1949

Komplex módszer a matematika oktatásának fejlesztésére a mérnöki alapképzésekben

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Szerző: Sipos Dóra Fruzsina
Témavezető: Dr. Kocsis Imre

DEBRECENI EGYETEM
Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács
Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola
Debrecen, 2024

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola Didaktika programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.
Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 2024

…………………………
a jelölt aláírása

Tanúsítom, hogy Sipos Dóra Fruzsina doktorjelölt 2017- 2024 között a fent megnevezett Doktori Iskola Didaktika programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult. Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.
Az értekezés elfogadását javaslom.

Debrecen, 2024

………………………….
a témavezető aláírása

Komplex módszer a matematika oktatásának fejlesztésére a mérnöki alapképzésekben

Értekezés a doktori (Ph.D.) fokozat megszerzése érdekében
a matematika- és számítástudományok tudományágban

Írta: Sipos Dóra Fruzsina okleveles matematikatanár

Készült a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolájának
Didaktika programja keretében

Témavezető: Dr. Kocsis Imre

Az értekezés bírálói:

Dr. ....
Dr. ....

A bírálóbizottság:

elnök: Dr. ....
tagok: Dr. ....
Dr. ....
Dr. ....
Dr. ....

Az értekezés védésének időpontja: 2024. …………………… …... .

Tartalomjegyzék

1 Bevezetés, a matematikaoktatás szerepe a mérnökképzésben

A matematikai ismeretek meghatározott körének megtanulása mindig is fontos része volt a mérnökképzésnek. Folyamatosan változott viszont többek között

- a mérnökhallgatóknak a középiskolából hozott tudása és motivációja;
- a hallgatók befogadókészsége és absztrakciós szintje;
- az oktatásra rendelkezésre álló idő (kontaktóra, konzultációs lehetőségek);
- a számításokat elvégző eszközök rendelkezésre állása;
- az alkalmazás módja és lehetősége;
- a témakörök súlyozása.

A változás különösen felgyorsult egyrészt a nagytudású matematikai és mérnöki tervező szoftverek széleskörű elterjedésével, újabban pedig a mesterséges intelligencián alapuló problémamegoldó eszközök megjelenésével.

A mérnökképzésbe lépők átlagos tudásszintjének jelentős csökkenése, és ehhez kapcsolódóan a matematika tanulásával kapcsolatos nagyfokú motiválatlanság oda vezetett, hogy ma már az elit egyetemek is azon kénytelenek gondolkodni, hogy hogyan segítsék a hallgatóikat a hiányosságaik pótlásában annak érdekében, hogy el lehessen kezdeni a műszaki tárgyak érdemi tanulását.

Míg sok évtizeden át az elitképzésnek számító mérnöki képzésekben fel sem vetődött, hogy az oktatók módszertani eszközökön gondolkodjanak (természetesen a jó tanárok ettől függetlenül is jól tanítottak), addig ma elkerülhetetlen a hallgatók képességeihez és attitűdjéhez igazodó módszerek alkalmazása. Így a szakmódszertani kutatások, melyek a matematika területén nagy hagyományokkal rendelkeztek, megjelentek a műszaki tárgyak oktatása kapcsán is.

A matematikai szakmódszertan számos eszköze átvihető a műszaki tárgyakba, emellett a szakmódszertani vizsgálatok kiterjesztése megteremtette a lehetőségét az együtt gondolkodásnak, a teljes képzési folyamat egységes vizsgálatának és fejlesztésének.

A 2000-es évek eleje óta jelentősen megnövekedett hallgató/oktató arány és a kontaktórák számának (ezen belül a matematika órák számának) drasztikus csökkenése az oktatás tömegesedését idézte elő, a hallgatókkal való személyes foglalkozás és a konzultálás időkerete jelentősen kevesebb lett. Ez tovább nehezítette a bemeneti tudáscsökkenés által kialakult helyzetet, és újabb kihívást jelentett a matematikát tanítók számára.

A számításokat elvégző eszközök újabb és újabb generációi megjelenésének kettős hatása van. Egyrészt a mérnöki gyakorlat szempontjából egyre kevésbé volt fontos a magas fokú számolási képesség kialakítása, speciális ötletek, trükkök begyakorlása. Másrészt, főleg a numerikus módszerek szoftveres kivitelezhetősége következtében, egyre több eszköz rutinszerűen alkalmazhatóvá vált a gyakorlatban, és a matematika egyes területei a „szükséges rosszként” megtanulandó elméletből a mindennapok eszközévé váltak.

A matematika tanítását jelentősen átformálta, vagy át kellene formálnia annak, hogy a kitűzött feladatokat nem kell annyira leegyszerűsíteni, hogy azok „papíron” is megoldhatók legyenek. Ennek nagy jelentősége van az alkalmazások bemutatásakor, például a szabályozáselméletben a magasabb fokú lineáris differenciálegyenletekkel való modellezés témakörben.

A gyakorlati alkalmazás igénye megnöveli a numerikus módszerek oktatásának fontosságát. A szabályozáselmélet oktatását például eredményesen lehet azzal támogatni, hogy a klasszikus „folytonos idejű” analízissel párhuzamosan, vagy akár egy kurzuson belül tárgyaljuk a „diszkrét idejű” modellekben való számolást. Például a változási gyorsaság fogalmának és alkalmazásának összehangolt tárgyalása folytonos időben és diszkrét időben segíti a derivált fogalmának és alkalmazásának megértését.

Érdekes módszertani kihívás, hogy egyszerre van jelen két ellentétes hatású dolog. A matematikai szoftverek és az online kalkulátorok „mindent” kiszámolnak (többet, mint amit az órákon el lehet mondani), így lehetőség lenne arra, hogy az elmélettel foglalkozzunk többet, és ezzel támogassuk a matematikai módszerek értő alkalmazását a műszaki problémák megoldásában. Viszont a hallgatók felkészületlensége és tanulási nehézségei miatt több példa papíron való megoldása szükséges a tananyag megértéséhez, ami kényszerűen abba az irányba tereli a mindennapi oktatói munkát, hogy a hallgatók „legalább tanuljanak meg valamilyen szinten számolni”.

A tematika és a módszertan megtervezéséhez meg kell határozni a célkitűzést. Ez gyakorlatilag lehetetlen abban a rendszerben, ahol alapszakon együtt tanulnak azok, akik technikusi, üzemmérnöki, tervezőmérnöki munkát fognak végezni vagy mérnöktudósi karrierben gondolkodnak. Ezen csak a tudásszint és a motiváció szerinti differenciálás segíthet különböző „szintű” csoportok kialakításával. Az ilyen jellegű kezdeményezések napirenden vannak egy ideje, a megvalósítás során a legnagyobb problémát az erőforrás hiánya okozza, módszertani szempontból nézve ennek a megoldásnak számos előnye lenne.

A napi oktatási tapasztalatok alapján nem kétséges, hogy törekednünk kell a matematikaoktatás eredményességének javítására. A matematikai ismereteknek az alkalmazásokhoz kötődő átadására nagyobb hangsúlyt kell fektetni akár olyan formában is, hogy egyes témaköröket céltudatosan újra tanítunk szakmai tárgyak keretében, vagy a megtanítást eleve oda tervezzük. Ez megvalósulhat a szakmai tárgy oktatójának bevonásával is, de ez elsősorban a matematikatanárok feladata lenne ebben a formában is. Ez a fajta együttműködés alkalmas arra is, hogy a műszaki tárgyakban megfogalmazott problémafelvetéseket és számolási igényeket visszacsatoljuk a matematika kurzusok anyagába.

A dolgozatomban egy komplex oktatási program elemeit mutatom be ezek hatékonyságnak vizsgálatával együtt.

2 Szakirodalmi háttér

2.1 Hatékonyságmérési és -növelési módszerek a nemzetközi szakirodalomban

A matematikaoktatás hatékonyságának fogalmára és annak növelésére számos megközelítés található a szakirodalomban az általános iskolaitól az egyetemi képzésekig. Dvoryatkina tanulmányában bemutatja a műszaki feladatok bevezetését a matematikaoktatásba egy „Alkalmazott matematika és informatika" alapképzésben. A kísérleti csoportban a felsőfokú matematika oktatásának módszertana a műszaki feladatok bevezetésén alapult az integratív összefüggések megteremtése érdekében, míg a kontrollcsoportban a matematikai diszciplínákat hagyományos oktatási módszerekkel oktatták. Megállapították, hogy az oktatási folyamat következetes megszervezésével, a holisztikus integratív konstrukciót a matematika tantervbe foglaló holisztikus tananyaggal hatékonyan lehet a tanulók kutatási potenciálját fejleszteni. [1]

A gyorsan változó elvárások és körülmények okozta kihívásokra reagálva számos tanulmány foglalkozott a mérnökképzésben a tanulási folyamat mérésével és fejlesztésével, lásd pl. [2], [3]. Nem kérdés, hogy a mérnökképzésnek alkalmazkodnia kell a mérnöki szakma radikálisan változó igényeihez. Számos kutatás vizsgálja, a különböző tanítási módszerek – differenciált tanítás, projektmunka bevonása, a hallgatók aktivitásának növelése, a gyakorlati feladatok beépítése az órai munkába – hatékonyságára gyakorolt hatását. Ezen tanulmányok adják a kutatás elméleti hátterét, motivációját. A mérnökhallgatók szakmai kompetenciájának szintjét Plutenko tanulmányozza, ahol arra a következtetésre jutott, hogy a mérnökképzésnek olyan oktatási rendszernek kell lennie, amely lehetővé teszi a hallgatók számára, hogy szakmailag felkészüljenek a jövőbeli munkájukra [4]. Ezért az oktatásnak a szakmai követelményekhez kell igazodnia, a hatékonyság érdekében pedig a szakmai kompetenciákat kell előtérbe helyezni.

A mérnöki matematika gyakorlatiasabb oktatásának szükségességét tárgyalja Rooch [5] egy 2016-os tanulmányában. Az általa létrehozott MathePraxis projekt összekapcsolja az első félévekben tanított matematikai módszereket és a mérnöki alkalmazásokból származó gyakorlati problémákat. A projekt keretében az elsőéves hallgatóknak világosan és meggyőzően mutatják be, hogy a későbbi munkájuk során hol lesz szükségük a matematikai ismereteikre. Bego [6] egy 2021-es tanulmányában kilenc természettudományos, technológiai, mérnöki és matematikai (STEM) kurzusban vizsgálta a szakaszos visszakeresés gyakorlatát. Ez a gyakorlat ugyanazon témakörök időnkénti ismétlését jelenti, időközönként késleltetésekkel. Mivel a matematikai siker nagymértékben függ a kiindulási tudásszinttől, és a gondolkodás és az alkalmazási készségek változásával írható le, a hatékonyság kérdését nem lehet anélkül tárgyalni, hogy megvizsgálnánk a bejövő hallgatók matematikai tudását, hogy hogyan tudjuk felzárkóztató kurzusok révén javítani. A mérnökképzés nagymértékben támaszkodik a matematikára, az alapvető matematikai alapismeretek, készségek hiánya jelentősen hátráltatja a hallgatók sikerességét.

Lawson szerint a mérnöki tudományok a matematikára épülnek, így az alapvető matematikai készségek hiánya nagymértékben befolyásolja a hallgatók sikerességét. Megállapították, hogy azok a hallgatók, akik nem rendelkeztek alapvető matematikai ismeretekkel, sokkal nagyobb valószínűséggel teljesítettek rosszul nemcsak a matematikai modulokban, hanem olyan műszaki tárgyakban is, mint például a termodinamika, mechanika vagy dinamika [7] Az oktatás hatékonyságát növelő módszerük részei az egyéni támogatási igények meghatározása online felmérésekkel, és a tehetséges hallgatók tudásának kihasználása a hallgatók közötti mentorálásra.

Egy, az Egyesült Királyságban végzett vizsgálat szerint a megfelelő matematikai ismeretek hiánya nemcsak a tanulók teljesítményét befolyásolja a kurzusokon, hanem a tanulmányok első két évében a lemorzsolódáshoz, a lemorzsolódási arány növekedéséhez is vezet. Számos egyetem kínál matematikai támogató rendszert, hogy megpróbálja áthidalni ezeket a problémákat, de a sikerük változó. M. Gallimore és J. Stewart vizsgálata a Lincoln Egyetem mérnöki karán kialakított és elfogadott újszerű matematikai támogatási megközelítést mutat be, amely a hallgatók számára átmenetet biztosít a középiskolai és egyetemi matematika közti szakadék áthidalására, továbbá a tanulás értékelése és az egyéni tanulási tervek révén folyamatos támogatást nyújt, ami végső soron növeli a hallgatók teljesítményét, elkötelezettségét. [8] A 2001-es [9] tanulmányban összesen 95 brit felsőoktatási intézményt kérdeztek meg arról, hogy nyújtanak-e valamilyen matematikai támogatást, ebből 46 jelezte, hogy igen. Ezt a tanulmányt 2004-ben frissítették, és megállapították, hogy a 106 brit egyetem közül 35 még mindig nem nyújtott matematikai támogatást. [10] A 2012-ben közzétett [11] tanulmány szerint 103 intézményből már 88-ban van valamilyen támogatási program a matematika tanulásához.

Egy, szintén a matematikaoktatás hatékonyságának növelését célzó újszerű tanítási modellt mutatnak be egy 2022-es tanulmányban. [12]

2.2 Azonnali visszakérdezés módszer hatékonyságának vizsgálata nemzetközi szinten

A matematikadidaktikai kutatások három nagy csoportba rendezhetők:

- az emberi megismerés kognitív pszichológia alapjai;
- mestertanárok tanítási tapasztalatai – hogyan vezetik be az új anyagot, hogyan ellenőrzik a tanulói megértést, hogyan segítenek szükség esetén;
- összetett feladatok megoldása során nyújtott módszerek: hangos gondolkodás, ötletek adása, kidolgozott példa alkalmazása.

A legtöbb agykutató elfogadja A. Baddeley struktúra modelljét: érzékszervi (szenzoros) emlékezet, munkamemória, hosszú-távú memória. [13] A hosszú-távú memória ismereteink tárháza, az ismereteket sémákban tárolja. A sémák mentális struktúrák, segítségükkel rendezzük és strukturáljuk ismereteinket. A sémákat a hosszú-távú memóriából hívjuk elő bizonyos szituációk, problémahelyzetek megértéséhez. A munkamemóriában hozzuk létre a sémákat, melyeket integráljuk a hosszú-távú memóriában meglévő sémákba. A hosszú-távú memóriának nincsenek kapacitás korlátai, időkorlát sem ismeretes. A munkamemória és hosszú-távú memória kapcsolata döntő a hatékony ismeretszerzési folyamatban. Még a komplex sémák is egy információ egységnek számítanak, így a munkamemóriába való visszakeresésük nem foglalja le a kapacitást. A komplex problémamegoldás nélkülözhetetlen feltétele a sémák automatizálása, mivel így ezek alkalmazása nem kíván extra munkamemória kapacitást. [14]

Epstein összehasonlította az azonnali visszajelzéses értékelési technikát egy hagyományos (Scantron) űrlapon kitöltött teszttel. Az azonnali visszajelzési értékelési technikát alkalmazó űrlapok használata javította az emlékezetet és a teljesítményt még a korábbi egységtesztekből megismételt tételek esetében is. Hasonlóképpen, az azonnali visszajelzési értékelési technikával értékelt tanulók a záróvizsgán szignifikánsan nagyobb valószínűséggel válaszoltak helyesen azokra a kérdésekre, amelyeket korábban helytelenül válaszoltak meg. Ezek az eredmények annak ellenére is megállták a helyüket, hogy a záróvizsgán minden résztvevő Scantron űrlapokat használt. [15]

Leydecker a hannoveri Leibniz Universitäten végzett vizsgálatában különböző lehetőségeket mutat be a hallgatók aktiválására nagylétszámú előadásokon, beleértve az azonnali visszajelzést mindkét fél számára a tanulás előre haladásáról. Megvizsgál egy papír alapú értékelési eszközt (EvaExam) és különböző online szavazási eszközöket (Eduvote és arsnova.net)

A „Matematika gazdasági hallgatóknak 1. és 2.” első éves kurzusok körülbelül 600 hallgatóból álló csoportban zajlanak, melyek heti egy kétórás előadásból, egy kétórás központi korrepetálásból és kétórás kis korrepetálásokból állnak. A tanulmány szerint nagy csoportokban meglehetősen nehéz minden hallgatótól közvetlen, azonnali visszajelzést kapni a megértésükről, a tanulási előre haladásukról. Általában csak a hallgatók kis része vesz részt aktívan és válaszol a kérdésekre. Sok hallgató passzív, csak hallgatja és lemásolja a tartalmat a tábláról az előadás alatt. Ezeknek a problémáknak a leküzdésére különböző értékelési és kikérdezési eszközöket próbáltak ki, hogy növeljék az interaktivitást az előadásokon és elérjék az alábbi célokat:

- Közvetlen információszerzés a diákok többségének tényleges tudásról (nem csak a néhány aktívéról). Biztosítani kell a hallgatóknak az anonim részvételt a felmérésekben.
- Az interaktivitás növelése az óra során.
- A tanulók motiválása arra, hogy önállóan vagy csapatban gondolkodjanak és dolgozzanak.
- Fokozott figyelem az óra alatt a kis aktív szüneteknek köszönhetően.

Vizsgálatai alapján arra a következtetésre jutott, hogy az interaktív elemek használata az alábbi előnyökkel jár:

- Teljes körű részvétel: minden hallgató részt vehet anélkül, hogy félnie kellene a szégyentől.
- A hallgatók azonnali visszajelzést kapnak a saját és az egész csoport tudásáról.
- A hallgatók a matematikáról kommunikálhatnak egymással az óra alatt.
- Az előadás alatti figyelem fokozódik.
- Az előadó azonnali visszajelzést kap, és végül világosabbá teheti a saját magyarázatát.

De van egy nagy hátránya: egy kérdés megválaszolása körülbelül öt percet vesz igénybe, így nem lehet túl gyakran használni az eszközt. [16]

3 Matematikaoktatás a Debreceni Egyetem műszaki képzésében

3.1 A Matematika kurzusok adatai a Debreceni Egyetem Műszaki Karán

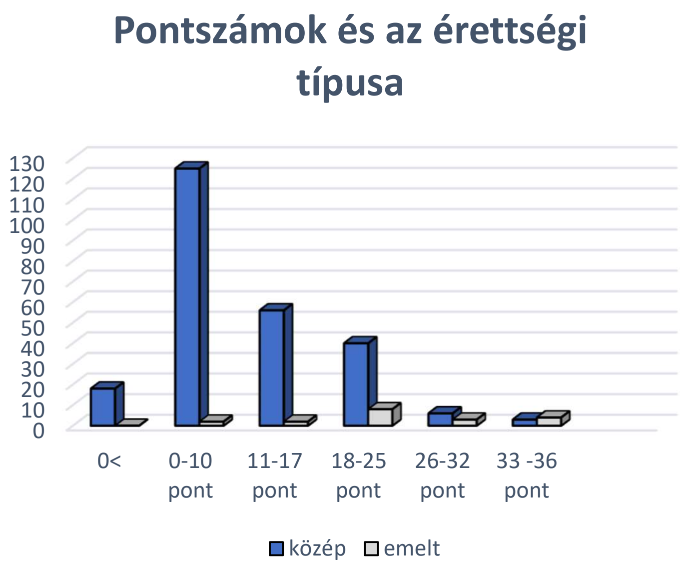
A Debreceni Egyetem Műszaki Karán a 2017 szeptemberétől alkalmazott új tanterv szerint a matematika hat alapképzési szakon kötelező tárgy: gépészmérnöki, mechatronikai mérnöki, járműmérnöki, építőmérnöki, műszaki menedzser, környezetmérnöki alapszak. A gépészmérnöki, az építőmérnöki, a környezetmérnöki és a műszaki menedzser szakokon kétféléves, míg a mechatronikai mérnöki és a járműmérnöki alapképzési szakon három féléves.

A hallgatók nagy óraszámban tanulják a matematikát: az első félévben a Matematika I. tárgy 4 óra előadásból és 4 óra gyakorlatból áll, a megszerezhető kreditek száma 8, a második félévben a Matematika II. tárgy 2 óra előadásból és 4 óra gyakorlatból tevődik össze, a megszerezhető kreditek száma 6. A Matematika II. kurzus felvételének előfeltétele a Matematika I. tárgy sikeres teljesítése. A gépészmérnöki, mechatronikai mérnöki és járműmérnöki szakokon a második félév végén a Matematika II. kurzus sikeres teljesítése esetén a hallgatóknak Matematika szigorlatot kell tenniük. A mechatronikai mérnöki és járműmérnöki szakokon a matematikaoktatás kiegészül egy harmadik féléves Matematika III. tantárggyal, mely 2 óra előadásból és 2 óra gyakorlatból áll, a megszerezhető kreditek száma 4. A vizsgálataimat a Matematika I. és Matematika II. kurzusok keretein belül végeztem. A Matematika I. és a Matematika II. tantárgyak leírása 12.1. mellékletben található.

3.2 Bemeneti teszt („nulladik” zárthelyi dolgozat)

A Debreceni Egyetem Műszaki Karán minden évben, a karra bekerülő elsőéves hallgatóknak meg kell írnia egy úgynevezett „nulladik” zárthelyi dolgozatot. A dolgozat célja, hogy felmérjük a beérkező diákok tudásszintjét matematikából. A megírási idő 60 perc, íróeszközön kívül semmilyen segédeszköz használata nem megengedett. A feladatok száma és a pontozás némileg változott vizsgálataim évei során.

Az ebben a pontban leírt vizsgálat évében a „nulladik” zárthelyi dolgozat 12 zárt teszt jellegű feladatból állt, öt lehetséges válasszal, melyek közül pontosan egy volt helyes. Minden helyes válasz helyes indoklással +3 pontot, a helytelen válasz -1 pontot, egyéb válasz 0 pontot ér. A maximálisan megszerezhető pontszám 36 pont. A feladatok középiskolai matematikai ismereteket tartalmaznak a középszintű matematika érettségi tananyagából. Az 1. ábrán a 2018-ban a Debreceni Egyetem Műszaki Karára belépő hallgatók „nulladik” zárthelyi dolgozatának eredménye látható az érettségi szintje (közép vagy emelt) szerint elkülönítve.



1. ábra A „nulladik” zárthelyi dolgozat eredménye az érettségi típusa szerint (2018)

A dolgozatot írt hallgatók túlnyomó többsége a megszerezhető 36 pontból legfeljebb 10 pontot (30%-ot) ért el. A felmérések eredményei arra engednek következtetni, hogy a felsőfokú tanulmányaikat megkezdő mérnökhallgatók jelentős része nem a megfelelő alapokkal érkezik az egyetemre, pedig a műszaki alaptárgyak elsajátítását, és az így megszerzett ismeretek alkalmazási készségének kialakítását jelentősen befolyásolja a hallgatók matematikai felkészültsége. A legtöbb elsőéves hallgatónak még az alapvető matematikai fogalmak értelemzése és megfelelő használata is gondot okoz, így az oktatóknak még egyetemi szinten is foglalkozniuk kell ezzel. [17]

3.3 Oktatói felmérés

3.3.1 A felmérés körülményeinek bemutatása

Mivel a „nulladik” zárthelyi dolgozat eredményei aggodalomra adnak okot, szerettem volna felmérni a karon dolgozó szakmai oktatók véleményét a matematikai ismeretek szükségességéről. Ehhez a Debreceni Egyetem Műszaki Karán szakmai tárgyakat oktató kollégákkal egy kérdőívet töltettem ki arról, hogy véleményük szerint a saját tantárgyaikban mennyire van szükség matematikai ismeretekre, ezek mennyire állnak rendelkezésre, és milyen módon pótolják a hiányosságaikat. Célom az volt, hogy átfogó képet kapjak a szaktárgyak oktatóinak véleményéről a jelenlegi matematikaoktatással kapcsolatban. Az oktatók kifejthették véleményüket, gondolataikat a matematika szerepéről, helyzetéről a műszaki képzésben, és leírhatták, hogy milyen előre lépési, javítási lehetőségeket látnak ezen a téren.

A felmérésben a Debreceni Egyetem Műszaki Karának oktatói vettek részt. A kitöltők 93%-a műszaki, 4% gazdasági és 3% természettudományi tárgyat oktat. A megkérdezettek 40,75%-a csak alapképzésen tanít, a többiek alapképzésen és mesterképzésen egyaránt.

3.3.2 A felmérés kérdéseinek bemutatása

A kérdőív négy részből állt. Az első részben azt kértem, hogy az oktatók értékeljék a matematikai témaköröket egy ötfokozatú skálán abból a szempontból, hogy az oktatott szakmai tárgy tanításához mennyire szükségesek, illetve a saját szakmai tantárgya mennyire épít az adott matematikai témakörökre.

A második részbe olyan típusú kérdések kerültek, melyek a matematikai szoftverek alkalmazására vonatkoznak a szakmai tárgyak kapcsán.

A harmadik blokk a hallgatók személyes kompetenciáira kérdezett rá, a kérdéseket a „Képzési és Kimeneti Követelmények" dokumentumban lévő megfogalmazások alapján állítottam össze. [18]

A negyedik részben két kérdés volt, itt az oktatók leírhatták a személyes véleményüket, gondolataikat a jelenlegi matematikaoktatás helyzetéről és szerepéről a műszaki képzésben, és arról, hogy milyen előre lépési, javítási lehetőséget látnak a matematika oktatása terén. A kérdőívet az oktatók anonim módon töltötték ki.

3.3.3 Következtetések

A válaszokból kiderült, hogy a matematikát oktatók és az azt „alkalmazók" véleménye kevéssé tér el a problémák azonosításában. A matematika fontosságát illetően szinte mindenki egyetértett. A stabil alapok és az alapelvek biztos tudásának fontosságát is hangsúlyozta szinte minden válaszadó. Általánosságban megállapítható, hogy mindenki egyetértett azzal, hogy a műszaki képzésben a matematika fontos szerepet játszik, és hogy az alkalmazás hatékonyságát a jövőben növelni kell, és a szakmai tárgyak nagymértékben építenek a matematikai ismeretekre.

Megfogalmazták, hogy a szakmai tárgyakon belül elengedhetetlen a szükséges matematikai ismeretek átismétlése vagy újra tanítása. A matematikai módszerek megjelenése a szakmai tárgyak keretében rávilágít ezek hasznosságára és elmélyíti a hallgatók tudását.

A visszajelzések azt tükrözik, hogy a hallgatók önállóan nem vetik fel az alkalmazandó matematikai módszert. Úgy gondolom, hogy ez annak a következménye, hogy a diákok számára a matematika órákon használt szokásos módszerek nem adnak kellő iránymutatást a tanított matematikai eszközök műszaki alkalmazásához.

Összefoglalva megállapítható, hogy mindenki egyetértett azzal, hogy a műszaki képzésben a matematika fontos szerepet játszik, és hogy az alkalmazás hatékonyságát a jövőben növelni kell. Az oktatói kérdőív kérdései a 12.2 mellékletben találhatóak.

A vizsgálat eredményei a T2 tézist támasztják alá.

3.4 Hallgatói felmérés

3.4.1 A felmérés körülményei

A Debreceni Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszékén több mint egy évtizede tart az a módszertani fejlesztés, melynek célja az alapozó tárgyak (matematika, ábrázoló geometria, fizika, informatika) alkalmazásközpontú oktatása az óraszámok adta lehetőségeken belül. Ennek főbb elemei

- a hallgatók szakterületéhez kapcsolódó problémák felvetése és megoldása;
- projektfeladatok kiadása;
- matematikai szoftverek alkalmazása a feladatmegoldásban;
- konzultációs rendszer;
- felzárkóztatás a tanulmányaikat kezdők részére;
- támogatás tudományos diákköri dolgozatok és szakdolgozatok készítéséhez.

Általánosan érvényes, hogy folyamatfejlesztés nem képzelhető el mérés és visszacsatolás nélkül, ez igaz az oktatási folyamatok fejlesztésére is. Tapasztalataim szerint az oktatás különböző szintjein általában nem működik valódi hatékonyságmérés. Az egyes tárgyakon belül a „megszokott" számonkérések általában csupán a „betanult" ismereteket kérik számon, azok hosszabb távú alkalmazhatóságáról semmit sem mondanak. Meggyőződésem, hogy a mérnökképzésben a hatékonyság legfontosabb mutatója az, hogy mennyire képesek a hallgatók a tanult matematikai ismereteiket szakmai tárgyak tanulása során, majd a mérnöki munkájuk során alkalmazni.

Hasonlóképpen kellene eljárni minden tanított témakör esetén: meg kellene vizsgálni, hogy az oktatási folyamat eredménye mennyire felel meg a „vevői igényeknek”, ahogyan azt a folyamatmenedzsmentben érteni szokás. Az elvárások és az elégedettség felmérése terén rossz példaként említhető az, amikor azt kérdezik a hallgatóktól, hogy az éppen tanult tárgyat mennyire ítélik hasznosnak. Egy ilyen kérdés felvetése csak akkor értelmes, amikor a hallgató már a megszerzendő tudásra épülő tárgyat tanulja. Sajnálatos módon a folyamatfejlesztés közismert módszereit nem alkalmazzuk az oktatásban.

A folyamatszemléletet követve szükségesnek láttam annak felmérését, hogy közvetlenül, illetve több évvel az alapképzés befejezése után

- milyen kép él a hallgatókban a matematika tárgyat illetően;
- mennyire maradtak meg ismeretek;
- mennyire kapcsolódnak ezek a mindennapi munkához;
- találkozott-e a képzés, illetve a munkavégzés során a megtanult elmélet és annak alkalmazása.

A felmérés mérnöki alapdiplomával (főiskolai, BSc) rendelkező hallgatók körében készült, akik mesterképzésen folytatják tanulmányaikat. A hallgatók között 71%-ban voltak olyanok, akik munkatapasztalat után jöttek vissza folytatni a tanulmányaikat. Többségük – koruknál fogva – csak néhány év gyakorlattal rendelkeztek, és azt is kezdőként, kevésbé összetett mérnöki munkával töltötték. Így a mintában nem egyenletesen oszlik el az életkor és a mérnöki gyakorlat időtartama.

A hallgatók a tesztet név nélkül töltötték ki, a körülmények biztosítottak voltak a vélemények őszinte megfogalmazásához. A feladatok kiadásával elsősorban nem a képletekre való emlékezést, hanem a problémákhoz kötődő gondolatok felidézésének képességét akartam mérni. Erre a tesztlapon utaltam is: *„A feladatok megoldása során arra törekedjen, hogy megoldási módszert adjon. Most nem fontos az eredmény pontos kiszámolása.”* Ezt az értékelésnél figyelembe is vettem.

3.4.2 A kérdőív felépítése

A kérdőív két fő részből áll:

I. rész: Korábbi tanulmányok, tapasztalatok (16 kérdés)

II. rész: Feladatok (31 kérdés)

Az I. részben kategóriák közül kell választani, vagy szöveges választ kell adni.

A II. részben megoldási módszert kell adni a kitűzött feladatra, vagy szövegesen kell válaszolni a kérdésre. A válaszokat pontokkal értékeljük: jó válasz 2 pont, hiányos, de alapjában jó válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, téves válasz: -1 pont.

3.4.3 Korábbi tanulmányokra, tapasztalatokra vonatkozó kérdések

Az első hét kérdés a résztvevők körének tisztázására szolgál.

A kérdések:

1. Milyen típusú középiskolába járt? (gimnázium, szakközépiskola / milyen szakterület, egyéb)
2. Mikor érettségizett?
3. A középiskolában szerzett-e ipari tapasztalatot, részt vett-e valamilyen műszaki területhez kapcsolódó projektben? Ha igen, miben?
4. Melyik felsőoktatási intézményben szerezte a diplomáját?
5. Milyen szakon?
6. A diplomája szintje (főiskolai, egyetemi, BSc, MSc)
7. Átlagosan milyen jegyei voltak matematikából a felsőfokú tanulmányai során?

A következő kilenc kérdés a személyes tapasztalatokhoz, élményekhez, véleményhez kapcsolódik.

8. Milyen emlékei vannak a matematika tanulásával kapcsolatban?
9. Ön szerint a matematikatanulás milyen személyes kompetenciákat fejleszt?
10. Az alapképzésen megszerzett matematikai ismereteket tudta a szakterületén adódó feladatok megoldásában alkalmazni? Ha igen, hogyan?
11. Milyen szakterületen dolgozott a diplomaszerzés óta?
12. Tud példát mondani arra, hogy szüksége lett volna valamilyen matematikai ismeretre ahhoz, hogy az ön előtt álló problémát megoldja?
13. Véleménye szerint mik a műszaki szakterület műveléséhez szükséges legfontosabb matematikai ismeretek?
14. Nyitott az informatikai eszközök használatára? Szívesen használ / használna szoftvereket a feladatmegoldáshoz?
15. Milyen, a szakmájához tartozó informatikai eszközöket és szoftvereket használ?
16. Munkája során mennyire jellemző, hogy egyedi módon közelíti meg a szakmai problémákat, és azoknak a hagyományostól eltérő, kreatív módon oldja meg?

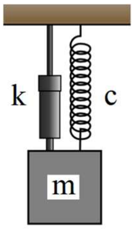
3.4.4 Feladatok bemutatása

A feladatok megfogalmazásában arra törekedtem, hogy azok gyakorlatiasak legyenek, a válaszadók lehetőleg ne csak matematikai kérdésként tekintsenek rájuk, hanem érezzék, hogy a kérdésre tényleg jó lenne tudni a választ. A megoldásban sem a pontos számolásra helyeztem a hangsúlyt, hanem arra, hogy a válaszadónak van-e elképzelése a felvetett probléma megválaszolásának módjáról.

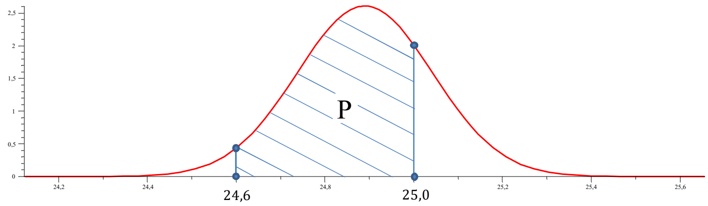
1. Mennyi egy 10 mm élű kocka testátlójának hossza?
2. Gömb esetén mennyi a felszín/térfogat arány?
3. Ismert egy háromszög alakú ponyva csúcsainak helye. Hogyan számítaná ki ebből a háromszög területét? (Megjegyzés: ábra segítette a megértést.)
4. Mutassa be rajzon, hogy mit értünk 12%-os lejtésen!
5. Milyen képleteket ismer a háromszög területének kiszámítására?
6. Hol van egy háromszög súlypontja?
7. Hogy tudja egy építési területen derékszögben kijelölni a falak vonalát, ha csak egy hosszú kötél áll rendelkezésre?
8. Fejezze ki mm^3-ben a $3{,}14 \cdot 10^{-5}\ m^3$-t!
9. Hogy számolná ki egy 5 cm oldalú szabályos hatszög területét?
10. 2% kamat esetén hány év alatt növekszik 10%-kal az összeg éves, havi heti, ill. napi tőkésítéssel?
11. Mennyi a $\sum_{n=0}^{\infty} 0{,}5^n$ kifejezés értéke?
12. Nagyságrendileg mennyi a $\binom{90}{5}$ értéke? Milyen problémához tudja kapcsolni ezt a számot?
13. Hány kódszó állítható elő 8 biten?
14. Adja meg az $(X \wedge \neg Y) \vee (\neg X \wedge Z) \vee Y$ logikai kifejezés igazságtáblázatát!
15. Tízes számrendszerben mennyi a kettes számrendszerbeli 1010 szám értéke?
16. Vázolja a következő függvényeket koordinátarendszerben:
    $x \mapsto 1, x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto x^{-1}, x \mapsto x^{-2}, x \mapsto x(x-1), x \mapsto 2^x$
17. Mi a különbség a hatványfüggvények és az exponenciális függvények között?
18. Mi az inverze a következő függvényeknek:
    $x \mapsto x, x \mapsto x^2, x \mapsto 2^x$
19. Korlátosak-e a következő függvények a $[2; 4]$ intervallumon?
    $x \mapsto \frac{x^2-6x+9}{x-3}, \qquad x \mapsto \frac{x-3}{x^2-6x+9}$
20. Hogyan közelíthető $\sin x$ értéke, ha x a 0 közelében van?
21. Sorolja fel, hogy a differenciálás milyen alkalmazásait ismeri!
22. Sorolja fel, hogy az integrálás milyen alkalmazásait ismeri!
23. Milyen vizsgálatban van szükség a Fourier sor előállítására?
24. Milyen mennyiség kiszámítására való az $\int_a^b (f-g)$ formula?
25. Milyen mennyiség kiszámítására alkalmazható a $\pi \cdot \int_a^b f^2$ formula?
26. Az ábra egy tömeg-rugó-lengéscsillapító rendszert mutat, amit kitérítünk az egyensúlyi helyzetéből, majd magára hagyjuk. m a tömeg, c a rugómerevség. A csillapító erő arányos a sebességgel, az arányossági tényező k.

Milyen mozgás alakul ki, ha $k = 0$, tehát nincs csillapítás? Mekkora a frekvencia? Milyen mozgás alakul ki, ha $k = 0$, tehát nincs csillapítás? Mekkora a frekvencia?

Milyen mozgás alakul ki, ha $k > 0$, tehát van csillapítás?



27. Írjon példát olyan fizikai vagy műszaki problémára, ami differenciálegyenletre vezet!
28. Mi a megoldása az alábbi differenciálegyenleteknek?
$y'(x) = 0,\ y''(x) = 1, \dot{x}(t) = t, \dot{x}(t) = sint$
29. Az ábrán egy sorozatgyártásban készülő termék hosszának sűrűségfüggvényét mutatja. Mit ad meg a sraffozott terület nagysága (P)?



30. A bevétel (x) lehetséges értékei és ezek valószínűségei (p):

x (ezer ft)	500	650	680	720
p	0,1	0,5	0,3	0,1

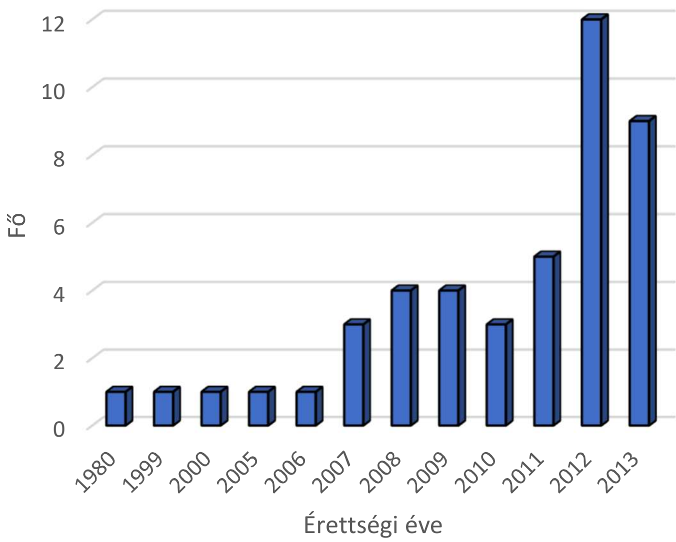
Mennyi a bevétel várható értéke?
31. Egy függőlegesen feldobott test helyét leíró függvény közelítőleg $h(t) = 8 + 10t - 5t^2$. Milyen magasra jut a test?

3.4.5 A résztvevők adatai

Gimnáziumba járt 20 fő, szakközépiskolába 24 fő, líceumba 1 fő.

A 2. ábra az érettségi évének gyakorisági diagramját mutatja. A résztvevők többsége közvetlenül, vagy csak rövid kihagyás után folytatja tanulmányait. Az érettségi időpontjára azért kérdeztem rá, mert tapasztalataim szerint a közoktatásban szerzett élmények és tudás a meghatározó tényezők a matematikához való viszony és az ismeretek alkalmazási képessége szempontjából, és kíváncsi voltam arra, hogy a különböző időszakokban érettségizettek alapjai különbözőek-e.

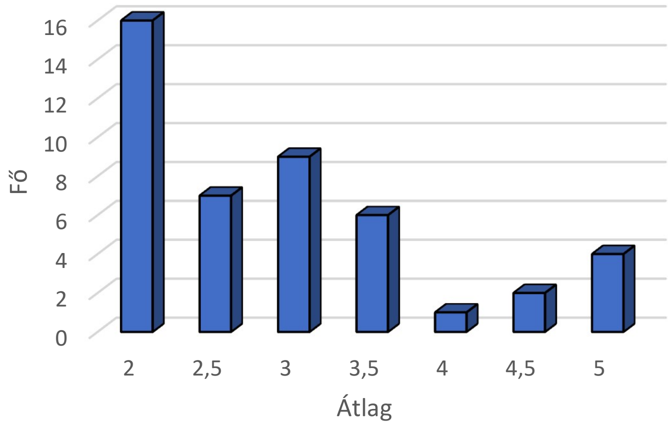
Közismert, hogy a felsőfokú tanulmányok eredményességét meghatározza a „hozott tudás”. Bár a felsőoktatásba kerülve a hiányosságok elvileg pótolhatók, és ehhez segítséget is kapnak a hallgatók, de a gyakorlat azt mutatja, hogy a felzárkózás nehezen megy. A gondolkodás igénye és a gondolkodási módok kialakítása hosszú-távú folyamat, pótolni legfeljebb csak tényszerű ismereteket lehet, de ezek könnyen ki is esnek, ha nem illeszkednek egy komplex gondolatvilágba.



2. ábra A válaszadók megoszlása az érettségi éve szerint

Publikációkban gyakran említik a közoktatásban lezajlott változásoknak az általános tudásszintet, felkészültséget befolyásoló hatásait, így számomra is érdekes volt összehasonlítani a különböző korosztályok eredményeit. Ahogyan azt a 2. ábrán látjuk, csupán 3 hallgató érettségizett 2005 előtt és két hallgató 2005-2006-ban, így a minta nem megfelelő az érettségi éve szerinti részletes statisztikai elemzéshez, de a korábban végzettektől származó egyes válaszok önmagukban is érdekesek lehetnek.

34 fő gépészmérnöki, 8 fő mechatronikai mérnöki, 1 fő környezetmérnöki, 1 fő mérnöktanári, 1 fő villamosmérnöki alapszakon végzett.



3. ábra A válaszadók megoszlása a matematika jegyek átlaga szerint

A 3. ábra a megkérdezett hallgatók matematika jegyeiknek átlagát mutatja a felsőfokú tanulmányok alatt. Jól látszik, hogy összességében a tanulmányok alatt szerzett érdemjegyek nem túl jók.

3.4.6 Attitűd, motiváció, emlékek

A matematika tanulásával kapcsolatban 12 fő inkább pozitív, 15 fő inkább negatív emlékekről számolt be. Szembetűnő, hogy – egy kivételtől eltekintve – matematika hasznosságával kapcsolatos élményszerű tapasztalatokat, sikereket nem említenek. Általában a tananyag nagy mennyiségét, elméleti jellegét, a begyakorlást hangsúlyozták.

Élményként sok esetben a tanár személye jelenik meg negatív érzésként. Egyesek kifejezetten félelemről írtak a matematika tanulására visszagondolva. Az egyetemi matematikai tárgyakat nehézségéről és hasznosságáról elsősorban aszerint vélekedtek, hogy a matematikát ki tanította nekik.

A tanulási folyamatot tekintve a sok gyakorlásra, illetve megértési nehézségekre utaltak. Három fő fogalmazott úgy, hogy a matematika egyszerű és logikus, szerette a feladatmegoldást, a gyakorlatot érdekesnek tartotta. Többen fogalmazták meg azt, hogy a középiskolában sikeres volt a tanulás, az egyetemen nehezebb, valamint azt, hogy az elmélet nehéz, de a gyakorlati órák érthetőek voltak. Van, akinek „az egyetemen nyert értelmet a matematika”.

A válaszadók szinte kivétel nélkül pozitívan ítélték meg a matematikát a kompetenciák szemszögéből nézve. Legtöbbször a logikát, a logikus gondolkodást említik kompetenciaként, ami sztereotípiaként általában benne van az emberek fejében, emellett sok esetben szerepelt a türelem, kitartás, pontosság, precizitás, memória, analitikus gondolkodásmód, modellalkotás, térlátás, koncentráció, problémamegoldó képesség, elemzés, összefüggések keresése, felfedezése. Kevésbé várt megállapítások: rendszerelmélet, szervezőképesség, magabiztosság, problémák leírása, feltárása.

A vártnál kevesebb esetben szerepeltek a következő szempontok: megértésre való törekvés, komplex gondolkodásmód, többoldalú megközelítés, céltudatosság rendszerezettség, következetesség, elvonatkoztatás, gyors helyzetfelismerés, átgondolt, jól felépített gondolkodásmód, kreativitás.

A tanulási képességre három esetben utaltak: „több tantárgy megértésében segített”, „önálló, logikus tanulás”, „tanulásmódszertan”.

31-en nem tudták az alapképzésen megszerzett matematikai ismereteket a szakterületükön adódó feladatok megoldásában alkalmazni. Azok, akik tudták alkalmazni, főleg műszaki tárgyakat (mechanika, statika, épületfizika) említettek és a szakdolgozat-készítést, és azt írták, hogy a mátrixokat, vektorokat, integrálást, deriválást tudták használni. Konkrét szakmai alkalmazásként tervezési feladatokat, a 3D tervezést, kimutatások készítését, adatelemzést említette három válaszadó.

11 fő említett olyan problémát, ahol szüksége lett volna valamilyen matematikai ismeretre (a válaszok alapján ebbe beleértették azt is, amikor megvolt a tudás): gépek teherbírása, tervezési és optimalizációs feladatok, erő- és nyomatékszámítás, élettartam-diagramok értelmezése, gépek méretezése, hőmérsékleti diagram készítése, helyigény meghatározása, készletek kalkulálása, geometriai számítások, összegzések, átlagok, statisztika, sebesség-, fordulatszám-, teljesítményszámítás. Hárman hangsúlyozták, hogy a középiskolai ismeretek elegendőek voltak.

8 válaszadó nem tudott olyan ismereteket megjelölni, melyek a műszaki szakterület műveléséhez szükségesek. A többiek összességében felsorolták az alapképzés összes alapvető matematikai témakörét: egyenletek, halmazműveletek mátrixok, vektoralgebra, geometria, koordinátageometria, komplex számok, trigonometria, függvények, szögfüggvények, deriválás, függvényelemzés, integrálás, differenciálegyenletek, valószínűségszámítás, statisztika, logikai feladatok, térfogatszámítás, százalékszámítás. Többen elegendőnek tartották az alapvető matematikai ismereteket. Kevésbé gyakori válaszok voltak pl.: „ami a fizikához kapcsolódik”, „minden fontos”, „diagramok”.

Mindenki nyitottnak mondta magát az informatikai eszközök használatára, és szívesen használ vagy használna szoftvereket a feladatmegoldáshoz.

Két kivétellel mindenki használ informatikai eszközöket és szoftvereket. 10-en említettek matematikai szoftvereket, 38-an műszaki, tervező szoftvereket, 28-an Office alkalmazásokat.

Arra a kérdésre, hogy a munkájuk során mennyire tartják jellemzőnek az egyedi módon való megközelítést, a hagyományostól eltérő, kreatív megoldásokat, az alábbi válaszok születtek:

- nem jellemző 15 esetben;
- kevéssé jellemző 11 esetben;
- jellemző 14 esetben;
- nagyon jellemző 5 esetben.

3.4.7 A feladatmegoldás rész

A feladatok célja nem a számolási készség felmérése, hanem a gondolatok meglétének, helyességének ellenőrzése volt.

Megítélésem szerint a kérdések – a nehézséget és az ismeretek fontosságát tekintve – az általános szakmai intelligencia körébe tartoznak, tehát elvárható lenne, hogy felkészülés nélkül tudjanak helyesen reagálni a kérdésfelvetésekre.

Az absztrakciós szint tekintetében a feladatok három csoportba sorolhatók:

- 9 „tisztán matematikai” (5, 6, 9, 11, 16, 17, 18, 19, 28);
- 16 elméleti alkalmazásokhoz kapcsolódó (1, 2, 3, 8, 12, 13, 14, 15, 20, 22, 23, 24, 25, 27, 30, 31);
- 5 gyakorlati alkalmazásokhoz kapcsolódó (4, 7, 10, 26, 29).
- 14 feladat megoldásához nem volt szükség felsőfokú matematikai ismeretekre (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 13, 15, 16, 17).

Témakörök szempontjából

- 8 geometriai (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9);
- 5 függvénytani (16, 17, 18, 19, 31);
- 7 algebrai (8, 10, 11, 12, 13, 14, 15);
- 2 differenciálszámítási (20, 21);
- 4 integrálszámítási (22, 23, 24, 26);
- 3 differenciálegyenletekkel kapcsolatos (26, 27, 28) és
- 2 valószínűségelméleti (29, 30)

feladatot tartalmazott a teszt.

3.4.7.1 A legjobb eredménnyel megoldott feladatok

Az 1. táblázat a *teljes feladatsort tekintve* a legtöbbek által megoldott öt feladatot, a 2. táblázat *feladattípusonként nézve* a legtöbbek által megoldott három-három feladatot, a 3. táblázat *matematikai témakörönként* legtöbbek által megoldott feladatotokat mutatja a jó megoldások száma szerint csökkenő sorrendben.

feladat sorszáma	1	8	6	15	16
jó megoldások száma	26	25	20	20	19

1. táblázat A legjobb eredménnyel megoldott feladatok

kategória	feladat	jó megoldások száma
matematikai	6	20
	16	19
	9	13
elméleti alkalmazásokhoz kapcsolódó	1	26
	8	25
	15	20
gyakorlati alkalmazásokhoz kapcsolódó	26	15
	7	14
	4	9

2. táblázat Feladat kategóriánként a legtöbbek által megoldott 3-3 feladat

témakör	feladatok	jó megoldások száma
geometria	1	26
	6	20
	7	14
függvénytan	16	20
	17	8
	18	6
algebra	8	25
	15	20
	11	7
integrálszámítás	26	15
	22	9
	23	9
differenciálszámítás	21	13
differenciálegyenletek	27	8
valószínűségelmélet	30	10

3. táblázat Matematikai témakörönként a legtöbbek által megoldott feladatok

3.4.8 Következtetések

A felméréssel a matematikához fűződő viszonyt szerettem volna megtudni olyan személyek esetén, akik már rendelkeznek felsőfokú műszaki végzettséggel és mester szintű tanulmányaikat kezdik. A vizsgálat az egyik első lépés volt a mérnökképzés keretei között alkalmazandó hatékonyságmérési módszer kidolgozásában.

A vizsgált csoportra jellemző, hogy matematikát több évvel azelőtt tanultak, és tapasztalattal rendelkeznek a matematika felhasználásáról a műszaki témakörök tanulásában és a mérnöki gyakorlatban.

A kutatási kérdései azok voltak, hogy a feladatok megoldásában mutatkozik-e különbség

- a korábban diplomát szerzettek és a mesterszintű tanulmányaikat közvetlenül az alapképzés után folytatók között;
- a középiskolát gimnáziumban, illetve szakközépiskolában végzettek között;
- a matematika tárgyat különböző (jegyben kifejezett) szinten teljesítők között.

A matematikai ismeretek fontosságának, szükségességének megítélésében különbséget vártunk annak függvényében, hogy milyen szakmai tapasztalatokkal rendelkeznek a válaszadók.

A megkérdezett hallgatók többsége 10 éven belül érettségizett, így az alapdiploma megszerzése mellett, pályakezdőként, legfeljebb csak néhány év munkatapasztalattal rendelkezdett, így a minta nem alkalmas annak részletes elemzésére, hogy a mérnöki munka gyakorlása során szerzett tapasztalatoknak milyen hatása van a matematikai ismeretek megítélésére. Ezért csak azt vizsgáltam, hogy hogyan viszonyul a tények, módszerek felidézésének képessége a 2010 előtt és a 2010-ben vagy utána érettségizettek között.

A feladatmegoldás sikerében lényeges eltérés mutatkozott a 2010-ben vagy utána érettségizettek javára, ami arra utal, hogy a tényszerű (a mindennapi munka során nem használt) ismeretek felidézése egyre nehezebb az idő elteltével akkor is, ha a tudás annak idején stabilabb volt. A 2010 előtt érettségizettek átlagos pontszáma 11,57, míg a 2010-ben vagy utána érettségizettek átlagos pontszáma 25,65 volt.

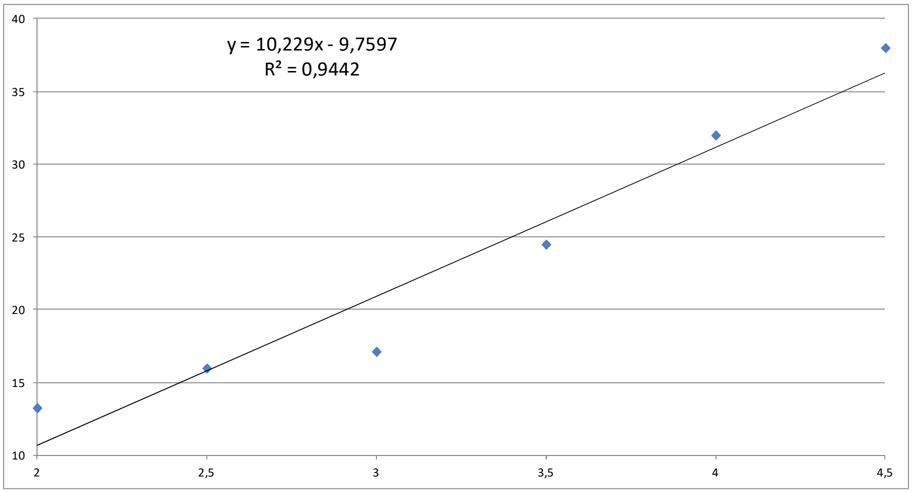
A középiskola típusa szerint jelentős a különbség a gimnáziumban végzettek javára. A gimnáziumban végzettek átlagos pontszáma 25,5, a szakközépiskolában végzetteké 15,8.

A felsőfokú tanulmányok során kapott matematika jegyek szoros kapcsolatot mutatnak a teszt eredmény átlagával, ami megfelel a várakozásnak (4. táblázat).

matematika jegyek átlaga	2	2,5	3	3,5	4	4,5
teszt eredmények átlaga	13,27	16	17,14	24,5	32	38

4. táblázat A matematika jegyek és a teszt eredmények átlaga

A 4. ábrán látható, hogy a két mennyiség között erős lineáris kapcsolat van, a lineáris korrelációs együttható négyzete $R^2 = 0{,}9442$.



4. ábra Összefüggés a matematika jegyek átlaga és a teszt eredménye között

A matematika tanulásához, illetve alkalmazásához kapcsolódó vélemények azt mutatják, hogy a hallgatók a matematika hasznosságát nem élik meg élményként sem a szakmai tárgyak tanulásakor, sem a későbbi mérnöki munkában. Bár a válaszok összességében „pozitívak" (nem elutasítóak), a matematika tanulásával szemben, a megfogalmazások többségében olyan általánosságokat tartalmaznak, amit „illik" tudni/gondolni a matematikáról.

Véleményem szerint a résztvevők emlékei azt tükrözik, hogy a matematikai ismeretek megszerzését szükséges „betanulási" folyamatként élték meg, nem megoldandó problémák motiválta tapasztalatszerzésként. Ennek megváltoztatására a Debreceni Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszékén az alapozó tárgyak alkalmazásközpontú oktatására törekszünk, kihasználva a szakmai problémák nyújtotta motivációs lehetőségeket.

Sajnos matematika bemeneti teszt eredményei azt mutatják, hogy rendkívül alacsony az a tudásszint, amivel minden, a műszaki felsőoktatásba kerülő hallgató garantáltan rendelkezik. Az egyetemi képzések matematika programjában feltételezett bemeneti tudás és az érettségizettek valódi tudása közti nagy eltérés azt eredményezi, hogy a hallgatók többsége csupán az elégséges jegy megszerzését tekinti célnak, és érdektelenséget mutat a hasznos ismeretek megszerzése iránt.

Ezen kívül a közoktatásban eltöltött 12 évnyi matematikatanulás sok esetben „rossz” élményei után kevesek motiváltak a felvetett problémák önálló matematikai modellezésében és a megoldás megismerésében, még akkor sem, ha azok egyértelműen kötődnek a tanult szakmájukhoz.

Világos, hogy megfelelő általános- és középiskolai matematikaoktatási szemlélet nélkül az egyetemi oktatás eredményessége nehezen növelhető. A középfokú oktatásban a legfőbb hiányosságot a matematika és a természettudományi tárgyak elszigeteltségében, a tudáselemek széttöredezettségében látom.

4 Matematikai ismeretek alkalmazása szakdolgozatokban a mérnöki alapképzésekben

4.1 A matematikaoktatás eredményességének mérése

A felsőoktatásban alkalmazott oktatási módszerek eredményességét, hatékonyságát sokan vizsgálják, ebben fontos szempont, hogy milyen mértékben hasznosul a megszerzett tudás. Ez a fajta szemlélet, a mérnökképzésben természetes módon van jelen, hiszen (ideális esetben) minden mérnöki tevékenység hatékonyság központú. A mérnökképzés teljes folyamatának hatékonysága a mérnöki munkában mérhető. Akkor lesz hatékony a mérnökképzés, ha a későbbiek során a megszerzett tudást a hallgatók tudják alkalmazni a mindennapi munkájuk során. Ezt a szemléletet vizsgálva a matematika tanulásának hatékonysága sem vizsgálható függetlenül az ismeretek későbbi alkalmazásának eredményességétől.

A matematikaoktatás hatékonyságát a mérnökképzés folyamatában úgy vizsgáltam meg, hogy megnéztem, hogy szakmai tárgyakban vagy szakdolgozatokban, ahol hasznosítani kell(ene) a matematikai ismereteket ezek ténylegesen hogyan jelennek meg. Ennek vizsgálatára egy hatékonyságmérési módszert dolgoztam ki. A matematikatanulás eredményességét lehet mérni

- közvetlenül az ismeretek elsajátítását követően matematikai környezetben, a tanulás folyamán használt megfogalmazásokkal (tipikusan dolgozatok és vizsgák keretében);
- szakmai tárgyakban, amikor a kérdés nem matematikai problémaként van megfogalmazva, de a megoldás a matematikai ismeretek előhívását és önálló alkalmazását igényli (például a szakmai tárgyak dolgozataiban vagy vizsgáin);
- önálló szakmai munka során, amikor a hallgató dönti el, hogy alkalmaz-e matematikai eszközöket, ilyen például a szakdolgozat vagy a tudományos diákköri dolgozat témaválasztása és annak kidolgozása.

4.2 A matematikai ismeretek hasznosításának szintjei

A 2015-ben és 2016-ban végzett gépészmérnök, építőmérnök és mechatronikai mérnök szakokon készült szakdolgozatokat vizsgáltam meg. Azért ezeket a szakokat választottam, mert ezek a Debreceni Egyetem Műszaki Kar legmeghatározóbb szakjai. Ehhez kapcsolódóan a matematikai ismereteket az alkalmazás szempontjából az alábbi típusokat határoztam meg:

I. nem használ matematikát, pl. kaizen típusú folyamatfejlesztés, kvalitatív vizsgálat, veszteségek felismerése, folyamat átszervezése;

II. a kidolgozott téma nem igényel komoly matematikai modellt, pl. adott formula alkalmazása egy mennyiség kiszámolására, gyártási időtartamának meghatározása a gyártási folyamat részleteinek ismeretében;
III. matematikai modell használata képlet szinten (tipikusan BSc szinten), a műszaki számítás, tervezés egy témakör, módszer formuláin alapszik, pl. méretezési feladat;
IV. a matematikai modell formális bemutatása érdemi alkalmazás nélkül (tipikusan BSc szinten);
V. teljes matematikai modell tényleges alkalmazása a rendszer/folyamat vizsgálatakor (tipikusan MSc szinten), ismert matematikai modell elemeinek tényleges, kreatív alkalmazása új rendszer, folyamat tervezésében;
VI. új matematikai modell megalkotása (tipikusan PhD szinten), új rendszer, folyamat megtervezése, ehhez új matematikai modell megalkotása, pl. szimuláció.

A megvizsgált szakdolgozatokat ezek szerint a szempontok szerint csoportosítottam. A 184 dolgozatból csak 9 volt, ahol a kidolgozott téma nem igényelt komolyabb matematikai ismereteket. A hallgatók nagy többsége, 145 fő alkalmazott a szakdolgozata megírásakor matematikai modelleket képletfelhasználás szinten. 26 hallgató alkalmazott egyetemi (BSc) szinten tanult matematikai ismereteket, ők mindannyian mechatronika szakosak voltak. 3 hallgató volt, aki a szakdolgozatában a BSc-n megtanult matematikai ismereteit, a képletek használata mellett komolyabb számolássokkal, elméleti háttérrel együtt alkalmazta. Témakörökre lebontva is megnéztem a szakdolgozatokban alkalmazott matematikai ismereteket. A legtöbb esetben a hallgatók a szakmai folyamatokat leíró egyenleteket használtak, de többen alkalmaztak differenciálegyenleteket, geometriai modelleket vagy függvényeket.

4.3 Mérnöki (BSc) szakdolgozatok elemzése

A 2015-ben és 2016-ban végzettek szakdolgozatai alapján az általam készített kategóriákba soroltam a különböző szakok dolgozatait, ez az 5. táblázatban látható.

	II.	III.	IV.	V.
Építőmérnöki	6	64	3	0
Gépészmérnöki	3	38	1	0
Mechatronikai mérnöki	0	43	26	3

5. táblázat Szakonkénti besorolás az általunk létrehozott kategóriákba

A szakdolgozatokat megvizsgáltam témakörök szerinti felosztás alapján is, ez a 6. táblázatban látható.

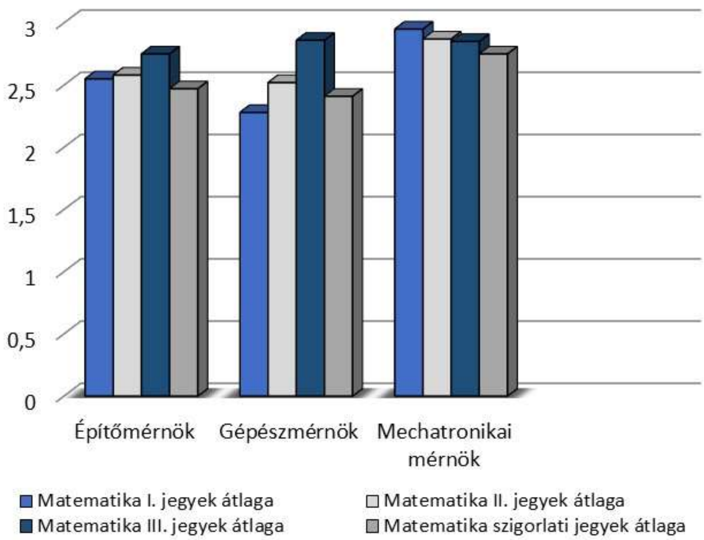
BSc szintű matematika témakörök szerint	Alkalmazók száma
Egyenletek	12
Függvények	3
Felszín, térfogat	2
Vektorok	2
Valószínűségszámítás	1
Geometriai modellek	3
Mátrix	2
Integrálás	1
Differenciálegyenletek	4
Laplace-transzformáció	1
Matematikai szoftverek	2

6. táblázat IV. és V. kategóriába tartozó szakdolgozatok témakörök szerinti felosztása

4.3.1 Matematika eredmények a vizsgált szakokon

A vizsgált szakdolgozatok 2015-ben és 2016-ban készültek, amikor a tantervben a matematika tananyag három félévre volt bontva, és a három kurzus elvégzése után matematika szigorlatot kellett tenniük a hallgatóknak.

Megnéztem a Matematika I., II., III., és matematika szigorlati eredményeket is. Látszik, hogy a mechatronika szakos hallgatók átlaga a legmagasabb a matematikai tantárgyakban. Azt gondolhatnánk, hogy a szak befolyásolja a matematikai ismeretek használatát a szakdolgozatokban, de véleményem szerint a valódi kapcsolat a matematikai eredmény és a szakdolgozatban való alkalmazás közt van.



5. ábra Matematika I., II, III. és Matematika szigorlati jegyek átlaga szakonként

4.4 Következtetések

Az, hogy a matematika tantárgyból szerzett jegyek átlaga nem túl jó (5. ábra) és a vizsgálat a matematikai ismeretek kismértékű és általában alacsony színvonalú hasznosulását mutatja a szakdolgozatokban összhangban áll egymással, és összességében még rosszabb képet mutat.

Számomra meglepő volt, hogy hallgatók a szakdolgozatokban alig használják az alapképzésen megtanult, a szakmai folyamatokban meghatározó szerepet játszó matematikai ismereteket. A mérési elvem (hatékonyságról alkotott definícióm) szerint ez a matematikaoktatás hatékonyságának alacsony szintjét mutatja. Feltételezem, hogy az eredmény javítható az oktatási módszeremmel, ezen belül a szakmai motiváltságú, összetett (projekt) feladatok rendszeres és módszertanilag átgondolt alkalmazásával, melyek kidolgozása, prezentálása és megvitatása során a hallgatók képet kapnak a matematikai ismeretek alkalmazásának lehetőségeiről és gyakorlatot szereznek ennek a módjáról.

5 Az oktatási módszer elemei

5.1 Az oktatási program szintjei és elemei

A tapasztalatok azt mutatják, hogy a legtöbb mérnökhallgató esetében az elmélet elsajátítása és a számítások elvégzésének szokásos folyamata a matematikaórákon, illetve a fogalmak és számítási módszerek használata a mérnöki kurzusokon meglehetősen alacsony hatékonyságú.

A Debreceni Egyetem Műszaki Karán egy komplex oktatási módszertant vezettünk be és vizsgáltunk. Módszertanunk főbb elemei a mérnökképzés különböző szintjein (a képzés egészétől a matematikai tárgyakig) a következők:

- A mérnöki alapképzések (BSc) szintje:
  - modellezésközpontú megközelítés az egész oktatás során, egyre összetettebb modellek, kezdve a diszkrét idejű rendszerekkel [19];
  - tantárgyak közötti, több féléven átívelő, motiváló mérnöki problémákat tartalmazó házi feladatok (projektek) készítése [20], [19];
- A matematikát intenzíven használó mérnöki kurzusok szintje:
  - matematikai kompetenciák feltérképezése a mérnöki tantervben;
  - elosztott tudásátadás, speciális matematikai jegyzetek készítése a műszaki tantárgyakhoz, problémaalapú tanulás (a matematika és a műszaki tantárgyak oktatóinak együttműködésében);
  - matematikai témakörök újratanulása vagy megtanulása a mérnöki kurzusokban, matematika műszaki kontextusban.
- A mérnöki matematika tantárgyak szintje:
  - analitikus és numerikus módszerek egyidejű tárgyalása;
  - numerikus számítási algoritmusok kódolása (programozás);
  - azonnali visszajelzés és folyamatos értékelés [21];
  - inkább a matematikai modellekre, mint a számítási technikákra való összpontosítás [22];
  - mérnöki motivációjú, többszintű matematikai problémák adatbázisának használata a matematikaórákon;
  - matematikai szoftverek (pl. Matlab-Simulink) használata a matematikai számítások mérnöki problémamegoldásban való használatának bemutatása érdekében;
  - projektek (nagyobb egyéni vagy csoportos feladatok), prezentációk elkészítése.

5.2 Fogalomkép, a kulcsfontosságú tudáselemek ciklikus felidézésének szerepe

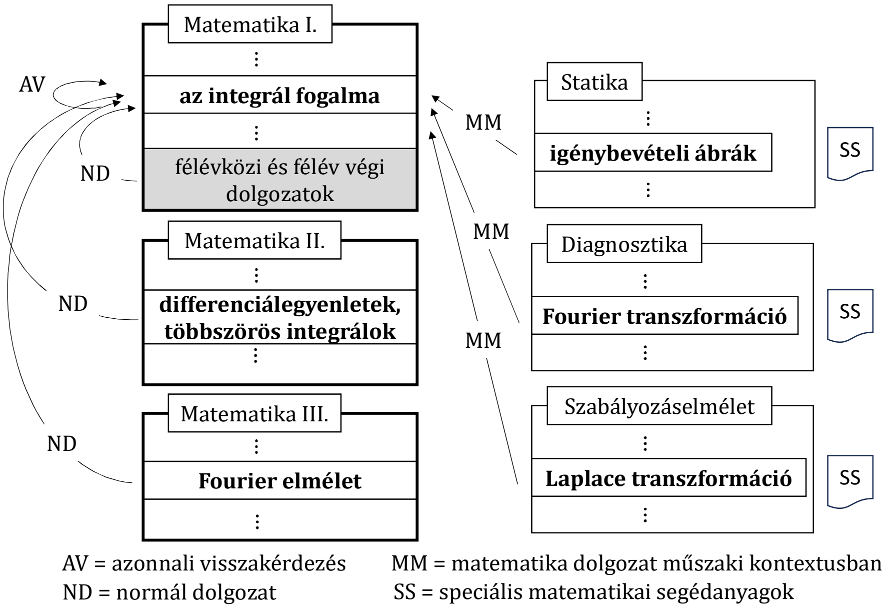
A mérnöki K+F+I tevékenységek megkövetelik bizonyos kulcsfogalmak tökéletes megértését és az absztrakciós képességet. A „nulladik” zárthelyi dolgozatok során szerzett tapasztalataink [17] azt mutatják, hogy a legtöbb elsőéves hallgatónak még az alapvető matematikai fogalmak megfelelő használata is gondot okoz. Következésképpen az oktatóknak még egyetemi szinten is foglalkozniuk kell a [23]-ban definiált fogalomképpel, amely az egyén elméjében lévő, egy adott fogalomhoz kapcsolódó teljes kognitív struktúrából áll.

A hagyományos felsőoktatásban természetes volt, hogy egyszerűen ismertették a definíciókat, tételeket és módszereket, és a hallgatókra bízták a tananyaggal való foglalkozást. Napjainkban ez a megközelítés komoly problémákhoz vezethet a tanítási folyamat eredményét illetően. Az oktatóknak figyelembe kell venniük, hogy a hallgatók fogalomképe egészen más lehet, mint a formális fogalomdefiníció. [23]

A „nulladik” zárthelyi dolgozaton és a mérnöki matematika első félévében nemcsak a számítási készségeket kell alaposan felmérni, hanem a fogalmak megértésének szintjét is. Sok matematikai fogalom nincs formálisan definiálva az általános és középiskolában; a diákok a tapasztalat és a megfelelő környezetben való használat révén tanulják meg felismerni őket. [23] A felsőoktatásban a fogalmakat (újra) definiálják, jelöléseket vezetnek be, tisztázzák a tulajdonságokat lehetővé téve a fogalmakkal való kommunikációt és mentális manipulációt.

Tall [23] szerint a fogalomkép kifejezés a fogalomhoz kapcsolódó teljes kognitív struktúra leírására szolgál, amely magában foglalja az összes mentális képet, a kapcsolódó tulajdonságokat és folyamatokat. A fogalomkép a felidézés során megváltozik. A 6. ábra egy példát mutat be arra, hogyan történik egy fogalom felidézése a tanulási folyamat során a módszertanunkban.

A fogalomdefiníció minden egyén számára létrehozza a saját fogalomképét, amit „fogalomdefiníciós képnek” nevezünk. [23] A fogalmak ismételt felidézése feltárhatja azokat a tévképzeteket, amelyek nehézségeket okozhatnak a mérnöki tárgyak elméletének megértésében. Végső soron biztosítanunk kell, hogy a tanulók teljes mértékben megérthessék a kulcsfogalmakat.



6. ábra Egy fogalom felidézése a tanulási folyamat során a módszertanunkban

5.3 Speciális matematika jegyzetek, elosztott tudásátadás, problémaalapú tanulás

A kompetenciaközpontú oktatásban egyes matematikai témákat inkább az alkalmazásokhoz kell kapcsolni, mint a matematika tantárgyakhoz, miközben a matematikaoktatás integritása megmarad.

Az összes matematikai téma 2-3 félévre koncentrált tárgyalása a legegyszerűbbtől a legnehezebbig stresszessé teszi a matematika tanulását a hallgatók többsége számára, ami előbb-utóbb motiválatlansághoz vezet, míg az ismeretátadás módszertanilag megtervezett elosztása a mérnöki kurzusokban a matematikát a szakterületi problémafelvetés és -megoldás révén teheti érdekessé.

A tapasztalat azt mutatja, hogy a mérnöki témák tanulmányozása során a terjedelmes matematikai tankönyvekre való egyszerű hivatkozás szinte haszontalan. Rövid, speciális matematikai jegyzeteket kell készíteni ott, ahol a tárgyalás alkalmazásközpontú.

A mérnöki matematika problémaalapú tanulása olyan haladó mérnöki témák tanulását szolgálhatja, amelyek magas szintű matematikai ismereteket és azok kreatív alkalmazását igénylik. A problémaalapú tanulás esettanulmányát a gépészmérnöki szakon a Műszaki diagnosztika tantárgy keretében mutattuk be, és a

"ThinkBS - Basic Sciences in Engineering Education, Erasmus Plus Project" [24] keretében egy speciális célú jegyzet is elkészült.

A műszaki diagnosztika az egyik legfontosabb szakmai kurzus a gépészmérnöki alapképzés üzemeltető-karbantartó mérnöki specializáción. Mivel a tantárgy fő témája a rezgésmérésen és rezgésjel-elemzésen alapuló állapotfelügyelet, az elméleti háttér fontos eleme a Fourier-elmélet. Bár az iparban használt professzionális szoftverek „kész” alkalmazásokat kínálnak, a mérések helyes megtervezése és az eredmények kiértékelése lehetetlen a rezgéselemzésben használt integráltranszformációk lényegének megértése nélkül. Ennek a helyzetnek a kezeléséhez a szakmai feladatok és a matematikai háttér párhuzamos tárgyalása szükséges, és elkerülhetetlen a projektalapú megközelítés alkalmazása.

A műszaki diagnosztika területe alkalmazott matematikának és alkalmazott informatikának tekinthető. Intenzíven használják az integrál-transzformációkat, szűrőket és más jelfeldolgozási technikákat, melyek elmélete a „fizikai jelentés” nélkül túlságosan absztrakt, így a legtöbb gépészmérnökhallgató számára nehezen vagy egyáltalán nem érthető. Amikor azonban a hallgatók már látják például a frekvenciaspektrum szerepét és használatát, és megértik a kapcsolatot a jelek időtartománybeli és frekvenciatartománybeli megjelenítése között, akkor a függvények ortogonális felbontásának fogalma is világosabbá válhat. [25]

Néhány alapvető követelmény, melyeket figyelembe vettünk a projekt során:

- a matematikai fogalmak és módszerek konkrét gyűjteménye kell, hogy legyen, nem pedig egyes matematikai témák teljes körű tárgyalása;
- inkább problémakönyvnek, mint tankönyvnek kell lennie, sok kidolgozott példával és feladattal;
- a tanulók igényeit kell kielégítenie a tudás és az absztrakció különböző szintjein, kezdve az alapokkal és befejezve a haladó témákkal, amelyek a tudás egymásra épülő elemeit mutatják be;
- részletesen be kell mutatni a mérnöki alkalmazásokat, ahol minden számítási lépést a hallgatók végeznek el papíron vagy szoftver segítségével;
- követnie kell a mérnöki tantárgy témáit, a matematikai ismereteket a tesztek és a hallgatói projektek során is ellenőrizni kell.

A műszaki diagnosztika speciális célú jegyzetének fejezetei a következők:

- trigonometrikus és exponenciális függvények;
- rezgésjelek statisztikai elemzése;
- Hilbert terek, ortogonalitás, függvények hasonlósága;
- ortonormált rendszerek, trigonometrikus rendszer, Fourier-sorok;

- exponenciális rendszer, rezgésspektrum;
- folytonos és diszkrét Fourier transzformáció, FFT;
- cepstrum elemzés, burkológörbe elemzés;
- Folytonos és diszkrét wavelet transzformáció;
- sokskálás felbontás, scalogram;
- wavelet transzformációk a gépdiagnosztikában;
- digitális szűrők, FIR, IIR.

5.4 Kurzusokon, féléveken átívelő házifeladatok (projektek)

A mérnökképzés hatékonysága jelentősen növelhető, ha a hallgatók az oktatási folyamat minden szakaszában tisztában vannak azzal, hogy a tananyag egyes részei hogyan kapcsolódnak egymáshoz, és milyen feladatokat lesznek képesek megoldani a matematikai eszközökkel.

A projekt részei, melyekben az egyes félévekben egyre összetettebb feladatokat kapnak a hallgatók, a teljes képzési folyamat átlátását és a tanulási célok megértését szolgálják. A részfeladatokat az aktuális tudásuknak megfelelő szinten (modellben) kell megoldaniuk, és már az első lépésben is használható eredményeket kell kapniuk.

A mechatronika alapképzésben egy többféléves házi feladatot (projektet) adnak ki, amely a matematika, a fizika, az informatika és több kapcsolódó műszaki tantárgy ismeretelemeit dolgozza fel. A projekt témája egy negyedautó modell felfüggesztésének vizsgálata a legegyszerűbb diszkrét idejű modelltől és szimulációtól a – szabályozáselméleti értelemben vett – megfigyelhetőség és irányíthatóság vizsgálatáig. [20]

5.5 Azonnali visszakérdezés

A módszertanomba beépített többféle visszajelzési mód közül a „valós idejű” azonnali visszajelzési módnak fontos szerepe van a mérnöki matematikaórák tanítási folyamatában. Az azonnali visszajelzés módszerét a 7. fejezetben tárgyalom részletesen. Az óra végi online felmérések elsődleges célja nem a diákok értékelése volt. Azt szerettem volna felmérni, hogy a hallgatók mennyire értették meg az órai anyagot és mennyire tudják felidézni az előző hetek témáit. Ez a fajta visszajelzés lehetőséget ad a gyors korrekcióra, és egyben az új információk elmélyítését és megszilárdítását is szolgálja.

5.6 Műszaki problémák integrálása az órai munkába a modellalkotás különböző szintjein

Készült egy feladat adatbázis, amelyben a problémák három kategóriába vannak sorolva:

- tisztán matematikai problémák, amelyeket műszaki alkalmazások motiválnak; olyan műszaki problémák, amelyekhez a modell adott, és a megoldáshoz csak matematikai ismeretekre van szükség;
- olyan szakmai kontextusban megfogalmazott műszaki problémák, amelyek modellalkotást és magasabb szintű, összetett matematikai ismereteket igényelnek.

A feladatok részleteit és a mérnöki matematikaoktatásban való alkalmazását a 6.3 fejezetben külön tárgyalom.

Ma, amikor a motiváció a mérnökképzés egyik legfontosabb szempontja a matematikaoktatás valós mérnöki problémákkal való támogatása már elkerülhetetlen. Az alkalmazások matematikaórákon való bemutatásának tipikus problémája, hogy a matematikatanárok csak a matematikai modellben szereplő számításokra koncentrálnak és nem tárgyalják a modellhez vezető lépéseket. Néhány fontos modellezési folyamatot abban az esetben is be kell mutatni szakszerűen, ha a matematikát oktató nem járatos az adott szakterületen, ehhez hatékony együttműködésre van szükség a matematika, a fizika és a mérnöki tantárgyak oktatói között.

6 Komplex módszertan a matematikai készségek fejlesztésére a mérnökképzésben

Napjainkban az ember szerepe gyorsan változik mind az ipari termelési tevékenységekben, mind a szolgáltatásokban. A középszerű, könnyen megtanulható tevékenységeket a gépek hatékonyabban tudják elvégezni, így a középszerű tudás leértékelődik, miközben a magas szintű készségek jelentősége növekszik. Ennek következtében a gazdaság minden ágazatában, de különösen a mérnöki területen új megközelítésekre van szükség a szakmai képzésben; az embereknek meg kell tanulniuk, hogy átadjanak bizonyos döntéshozatali szerepeket, és inkább irányítsák a mesterséges intelligencia által támogatott folyamatokat, mintsem versenyezzenek velük. A STEM-oktatásnak felelőssége van e célok elérésében, és ehhez megfelelő eszközöket kell kidolgoznia a mérnökképzéshez.

Egy komplex didaktikai módszertant mutatok be a mérnöki alapképzésben a kompetenciaalapú oktatáshoz. Fontos eleme a matematikai kompetenciatérkép (12.3 melléklet), amely megmutatja a matematikai és algoritmikus (kódolási) ismeretek fontosságát és helyét a mérnöki témákban. Egy másik elem a matematikai ismeretek szisztematikus tesztelése nem matematikai kontextusban a mérnöki kurzusokban. Áttekintést nyújtok a kifejlesztett eszközkészlet alkalmazása és a mérnöki alapképzésekben a matematikaoktatás hatékonyságának javítása terén elért eredményeimről.

Az emberek és a gépek közötti verseny döntő szintre lépett azzal, hogy a mesterséges intelligencián alapuló megoldások az életünk egyre több területén terjednek el. Az ipari forradalmak egészen az Ipar 4.0-ig a gépi megoldások térnyeréséről szóltak az emberi erőforrások felhasználásával szemben (emberi erő felhasználása, ismétlődő mozgások, algoritmikus folyamatok stb.). Bár az Ipar 5.0 koncepciója inkább a gép-ember együttműködésről szól, mintsem a versengésről, napjainkban az ember szerepe még gyorsabban változik a mesterséges intelligencia térnyerése miatt, és olyan érzékeny területeket érint, mint a gondolkodás, a kreatív munka és a döntéshozatal. A gyors változás egyik tipikus területe a kódgenerálás. Míg az elmúlt évtizedben az egyik legfontosabb és legjobban fizetett szakma a programozás volt, a jövőben a rutinszerű kódolási feladatok többségét szoftverek fogják megoldani, a magas szintű integrációhoz pedig jól képzett szakemberekre lesz szükség.

Az intelligens épületek és gyárak, a szociális robotok és az autonóm járművek területén a jövő mérnökei többségének inkább a kutatásban és a fejlesztésben kell részt vennie, mintsem egyszerűen egy technológiát használni. Ez azt jelenti, hogy számos fejlesztési eszközt kell megtanulniuk és használniuk különböző alkalmazási szinteken. Az intelligens műszaki rendszerek korában az elsődlegesen szükséges mérnöki kompetenciák az algoritmikus gondolkodás, az irányítási és kódolási készségek, a gép-gép és a gép-ember közötti kommunikáció és együttműködés megértése, valamint néhány puha kompetencia, mint például a kommunikációs és csapatmunkához szükséges készségek irányába tolódnak el.

A robotika és a mesterséges intelligencia világában minden probléma végső soron a matematikai modellek – elemek, kapcsolatok, leképezések, osztályozás, regresszió, optimalizálás – megértésére és kezelésére vezethető vissza. Érdekes tapasztalat a mérnöki kurzusokon az, hogy miután megértették a gépi tanulás mögött álló „egyszerű" matematikát, a hallgatók gondolkodása az intelligens gépekről és a mesterséges intelligenciáról gyökeresen megváltozik.

Amikor a gépek akár egyes magas szintű tevékenységeket is átvehetnek az emberektől, a mai korban a kemény és a puha mérnöki készségeket szükséges pontosan meghatározni és ezek megszerzését biztosítani kell a mérnökképzésben. A kompetenciaalapú oktatás előkészítéseként olyan kompetenciatérképeket dolgozunk ki, amelyek megmutatják a matematikai, a fizikai és az algoritmikus (kódolási) ismeretek fontosságát és helyét a szakmai témákban a gépészmérnöki, mechatronikai mérnöki és járműmérnökimérnöki alapképzésekben.

A matematikai kompetenciatérképet 12.3 mellékletben mutatom be. A kompetenciatérképek azt mutatják, hogy bizonyos matematikai témák (algoritmusok, numerikus módszerek, szimuláció) döntő szerepet játszanak a szakmai tárgyakban, míg mások a következetes matematikai gondolkodásmód kialakításához szükségesek.

Az alapképzés szintjén elsősorban a differenciálszámítás, integrálszámítás, lineáris algebra, közönséges differenciálegyenletek, Fourier-elmélet, többváltozós és vektorfüggvények, valamint a statisztika alapfogalmainak és alkalmazásainak elsajátítása szükséges. A valós mérnöki alkalmazásokhoz már az első félévben kombinálni kell a szimbolikus számításokat egyszerű numerikus módszerekkel, amelyekkel egyszerű (pl. diszkrét idejű) modellek felírhatók és megoldhatók.

Az új helyzetben, amelyet egyrészt a jól képzett mérnökök iránti igény, másrészt az információ és a generatív mesterséges intelligencia korlátlan hozzáférhetősége teremtett, a felsőoktatásban a tananyag hagyományos formában történő átadása nem elég hatékony. A mérnökképzésben a tudásátadás optimalizálásához új, jól szervezett tanulási folyamatra van szükség.

6.1 A modellezési készségek tesztelése

Készítettem egy kérdőívet az elsőéves hallgatók matematikával kapcsolatos attitűdjeiről és a matematikai modellezéssel kapcsolatos ismereteikről. A kérdőívet 123 elsőéves gépészmérnök hallgató töltötte ki.

A kérdőív online volt, mely 27 kérdésből állt, a hallgatók a Kahoot alkalmazáson keresztül töltötték ki. A középiskolai matematikából elért eredményeikre vonatkozó kérdés után a hallgatóknak a matematikához való hozzáállását vizsgáltam (2-16. kérdés). A modellezéssel kapcsolatos kérdések első csoportjában (17-22. kérdés) el kellett dönteniük, hogy az alábbi kategóriák közül az adott dolgok melyikbe tartoznak:

- fogalom,
- matematikai modell,
- fizikai modell, vagy
- fizikailag létező dolog.

A modellezéssel kapcsolatos kérdések második csoportjában (23-27. kérdés) azt kellett eldönteniük, hogy az állítások igazak vagy hamisak.

6.1.1 Eredmények

A kérdőív célja az volt, hogy információkat gyűjtsek az elsőéves hallgatók matematikával kapcsolatos általános attitűdjeiről és a matematikai modellről alkotott elképzeléseikről. A kérdések és a válaszok megoszlása a 12.4 mellékletben található.

Ahhoz, hogy lássam a középiskolai teljesítmény és a matematikai modellezéssel kapcsolatos attitűdök és gondolkodásmód közötti kapcsolatot, összehasonlítottam a kiváló középiskolai matematika jegyekkel rendelkező „legjobb hallgatók” és a „többi hallgató" válaszait. A várakozásoknak megfelelően a két csoport válaszai többé-kevésbé eltértek. Főleg azokra a kérdésekre voltam kíváncsi, ahol a válaszok szignifikánsan különböztek.

A hallgatók többsége (80%) úgy véli, hogy meg tudja tanulni a matematika tananyagot, de 44%-uknak elég csak a tanári magyarázat, 68%-uknak pedig további egyéni segítségre van szüksége.

Szignifikáns különbség van a két csoportban abban a kérdésben, hogy elég-e nekik a tananyag megértéséhez a tanár magyarázatát hallgatni. A legjobb tanulók 78%-ának általában elég, de a többi tanuló csak 44%-ának.

A legjobb hallgatók 100%-a, míg a többi hallgatónak csak 17%-a érti általában vagy mindig, hogy miről beszél a matematikatanár.

A matematikát az összes hallgató 41%-a számára nehéz megérteni. Ezen belül a legjobb tanulók 16%-a számára általában nehéz, a többiek számára pedig néha nehéz, vagy egyáltalán nem nehéz.

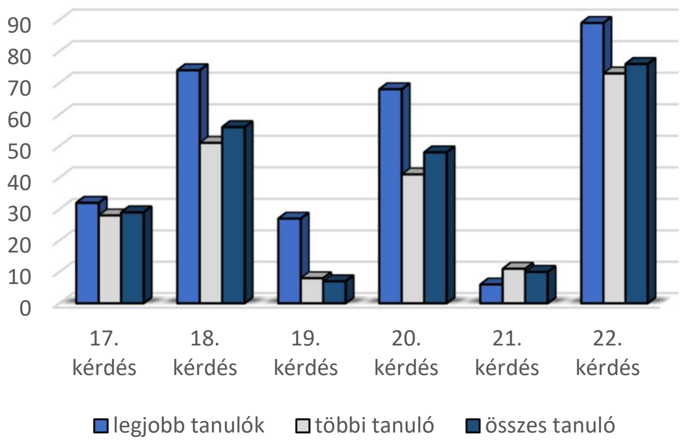
A legjobb tanulók 53%-a egyáltalán nem érzi magát rosszul matematikatanulás közben, 47%-uk pedig néha, míg a többiek 22%-a általában vagy mindig rosszul érzi magát, ami jelentős különbség. Ezzel szemben – meglepő módon – nincs nagy különbség a számítások közbeni szorongással kapcsolatos válaszokban.

A legjobb tanulók 69%-a, míg a többieknek csak 36%-a magabiztos mindig vagy általában a tesztek megírása előtt.

A legjobb tanulók 69%-a, míg a többieknek csak 22%-a örül vagy nagyon örül annak, hogy sokat tanul matematikából.

Általánosságban a hallgatók 81%-a gondolja úgy, hogy a matematika általában nem áll távol a valós dolgoktól, míg a többiek 23%-a szerint igen. A legjobb hallgatók 69%-a világosan látja a kapcsolatot a matematika és a való világ között, és tudja, hogy mire való a matematika.

Általánosan elfogadott, hogy a gyakorlati példák segítik a matematika megértését. A diákok 62%-a úgy véli, hogy valóban szükséges több matematikát tanulni, és 73%-uk úgy véli, hogy képes lesz használni a megtanult matematikát. Figyelemre méltó, hogy míg a legjobb diákok mindegyike úgy nyilatkozott, hogy képes lesz használni, addig a többi hallgatónak csak 65%-a válaszolta ezt.

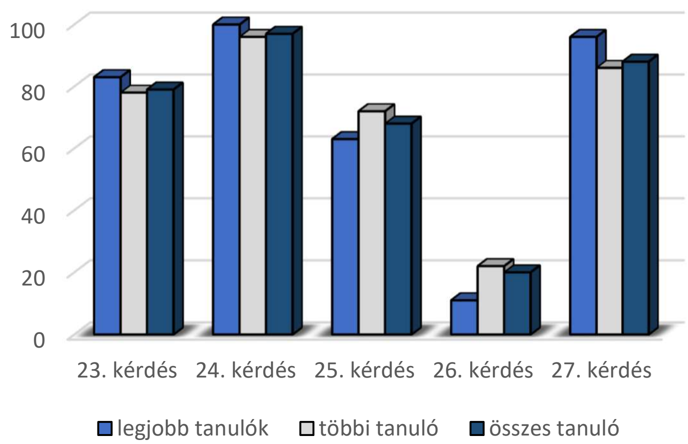


7. ábra A kérdésekre adott jó válaszok százalékos *aránya 17-22*

A 17-22. kérdésekben a helyes besorolás aránya általában nagyon alacsony volt (7. ábra). Ez azt mutatja, hogy a tanulók többsége számára nem egyértelmű a különbség a fogalom – matematikai modell – fizikai modell – fizikailag létező dolog kategóriák között. Így a matematikai modellezés szerepének a mérnökhallgatók matematikaoktatásának középpontjában kell állnia.

A matematikai modellezés előtérbe kerülésének másik oka az, hogy napjainkban a mérnöki oktatásban megjelenő összes számítás elvégezhető matematikai szoftverekkel, sok esetben bárki számára elérhető ingyenes online alkalmazásokkal is. Így elvileg lehetőség van arra, hogy elsősorban nem a „papíron" elvégezhető számítások elvégzésére készítsük fel a hallgatókat, hanem a modellek felépítésére és a modellekben használt fogalmak közötti összefüggésekre koncentráljunk, a számolásokat pedig az elmélet megértésének támogatására használjuk.

A fennmaradó kérdésekre adott válaszok azt mutatják, hogy a diákok néhány kérdésre elég jól tudtak válaszolni, de ezen a területen kissé bizonytalanok. A két csoport között nem volt jelentős különbség (8. ábra).



8. ábra *A 23-27.* kérdésekre adott jó válaszok *százalékos aránya*

A legtöbb diák helyesen válaszolt arra, hogy egy műszaki/gyakorlati probléma különböző matematikai modelljei különböző megoldásokhoz vezethetnek. Azt azonban nem értették meg, hogy egy matematikai modellnek „saját élete" van, a problémamegoldás során fontos lépés a matematikai modellben kapott megoldások mérnöki szempontból történő ellenőrzése.

A Debreceni Egyetem Mérnöki Karának egy, a középiskolások modellezési készségeiről szóló kutatása azt mutatja, hogy bár a diákok általában szívesebben foglalkoznak valós problémák matematikai modelljeivel, mint a tesztek során tisztán matematikai manipulációkkal, a tapasztalat és a megfelelő útmutatás hiánya miatt kevésbé sikeresek az ilyen típusú problémák megoldásában. [26]

Egy valóságos probléma és annak fizikai és matematikai modellje közötti kapcsolat meglátása a mérnöki gondolkodás egyik alapja. A matematikai modellben végzett számításokhoz nem szükséges megérteni az eredeti műszaki/gyakorlati problémát, amely a modellhez vezetett. Ezért lehet tiszta matematikát absztrakt módon tanítani, ami sajnos a matematika tanításának tipikus módja. A 26. kérdésre adott jó válaszok alacsony aránya azt mutatja, hogy a matematikai modellt a diákok nem tekintik a vizsgált problémától elkülöníthetőnek.

A matematikai modellből nyerhető megoldások a modelltől függenek, a matematikai modelleket elhanyagolásokkal (egyszerűsítésekkel) vezetik le, így a matematikai modell megoldása az eredeti probléma közelítő megoldásának tekinthető.

6.2 A matematikaoktatás hatékonyságának javítása

A hatékonyság koncepciója

Ebben a fejezetben a hatékonyságnövelési módszerem egy újabb elemét mutatom be. A mérnöki matematika tantárgyakba – a modellalkotást különböző szinten igénylő – mérnöki problémákat építettem be a tananyagba, és a módszer hatását késleltetett vizsgálatokkal teszteltem a matematika órától független szakmai környezetben. A problémamegoldás nehézségének kezelésére a mérnöki feladatok által motivált matematikai problémák három típusát (szintjét) határoztam meg. Ehhez kapcsolódóan egy feladat-adatbázis készült, és a feladatokat szisztematikusan integráltam az órai munkába. A szakmai problémák célzott alkalmazásának hosszútávú hatását késleltetett tesztekkel vizsgáltam.

A megközelítésemben a legfontosabb hatékonysági mutató az, hogy a hallgatók milyen mértékben tudják alkalmazni a szakmai tárgyak tanulása során és későbbi mérnöki munkájukban a tanult matematikai fogalmakat és módszereket. Mivel a tanítás során egyes mérnöki matematikai kompetenciák megszerzése a cél, a mérnöki matematikát inkább szakmai tantárgynak, mint a tanterv más moduljaitól elkülönített kurzusnak lenne célszerű tekinteni az oktatási folyamatban. A cél a matematikai és a szakmai tárgyak közötti szinergia megteremtése, ennek lehetséges módjai az új matematikai és műszaki ismeretek tanítása során a témák összekapcsolása, tantárgyakon és féléveken átívelő projektek kiadása, valamint a matematikai és műszaki ismeretek egyidejű és összehangolt átadása és értékelése.

Ebben a fejezetben a tanítás hatékonyságának sajátos fogalmával és a matematika mérnökképzésben betöltött szerepével is foglalkozom. Megvizsgálom továbbá a mérnöki matematika kurzusokon alkalmazott tanítási módszer és a matematikai fogalmak és a módszerek későbbi, mérnöki kurzusokon történő felidézésének képessége közötti kapcsolatot. A bemutatott didaktikai módszertan újszerű eleme a matematikai kompetenciatérkép elkészítése és a matematikai ismeretek szisztematikus tesztelése nem matematikai kontextusban a szakmai tárgyak keretében, a műszaki tárgyak oktatóival együttműködve. A matematikai kompetenciatérkép segítségével (12.3 melléklet) azonosítottam a vizsgált tantárgyakban megjelenő matematikai fogalmakat és módszereket, és teszteltem a hallgatók aktuális tudását. Az eredmények egyrészt visszajelzésként szolgálnak a mérnöki matematika tantárgyak oktatói számára, másrészt felhívják a hallgatók figyelmét azokra a tudáselemekre, amelyeket át kell ismételniük vagy újra kell tanulniuk. Bár csak a visszajelzés volt a cél, nem pedig a hallgatók értékelése, a teszt eredménye alapján bónuszpontokat kaptak hallgatók a mérnöki kurzusok értékelési rendszerében.

A Debreceni Egyetem Műszaki Karán szerzett több éves tapasztalatunk, interjúink és a mérnökhallgatókkal folytatott mindennapi kommunikációnk alapján a két legfontosabb szempont, amit figyelembe kell venni, amikor a mérnöki matematika módszertani fejlesztésének hatékonyságát tárgyaljuk

- a mérnökhallgatók elvárásai (Mi motiválja őket?) és
- a mérnöki matematika kurzusok kívánt szerepe a modern mérnökképzésben.

A mérnök hallgatók hozzáállását tanulmányozva arra a következtetésre jutottam, hogy az elvárások (motiváló tényezők) gyorsan változnak. A mai egyetemista generációra jellemző, hogy csak azonnal alkalmazható dolgokat szeretnek tanulni, ahelyett, hogy a jövőre való tanulásra összpontosítanának. Emiatt a hallgatóknak folyamatosan érezniük kell, hogy a tananyag hasznos számukra, és az sikeresség szempontjából ez akár fontosabb is lehet, mint a tanananyag nehézsége. Úgy vélem, hogy a mérnökképzésben ennek az elvnek meg nem felelő oktatási módszerek nem lehetnek hatékonyak. Néhány évtizeddel ezelőtt természetes volt, hogy a mérnökhallgatók a tiszta matematikát a szépsége miatt tanulták, tekintet nélkül az alkalmazásokra, ma már csak elenyésző részüket motiválja ez.

Ebben a vizsgálatban a motiváció mértékét közvetve, a matematikaoktatás hatékonyságának felmérésével, a késleltetett tesztek szakmai környezetben történő alkalmazásával elemeztem.

A mérnökképzés egyike azon területeknek, ahol a hallgatói lét már a szakmai karrier szerves része (vagy legalábbis annak kellene lennie). A hallgatóknak sok tekintetben már mérnökként kell gondolkodniuk és szakmai véleményt kell formálniuk. Így a mérnöki szemléletnek természetes módon jelen kellene lennie a mérnökképzésben a hatékonyság folyamatos értékelése és fejlesztése által. A vizsgálatom azon az elképzelésen alapul, hogy az oktatás minden egyes lépése annyira sikeres, amennyire a rá épülő következő lépéseket szolgálni tudja. A mérnökképzés hatékonysága attól függ, hogy a megszerzett ismereteket a kívánt időben és a kívánt körülmények között a hallgatók tudják-e alkalmazni a mérnöki munkában.

A mérnökképzés körülményei az elmúlt évtizedben olyan mértékben változtak meg, hogy ezekre reagálni kell a didaktikai eszközök felülvizsgálatával és fejlesztésével. Elkerülhetetlennek tűnik az oktatási módszerek körének bővítése és ezek rendszeres és változatos alkalmazása a mérnökképzésben. A tapasztalatok alapján szükségszerű az alapozó tárgyak (különösen a matematika és fizika) tanulási folyamatát bizonyos tekintetben – például interaktivitás, a haladás nyomon követése és a rendszeres értékelés – a középfokú oktatásban alkalmazotthoz közelíteni. Ezen kívül az elsajátítandó kompetenciákat jobban meg kell határozni és konkrét szakmai feladatokon keresztül be kell építeni a tantervbe.

A magyar felsőoktatást szabályozó „Elvárt Tanulási Eredmények” című dokumentum hangsúlyt fektet a mérnökképzésben elsajátítandó kompetenciák meghatározására, valamint azok értékelésének és ellenőrzésének módjára. Bár ez megadja a kompetenciaalapú oktatás keretét, a kompetenciák konkrétabb és részletesebb meghatározására és a kompetencia alapú oktatási folyamat megszervezése intézményi szintű feladat.

Vizsgálatomban a hatékonyság fogalmára összpontosítottam, amelyben egy konkrét kompetencia központi szerepet játszik: a hallgatók azon képessége, hogy a szakmai problémák megoldását a mérnöki munka során fel tudják idézni, és alkalmazni tudják a matematikai fogalmakat és módszereket. A hangsúlyt inkább a releváns matematikai témák felidézésének képességére helyeztem, mint azok speciális alkalmazására. Ezt a kompetenciát elsősorban a mérnöki matematika tantárgyat követő mérnöki kurzusokon lehet vizsgálni.

6.3 A mérnöki matematika tanításának kerete és a műszaki eredetű matematikai feladatok kategóriái

Az elmúlt évtizedben a matematikatanítás módszertanának folyamatos fejlesztése révén új oktatási környezet jött létre a Debreceni Egyetem Műszaki Karán. Ez a környezet magában foglalja az elméleti ismeretek bemutatásának olyan megszokott módszereit, mint például a táblára írás vagy vetítés számos ábrával és animációval támogatva, továbbá természettudományos és mérnöki alkalmazásokhoz kapcsolódó matematikai problémák bemutatását és interaktív tárgyalását a gyakorlati órákon. A tapasztalataink azt mutatják, hogy ezek széles körben használt módszerek legtöbb mérnökhallgató számára ma már nem eléggé motiválók, így az új ismeretek elsajátítása nem eléggé sikeres.

Másrészt az elsőéves hallgatók „nulladik” zárthelyi dolgozatai és a felzárkóztató kurzusok tapasztalatai alapján a matematika kurzusok tervezésekor számolni kell azzal, hogy a hallgatók jelentős része hiányos ismeretekkel rendelkezik az alapfogalmakról, összefüggésekről és számítási módszerekről. Nehézségeik vannak a különböző matematikai témák közötti összefüggések felismerésében, nem gyakorlottak a problémamegoldásnak a modellalkotás – modellben való számolás – eredmény kiértékelés folyamatában. Ezért olyan tanítási módszert kell alkalmazni, mely párhuzamosan képes új ismereteket átadni, az új ismereteket szemléletes formában alkalmazni, és olyan kreatív és motiváló tevékenységeket biztosítani, melyek felkészítenek a matematikai tudásnak a műszaki problémamegoldásban való alkalmazására.

Az oktatási módszertanom egyik fő eszköze a mérnöki problémák integrálása az órai munkába a modellalkotási igény különböző szintjein. Ennek alkalmazása az analitikus és numerikus módszerek párhuzamos tárgyalásával, a matematikai és szakmai kurzusok közös projektfeladatainak kiadásával, valamint a projektalapú tanulással együtt történik. A vizsgálataim alapján ezek az eszközök segítik a matematikai ismeretek elmélyülését, hosszútávú megmaradását, és kialakítják az alkalmazás képességét a matematikára épülő műszaki tárgyak tanulásában.

Módszeremben az egyes témákhoz kapcsolódó mérnöki alkalmazásokat integráltam a tanóra anyagába, ezek a hagyományos matematikai feladatokkal együtt kerültek tárgyalásra. Ez a megközelítés a magyar középiskolákban végzett hallgatóknak szokatlan, mivel középszinten matematikai modellezéssel, mint elvégzendő lépéssel érdemben nem találkoznak. Bár a középiskolában vannak olyan feladatok, melyek alkalmasak lennének a modellezési lépések bemutatására, a tanulók nincsenek tisztában velük. Egy vizsgálat szerint a középiskolások általában inkább az alkalmazásorientált feladatokat részesítik előnyben a tisztán matematikai feladatokkal szemben, a sikerességi arány mégis a tisztán matematikai feladatok megoldásánál magasabb. [26] Az egyetemista hallgatóknak is van igényük az alkalmazásorientált feladatok megoldására, de a modellező képességük meglehetősen alacsony, fejlesztésre szorul.

Vizsgálatom részeként készült feladat-adatbázisban a feladatokat három kategóriába soroltam:

- tisztán matematikai kérdések, melyeket műszaki alkalmazások motiválnak;

- olyan műszaki kérdések, melyek esetén a modell adott, és amelyek megoldása csak matematikai ismereteket igényel;
- olyan szakmai szöveggel megfogalmazott műszaki feladatok, melyek megoldása során modellalkotásra és magasabb szintű, összetett matematikai ismeretekre van szükség.

A legtöbb mérnökhallgató számára nehéz önállóan megtalálni a megfelelő matematikai fogalmat vagy módszert a megoldandó szakmai problémához. A középiskolában tett megfigyelésekhez hasonlóan ([26]), bár az egyetemi hallgatók közül többen inkább a valós problémák megoldását részestik előnyben a tisztán matematikai feladatokkal szemben, azokban mégis kevésbé sikeresek. Úgy vélem, hogy ez a matematikai modellezéssel kapcsolatos tapasztalatok hiányának köszönhető a középfokú oktatásban. Ahhoz, hogy a diákokat felkészítsük a matematika eszközként való használatára szinergiát kell teremteni a matematika és a szakmai tárgyak között, hangsúlyozva a legfontosabb kapcsolódási pontokat a képzés kezdetétől.

Véleményem szerint a háromszintű feladat-adatbázisból szisztematikusan kiválasztott szakmai példák rendszeres tárgyalása a mérnöki matematika kurzusokon azt eredményezi, hogy a hallgatók jobban felismerik a szükséges matematikai eszközöket és emlékeznek a számítási módszerekre akkor, amikor azokra a szakmai feladatokat megoldása során szükségük van. Általános cél a matematikai és szakmai intelligencia együttes fejlesztése a modellalkotó képesség javításával és a szakmai témakörökhöz való kapcsolódás felmutatásával. Ennek eredményeként mélyebb tudásra tehetnek szert a hallgatók, és egyben választ kapnak azokra a kérdésekre, hogy „Mire jó ez az egész?”, „Miért kell matematikát tanulnom?”.

Az alábbiakban példákat mutatok be a feladat-adatbázisban található három feladatkategóriára.

6.3.1 Tisztán matematikai kérdések, melyek műszaki alkalmazások által motiváltak

A feladat-adatbázis első részében tisztán matematikai feladatok találhatók. Ezekben meg vannak említve a feladatokat motiváló valós problémák, de a matematikai modellek ezek elhagyásával is rendelkezésre állnak.

Példa 1.1.

Egy Forma-1 -es versenypálya egyik kanyarjának ívét jó közelítéssel az $f(x) = x^2 + 2x$ grafikonja írja le. Ha a pályán haladó autó $x = 1$-nél a pálya érintője mentén kisodródik, akkor nekiütközik-e a $P = (2; 5)$ koordinátájú pontban álló oszlopnak?

Példa 1.2.

Egy hegybe a mérnökök fordított parabola keresztmetszetű egyenes alagutat terveznek. Az alagút 9 méter magas, a legalján 6 méter széles. Mekkora lehet annak a kamionnak a legnagyobb téglalap alakú keresztmetszete (szélessége és magassága) mely még éppen át tud hajtani az alagúton?

Példa 1.3.

Két, egymást merőlegesen metsző folyosó szélessége 2,4 méter és 1,6 méter. Mekkora hosszúságú az a létra, amelyet az egyik folyosóról a másikra át lehet vinni?

6.3.2 Olyan műszaki kérdések, melyek esetén a modell adott, és amelyek megoldása csak matematikai ismereteket igényel

A második kategóriába olyan feladatok kerültek, melyek műszaki vagy fizikai feladatok, de a megoldásuk matematikai ismereteket igényel. Ilyen feladatok bevonása különösen hasznos, mert mutatják az alkalmazás különböző módjait, de nem okoznak nehézséget, mivel az adott szakterületekről ismert a megoldás módja, „csak” a számolásokat kell elvégezni.

Példa 2.1.

Egy liftet, melynek motorja a legfelső szinten van, sodronykötél tartja. Tudjuk azt is, hogy 1 méteres drótkötél darab súlya $45[N]$. Amikor a kabin a földszinten tartózkodik $60\ [m]$ kábel lóg lefelé. Mire a lift a legfelső szintre ér a kábel teljes egészében feltekeredik. Mennyi munkát kell fordítani csupán a kábel felhúzására?

Példa 2.2.

Egy rugó hossza megfeszítetlen állapotban $20\,[cm]$. Ahhoz, hogy $30\,[cm]$ hosszúságúra megnyújtsuk $40\ [N]$ erőre van szükség. Mennyi munka szükséges ahhoz, hogy 35 $[cm]$-ről 38 $[cm]$-re nyújtsuk a rugót?

Példa 2.3.

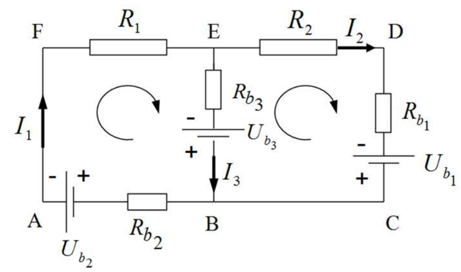
Egy fűnyírógép kézikönyve azt írja elő, hogy a gyertyát 20,4 $[Nm]$ nyomatékkal kell meghúzni. Ha a gyertyakulcsra a gyertyától 25 $[cm]$ távolságból fejtjük ki az erőt, mekkora erő szükséges az előírt nyomaték eléréséhez?

6.3.3 Szakmai szöveggel megfogalmazott műszaki feladatok, melyek megoldása során modellalkotásra és magasabb szintű, összetett matematikai ismeretekre van szükség

A harmadik kategóriában olyan feladatok vannak, ahol a szükséges (egyes esetekben magasabb szintű) matematikai eszköz nem nyilvánvaló. A szaktárgyban tárgyalt elmélet ismeretében lehet meghatározni a fizikai, majd a matematikai modellt. Az ilyen feladatok bemutatása teremti meg a lehetőségét matematikai ismeretek használatának széles körű áttekintésére, és az értő alkalmazásra. Ezek a feladatok meglehetősen időigényesek, így az órai feldolgozás lehetősége korlátozott.

Példa 3.1.

Tekintsük az alábbi egyenáramú hálózatot.



Adatok:

$U_{b_1} = 20\ [V];\ U_{b_2} = 10\ [V];\ U_{b_3} = 5\ [V]$

$R_1 = 2\ [\Omega];\ R_{b_1} = 4\ [\Omega]; R_{b_2} = 6\ [\Omega];\ R_{b_3} = 4\ [\Omega]$

a) Írjuk fel Kirchoff első törvényét a B csomópontra!

b) Írjuk fel Kirchoff második törvényét az A-B-E-F-A hurokra!

c) Írjuk fel Kirchoff második törvényét a B-C-D-E-B hurokra!

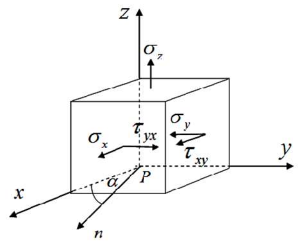
d) Adjuk meg a kapott egyenletrendszer alapmátrixát és kibővített mátrixát!

e) Határozzuk meg az ismeretlen áramerősségeket Cramer-szabállyal!

f) Adjuk meg a valódi áramirányokat!

Példa 3.2.

Egy szerkezet egy P pontjához tartozó feszültségállapotot az alábbi ábrán látható elemi hasábon bejelölt feszültségi adatok jellemzik:



Adatok:

$\sigma_x = 50\ [MPa]$, $\sigma_y = -30\ [MPa]$, $\sigma_z = 25\ [MPa]$

$\tau_{xy} = \tau_{yx} = 30\ [MPa]$, $\alpha = 30°$

Adjuk meg az x tengelyhez α szöggel hajló, $x - z$ síkban fekvő $\bar{n}$ normális egységvektor koordinátáit!

Adjuk meg a feszültségi mátrixot a P pontban!

Határozzuk meg az n vektor által irányított felületelemhez tartozó $\bar{\rho}_n$ feszültségvektort!

Határozzuk meg az n vektor által irányított felületelemhez tartozó normálfeszültség értékét!

Számoljuk ki csúsztatófeszültség nagyságát!

Határozzuk meg a főfeszültségek nagyságát!

Adjuk meg a feszültségi főirányokat!

Példa 3.3.

Feltételezzük, hogy egy gépben három forgó alkatrész generál harmonikus rezgést, amit a géptest átvesz.

Az alkatrészek fordulatszáma $600\,rpm$, $720\,rpm$, illetve $1100\,rpm$. A generált harmonikus rezgések effektív értke $5.4\ mm/s$, $3.9\ mm/s$, $6.0\ mm/s$.

Adjuk meg a gép rezgésállapotát idő-, illetve frekvenciatartományban a sebesség-idő és a sebesség-frekvencia diagramokkal!

6.4 Matematikai ismeretek tesztelése műszaki kontextusban

Módszerem részeként négy szakmai tantárgyhoz speciális késleltetett matematikai teszteket készítettem és alkalmaztam a matematikai tudás mérnöki kontextusban történő ellenőrzésére. Az Elektromagnetika, a Jármű- és hajtáselemek és a Logisztika tantárgyak feladatsorai az 12.5 mellékletben találhatók. A Statika tantárgy tesztkérdéseit és a kapcsolódó vizsgálatomat a 6.5 és 6.6 alfejezetekben külön tárgyalom.

A tesztelés ezen módjának néhány elsődleges és másodlagos előnyét a 7. táblázat mutatja be. A módszer legfontosabb eredménye a matematikai és a szakmai tárgyak oktatóinak közös gondolkodása a tantárgyak közötti kapcsolatról, valamint a kompetenciaalapú oktatási folyamatra való áttérés előkészítésére irányuló kooperatív munka a mérnöki szakokon.

6.4.1 A matematikai ismeretek tesztelésének elsődleges és másodlagos előnye mérnöki kontextusban

A matematikai tudás mérnöki környezetben való tesztelésének koncepciója és módszertana a következő. Először a mérnöki kurzusok oktatóival együttműködve tantárgyanként azonosítjuk a szükséges matematikai ismereteket. Ezeket a 12.3 melléklet mutatja a kutatásban részt vevő tantárgyakra vonatkozóan. A tesztkérdések megfogalmazásakor szándékosan kerüljük a szokásos matematikai megfogalmazásokat, mivel az érdekel bennünket, hogy a releváns fogalomkép vagy módszer előjön-e szakmai környezetben, nem pedig az, hogy sematikus lépésekre vagy vizuálisan rögzült információkra emlékeznek-e. Ezzel a mérnöki gyakorlatban való alkalmazási képesség szintjét lehet mérni, ami a hatékonyság koncepcióm lényege.

Elsődleges előnyök	Másodlagos előnyök
• a kulcsfontosságú tudáselemek ismételt felidézése, ami elmélyíti a megértést • visszajelzés a matematikaoktatás hosszú távú hatásáról • a fogalomkép minőségének ellenőrzése mérnöki kontextusban • matematikai kompetenciatérkép • kommunikáció és együttműködés a matematika- és mérnöktanárok között	• motivációs eszköz a matematikatanárok számára • felhívja a figyelmet a matematikai eszközök és a gondolkodás szerepére a mérnöki problémamegoldásban • közös oktatási projekteket generál • támogatja a diákok tudományos tevékenységét • javítja a matematikai modellezés megértését

7. táblázat A matematikai ismeretek mérnöki kontextusban való tesztelésének elsődleges és másodlagos előnyei

A vizsgálatban hallgatókat a felmérés előtt vagy alatt nem tájékoztattuk ennek céljáról, számukra ezek a tesztek a kurzus szokásos számonkérésének részét képezték. Valójában ezek a kérdések a normál szakmai tesztekben is megjelenhetnek, de az a sajátosságuk, hogy ezekben a szükséges szakmai tudásszint minimális, annak érdekében, hogy a hallgatók a releváns matematikai ismeretekre tudjanak koncentrálhatnak. Például egy kérdésben annyi a szakmai ismeret, hogy a megadott függvény deriválni kell, innen már csak a matematikai tudásra van szükség. A megoldásokat a matematikát oktatók ellenőrzik, és az eredményt visszajelzésként használják a kurzusaikban.

	képletbe való behelyettesítés	alap algebra	függvények	egyenlet megoldás	egyenletrendszer megoldás	trigonometrikus függvények	vektorműveletek	lineáris transzformációk	mátrix műveletek	deriválás	parciális deriválás	szélsőértékszámítás	integrálás	extrapoláció
E-1	✓	✓		✓	✓				✓					
E-2	✓	✓											!	
E-3	✓	✓		✓		!	!							
E-4	✓	✓								!				
JH-1		✓	!											!
JH-2	✓	✓				✓								
JH-3	✓	✓											!	
JH-4	✓	✓					!							
L-1	✓	✓		!										
L-2	✓	✓		✓										
L-3	✓	✓		!										
L-4	✓	✓	!	✓	!									
L-5		✓							!	!	o	o		
S-1		✓						!	o					
S-2		✓				✓							✓	
S-3		✓	✓				!			✓				
S-4	✓	✓				✓	!							

8. táblázat A kérdések megválaszolásához szükséges matematikai ismeretek és a tudásszint értékelése a teszteredmények alapján.

6.4.2 Eredmények

A 8. táblázat a kérdések megválaszolásához szükséges matematikai ismereteket és a tudásszint értékelését mutatja be a teszteredmények alapján. A táblázatban használt jelölések jelentése a következő:

✓ = a tanulók többsége tudta használni a kapcsolódó matematikát
! = a tanulók többsége nem tudta használni a kapcsolódó matematikát.
o = a tanulók egyike sem vagy csaknem egyike sem tudta használni a kapcsolódó matematikát.

Ha a diákok többsége nem tudta alkalmazni valamely matematikai fogalmat vagy számítási módszert, akkor az adott témakör tanítását felül kell vizsgálni. Ennek keretében ki kell deríteni, hogy a diákok nem tudták eldönteni, hogy melyik módszert alkalmazzák, vagy emlékeztek ugyan a módszerre, de nem tudták alkalmazni. A helyes módszer kiválasztásában segíthetünk a hallgatóknak például úgy, hogy többféle mérnöki problémát mutatunk be a matematikaórán, és a számításokat addig gyakoroltatjuk, míg tökéletesen el nem végzik azokat.

Ha csak néhány hallgató, vagy egy sem tudta felidézni és használni a matematikai ismeretet, akkor valószínűleg nem is értették a kérdést, vagy nem látták a kapcsolatot a felvetett probléma és a tanult matematika között. Ha egy szakmai tárgy esetén túl sok idő telt el egy matematikai eszköz megtanulása és használata között, akkor célszerű olyan matematikai összefoglalókat vagy jegyzetet készíteni, ami kifejezetten a szükséges matematikai ismeretek szakszerű felidézését szolgálja. A tapasztalat szerint a szükséges matematika „gyors" áttekintése a szakmai oktató által azért nem sikeres, mert egyrészt másképpen fogalmaznak, mint ahogyan azt a matematika órán hallották a hallgatók, másrészt általában nem strukturált áttekintést adnak, hanem kiragadnak néhány ismeretet vagy szempontot.

A 8. táblázatban szereplő eredmények szerint a felmérésben részt vevő tanulóknak nem volt problémájuk az alapokkal. Az összes többi oszlopban azonban '!' vagy 'o' jelzést találunk.

Érdemes megfigyelni a '!' vagy 'o' jelek nagy számát a vektor- és mátrixműveletek és a differenciálás oszlopokban. Ez meglepő lehet, hiszen ezek a legkönnyebb témakörök a Matematika I. kurzusban, és még a leggyengébb tanulók is meg tudják válaszolni a hozzájuk kapcsolódó kérdéseket a normál matematikai dolgozatokban. Ez azt mutatja, hogy az alkalmazási készség nincs szoros összefüggésben a matematikai téma nehézségével. Mivel a hallgatók nem tudtak előre a felmérésről, nem tudták felfrissíteni tudásukat, így a legtöbben nem emlékeztek a részletekre. Ez azt mutatja, hogy ha a rutinszámítások nem kapcsolódnak alkalmazásokhoz, akkor nagyon nehéz azokat észben tartani. Például tantárgyakon átívelő projektek előnye, hogy minden számítás egy komplex folyamat lépéseihez kapcsolódik, és egy folyamat elemeiként felidézhető. Ahogy a mindennapi életünkben is, a folyamatokban megjelenő dolgokat könnyebb megjegyezni, mint azokat, amelyek elszigetelten, kontextusból kiragadva jelennek meg.

Tapasztalataink azt mutatják, hogy a matematika kurzusokon belül nem lehet biztosítani, hogy a hallgatók több félévvel később is rendelkezzenek a tudással, és képesek legyenek azt új kontextusokban használni. Az időben és kurzusokban elosztott tudásátadással nagyobb esélyünk van arra, hogy használható eszközöket adjunk a hallgatók kezébe. Például a többváltozós függvények parciális differenciálása és az integrálása nehézséget okoz sok hallgatóknak, így a témát újra és újra meg kell tanulni a későbbi kurzusokon.

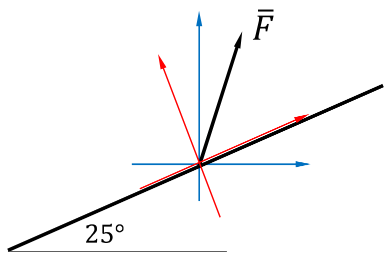
6.5 A statika tárgy keretében végzett késleltetett vizsgálat

Vizsgálatomban a késleltetett tesztben matematikai kérdéseket kaptak a hallgatók a Matematikai I. kurzus tananyagából műszaki problémaként megfogalmazva. A résztvevők nem kaptak tájékoztatást a kérdések jellegéről sem teszt előtt, sem a teszt alatt, így maguknak kellett értelmezni a szituációt. A válaszok megadásához csak olyan alapvető statikai ismeretekre volt szükség, melyek a vizsgán való megfeleléshez is minimálisan elvártak, ezért feltételezhető volt, hogy a hallgatók rendelkeznek ezzel a tudással. Miután a kérdéseket értelmezték, azok megoldásához már csak tisztán matematikai eszközök használatára volt szükség.

Az alábbiakban bemutatom a tesztfeladatokat.

1. feladat

Egy 25°-os lejtőn lévő pontszerű testre $\overline{F} = \binom{2}{5}\,[N]$ erő hat az ábrán látható kék (vízszintes és függőleges tengelyekkel megadott) koordinátarendszerben.



Egyes feladatok megoldásakor célszerű egy másik, a lejtővel párhuzamos és arra merőleges tengelyekkel megadott koordinátarendszert használni (az ábrán pirossal látható).

Mivel a piros koordinátarendszer a kék koordinátarendszer $+25°$-os elforgatásával áll elő, az $\overline{F}$ erő új koordinátái megkaphatók az erővektor $-25°$-os elforgatásával. Ismert, hogy az origó körüli forgatás lineáris transzformáció.

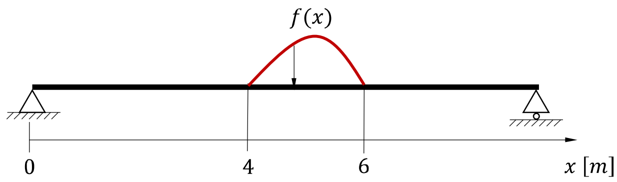
Írja fel a síkbeli, origó körüli $-25°$-os elforgatás mátrixát, majd ennek segítségével számolja ki az $\overline{F}$ erővektor új koordinátáit!

2. feladat

Egy egyenes tartó egy 2 méteres szakaszán az

$$f(x) = x \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot x - 2\pi\right) \left[\frac{N}{m}\right], 4 \leq x \leq 6$$

függvény által megadott, függőlegesen lefelé irányuló megoszló erőrendszer hat.



Határozza meg a feladatban leírt erőrendszer eredő erejének nagyságát!

3. feladat

Egy egyenes tartó hajlítónyomaték függvénye

$$M_h(x) = -x \cdot \sqrt{100 - 4 \cdot x^2}\ [Nm], \quad 0 \leq x \leq 5$$

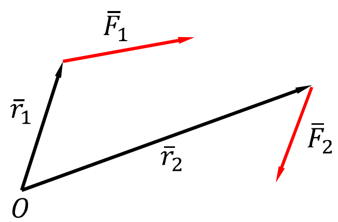
Határozza meg a nyíróerő értékét a tartó $x = 3$ koordinátájú pontjában!

4. feladat

Határozza meg az ábrán látható $\bar{F}_1$ és $\bar{F}_2$ erő O pontra vonatkozó forgatónyomatékai által bezárt szöget!

$$\bar{F}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} [N] \qquad \bar{r}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{F}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} [N] \qquad \bar{r}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$



A Statika feladatsor kérdéseinek megválaszolásához szükséges matematikai ismeretek

1. feladat: a sík lineáris transzformációi; a kért koordinátákat az erővektor $-25°$-os elforgatásával kaphatjuk meg, ehhez a forgatás mátrixára van szükségünk.
2. feladat: integrálszámítás; az $f(x)$ vonalmenti erősűrűségből az eredő erő nagysága az $F = \int_a^b f$ képlettel számolható ki.
3. feladat: differenciálás; a nyíróerő- függvény a hajlítónyomaték- függvény negatív deriváltjaként adható meg.

4. feladat: vektorműveletek: a pontra vonatkozó forgatónyomaték megadható egy helyvektor és az erővektor vektoriális szorzataként. A tengelyre vonatkozó forgatónyomaték skaláris szorzattal.

6.6 A késleltetett vizsgálat elemzése

A vizsgálatomban 80 jármű- és gépészmérnöki szakos hallgató vett részt: 40 hallgató volt a kísérleti csoportban és 40 hallgató volt a kontrollcsoportban. A Matematika I. tantárgy mindkét szakon 4 óra előadásból és 4 óra gyakorlatból áll.

A 3.2-es fejezetben bemutatott „nulladik” zárthelyi dolgozattal ellenőriztem a bejövő elsőéves hallgatók tudásszintjét, és kétmintás t-próbával összehasonlítottam a „nulladik” zárthelyi dolgozat eredményét a két csoportban. A vizsgálat évében a „nulladik” zárthelyi dolgozaton 60 pontot lehetett elérni. A t-próba alapján nem volt szignifikáns különbség a kísérleti csoport ($M=44,95$, $SD=24,96$) és a kontrollcsoport ($M=49,18$, $SD=25,70$) kezdeti felkészültsége között, ($t(78)=0,75$, $p=0,458$ (kétszélű, $d=0,17$).

A Matematika I. tantárgyat a két csoport azonos tematikával tanulta azonos óraszámban. A kísérleti csoport hallgatói a 4 órás gyakorlatból 1 órát töltöttek a műszaki problémák megoldásával minden héten, míg a kontrollcsoport hallgatói csak klasszikus, „tisztán” matematikai feladatokat oldottak meg.

A Matematika I. tárgy a matematikai analízis alábbi témaköreit tárgyalja:

- Függvények fogalma, függvénytulajdonságok, értelmezési tartomány, értékkészlet, halmaz képe, függvény leszűkítése, függvények kompozíciója, elemi függvények, inverzfüggvény, kapcsolat függvény és inverze között;
- valós függvények folytonossága, határértéke, differencia- és differenciálhányados fogalma, lineáris közelítés;
- érintő egyenes, differenciálható függvények lokális jellemzői (normális egyenes, tangens szakasz, normális szakasz, görbület), L'Hospital szabály;
- Taylor-polinom, differenciálható függvények teljes függvényvizsgálata;
- Riemann integrál fogalmának bevezetése, primitív függvény keresési módszerek;
- Newton-Leibniz formula, a Riemann integrál közelítő értékének kiszámítása: trapéz formula, Simpson formula;
- a Riemann integrál néhány geometriai, fizikai és gazdasági alkalmazása, improprius integrál.

A vizsgálatban két hipotézist fogalmaztam meg:

H6.6/1: A különböző kategóriájú mérnöki feladatok célzott beillesztése a tananyagba segíti a tananyag megértését, jobb eredményeket eredményezve a kísérleti csoportba tartozó hallgatók számára a „Matematika I" tantárgyból.

H6.6/2: A kísérleti csoportba tartozó tanulók, akiknél a mérnöki feladatokat a módszerem szerint integráltam a „Matematika I" tantárgy órai munkájába, jobb eredményeket értek el a „Statika" tantárgy keretében végzett késleltetett matematikai teszten, mint a kontrollcsoport tanulói.

6.6.1 Eredmények

Az elsődleges cél az volt, hogy a bemutatott tanítási módszer hatékonyságát vizsgáljam szakmai tárgyak keretein belül, ugyanakkor kíváncsi voltam arra is, hogy az alkalmazott módszer milyen hatással van a Matematika I. kurzus eredményeire.

Kétmintás t- próbával összehasonlítottam a Matematika I. tantárgy keretében a zárthelyi dolgozaton elért pontszámokat. Matematika I. tárgyból a t-próba alapján szignifikáns eltérés nem mutatható ki a kísérleti csoport ($M=41{,}85$, $SD=23{,}00$) és a kontrollcsoport ($M=47{,}03$, $SD=23{,}70$) eredményei között, $t(78)=0{,}995$, $p=0{,}325$, (kétszélű, $d=0{,}22$).

A kapott eredmények a H6.6/1. hipotézisemet nem igazolta.

Meg kell jegyezni, hogy ez az eredmény nem igazán meglepő, hiszen a tapasztalat szerint a szokásos megfogalmazású matematikai dolgozatok eredményei leginkább a kezdeti felkészültséggel és a számítási lépések gyakorlására fordított idővel, nem pedig a mérnöki tárgyak tanulásához szükséges specifikus ismeretekkel korrelálnak.

A késleltetett tesztet a Matematika I. tárgyra épülő, egy félévvel későbbi Statika tárgy keretében végeztem el. A Statika tárgyat a kísérleti és a kontrollcsoport hallgatói teljesen azonos körülmények közt tanulták. A késleltetett teszt a Statika tantárgy első zárthelyi dolgozatához kapcsolódott és „extra tesztnek" neveztem el (a kutatási célt elrejtve). A hallgatók a Statika zárthelyi dolgozat pontjainak 10%-át szerezhették meg ezzel a résszel.

A második hipotézissel kapcsolatban fontos hangsúlyozni, hogy mindkét csoport azonos matematikai ismereteket kapott a Matematika I. kurzuson az első félévben, a második félévben pedig azonos ismereteket kapott statikából a Statika tárgy keretein belül. Mindkét csoportnak ugyanazon kérdésekre kellett válaszolnia a késleltetett tesztben. Az alkalmazott kérdéseket sem a kísérleti csoport, sem a kontrollcsoport nem tárgyalta a Matematika I. kurzus folyamán, így a hallgatók nem tudták felidézni a válaszokat. Kétmintás t- próbával összehasonlítottam a késleltetett teszten elért pontszámokat. Azok a tanulók, akiknek a Matematika I. kurzus gyakorlati óráinak egy részét műszaki problémák megoldására szántuk (kísérleti csoport M=54,15, SD=24,17), szignifikánsan jobb eredményeket értek el a „Statika” tárgy keretein belül végzett késleltetett teszten mint a kontrollcsoport tanulói (M=37,03, SD=21,24), t(78)=3,36, p=0,001 (kétszélű, d=0,75).

A t-próba eredménye megerősítette a H6.6/2 hipotézisemet.

6.6.2 Következtetések

A vizsgálatban megfogalmaztam, hogy mit értünk a mérnöki matematika tanításának hatékonyságán, és bemutattam az oktatási módszeremet, mely a hatékonyság fejlesztését célozta. A módszer fő elemei közül a különböző kategóriájú műszaki feladatok célzott alkalmazásának hatását elemeztem egy, a következő félévben tanult szakmai tárgy keretében elvégzett késleltetett teszt segítségével. A késleltetett tesztben matematikai ismeretekre kérdeztem rá, de a feladatok szakmai szövegként voltak megfogalmazva.

A módszer alkalmazásához egy feladat-adatbázis készült három feladatcsoporttal. A kísérleti csoportban célzottan vontam be a műszaki feladatokat, minden 4 órás gyakorlatból 1 órát töltve ezekkel.

Az eredmények azt mutatták, hogy míg a Matematika I. kurzus eredménye a két csoport között szignifikáns eltérést nem mutatott, addig az egy félévvel későbbi, a Statika tantárgy keretében elvégzett matematika felmérésen szignifikánsan jobban teljesített a kísérleti csoport.

Az eredményeim alapján a matematikaoktatás hatékonyságának vizsgálatára általánosan javaslom a ráépülő szakmai tárgyak keretében elvégzett matematikai késleltetett teszteket, melyek során csak annyi szakmai ismeretet kell feltételezni, ami egyébként is minimálisan szükséges feltétele a sikeres vizsgázásnak.

Ha az oktatási tevékenység hatékonyságát azzal mérjük, hogy az ismeretek milyen mértékben állnak rendelkezésre, amikor ezeket használni kell, akkor a vizsgálat alapján azt állíthatjuk, hogy ha a mérnöki matematika oktatására rendelkezésre álló idő egy részét szakmai problémák felvetésére és megoldására szánjuk módszertanilag megalapozott módon, akkor jelentősen növeljük a szükséges matematikai eszközök felismerésének képességét, és az ismeretek előhívásának eredményességét.

Az ebben az alfejezetben bemutatott eredményeim a **T1 tézisemet** alapozták meg.

6.7 Oktatói interjú az alkalmazásorientált matematikaoktatás és a késleltetett tesztek alkalmazásával kapcsolatban

Az oktatási módszertanom hatékonyságának ellenőrzésére személyes interjúkat készítettem a kutatásban vizsgált tantárgyak (Statika, Logisztika, Elektromagnetika, Jármű-és hajtáselemek) oktatóival.

Az interjúk során a módszertanom két eleméhez, az alkalmazásorientált matematikaoktatás és a késleltetett tesztek használatához kapcsolódóan tettem fel specifikus és általános kérdéseket. Arra kerestem választ, hogy ezeket a módszereket mennyire ítélik hasznosnak, milyen ötleteik vannak a továbbfejlesztésre, és általában milyen a hozzáállásuk a matematikai ismeretek kezeléséhez.

Az első öt kérdés általános dolgokra vonatkozott, ahol hárman válaszolták azt, hogy a matematikai tudás hiánya a szakmai tárgyak oktatása során gondot okoz. Sajnálatos módon nem jellemző a konzultáció a matematika tárgyak oktatóival. Egy oktató kivételével mindenki szán időt a matematikai ismeretek ismétlésére, az az egy oktató, aki nem, az időhiányt jelölte meg oknak.

A 6-23. kérdések az alkalmazott módszerre vonatkoztak. Minden oktató azonosította a saját szakmai tárgya során alkalmazott matematikai ismereteket, általában hasznosnak ítélte a matematika tárgy oktatójával való konzultációt, és egyetértett abban, hogy nagyon hasznos a matematikai ismeretek kikérdezése szakmai környezetben.

A módszer alkalmazása során kapott visszajelzést minden válaszadó hasznosnak értékelte a saját tárgyának és a matematika tárgy oktatásnak javításához. A korábban a matematika tárgyak oktatóival nem konzultáltáló válaszadók véleménye megváltozott az együttműködés szükségességéről, és folytatni kívánják a módszer alkalmazását a matematikát oktatókkal együttműködésben. Ezt a többi szakmai tárgy oktatójának is ajánlják.

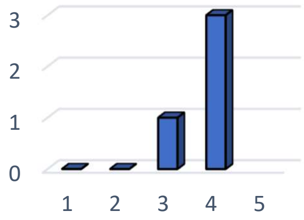
Javaslatokat tettek a módszer továbbfejlesztésére, amit a jövőben tervezek több kolléga bevonásával is megvalósítani. Összességében a szakmai tárgyak oktatói hasznosnak ítélték meg az alkalmazott módszerünket, és úgy gondolják, hogy ezzel sikeresebbé és hatékonyabbá tudjuk tenni a matematika és a szakmai tárgyak oktatását is, mert a hallgatók felismerik a kapcsolatot és az összefüggéseket a két terület között.

Az alábbiakban összefoglalom az egyes kérdésekre adott válaszokat.

Általános kérdések

1. Mennyire okoz gondot a matematikai tudás hiánya a tárgy oktatásában?

   (1= egyáltalán nem, 5= nagy gondot okozott)

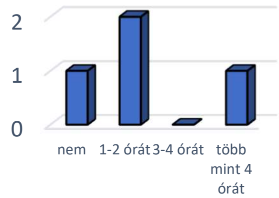


A mérnökképzésben általános probléma a matematikai ismeretek hiánya. Ennek főbb megnyilvánulási formái, hogy a hallgatók

- nem memorizálnak fogalmakat, képleteket, számolási módszereket, így ezeket nem tudják beépíteni a gondolatmenetükbe;
- nem képesek megbecsülni az eredményt, és ennek következtében nem tudják megítélni ennek helyességét (kizárni a nyilvánvalóan rossz eredményt);
- nem tudják megbízhatóan kivitelezni a számolásokat sem írásban sem számológéppel;
- nem képesek absztrakt fogalmak és levezetések megértésére, így nem világos számukra a matematikai modellek szerepe, felépítése és használata.

2. Szán-e külön időt a matematikai ismeretek ismétlésére a félév során?

   (nem / 1-2 órát / 3-4 órát / több mint 4 órát)

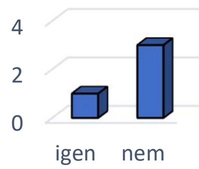


A szükséges matematikai ismeretek áttekintésére általában sor kerül a műszaki tárgyak keretében. Ennek módja, részletessége és megfelelősége az oktatótól függ.

A matematikai ismeretek szisztematikus ismétlése (vagy a tananyag egy részének szétosztása) hatékonyabb keretet adna a szakmai tantárgyak támogatásához.

3. Ad-e külön matematikai összefoglalót nyomtatott vagy elektronikus formában a hallgatóknak, ami a tárgy tanulását segíti?

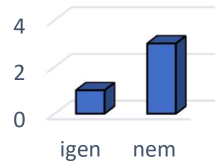
   (igen / nem)



A speciális matematikai összefoglalók elkészítésére a műszaki tárgyak oktatóinak általában nincs ideje. Ezért fontosnak tarják, hogy ilyenek a matematikát tanítók segítségével készüljenek. A mérnökök megmondják, hogy az adott tárgyhoz milyen matematika kell, és ezeket a témákat kellene modulokban tömören összefoglalni, és elérhetővé tenni a hallgatók számára.

4. Konzultált-e korábban a matematika tárgy oktatóival?

   (igen/nem)



A DE Műszaki Karon jelenleg kialakulóban van annak a gyakorlata, hogy a szakmai és a matematikai tárgyak oktatói konzultáljanak a tananyag (előzetes és párhuzamos) matematikai támogatásáról. Az oktatók többsége szívesen részt vesz ebben, amiből kiderül, hogy korábban nem az érdeklődés hiányában maradtak ezek a konzultációk, hanem azért, mert a Karon nem alakult ki ennek gyakorlata.

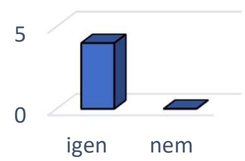
5. Ha igen, akkor ezt ki kezdeményezte, és mi volt a célja és eredménye?

Ahol volt konzultáció, ott a szakmai tárgy oktatója kezdeményezte a konzultációt, mert a tantárgya nagymértékben épít matematikai ismeretekre. Úgy gondolja, hogy a matematika oktatókkal folytatott konzultációk növelik az oktatása sikerességét.

Az alkalmazott módszerre vonatkozó kérdések

6. Ön beazonosítja-e a tárgy tanulásához szükséges matematikai témaköröket?

   (igen/nem)

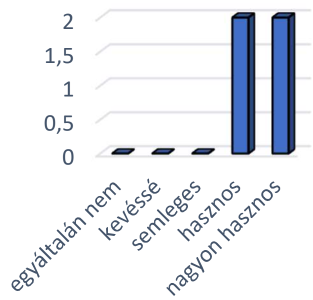


7. Ha igen, akkor mely matematikai témakörök ismerete szükséges a tárgy tanulásához?

A 6. kérdésre adott válaszok alapján mindenki beazonosítja-e a tárgy tanulásához szükséges matematikai témaköröket. Az adott tárgyakban ezek a halmazok, kombinatorika, logika, vektoralgebra, mátrix műveletek, térgeometria, függvények, egyenletek, deriválás, integrálás és a statisztikai alapok voltak.

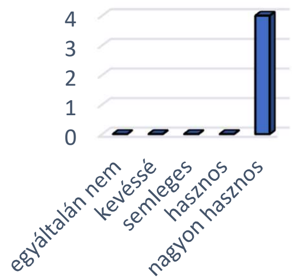
8. Mennyire ítéli hasznosnak a módszer alkalmazása keretében megvalósult konzultációt a matematika tárgy oktatójával?

   (egyáltalán nem / kevéssé / semleges / hasznos / nagyon hasznos)



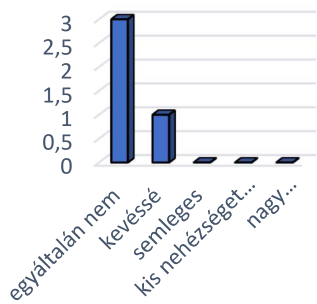
9. A matematikai ismeretek kérdezése szakmai környezetben összességében mennyire hasznos?

   (egyáltalán nem / kevéssé / semleges / hasznos / nagyon hasznos)



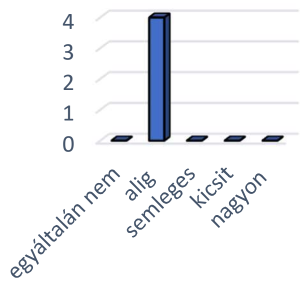
10. Okozott-e nehézséget matematikai ismeretek szakmai környezetben való megfogalmazása a módszer keretében?

    (egyáltalán nem / kevéssé / semleges / kis nehézséget okozott / nagy nehézséget okozott)



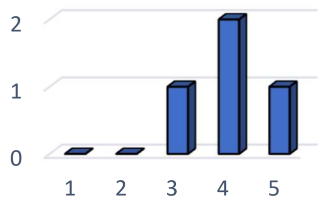
11. Mennyire különböznek a módszer keretében kiadott feladatok a tárgy keretében szokásos feladatoktól?

    (egyáltalán nem / alig / semleges / kicsit / nagyon)



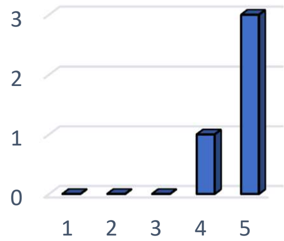
12. Volt-e hatással a módszer a tantárgy tanulásának sikerére?

    (1 = egyáltalán nem, 5= nagy hatással volt)



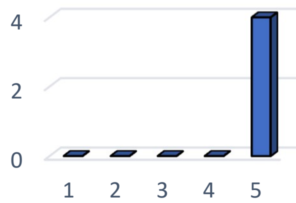
13. Alkalmazza-e a módszert a továbbiakban?

    (1= semmiképpen sem, 5= nagyon szívesen)



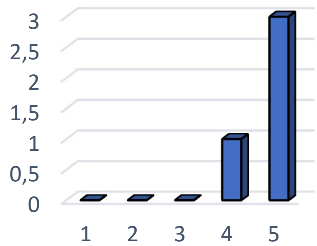
14. Ha alkalmazza, akkor önállóan készíti el a feladatokat, vagy a matematika tárgy oktatójával együttműködésben?

    (1= teljesen önállóan, 5= teljesen a matematika tárgy oktatójával együttműködésben)



15. A módszer alkalmazása hasznos volt-e a hallgatók részére?

    (1= egyáltalán nem hasznos, 5= nagyon hasznos)



16. Ha igen, akkor mi volt a haszna?

A válaszadók egységesen hasznosnak vagy nagyon hasznosnak ítélték a hallgatók számára a módszert.

A hasznossággal kapcsolatban így fogalmaztak:

V1: Hasznos volt, mert a hallgatók sokkal több gyakorlatias példával találkoztak, nem csak a „szokásos” matematika feladatokkal.

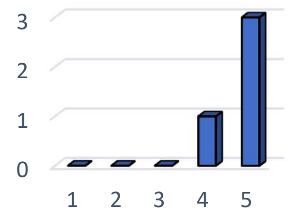
V2: Nagyon hasznos volt, mert a matematikai témakörök összekapcsolódtak a műszaki feladatokkal és hallgatók felismerték a matematika fontosságát.

V3: Nagyon hasznos volt, mert végre nem kellett a hallgatóknak hangsúlyoznom a matematikai ismeretek szükségességét, hanem a műszaki példák során maguktól ismerték fel.

V4: Nagyon hasznos volt, mert sok hallgató szerint a matematika „önmagában" tanulva nem motiváló, viszont a gyakorlati alkalmazásokkal értelmet nyer.

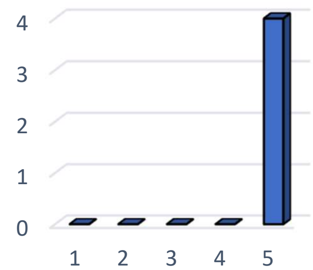
17. A módszer alkalmazása során kapott visszajelzés hasznos-e az Ön számára a tárgy oktatásában?

    (1= egyáltalán nem hasznos, 5= nagyon hasznos)



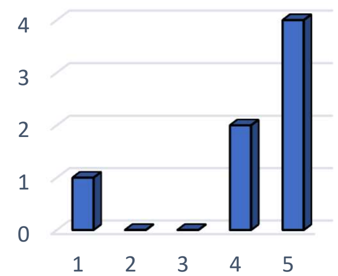
18. Véleménye szerint a módszer alkalmazása során kapott visszajelzés hasznos-e a matematika tárgy oktatói számára?

    (1= egyáltalán nem hasznos, 5= nagyon hasznos)



19. A módszer alkalmazása során szerzett tapasztalata alapján változott-e a véleménye a matematika és a szakmai tárgyak oktatói együttműködésének szükségességéről?

    (1= egyáltalán nem változott, 5= nagyon megváltozott)



20. Milyen javaslata van a módszer továbbfejlesztésére?

V1: A szakmai tárgy oktatóinak és hallgatóinak közös előadása a hallgatók számára.

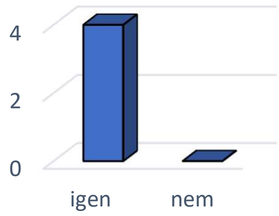
V2: A matematika tárgy oktatóinak és a szakmai tárgyak oktatóinak még szorosabban együtt kell működniük, hogy az oktatás hatékonysága növekedjen. Közös projektek szervezése.

FV3: A szakmai tárgy oktatóinak és a matematika tárgy oktatóinak is folyamatosan figyelni kell egymás munkáját, még akár úgy is, hogy az oktatók is részt vesznek a kollégájuk óráján.

V4: Még több szakmai feladat bemutatása a matematika kurzusok keretein belül (amennyiben lehetséges), közös projektek tervezése.

21. Ajánlja-e a kollégái számára a módszer alkalmazását?

    (igen / nem)



22. Ha igen, azt mivel indokolja?

V1: Minden kollégának fel kell hívni a figyelmét az együttműködés fontosságára, hogy a szakmai tárgyak oktatása sikeresebb legyen, aminek elengedhetetlen feltétele a diákok matematikai ismeretének mélyebb elsajátítása.

V2: A mérnökhallgatóknak látniuk kell az összefüggéseket a matematika és minden szakmai tárgy között.

V3: A hallgatóknak fontos az alkalmazásközpontúság, hogy hogyan tudják a matematikai ismereteket használni a szakmai tárgyak során, és ezt minden műszaki tárgy tanítása során figyelembe kell venni.

V4: A matematika és a szakmai tárgyak oktatóinak meg kell alaposan ismerni egymás munkáját, hogy sikeresen együtt tudjanak működni, és minden szakmai tárgy esetén elengedhetetlen, ezért javaslom további kollégák bevonását.

23. Ha nem, azt mivel indokolja?

Mivel minden válaszadó ajánlaná a módszert, erre a kérdésre értelemszerűen nem érkezett válasz.

A vizsgálat során két hipotézist fogalmaztam meg:

H6.7/1. A műszaki tárgyak oktatói szerint a szakmai környezetbe ágyazott matematikai kérdések eredményesen támogatják a műszaki témák tanulását.

A válaszokból kiderült, hogy minden válaszadó egyetértett abban, hogy a matematikai ismeretek fontosak a saját szakmai tárgyuk oktatása során, hasznosnak ítélték a késleltetett tesztek alkalmazását.

A kapott válaszok a H6.7/1. hipotézisemet igazolták.

H6.7/2. A kísérletbe bevont szakmai oktatók hatékonynak és eredményesnek ítélik az alkalmazott módszert, melyben szakmai példákat integráltunk a matematika kurzus tananyagába.

Minden válaszadó egyetértett abban, hogy a gyakorlati, műszaki példák integrálása a matematika tananyagba, növeli a műszaki tárgyak oktatásának sikerességét is, a matematikai témakörök és műszaki feladatok összekapcsolásával és hallgatók felismerik a matematika fontosságát.

A kapott válaszok a H6.7/2 hipotézisemet is igazolták.

Ezen fejezetben található eredmények a **T2 tézisemet** alapozták meg.

7 A mérnöki matematika oktatásának támogatása azonnali visszakérdezés módszerrel

7.1 Az azonnali visszakérdezés módszer

A tanítási folyamat hatékony kontrollálásához szükség van a gyakori ellenőrzésekre. Az egyetemi matematikaoktatásban szokásos (félévente 1-2 dolgozat) számonkérési módszerek hatékonysága alacsony, az eredmények csupán az értékelést szolgálják, és nem használhatók a tanítási folyamat érdemi korrekciójára.

A tanítási folyamat javítását leginkább szolgáló gyakori eszközök az órai munka megfigyelése és az óra végi ellenőrzés. A tanórákon az interaktivitást fokozni kell, mert interakció nélkül nincs figyelem. Az interaktivitás fontos eleme az azonnali visszakérdezés. Az interaktivitásból önmagában nem adódik megfelelő szintű visszajelzés, mivel általában a hallgatók csak kis része válaszol a feltett kérdésekre. Úgy gondolom, hogy az órán feldolgozott tananyagra való rákérdezés egyrészt segíti az ismeretek megmaradását, másrészt közvetlen visszajelzést ad a tanulási folyamat sikerességéről.

Az óra végi visszakérdezésnek két formáját különböztettem meg: az online és az papír alapú kérdéssorokat. A tapasztalatok azt mutatták, hogy az online visszakérdezés eredményesebb, mert minden hallgató rendelkezik okostelefonnal és tetszik nekik, hogy órán „legálisan” használhatják, és ezt a kikérdezést nem tekintik dolgozatnak. A hallgatók azonnal látják az eredményt, és a visszajelzések alapján már akár a következő tanórát is sikeresebbé lehet tenni. Az online teszt pontosabb képet ad a hallgatók tudásáról, mert ott biztosan válaszolnak, míg az óra végi „röpdolgozat” során – tét híján – sokan semmit nem írnak a lapra. Bizonytalan, hogy ez azért történt, mert a hallgató nem tudta a választ, vagy már nem is foglalkozott vele az óra végén. Az azonnali visszajelzés módszerének hatását és hatékonyságát az oktatás több szintjén is vizsgálták, lásd pl. [27].

7.2 A módszer alkalmazása

A vizsgálatomhoz kidolgoztam egy visszakérdezési módszert. A vizsgálatban DE Műszaki Karának elsőéves gépészmérnök szakos hallgatói vettek részt két féléven keresztül. Az első félévben a Matematika I. tárgy keretein belül alkalmaztam az azonnali visszakérdezés módszert. Azt vizsgáltam, hogy a módszer milyen hatással van a hallgatók eredményeire.

A felméréseknek nem volt célja a hallgatók értékelése. A kérdésekkel egyrészt azt szerettem volna felmérni, hogy a hallgatók mennyire értették meg az órai anyagot, emlékeznek-e rá az óra végén, illetve mennyire tudják felidézni az elmúlt hetek témaköreit. Ez visszajelzés az oktatási folyamat hatékonyságáról, és lehetőséget teremt a gyors korrekcióra. Másrészt a visszakérdezés a tanítási módszer része, az óravégi visszakérdezés az ismeretek elmélyítését szolgálja.

A kérdésekben nem bonyolult számításokat kértem, hanem arra voltam kíváncsi, hogy a legfontosabb fogalmak, módszerek megmaradtak-e a diákok emlékezetében.

Két csoportot vizsgáltam; a kísérleti csoportban alkalmaztam az azonnali visszakérdezés módszert, míg a kontroll csoportban nem. Mindkét csoportban 32 fő volt. Kétmintás t-próbával összehasonlítottam a „nulladik” zárthelyi dolgozat eredményét a két csoportban. A t-próba alapján nem volt szignifikáns különbség a kísérleti csoport ($M=6,84$, $SD=7,74$) és a kontrollcsoport ($M=6,91$, $SD=6,07$) kezdeti felkészültsége között, $t(58)=0,036$, $p=0,971$ (kétszélű, $d=0,01$). A „nulladik” zárthelyi dolgozat részleteit a 3.2. fejezetben tárgyaltam.

Minden Matematika I. órára négykérdéses online tesztet készítettem. A felmérésekhez a Kahoot alkalmazás kvíz funkcióját használtam. A program automatikusan kiértékeli a kérdésekre adott válaszokat. Nem konkrét feladatmegoldást kértem, hanem rákérdeztem olyan ismeretekre, mellyel lemérhettem, hogy a hallgatók mennyire értették meg az adott óra tananyagát. A kérdések szövege minden esetben összetett, matematikai szakszöveg volt, feltételezte a szereplő fogalmak ismeretét. A kérdések mondatszerkezete egyszerű, nem tartalmazott elhagyható részeket.

A feladatok gépészmérnök hallgatók számára nehézségi szempontból megfelelő volt. Az elvárás a tanult számolási eljárások reprodukciója volt. A válasz formai jellemzője feleletválasztós, egy kérdéshez négy válasz tartozott melyből pontosan egy helyes. A kérdések szöveges megfogalmazásúak, de tartalmazhattak formulát.

A következő félévben a Matematika II. tárgy keretein belül folytattam a vizsgálatot. A Matematika II. tárgy tárgyfelvétele során a hallgatók úgy kerültek a csoportokba, hogy a Matematika I. tárgy során a kísérleti és a kontroll csoport tagjai ugyanazon hallgatók legyenek. A kísérleti csoport létszáma 32 fő, míg a kontrollcsoport létszáma szintén 32 fő volt. A kísérleti csoporttal minden órán történt visszakérdezés.

A vizsgálat során két hipotézist fogalmaztam meg:

H7.2/1: Az alkalmazott azonnali visszajelzés módszer általánosan növeli a tananyag elsajátításának hatékonyságát a félévi és a félév végi tesztek eredményei alapján.

H7.2/2: A „nulladik” zárthelyi dolgozat alapján a kevésbé felkészült hallgatók esetében az azonnali visszajelzés során mutatott nagyobb aktivitás és jobb eredmények növelik a tananyag elsajátításának hatékonyságát a félévi és a félév végi tesztek eredményei alapján.

7.3 Kérdőív bemutatása

A vizsgált két félév alatt 24 teszt készült, most ezek közül kettőt mutatok be.

7.3.1 Példa 1.

A bemutatott tesztet első féléves gépészmérnök hallgatók órájára készítettem, a tananyag az érintő és normális egyenes egyenlete, Taylor-polinom, mely a félév során a 3. gyakorlat. Feltételeztem, hogy a hallgatók elsajátították az érintő és normális egyenes egyenletét, deriváltak meghatározását, és a Taylor-polinom fogalmát.

1. kérdés

Mi az f függvény x_0-beli érintő egyenesének egyenlete?

- $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$
- $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x_0 - x)$
- $y = f(x) + f'(x_0) \cdot (x_0 - x)$
- $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot x$

2. kérdés

Ugyanazon helyhez tartozó érintő egyenes és normális egyenes milyen kapcsolatban áll egymással?

- párhuzamos egymással
- merőleges egymásra
- azonosak
- nincsenek kapcsolatban

3. kérdés

Mi az f függvény x_0 pontbeli normális egyenesének egyenlete?

- $y = f(x_0) + \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$
- $y = f(x) - \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$
- $y = f(x_0) - \frac{1}{f'(x_0)} \cdot (x - x_0)$
- $y = f(x_0) + \frac{1}{f'(x_0)} \cdot x$

4. kérdés

Határozza meg az $f(x) = e^x$ függvény másodrendű Taylor polinomját az $x_0 = 0$ helyen. Ennek felhasználásával határozza meg az f függvény közelítő értékét az $x = 1$ helyen.

- 0
- $5/2$
- 5
- $7/2$

7.3.2 Példa 2.

A bemutatott tesztet első féléves gépészmérnök hallgatók órájára készítettem, a tananyag a primitív függvények meghatározása, mely a félév során a 6. gyakorlat. Feltételeztem, hogy a hallgatók elsajátították az integrálási módszereket.

1. kérdés

Melyik integrálási módszerrel oldható meg a következő feladat: $\int sin^5x \cdot cosx\, dx$

- $f^\alpha \cdot f'$
- $f(ax+b)$
- $\frac{f'}{f}$
- parciális integrálás

2. kérdés

Melyik integrálási módszerrel oldható meg a következő feladat: $\int lnx\, dx$

- $f^\alpha \cdot f'$
- $f(ax+b)$
- $\frac{f'}{f}$
- parciális integrálás

3. kérdés

Melyik integrálási módszerrel oldható meg a következő feladat: $\int \frac{x}{x^2+5}\, dx$

- $f^\alpha \cdot f'$
- $f(ax+b)$
- $\frac{f'}{f}$
- parciális integrálás

4. kérdés

Melyik integrálási módszerrel oldható meg a következő feladat: $\int cosx \cdot (6x + 7)\, dx$

- $f^\alpha \cdot f'$
- $f(ax + b)$
- $\frac{f'}{f}$
- parciális integrálás

A zárthelyi dolgozat feladatai nagymértékben különböztek az óravégi visszakérdezés kérdéseitől. Néhány példa a zárthelyi dolgozatból:

1. kérdés

Adja meg az $f(x) = \frac{x}{x^2+5}$ függvény F primitív függvényét!

2. kérdés

Az $f(x) = cos(2x)$ függvény F primitív függvényére teljesül, hogy $F(0) = 1$. Adja meg $F\left(\frac{\pi}{12}\right)$ értékét!

3. kérdés

Adja meg az $\int_1^e lnx \; dx$ integrál értékét!

4. kérdés

Tekintsük az $A = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 | y \geq x^2 + 3\}$ és $B = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 | y \leq x + 5\}$ halmazt. Számítsa ki az $A \cap B$ halmaz által reprezentált síkidom területét!

7.4 Eredmények

7.4.1 A két csoport eredményeinek összehasonlítása

A vizsgálatomban két csoport vett részt. A kísérleti csoportban és a kontrollcsoportban is 32 diák volt. A félév során minden hallgató két zárthelyi dolgozatot írt, így 128 dolgozat eredményét tudtam megvizsgálni. A két csoport átlageredményeinek összehasonlítására kétmintás t-próbát alkalmaztam.

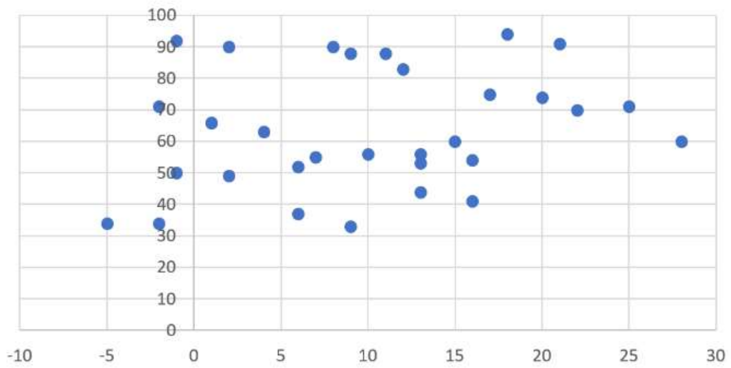
A t-próba alapján nem volt szignifikáns különbség a kísérleti csoport (M=17,66, SD=12,52) és a kontrollcsoport (M=17,44, SD=8,49) Matematika I. tantárgy zárthelyi dolgozatainak eredményei (összpontszáma) között, t(55)=0,082, p=0,935 (kétszélű, d=0,02).

A kapott eredmények a H7.2/1 hipotézisemet nem igazolták.

7.4.2 A csoporton belüli azonnali visszakérdezés tanulmányozása

Szerettem volna megtudni, hogy a rendszeres visszakérdezés hatása a csoporton belül függ-e a kezdeti tudásszinttől?

Először megvizsgáltam, hogy a teszt pontszámok milyen összefüggésben vannak a „nulladik" zárthelyi dolgozat eredményével. (9. ábra)



9. ábra Teszt pontszámok összehasonlítása a „nulladik" zárthelyi dolgozat eredményével

Az adatok alapján két változó között nagyon gyenge a korreláció ($R = 0{,}225$).

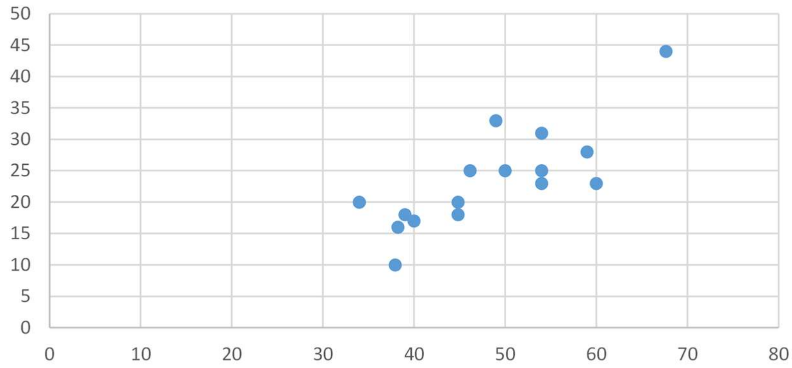
Mivel a zárthelyi dolgozat pontszám nem következett a kezdeti felkészültségből, megvizsgáltam, hogy kimutatható-e függés az alkalmazott módszertől.

A kísérleti csoport hallgatóit két csoportra osztottam a „nulladik" zárthelyi dolgozaton elért eredményük alapján. A „nulladik" zárthelyi dolgozaton elért pontszám alapján az alsó 50%-ot az A csoportba, míg a felső 50%-ot a B csoportba soroltam. Megvizsgáltam, hogy a rendszeres azonnali visszakérdezés hatása eltért-e a két csoportban. Ehhez minden hallgató esetén megnéztem a jó válaszok arányát az óra végi teszteken, valamint a két zárthelyi dolgozat alapján a kapott összpontszámot.

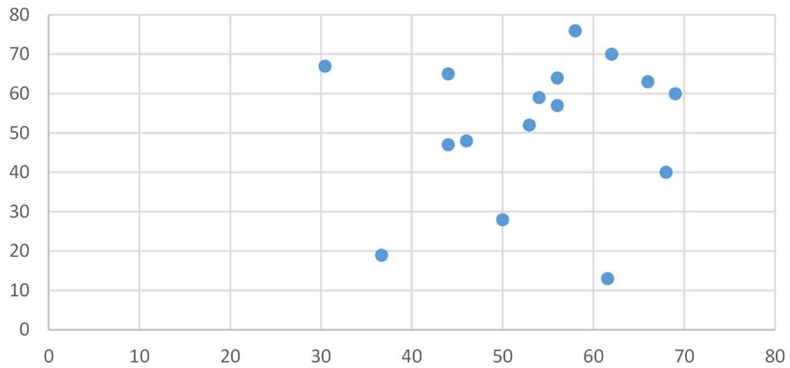
A kapott eredmények alapján az azonnali visszakérdezés módszer hatását vizsgálva eltérő eredmény adódott a „jobban teljesítettek" és a „gyengébben teljesítettek" esetén (10. és 11. ábra).

A két változó közti korrelációs együttható az A csoportban (gyengébbek esetén) $R = 0{,}79$, a B csoportban (jobbak esetén) $R = 0{,}11$.

Megállapítható, hogy a gyengébb alapokkal rendelkező hallgatók esetén a dolgozatok eredményét (a jegyet) lényegesen befolyásolja az, hogy a tanórákon figyeltek-e, és megértették-e az elhangzottakat. Vagyis számukra fontosabbnak bizonyult az óra követése. A B csoport (jobbak) esetén az átlag pontszám sokkal nagyobb volt $(76{,}4)$, mint az A csoportban (gyengébbek esetén) $(58{,}9)$. A „nulladik" zárthelyi dolgozaton alacsonyabb pontszámot elért hallgatók csoportjában (A csoport) az átlagpontszám jobban függött a tanórák végi tesztek eredményeitől, ami a H7.2/2 hipotézisemet igazolta.



10. ábra Teszteredmények vs. Kahoot % A csoport



11. ábra Teszteredmények vs. Kahoot % B csoport

7.5 Következtetések

A bemutatott módszer alkalmazásával a matematika oktatás eredményesebbé tételét tűztem ki célul a mérnökképzésben. Úgy vélem, hogy az online visszakérdezés, a megértés gyakori ellenőrzése egy jó eszköz az eredményesség javítására. Azt gondolom, hogy az azonnali visszakérdezés módszer alkalmazása segíti a hallgatók matematikai ismereteinek munkamemóriába történő beépülését, amit a későbbiek során integrálunk kell a hosszútávú memóriában lévő sémákba, hogy a hallgatók a tanultakat készség szinten tudják majd alkalmazni a mérnöki munkájuk során. A műszaki képzésben a matematikaoktatásnak fontos szerepe van, mivel az eredmények közvetlen felhasználásra kerülnek.

Ebben a vizsgálatban megállapítottam, hogy ez a módszer különösen hasznos az alacsony tudásszinttel érkező és az órákon aktívan résztvevő hallgatók számára. A visszakérdezés módszer része a gyors korrekció mind a hallgatók, mind az oktatók számára. Mivel a mérnökhallgatók előzetes matematikai ismereteik nagyon változóak, így nehéz egy mindenki számára megfelelő tanítási módszert alkalmazni, ezért fontos, hogy az azonnali visszakérdezés a hallgatók egyéni haladásáról ad információt.

Mivel a tapasztalatok azt mutatják, hogy az azonnali visszakérdezés módszert leginkább az alacsonyabb tudásszinttel érkező hallgatók számára érdemes alkalmazni, így különösen hasznos lehet felzárkóztató kurzusok esetén, például a DE Egyetem Műszaki Karán a Bevezető matematika kurzuson.

Ebben az alfejezetben kapott eredményeim alapozták meg a **T3 tézisemet**.

7.6 Hallgatói visszajelzések az azonnali visszakérdezés módszerről

Az azonnali visszakérdezés módszer alkalmazását követően készítettem egy felmérést a kísérleti csoport hallgatóival, az alkalmazott módszer hatékonyságáról. Arra voltam kíváncsi, hogy a diákok mennyire ítélték hasznosnak az alkalmazását, jobban sikerült-e elsajátítaniuk a tananyagot a segítségével, és összességében milyen érzéseik vannak az azonnali visszakérdezés módszerrel kapcsolatban.

A kérdőívet a kísérleti csoportban részvevő mind a 32 hallgató kitöltötte a Kahoot alkalmazáson keresztül. Az alábbiakban bemutatom a feltett kérdéseket, és elemzem a válaszokat.

1. Az azonnali visszajelzés módszerrel (írásbeli vagy online) találkozott-e korábban? (igen, mindkettővel / igen, írásban / igen, online / nem)

A válaszadók 38%-a találkozott már az azonnali visszakérdezés módszer mindkét formájával, 62%-uk csak az írásbeli formájával.

2. Melyik formáját kedveli jobban az azonnali visszakérdezés módszernek? (írásbeli/online/mindkettő)

A válaszadók 84%-a az online formát jelölte meg, míg a többieknek az írásbeli és online forma is tetszik. Olyan válaszadó nem volt, aki csak az írásbeli formát jelölte volna meg.

3. Okozott-e valamilyen technikai gondot az online alkalmazás használata? (nagy gondot okozott / gondot okozott / egyáltalán nem okozott gondot)

Minden hallgató azt jelölte meg, hogy semmilyen technikai problémát nem okozott az online alkalmazás használata.

4. Elég volt-e a rendelkezésre álló idő a kérdések megválaszolására? (nem volt elég / éppen elég volt / teljesen elég volt)

Az a kérdés, hogy elég volt-e a rendelkezésre álló idő a kérdések megválaszolásához megosztotta a hallgatókat. 15 hallgató szerint teljesen elég volt az idő a válaszokra, 10 hallgató szerint éppen elég volt, és 7 hallgató számára nem volt elég a rendelkezésre álló idő. Ezt a jövőben felül fogom vizsgálni, és módosítani fogom a válaszokra szánt időt.

5. Jobban figyelt-e, a tanórán, hogy tudta, hogy lesz azonnali visszakérdezés az óra végén? (nem figyeltem jobban, mint máskor / ugyanúgy figyeltem, mint máskor / sokkal jobban figyeltem, mint máskor)

A válaszadók 72%-a válaszolta, hogy sokkal jobban figyelt azokon az órákon, amikor tudta, hogy az óra végén lesz azonnali visszakérdezés. Ez azért érdekes, mert a visszakérdezéssel a hallgatókat nem értékeltem, plusz pontokat nem szereztek vele.

6. Jobban megmaradtak-e a módszerek/ismeretanyagok az azonnali visszakérdezés módszer alkalmazása során? (nem változtatott / növelte az ismeretek megmaradását / nagymértékben növelte az ismeretek megmaradást)

A 32 válaszadó közül 20 hallgató válaszolta azt, hogy a módszer segítségével nagymértékben növekedett az ismeretek megmaradása, 9 diák szerint növelte a módszer az ismeretek megmaradását, és csupán két válaszadó jelölte meg azt a választ, hogy az azonnali visszakérdezés módszer nem változtatott az ismeretek megmaradásán.

7. Hasznos visszajelzés volt-e számára, hogy azonnal látta a kérdésekre adott válaszainak eredményét? (egyáltalán nem volt hasznos / hasznos volt / nagyon hasznos volt)

Minden válaszadó számára hasznos, vagy nagyon hasznos volt, hogy azonnal látta a válaszainak helyességét.

8. Szívesen használná-e más tantárgy során is az azonnali visszakérdezés módszert? (nem szívesen/ /szívesen /nagyon szívesen)

Az azonnali visszakérdezés módszert a válaszadók 91%-a használná szívesen vagy nagyon szívesen más tantárgyak keretein belül.

9. Összességében hasznosnak tartja-e az azonnali visszakérdezés módszert? (egyáltalán nem hasznos/ semleges / hasznos / nagyon hasznos)

A módszert alkalmazó hallgatók 90%-a szerint összességében hasznos vagy nagyon hasznos az azonnali visszakérdezés módszer, csupán 3 hallgató tartotta semlegesnek. Olyan válaszadó nem volt, aki azt válaszolta, hogy a módszer egyáltalán nem hasznos.

A felméréssel kapcsolatban egy hipotézist fogalmaztam meg:

H7.6/1: A hallgatók véleménye szerint az azonnali visszakérdezés módszert alkalmazásával, jobban megmaradnak a matematikai ismereteik, és hasznosnak ítélik a módszert.

A felmérés elemzése alapján kiderült, hogy véleményük szerint a módszer hatékony, jobban el tudták mélyíteni a matematikai ismereteiket, szívesen alkalmazták a módszert, és akár további tantárgyak keretében is alkalmaznák. Ez az eredmény alátámasztotta a H7.6/1 hipotézisemet. Emellett gyűjtöttem visszajelzéseket a személyes beszélgetések (informális interjúk) formájában is, ezek szintén megerősítették a módszer alkalmazásának jó fogadtatását.

Ebben az alfejezetben kapott eredményem a **T4 tézisemet** alapozta meg.

8 Tézisek

A dolgozatomban egy komplex oktatási program elemeit mutatom be.

Mérnöki problémák integrálása az órai munkába a modellalkotás különböző szintjein

Az oktatási módszertanom egyik fő eszköze a mérnöki problémák integrálása az órai munkába a modellalkotás különböző szintjein. Ehhez kapcsolódóan a vizsgálatom részeként készült egy feladat adatbázis, amelyben a feladatokat három kategóriába soroltam:

- tisztán matematikai kérdések, melyeket műszaki alkalmazások motiválnak;
- olyan műszaki kérdések, melyek esetén a modell adott, és amelyek megoldása csak matematikai ismereteket igényel;
- olyan szakmai szöveggel megfogalmazott műszaki feladatok, melyek megoldása során modellalkotásra és magasabb szintű, összetett matematikai ismeretekre van szükség.

Módszeremben az egyes témákhoz kapcsolódó műszaki feladatokat egyidejűleg alkalmaztam a klasszikus matematikai feladatokkal a tanórákon.

A módszertanom hatékonyságának az ellenőrzésére késleltetett tesztet készítettem (a szakmai tárgyak oktatóinak együttműködésével) az Elektromagnetika, Logisztika, Jármű- és hajtáselemek és Statika tantárgyakhoz.

Részletes elemzést végeztem a Matematika I. tárgyra épülő, egy félévvel későbbi Statika tantárgy késleltetett tesztjéhez kapcsolódóan. A késleltetett teszt a Statika tantárgy első zárthelyi dolgozatához kapcsolódott.

A Matematika I. tantárgyat a két csoport azonos tematikával tanulta azonos óraszámban. A kísérleti csoport hallgatói a 4 órás gyakorlatból 1 órát töltöttek a műszaki problémák megoldásával minden héten, míg a kontrollcsoport hallgatói csak klasszikus tisztán matematikai feladatokat oldottak meg.

T1 tézis: *A modellezési igény szerint kategorizált műszaki feladatok alkalmazása növeli a matematikai ismeretek előhívásának és alkalmazásának sikerét a szakmai tárgyak tanulásában. A kísérleti csoportba tartozó hallgatók, akiknél a mérnöki feladatokat a módszerem szerint integráltam a Matematika I. tantárgy órai munkájába, jobb eredményeket értek el a Statika tantárgy keretében végzett késleltetett matematikai teszten, mint a kontrollcsoport tanulói.*

Kétmintás t- próbával összehasonlítottam a késleltetett teszten elért pontszámokat. Azok a tanulók, akiknek a Matematika I. kurzus gyakorlati óráinak egy részét műszaki problémák megoldására szántuk (kísérleti csoport M=54,15, SD=24,17), szignifikánsan jobb eredményeket értek el a Statika tárgy keretein belül végzett késleltetett teszten mint a kontrollcsoport tanulói ($M=37,03$, $SD=21,24$), $t(78)=3,36$, $p=0,001$ (kétszélű, $d=0,75$).

A t-próba eredménye megerősítette a T1 tézisemet.

Az oktatási módszertanom hatékonyságának ellenőrzésére a kutatásban vizsgált tantárgyak oktatóival személyes interjúkat készítettem. A Statika, a Logisztika, az Elektromagnetika és a Jármű- és hajtáselemek tárgyak oktatóit kérdeztem meg.

Az interjúk során a módszertanom egyik fő eleméhez az alkalmazásorientált matematikaoktatás és a késleltetett tesztek használatához kapcsolódóan tettem fel specifikus és általános kérdéseket. Arra kerestem választ, hogy ezeket a módszereket mennyire ítélik hasznosnak, milyen ötleteik vannak a további fejlesztésekre, és milyen a hozzáállásuk a matematikai ismeretek kezeléséhez.

T2 tézis:

Az oktatói felmérés és az interjúk alapján a szakmai tárgyak oktatói eredményesnek ítélik a szakmai példák integrálását a matematika kurzus tananyagába és a matematikai kérdések szakmai környezetbe ágyazását egyaránt.

T2/a tézis:

A szakmai oktatók hatékonynak és eredményesnek ítélik a matematika kurzusokban alkalmazott módszert, melynek keretében szakmai példákat integráltunk a matematika tananyagába.

Minden válaszadó szakmai oktató egyetértett abban, hogy a gyakorlati, műszaki példák integrálása a matematika tananyagba, növeli a műszaki tárgyak oktatásának sikerességét is, a matematikai témakörök és műszaki feladatok összekapcsolásával és hallgatók felismerik a matematika fontosságát.

A kapott válaszok a T2/a tézisem igazolták.

T2/b tézis: *A műszaki tárgyak oktatói szerint egyrészt elengedhetetlen a szükséges matematikai ismeretek szakszerű átismétlése vagy újra tanítása, másrészt a matematikai kérdések szakmai környezetbe ágyazása – új módszerként – önmagában is segíti a műszaki tárgyak tanulását.*

A válaszokból kiderült, hogy minden válaszadó egyetértett abban, hogy a matematikai ismeretek fontosak a saját szakmai tárgyuk oktatása során, hasznosnak ítélték a késleltetett tesztek alkalmazását.

A kapott válaszok T2/b tézisemet igazolták.

Azonnali visszakérdezés módszer

A módszertanom másik fő eszköze az azonnali visszakérdezés módszer.

Vizsgálatomban a Debreceni Egyetem Műszaki Karának elsőéves gépészmérnök szakos hallgatói vettek részt – a kísérleti és kontrollcsoport tanulói is gépészmérnök szakos hallgatók – két féléven keresztül. Az első félévben a kísérleti csoportban alkalmaztam a Matematika I. tárgy keretein belül az azonnali visszakérdezés módszert. Minden Matematika I. órára négykérdéses online tesztet készítettem. A felmérésekhez a Kahoot alkalmazás kvíz funkcióját használtam. Azt vizsgáltam, hogy a módszer milyen hatással van a hallgatók eredményeire.

A felméréseknek nem volt célja a hallgatók értékelése. A kérdésekkel egyrészt azt szerettem volna felmérni, hogy a hallgatók mennyire értették meg az órai anyagot, emlékeznek-e rá az óra végén, illetve mennyire tudják felidézni az elmúlt hetek témaköreit. Ez visszajelzés az oktatási folyamat hatékonyságáról, és lehetőséget teremt a gyors korrekcióra. Másrészt a visszakérdezés a tanítási módszer része, az óravégi visszakérdezés az ismeretek elmélyítését szolgálja.

A kapott eredményeim alapján a zárthelyi dolgozat pontszám nem következett a kezdeti felkészültségből, megvizsgáltam, hogy kimutatható-e függés az alkalmazott módszertől.

T3 tézis:

Az alacsonyabb tudásszintű hallgatók esetében az azonnali visszajelzés során mutatott nagyobb aktivitás és jobb eredmények növelik a tananyag elsajátításának hatékonyságát a félévi és a félév végi tesztek eredményei alapján.

A kísérleti csoport hallgatóit két csoportra osztottam a „nulladik” zárthelyi dolgozaton elért eredményük alapján. A „nulladik” zárthelyi dolgozaton elért pontszám alapján az alsó 50%-ot az A csoportba, míg a felső 50%-ot a B csoportba soroltam.

Megvizsgáltam, hogy a rendszeres azonnali visszakérdezés hatása eltért-e a két csoportban. Ehhez minden hallgató esetén megnéztem a jó válaszok arányát az óra végi teszteken, valamint a két zárthelyi dolgozat alapján a kapott összpontszámot.

A kapott eredmények alapján az azonnali visszakérdezés módszer hatását vizsgálva eltérő eredmény adódott a „jobban teljesítettek” és a „gyengébben teljesítettek” esetén.

Az eredményeim azt mutatták, hogy a gyengébb alapokkal rendelkező hallgatók esetén a dolgozatok eredményét (a jegyet) lényegesen befolyásolja az, hogy a tanórákon figyeltek-e, és megértették-e az elhangzottakat. Vagyis számukra fontosabbnak bizonyult az óra követése. A B csoport (jobbak) esetén az átlag pontszám sokkal nagyobb volt $(76{,}4)$, mint az A csoportban (gyengébbek esetén) $(58{,}9)$. A „nulladik” zárthelyi dolgozaton alacsonyabb pontszámot elért hallgatók csoportjában (A csoport) az átlagpontszám jobban függött a tanórák végi tesztek eredményeitől.

Ezen eredmények a T3 tézisemet igazolták.

Az azonnali visszakérdezés módszer alkalmazását követően készítettem egy felmérést a kísérleti csoport hallgatóival, az alkalmazott módszer hatékonyságáról. Arra voltam kíváncsi, hogy a diákok mennyire ítélték hasznosnak az alkalmazását, jobban sikerült-e elsajátítaniuk a tananyagot a segítségével, és összességében milyen érzéseik vannak az azonnali visszakérdezés módszerről.

T4 tézis:

A hallgatók véleménye szerint az azonnali visszakérdezés módszer alkalmazásával, jobban megmaradnak a matematikai ismereteik, és hasznosnak ítélik a módszert.

A felmérés elemzése alapján kiderült, hogy a hallgatók szerint a módszer hatékony, jobban el tudták mélyíteni a matematikai ismereteiket, szívesen alkalmazták a módszert, és akár további tantárgyak keretében is alkalmaznák. Ez az eredmény alátámasztotta a T4 tézisemet. Emellett gyűjtöttem visszajelzéseket a személyes beszélgetések (informális interjúk) formájában is, ezek szintén megerősítették a módszer alkalmazásának jó fogadtatását.

9 Összefoglalás

A dolgozatomban egy komplex oktatási program elemeit mutatom be ezek hatékonyságnak vizsgálatával együtt. Az **1. fejezetben**, a matematikaoktatás szerepével foglalkozom a mérnökképzésben. A mérnökképzésbe lépő hallgatók átlagos tudásszintjének jelentős csökkenése és ehhez kapcsolódóan a matematika tanulásával kapcsolatos nagyfokú motiválatlanság oda vezetett, hogy ma már az elit egyetemek is azon kénytelenek gondolkodni, hogy hogyan segítsék a hallgatóikat a hiányosságaik pótlásában annak érdekében, hogy el lehessen kezdeni a műszaki tárgyak érdemi tanulását. A matematikai szakmódszertan számos eszköze átvihető a műszaki tárgyakba, emellett a szakmódszertani vizsgálatok kiterjesztése megteremtette a lehetőségét az együtt gondolkodásnak, a teljes képzési folyamat egységes vizsgálatának és fejlesztésének.

A **2. fejezet** a kutatási módszeremhez kapcsolódó nemzetközi kutatások eredményeit mutatják be. A **2.1 alfejezetben** a nemzetközi szakirodalomban elérhető hatékonyságmérési és -növelési módszereket tárgyalom. A **2.2 alfejezetben** pedig az azonnali visszakérdezés módszer hatékonyságának kérdéseivel foglalkozom az ezen a területen megjelent nemzetközi publikációk alapján.

A **3. fejezetben** a matematika oktatásában kialakult gyakorlatot tárgyalom DE Műszaki Kar műszaki alapképzéseiben. Bemutatom a Matematika kurzusok adatait, majd a DE Műszaki Karán elvégzett felméréseket vizsgálom.

A **3.2 alfejezet** a DE Műszaki Karra belépő hallgatókkal íratott „nulladik” zárthelyi dolgozatot mutatja. Ezt a dolgozatot minden évben megíratjuk az elsőéves hallgatókkal a képzés elkezdése előtt. A dolgozat célja, egyrészt a beérkező diákok matematikai tudásszintjének felmérése, másrészt ennek alapján javasoljuk a hallgatóknak a Bevezető matematika nevű felzárkóztató kurzuson való részvételt.

A **3.3 alfejezet** egy oktatói felmérést tárgyal. Mivel a „nulladik” zárthelyi dolgozaton elért eredmények meglehetősen alacsony szintűek, és az évek során egyre rosszabbak lettek, a DE Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék (kari támogatással) egy oktatásmódszertani program kidolgozását határozta el. Ennek keretében felmértem a szakmai tárgyakat oktatók véleményét a matematikai ismeretek szükségességéről. Ehhez egy kérdőívet készítettem és a töltettem ki, arra vonatkozóan, hogy véleményük szerint a saját tantárgyaikban mennyire van szükség matematikai ismeretekre, ezek milyen mértékben állnak rendelkezésre, amikor szükség van rájuk. Célom az volt, hogy átfogó képet kapjak a szaktárgyak oktatóinak véleményéről a jelenlegi matematikaoktatással kapcsolatban.

A **3.4 alfejezetben** egy hallgatói felmérést mutatok be.

Annak felmérését, hogy közvetlenül az alapképzés befejezése után, illetve több évvel később

- milyen kép él a hallgatókban a matematika tárgyat illetően;
- mennyire maradtak meg az ismeretek;
- mennyire kapcsolódnak ezek a mindennapi munkájukhoz;
- összhangban volt-e (az alapképzés, önképzés vagy továbbképzés keretében megszerzett) matematikai elmélet és annak alkalmazása.

A bemutatott felmérésben olyan kört választottam a tesztek kitöltésére, akiknél feltételezhető volt, hogy az alapképzésben szerzett ismeretek nem merültek feledésbe. A felmérés mérnöki alapdiplomával (főiskolai, BSc) rendelkező hallgatók körében készült, akik mesterképzésen folytatják tanulmányaikat.

A **4. fejezetben** megvizsgálom a matematikai ismeretek alkalmazását a DE Műszaki Kar mérnöki alapképzéseiben írt szakdolgozatokban. Ebben a vizsgálatban a matematikaoktatásnak a hatékonyságát abból a szemszögből elemeztem, hogy a képzést lezáró, összefoglaló jellegű önálló munkákban hogyan jelennek meg a matematikai ismeretek. A hallgatók választanak-e olyan témákat, ahol hangsúlyos a matematikai eszközök alkalmazása, és ha igen, akkor mely eszközöket használják.

A matematikai ismereteket az alkalmazás szempontjából a szakdolgozatokban az alábbi kategóriákba soroltam:

I. nem használ matematikát, pl. kaizen típusú folyamatfejlesztés, kvalitatív vizsgálat, veszteségek felismerése, folyamat átszervezése;
II. a kidolgozott téma nem igényel komoly matematikai modellt, pl. adott formula alkalmazása egy mennyiség kiszámolására, gyártási időtartamának meghatározása a gyártási folyamat részleteinek ismeretében;
III. matematikai modell használata képlet szinten (tipikusan BSc szinten), a műszaki számítás, tervezés egy témakör, módszer formuláin alapszik, pl. méretezési feladat;
IV. a matematikai modell formális bemutatása érdemi alkalmazás nélkül (tipikusan BSc szinten);
V. teljes matematikai modell tényleges alkalmazása a rendszer/folyamat vizsgálatakor (tipikusan MSc szinten), ismert matematikai modell elemeinek tényleges, kreatív alkalmazása új rendszer, folyamat tervezésében;
VI. új matematikai modell megalkotása (tipikusan PhD szinten), új rendszer, folyamat megtervezése, ehhez új matematikai modell megalkotása, pl. szimuláció.

A vizsgálat sajnálatos módon azzal a nem meglepő eredménnyel zárult, hogy a hallgatók kevéssé használják a szakdolgozatokban alkotó módon az alapképzésen megtanult, a műszaki folyamatok magas színvonalú, korrekt leírásához szükséges matematikai ismereteket. Ha matematikai eszközökre utalnak, akkor azt csak formálisan teszik meg. A matematikai tantárgyakból szerzett jegyek alacsony átlaga összhangban van azzal, hogy a matematikai ismeretek általában alacsony szinten hasznosulnak a szakdolgozatokban.

Az **5. fejezetben** az oktatási módszer elemeit mutatom be.

Az **5.1 alfejezetben** az oktatási program szintjeit és elemeit vizsgálom:

- a mérnöki alapképzések szintje;
- a matematikát intenzíven használó mérnöki kurzusok szintje;
- a mérnöki matematika tantárgyak szintje.

Az **5.2 alfejezetben** a fogalomkép, a kulcsfontosságú tudáselemek ciklikus felidézésének szerepével foglalkozom.

A mérnöki K+F+I tevékenységek megkövetelik bizonyos kulcsfogalmak tökéletes megértését és az absztrakciós képességet. A „nulladik” zárthelyi dolgozatok során szerzett tapasztalataink ([17]) azt mutatják, hogy a legtöbb elsőéves hallgatónak még az alapvető matematikai fogalmak megfelelő használata is gondot okoz. Következésképpen az egyetemi oktatóknak foglalkozniuk kell még az alapvető fogalmakhoz kapcsolódó, Tall által definiált fogalomképpel is [23], ami az egyén elméjében egy adott fogalomhoz kapcsolódó összes kognitív struktúrából áll.

Az **5.3 alfejezetben** a speciális matematika jegyzetek, az elosztott tudásátadás, és a probléma alapú tanulás fontosságát tárgyalom.

A tapasztalat azt mutatja, hogy a szakmai kurzusokban a mérnöki témák tanulmányozása során nagy terjedelmű, átfogó matematikai tankönyvekre való egyszerű hivatkozás („ezt olvassák el és tanulják meg X könyv Y fejezetéből”) szinte haszontalan. Rövid, speciális matematikai jegyzeteket kell készíteni alkalmazásközpontú tárgyalási módszerrel. A mérnöki matematika problémaalapú tanulása olyan haladó mérnöki témák tanulását szolgálhatja, amelyek magas szintű matematikai ismereteket és azok kreatív alkalmazását igénylik. Egy nemzetközi oktatásfejlesztési projekt keretében a problémaalapú tanulás egy módszerét mutattuk be egy esettanulmány formájában a gépészmérnöki alapszak Műszaki diagnosztika tantárgyához kapcsolódóan, ennek keretében egy speciális célú jegyzet is készült: ThinkBS - Basic Sciences in Engineering Education, Erasmus Plus Project [24].

Az **5.4 alfejezet** a kurzusokon, féléveken átívelő házifeladatok (projektek) szerepéről szól.

A mérnökképzés hatékonysága jelentősen növelhető, ha a hallgatók az oktatási folyamat minden szakaszában tisztában vannak azzal, hogy a tananyag egyes részei hogyan kapcsolódnak egymáshoz, és milyen feladatokat lesznek képesek megoldani a komplex ismeretekkel.

A projektek, amelyek a képzés során végig feladatokat adnak a hallgatóknak, a teljes képzési folyamat áttekintését és a tanulási célok megértését szolgálják. A részfeladatokat a jelenlegi tudásuknak megfelelő szinten kell megoldaniuk, de már az elején használható eredményeket kell kapniuk.

A DE Műszaki Kar mechatronika alapképzésben egy többféléves projektet (házi feladatot) adtak ki, amely a matematika, a fizika, az informatika és több kapcsolódó műszaki tantárgy ismeretelemeit tartalmazza. A projekt témája egy negyedautó modell felfüggesztésének vizsgálata a legegyszerűbb diszkrét idejű modell felírásától a szabályozáselméleti értelemben vett megfigyelhetőség és irányíthatóság elemzéséig. [20]

Az **5.5 alfejezetben** az azonnali visszakérdezés módszert mutatom be röviden, mint a módszertanom elemét.

A módszertanomba beépített többféle visszajelzési mód közül a „valós idejű" azonnali visszajelzési módnak van a legfontosabb szerepe a mérnöki matematika tanítási folyamatában. Az azonnali visszakérdezés módszerét a 7. fejezetben tárgyalom részletesen. Az óra végi online felmérések elsődleges célja nem a diákok értékelése volt. Azt szerettem volna felmérni, hogy a hallgatók mennyire értették meg az órai anyagot, és mennyire tudják felidézni az előző hetek témáit. Ez a fajta visszajelzés lehetőséget ad a gyors korrekcióra, és egyben az új információk elmélyítését és megszilárdítását is szolgálja.

Az **5.6 alfejezetben** a „Műszaki problémák integrálása az órai munkába a modellalkotás különböző szintjein" módszert mutatom be, mint a saját módszertanom fontos elemét.

A DE Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék oktatóival és szakmai tárgyak oktatóival együttműködésben készítettem egy feladat-adatbázist, amelyben a problémák három kategóriába vannak sorolva: tisztán matematikai problémák, amelyeket műszaki alkalmazások motiválnak; olyan műszaki problémák, amelyekhez a modell adott, és a megoldáshoz csak matematikai ismeretekre van szükség; olyan szakmai kontextusban megfogalmazott műszaki problémák, amelyek modellalkotást és magasabb szintű, összetett matematikai ismereteket igényelnek.

A **6. fejezetben** egy komplex módszertant mutatok be a matematikai készségek fejlesztésére a mérnökképzésben.

A **6.1 alfejezetben** bemutatom modellezési készségek tesztelésére készült kérdőívet, ami az elsőéves hallgatók matematikával kapcsolatos attitűdjeiről és a matematikai modellezéssel kapcsolatos ismereteikről szól. A kérdőívet 123 elsőéves gépészmérnökhallgató töltötte ki. A kérdőív célja az volt, hogy információkat gyűjtsek az elsőéves hallgatók matematikával kapcsolatos általános attitűdjeiről és a matematikai modellről alkotott elképzeléseikről.

A **6.2 alfejezetben** a tanítás hatékonyságának sajátos fogalmával és a matematikának a mérnökképzésben betöltött szerepével foglalkozom. Ennek keretében megvizsgáltam a matematika kurzusokon alkalmazott tanítási módszer és a tanított matematikai fogalmak és módszerek a későbbi mérnöki kurzusokon való felidézésének képessége közötti kapcsolatot. A bemutatott módszer újszerű eleme a matematikai témák megjelenésének aktív követése, valamint a matematikai ismeretek nem matematikai kontextusban történő szisztematikus tesztelése a mérnöki tárgyak keretében a tárgyak oktatóival együttműködve. A módszerben leírt matematikai kompetenciatérkép alapján azonosításra kerülnek a különböző tantárgyakban használt matematikai fogalmak és módszerek, és ez alapján kerül sor a hallgatók aktuális tudásának tesztelésére. Az eredmények visszajelzésként szolgálnak a mérnöki matematika tantárgyak oktatói számára, továbbá felhívják a hallgatók figyelmét azokra a tudáselemekre, amelyeket át kell ismételni vagy újra kell tanulni az egyes szakmai tárgyak tananyagának megértéséhez.

A **6.3 alfejezetben** a mérnöki matematika tanításának keretét és a mérnöki matematikai feladatok kategóriáit mutatom be.

Az elmúlt évtizedben a matematikatanítás módszertanának folyamatos fejlesztése révén új didaktikai eszközrendszer került bevezetésre a DE Műszaki Karon. Ez magában foglalja a tábla- és a kivetítő-használat, az ábra- és animációkészítés széles körben alkalmazott korszerű módszereit, de a hangsúly a valós mérnöki alkalmazásokhoz kapcsolódó matematikai problémák interaktív tárgyalása felé tolódott. A tapasztalataink azt mutatják, hogy az alkalmazásokhoz való közvetlen kötés nélkül a mai korosztályok számára a korszerűnek számító didaktikai megoldások sem eléggé motiválók.

Az oktatási módszertanom egyik fő eszköze a mérnöki problémák integrálása az órai munkába a modellalkotás különböző szintjein. Ez az analitikus és numerikus módszerek párhuzamos tárgyalásával, a matematikai és szakmai kurzusok közös projektfeladatainak kiadásával, valamint a projektalapú tanulással együtt történik. [20] A vizsgálataink alapján ezek az eszközök segítik a matematikai ismeretek elmélyülését, hosszútávú megmaradását, és kialakítják az alkalmazás képességét a matematikára épülő műszaki tárgyak tanulásában.

Vizsgálatom részeként készült egy feladat adatbázis, amelyben a feladatokat három kategóriába soroltam:

- tisztán matematikai kérdések, melyeket műszaki alkalmazások motiválnak;
- olyan műszaki kérdések, melyek esetén a modell adott, és amelyek megoldása csak matematikai ismereteket igényel;
- olyan szakmai szöveggel megfogalmazott műszaki feladatok, melyek megoldása során modellalkotásra és magasabb szintű, összetett matematikai ismeretekre van szükség.

Minden kategóriára 3-3 feladatot mutatok be.

A **6.4 alfejezetben** a matematikai ismeretek tesztelési módszerét mutatom be műszaki kontextusban.

A mérnöki kurzusok oktatóival együttműködve azonosítottuk a legfontosabb matematikai ismereteket. Módszerem fontos részeként speciális matematikai teszteket készítettem és alkalmaztam a matematikai tudás mérnöki kontextusban történő ellenőrzésére. Bemutatom a mérnöki kontextusban végzett matematikai teszteket az Elektromagnetika, Jármű- és hajtáselemek, Logisztika és Statika tantárgyakhoz (a Statika tárgyhoz készült tesztet, és a hozzá kapcsolódó vizsgálatot, és annak eredményeit a 6.5 alfejezetben külön tárgyalom).

A **6.5 alfejezetben** a Statika tárgy keretében végzett késleltetett vizsgálatomat, a késleltetett tesztet, a teszt megoldásához szükséges matematikai ismereteket, és ennek eredményeit mutatom be. Vizsgálatomban a késleltetett teszt matematikai kérdéseket tartalmazott a Matematikai I. kurzus tananyagából műszaki problémaként megfogalmazva.

A **6.6 alfejezetben** mutatom be az általam végzett kísérletet a Statika tárgy keretein belül.

A vizsgálatomban 80 jármű- és gépészmérnöki szakos hallgató vett részt: 40 hallgató volt a kísérleti csoportban és 40 hallgató volt a kontrollcsoportban. Mindkét szakon a Matematika I. tantárgy 4 óra előadásból és 4 óra gyakorlatból áll. A Matematika I. tantárgyat a két csoport azonos tematikával tanulta azonos óraszámban. A kísérleti csoport hallgatói a 4 órás gyakorlatból 1 órát töltöttek a műszaki problémák megoldásával minden héten, míg a kontrollcsoport hallgatói csak klasszikus tisztán matematikai feladatokat oldottak meg.

A késleltetett tesztet a Matematika I. tárgyra épülő, egy félévvel későbbi Statika tárgy keretében végeztem el. A Statika tárgyat a kísérleti és a kontrollcsoport hallgatói teljesen azonos körülmények között tanulták. A késleltetett teszt a Statika tantárgy első zárthelyi dolgozatához kapcsolódott és „extra tesztnek” neveztem el. A hallgatók a Statika zárthelyi dolgozat pontjainak 10%-át szerezhették meg ezzel a résszel.

A vizsgálatban két hipotézist fogalmaztam meg:

H6.6/1: A különböző kategóriájú mérnöki feladatok célzott beillesztése a tananyagba segíti a tananyag megértését, jobb eredményeket eredményezve a kísérleti csoportba tartozó hallgatók számára a Matematika I. tantárgyból.

Kétmintás t- próbával összehasonlítottam a Matematika I. tantárgy keretében a zárthelyi dolgozaton elért pontszámokat. Matematika I. tárgyból a t-próba alapján szignifikáns eltérés nem mutatható ki a kísérleti csoport és a kontrollcsoport eredményei között.

A kapott eredmények az H6.6/1. hipotézisemet nem igazolták.

H6.6/2: A kísérleti csoportba tartozó tanulók, akiknél a mérnöki feladatokat a módszerem szerint integráltam a Matematika I. tantárgy órai munkájába, jobb eredményeket értek el a Statika tantárgy keretében végzett késleltetett matematikai teszten, mint a kontrollcsoport tanulói.

Kétmintás t- próbával összehasonlítottam a késleltetett teszten elért pontszámokat, és a t-próba eredménye megerősítette a második hipotézisemet. Azok a tanulók, akiknek a Matematika I. kurzus gyakorlati óráinak egy részét műszaki problémák megoldására szántuk (kísérleti csoport) szignifikánsan jobb eredményeket értek el a „Statika” tárgy keretein belül végzett késleltetett teszten, mint a kontrollcsoport tanulói.

A kapott eredmények a H6.6/2. hipotézisemet igazolták.

Ebben az alfejezetben kapott eredményeim a **T1 tézisem** alapozták meg.

A **6.7 alfejezetben** bemutatom az általam készített oktatói interjúkat az alkalmazásorientált matematikaoktatás és a késleltetett tesztek alkalmazásával kapcsolatban.

Az oktatási módszertanom hatékonyságának az ellenőrzésére a kutatásban vizsgált tantárgyak oktatóival készítettem személyes interjúkat. A Statika, Logisztika, Elektromagnetika és a Jármű-és hajtáselemek tárgyak oktatóit kérdeztem meg.

Az interjúk során a módszertanom egyik fő eleméhez az alkalmazásorientált matematikaoktatás és a késleltetett tesztek használatához kapcsolódóan tettem fel specifikus és általános kérdéseket. Arra kerestem választ, hogy ezeket a módszereket mennyire ítélik hasznosnak, milyen ötleteik vannak a további fejlesztésekre, és milyen a hozzáállásuk a matematikai ismeretek kezeléséhez.

Négy fővel végeztem személyes interjút, mivel négy oktató volt bevonva a kísérletbe. Ebben az alfejezetben bemutatom az oktatók kérdéseimre adott válaszait.

A vizsgálat során két hipotézist fogalmaztam meg:

H6.7/1. A kísérletbe bevont szakmai oktatók fontosnak és hasznosnak ítélték a késleltetett tesztek alkalmazását.

A válaszokból kiderült, hogy minden válaszadó egyetértett abban, hogy a matematikai ismeretek fontosak a saját szakmai tárgyuk oktatása során, hasznosnak ítélték a késleltetett tesztek alkalmazását.

A kapott válaszok az H6.7/1. hipotézisemet igazolták.

H6.7/2. A kísérletbe bevont szakmai oktatók hatékonynak és eredményesnek ítélték az alkalmazott módszert, melyben szakmai példákat integráltunk a matematika kurzus tananyagába.

Minden válaszadó egyetértett abban, hogy a gyakorlati, műszaki példák integrálása a matematika tananyagba, növeli a műszaki tárgyak oktatásának sikerességét is, a matematikai témakörök és műszaki feladatok összekapcsolásával és hallgatók felismerik a matematika fontosságát.

A kapott válaszok a H6.7/2. hipotézisemet is igazolták.

Ebben az alfejezetben kapott eredményeim támasztották alá a **T2 téziseimet**.

A **7. fejezetben** az oktatási módszerem egy újabb elemét mutatom be: a mérnöki matematika oktatásának támogatását azonnali visszakérdezés módszerrel.

A **7.1 alfejezetben** az azonnali visszakérdezés módszert mutatom be. A tanítási folyamat hatékony kontrollálásához szükség van a gyakori ellenőrzésekre. Az egyetemi matematikaoktatásban szokásos (félévente 1-2 dolgozat) számonkérési módszerek hatékonysága alacsony, az eredmények csupán az értékelést szolgálják, és nem használhatók a tanítási folyamat érdemi korrekciójára.

A **7.2 alfejezetben** az azonnali visszakérdezés módszer alkalmazását tárgyalom. Vizsgálatot végeztem a Debreceni Egyetem Műszaki Karának elsőéves gépészmérnök szakos hallgatóinak részvételével két féléven keresztül. Az első félévben a

Matematika I. tárgy keretein belül alkalmaztam az azonnali visszakérdezés módszert. Azt vizsgáltam, hogy a módszer milyen hatással van a hallgatók eredményeire.

A felméréseknek nem volt célja a hallgatók értékelése. A kérdésekkel egyrészt azt szerettem volna felmérni, hogy a hallgatók mennyire értették meg az órai anyagot, emlékeznek-e rá az óra végén, illetve mennyire tudják felidézni az elmúlt hetek témaköreit. Ez visszajelzés az oktatási folyamat hatékonyságáról, és lehetőséget teremt a gyors korrekcióra. Másrészt a visszakérdezés a tanítási módszer része, az óravégi visszakérdezés az ismeretek elmélyítését szolgálja.

Két csoportot vizsgáltam; a kísérleti csoportban alkalmaztam az azonnali visszakérdezés módszert, míg a kontroll csoportban nem. Mindkét csoportban 32 fő volt. Minden Matematika I. órára négykérdéses online tesztet készítettem.

A felmérésekhez a Kahoot alkalmazás kvíz funkcióját használtam. A program automatikusan kiértékeli a kérdésekre adott válaszokat.

A következő félévben a Matematika II. tárgy keretein belül folytattam a vizsgálatot. A Matematika I. tárgyat sikeresen teljesítő hallgatókat a Matematika II. tárgy tárgyfelvétele során úgy kerültek a csoportokba, hogy a Matematika I. tárgy során a kísérleti és a kontroll csoport tagjai ugyanazon hallgatók legyenek. A kísérleti csoport létszáma 32 fő, míg a kontrollcsoport létszáma szintén 32 fő volt. A kísérleti csoporttal minden órán történt visszakérdezést.

A **7.3 alfejezetben** a vizsgált két félév alatt készült 24 kérdéssor közül kettőt mutattam be.

A **7.4 alfejezetben** a vizsgálat eredményeit mutattam be.

A vizsgálat során két hipotézist fogalmaztam meg:

H7.2/1: Az alkalmazott azonnali visszajelzés módszer általánosan növeli a tananyag elsajátításának hatékonyságát a félévi és a félév végi tesztek eredményei alapján.

A vizsgálatomban két csoport vett részt. A kísérleti csoportban, és a kontrollcsoportban is 32 diák volt. A félév során minden hallgató két darab zárthelyi dolgozatot írt, így 128 dolgozat eredményét tudtuk megvizsgálni. A két csoport átlageredményeinek összehasonlítására kétmintás t-próbát alkalmaztam.

A t-próba alapján nem volt szignifikáns különbség a kísérleti csoport és a kontrollcsoport Matematika I. tantárgy zárthelyi dolgozatainak eredményei (összpontszáma) között.

A kapott eredmények az H7.2/1. hipotézisemet nem igazolták.

H7.2/2: A „nulladik” zárthelyi dolgozat alapján a kevésbé felkészült hallgatók esetében az azonnali visszajelzés során mutatott nagyobb aktivitás és jobb eredmények növelik a tananyag elsajátításának hatékonyságát a félévi és a félév végi tesztek eredményei alapján.

Mivel a zárthelyi dolgozat pontszám nem következett a kezdeti felkészültségből, megvizsgáltam, hogy kimutatható-e függés az alkalmazott módszertől.

A kísérleti csoport hallgatóit két csoportra osztottam a „nulladik” zárthelyi dolgozaton elért eredményük alapján. A „nulladik” zárthelyi dolgozaton elért pontszám alapján az alsó 50%-ot az A csoportba, míg a felső 50%-ot a B csoportba soroltam. Megvizsgáltam, hogy a rendszeres azonnali visszakérdezés hatása eltért-e a két csoportban. Ehhez minden hallgató esetén megnéztem a jó válaszok arányát az óra végi teszteken, valamint a két zárthelyi dolgozat alapján a kapott összpontszámot.

A kapott eredmények alapján az azonnali visszakérdezés módszer hatását vizsgálva eltérő eredmény adódott a „jobban teljesítettek” és a „gyengébben teljesítettek” esetén. Megállapítható, hogy a gyengébb alapokkal rendelkező hallgatók esetén a dolgozatok eredményét (a jegyet) lényegesen befolyásolja az, hogy a tanórákon figyeltek-e, és megértették-e az elhangzottakat. Vagyis számukra fontosabbnak bizonyult az óra követése. A B csoport (jobbak) esetén az átlag pontszám sokkal nagyobb volt $(76{,}4)$, mint az A csoportban (gyengébbek esetén) $(58{,}9)$. A „nulladik” zárthelyi dolgozaton alacsonyabb pontszámot elért hallgatók csoportjában (A csoport) az átlagpontszám jobban függött a tanórák végi tesztek eredményeitől.

Ezen eredmények a H7.2/2. hipotézisemet igazolták.

Ezen eredmények alapozták meg a **T3 tézisemet**.

A **7.5 alfejezetben** a hallgatók visszajelzéseit elemzem az alkalmazott módszerrel kapcsolatban. Az azonnali visszakérdezés módszer alkalmazását követően készítettem egy felmérést a kísérleti csoport hallgatóival, az alkalmazott módszer hatékonyságáról. Arra voltam kíváncsi, hogy a diákok mennyire ítélték hasznosnak az alkalmazását, jobban sikerült-e elsajátítaniuk a tananyagot a segítségével, és összességében milyen érzéseik vannak az azonnali visszakérdezés módszerről. A kérdőívet a kísérleti csoportban részvevő mind a 32 hallgató kitöltötte. A Kahoot alkalmazáson keresztül készült a felmérés.

A felméréssel kapcsolatban egy hipotézist fogalmaztam meg:

H7.6/1. Azon hallgatóknak, akik az azonnali visszakérdezés módszert alkalmazták, jobban megmaradtak a matematikai ismereteik, és hasznosnak ítélték módszert.

A felmérés elemzése után kiderült, hogy véleményük szerint a módszer hatékony, jobban el tudták mélyíteni a matematikai ismereteiket, szívesen alkalmazták a módszert, és akár további tantárgyak keretében is alkalmaznák, ez a H7.6/1. hipotézisemet alátámasztotta.

Ezen alfejezetben kapott hallgatói válaszok támasztották alá a **T4 tézisemet**.

A **8. fejezetben** a téziseim kerülnek bemutatásra.

10 Summary

In my thesis, I present the elements of a complex educational programme, together with a study of their effectiveness.

In **Chapter 1**, I discuss the role of mathematics education in engineering education.

Chapter 2 presents the results of international research related to my research methodology. In **Subchapter 2.1**, I discuss the methods of efficiency measurement and improvement available in the international literature. And in **Subsection 2.2**, I address the issues of the effectiveness of the immediate feedback method based on international publications in this field.

In **Chapter 3**, I discuss the practice in mathematics education in the undergraduate engineering programmes of the Faculty of Engineering Technology at the University of Debrecen. I introduce the engineering mathematics courses and surveys conducted in the frame of these courses.

Subsection 3.2 presents the Entrance test written by students entering the Faculty of Engineering. This test is written each year with first year students before they start their studies. The aim of the test is, on the one hand, to assess the level of mathematical knowledge of incoming students and, on the other hand, to recommend the students to take the introductory mathematics course.

Subsection 3.3 discusses an instructor survey. As the results of the Entrance tests are rather low and have been getting worse over the years, the Department of Basic Technical Studies decided to develop a novel teaching methodology. As part of this, I surveyed the opinions of teachers of technical subjects on the need for mathematical knowledge. For this purpose, I prepared a questionnaire on the extent to which they think that mathematical knowledge is needed in their own subjects and to what extent it is available when it is needed. My aim was to get an overall picture of subject teachers' views on current mathematics teaching.

In **Subsection 3.4**, I present a student survey.

In this, I assessed, immediately after completing the basic education and several years later, that

- what image the students have about the subject of mathematics;
- how much knowledge has been retained;
- how related these are to their everyday work;
- whether the mathematical theory (acquired in the framework of basic education, self-education or further education) and its application were consistent.

In the survey, I chose a sample of people to complete the tests, for whom it could be assumed that the knowledge acquired in initial training had not been forgotten. The survey was conducted among students learning in a master programme with a bachelor's degree in engineering provided by the Faculty of Engineering.

In **Chapter 4**, I examine the application of mathematical knowledge in thesis works written in undergraduate engineering programmes of the Faculty of Engineering. In this part, I analyse the effectiveness of mathematics teaching from the perspective of how mathematical knowledge is presented in the summative independent theses that conclude the training. Do students choose topics where the use of mathematical tools is emphasised and, if so, which tools are used?

I have grouped the mathematical knowledge in terms of application in the theses into the following categories:

I. Not using mathematics (e.g.: process improvement, qualitative analysis, loss detection, process reengineering)

II. The topic does not require an advanced mathematical model (e.g.: application of given formulas to calculate quantities, determination of the production time based on the details of the production process)

III. Use of a mathematical model at formula level (BSc) (e.g.: technical calculation, design based on formulas given in the model, e.g. sizing task)

IV Formal presentation of a mathematical model (BSc)

V. Application of a complete mathematical model in the study of a system/process (MSc) (e.g.: application of the elements of a known mathematical model in the design of a new system/process, e.g. design of an electric vehicle)

VI. Creation of a new mathematical model (PhD) (e.g.: design of a new system/process creating a new mathematical model, e.g. creation of simulation software).

Unfortunately, the study came to the unsurprising conclusion that students make little creative use in their theses of the mathematical knowledge they have learned in their undergraduate studies to describe technical processes correctly and to a high standard. When they do refer to mathematical tools, they do so only formally. The low average grade in mathematics is consistent with the fact that mathematical knowledge is generally used at a low level in engineering bachelor theses.

In **Chapter 5**, I present the elements of my teaching methodology.

In **Subsection 5.1**, I introduce at the levels and elements of my educational programme:

- the level of the basic engineering programmes (BSc);
- the level of engineering courses that use mathematics intensively;
- the level of engineering mathematics courses.

In **Subsection 5.2**, I address the role of conceptualisation and cyclical recall of key knowledge elements.

Engineering R&D&I activities require a perfect understanding of certain key concepts and the ability to abstract. Our experience with the Entrance tests [17] shows that most first-year students have problems even with the correct use of basic mathematical concepts. Consequently, university lecturers have to deal even with the conceptual picture of basic concepts as defined by Tall [23], which consists of all the cognitive structures associated with a given concept in an individual's mind.

In **Subsection 5.3**, I discuss the importance of specific mathematics notes, distributed knowledge transfer, and problem-based learning.

Experience shows that in professional courses, simply referring to large, comprehensive mathematics textbooks ("read and learn this from chapter Y of book X") when studying engineering topics is almost useless. Short, specific mathematical notes should be prepared using an application-oriented method of discussion. Problem-based learning of engineering mathematics can be used to learn advanced engineering topics that require a high level of mathematical knowledge and its creative application. In the framework of an international educational development project, a method of problem-based learning was presented in a case study in the field of Engineering Diagnostics in the Bachelor of Mechanical Engineering, including a special purpose note: ThinkBS - Basic Sciences in Engineering Education, Erasmus Plus Project [24].

Subsection 5.4 discusses the role of homework (projects) across courses and semesters.

The effectiveness of engineering education can be significantly increased if students are aware at all stages of the educational process of how the different parts of the curriculum are interrelated and what tasks they will be able to solve with the complex knowledge.

Projects, which provide students with tasks throughout the training, give an overview of the whole training process and an understanding of the learning objectives. They should be able to complete the sub-tasks at a level appropriate to their current knowledge, and they should get usable results from the beginning.

The Mechatronics bachelor's programme of the faculty has a project (homework) over several semesters, which covers the knowledge elements of mathematics, physics, computer science and several related technical subjects. The topic of the project is the study of the suspension of a quarter car model, from the simplest discrete-time model to the analysis of observability and controllability in the perspective of the control theory. [20]

In **Subsection 5.5**, I briefly introduce the immediate feedback method as an element of my methodology.

Among the several feedback methods incorporated in my methodology, the "real-time" immediate feedback method has the most important role in the teaching process of engineering mathematics. The method of immediate feedback is discussed in detail in **Chapter 7**. The primary purpose of the end-of-class online surveys was not to assess students. I wanted to gauge the extent to which students had understood the lesson material and could recall the previous weeks' topics. This kind of feedback gives the opportunity for quick corrections and also serves to deepen and consolidate new information.

In **Subsection 5.6**, I present the method "Integrating technical problems into classroom work at different levels of modelling" as an important element of my own methodology.

The Department of Basic Technical Subjects at the Faculty of Engineering has created a task database in which, as part of my investigation, I have classified the tasks into three categories: purely mathematical problems motivated by technical applications; technical problems for which the model is given and only mathematical knowledge is needed to solve them; technical problems formulated in a professional context that require modelling and higher-level, complex mathematical knowledge.

New scientific results

The new scientific results of my thesis are presented in **Chapters 6** and **7**.

Integrating engineering problems into classroom work at different levels of modelling

In the teaching of engineering mathematics, I incorporated technical problems requiring different levels of modeling tasks into the curriculum, and I tested the long-term effect of the method with delayed tests in a technical environment independent of the mathematics class. To deal with the difficulty of problem solving through modeling, I defined three types (levels) of mathematical problems motivated by engineering tasks. In connection with this, a task database was created, and the tasks in it were systematically integrated into the class work.

In my approach, the most important effectiveness factor is the extent to which students can apply the mathematical concepts and methods they have learned in their professional studies and later in their engineering work. Since teaching practice tends to focus on key engineering competences, engineering mathematics should be considered as a professional subject rather than a course separate from other modules in the curriculum. The aim is to create synergy between mathematics and technical subjects. The desired synergy can be created by linking subjects in the teaching of new mathematical and technical knowledge, by participating in joint projects, and by further developing and evaluating mathematical and technical knowledge in as many professional courses as possible throughout the course of the training.

A novel element of the didactic methodology presented is the systematic testing of mathematical topics and mathematical knowledge in non-mathematical contexts in engineering subjects, in collaboration with teachers of technical subjects.

I have grouped the tasks in a task database into three categories:

- purely mathematical questions motivated by engineering applications;
- technical questions where the model is given and the solution requires only mathematical knowledge;
- technical problems formulated with technical text, where the solution requires modelling and a higher level of complex mathematical knowledge.

In my methodology, I integrated engineering applications related to each topic into the classroom material simultaneously with classical mathematics exercises.

To verify the effectiveness of my method, I created a delayed test for the Statics subject. Based on the experience gained, I extended the use of the delay tests to three other subjects in collaboration with the instructors of these subjects. These are Electromagnetics, Logistics and Vehicle and Drive Elements.

I conducted a detailed analysis in connection with the delayed test of the Statics course, which is based on Mathematics I, one semester later. The delayed test was related to the first Statics test, it contained mathematical questions from the Mathematics I course, but formulated as engineering problems. The students were not informed about the nature of the questions either before or during the test, so they had to interpret the situation themselves. The answers required a minimum knowledge of Statics that was a prerequisite for passing the test, so it was assumed that the students had this knowledge. Once the questions had been interpreted, they could only be solved using purely mathematical tools.

80 students majoring in vehicle and mechanical engineering participated in the study: 40 students in the experimental group and 40 students in the control group. In these majors, the course Engineering Mathematics I consists of 4 hours of lecture

and 4 hours of practical. The inclusion of technical examples of different levels serves to increase the efficiency according to our concept.

The level of knowledge of the incoming students is checked every year with an entrance test consisting of high school exercises. The students in the two groups achieved almost identical results in this entrance test. The two- sample t-test indicated that there was no significant difference between the scores of the Experimental group ($M=44.95$, $SD=24.96$) and the Control group ($M=49.18$, $SD=25.70$), $t(78)=0.75$, $p=0.458$ (two-tail, $d=0.17$).

Both the experimental group and the control group studied Engineering Mathematics I according to the same curriculum and for the same number of hours. However, the students in the experimental group spent 1 hour of the 4-hour practical class each week studying models and solving engineering problems, while the students in the control group only solved classical mathematical problems.

Thesis 1: *The use of technical tasks categorised according to modelling needs increases the success of mathematical knowledge development and application in the learning of technical subjects.*

The students in the experimental group, for whom I integrated engineering tasks into their class work in the Mathematics I subject according to my method, performed better on the delayed mathematics test in the Statics subject than the students in the control group.

The scores of the delayed test were compared in the two groups. The students who studied mathematics in a way that regularly involved solving technical problems of different modelling levels during a part of the lessons (Experimental group) ($M=54.15$, $SD=24.17$) achieved significantly better results in the subsequent assessment of their mathematical knowledge in the Statics subject than students in the Control group ($M=37.03$, $SD=21.24$), $t(78)=3.36$, $p=0.001$ (two-tail, $d=0.75$).

The t-test results confirmed Thesis 1.

In order to verify the effectiveness of my teaching methodology, I conducted personal interviews with the teachers of the subjects studied in the research.

During the interviews, I asked questions related to the use of application-oriented mathematics teaching and delayed tests as one of the main elements of my methodology. I was looking for answers on how useful they consider these methods to be, what ideas they have for further improvements, and what their attitudes are towards the management of mathematical knowledge.

The first five questions were about general issues, with three respondents saying that lack of mathematical knowledge was a problem in teaching technical subjects.

Unfortunately, consultation with the teachers of mathematics subjects is not common. All but one instructor take the time to review the necessary mathematics, the one instructor who does not cited lack of time as the reason.

Questions 6-23 concerned the method used. All the instructors identified the mathematical knowledge used in their own professional subject, generally considered it useful to consult their mathematics subject instructor and agreed that, in general, it is very useful to ask mathematical knowledge in a professional context.

All respondents evaluated the feedback received during the application of the method as useful for improving their own subject and the teaching of mathematics. During participation in the experiment, the respondents who had not previously consulted with the teachers of mathematics subjects changed their opinion about the necessity of cooperation, and they want to continue using the method in cooperation with the teachers of mathematics, and they recommend this to the teachers of other professional subjects as well. They made suggestions for the further development of the method, which I plan to implement in the future with the involvement of several colleagues.

Thesis 2: *According to the teacher survey and interviews, teachers of technical subjects consider the integration of professional examples into the mathematics course curriculum and the embedding of mathematical questions in a professional context to be effective.*

Thesis 2/a: *Instructors of the professional courses consider the method used in mathematics teaching, whereby professional examples are integrated into the mathematics curriculum, to be efficient and effective.*

All responding professional educators agreed that integrating practical, technical examples into the mathematics curriculum also increases the success of teaching technical subjects by linking mathematical topics and technical tasks, and making students realise the importance of mathematics.

The responses received confirmed Thesis T2/a.

Thesis 2/b: *According to technical teachers, on the one hand, it is essential to repeat or re-teach the necessary mathematical knowledge in a professional way, and on the other hand, the embedding of mathematical questions in a professional context – as a new method – is in itself a way to help the learning of technical subjects.*

The responses showed that all respondents agreed that mathematical knowledge is important in the teaching of their technical subject and considered the use of delayed tests to be useful.

The responses received confirmed Thesis T2/b.

Immediate feedback method

The other main tool in my methodology is the immediate feedback method.

Frequent checks are necessary to effectively control the teaching process. The usual methods of inquiry in university mathematics education (1-2 papers per semester) are of low effectiveness, the results are only used for evaluation and cannot be used for a meaningful correction of the teaching process.

The most common tools for improving the teaching process are lesson observation and end-of-lesson monitoring. Interactivity in lessons should be increased, because without interaction there is no attention. An important element of interactivity is immediate feedback. Interactivity alone does not provide an adequate level of feedback, as usually only a small proportion of students respond to the questions asked. I believe that asking questions about the material covered in class helps to retain knowledge and gives direct feedback on the success of the learning process.

In my two-semester study, first-year mechanical engineering students of the Faculty of Engineering participated, 32 each in the experimental and control groups. In the experimental group, I used the immediate feedback method. I created a four-question online test for each Mathematics I and Mathematics II class. Thus, 24 tests were produced over the two semesters. I used the quiz function of the Kahoot application for the surveys. I investigated the impact of the method on the students' results.

The purpose of the surveys was not to evaluate the students. With the questions, I wanted to assess how well the students understood the lesson material, whether they remembered it at the end of the lesson, and how well they were able to recall the topics of the past weeks. This is feedback on the effectiveness of the educational process and creates an opportunity for quick correction. On the other hand, feedback is part of my teaching method, feedback at the end of the lesson serves to deepen knowledge.

I examined whether there was a dependence on the method used. There was no significant difference in the results (total test scores) between the experimental and control groups. I therefore continued the study with the experimental group.

Thesis 3: *For students with lower levels of knowledge, greater activity and better results in immediate feedback increase the effectiveness of learning, based on the results of the mid-term and end-term tests.*

The students in the experimental group were divided into two groups based on their Enter test scores, the bottom 50% were placed in group A and the top 50% in group B.

I examined whether the effect of regular immediate feedback differed between the two groups. To do this, I looked at the proportion of good answers for each student on the end-of-class online tests and the overall scores on the two Mathematics I tests.

Based on the results obtained, the effect of the immediate feedback method was found to be different for groups A and B.

In the case of students who are less prepared on the basis of the Entrance test, the greater activity and better results shown during the immediate feedback increase the effectiveness of learning the course material based on the results of the semester and end-of-semester tests.

My results showed that for students with a weaker foundation, the outcome of the papers (the grade) was significantly affected by whether they paid attention and understood what was being taught in class. In other words, for them, it was more important to follow the lesson. For group B, the average score was much higher (76.4) than for group A (58.9). For the group of students who scored lower on the "zero" final paper (group A), the average score was more dependent on the results of the end-of-class tests.

These results confirmed Thesis 3.

After using the immediate feedback method, I conducted a survey with the students of the experimental group on the effectiveness of the method used. I wanted to find out how useful the students found it, whether they had improved their learning and, overall, how they felt about the immediate feedback method.

Thesis 4: *Students consider that using the immediate feedback method helps them to better retain their mathematical knowledge and that they find the method useful.*

The analysis of the survey showed that the students considered the method to be effective, that they were able to deepen their mathematical knowledge, that they were happy to use the method and that they would like to use it in other subjects.

This result supported Thesis 4.

In addition, I collected feedback in the form of face-to-face (informal) interviews, which also confirmed the good reception of the use of the method.

11 Hivatkozások

[1] S. N. Dvoryatkina, R. A. Melnikov és V. E. Shcherbatykh, „Identification of the Research Potential of Students in the Process of Revealing Integrative Connections of the Subject Content of Mathematical Courses,” *European Journal of Contemporary Education,* 2022.

[2] S. Freeman, S. L. Eddy, M. McDonough, M. K. Smith, N. Okoroafor, H. Jordt és M. P. Wenderoth, „Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics,” *Proceedings of the national academy of sciences, 111(23),* pp. 8410-8415., 2014.

[3] S. Henderson és P. Broadbridge, „Engineering mathematics education in Australia,” *MSOR Connections, 9(1),* pp. 12-17., 2009.

[4] A. D. Plutenko, A. V. Leyfa, A. V. Kozyr és T. V. Haletskaya, „Specific Features of Vocational Education and Training of Engineering Personnel for High-Tech Businesses,” *European Journal of Contemporary Education, 7(2),* pp. 360-371., 2018.

[5] A. Rooch, P. Junker és J. H. K. Härterich, „Linking mathematics with engineering applications at an early stage–implementation, experimental set-up and evaluation of a pilot project,” *European Journal of Engineering Education, 41(2),* pp. 172-191., 2016.

[6] C. R. Bego, K. B. Lyle, J. C. Immekus és P. A. Ralston, „Introducing desirable difficulty in STEM barrier courses with spaced retrieval practice,” *In 2021 IEEE Frontiers in Education Conference (FIE),* pp. 1-6., 2021.

[7] D. Lawson, A. C. Croft és M. Halpin, „Good practice in the provision of mathematics support centres,” *LTSN Maths, Stats & OR Network,* 2003.

[8] M. Gallimore és J. Stewart, „Increasing the impact of mathematics support on aiding student transition in higher education,” *Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA, 33(2),* pp. 98-109., 2014.

[9] D. Lawson, T. Croft és M. Halpin, „Evaluating and Enhancing the Effectiveness of Mathematics Support Centres,” *Final report of a project funded by the LTSN Maths, Stats and OR Network,* 2001.

[10] G. Perkin és A. C. Croft, „Mathematics Support Centres–the extent of current provision,” *MSOR Connections 4(2),* pp. 14-18., 2004.

[11] M. Bhaird és D. C. Lawson, „How to set up a Mathematics and Statistics Support Provision,” *Sigma – Centre of Excellence in Mathematics and Statistics Support,* 2012.

[12] E. V. Soboleva, T. N. Suvorova, M. I. Bocharov és T. I. Bocharova, „Development of the personalized model of teaching mathematics by means of interactive short stories to improve the quality of educational results of schoolchildren," *European Journal of Contemporary Education, 11(1),* pp. 241-257., 2022.

[13] A. Baddeley, M. W. Eysenck és M. C. Anderson, Memory, Psychology Press, 2009.

[14] A. Ambrus, „Teaching Mathematical Problem-Solving with the Brain in Mind: How can opening a closed problem help?," *Center for Educational Policy Studies Journal, 4(2),* pp. 105-120., 2014.

[15] M. L. Epstein, B. B. Epstein és G. M. Brosvic, „Immediate feedback during academic testing," *Psychological reports, 88(3),* pp. 889-894., 2001.

[16] F. Leydecker, „Interactive tools in lectures with many participants," *In Didactics of Mathematics in Higher Education as a Scientific Discipline–Conference Proceedings,* pp. 169-171., 2017.

[17] G. Szanyi és A. Varga, „Matematikai alapok a mérnökképzésben: kereslet és kínálat," *Proceedings of the Conference on Problem-based Learning in Engineering Education,* pp. 70-77., 2018.

[18] Képzési és Kimeneti Követelmények, 05 2018-2022. [Online]. Available: https://kormany.hu/dokumentumtar/kepzesi-es-kimeneti-kovetelmenyek-1.

[19] I. Kocsis, R. Mikuska, C. Budai, K. Á. Kis és P. Korondi, „Discrete-time modeling and animation with mechatronics approach for control education," *In 2023 IEEE 10th International Conference on E-Learning in Industrial Electronics (ICELIE),* pp. 1-6., 2023.

[20] K. Á. Kis, G. Korsoveczki, K. Sarvajcz, P. Korondi, I. Kocsis és I. Balajti, „Quarter Car Suspension State Space Model and Full State Feedback Control for Real-Time Processing," *In 2023 Signal Processing Symposium (SPSympo),* pp. 73-78., 2023.

[21] D. Sipos és I. Kocsis, „Supporting the education of engineering mathematics using the immediate feedback method," *Teaching Mathematics and Computer Science, 21(1),* pp. 49-61., 2023.

[22] D. Sipos és I. Kocsis, „On a mathematics teaching efficiency concept and a delayed mathematics testing method in technical learning environment in engineering higher education," *Annales Mathematicae et Informaticae,* 2024.

[23] D. Tall és S. Vinner, „Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity," *Educational studies in mathematics, 12(2),* pp. 151-169., 1981.

[24] I. Kocsis és D. Sipos, „"Project-Based Learning in Technical Diagnostics Course in a Mechanical Engineering Bachelor Programme, ThinkBS Basic Sciences in Engineering Education, Erasmus Plus Project", International Workshop," 2021.

[25] I. Kocsis és D. Sipos, „On Research and Training in Machinery Diagnostics in Engineering Education," *Műszaki Tudományos Közlemények,* pp. 31-36., 2022.

[26] C. Kézi, „Modellalkotás középiskolás fokon," *International Journal of Engineering and Management Sciences, 8(4),* pp. 76-83., 2023.

[27] J. T. Cooper, T. Whitney és A. S. Lingo, „Using immediate feedback to increase opportunities to respond in a general education classroom," *Rural Special Education Quarterly, 37(1),* pp. 52-60., 2018.

12 Mellékletek

12.1 A Matematika I. és Matematika II. kurzusok tantárgyleírása

Tantárgy neve: Matematika I	Kreditértéke: 8
A tantárgy besorolása: kötelező	
A tanóra típusa: 4 óra előadás és 4 óra gyakorlat, összesen 96 óra az adott félévben Az adott ismeret átadásában alkalmazandó további (sajátos) módok, jellemzők (ha vannak):	
A számonkérés módja (kollokvium / évközi jegy / egyéb): évközi jegy Az ismeretellenőrzésben alkalmazandó további (*sajátos*) módok *(ha vannak)*:	
A tantárgy tantervi helye: 1. félév	
Előkövetelmények: -	
Tantárgyleírás: A tantárgy tematikája a matematika azon témaköreit öleli fel, amelyek a különböző mérnöki szakterületek műveléséhez szükségesek. Ismeretanyag: • Halmazok; • Valós és komplex számok; • Számsorozatok; • Számsorok; • Függvénysorok; • Valós függvények közelítése: Lagrange interpoláció, lineáris regresszió; • Mátrixok; • Lineáris terek: lineáris kombináció, függetlenség, bázis, dimenzió, koordináta, vektorrendszer és a mátrix rangja; • Lineáris egyenletrendszerek és gyakorlati alkalmazásuk; • Lineáris függvények és gyakorlati alkalmazásuk; • Vektorgeometria, vektoralgebra; • Koordináta-rendszerek: síkbeli polár koordináta-rendszer. Térbeli polár és henger koordináta-rendszer; • Valós függvények, racionális törtfüggvények vizsgálata; • Elemi függvények; • Valós függvények folytonossága, határértéke; • Valós függvények differenciálszámítása: Differenciálhányados fogalma, geometriai és fizikai jelentés, deriválási szabályok, lineráris közelítés, pontbeli jellemzők, L'Hospital szabály, Taylor polinomok, függvényvizsgálat; • Riemann integrál; • Primitív függvény, határozatlan integrál;	

- Riemann integrál: Newton-Leibniz formula, az integrál közelítő kiszámítása: trapéz formula, Simpson formula; alkalmazások, improprius integrál. Matematikai szoftverek használata.

https://mecheng.unideb.hu/sites/default/files/upload_documents/01_matematika_i_gm_bsc_nl.pdf

Tantárgy neve: Matematika II	Kreditértéke: 6
A tantárgy besorolása: kötelező	
A tanóra típusa: 2 óra előadás és 4 óra gyakorlat, összesen 72 óra az adott félévben Az adott ismeret átadásában alkalmazandó további (sajátos) módok, jellemzők (ha vannak):	
A számonkérés módja (kollokvium / évközi jegy / egyéb): évközi jegy Az ismeretellenőrzésben alkalmazandó további (*sajátos*) módok *(ha vannak)*:	
A tantárgy tantervi helye: 2. félév	
Előkövetelmények: Matematika I.	
Tantárgyleírás: A tantárgy tematikája a matematika azon témaköreit öleli fel, amelyek a különböző mérnöki szakterületek műveléséhez szükségesek. Témakörök: • Metrika, topológia, sorozatok $\mathbb{R}^n$-ben; lineáris függvények. • Parametrizált görbék. Parametrizált felületek. Skalármezők. • Többváltozós függvények szélsőértéke. • Többváltozós függvények integrálása: kettős- és hármas integrál, integrálás normál tartományon, gyakorlati alkalmazások, integráltranszformáció. • Vektormezők: ívhossz, felszín, vonalintegrál, felületi integrál; Integrálátalakító tételek (Green, Stokes, Gauss-Osztrogradszkij tétel). • Differenciálegyenletek: differenciálegyenlet, kezdeti érték probléma, differenciálegyenletre vezető problémák. • Differenciálegyenletek közelítő megoldása: Euler módszer, Runge-Kutta módszer. • Homogén lineáris differenciálegyenletek alaprendszere és általános megoldása. • Inhomogén lineáris differenciálegyenletek megoldási módszerei: konstansvariálás; próbafüggvények alkalmazása. • Néhány nemlineáris differenciálegyenlet megoldása: elsőrendű szeparábilis és arra visszavezethető egyenletek, másodrendű hiányos differenciálegyenletek. • Matematikai szoftverek használata	

https://mecheng.unideb.hu/sites/default/files/upload_documents/02_matematika_ii_gm_bsc_nl.pdf

12.2 Oktatói kérdőív

Kedves Kolléga!

Az alábbi kérdések megválaszolásával segíti munkánkat, melynek célja a műszaki matematika oktatásának eredményesebbé tétele. Ezzel a kérdőívvel szeretnénk képet kapni a szakmai tárgyak oktatóinak véleményéről a jelenlegi helyzet tekintetében. Úgy gondoljuk, hogy az oktatás eredményességét nem csak a matematika tárgy keretében megvalósított szokásos számonkérésekkel kell mérni, hanem a felhasználás terepén is, a szaktárgyak keretében. Erre szeretnénk a későbbiekben módszert kidolgozni, melyhez örömmel veszünk minden gondolatot.

Az anonimitás érdekében – papíron való kitöltés esetén – kérjük, ne írja a nevét a lapra! Az e-maileket válaszok feldolgozása után töröljük.

Köszönjük az együttműködést!

Kérdések:

Milyen jellegű tárgyakat tanít? (kérjük, húzza alá a megfelelő választ)

műszaki / gazdasági / egyéb:

Milyen szinteken oktat?

BSc / MSc / PhD

Kérjük, fejezze ki véleményét 5 fokozatú skálán a következőkről (jelölje X-szel a választ).

1: nem jellemző/nem ért egyet, 5: nagyon jellemző/nagyon egyetért

	1	2	3	4	5
Az Ön által oktatott tárgy mennyire épít matematikai ismeretekre?					
ezen belül mennyire jellemző az alábbi témakörök ismereteinek alkalmazása:					
sík- és térgeometria					
speciális koordinátarendszerek					
vektoralgebra					
lineáris algebra, transzformációk, mátrixok, egyenletrendszerek					
függvénytan					
differenciálszámítás					
integrálszámítás					
differenciálegyenletek					
többváltozós függvények					
térgörbék elmélete					

vektoranalízis					
Fourier elmélet					
Laplace transzformáció					
valószínűségelmélet					
matematikai statisztika					
Egyéb:					
Tapasztalatai szerint az Ön által oktatott tárgyak tanulását mennyire akadályozza a hallgatók matematikai ismereteinek hiánya?					
ezen belül mennyire akadályozza a tanulást					
az alapismeretek (általános és középiskolai ismeretek) hiánya					
az egyetemi tananyag ismeretének hiánya					
Mennyire jellemző, hogy matematikát kénytelen tanítani az óráin a hiányosságok pótlása érdekében?					
Ha jellemző, akkor milyen témaköröket szokott összefoglalni?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók önállóan vetik fel az alkalmazandó matematikai módszert az Ön által tartott órákon?					
Mennyire jellemző, hogy matematikai szoftvereket használ a tanórákon?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók matematikai szoftvereket használnak a házi feladatok, projektek megoldásában?					
Mennyire jellemző, hogy Ön bátorítja a hallgatókat matematikai szoftverek használatára?					
Mennyire jellemző, hogy MS Excelt használ a tanórákon?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók MS Excelt használnak a házi feladatok, projektek megoldásában?					
Mennyire jellemző, hogy Ön bátorítja a hallgatókat a MS Excel használatára?					
Mennyire jellemző, hogy MS Accesst, vagy más adatbázis-kezelőt használ a tanórákon?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók MS Accesst, vagy más adatbázis-kezelőt használnak a házi feladatok, projektek megoldásában?					
Mennyire jellemző, hogy Ön bátorítja a hallgatókat a MS Access, vagy más adatbázis-kezelő használatára?					
Mennyire jellemző, hogy az Ön által oktatott tárgyak keretében folyik-e valamilyen jellegű programozás?					

Tapasztalatai szerint az Ön által oktatott tárgy tanulásában melyik okozza a nagyobb gondot:

a számolási képességek hiánya a feladatmegoldásban

a szakmai tárgy elméletének megértése a matematikai fogalmak ismeretének hiányában

Amennyiben BSc és MSc szinten is tanít:

Melyik szinten jellemző inkább, hogy a matematikai ismeretek hiánya gondot okoz?

BSc / MSc / egyforma

Kérjük, fejezze ki véleményét 5 fokozatú skálán a következőkről (jelölje X-szel a választ).

1: nem jellemző/nem ért egyet, 5: nagyon jellemző/nagyon egyetért

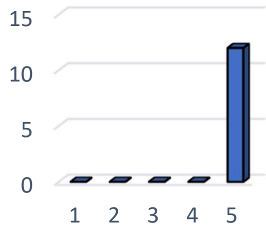
	1	2	3	4	5
Ön szerint milyen mértékben ismerik a hallgatók a műszaki szakterület műveléséhez szükséges általános és specifikus matematikai, természet- és társadalomtudományi elveket, szabályokat, összefüggéseket, eljárásokat?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók átfogóan ismerik szakterületük fő elméleteinek ismeretszerzési és probléma-megoldási módszereit?					
Ön szerint a hallgatók mennyire képesek az önálló tanulás és ismeretszerzés megtervezésére, megszervezésére és elvégzésére?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók képesek ismereteiket alkotó módon használva munkahelye erőforrásaival hatékonyan gazdálkodni?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók az Ön által oktatott tárgyak során törekszik a rendszerszemléletű, folyamatorientált, komplex megközelítésre, a problémák felismerésére, és azok kreatív megoldására?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók törekszenek arra, hogy a problémákat lehetőleg másokkal együttműködésben oldják meg?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók a gyakorlati tevékenységek elvégzéséhez megfelelő kitartással és monotónia-tűréssel rendelkeznek?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók ismerik a szakterület tanulási, ismeretszerzési, adatgyűjtési módszereit?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók képesek szakmódszertani, szaktárgyi, tanuláselméleti és tantervi tudásának hatékony integrálására?					
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók nyitottak az új információk befogadására, törekszenek a szakmai- és általános műveltségüknek folyamatos fejlesztésére?					

Kérjük, írja le a véleményét, gondolatait általában a matematika szerepéről, helyzetéről a műszaki képzésben!

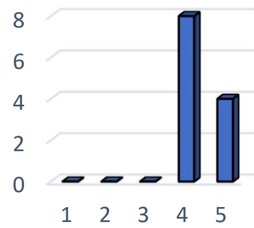
Milyen előre lépési, javítási lehetőségeket lát a műszaki felsőoktatás keretében? (A közoktatás véleményezését itt kérjük mellőzni.)

Vizsgálatom szempontjából a legfontosabb kérdések, és a szakmai oktatók válaszainak bemutatása:

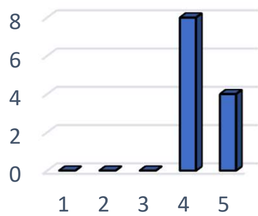
Az Ön által oktatott tárgy mennyire épít matematikai ismeretekre?



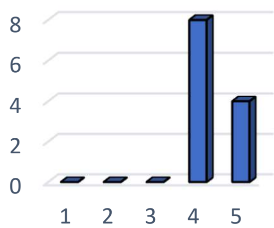
Tapasztalatai szerint az Ön által oktatott tárgyak tanulását mennyire akadályozza a hallgatók matematikai ismereteinek hiánya?



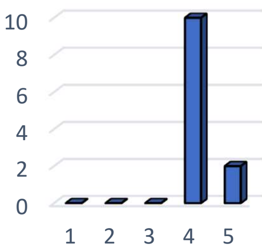
Tapasztalatai szerint az Ön által oktatott tárgyak tanulását mennyire akadályozza a hallgatók matematikai ismereteinek hiánya? Ezen belül mennyire akadályozza a tanulást az alapismeretek (általános és középiskolai ismeretek) hiánya?



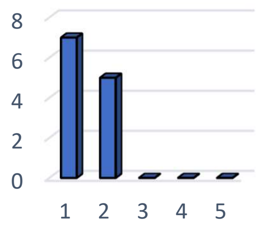
Tapasztalatai szerint az Ön által oktatott tárgyak tanulását mennyire akadályozza a hallgatók matematikai ismereteinek hiánya? Ezen belül mennyire akadályozza a tanulást az egyetemi tananyag ismeretének hiánya?



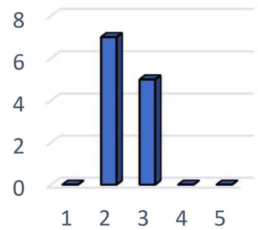
Mennyire jellemző, hogy matematikát kénytelen tanítani az óráin a hiányosságok pótlása érdekében?



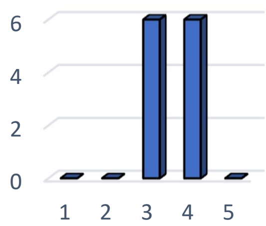
Mennyire jellemző, hogy a hallgatók önállóan vetik fel az alkalmazandó matematikai módszert az Ön által tartott órákon?



Ön szerint milyen mértékben ismerik a hallgatók a műszaki szakterület műveléséhez szükséges általános és specifikus matematikai, természet- és társadalomtudományi elveket, szabályokat, összefüggéseket, eljárásokat?



Mennyire jellemző, hogy a hallgatók átfogóan ismerik szakterületük fő elméletének ismeretszerzési és problémamegoldási módszereit?



12.3 Matematikai kompetenciatérkép

	Alap algebra	Függvények	Vektorműveletek	Mátrixműveletek	Deriválás	Integrálás	Vektormezők	Fourier elmélet
Statika	✓	✓	✓	✓	✓			
Elektromagnetika		✓	✓		✓	✓	✓	
Logisztika	✓	✓						
Jármű- és hajtáselemek	✓	✓	✓					
Műszaki diagnosztika		✓			✓	✓		✓

12.4 A modellezési készségek tesztelésére készült kérdőív

1. Középiskolában átlagosan hányas jegye volt matematikából?

2. Meg tudom tanulni a matematika tananyagot.

	egyáltalán nem	néha	általában igen	minden esetben
legjobb hallgatók	0%	10%	74%	16%
többi hallgató	0%	22%	73%	5%
összes hallgató	0%	20%	73%	7%

3. Elegendő meghallgatnom a tanári magyarázatot, hogy megértsem a tananyagot.

	egyáltalán nem elég	néha elég	általában elég	minden esetben elég
legjobb hallgatók	0%	22%	68%	10%
többi hallgató	21%	44%	35%	0%
összes hallgató	16%	40%	43%	1%

4. Egyéni segítség kell, hogy megértsem a tananyagot.

	minden esetben kérek segítséget	néha kérek segítséget	általában kérek segítséget	sosem kérek segítséget
legjobb hallgatók	0%	10%	58%	32%
többi hallgató	0%	22%	71%	7%
összes hallgató	0%	20%	68%	12%

5. Meg tudom önállóan tanulni a tananyagot.

	sosem tudom önállóan megtanulni	néha meg tudom önállóan tanulni	általában meg tudom tanulni	minden esetben meg tudom önállóan tanulni
legjobb hallgatók	0%	10%	74%	16%
többi hallgató	3%	30%	67%	0%
összes hallgató	2%	26%	68%	4%

6. A matematikát nehéz megérteni.

	egyáltalán nem nehéz	néha nehéz	általában nehéz	minden esetben nehéz
legjobb hallgatók	10%	74%	16%	0%
többi hallgató	2%	49%	46%	3%
összes hallgató	4%	55%	39%	2%

7. Rosszul érzem magam, ha matematikával kell foglalkoznom.

	egyáltalán nem érzem rosszul magam	néha rosszul érzem magam	általában rosszul érzem magam	mindig rosszul érzem magam
legjobb hallgatók	53%	47%	0%	0%
többi hallgató	25%	53%	16%	6%
összes hallgató	32%	51%	12%	5%

8. Félelmet érzek a számonkérések során.

	mindig félelmet érzek	néha félelmet érzek	általában félelmet érzek	sosem érzek félelmet
legjobb hallgatók	6%	74%	10%	10%
többi hallgató	19%	50%	14%	17%
összes hallgató	16%	55%	13%	16%

9. Általában magabiztos vagyok a dolgozatírások előtt.

	mindig magabiztos vagyok	általában magabiztos vagyok	néha magabiztos vagyok	sosem vagyok magabiztos
legjobb hallgatók	6%	63%	25%	6%
többi hallgató	8%	28%	36%	28%
összes hallgató	7%	37%	34%	22%

10. Általában nem értem, hogy mit beszél a matematika tanár.

	mindig értem	általában értem	ritkán értem	sosem értem
legjobb hallgatók	47%	53%	0%	0%
többi hallgató	4%	79%	16%	1%
összes hallgató	14%	73%	12%	1%

11. A matematika távol áll a valóságos dolgoktól.

	nem áll távol	általában nem áll távol	távol áll	nagyon távol áll
legjobb hallgatók	69%	25%	6%	0%
többi hallgató	37%	40%	20%	3%
összes hallgató	44%	37%	17%	2%

12. Nem tudom, mire jó a matematika.

	egyáltalán nem tudom	nem érdekel	általában tudom	tudom
legjobb hallgatók	0%	0%	31%	69%
többi hallgató	2%	7%	54%	37%
összes hallgató	1%	5%	50%	44%

13. Örülök, hogy sok matematikát kell tanulni.

	egyáltalán nem örülök	nem örülök	örülök	nagyon örülök
legjobb hallgatók	6%	25%	59%	10%
többi hallgató	24%	54%	16%	6%
összes hallgató	20%	47%	26%	7%

14. A gyakorlati példák segítenek a matematika megértésben.

	egyáltalán nem segítenek	néha segítenek	általában segítenek	mindig segítenek
legjobb hallgatók	0%	0%	21%	79%
többi hallgató	0%	8%	33%	59%
összes hallgató	0%	6%	30%	64%

15. Több matematikát kell tanulni, mint amennyire igazán szükség van.

	sokkal többet kell tanulni	többet kell tanulni	pont elegendő mennyiségűt kell tanulni	szívesen tanulnék többet is
legjobb hallgatók	10%	48%	42%	0%
többi hallgató	16%	47%	29%	8%
összes hallgató	15%	47%	32%	6%

16. Tudom majd használni a megtanult matematikát.

	sosem fogom használni	néha fogom használni	általában fogom használni	mindig fogom használni
legjobb hallgatók	0%	0%	74%	26%
többi hallgató	3%	32%	46%	19%
összes hallgató	2%	25%	52%	21%

Sorolja be az alábbiakat a FOGALOM, MATEMATIKAI MODELL, FIZIKAI MODELL, FIZIKAILAG LÉTEZŐ DOLOG kategóriák valamelyikébe:

17. háromszög
18. $F = m \cdot a$
19. macska
20. áramerősség
21. elektromos áram
22. $R = \frac{U}{I}$

A jó válaszok aránya (17-22. kérdés)

kérdés	17.	18.	19.	20.	21.	22.
legjobb hallgatók	32%	74%	26%	68%	5%	89%
többi hallgató	28%	51%	8%	41%	11%	73%
összes hallgató	29%	56%	7%	48%	10%	77%

Döntse el, hogy az alábbi állítások igazak vagy hamisak-e?

23. A matematikai modellben kapott megoldás minden esetben megoldása a műszaki/gyakorlati problémának.

24. Egy műszaki/gyakorlati probléma több különböző matematika modell is hozzárendelhető.
25. Egy műszaki/gyakorlati probléma különböző matematikai modelljéből különböző megoldások adódhatnak.
26. A matematikai modellben való számoláshoz érteni kell a műszaki/gyakorlati problémát, amit modellezünk.
27. A matematikai modellből megkapható a műszaki/gyakorlati probléma minden megoldása.

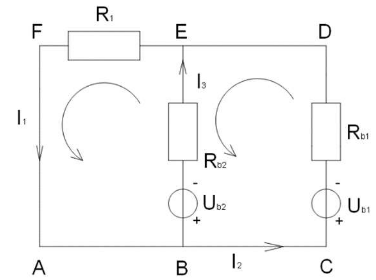
A jó válaszok aránya (23-27. kérdés)

kérdés	23.	24.	25.	26.	27.
legjobb hallgatók	84%	100%	63%	11%	95%
többi hallgató	78%	95%	71%	21%	87%
összes hallgató	79%	96%	68%	20%	88%

12.5 Példák matematika tesztekre műszaki kontextusban

Elektromagnetika

E1. feladat



Az ábrán adott egyenáramú hálózat $A-B-E-F-A$ és $B-C-D-E-B$ hurkaira felírva Kirchhoff II. törvényét, valamint a B csomópontra Kirchhoff I. törvényét az alábbi lineáris egyenletrendszer adódik:

$I. \quad U_{b2} + R_{b2} \cdot I_3 + R_1 \cdot I_1 = 0$

$II. \quad U_{b1} + R_{b1} \cdot I_2 + R_{b2} \cdot I_3 - U_{b2} = 0$

$III. \quad I_1 - I_2 - I_3 = 0$

Adatok:

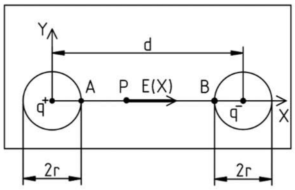
$U_{b_1} = 5\ [V];\ U_{b_2} = 20\ [V];$

$R_1 = 2\ [\Omega];\ R_{b_1} = 5\ [\Omega]; R_{b_2} = 2\ [\Omega];$

a) Rendezze az egyenletrendszert, helyettesítse be az adatokat, majd írja fel a mátrixát!

b) Oldja meg az egyenletrendszert a Cramer-szabály alkalmazásával és adja meg az ismeretlen előjeles áramerősségek értékét!

E2. feladat



Az ábra egy akkumulátort mutat felülnézetből. A két elektróda közötti térerősség nagyságát az A-B szakaszon az alábbi összefüggés szolgáltatja:

$$E(x) = k \cdot q \cdot \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(d-x)^2}\right)$$

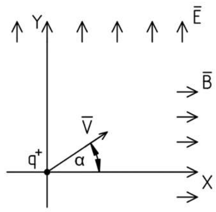
Adatok: $k = 8{,}988 \cdot 10^9 \left[\frac{N \cdot m^2}{c^2}\right]; q = 7 \cdot 10^{-12}[c]; d = 0{,}3[m];\ r = 0{,}01[m].$

Helyettesítse be az adatokat, majd számítsa ki a két elektróda közötti feszültséget az alábbi összefüggés alkalmazásával:

$U_{AB} = \int_r^{d-r} E(x)dx$

E3. feladat

A q pozitív töltésű részecske az x irányú mágneses és y irányú elektromos mezőben az $x - y$ síkba eső $\bar{v}$ sebességgel halad az ábra szerint.



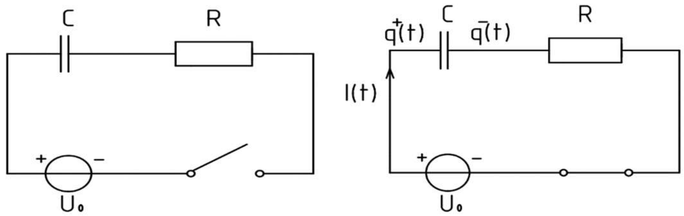
Adatok: $q = 7 \cdot 10^{-6}[c]; E = 4 \cdot 10^6 \left[\frac{N}{c}\right]; B = 2[T]; V = 5 \cdot 10^6 \left[\frac{m}{s}\right];\ \alpha = 30°.$

Számítsa ki a töltött részecskére a kombinált elektromos és mágneses mező által kifejtett erőt az alábbi összefüggés alkalmazásával:

$$\bar{F} = q \cdot (\bar{E} + \bar{V} \mathrm{x} \bar{B})$$

E4. feladat

Az ábrán látható C kapacitású kondenzátor a kapcsoló zárását követően az R ellenálláson keresztül feltöltődik. A generátor feszültségét U_0 jelöli.



Adatok: $U_0 = 10\ [V]$; $C = 10^{-4}\ [F]$; $R = 10^5\ [\Omega]$.

Tudjuk, hogy a feltöltődés során a kondenzátor töltését az idő függvényében az alábbi összefüggés szolgáltatja:

$q(t) = q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R\cdot C}}\right)$, ahol $q_0 = C \cdot U_0$.

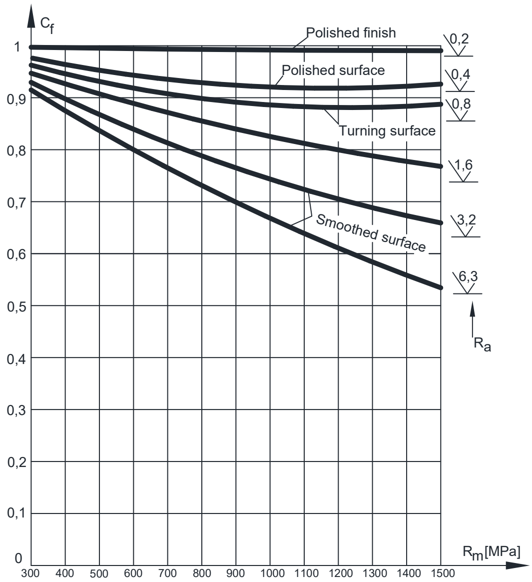
Helyettesítse be az adatokat, majd adja meg a töltőáram erősségét az idő függvényében, ha tudjuk, hogy az a $q(t)$függvény idő szerinti deriváltfüggvénye!

Jármű- és hajtáselemek

JH1. feladat

Számítsa ki a C_f felületi tényező értékét $R_a = 6{,}3$ felületi érdességnél és $1840\ MPa$ szakítószilárdságnál.

Feltételezhetjük, hogy a szakítószilárdság$600\ MPa$ fölött lineáris.



JH2. feladat

Számítsa ki a menetemelkedési szöget az egyszeres bekezdésű M8-as csavarnál.

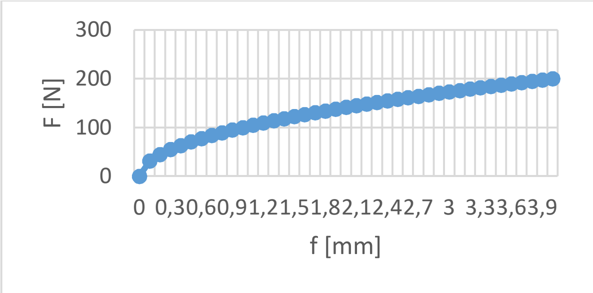
Az M8-as csavar méretei: $P = 1.25$, $d_2 = 7.188$, $d_3 = 6.466$

JH3. feladat

Számítsa ki az alábbi progresszív karakterisztikájú rugó munkáját 0 -tól $4\ mm$-ig történő összenyomásnál!

Nevezetes pontok:

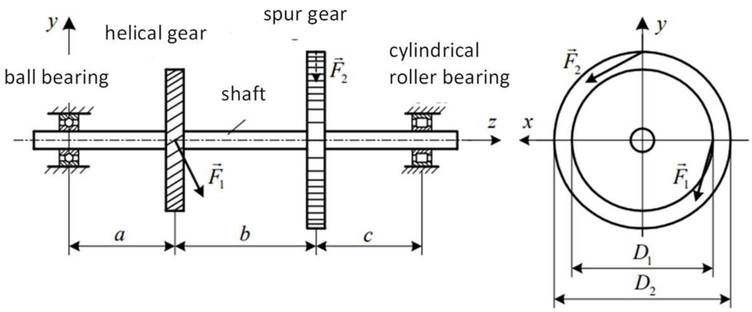
$0\,mm - 0\,N;\ 1mm - 100N;\ 4mm - 200N.$



JH4. feladat

Számítsa ki a támasztóerőket az A és B pontokra!

Hajtóműtengely igénybevételi ábrái:

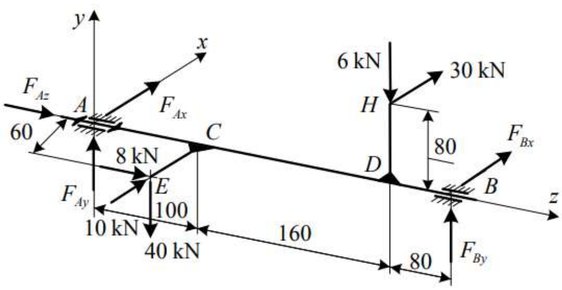


A tengely hosszméretei: $a = 100\,mm,\ b = 160\,mm,\ c = 80\,mm$

A fogaskerekek gördülőkör átmérői: $D1 = 120\,mm,\ D2 = 160\,mm$

A fogaskerekekre ható erők: $\vec{F}_1 = (10\vec{e}_x - 40\vec{e}_y + 8\vec{e}_z)kN,\ \vec{F}_2 = (30\vec{e}_x - 6\vec{e}_y)kN$

A mechanikai modell:



A támasztóerők meghatározása:

Az A pontra felírt nyomatéki egyenlet:

$\vec{M}_A = \vec{r}_{A1} \times \vec{F}_1 + \vec{r}_{A2} \times \vec{F}_2 + \vec{r}_{AB} \times \vec{F}_B = \vec{0}.$ $\quad /\cdot \vec{e}_x \quad /\cdot \vec{e}_y$

$\vec{r}_{A1} = (-0{,}06\vec{e}_x + 0{,}1\vec{e}_z)m,\ \ \vec{r}_{A2} = \left(0{,}08\vec{e}_y + 0{,}26\vec{e}_z\right)m,\ \ \vec{r}_{AB} = (0{,}34\vec{e}_z)m$

$\vec{r}_{A1} \times \vec{F}_1 =$

$\vec{r}_{A2} \times \vec{F}_2 =$

$\vec{r}_{AB} \times \vec{F}_B =$

Skaláris egyenletek:

A B pontra felírt nyomatéki egyenlet:

$\vec{M}_B = \vec{r}_{B1} \times \vec{F}_1 + \vec{r}_{B2} \times \vec{F}_2 + \vec{r}_{BA} \times \vec{F}_A = \vec{0}$ $\ /\cdot \vec{e}_x \quad /\cdot \vec{e}_y$

$\vec{r}_{B1} = (-0{,}06\vec{e}_x + 0{,}24\vec{e}_z)m,\ \ \vec{r}_{B2} = \left(0{,}08\vec{e}_y - 0{,}08\vec{e}_z\right)m,\ \ \vec{r}_{BA} = (-0{,}34\vec{e}_z)m$

$\vec{r}_{B1} \times \vec{F}_1 =$

$\vec{r}_{B2} \times \vec{F}_2 =$

$\vec{r}_{BA} \times \vec{F}_B =$

Skaláris egyenletek:

Logisztika

L1. feladat

A rendelések beérkezése normális eloszlású, várható értéke 100, szórása 5. Egy áru készletezési költsége 1€, hiány esetén 2€-t kell fizetni.

Számítsa ki a gazdaságilag optimális biztonsági készlet nagyságát!

Mennyiben változik az eredmény, ha a várható érték csak 20?

Végezze el a számítást 5€-s hiányköltséggel is!

L2. feladat

Egy 11 tonna tömegű vasúti kocsi, amelyben egy 10 tonna tömegű (faládába helyezett) gépet ferde lekötéssel rögzítettek, 5km/óra sebességgel nekiütközik egy álló 12 tonna tömegű vasúti kocsinak, amelyben egy 10 tonna tömegű gépet csúszótalpas ládában szállítanak. A rakomány és a lekötés paraméterei a ráfutó vasúti kocsiban a következők:

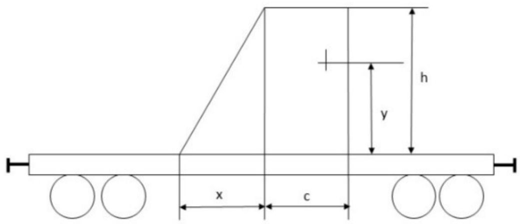
$$c = 1{,}5\ m; y = 1{,}3m; h = 2{,}5m; x = 1{,}1m.$$

Ütköző paraméterek:

$$c_p = 0{,}43 \cdot 107\frac{N}{m};\ c_w = 5 \cdot 107\frac{N}{m};\ F_{\text{ütk}} = 320kN.$$

Számítsa ki a ráfutó vasúti kocsiban elhelyezett rakományra ható tehetetlenségi erő (B) értékét!

Számítsa ki a kötélágak szükséges számát (n), ha a kötélben megengedhető maximális húzóterhelés értéke $12kN$ és $g = 9{,}81\frac{m}{s}$!



L3. feladat

Számolja ki annak a terméknek az egységcsomagolási költségét beleértve a logisztikai költségeket, amelynek évi fogyása 151.000 db. A vevő 48 héten keresztül rendeli átlagosan a terméket. Az egységcsomagban 6db van és egy palettára 15 db egységcsomagot helyeznek. A szállítási költség egységfuvaronként 115€ és egy teherautóra 52 rakat fér fel. Átlagos kamionkihasználtság 80%-os. A raktárkezelési költség 0,98€ egységcsomagonként. Mennyi a raktározási és fuvarozási költség együttesen egy termékre vonatkozóan?

L4. feladat

Egy termék keresleti függvénye $f(p) = 150 - 3p$, kínálati függvénye $S(p) = 2p - 20$. Az egységárat euróban, a mennyiséget darabban értjük.

Rajzolja fel a Marshall keresztet, és határozza meg az egyensúlyi pontot (vagyis az egyensúlyi árat és az egyensúlyi mennyiséget)!

L5. feladat

Egy irodában kétféle számítógép működik, C és D. A C számítógép c órát működik, a D számítógép d órát üzemel naponta. A napi teljesítményt az

$$f(c; d) = 18c + 20d - 2c^2 - 4d^2 - cd$$

függvény írja le, ami a naponta tesztelt programok számát jelenti. Tudjuk azt is, hogy egyik számítógép sem üzemelhet egy nap 5 óránál tovább.

Határozza meg, hogy hány órát működjenek az egyes gépek optimális esetben, azaz, ha a lehető legnagyobb teljesítményt szeretnénk elérni.