should be patient, accepting and stimulating. These students need more time to understand and to strengthen the syllabus than do those who have good mathematical fundamentals and good logical capacities.

The Romany students do not possess the knowledge about arithmetical methods of solving text-based problems. In spite of this, they acquired it very well, moreover, according to the end-test, they possess them on a skill level. They also did well in the algebraic calculations, though few of them used the algebraic method of solving text-based problems, which means that they have not succeeded to acquire this on a skill level yet.

For them, it much easier to solve only a single-operation algebraic equation drawing a graphic well. Thus, they actually use the two methods complementarily, and, by doing this, they make the solving of text-based problems easier for them.

In the case of **underprivileged Romany children, teaching mathematics** can be **successful** if:

- we pay individual attention
- we alternate small-group, pair, and individual work
- we give them to handle, we draw, and represent everything we can
- we practise together a lot at school
- we act with a positive, stimulating, and accepting attitude.
- a very important research task is to strengthen the algebraic method of solving text-based problems in the same class in the following school year, when we can build on the already existing skill of arithmetical problem solving.

Further research possibilities:

- The use of this method with the next Romany class, which are in the 5th grade now, in the 2018-2019 school year.
- The intensification of solving text-based problems with algebraic methods in this same class, during the next school year, when we can already build on existing skills of arithmetical solving methods.
- The use of this method in the case of mixed Hungarian-Romany classes, in small groups during afternoon activities, for underprivileged students to catch up.

PUBLIKÁCIÓS LISTA – LIST OF PUBLICATIONS

Referált publikációk angol nyelven

1. Mate Ileana: Cooperativ learning in teaching mathematics: case of addition and subtraction of integers in: Teaching Mathematics and Computer Science, Debrecen, 2011, Vol. IX, Issue I, ISSN-1589-7389, 117-136 o.
<http://tmcs.math.unideb.hu/index.php?p=1>
Ref: <https://www.zentralblatt-math.org/matheduc/>
2. Máté Ileana: The study of the role of working memory in the teaching of text based-problems
In: Acta Didactica Napocensia, Cluj-Napoca, 2012, Volum 5, Number 3; ISSN-2065-1430, 61-66 o.
<http://adn.teaching.ro/> (2012. 12. 05)
Ref: http://www.fachportal-paedagogik.de/eric/eric_set.html?id=1560281&mstn=96
3. Ileana Mate: Presentation of a method application which makes teaching mathematical notable identities easier in: International Journal of Applied Science and Mathematics, India, Jan. 2017, Volume 4, Issue 1, ISSN-2394-2894, 17-20 o.
<http://www.ijasm.org/index.php/archive?view=publication&task=show&id=114> (2017.02.26)
Ref: <http://journals.indexcopernicus.com/masterlist.php?q=2394-2894>
4. Ileana Máté: Another way of teaching mathematics to gipsy students in: International Journal of Applied Mathematics (IJAM), 2017, Volume 30, No. 3, ISSN-1311-1728, 253-258 o.
<http://www.diogenes.bg/ijam/contents/2017-30-3/index.html> (2017.08.30)
Ref: <https://zbmath.org/journals/?s=0&q=1314-8060>

Lektorált konferenciakötet (tanulmány) angol nyelven

5. Mate Ileana: The mathematical proficiency tests in: Knowledge and Sustainable Economic Development, Nagyvárad, 2012, ISBN 978-606-8156-30-9, 659-670 o.
http://www.csabal.com/reviews/ket_konyv_a_partiumbol.pdf

Román nyelvű publikációk

6. Mate Ileana: Metode active de predare in: Noi și dascălii noștri, 2009, nr. 27, ISSN-1843-2506, 43-44 o.
7. Mate Ileana: Educația prin activități extracurriculare in: Noi și dascălii noștri, 2011, nr. 41, ISSN-1843-2506, 53-54 o.

Magyar nyelvű, lektorált publikációk

8. Máté Ilona: Matematikatanítás változatosan in: Matlap-Ifjúsági Matematikai Lapok, Kolozsvár, 2009, XIII. Évfolyam, 5. Szám, ISSN-1224-3140, 188-192 o.

<https://www.matlap.org>

Magyar nyelvű publikáció szakfolyóiratban

9. Máté Ilona: Szöveges feladatok a matematika didaktikában in: Magiszter- a Romániai Magyar Pedagógusok Szövetségének szakmai-módszertani folyóirata, Csíkszereda, 2011, IX. Évfolyam, 3. Szám, ISSN-1583-6436, 53-60 o.

<http://rmpsz.ro/uploaded/tiny/files/magiszter/2011/osz/6.pdf>

Magyar nyelvű publikáció szakkönyvben

10. Máté Ilona: A problémamegoldási stratégiák alkalmazásának vizsgálata egy adott iskola különböző osztályaiban in: Alkossunk együtt! Paptamási, 2014, ISBN 978-973-0-16192-2, 49-53 o.

Egyéb közlemény román nyelven

11. Mate Ileana- Szász Butiri Mihaela: Tabără în Austria in: Noi și dascălii noștri, 2009, nr. 27, ISSN-1843-2506, 71-74 o.