

Doktori (PhD) értekezés tézisei

**Robusztus zavarkompenzációs eljárások és gépi
tanulásra alkalmas digitális ikermodell koncepció
csúszómód szabályozóhoz telemanipulációs célok
megvalósítására**

Fink Nándor

Témavezető: Prof. Dr. Korondi Péter



DEBRECENI EGYETEM
Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Debrecen, 2026

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
1.1. A telemanipuláció kutatása	1
1.2. A telemanipulációs folyamat	2
2. A disszertáció témája	3
2.1. Kutatási rések és elméleti kihívások	3
2.1.1. Lineáris, perturbált átviteli függvényű rendszerek zavarkompenzációja	4
2.1.2. Robusztus modellreferenciás szabályozás csúszómódban	5
2.1.3. Digitális ikermodell létrehozása csúszómód- szabályozás esetén	5
2.2. A kutatás módszertana	6
2.2.1. A kutatás során alkalmazott elméleti/- matematikai eszközök ismertetése	6
2.2.2. A kutatás során alkalmazott gyakorlati/- kísérleti eszközök ismertetése	7
3. 1. tétel, Lineáris, perturbált átviteli függvényű rendszerek zavarkom- penzációja	9
3.1. Elméleti levezetés	10
3.2. Kísérleti igazolás	11
4. 2. tétel, Robusztus modellreferenciás szabályo- zás csúszómódban	13

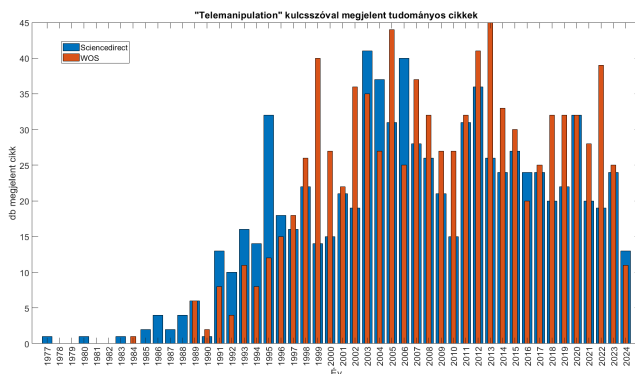
4.0.1.	A csúszómód-alapú súrlódáskompenzáció állapotér-egyenleteinek felírása és megoldása	13
4.1.	Alkalmazás	17
5.	3. tézis, Digitális ikermodell létrehozása csúszómód-szabályozás esetén	18
5.1.	Alkalmazásnál tapasztalt jelenségek	20
5.2.	A gyakorlatban tapasztalt problémák elméleti háttere	22
5.2.1.	A nem-modellezett dinamika hatása	22
5.2.2.	Kapcsoló üzemmód számítása Runge Kutta módszerrel	24
5.2.3.	Kapcsoló üzemmód számításánál kialakuló kaotikus jelenség	27
6.	Lazábban kapcsolódó publikációk	29
1	Introduction	38
1.1	Research on telemanipulation	38
1.2	The telemanipulation process	39
2	Scope of the dissertation	40
2.1	Research gaps and theoretical challenges	41
2.1.1	Disturbance compensation of linear systems with perturbed transfer functions	41
2.1.2	Robust model-reference control using sliding mode	42
2.1.3	Development of a digital twin for sliding-mode control	42
2.2	Research Methodology	43

2.2.1	Theoretical/mathematical tools applied in the research	44
2.2.2	Practical/experimental tools applied in the research	44
3	Thesis 1: Disturbance compensation of linear systems with perturbed transfer functions	47
3.1	Theoretical derivation	47
3.2	Experimental verification	49
4	Thesis 2: Robust model-reference control in slid- ing mode	50
4.0.1	Formulation and solution of the state- space equations for sliding-mode-based friction compensation	51
4.1	Application	55
5	Thesis 3: Development of a digital twin model for sliding mode control	56
5.1	Phenomena observed in application	58
5.2	Theoretical background of the problems observed in practice	60
5.2.1	Effect of unmodeled dynamics	60
5.2.2	Calculation of the switched operating modes using the Runge–Kutta method .	62
5.2.3	Chaotic phenomena arising in the calcu- lation of switched operating modes . . .	65
6	Publications with a less direct connection to the theses	67

1. Bevezetés

1.1. A telemanipuláció kutatása

A telemanipuláció és a teleoperáció a Scopus és a WoS adatbázisa szerint a '90-es évektől kezdve intenzíven kutatott terület, ahogyan az az 1.1. ábrán látható.



1.1. ábra – Tudományos publikációk *teleoperation* kulcsszóval

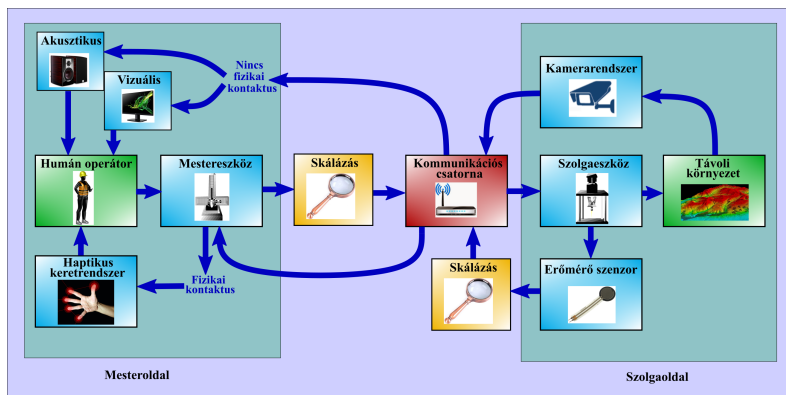
Maga az eljárás arra hivatott, hogy az ember korlátait maga mögött hagyva képessé váljon olyan területeken is hatást gyakorolni, ahol ezt vagy a körülmények nem tennék lehetővé (például sugárzó területen [1], nagy magasságokban [2] és a világűrben [3]), vagy pedig képességei (például nehéz terhek mozgatása [4], vagy a nagy precizitást igénylő mikromanipuláció [5]).

Tekintettel arra, hogy a telemanipuláció mennyire sokoldalúan alkalmazható, és jellegéből fakadóan a célfeladatra specifikálható rengeteg mérnöki terület szervesen kapcsolódik hozzá. Ilyen például a haptikus visszacsatolás [6], a szenzorfejlesztés

[7], a megosztott autonómia [8], a zavarkompenzáció [9] vagy a különféle telemanipulációs célú szabályozási eljárások, melyek között kiemelt helyen szerepel a csúszómód-szabályozás [10].

1.2. A telemanipulációs folyamat

A telemanipulációs folyamat lényegét az 1.2. ábra szemlélteti. Az operátor a mestereszközzel van csak fizikálisan kapcsolatban, a szolgáloldalról csak az ott elhelyezett szenzorok által nyert információt és a mestereszköz mozgatásával kíván hatást gyakorolni a szolgáloldalra, amihez a szolgálateszköznek le kell követnie a mestereszköz mozgását.



1.2. ábra – Telemanipuláció folyamatábrája

Amikor tehát egy adott feladat elvégzésére kell egy telamanipulációs rendszert megtervezni, akkor nagy hangsúlyt kell fektetni arra, hogy az operátor kellő mennyiségű és minőségű információt kapjon a szolgáloldalról. Ehhez figyelembe kell venni, hogy milyen szenzorokkal érhető el ez a leghatékonyab-

ban (költség, rendelkezésre álló hely, teljesítmény és minőség szempontjából), majd a felépített rendszerhez egy olyan szabályozást kell tervezni, ami figyelembe veszi a két oldal között meglévő nagyságbeli különbségeket (pozíció- és erő skálázása), a kommunikációs csatornából eredő késleltetést, a mesterezsköz súrlódását, a zajokat és az egyéb esetspecifikus körülményeket.

2. A disszertáció témája

Annak ellenére, hogy a tézisek inkább elméleti jellegűek, maga a disszertáció alkalmazásorientált. Három tézis került ki-mondásra, melyek négy különböző alkalmazási példával lettek alátámasztva. Bár a célok szerteágazóak a telemanipulációs alkalmazás célja egységes keretbe foglalja őket. A három tézis témája:

- Lineáris, perturbált átviteli függvényű rendszerek zavar-kompenzációja
- Robusztus modell-referenciás szabályozás csúszómódban
- Digitális iker létrehozása csúszómódban működő rendsze-
rek matematikai szimulációjához

2.1. Kutatási rések és elméleti kihívások

Az operátor érzékelésének pontosabbá tértelére, azaz a mes-terezsköz súrlódásának csökkentésére általánosan zavarkompen-zációt alkalmaznak.

- Az elterjedt módszer az inverz átviteli függvény alapú za-
varkompenzáció használata egy megfelelő szűrővel. Azon-

ban a szűrő számos problémát okoz, mint például az időkésleltetés és csökkenti a telejelenlét érzését.

- A csúszómód elérése relés szabályozóval sokkal egyszerűbb, mint a csúszómódban működő rendszer egyenleteinek egzakt megoldása.
- Általánosságban a csúszómód esetén jelentkező nemkívánatos kis időállandójú dinamika elkerülése a cél, de egy csúszómódban működő rendszer digitális ikermodelljének létrehozásához pont, hogy ezeket is modellezni kell.

2.1.1. Lineáris, perturbált átviteli függvényű rendszerek zavarkompenzációja

Az irodalomban számos cikk foglalkozik az olyan zavarbecslővel, illetve zavarkompenzációval, amely az átviteli függvény inverzióján alapul [11]. A módszert a japán Ohnishi professzor alapozta meg még a nyolcvanas években [12]. Később sokan az átviteli függvény inverzióján alapuló zavarbecslést szabályozással kombinálták [13]. Az átviteli függvény inverziójának a legnagyobb problémája az, hogy az inverzió során fizikailag megvalósíthatatlan, illetve a kauzalitást sértő rendszerek jönnek létre, melyeket szűrővel lehet kompenzálni [14]. A direkt modell alapú megközelítéssel az a probléma, hogy nagyon nagy értékű visszacsatoló ágat feltételez, ami folytonos értékű visszacsatolással a gyakorlatban nem minden esetben megvalósítható és ezért kell hozzá a csúszómód szemlélet.

2.1.2. Robusztus modellreferenciás szabályozás csúszómódban

A csúszómódban működő változó struktúrájú rendszer differenciálegyenletét nem lehet megoldani a differenciálegyenletek szokásos elmélete alapján. A kihívás abban rejlik, hogy ennek megoldásához a mérnöki és matematikai szemlélet között kell egy hidat képezni. Az újszerűség ebben a kettős megközelítésben rejlik.

2.1.3. Digitális ikermodell létrehozása csúszómód-szabályozás esetén

A csúszómód-szabályozás komoly matematikai háttérrel rendelkezik, azonban ennek mélyebb ismeretét nélkül is sok esetben viszonylag könnyen alkalmazható, ezért széles körben alkalmazott a mérnöki gyakorlatban.

Maga az eljárás robusztus viselkedést mutat, de a csúszófelület körüli nagyfrekvenciás oszcilláció, az úgynevezett csattogás (chattering) a szabályozás teljesítőképességét erősen csökkenti. Ezért kezdetben ennek elkerülése volt a cél.

Napjainkban a chattering egy teljesen más összefüggésben kerülhet ismét a fókuszba. Egyre gyakoribb megközelítés, hogy a költséges és időigényes vizsgálatok a digitális ikerpáron kerülnek elvégzésre. Mivel a csúszómód-szabályozás legnagyobb problémája a chattering, így a csúszómód-szabályozó tervezési fázisában fontos a csökkentett csattogású alkalmazás vizsgálata. Ehhez viszont szükséges, hogy a szimuláció (pontosabban a digitális iker) a csúszómód-szabályozó működését jellemző kapcsolási mintát és még inkább a chattering jelenséget minél jobban adja vissza. Ezért fontos azzal foglalkozni, hogy a

digitális szimuláció során hogyan lehet a legpontosabban meghatározni a kapcsolások helyét, illetve a digitális szimuláció során hogyan adható a legjobban vissza a valóságban mindig megjelenő chattering jelenség.

2.2. A kutatás módszertana

Az első két tételnél a matematikai levezetést fogja a gyakorlati alkalmazhatóság bemutatása követni. Az utolsó tétel esetében viszont a kísérletek közben tapasztalt nemvárt jelenségek oka kerül feltárássra és az ezekre javasolt megoldás fog egy tézissé kiteljesedni.

2.2.1. A kutatás során alkalmazott elméleti/matematikai eszközök ismertetése

A részletes matematikai módszerek ismertetése a disszertációban, és annak appendixében találhatóak, itt csak egy rövid áttekintés kerül közlésre.

Az első tézishez kapcsolódóan a kiindulásént használt inverz átviteli függvényre alapozott zavarbecslő és a hozzá tartozó kompenzációs módszer matematikája kerül áttekintésre.

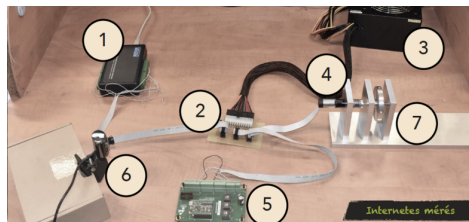
A második tézishez a csúszómód-szabályozás elméletének-, valamint a jobboldalán nem folytonos differenciálegyenletek elméletének áttekintése tartozik. A kapcsolási üzemmódú szabályozási feladatok elméleti hátterét Filippov alapozta meg [15, 16]. Munkájában a mérnöki (fizikai) és matematikai modellek egységes keretben kerültek tárgyalásra, amely így közvetlenül alkalmazható a gyakorlati szabályozástervezésben.

A harmadik tézishez a Bakteriális Memetikus Algoritmus-, valamint a kaoszelmélet rövid áttekintése tartozik.

2.2.2. A kutatás során alkalmazott gyakorlati/kísérleti eszközök ismertetése

A kísérletek során 4 prototípuseszköz került használatra. Egy oktatási célú egyszerűsített mozgásszabályozási rendszer, amely interneten keresztül szabályozható (így a kimondott tézisek közvetlenül bekerülhetnek az oktatásba). Két komplex telemanipulációs rendszer, ahol egy-egy konkrét funkcionális problémát oldott meg a tézis alkalmazása. A negyedik egy konkrét teljesítményelektronikai ipari alkalmazás. Ezek részletes leírása a disszertációban megtekinthető, itt csak felsorolásra kerülnek.

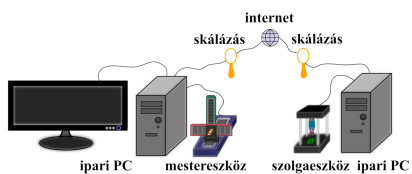
- Egyszerű mozgásszabályozási rendszer (2.1. ábra)
- Egyszerű szabadságfokú mester-szolga rendszer (2.2. ábra)
- Hat szabadságfokú mikromanipulációs eszköz (2.3. és (2.4. ábra)
- Másodrendű differenciálegyenlettel leírható kapcsolóüzemű tápegység (2.5. ábra)



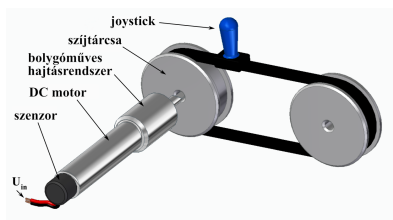
2.1. ábra – Az oktatási mozgásszabályozási kísérleti elrendezés fényképe



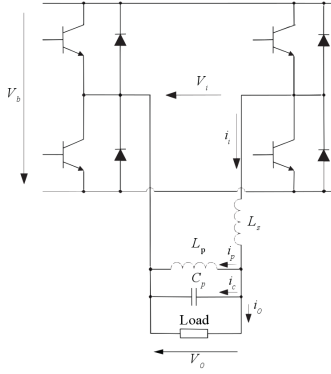
2.2. ábra – Egy szabadságfokú telemanipulációs Kísérleti eszköz fejlesztése



2.3. ábra – Hat szabadságfokú telemanipulációs rendszer



2.4. ábra – A mesterszköz egy szabadságfokához tartozó egyszerűsített szerkezet



2.5. ábra – Szünetmentes áramforrásként használt inverter és szűrő egyszerűsített modellje

3. 1. tézis, Lineáris, perturbált átviteli függvényű rendszerek zavarkom- penzációja

Az irodalomban korábban perturbált erősítésű egyszerű arányos szakaszra levezetett direkt modell alapú zavarbecslő eljárást [17] kiterjesztettem a következő alakú átviteli függvényekkel rendelkező esetre (3.1a. ábra)

$$W_r(s) = \frac{N_r(s)}{D_r(s)}, \quad (3.1)$$

ahol $N_r(s)$ és $D_r(s)$ egy-egy s -re nézve valósegységütthatójú polinom, továbbá $W_r(s)$ egy megvalósítható rendszert ír le, amelynek a feltétele, hogy $N_r(s)$ fokszáma nem

lehet nagyobb $D_r(s)$ fokszámál. Ennek értelmében, ha a 3.1a. ábrán látható konfigurációban a $K \rightarrow \infty$, akkor az eredő átviteli függvény az előírt névleges átviteli függvényhez tart.

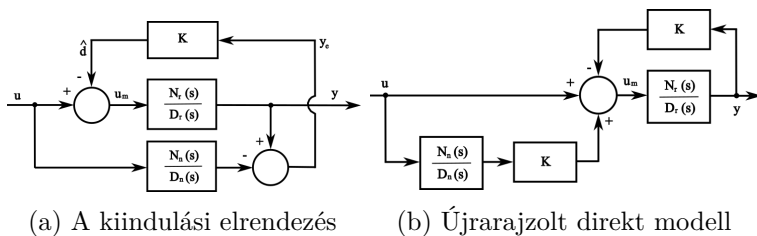
$$W_n(s) = \frac{N_n(s)}{D_n(s)}, \quad (3.2)$$

A $K \rightarrow \infty$ feltételről egy csúszómódban működő változó struktúrájú beavatkozójel gondoskodik.

A tézishez kapcsolódó saját publikációk: [FN1] [FN2]

3.1. Elméleti levezetés

Az átviteli függvény kiszámításához u és y között a 3.1a. ábrán látható átviteli függvényt a 3.1b. ábrának megfelelően kell ábrázolni.



3.1. ábra – Direkt modell alapú zavarmegfigyelő

A 3.1b. ábrának megfelelően, az átviteli függvény bemenete u és kimenete y a l'Hospital szabály segítségével a következőképpen fog alakulni:

$$\begin{aligned}
& \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\left(1 + K \frac{N_n(s)}{D_n(s)} \right) \frac{\frac{N_r(s)}{D_r(s)}}{1 + K \frac{N_r(s)}{D_r(s)}} \right) = \\
& \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\frac{D_n(s) + K N_n(s)}{D_n(s)} \frac{N_r(s)}{D_r(s) + K N_r(s)} \right) = \\
& \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{D_n(s)}{K} + N_n(s)}{D_n(s)} \frac{N_r(s)}{\frac{D_r(s)}{K} + N_r(s)} \right) = \frac{N_n(s)}{D_n(s)}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

A 3.1a. ábrán látható rendszer esetén K erősítés legyen helyettesítve egy egyszerű relével, melynek erősítése legyen G_r .

$$\hat{d} = G_r \text{sign}(y_e) \tag{3.4}$$

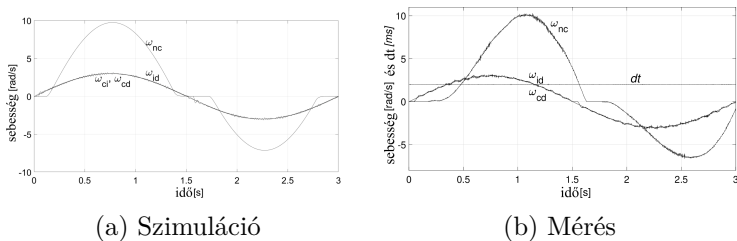
A zavarkompenzáló módszer robusztusságát a nagy (ideálisan végtelen) erősítésnek köszönheti. Ezt egy relé biztosítja a visszacsatoló ágban. Az erősítést a kimenő és bemeneti jelek aránya határozza meg. Mivel a hiba nullához tart, az erősítés végtelenhez fog tartani.

$$K = \lim_{y_e \rightarrow 0} \frac{G_r \text{sign}(y_e)}{y_e} = \infty \tag{3.5}$$

3.2. Kísérleti igazolás

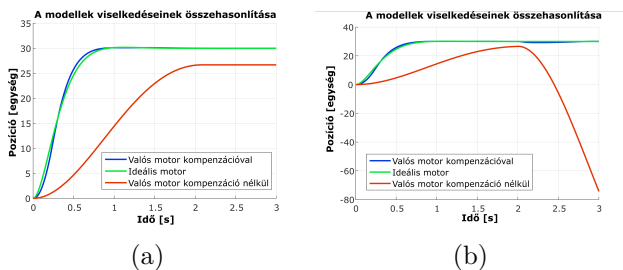
A zavarójel-kompenzáció alkalmazásának illusztrálására a 2.1. ábrán látható egyszerű mozgásszabályozási rendszer bemenetére szinuszos feszültség lett kapcsolva mind a szimuláció-, mind pedig a valós rendszer esetén. Ennek hatására alkult ki a 3.2. ábrán látható nem kompenzált ω_{nc} szögsebesség idő diagramm. Látható a nemlineáris sűrűlódás hatása. A rendszer számára egy

olyan ideális dinamika lett előírva, amelyik a szinuszos feszültségre az ω_{id} választ adja. Az ideális esetben a súrlódás és a tehetetlenségi nyomaték egy nagyságrenddel került megváltoztatásra. A tézisben javasolt Direct Model Based Disturbance Observer módszerrel a rendszer megfelelő pontossággal követni tudja az ideális dinamikát jelentő jelet. A szimuláció és a mérési eredmény lényegében azonos működést mutat.



3.2. ábra – Sebességjelek az DMBDO modell esetében ($u_{max} = 20\%$)

Az egyszerű egyszabadságfokú mester-szolga rendszer (2.2. ábra) két mérési eredményét a 3.3. ábra mutatja be.



3.3. ábra – (a) Pozíciójelek a Coulombsúrlódás hozzáadását követően és (b) Kiegészítőterhelés hozzáadása a rendszerhez

4. 2. tézis, Robusztus modellreferenciás szabályozás csúszómódban

A jobb oldalán nem folytonos differenciálegyenletek elméletére alapozva matematikailag levezettem és megoldottam egy csúszómódban működő telemanipulációs eszköz egyenletét és a tézist a gyakorlatban is alkalmaztam. A tézishoz kapcsolódó saját publikációk: [FN3], [FN4].

4.0.1. A csúszómód-alapú súrlódáskompenzáció állapotteregyenleteinek felírása és megoldása

Az egyenletek a jól ismert Newton-féle második törvényen (a mozgás törvényén) alapulnak. A mestereszköz esetében a következő adódik:

$$F_a = m_{eq}a = m_{eq} \frac{dv}{dt}, \quad F_a = F_{in} - F_{fric}, \quad (4.1)$$

ahol F_a a rendszert gyorsító erő, míg F_{in} és F_{fric} a bemeneti erőt, illetve a súrlódási erőt jelölik.

Megjegyzendő, hogy ez a szakasz a csúszómód-alapú súrlódáskompenzációra fókuszál, és nem tárgyalja azt, hogy az F_{in} erőt a külső bilaterális szabályozási rendszer hogyan állítja elő (innen származik az F_{in} jelölés). Más szóval, F_{in} a súrlódáskompenzációs alrendszer bemeneti erőjele, amely egyben a referenciamodell bemenete is. A mechanikai rendszer bemenete (F_{in}), valamint a kompenzáció összege adja az F_{sys} mennyiséget (ahogy az a 4.2 ábrán szerepel).

A mestereszköz csúszómód-szabályozásának vizsgálatához a jelölések: v_x és $\hat{v}_x$ rendre a valós rendszer, illetve a referencia

modell sebességét jelölik, míg F_{sys} és F_{in} a mestereszköz mechanikai rendszerének, illetve a referencia modellnek a bemeneti erőit jelentik. Ebben a fejezetben a „kalap” jelölés a referencia modellhez tartozó változók és konstansok megkülönböztetésére kerül alkalmazásra.

A mestereszköz csúszómód-szabályozásának vizsgálatához a következő állapotér-egyenletek kerülnek figyelembevételre:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -a_{21}(p_{a_{21}}) \\ 0 & -\hat{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(p_{b_1}) & 0 \\ 0 & \hat{b}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{sys} \\ F_{in} \end{bmatrix} \\ a_{21}(p_{a_{21}}) &= \hat{a}_{22} + \Delta a_{21} = \frac{\hat{v}_{eq} + \Delta v_{eq}}{\hat{m}_{eq} + \Delta m_{eq}} \quad (4.2) \\ b_1(p_{b_1}) &= \hat{b}_2 + \Delta b_1 + \frac{F_{nl_f}(v_x)}{F_{sys}} = \frac{\hat{G}_{eq} + \Delta G_{eq}}{\hat{m}_{eq} + \Delta m_{eq}} + \frac{F_{nl_f}(v_x)}{F_{sys}} \end{aligned}$$

ahol m és G a rendszer tömegét, illetve erősítését jelölik, míg ν a lineáris viszkozus súrlódás paramétere. $F_{nl_f}(v_x)$ a súrlódás nemlineáris komponensét reprezentálja. Jelen fejezetben az „eq” alsó index az úgynevezett ekvivalens mennyiségek jelölésére szolgál a különböző típusú rendszerparaméterek esetén.

A kompenzáció végső célja, hogy a rendszer az eredeti (természetes) dinamikája helyett a referenciamodell dinamikáját kövesse, amelyet a $\hat{a}_{22}$ és $\hat{b}_2$ paraméterek határoznak meg. A referencia modell egyenlete két szabadon választott paramétert tartalmaz ($\hat{a}_{22}$ és $\hat{b}_2$). A csúszófelület legyen megadva az alábbiak szerint:

$$s(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} = 0, \text{ ahol } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

és

$$\gamma = \begin{cases} \Gamma, & \text{ha } s(\mathbf{x}) > 0 \\ -\Gamma, & \text{ha } s(\mathbf{x}) < 0 \end{cases}, \quad (4.4)$$

ahol Γ egy konstans. Legyen a rendszer (a mestersz  k  z mechanizmusának) bemeneti jele az   l  bbi:

$$F_{sys} = F_{in} - \gamma \quad (4.5)$$

Ekkor a (4.4) egyenlet   relé pozitív és negatív állásának megfelelően (4.2) egyenlet két alakot vehet fel

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{f}^+(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + (\hat{b}_2 + \Delta b_1)(F_{in} - \Gamma) + F_{nl_f}(v_x) \\ -\hat{a}_{22}\hat{v}_x + \hat{b}_2 F_{in} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{f}^-(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + (\hat{b}_2 + \Delta b_1)(F_{in} + \Gamma) + F_{nl_f}(v_x) \\ -\hat{a}_{22}\hat{v}_x + \hat{b}_2 F_{in} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

Az S cs  sz  fel  let $\mathbf{x}$ pontjaiban az $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ ir  ny  ba mutat   s szerinti ir  nymenti deriv  lt S felület mindkét oldal  n a k  vetke  z  k:

$$L_{f+s}(\mathbf{x}) = -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + \hat{a}_{22}\hat{v}_x + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x) - (\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma \quad (4.8)$$

  s

$$L_{f-s}(\mathbf{x}) = -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + \hat{a}_{22}\hat{v}_x + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x) + (\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma, \quad (4.9)$$

rendre. A cs  sz  m  d kialakul  s  hoz szükséges felt  teleket

$$L_{f+s}(\mathbf{x}) < 0, \text{ ha } s(\mathbf{x}) > 0, \quad L_{f-s}(\mathbf{x}) > 0, \text{ ha } s(\mathbf{x}) < 0 \quad (4.10)$$

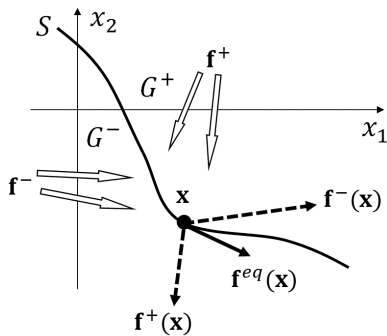
ellenőrizni kell. A (4.8), (4.9)   s (4.10) egyenletek összehasonlítása azt mutatja, hogy a csúszómód az   l  bbi feltételek teljesülésével j  n létre:

$$| -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + \hat{a}_{22}\hat{v}_x + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x) | < |(\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma|. \quad (4.11)$$

Ha a (4.11) feltétel teljesül, akkor az ekvivalens vektor az alábbi:

$$\mathbf{f}^{eq}(\mathbf{x}) = \zeta \mathbf{f}^+(\mathbf{x}) + (1 - \zeta) \mathbf{f}^-(\mathbf{x}) \quad (4.12)$$

az $\mathbf{x}$ pontban a trajektória változását írja le, ahogy a [16] publikációban szerepel, és megtalálható a disszertáció függelékében is. (Az értelmezést az általánosított értelmű 4.1. ábra segíti).



4.1. ábra – A $\mathbf{f}^{eq}$ szemléltetése kétdimenziós esetben

Ebben az esetben:

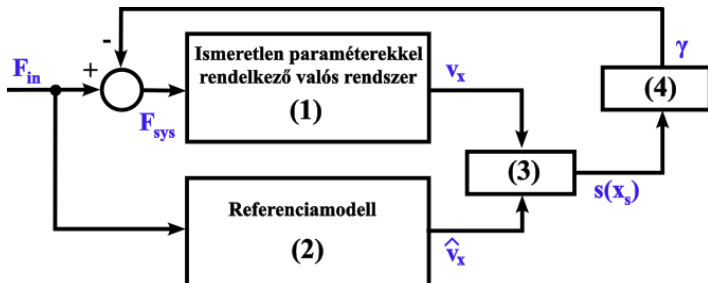
$$\zeta = \frac{-\Delta a_{21} v_{x_s} + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x) + (\hat{b}_2 + \Delta b_1) \Gamma}{2(\hat{b}_2 + \Delta b_1) \Gamma}. \quad (4.13)$$

A (4.13), (4.6) és (4.7) helyettesítésével a (4.12) egyenletbe az alábbi adódik:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{x_s} \\ \hat{v}_{x_s} \end{bmatrix} = \mathbf{f}^{eq} \left(\begin{bmatrix} v_{x_s} \\ \hat{v}_{x_s} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -\hat{a}_{22} v_{x_s} + \hat{b}_2 F_{in} \\ -\hat{a}_{22} v_{x_s} + \hat{b}_2 F_{in} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

ami azt jelenti, hogy a v_{x_s} és $\hat{v}_{x_s}$ változását ugyanaz a differenciálegyenlet írja le. A (4.14) alapján azonos kezdeti állapotból

indulva v_x és $\hat{v}_{xs}$ megegyeznek. Mivel a rendszerek energiamentes kezdeti állapotból indulnak (azaz valamennyi állapotváltozó kezdeti értéke nulla), a kezdeti feltételek azonosak. A fentieket a 4.2. ábrán látható blokkdiagram foglalja össze.

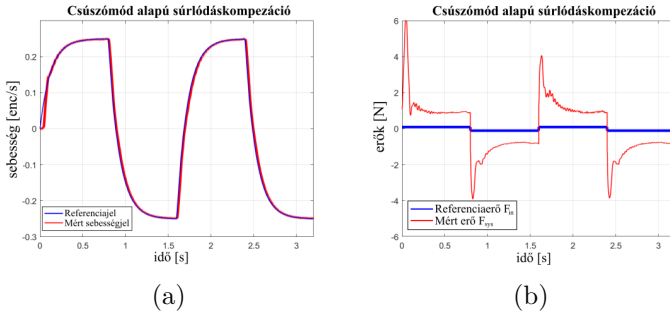


4.2. ábra – Referenciamodell alapú csúszómód pozíció szabályozás, ahol a zárójeles számok a következő egyenleteket jelölik: (1): (4.2) egyenlet első sora, (2): (4.2) egyenlet 2. sora, (3): (4.3) egyenlet, (4): (4.4) egyenlet

4.1. Alkalmazás

Maga a kísérleti eszköz a 2.3. és 2.4. ábrán látható hat szabadságfokú mikromanipulációs eszköz. A disszertációban számos mérési eredmény található itt egy kerül kiemelésre illusztrációként. A kísérlet során feltételezésként szerepelt, hogy a távoli környezet nem hat a szolgálgeszközre ($F_r = 0$), továbbá hogy a kezelő a rendszerrel különböző amplitúdójú négyszögimpulzusokból álló erőjellel lép kölcsönhatásba. Az összehasonlíthatóan sima működés biztosítása érdekében azonban a kezelő helyett egy további erőszabályozó került alkalmazásra.

A valós rendszer a referenciamodell sebességét jól követi (piros görbe a 4.3 (a). ábrán). A nyomatékimpulzusok nagyságának további növelésével a joystick mozgása a telemanipulációs feladat szempontjából kellő pontossággal képes követni a referenciamodellt. Kisebb értékek esetén problémák jelentkeztek



4.3. ábra – (a) Referencia- és mért sebesség és (b) F_{in} Váltakozó 0,1 N erőimpulzusok

5. 3. tétel, Digitális ikermódel létrehozása csúszómód-szabályozás esetén

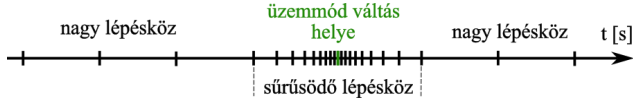
Egy folytonos beavatkozájellel rendelkező szabályozó validálására alkalmas digitális iker általában nem alkalmas a csúszómódban működő szabályozó validálására. Ennek megfelelően:

- A valóságos rendszernél közvetlenül alkalmazott csúszómódban működő szabályozó beavatkozáje-

lének nagyfrekvenciás összetevői rezonanciába kerülhetnek a rendszernek a szabályozó tervezésénél elhanyagolt nagyfrekvenciás tartományban található sajátfrekvenciáival. Ennek, a valós rendszereknél gyakori jelenségnek a modellezéséhez a digitális ikret leíró (nem feltétlen lineáris) differenciálegyenletnek magasabb rendűnek kell lennie, mint a szabályozó tervezésénél használt modell rendje.

- A kapcsolási mechanizmus komplex, bizonyos esetekben akár kaotikus viselkedést is eredményezhet, ezért a kapcsolási események numerikus helyének pontatlan meghatározása lényegesen torzíthatja a szimuláció eredményét. A hatékony szimulációban ezért úgynevezett multifidelity szimulációt kell alkalmazni. A kapcsolások közötti sima szakaszokon nagyobb numerikus lépések (low fidelity) és magasabb rendű integrálási módszerek alkalmazhatók, míg a kapcsolási események környezetében "lényegesen finomabb" lépésközt (high fidelity) célszerű alkalmazni és megfelelő pontossággal kell meghatározni a "váltások" helyét, kizárólag olyan integrálási módszerrel (például Euler), amely nem alkalmaz átlagolást (mint például Runge-Kutta) (5.1. ábra).

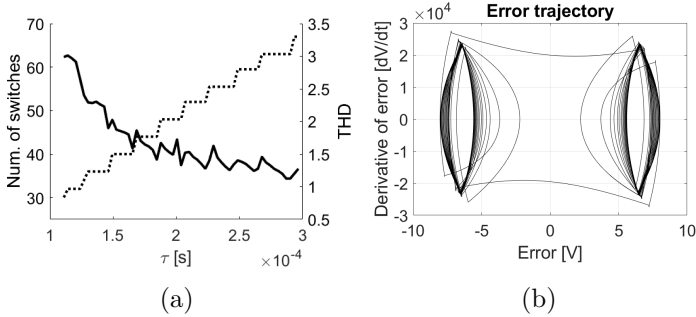
A tézishez kapcsolódó saját publikációk: [FN5], [FN2], [FN4].



5.1. ábra – A 3. tézis magyarázó ábrája

5.1. Alkalmazásnál tapasztalt jelenségek

A másodrendű differenciálegyenlettel leírható kapcsolóüzemű tápegység (2.5. ábra) esetén fontos a teljes harmonikus torzítás (THD) vizsgálata. Az 5.2 (a). ábra a periódusonkénti kapcsolások számát és a teljes harmonikus torzítást (THD) mutatja a τ függvényében. Ez a szimulációs eredmény a szokásos Runge-Kutta módszerrel készült. Szembetűnő az ábrán látható lépcsőzetesség. Minél nagyobb a kapcsolások száma, annál kisebb a THD.

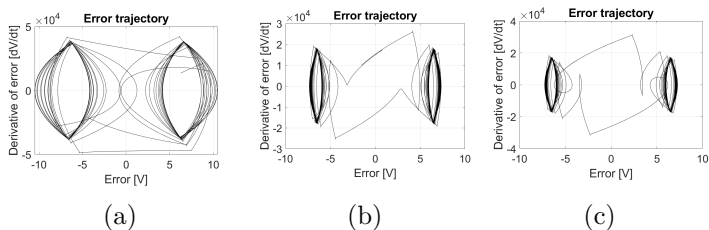


5.2. ábra – (a) A kapcsolások száma és a THD a kapcsolási egyenes meredekségének függvényében és (b) szimmetrikus és periódikus állapottrajektória

A kapcsolási váltásoknál viszont egy érdekes jelenség tapasztal-

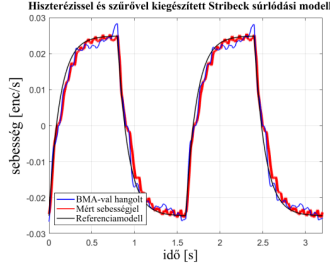
talható. A lépcsők közepén az állapottrajektória szimmetrikus periódikus pályát ír le (5.2 (b). ábra)

A szimulációban a váltások környékén a trajektória szimetriája és periódikussága megszűnik, továbbá a THD is megnő (5.3. ábra). Ezt a viselkedést a mérések nem igazolták pontosan vissza.



5.3. ábra – Az üzemmódváltások kaotikus jellegének demonstrációja

Hasonlóan numerikus problémák vetődtek fel a genetikus algoritmusok körébe tartozó Bakteriális Memetikus Algoritmus (BMA) alkalmazásakor, annak a 2.3. és (2.4. ábrán látható, csúszómódban működő hat szabadságfokú mikromanipulációs eszköz paraméter identifikációja során. A szimuláció gyorsítása érdekében a rendszermodell rendje megegyezett a csúszófelület tervezéséhez használt modell rendjével, és multifidelity szimuláció sem került alkalmazásra. Ezek a szimulációk sok esetben konvergencia problémákhoz vezettek, de egy elfogadhatónak tűnő konvergenciájú esetben sem adta vissza a numerikus modellt kellő pontossággal (5.4).



5.4. ábra – BMA segítségével behangolt modell hiányosságai $F_{op} = 0.01N$

5.2. A gyakorlatban tapasztalt problémák elméleti háttere

5.2.1. A nem-modellezett dinamika hatása

Legyen a(z) 5.5. ábra P_1 pontja az a pont, ahol az, hogy a trajektória elhagyta a csúszófelületet érzékelésre kerül. A beavatkozájel átkapcsol, de a trajektória ahelyett, hogy megfordulna és az a jelű görbének megfelelően a felület felé mozogna (és utána is a felület körül csattogna), a nem-modellezett dinamika miatt a b jelű görbe mentén tovább távolodik a felülettől. Ez lezajlik a P_2 pontban a másik irányba is, és akár egyre nagyobb lengések alakulhatnak ki. Ez minőségileg azért más jelenség, mint az, amikor a véges kapcsolási frekvencia miatt csattog a trajektória a csúszófelület körül, mert abban az esetben átkapcsolás után a rendszer mindig visszafordul a csúszófelület felé.

A csúszófelületet jelölje

$$s(x) = 0. \quad (5.1)$$

Ekkor a trajektória a felület mindkét oldaláról a kapcsolási felület felé mutat:

$$s(x) > 0 \implies \dot{s}(x) < 0, \quad (5.2)$$

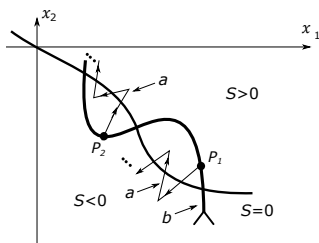
$$s(x) < 0 \implies \dot{s}(x) > 0. \quad (5.3)$$

A kapcsolási felület környezetében megkövetelhető, hogy

$$s(x)\dot{s}(x) < 0 \quad (5.4)$$

teljesüljön. Ha azonban a nem modellezett dinamika miatt kapcsolás után sem teljesül a fenti feltétel, akkor a trajektória nem fordul vissza a csúszófelület felé, ahogy ez jól látszik az a és b görbe különbségén.

Ez a jelenség csak úgy modellezhető, hogy ha a csúszófelület megtervezéséhez használt modell és a rendszer választát meghatározó modell rendszáma különbözik.



5.5. ábra – A nem-modellezett dinamika hatása a kapcsolgatásokra

A probléma elméleti megközelítésére kerüljön bevezetésre a $\theta \in \mathbb{R}^p$, mint becslendő paramétervektor, és legyenek az észlelt adatok

$$y_1^{\text{obs}}, y_2^{\text{obs}}, \dots, y_N^{\text{obs}}. \quad (5.5)$$

A szokásos négyzetes veszteségfüggvény legyen:

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N \left\| y(t_k; \theta) - y_k^{\text{obs}} \right\|^2. \quad (5.6)$$

Kapcsoló rendszereknél azonban a kapcsolási időpontok maguk is függnek a paramétereiktől:

$$\tau_j = \tau_j(\theta). \quad (5.7)$$

Ezért a modellkimenet

$$y(t; \theta) \quad (5.8)$$

nem feltétlenül sima függvénye a paramétereknek. Kis paraméterváltozás módosíthatja a kapcsolási időpontokat, sőt bizonyos esetekben a kapcsolási sorrendet is. Ennek következtében a veszteségfüggvény

$$J(\theta) \quad (5.9)$$

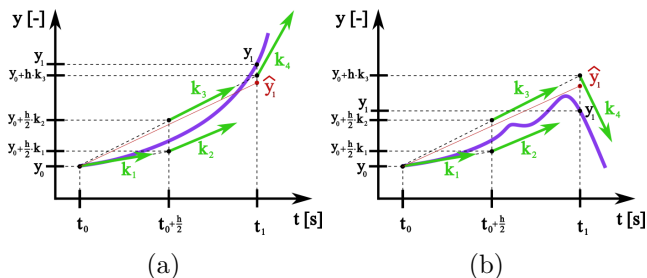
lokálisan nem sima, rosszul kondicionált vagy numerikusan instabil lehet. Ez különösen problémás gradiensalapú optimalizálás vagy gépi tanulási eljárások esetén, ahol a szimuláció pontatlansága közvetlenül torzíthatja a paraméterbecslést.

5.2.2. Kapcsoló üzemmód számítása Runge Kutta módszerrel

A Runge-Kutta módszerek több kisebb belső lépésre épülnek. Négy különböző módon számítják ki a változást és ezek súlyo-

zott átlagát veszik az 5.6 (a). ábrán látható módon. Alapvetően olyan kis lépésközt kell választani, hogy a négy különböző módon kiszámított növekmény ne térjen el jelentősen. Ha az adott lépésközben a függvény meredeksége csak kis mértékben változik, akkor a kiszámított négy meredekség között nincs nagy különbség (5.6 (a). ábra).

Ha az üzemmód váltás egy RK4 lépésen belül történik, akkor az RK4 lépésen belüli meredekségek átlaga értelmetlenné válik az 5.6 (b). ábrának megfelelően. Az üzemmód váltás helyén a függvény hagyományos értelemben nem deriválható.



5.6. ábra – Runge-Kutta: (a) A meredekségek folytonosan változó függvény esetén és (b) ugrásszerű változások esetén

Kerüljön bevezetésre egy becslés az üzemmódváltás időpontjának pontatlan becsléséből származó hibára. Legyen τ a valódi kapcsolási időpont, $\tilde{\tau}$ pedig a numerikusan meghatározott kapcsolási időpont. Ekkor

$$\delta = |\tau - \tilde{\tau}| \quad (5.10)$$

a kapcsolási időpont hibája. Legyen feltételezve, hogy a kapcsolás előtt a rendszer jobbra oldala f^- , a kapcsolás után pedig

f^+ . Ekkor az állapothiba a következő lesz

$$\|e\| \approx \|f^+ - f^-\| |\tau - \tilde{\tau}|. \quad (5.11)$$

Ez azt mutatja, hogy minél nagyobb az eltérés a kapcsolás előtti és utáni állapot között, annál érzékenyebb a szimuláció a kapcsolási időpont meghatározásának hibájára.

A probléma összefoglalására kerüljön bevezetésre az alábbi, szakaszonként állandó jobboldalú differenciálegyenlet:

$$\dot{x} = \begin{cases} a, & t < \tau, \\ b, & t > \tau, \end{cases} \quad (5.12)$$

ahol $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$, és $\tau \in (t_n, t_{n+1})$ a kapcsolási időpont. Az egzakt megoldás egy lépésen belül:

$$x(t_{n+1}) = x_n + a(\tau - t_n) + b(t_{n+1} - \tau). \quad (5.13)$$

Ha azonban a teljes lépés egyetlen Runge–Kutta-lépésként van kezelve, akkor a módszer alakja

$$x_{n+1}^{\text{RK4}} = x_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5.14)$$

ahol a k_i -k akár különböző üzemmódokból is származhatnak. Például előfordulhat, hogy

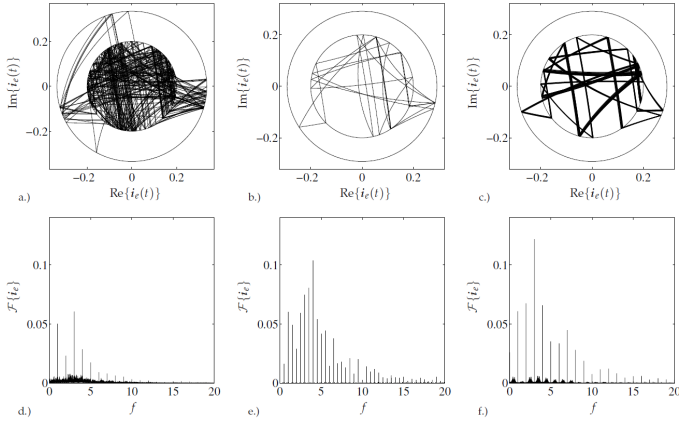
$$k_1, k_2 \in f^-, \quad k_3, k_4 \in f^+. \quad (5.15)$$

Ekkor a módszer olyan meredekségeket átlagol, amelyek különböző dinamikai törvényekhez tartoznak.

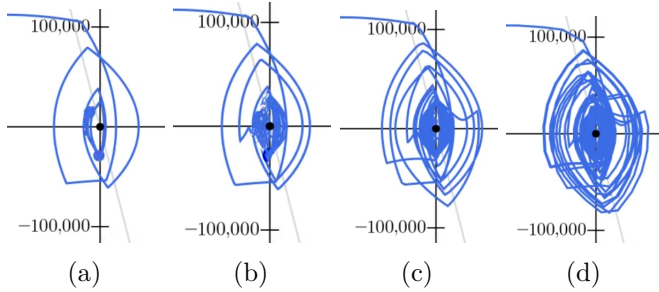
5.2.3. Kapcsoló üzemmód számításánál kialakuló kaotikus jelenség

A kétezres évek elején Nagy István akadémikus kutatói csapata kimutatta, hogy ha van egy alapvetően lineáris rendszer és ez kiegészül a teljesítményelektronikára jellemző nem lineáris viselkedéshez vezető üzemmód váltásokkal, akkor önmagában az üzemmód váltások kaotikus viselkedéshez vezethetnek ([18], [19], [20] és [21]). A darabonként lineáris rendszerek mellett megjelenik ugyanis az egy, vagy több állapotváltozótól függő üzemmódváltás (gyakorlatilag kapcsolási idő), ami viszont a teljes rendszert nemlineárisrá változtatja. Az utóbbi PhD disszertáció [21], valamint [22], [23] és [24] is bizonyította, hogy a hiszterézises szabályozók kifejezetten hajlamosak a kaotikus viselkedésre. Ezt igazolja az 5.7 ábra, melyhez hasonló eredményre vezetett a saját rendszerre elvégzett szimuláció is (5.8. ábra).

Mivel maga a rendszer alapvetően akár lineáris is lehet, ezért az üzemmódváltások okozta káosz a jelhez hozzáadódó és sok esetben elhanyagolható nagyságú zajként jelentkezhet, de a hibaszámításban kumulatív is lehet, főleg a csúszómódra jellemző nagyfrekvenciás kapcsolgatások miatt és így a kumulatív jellege miatt a szimuláció, illetve a gépi tanulás korlátjává válhat. Az ehhez a tézishez kapcsolódó kutatás is három kísérleti eszközzel lett alkalmazva. Az üzemmód váltások esetén a meredekségek szignifikánsan megváltozhatnak.



5.7. ábra – (a) Kaotikus trajektória; $\rho_o/\rho_i = 1,675$. (b) Másodrendű szubharmonikus trajektória; $\rho_o/\rho_i = 1,46$. (c) Kaotikus trajektória; $\rho_o/\rho_i = 1,46$. (d) Az (a) ábrán látható trajektória spektruma. (e) A (b) ábrán látható trajektória spektruma. (f) A (c) ábrán látható trajektória spektruma. [21]



5.8. ábra – Kaotikus viselkedésre jellemző pókhálósodás megjelenése saját rendszerénél

6. Lazábban kapcsolódó publikációk

Van még két magyar nyelvű folyóirat cikk, amelyek a tézisekhez csak lazán kapcsolódnak, de ezek célja a magyar nyelvű publikációk követelményének kielégítése és az anyanyelvű tudományos irodalom támogatása [FN6], [FN7].

Saját publikációs lista

- [FN1] Fink Nándor. Model reference adaptive control for telemanipulation. *HUNGARIAN JOURNAL OF INDUSTRY AND CHEMISTRY*, 47:41–48, 2019. doi:10.33927/hjic-2019-07.
- [FN2] Fink Nándor, Zenan Guo, Szemes Péter, and Korondi Péter. Comparison of direct and inverse model-based disturbance observer for a servo drive system. *ACTA POLYTECHNICA HUNGARICA*, 20:205–228, 2023. doi:10.12700/APH.20.4.2023.4.12.
- [FN3] Fink Nándor. Observer based sliding mode control of a dc motor via internet. *CAX TECHNOLOGIES JOURNAL*, 7:37–44, 2019.
- [FN4] Korondi Péter, Fink Nándor, Mikuska Róbert, Szemes Péter Tamás, Kézi Csaba, and Kocsis Imre. On the mathematical background of sliding mode-based friction compensation of a micro-telemanipulation system. *MATHEMATICS*, 12:1–26, 2024. doi:10.3390/math12203182.

- [FN5] Domonkos Márk and Fink Nándor. Follow-up control of a second order system in sliding mode. *HUNGARIAN JOURNAL OF INDUSTRY AND CHEMISTRY*, 48:13–21, 2020. doi:10.33927/hjic-2020-23.
- [FN6] Balázs Szilárd, Reuter Richárd, Bodor Ferenc, Fink Nándor, and Korondi Peter. Csúszómód szabályozási algoritmusok robusztusságának összehasonlítása egy internetes szervohajtás kapcsán. *RECENT INNOVATIONS IN MECHATRONICS*, 9 (1):1–8, 2022. doi:10.17667/riim.2022.1/2.
- [FN7] Fink Nándor and Horváth Csongor Márk. A szolgáltató robotika helyzete És kutatási irányai. *FELDERÍTŐ SZEMLE*, 16:90–102, 2017.

Hivatkozások

- [1] J. De Geeter, M. Decréton, and E. Colon. The challenges of telerobotics in a nuclear environment. *Robotics and Autonomous Systems*, 28(1), 1999. doi:doi:10.1016/s0921-8890(99)00025-1.
- [2] S. Kannan, S. Bezzaoucha, S. Q. Guzman, J. Dentler, M. A. Olivares-Mendez, and H. Voos. Hierarchical control of aerial manipulation vehicle. *AIP Conference Proceedings*, page 020069, 2017. doi:10.1063/1.4972661.
- [3] Y. Sato, M. Hirata, F. Nagashima, T. Maruyama, and T. Uchiyama. Reducing attitude disturbances while teleoperating a space manipulator. *Proceedings IEEE Internati-*

- onal Conference on Robotics and Automation, page 516–523, 1993. doi:10.1109/robot.1993.292224.
- [4] A. Terribile, W. Prendin, and R. Lanza. An innovative electromechanical underwater telemanipulator-present status and future development. In *Proceedings of OCEANS'94*, volume 2, pages II/188–II/191 vol.2, 1994. doi:10.1109/OCEANS.1994.364037.
 - [5] T. Fukuda, M. Fujiyoshi, F. Arai, and H. Matsuura. Design and dextrous control of micromanipulator with 6 dof. In *Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1628–1633 vol.2, 1991. doi:10.1109/ROBOT.1991.131851.
 - [6] Marco Laghi, Manuel G. Catalano, Giorgio Grioli, and Antonio Bicchi. A wearable wrist haptic display for motion tracking and force feedback in the operational space. *Wearable Technologies*, 2:e5, 2021. doi:10.1017/wtc.2021.4.
 - [7] William McMahan, Jamie Gewirtz, Dorsey Standish, Paul Martin, Jacquelyn A. Kunkel, Magalie Lilavois, Alexei Wedmid, David I. Lee, and Katherine J. Kuchenbecker. Tool contact acceleration feedback for telerobotic surgery. *EEE Trans. Haptics*, 4(3):210–220, July 2011. doi:10.1109/TOH.2011.31.
 - [8] G. Hirzinger, J. Heindl, K. Landzettel, and B. Brunner. Multisensory shared autonomy - a key issue in the space robot technology experiment rotex. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Raleigh, North Carolina, July 1992.

- [9] Young and K-KD. Discrete-time sliding mode based feedback compensation for motion control. In *Proceedings. 1996 IEEE International Workshop on Variable Structure Systems.-VSS'96-*, pages 127–131. IEEE, 1996.
- [10] Rong-Jong Wai, Chih-Hong Lin, and F. J. Lin. Adaptive sliding-mode control for motor-toggle servomechanism. In *Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pages 1093–1099, 2000. doi:10.1109/PESC.2000.880464.
- [11] Jurgen van Zundert and Tom Oomen. On inversion-based approaches for feedforward and ilc. *Mechatronics*, 50:282–291, 2018. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415817301368>, doi:10.1016/j.mechatronics.2017.09.010.
- [12] Kouhei Ohnishi. New development of servo technology in mechatronics. 107(1):83–86. doi:10.1541/ieejias.107.83.
- [13] Wen-Hua Chen, Jun Yang, Lei Guo, and Shihua Li. Disturbance-observer-based control and related methods—an overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(2):1083–1095, 2016. doi:10.1109/TIE.2015.2478397.
- [14] Emre Sariyildiz and Kouhei Ohnishi. Analysis the robustness of control systems based on disturbance observer. *International Journal of Control*, 86(10):1733–1743, 2013. doi:10.1080/00207179.2013.795663.

- [15] A.G. Filippov. Application of the Theory of Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides to Non-Linear Problems in Automatic Control. In *1st IFAC Congr.*, pages 923–925, Moscow, Russia, 1960. doi:10.1016/S1474-6670(17)70216-9.
- [16] A.G. Filippov. Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side. *Ann. Math Soc. Transl.*, 42:199–231, 1964. doi:10.1007/978-94-015-7793-9.
- [17] Péter Korondi. *Csúszómódszabályozás a teljesítményelektronikában és mechatronikában*. MTA Doktori disszeráció, 2008.
- [18] I. Nagy. Nonlinear dynamics in power electronics. *International Conference on ELECTRICAL DRIVES and POWER ELECTRONICS*, 10 2000.
- [19] Peter Stumpf, Zoltán Sütő, and I. Nagy. Research in nonlinear dynamics triggered by r&d experiences. *Conference: AACS'11*, 06 2011.
- [20] O. Dranga, B. Buti, and I. Nagy. Stability analysis of a feedback-controlled resonant dc-dc converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1):141–152, 2003. doi:10.1109/TIE.2002.804983.
- [21] Zoltán Sütő. *Nonlinear phenomena of controlled three phase converters*. PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, 2007.
- [22] Hoyos Velasco, Carlos I., Hoyos Velasco, Fredy Edimer, Candelo-Becerra, and John E. Nonlinear dy-

namics and performance analysis of a buck converter with hysteresis control. *Computation*, 9(10), 2021. URL: <https://www.mdpi.com/2079-3197/9/10/112>, doi:10.3390/computation9100112.

- [23] {Chi Kong} Tse, {Y. M.} Lai, and {H. H C} Iu. Hopf bifurcation and chaos in a hysteretic current-controlled cuk regulator. *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*, 2:1091–1097, January 1998. Proceedings of the 1998 IEEE 29th Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC. Part 2 (of 2) ; Conference date: 18-05-1998 Through 21-05-1998.
- [24] I. Nagy and Z. Suto. Repetitive and chaotic processes in current controlled induction motor. In *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, volume 2, pages 946–951 vol.2, 1996. doi:10.1109/ISIE.1996.551071.



Nyilvántartási szám: DEENK/577/2026.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Fink Nándor

Doktori Iskola: Informatikai Tudományok Doktori Iskola

MTMT azonosító: 10058267

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Magyar nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (2)

1. Balázs, S., Reuter, R., Bodor, F., **Fink, N.**, Korondi, P.: Csúszómód szabályozási algoritmusok robusztusságának összehasonlítása egy internetes szervohajtás kapcsán.
Recent Innov. Mechatron. 9 (1), 1-8, 2022. EISSN: 2064-9622.
DOI: <http://dx.doi.org/10.17667/riim.2022.1/2>.
2. **Fink, N.**, Horváth, C. M.: A szolgáltató robotika helyzete és kutatási irányai.
Felderítő szemle. 16 (3), 90-102, 2017. ISSN: 1588-242X.

Idegen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (3)

3. **Fink, N.**, Zenan, G., Szemes, P. T., Korondi, P.: Comparison of Direct and Inverse Model-based Disturbance Observer for a Servo Drive System.
Acta Polytech. Hung. 20 (4), 205-228, 2023. ISSN: 1785-8860.
DOI: <http://dx.doi.org/10.12700/APH.20.4.2023.4.12>
IF: 1.4
4. Domonkos, M., **Fink, N.**: Follow-up Control of a Second Order System in Sliding Mode.
Hung. J. Ind. Chem. 48 (2), 13-21, 2020. ISSN: 0133-0276.
DOI: <http://dx.doi.org/10.33927/hjic-2020-23>
5. **Fink, N.**: Model reference adaptive control for telemanipulation.
Hung. J. Ind. Chem. 47 (1), 41-48, 2019. ISSN: 0133-0276.
DOI: <http://dx.doi.org/10.33927/hjic-2019-07>

Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (2)

6. Korondi, P., **Fink, N.**, Mikuska, R., Szemes, P. T., Kézi, C. G., Kocsis, I.: On the Mathematical Background of Sliding Mode-Based Friction Compensation of a Micro-Telemanipulation System.
Mathematics. 12 (20), 1-26, 2024. EISSN: 2227-7390.
DOI: <http://dx.doi.org/10.3390/math12203182>
IF: 2.2





7. **Fink, N.:** Observer Based Sliding Mode Control of a DC Motor via Internet.

CAX TECHNOLOGIES JOURNAL. 7, 37-44, 2019. ISSN: 1314-9628.

További közlemények

Idgen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (1)

8. **Fink, N.,** Pammer, D., Barsi, Á., Kiss, R. M.: Reconstruction of human thorax from CT images.

RliM. 4 (1), 1-8, 2017. ISSN: 2064-9622.

DOI: <http://dx.doi.org/10.17667/riim.2017.1/2>.

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora: 3,6

**A közlő folyóiratok összesített impakt faktora (az értekezés alapjául szolgáló közleményekre):
3,6**

A DEENK a Jelölt által a Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudánymetriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2026.08.31.



**Short thesis for the degree of doctor of philosophy
(PhD)**

**Robust Disturbance Compensation Methods and a
Machine-Learning-Ready Digital Twin Concept for
Sliding-Mode Controllers in Telemanipulation
Applications**

Nándor Fink

Supervisor: Prof. Dr. Péter Korondi



UNIVERSITY OF DEBRECEN

Doctoral School of Informatics

Debrecen, 2026

1 Introduction

1.1 Research on telemanipulation

Telemanipulation and teleoperation have been intensively researched since the 1990s, as demonstrated by the number of scientific publications indexed in the Scopus and Web of Science (WoS) databases, shown in Figure 1.1.

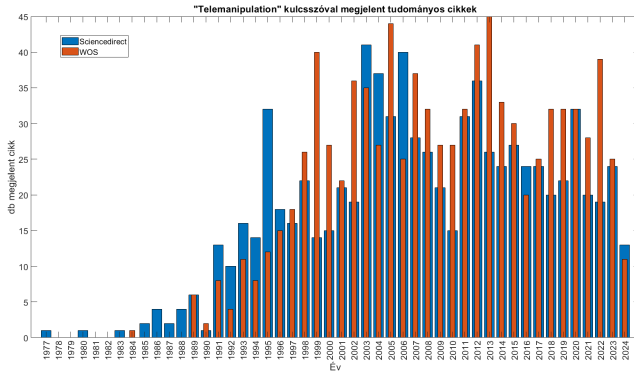


Figure 1.1 – Scientific publications containing the keyword *teleoperation*

The primary purpose of telemanipulation is to overcome the physical limitations of human operators and enable them to perform tasks in environments where direct human intervention is either impossible due to environmental conditions (e.g., radioactive environments [1], high-altitude environments [2], and outer space [3]) or limited by human capabilities, such as the manipulation of heavy loads [4] or high-precision micro-manipulation [5].

Given the versatility of telemanipulation and its inherent adaptability to application-specific requirements, it is closely related to numerous engineering disciplines. These include haptic feedback [6], sensor development [7], shared autonomy [8], disturbance compensation [9], and various control approaches developed for telemanipulation systems, among which sliding-mode control plays a particularly important role [10].

1.2 The telemanipulation process

The basic concept of a telemanipulation process is illustrated in Figure 1.2. The operator is physically connected only to the master device. Information about the remote environment is obtained exclusively through sensors located on the slave side, while the operator attempts to influence the remote environment by manipulating the master device. Consequently, the slave device must track the motion of the master device.

When designing a telemanipulation system for a specific task, particular attention must therefore be paid to providing the operator with a sufficient quantity and quality of information about the remote environment. This requires determining which sensors can provide the required information most effectively, considering factors such as cost, available space, performance, and measurement quality. Subsequently, a control system must be designed that accounts for the differences in scale between the master and slave sides, including position and force scaling, as well as communication delays, friction in the master device, measurement noise, and other application-specific factors.

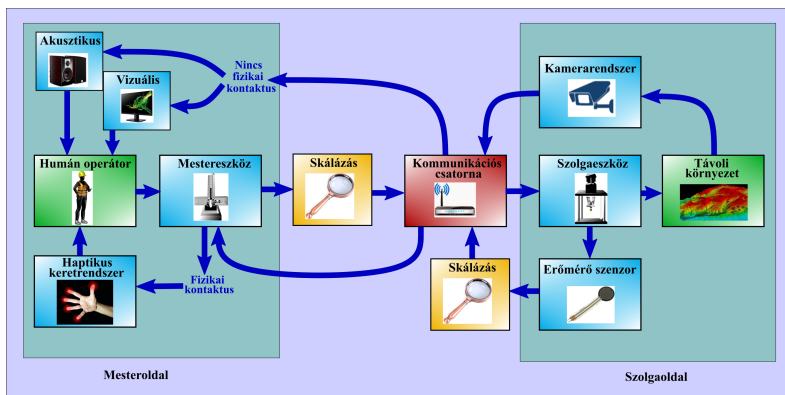


Figure 1.2 – Schematic representation of the telemanipulation process

2 Scope of the dissertation

Although the theses presented in this dissertation are primarily theoretical in nature, the dissertation itself is application-oriented. Three theses are formulated and supported by four different application examples. Although the individual objectives are diverse, they are unified by their common purpose of contributing to telemanipulation applications. The three theses address the following topics:

- Disturbance compensation of linear systems with perturbed transfer functions
- Robust model-reference control using sliding-mode control
- Development of a digital twin for the mathematical sim-

ulation of systems operating in sliding mode

2.1 Research gaps and theoretical challenges

To improve the accuracy of operator perception, that is, to reduce friction in the master device, disturbance compensation is generally employed.

- A commonly used approach is disturbance compensation based on the inverse of the transfer function combined with an appropriate filter. However, the filter introduces several disadvantages, including time delay and the reduction of the sense of telepresence.
- Achieving sliding mode using a relay controller is considerably simpler than obtaining an exact analytical solution of the equations describing the system operating in sliding mode.
- In general, sliding-mode control aims to avoid the undesirable dynamics caused by the small time constant. However, when developing a digital twin of a system operating in sliding mode, these dynamics must be explicitly represented in the model.

2.1.1 Disturbance compensation of linear systems with perturbed transfer functions

Numerous studies in the literature have investigated disturbance observers and disturbance compensation methods based on transfer-function inversion [11]. This approach was pioneered by Professor Ohnishi in the 1980s [12]. Later, transfer-

function-inversion-based disturbance estimation was combined with feedback control [13].

The main limitation of transfer-function inversion is that the inversion may result in systems that are physically unrealizable or violate causality. These issues can be addressed by introducing an appropriate filter [14]. A direct-model-based approach, however, requires a feedback gain of very large magnitude. Such high-gain feedback cannot always be practically implemented using continuous-valued feedback signals. That's why the sliding-mode approach is needed

2.1.2 Robust model-reference control using sliding mode

The differential equation of a variable-structure system operating in sliding mode cannot generally be solved using the conventional theory of differential equations. The fundamental challenge is therefore to establish a connection between the engineering and mathematical perspectives required to describe and analyze such systems. The novelty of the proposed approach lies in this dual perspective.

2.1.3 Development of a digital twin for sliding-mode control

Sliding mode control has a rigorous mathematical foundation; however, it can often be applied relatively easily without an in-depth understanding of its underlying theory, which has contributed to its widespread use in engineering practice.

The method itself exhibits robust behavior; however, the high-frequency oscillations around the sliding surface, com-

monly referred to as chattering, significantly degrade the performance of the controller. Consequently, during the early stages of its development, researchers devoted considerable effort to achieving chattering-free implementations.

In recent years, chattering has become relevant in a different context. An increasingly common approach is to perform numerous computationally expensive and time-consuming investigations on a digital counterpart called digital twin of a physical system. Since chattering represents one of the major challenges of sliding-mode control, the analysis of reduced-chattering behavior is particularly important during the design phase of a sliding-mode controller.

For this purpose, the simulation, and more specifically the digital twin, must reproduce the switching pattern characteristic of sliding-mode control and, even more importantly, the chattering phenomenon as accurately as possible. Therefore, it is essential to investigate how the switching instants can be determined with the highest possible accuracy in a digital simulation and how the chattering phenomenon, which is inherently present in real physical systems, can be represented as faithfully as possible in the digital domain.

2.2 Research Methodology

For the first two propositions, the mathematical derivation will be followed by a demonstration of their practical applicability. In the case of the final proposition, however, the underlying cause of the unexpected phenomena observed during the experiments will be investigated, and the proposed solution to these phenomena will be developed into a thesis.

2.2.1 Theoretical/mathematical tools applied in the research

A detailed description of the mathematical methods is provided in the dissertation and its appendix; therefore, only a brief overview is presented here.

In relation to the first thesis, an overview is given of the mathematics of the disturbance estimator based on the inverse transfer function used as the starting point, as well as the associated compensation method.

The second thesis includes an overview of the theory of sliding-mode control and the theory of differential equations with discontinuous right-hand sides, which by now has an extensive body of literature. The theoretical foundations of control problems involving switching operation were established by Filippov [15, 16]. In his work, engineering (physical) and mathematical models were treated within a unified framework, resulting in an approach that can be directly applied to practical control design.

The third thesis includes a brief overview of the Bacterial Memetic Algorithm and chaos theory.

2.2.2 Practical/experimental tools applied in the research

4 prototype devices were used during the experiments. One is a simplified motion control system (developed for education) which can be controlled via the Internet. Two of the devices are complex telemanipulation systems, in which a specific functional problem was addressed by applying the respective thesis. The fourth system is a specific industrial application in power

electronics. Detailed descriptions of these systems can be found in the dissertation; here, they are only listed.

- Simple motion control system (2.1. Figure)
- Simple single-degree-of-freedom master–slave system (2.2. Figure)
- Six-degree-of-freedom micromanipulation device (2.3. and 2.4. Figures)
- Switched-mode power supply described by a second-order differential equation (2.5. Figure)

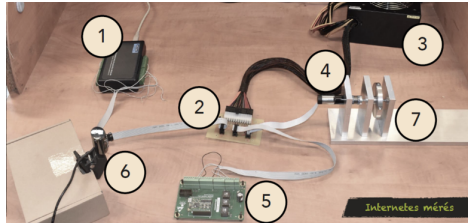


Figure 2.1 – Photograph of the experimental setup of the educational motion control system

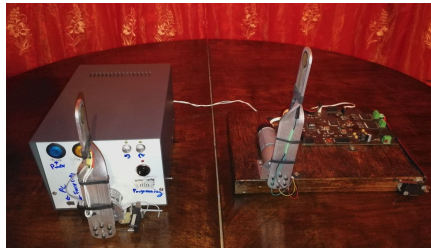


Figure 2.2 – Development of a single-degree-of-freedom telemanipulation experimental device

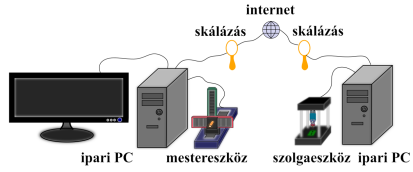


Figure 2.3 – Six-degree-of-freedom telemanipulation system

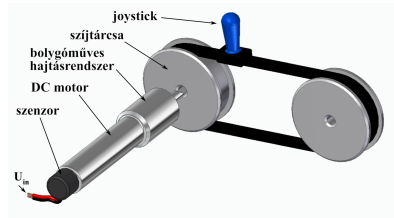


Figure 2.4 – Simplified structure corresponding to one degree of freedom of the master device

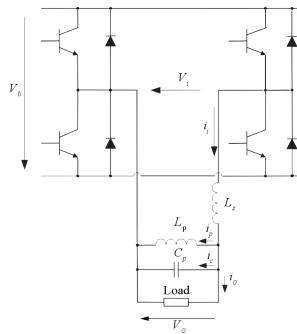


Figure 2.5 – Inverter and filter as uninterruptible power supply

3 Thesis 1: Disturbance compensation of linear systems with perturbed transfer functions

I extended the direct model-based disturbance estimation method previously derived in the literature for a simple proportional element with perturbed gain [17] to the case of a system having a transfer function of the following form (3.1a. Figure):

$$W_r(s) = \frac{N_r(s)}{D_r(s)}, \quad (3.1)$$

where $N_r(s)$ and $D_r(s)$ are polynomials with real coefficients with respect to s , and $W_r(s)$ describes a realizable system, subject to the condition that the degree of $N_r(s)$ cannot be greater than the degree of $D_r(s)$. Accordingly, if $K \rightarrow \infty$ in the configuration shown in 3.1a. Figure, the resulting transfer function approaches the prescribed nominal transfer function

$$W_n(s) = \frac{N_n(s)}{D_n(s)}, \quad (3.2)$$

The condition $K \rightarrow \infty$ is ensured by a variable-structure control signal operating in sliding mode.

The author's publications related to the thesis: [FN1] [FN2]

3.1 Theoretical derivation

To calculate the transfer function between u and y , the transfer function shown in 3.1a. Figure must be redrawn according to

3.1b. Figure.

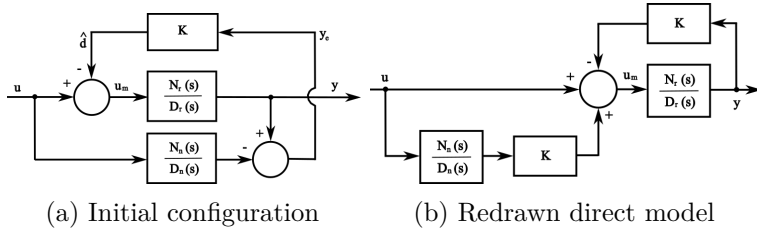


Figure 3.1 – Direct model-based disturbance observer

According to 3.1b. Figure, the transfer function with input u and output y can be obtained using l'Hospital's rule as follows:

$$\begin{aligned}
 \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\left(1 + K \frac{N_n(s)}{D_n(s)} \right) \frac{\frac{N_r(s)}{D_r(s)}}{1 + K \frac{N_r(s)}{D_r(s)}} \right) &= \\
 \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\frac{D_n(s) + K N_n(s)}{D_n(s)} \frac{N_r(s)}{D_r(s) + K N_r(s)} \right) &= \quad (3.3) \\
 \lim_{K \rightarrow \infty} \left(\frac{\frac{D_n(s)}{K} + N_n(s)}{D_n(s)} \frac{N_r(s)}{\frac{D_r(s)}{K} + N_r(s)} \right) &= \frac{N_n(s)}{D_n(s)}
 \end{aligned}$$

For the system shown in 3.1a. Figure, let the gain K be replaced by a simple relay with gain G_r :

$$\hat{d} = G_r \text{sign}(y_e) \quad (3.4)$$

The robustness of the disturbance compensation method is attributed to its high (ideally infinitely high) gain. This is provided by a relay in the feedback path. The gain is determined by the ratio of the output and input signals. Since

the error approaches zero, the gain approaches infinity:

$$K = \lim_{y_e \rightarrow 0} \frac{G_r \text{sign}(y_e)}{y_e} = \infty \quad (3.5)$$

3.2 Experimental verification

To illustrate the application of disturbance signal compensation, a sinusoidal voltage was applied to the input of the simple motion control system shown in 2.1. Figure, both in the simulation and in the actual system. As a result, the uncompensated angular velocity time diagram ω_{nc} shown in 3.2. Figure was obtained. The effect of nonlinear friction can be observed. An ideal dynamics was prescribed for the system such that it would produce the response ω_{id} to the sinusoidal voltage. In the ideal case, the friction and the moment of inertia were decreased by one order of magnitude. By applying the Direct Model-Based Disturbance Observer method proposed in the thesis, the system is able to track the signal representing the ideal dynamics with adequate accuracy. The simulation and measurement results exhibit essentially identical behavior.

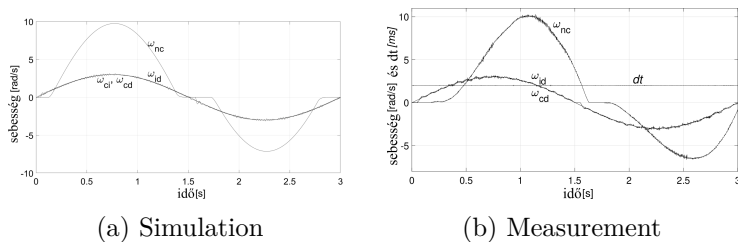


Figure 3.2 – Velocity signals for the DMBDO model ($u_{max} = 20\%$)

As a further illustration, two measurement results obtained from the simple single-degree-of-freedom master–slave system shown in 2.2. Figure are presented in 3.3. Figure.

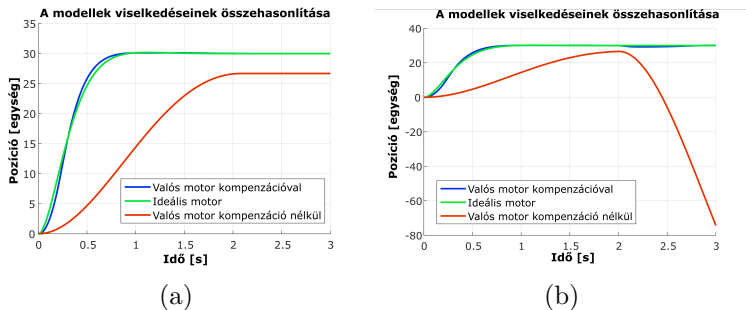


Figure 3.3 – (a) Position signals following the addition of Coulomb friction and (b) Addition of an external load to the system

4 Thesis 2: Robust model-reference control in sliding mode

Based on the theory of differential equations with discontinuous right-hand sides, I mathematically derived and solved the equation of a telemanipulation device operating in sliding mode, and applied the thesis in practice.

The author's publications related to the thesis: [FN3], [FN4].

4.0.1 Formulation and solution of the state-space equations for sliding-mode-based friction compensation

The equations are based on Newton's well-known second law of motion. For the master device, the following equations are obtained:

$$F_a = m_{eq}a = m_{eq}\frac{dv}{dt}, \quad F_a = F_{in} - F_{fric}, \quad (4.1)$$

where F_a denotes the force accelerating the system, while F_{in} and F_{fric} denote the input force and the friction force, respectively.

It should be noted that this section focuses on sliding-mode-based friction compensation and does not address how the F_{in} force is generated by the external bilateral control system (hence the notation F_{in}). In other words, F_{in} is the input force signal of the friction compensation subsystem, which is also the input of the reference model. The input of the mechanical system (F_{in}) and the compensation signal together form the quantity F_{sys} , as shown in 4.2.

For the analysis of the sliding-mode control of the master device, the notation v_x and $\hat{v}_x$ denotes the velocity of the actual system and that of the reference model, respectively, while F_{sys} and F_{in} denote the input forces of the mechanical system of the master device and the reference model, respectively. In this chapter, the “hat” notation is used to distinguish variables and constants associated with the reference model.

For the analysis of the sliding-mode control of the master

device, the following state-space equations are considered:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -a_{21}(p_{a_{21}}) \\ 0 & -\hat{a}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(p_{b_1}) & 0 \\ 0 & \hat{b}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{sys} \\ F_{in} \end{bmatrix} \\ a_{21}(p_{a_{21}}) &= \hat{a}_{22} + \Delta a_{21} = \frac{\hat{v}_{eq} + \Delta \nu_{eq}}{\hat{m}_{eq} + \Delta m_{eq}} \quad (4.2) \\ b_1(p_{b_1}) &= \hat{b}_2 + \Delta b_1 + \frac{F_{nl_f}(v_x)}{F_{sys}} = \frac{\hat{G}_{eq} + \Delta G_{eq}}{\hat{m}_{eq} + \Delta m_{eq}} + \frac{F_{nl_f}(v_x)}{F_{sys}} \end{aligned}$$

where m and G denote the mass and gain of the system, respectively, while ν denotes the parameter of the linear viscous friction. $F_{nl_f}(v_x)$ represents the nonlinear component of the friction. In this chapter, the subscript “eq” is used to denote equivalent quantities for the different types of system parameters.

The ultimate objective of the compensation is for the system to follow the dynamics of the reference model instead of its original (natural) dynamics, which are determined by the parameters $\hat{a}_{22}$ and $\hat{b}_2$. The reference model equation contains two freely selectable parameters ($\hat{a}_{22}$ and $\hat{b}_2$). Let the sliding surface be defined as follows:

$$s(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} = 0, \text{ where } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} v_x \\ \hat{v}_x \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

and

$$\gamma = \begin{cases} \Gamma, & \text{if } s(\mathbf{x}) > 0 \\ -\Gamma, & \text{if } s(\mathbf{x}) < 0 \end{cases}, \quad (4.4)$$

where Γ is a constant.

Let the input signal of the system (the mechanism of the master device) be defined as:

$$F_{sys} = F_{in} - \gamma \quad (4.5)$$

Then, according to the positive and negative states of the relay in (4.4), equation (4.2) can take two forms:

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{f}^+(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + (\hat{b}_2 + \Delta b_1)(F_{in} - \Gamma) + F_{nl_f}(v_x) \\ -\hat{a}_{22}\hat{v}_x + \hat{b}_2 F_{in} \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_S = \mathbf{f}^-(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + (\hat{b}_2 + \Delta b_1)(F_{in} + \Gamma) + F_{nl_f}(v_x) \\ -\hat{a}_{22}\hat{v}_x + \hat{b}_2 F_{in} \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

At points $\mathbf{x}$ on the sliding surface S , the directional derivative of s in the direction of $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ on the two sides of the surface is given by:

$$L_{f^+}s(\mathbf{x}) = -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + \hat{a}_{22}\hat{v}_x + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x) - (\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma \quad (4.8)$$

and

$$L_{f^-}s(\mathbf{x}) = -(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + \hat{a}_{22}\hat{v}_x + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x) + (\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma, \quad (4.9)$$

respectively.

The conditions required for the establishment of sliding mode must satisfy

$$L_{f^+}s(\mathbf{x}) < 0, \text{ if } s(\mathbf{x}) > 0, \quad L_{f^-}s(\mathbf{x}) > 0, \text{ if } s(\mathbf{x}) < 0 \quad (4.10)$$

and must therefore be verified.

A comparison of equations (4.8), (4.9), and (4.10) shows that sliding mode is established when the following condition is satisfied:

$$|-(\hat{a}_{22} + \Delta a_{21})v_x + \hat{a}_{22}\hat{v}_x + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x)| < |(\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma|. \quad (4.11)$$

If condition (4.11) is satisfied, the equivalent vector

$$\mathbf{f}^{eq}(\mathbf{x}) = \zeta \mathbf{f}^+(\mathbf{x}) + (1 - \zeta) \mathbf{f}^-(\mathbf{x}) \quad (4.12)$$

describes the change of the trajectory at point $\mathbf{x}$, as presented in [16] and also provided in the appendix of the dissertation. (The interpretation is illustrated by the generalized representation shown in 4.1.)

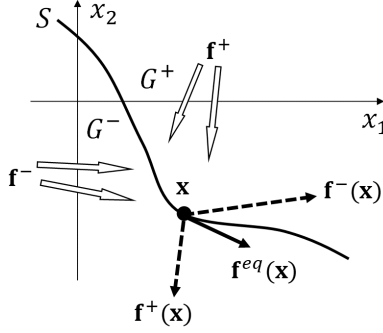


Figure 4.1 – Illustration of $\mathbf{f}^{eq}$ in the two-dimensional case

In this case:

$$\zeta = \frac{-\Delta a_{21}v_{x_s} + \Delta b_1 F_{in} + F_{nl_f}(v_x) + (\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma}{2(\hat{b}_2 + \Delta b_1)\Gamma}. \quad (4.13)$$

Substituting (4.13), (4.6), and (4.7) into (4.12) yields:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_{x_s} \\ \hat{v}_{x_s} \end{bmatrix} = \mathbf{f}^{eq} \left(\begin{bmatrix} v_{x_s} \\ \hat{v}_{x_s} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} -\hat{a}_{22}v_{x_s} + \hat{b}_2 F_{in} \\ -\hat{a}_{22}v_{x_s} + \hat{b}_2 F_{in} \end{bmatrix}, \quad (4.14)$$

which means that the changes in v_{x_s} and $\hat{v}_{x_s}$ are described by the same differential equation. Based on (4.14), v_x and $\hat{v}_{x_s}$ are identical when starting from the same initial state. Since the systems start from an energy-free initial state (i.e., the initial

value of every state variable is zero), the initial conditions are identical. The above is summarized by the block diagram shown in 4.2.

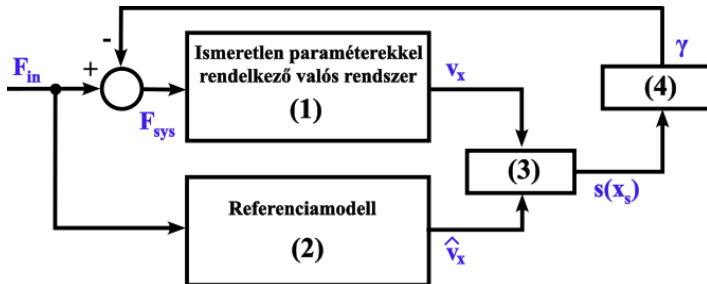


Figure 4.2 – Model-reference-based sliding-mode position control, where the numbers in parentheses refer to the following equations: (1): first line of (4.2), (2): second line of (4.2), (3): (4.3), (4): (4.4)

4.1 Application

The experimental device itself is the six-degree-of-freedom micromanipulation device shown in 2.3 and 2.4. Numerous measurement results are presented in the dissertation; one of them is highlighted here for illustrative purposes.

During the experiment, it was assumed that the remote environment did not exert an influence on the slave device ($F_r = 0$), and that the operator interacted with the system through a force signal consisting of rectangular pulses of different amplitudes. However, in order to ensure sufficiently smooth and comparable operation, an additional force controller was used instead of the operator.

The actual system follows the velocity of the reference model closely (red curve in 4.3 (a)). By further increasing the magnitude of the torque pulses, the joystick is able to follow the reference model with sufficient accuracy for the telemanipulation task. At lower values, problems occurred.

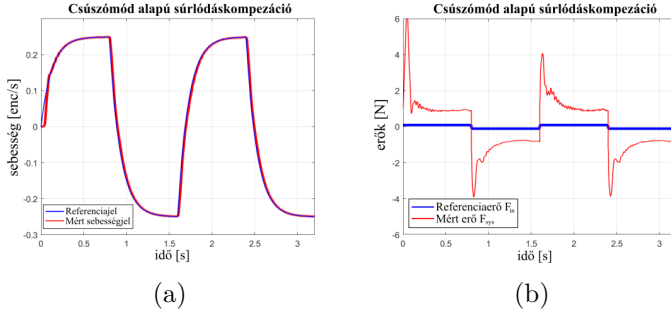


Figure 4.3 – (a) Reference and measured velocity and (b) F_{in} alternating 0.1 N force pulses

5 Thesis 3: Development of a digital twin model for sliding mode control

A digital twin suitable for validating a controller with a continuous control input is generally not suitable for validating a controller operating in sliding mode. Accordingly:

- The high-frequency components of the control input generated by a sliding mode controller directly applied to the physical system may resonate with the natural frequencies of the system

located in the high-frequency domain which usually neglected during controller design. To model this phenomenon, which is common in physical systems, the differential equation (not necessarily linear) describing the digital twin must be of higher order than the model used for controller design.

- The switching mechanism may result in complex, and in certain cases even chaotic, behavior; therefore, inaccurate determination of the numerical locations of switching events can significantly distort the simulation results. Consequently, efficient simulation requires the use of so-called multifidelity simulation. On smooth segments between switching events, larger numerical step sizes (low fidelity) and higher-order integration methods can be employed, whereas in the vicinity of switching events, a significantly finer step size (high fidelity) should be used, and the locations of the switches must be determined with appropriate accuracy, exclusively using an integration method (such as Euler) that does not perform averaging (as, for example, Runge–Kutta methods do) (5.1. Figure).

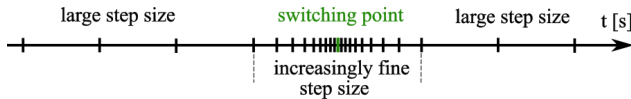


Figure 5.1 – Illustrative figure for Thesis 3

The author's publications related to the thesis: [FN5], [FN2], [FN4].

5.1 Phenomena observed in application

In the case of the second-order differential-equation-based switching-mode power supply (2.5. Figure), it is important to investigate the total harmonic distortion (THD). Figure 5.2 (a) shows the number of switching events per period and the total harmonic distortion (THD) as a function of τ . This simulation result was obtained using the conventional Runge–Kutta method. The step-like behavior is visible in the figure. The greater the number of switching events, the lower the THD.

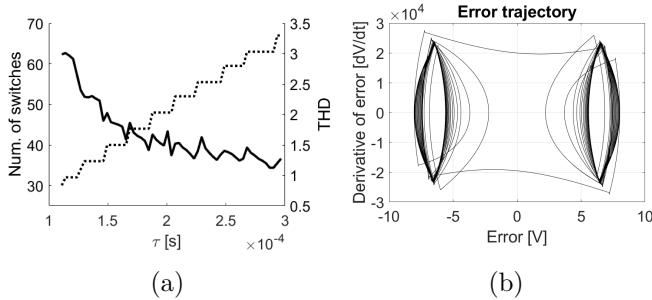


Figure 5.2 – (a) Number of switching events and THD as a function of the slope of the switching line and (b) symmetric and periodic state trajectory

However, an interesting phenomenon can be observed at the switching transitions. In the middle of the steps, the state trajectory describes a symmetric periodic orbit (Figure 5.2 (b)).

Around the switching transitions in the simulation, the symmetry and periodicity of the trajectory are lost, and the THD also increases (Figure 5.3). This behavior was not reproduced accurately in the measurements.

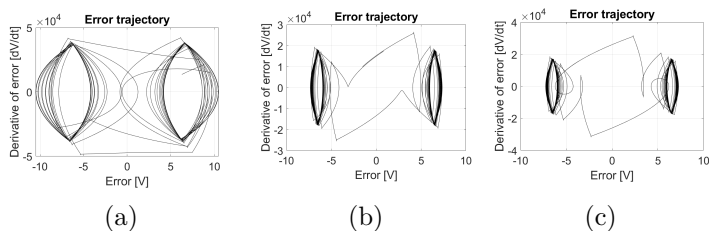


Figure 5.3 – Demonstration of the chaotic nature of the mode-changings

Similar numerical problems arose when applying the Bacterial Memetic Algorithm (BMA), which belongs to the class of genetic algorithms, for the parameter identification of the six-degree-of-freedom micromanipulation device operating in sliding mode, shown in Figures 2.3 and 2.4. To accelerate the simulation, the order of the system model was chosen to be identical to the order of the model used for designing the sliding surface, and no multifidelity simulation was employed. These simulations frequently resulted in convergence problems; moreover, even in a case exhibiting seemingly acceptable convergence, the numerical model failed to reproduce the observed behavior with sufficient accuracy (5.4).

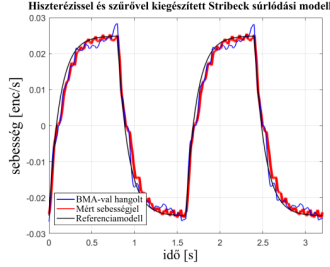


Figure 5.4 – Limitations of the model tuned using the BMA, $F_{op} = 0.01N$

5.2 Theoretical background of the problems observed in practice

5.2.1 Effect of unmodeled dynamics

Let point P_1 in Figure 5.5 denote the point at which the departure of the trajectory from the sliding surface is detected. The control input switches; however, instead of reversing its direction and moving toward the surface according to curve a (and subsequently chattering around the surface), the trajectory continues to move away from the surface along curve b due to the unmodeled dynamics. The same phenomenon occurs in the opposite direction at point P_2 , and increasingly large oscillations may develop. Qualitatively, this phenomenon differs from chattering of the trajectory around the sliding surface caused by a finite switching frequency, because in the latter case the system always reverses its direction toward the sliding surface after a switching event.

Let the sliding surface be denoted by

$$s(x) = 0. \quad (5.1)$$

Then the trajectory points toward the switching surface from both sides:

$$s(x) > 0 \implies \dot{s}(x) < 0, \quad (5.2)$$

$$s(x) < 0 \implies \dot{s}(x) > 0. \quad (5.3)$$

In the vicinity of the switching surface, it is required that

$$s(x)\dot{s}(x) < 0 \quad (5.4)$$

be satisfied. If, however, the above condition is not satisfied after switching due to the unmodeled dynamics, the trajectory does not reverse its direction toward the sliding surface, as is clearly illustrated by the difference between curves *a* and *b*.

This phenomenon can only be modeled if the order of the model used to design the sliding surface differs from the order of the model determining the system response.

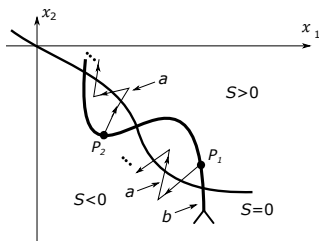


Figure 5.5 – Effect of unmodeled dynamics on switching events

For a theoretical treatment of the problem, let $\theta \in \mathbb{R}^p$ denote the parameter vector to be estimated, and let the observed data be

$$y_1^{\text{obs}}, y_2^{\text{obs}}, \dots, y_N^{\text{obs}}. \quad (5.5)$$

Let the conventional squared loss function be

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N \left| y(t_k; \theta) - y_k^{\text{obs}} \right|^2. \quad (5.6)$$

In switching systems, however, the switching times themselves also depend on the parameters:

$$\tau_j = \tau_j(\theta). \quad (5.7)$$

Therefore, the model output

$$y(t; \theta) \quad (5.8)$$

is not necessarily a smooth function of the parameters. A small change in the parameters may modify the switching times and, in certain cases, even the switching sequence. Consequently, the loss function

$$J(\theta) \quad (5.9)$$

may be locally nonsmooth, ill-conditioned, or numerically unstable. This is particularly problematic in the case of gradient-based optimization or machine learning methods, where inaccuracies in the simulation can directly bias the parameter estimates.

5.2.2 Calculation of the switched operating modes using the Runge–Kutta method

Runge–Kutta methods are based on several smaller internal steps. They calculate the change in several different ways and take a weighted average of these values, as illustrated in Figure 5.6 (a). In principle, the step size should be chosen

sufficiently small such that the increments calculated in the different ways do not differ significantly. If the slope of the function changes only slightly over the given step, there is no substantial difference between the four calculated slopes (Figure 5.6 (a)).

If an operating-mode transition occurs within a single RK4 step, the averaging of the slopes within the RK4 step becomes meaningless, as illustrated in Figure 5.6 (b). At the point of the operating-mode transition, the function is not differentiable in the conventional sense.

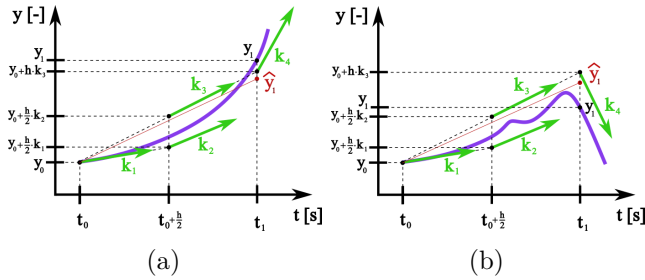


Figure 5.6 – Runge–Kutta: (a) Slopes for a continuously varying function and (b) for abrupt changes

Let us introduce an estimate of the error resulting from the inaccurate estimation of the operating-mode transition time. Let τ denote the true switching time, and let $\tilde{\tau}$ denote the numerically determined switching time. Then

$$\delta = |\tau - \tilde{\tau}| \quad (5.10)$$

is the switching-time error. Assume that the right-hand side of the system is f^- before switching and f^+ after switching.

Then the state error is approximately

$$\|e\| \approx \|f^+ - f^-\| |\tau - \tilde{\tau}|. \quad (5.11)$$

This shows that the greater the difference between the states immediately before and after switching, the more sensitive the simulation is to errors in determining the switching time.

To summarize the problem, consider the following piecewise-constant right-hand-side differential equation:

$$\dot{x} = \begin{cases} a, & t < \tau, \\ b, & t > \tau, \end{cases} \quad (5.12)$$

where $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq b$, and $\tau \in (t_n, t_{n+1})$ is the switching time. The exact solution over a single step is

$$x(t_{n+1}) = x_n + a(\tau - t_n) + b(t_{n+1} - \tau). \quad (5.13)$$

If, however, the entire step is treated as a single Runge–Kutta step, the method takes the form

$$x_{n+1}^{\text{RK4}} = x_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5.14)$$

where the k_i may originate from different operating modes. For example,

$$k_1, k_2 \in f^-, \quad k_3, k_4 \in f^+. \quad (5.15)$$

In this case, the method averages slopes that correspond to different dynamical laws.

5.2.3 Chaotic phenomena arising in the calculation of switched operating modes

In the early 2000s, the research group led by Academician István Nagy demonstrated that if a fundamentally linear system is supplemented with operating-mode transitions leading to the nonlinear behavior characteristic of power electronics, the operating-mode transitions themselves can give rise to chaotic behavior ([18], [19], [20], and [21]). In addition to piecewise-linear systems, one or more state variables may determine the operating-mode transition (i.e., effectively the switching time), which in turn renders the overall system nonlinear. The latter PhD dissertation [21], as well as [22], [23], and [24], also demonstrated that hysteresis controllers are particularly susceptible to chaotic behavior. This is confirmed by Fig. 5.7, for which the simulation performed on the proposed system yielded a similar result as well (Fig. 5.8).

Since the system itself may be fundamentally linear, the chaos induced by operating-mode transitions may manifest itself as noise superimposed on the signal and, in many cases, may be negligible in magnitude. However, it may also become cumulative in the error calculation, particularly due to the high-frequency switching characteristic of sliding mode control, and its cumulative nature may therefore become a limiting factor for simulation and machine learning. The research associated with this thesis was also applied to three experimental devices. In the case of operating-mode transitions, the slopes may change significantly.

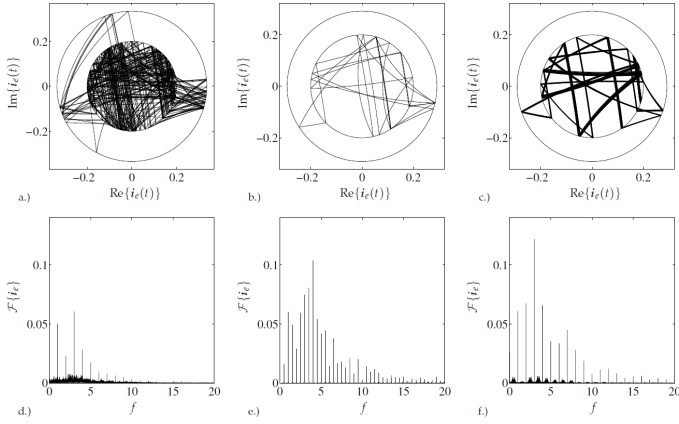


Figure 5.7 – (a) Chaotic trajectory; $\rho_o/\rho_i = 1,675$. (b) Second-order subharmonic trajectory; $\rho_o/\rho_i = 1,46$. (c) Chaotic trajectory; $\rho_o/\rho_i = 1,46$. (d) Spectrum of the trajectory shown in (a). (e) Spectrum of the trajectory shown in (b). (f) Spectrum of the trajectory shown in (c). [21]

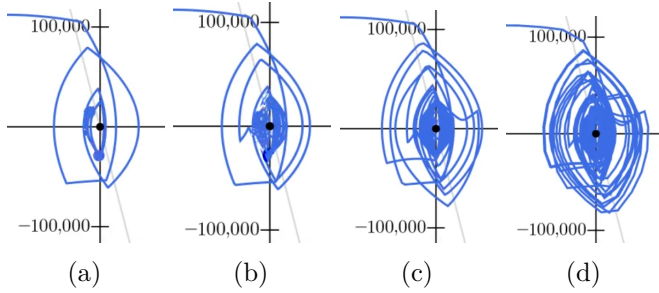


Figure 5.8 – The emergence of cobwebbing characteristic of chaotic behavior in case of own system

6 Publications with a less direct connection to the theses

There are two additional Hungarian-language journal articles that are only loosely related to the theses. Their purpose, however, is to fulfill the requirement for Hungarian-language publications and to contribute to the development and support of scientific literature in the native (hungarian) language [FN6], [FN7].

Own Publications

- [FN1] Fink Nándor. Model reference adaptive control for telemanipulation. *HUNGARIAN JOURNAL OF INDUSTRY AND CHEMISTRY*, 47:41–48, 2019. doi:10.33927/hjic-2019-07.
- [FN2] Fink Nándor, Zenan Guo, Szemes Péter, and Korondi Péter. Comparison of direct and inverse model-based disturbance observer for a servo drive system. *ACTA POLYTECHNICA HUNGARICA*, 20:205–228, 2023. doi:10.12700/APH.20.4.2023.4.12.
- [FN3] Fink Nándor. Observer based sliding mode control of a dc motor via internet. *CAX TECHNOLOGIES JOURNAL*, 7:37–44, 2019.
- [FN4] Korondi Péter, Fink Nándor, Mikuska Róbert, Szemes Péter Tamás, Kézi Csaba, and Kocsis Imre. On the mathematical background of sliding mode-based

friction compensation of a micro-telemanipulation system. *MATHEMATICS*, 12:1–26, 2024. doi:10.3390/math12203182.

- [FN5] Domonkos Márk and Fink Nándor. Follow-up control of a second order system in sliding mode. *HUNGARIAN JOURNAL OF INDUSTRY AND CHEMISTRY*, 48:13–21, 2020. doi:10.33927/hjic-2020-23.
- [FN6] Balázs Szilárd, Reuter Richárd, Bodor Ferenc, Fink Nándor, and Korondi Peter. Csúszómód szabályozási algoritmusok robusztusságának összehasonlítása egy internetes szervohajtás kapcsán. *RECENT INNOVATIONS IN MECHATRONICS*, 9 (1):1–8, 2022. doi:10.17667/riim.2022.1/2.
- [FN7] Fink Nándor and Horváth Csongor Márk. A szolgÁltatÓ robotika helyzete És kutatÁsi irÁnyai. *FELDERÍTŐ SZEMLE*, 16:90–102, 2017.

References

- [1] J. De Geeter, M. Decréton, and E. Colon. The challenges of telerobotics in a nuclear environment. *Robotics and Autonomous Systems*, 28(1), 1999. doi:doi:10.1016/s0921-8890(99)00025-1.
- [2] S. Kannan, S. Bezzaoucha, S. Q. Guzman, J. Dentler, M. A. Olivares-Mendez, and H. Voos. Hierarchical control of aerial manipulation vehicle. *AIP Conference Proceedings*, page 020069, 2017. doi:10.1063/1.4972661.

- [3] Y. Sato, M. Hirata, F. Nagashima, T. Maruyama, and T. Uchiyama. Reducing attitude disturbances while teleoperating a space manipulator. *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*, page 516–523, 1993. doi:10.1109/robot.1993.292224.
- [4] A. Terribile, W. Prendin, and R. Lanza. An innovative electromechanical underwater telemanipulator-present status and future development. In *Proceedings of OCEANS'94*, volume 2, pages II/188–II/191 vol.2, 1994. doi:10.1109/OCEANS.1994.364037.
- [5] T. Fukuda, M. Fujiyoshi, F. Arai, and H. Matsuura. Design and dextrous control of micromanipulator with 6 dof. In *Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1628–1633 vol.2, 1991. doi:10.1109/ROBOT.1991.131851.
- [6] Marco Laghi, Manuel G. Catalano, Giorgio Grioli, and Antonio Bicchi. A wearable wrist haptic display for motion tracking and force feedback in the operational space. *Wearable Technologies*, 2:e5, 2021. doi:10.1017/wtc.2021.4.
- [7] William McMahan, Jamie Gewirtz, Dorsey Standish, Paul Martin, Jacquelyn A. Kunkel, Magalie Lilavois, Alexei Wedmid, David I. Lee, and Katherine J. Kuchenbecker. Tool contact acceleration feedback for telerobotic surgery. *EEE Trans. Haptics*, 4(3):210–220, July 2011. doi:10.1109/TOH.2011.31.
- [8] G. Hirzinger, J. Heindl, K. Landzettel, and B. Brunner. Multisensory shared autonomy - a key issue in the space

- robot technology experiment rotex. In *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Raleigh, North Carolina, July 1992.
- [9] Young and K-KD. Discrete-time sliding mode based feed-back compensation for motion control. In *Proceedings. 1996 IEEE International Workshop on Variable Structure Systems.-VSS'96-*, pages 127–131. IEEE, 1996.
- [10] Rong-Jong Wai, Chih-Hong Lin, and F. J. Lin. Adaptive sliding-mode control for motor-toggle servomechanism. In *Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialists Conference*, pages 1093–1099, 2000. doi:10.1109/PESC.2000.880464.
- [11] Jurgen van Zundert and Tom Oomen. On inversion-based approaches for feedforward and ilc. *Mechatronics*, 50:282–291, 2018. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415817301368>, doi:10.1016/j.mechatronics.2017.09.010.
- [12] Kouhei Ohnishi. New development of servo technology in mechatronics. 107(1):83–86. doi:10.1541/ieejias.107.83.
- [13] Wen-Hua Chen, Jun Yang, Lei Guo, and Shihua Li. Disturbance-observer-based control and related methods—an overview. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 63(2):1083–1095, 2016. doi:10.1109/TIE.2015.2478397.
- [14] Emre Sariyildiz and Kouhei Ohnishi. Analysis the robustness of control systems based on disturbance observer.

- International Journal of Control*, 86(10):1733–1743, 2013.
doi:10.1080/00207179.2013.795663.
- [15] A.G. Filippov. Application of the Theory of Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Sides to Non-Linear Problems in Automatic Control. In *1st IFAC Congr.*, pages 923–925, Moscow, Russia, 1960. doi: 10.1016/S1474-6670(17)70216-9.
 - [16] A.G. Filippov. Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side. *Ann. Math Soc. Transl.*, 42:199–231, 1964. doi:10.1007/978-94-015-7793-9.
 - [17] Péter Korondi. *Csúszómódszabályozás a teljesítményelektronikában és mechatronikában*. MTA Doktori disszeráció, 2008.
 - [18] I. Nagy. Nonlinear dynamics in power electronics. *International Conference on ELECTRICAL DRIVES and POWER ELECTRONICS*, 10 2000.
 - [19] Peter Stumpf, Zoltán Sütő, and I. Nagy. Research in nonlinear dynamics triggered by r&d experiences. *Conference: AACS'11*, 06 2011.
 - [20] O. Dranga, B. Buti, and I. Nagy. Stability analysis of a feedback-controlled resonant dc-dc converter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 50(1):141–152, 2003. doi:10.1109/TIE.2002.804983.
 - [21] Zoltán Sütő. *Nonlinear phenomena of controlled three phase converters*. PhD thesis, Budapest University of Technology and Economics, 2007.

- [22] Hoyos Velasco, Carlos I., Hoyos Velasco, Fredy Edimer, Candelo-Becerra, and John E. Nonlinear dynamics and performance analysis of a buck converter with hysteresis control. *Computation*, 9(10), 2021. URL: <https://www.mdpi.com/2079-3197/9/10/112>, doi:10.3390/computation9100112.
- [23] {Chi Kong} Tse, {Y. M.} Lai, and {H. H C} Iu. Hopf bifurcation and chaos in a hysteretic current-controlled cuk regulator. *PESC Record - IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference*, 2:1091–1097, January 1998. Proceedings of the 1998 IEEE 29th Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC. Part 2 (of 2) ; Conference date: 18-05-1998 Through 21-05-1998.
- [24] I. Nagy and Z. Suto. Repetitive and chaotic processes in current controlled induction motor. In *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, volume 2, pages 946–951 vol.2, 1996. doi:10.1109/ISIE.1996.551071.



Registry number:
Subject:

DEENK/577/2026.PL
PhD Publication List

Candidate: Nándor Fink

Doctoral School: Doctoral School of Informatics

MTMT ID: 10058267

List of publications related to the dissertation

Hungarian scientific articles in Hungarian journals (2)

1. Balázs, S., Reuter, R., Bodor, F., **Fink, N.**, Korondi, P.: Csúszómód szabályozási algoritmusok robusztusságának összehasonlítása egy internetes szervohajtás kapcsán.
Recent Innov. Mechatron. 9 (1), 1-8, 2022. EISSN: 2064-9622.
DOI: <http://dx.doi.org/10.17667/riim.2022.1/2>.
2. **Fink, N.**, Horváth, C. M.: A szolgáltató robotika helyzete és kutatási irányjai.
Felderítő szemle. 16 (3), 90-102, 2017. ISSN: 1588-242X.

Foreign language scientific articles in Hungarian journals (3)

3. **Fink, N.**, Zenan, G., Szemes, P. T., Korondi, P.: Comparison of Direct and Inverse Model-based Disturbance Observer for a Servo Drive System.
Acta Polytech. Hung. 20 (4), 205-228, 2023. ISSN: 1785-8860.
DOI: <http://dx.doi.org/10.12700/APH.20.4.2023.4.12>
IF: 1.4
4. Domonkos, M., **Fink, N.**: Follow-up Control of a Second Order System in Sliding Mode.
Hung. J. Ind. Chem. 48 (2), 13-21, 2020. ISSN: 0133-0276.
DOI: <http://dx.doi.org/10.33927/hjic-2020-23>
5. **Fink, N.**: Model reference adaptive control for telemanipulation.
Hung. J. Ind. Chem. 47 (1), 41-48, 2019. ISSN: 0133-0276.
DOI: <http://dx.doi.org/10.33927/hjic-2019-07>

Foreign language scientific articles in international journals (2)

6. Korondi, P., **Fink, N.**, Mikuska, R., Szemes, P. T., Kézi, C. G., Kocsis, I.: On the Mathematical Background of Sliding Mode-Based Friction Compensation of a Micro-Telemanipulation System.
Mathematics. 12 (20), 1-26, 2024. EISSN: 2227-7390.
DOI: <http://dx.doi.org/10.3390/math12203182>
IF: 2.2





7. **Fink, N.**: Observer Based Sliding Mode Control of a DC Motor via Internet.
CAX TECHNOLOGIES JOURNAL. 7, 37-44, 2019. ISSN: 1314-9628.

List of other publications

Foreign language scientific articles in Hungarian journals (1)

8. **Fink, N.**, Pammer, D., Barsi, Á., Kiss, R. M.: Reconstruction of human thorax from CT images.
RliM. 4 (1), 1-8, 2017. ISSN: 2064-9622.
DOI: <http://dx.doi.org/10.17667/rliim.2017.1/2>.

Total IF of journals (all publications): 3,6

Total IF of journals (publications related to the dissertation): 3,6

The Candidate's publication data submitted to the Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

31 August, 2026

