



Környezetvédelmi műveletek példatár

Szerkesztette:
Izbékiné Szabolcsik Andrea

A tananyag elkészítését a „A Debreceni Egyetem fejlesztése a felsőfokú oktatás minőségének és hozzáférhetőségének együttes javítása érdekében” az **EFOP-3.4.3-16-2016-00021** számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

Szerkesztő:
Izbékiné Szabolcsik Andrea

Szerző:
Izbékiné Szabolcsik Andrea

Kézirat lezárva: 2018. június. 30.

ISBN 978-963-490-011-5

Kiadja Debreceni Egyetem Műszaki Kar

TARTALOMJEGYZÉK

Tartalomjegyzék.....	3
1. Bevezetés.....	4
2. Hidrodinamikai műveletek alapjai és számítási példák	5
2.1. Hidrodinamikai műveletek elméleti alapjai.....	5
2.2.1. Folytonossági tétel.....	6
2.2.2. Áramlás jellege, Reynold-szám	7
2.2.3. A fluidum áramlás energiatétele, Bernoulli egyenlet	10
2.2. Hidrodinamikai műveletekkel kapcsolatos számítási feladatok	15
3. Hőtan alapjai és számítási példák.....	20
3.1. Hőtan elméleti alapjai	20
3.1.1. Hővezetés.....	20
3.1.2. Hőszállítás (konvekció)	22
3.1.3. Hőátbocsátás, hőcsere.....	26
3.1.4. Hősugárzás.....	30
3.2. Hőtannal kapcsolatos számítási feladatok.....	33
4. A segédletben található feladatok megoldásai	38
4.1. A hidrodinamikai műveletekkel kapcsolatos számítási feladatok megoldásai	38
4.2. A hőtannal kapcsolatos számítási feladatok megoldásai	40
Táblázatok jegyzéke	42
Ábrák jegyzéke	43
Felhasznált irodalom.....	44

1. BEVEZETÉS

A Debreceni Egyetem Műszaki Karán folyó környezetmérnöki alapképzésekhez kapcsolódó Környezetvédelmi műveletek tantárgy gyakorlati anyagrész könnyebb elsajátításához kíván segítséget nyújtani ez a példatár. A példatár tartalmazza a feladatok megoldásához szükséges elméleti anyagrészt is, de csak olyan mértékig, hogy a környezetmérnök szakos hallgatók önállóan akkor gyakorlásképpen is meg tudják oldani a számítási feladatokat. A példatárban környezetmérnöki alapképzéshez kapcsolódó hőtan és hidradinamika témaköréhez tartozó feladatok találhatók.

A környezetvédelmi műveletek és a vele rokonipari eljárásokat (pl. vegyipar, élelmiszeripar, biotechnológiai, gyógyszeripari stb.) különböző típusú jellemzők alapján lehet csoportosítani. A műveletekben végbemenő folyamatok hajtóerejük, és a művelet törvényszerűségei szerinti 5 csoportot tudunk megkülönböztetni: hidrodinamikai-, mechanikai-, hőátadási-, diffúzió-, és kémiai műveletek (*Fonyó és Fábry, 2004; Gulyás 2011; Halász, Hannus és Kiricsi, 2012*). A következő alfejezetekben a teljesség igénye nélkül tárgyaljuk a hidrodinamikai és a termodinamikai műveleteket elméleti alapjait, melyek segítségével a hallgatók megoldhatják a számítási feladatokat.

Hidrodinamikai műveletek, amelyek végbemenetelét a fluidumok (folyadékok és gázok) mozgásával foglalkozó tudomány, a hidrodinamika törvényszerűségei határozzák meg. Hidrodinamikai műveletek közé soroljuk a folyadékok és gázok áramlását csőben, készülékben és szemcsehalmozaton, az ülepitést, szűrést, centrifugálást, flotálást, fluidizációt és a folyadékok keverését is (*Benedek és László, 1964; Cséfalvay et al., 2011; Fonyó és Fábry, 2004; Gulyás 2011; Halász, Hannus és Kiricsi, 2012; Horváth, 2011*). Az áramlástan alapjaival, az áramlástan jellegének számításával, a Bernoulli-egyenlet alkalmazási lehetőségeivel ismerkedhet meg az olvasó a hidrodinamikai műveletek fejezetben.

Termodinamikai (hőtani vagy kalorikus) műveletek végbemenetelét a hőterjedéssel és a hőátadással foglalkozó tudományág, a hőtan törvényszerűségei határozzák meg. A hőátadási műveletek hajtóereje a hőmérséklet különbség. Ilyen műveletek többek között a melegítés, hűtés, hőcsere bepárlás, szárítás (*Benedek és László, 1964; Cséfalvay et al., 2011; Fonyó és Fábry, 2004; Gulyás 2011; Halász, Hannus és Kiricsi, 2012; Horváth, 2011*). A hőátadási műveletek alfejezetben a melegítéssel, hűtéssel, a hőtranszporttal (hővezetéssel, hőszállítással, hősugárzással), hőcserével kapcsolatos számítási példák találhatók.

A 4. fejezetben a példatárban feltüntetett számítási feladatok végeredményei, megoldásai találhatók.

2. HIDRODINAMIKAI MŰVELETEK ALAPJAI ÉS SZÁMÍTÁSI PÉLDÁK

2.1. Hidrodinamikai műveletek elméleti alapjai

Az köztudott, hogy anyagoknak három fő fázisa létezik: szilárd, folyadék és gáz (nagyon magas hőmérsékleten plazma is létezik). A folyadékfázisban, gázfázisban lévő anyagokat közös néven fluidumoknak nevezzük. Fluidumok áramlásával, keverésével, inhomogén elegyek szétválasztásával (ülepítés, szűrés, centrifugálás, stb.) kapcsolatos műveletek a hidrodinamika tárgykörébe tartoznak. Ezeket a folyamatokat az áramlástan egyenletei írják le amelyeket, az impulzus megmaradást leíró mérlegegyenletből származtatjuk. Az áramlástan törvényei azért fontosak, mert jelentősen meghatározzák az ipari készülékekben lejátszódó hő- és anyagátviteli folyamatokat, valamint a kémiai reakciók jellegét is (Horváth, 2011; Cengel és Cimbala, 2006).

Az áramló közeget, összenyomhatóság szempontjából két csoportba sorolhatjuk. Vannak olyan fluidumok, amelyeknek térfogata az áramlás során állandó, ezek a folyadékok, és jellemző rájuk, hogy inkompresszibilisek (összenyomhatatlanok). Vannak olyan fluidumok, amelyeknek térfogata az áramlás során változhat, ezek a gázok, és jellemző rájuk, hogy kompresszibilisek (összenyomhatók). A fluidumok stacionárius (időben állandósult) áramlását az áramló közeg térfogatáramával, az áramló közeg tömegáramával, a fluidum átlagos áramlási sebességével, a fluidum sűrűségével, és a fluidum áramláshoz rendelkezésre álló áramlási keresztmetszettel jellemezhetjük. A fluidum átlagos áramlási sebességét a fluidum többi jellemzőivel az alábbi összefüggéssel adhatjuk meg (Horváth, 2011):

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{m}}{A \rho} \quad (1.)$$

Ahol:

v – átlagos áramlási sebesség [m/s], $\dot{V}$ – térfogatáram [m³/s],

A – áramlási keresztmetszet [m²], $\dot{m}$ – tömegáram [kg/s],

ρ – a fluidum sűrűsége [kg/m³].

Az áramlás igen gyakran kör keresztmetszetű D átmérőjű csőben történik és ebben az esetben az áramlási keresztmetszet a következő összefüggéssel számíthatjuk ki (Horváth, 2011).

$$A = \frac{D^2 \pi}{4} \quad (2.)$$

Ahol:

A – áramlási keresztmetszet [m²], D – cső átmérő [m].

Abban az esetben, amikor nem kör keresztmetszetű csőben áramlik a fluidum, akkor ki kell számíthatunk az egyenértékű csőátmérő értéket. Az egyenértékű csőátmérő annak a képzeletbeli kör keresztmetszetű csőnek az átmérője, melynek áramlástanai viselkedése megegyezik a vizsgált, nem kör keresztmetszetű vezeték áramlástanai viselkedésével. Az egyenértékű csőátmérő értékét a következő összefüggéssel tudjuk meghatározni (László *et al*, 2011):

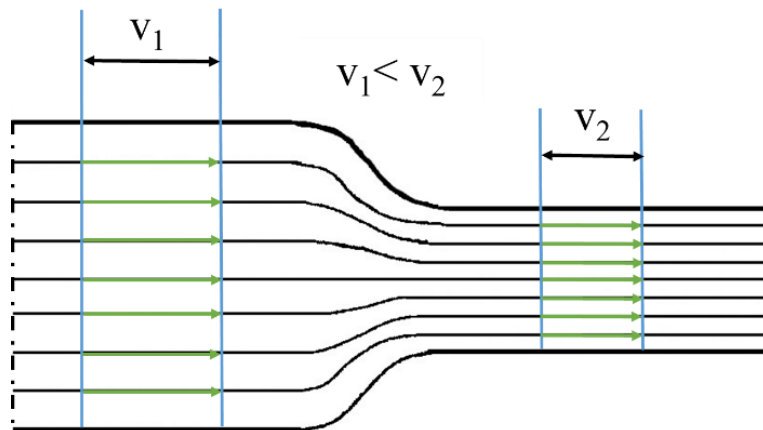
$$D_e = 4 \frac{A}{K} \quad (3.)$$

Ahol:

D_e – egyenértékű csőátmérő [m], A – áramlási keresztmetszet [m²],

K – nedvesített kerület [m].

A fluidumok áramlását áramvonalakkal szemléltetjük. Áramvonal a fluidum részecske mozgását leíró pályavonal, mely adott pillanatban, az áramló közeg minden pontjában az áramlás irányába mutat (Lásd 1. ábra) (Bagány, 2008; Bagány, 2009; Horváth, 2011).



1. ábra: Az áramlás sebességének szemléltetése az áramvonalakkal (Bagány, 2009 alapján)

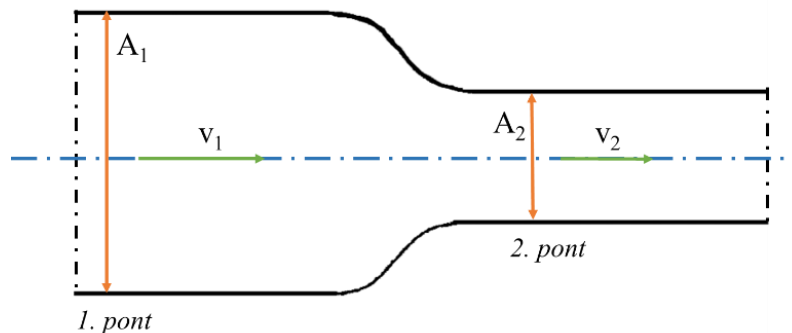
Az 1. ábráról elmondható, hogy az áramvonalak sűrűsége arányos az áramlási sebességgel. Például ha v_1 sebesség esetében a csőszakasz átmérője 32 mm, a v_2 áramlási sebességnél 16 mm, akkor az ábrázolt 7 áramvonal közötti távolság 4 mm, illetve 2mm (Bagány, 2008).

2.2.1. Folytonossági tétel

Az áramló közegekre érvényes a tömegmegmaradás törvénye, melyet folytonossági tételnek is nevezünk. A folytonossági tétel ismertetésekor azt feltételezzük, hogy az áramló közeg nem keletkezik, és nem tűnik el. Azzal az esettel nem számolunk például, hogy az áramló gőz egy része kicsapódhat vagy az áramló folyadék ráfagyhat a csőfalára.

Csak a 2. ábrán szemléltette esettel foglalkozunk. Stacioner, azaz időben állandó az áramlás, ha jellemzői nem függenek az időtől. Ha a sebesség a tér bármely pontjában az időtől független, egy részecske mindig az időben állandó áramvonal érintője irányában halad, és így az egy ponton áthaladó részecskék mind ugyanazon az áramvonalon sorakoznak. A másik típus lehet

az instacioner áramlás. Ebben az esetben a sebesség a hely és az idő függvényében is változik (ezzel az esettel nem foglalkozunk jelen jegyzetben) (Szlivka, 2012).



2. ábra: A folytonossági tétel stacioner állapotban (Szlivka, 2012 alapján)

A folytonossági tétel kimondja, hogy stacioner áramlás során a csővezeték minden pontjában a tömegáram állandó, ezért a következő összefüggést fel tudjuk írni:

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \text{állandó} \rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2 \\ \dot{m} &= \rho v A \rightarrow \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2\end{aligned}\quad (4.-5.)$$

Ahol:

$$\begin{aligned}\dot{m} &- \text{tömegáramok [kg/s]}, & \rho &- \text{fluidumok sűrűsége [kg/m}^3\text{]}, \\ v &- \text{áramlási sebesség [m/s]}, & A &- \text{áramlási keresztmetszet [m}^2\text{]}.\end{aligned}$$

A folytonossági tétel mind összenyomhatatlan (*folyadékok*) mind pedig összenyomható (*gázok*) fluidumokra érvényes. Ha a fluidumunk összenyomhatatlan, akkor az áramlás során a sűrűsége állandó ($\rho_1 = \rho_2$), és ezt az összefüggést alkalmazzuk, akkor a folytonossági tételt a következő formában is felírhatjuk (Bagány, 2009; Douglas et al, 2005):

$$\rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2 \rightarrow v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (6.)$$

Az áramlási sebesség és az áramlási keresztmetszet szorzata egyenlő a térfogat árammal. Ebből azt a következtetés lehet levonni, hogy az összenyomhatatlan és állandó sűrűségű fluidum térfogatárama a csővezeték minden pontján állandó (Bagány, 2009).

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \rightarrow v_1 D_1^2 = v_2 D_2^2 \rightarrow \dot{V}_1 = \dot{V}_2 = \text{állandó} \quad (7.)$$

2.2.2. Áramlás jellege, Reynold-szám

Az áramlástani jellemzők és állapothatározók (nyomás, átlagos áramlási sebesség, tömegáram, csőátmérő stb.) nem elegendőek a fluidumok áramlásának leírására. A fluidum áramlásjellegének pontos leírása miatt bevezetésre került a Reynolds-szám (Re), mely az

áramló fluidumra ható tehetetlenségi és viszkozitási erőknek a viszonyszáma (Bohl, 1983; Fecske, 2005; Horváth, 2011).

Mielőtt a Reynolds-számmal részletesebben foglalkoznánk előtte a viszkozitás jelentését és fogalmát tárgyaljuk, mert a Reynolds-szám meghatározásához szükséges paraméterek. A viszkozitás az a nyíróerő, amely az anyag belsejében az alakváltozással szemben hat, tehát tulajdonképpen belső súrlódás. Áramló folyadékok esetében az egyes szomszédos rétegek a viszkozitás (belső súrlódás) következtében egymás mozgását gátolják. Folyadékok esetén nyúlósságról („sűrűnfolyósságról”) is beszélnek, amelynek kifejezője a viszkozitás. A viszkozitás reciproka a fluiditás (folyékonyság). A folyékonyabb anyag viszkozitása kisebb. A viszkozitás jelenségét a Newton-féle súrlódási törvény írja le, amely a viszkozitással (belső súrlódással) jellemzett valódi folyadék lineáris áramlása esetén a különböző sebességgel áramló szomszédos rétegek között fellépő, az áramlás irányával párhuzamos erőre vonatkozó erőtvény. Az „ η ” belső súrlódási tényező, más néven dinamikai viszkozitás az az erő, amely két egységnyi felületű folyadékrétegnek egymáshoz képest egységnyi sebesség-gradienssel való elmozdításához szükséges. A dinamikai viszkozitás nagymértékben függ az anyag halmazállapotától és hőmérsékletétől. A dinamikai viszkozitás és a fluidum sűrűségének a hányadosa a kinematikai viszkozitás (Bagány 2009; Douglas et al, 2005; Kausay, 2012).

A csőhidraulikában használt Reynolds-szám alakja a következő (Horváth, 2011):

$$Re = \frac{D v \rho}{\eta} = \frac{D v}{\nu} \quad (8.)$$

Ahol:

Re – Reynold-szám [-],

D – átmérő [m],

v – áramlási sebesség [m/s],

ρ – fluidum sűrűsége [kg/m³],

η – fluidum dinamikai viszkozitása [Pa s], ν – fluidum dinamikai viszkozitása [m²/s].

Így tehát a leírt képlet segítségével kiszámíthatjuk az adott áramlásra vonatkozó Reynolds-számot, és a meghatározott Reynolds-szám alapján egyértelműen meghatározható az áramlás jellege. (Abban az esetben, ha a fluidum nem kör keresztmetszetű csővezetékben áramlik, ki kell számítani az egyenértékű csőátmérőt (3. képlet) és azt kell alkalmazni a Reynolds-szám meghatározásánál.)

Az (1.) és (2.) összefüggést behelyesítjük a (8.) egyenletbe, akkor a Reynolds-szám a következő alakokban is felírható:

$$Re = \frac{4 \dot{m}}{\pi D \eta} = \frac{4 \rho \dot{V}}{\pi D \eta} = \frac{4 \dot{m}}{\pi \rho D v} = \frac{4 \dot{V}}{\pi D v} \quad (9.)$$

A fluidumok áramlásának két alaptípusát különböztetjük meg: lamináris és turbulens áramlás. Lamináris áramlásban a fluidum részecskéi csak a csővezeték tengelyével párhuzamos áramvonalak mentén mozognak anélkül, hogy összekeverednének, azaz lamináris (réteges) áramlás esetén a fluidum adott pontjában stacionárius áramlást feltételezve a sebességvektorok

időben állandóak és a Reynolds-szám egy kritikus értéke alatt található. Turbulens áramláskor (gomolygó, örvényes) a közeg részecskéi nemcsak a csővezeték tengelyével párhuzamosan mozdulnak el, hanem arra merőlegesen is, ezáltal a közeg részecskéinek folyamatos keveredését idézik elő, azaz a fluidum mozgása „kaotikus”, amelynél a fluidum áramlási sebessége rendszertelenül változik egy átlag érték körül. A legtöbb szakkönyvben a $Re = 2320$ kritikus értéket ad meg az áramlás jellege kapcsán (*Egyes szakkönyvek a kritikus Reynolds-szám értékének 2300-at határozz meg*).

A kritikus Reynolds-számot úgy lehet értelmezni, hogy ha a Reynolds-szám kisebb, mint 2320 akkor az áramlás jellege lamináris, ha nagyobb, akkor turbulens áramlásról beszélünk, de a valóságban megkülönböztetünk még egy átmeneti tartományt is. A lamináris és turbulens áramlás határa nem egy meghatározott érték, hanem egy tartomány, amit átmeneti tartománynak neveznek, és nagysága az áramló folyadéktól is függ. Átmeneti tartományban a fluidum csőben történő áramlása alkalmával a következőt állapíthatjuk meg:

- ha Reynolds-szám 2320 alatti, akkor a csőben történő áramlás jellege *lamináris*,
- ha Reynolds-szám 2320 és 10000 közé esik, akkor az áramlás jellege *átmeneti*,
- és ha Reynolds-szám 10000-nél nagyobb, akkor *turbulens áramlásról* beszélünk (*Bagány 2009; Bohl, 1983; Cséfalvay és Mika, 2008; Horváth, 2011*).

Fecske László a könyvében is felhívja figyelmet arra, hogy a turbulens tartomány akár százezres nagyságú is lehet, még a lamináris tartomány ezred nagyságrendre csökkenhet, ezért a Reynolds-szám rendkívül finom és pontos jellemzést tesz lehetővé. A hidrodinamikai törvények nagy része megadott Reynolds-szám szakaszban vagy tartományban érvényesek, ezért adott esetre vonatkozó törvény, formula kiválasztásakor is nélkülözhetetlen a Reynolds-szám ismerete vagy meghatározása. Számos berendezés műszaki adata tartalmazza a Reynolds-számot is (*Fecske, 2005*).

A fluidumok áramlási sebessége kapcsán még a következőket meg kell említenünk, mely összefüggéseket Hagen és töle függetlenül Poiseulle is leírt. A csővezetéken időegység alatt átfolyt fluidum térfogatárama, és a sűrűséggel szorzott tömegárama, arányos a hosszúságegységre eső nyomáseséssel, és a cső átmérőjének negyedik hatványával. Az átlagos áramlási sebességet a következő összefüggéssel számíthatjuk (*Horváth, 2011*):

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{m}}{\rho A} = \frac{\Delta p D^2}{32 \eta L} = \frac{\Delta p R^2}{8 \eta L} \quad (10.)$$

Ahol:

v – áramlási sebesség [m/s],

$\dot{V}$ – térfogatáram [m³/s],

A – áramlási keresztmetszet [m²],

ρ – fluidum sűrűsége [kg/m³],

$\dot{m}$ – tömegáram [kg/s],

Δp – nyomásvesztés [Pa],

D – a cső átmérője [m],

R – a cső sugara [m],

η – fluidum dinamikai viszkozitása [Pa s],

L – a cső hossza [m].

A Hagen-Poiseuille-egyenlet csak lamináris áramlás esetében érvényes és lehetőséget ad a viszkozitás meghatározására, hiszen ha ismerjük a cső geometriai adatait, megmérjük a nyomáskülönbséget és az áramerősséget, akkor a viszkozitás kiszámítható (Bobok, 2014; Horváth, 2011; Tóth, 2008).

2.2.3. A fluidum áramlás energiatétele, Bernoulli egyenlet

Az áramlástani műveleteknél az egyik legfontosabb feladat az áramláshoz szükséges energia, illetve az áramláskor fellépő energiaveszteség ismerete. Először az összenyomhatatlan, sűrűségmentesen áramló folyadékok energiáival foglalkozunk. Az áramló folyadékok energiája három részből tevődik össze, melyek a következők: helyzeti- (vagy magassági), hidrosztatikai (nyomást kifejtő) és kinematikai (vagy mozgási) energia. Az áramló folyadékok helyzeti energiája, mozgási energiája és a nyomás között teremt kapcsolatot az energia-megmaradás törvénye alapján származtatott Bernoulli-egyenlet. A Bernoulli egyenlet kimondja, hogy a csővezeték bármely kijelölt pontján az áramló folyadék összes energiatartalma változatlan marad, ha zárt rendszert feltételezünk (nem vesz fel és nem ad le energiát a csővezetékben áramló fluidum). A Bernoulli-egyenlet általános alakja a következő, amely általánosan érvényes összenyomható és összenyomhatatlan fluidumokra is (Bagány, 2009; Fecske, 2005; Horváth, 2011; Kundu és Cohen, 2010):

$$h g \rho + p + \frac{v^2 \rho}{2} = \text{állandó} \quad (11.)$$

Ahol:

h – magasság [m], g – gravitációs gyorsulás [m/s^2],
 ρ – fluidum sűrűsége [kg/m^3], p – nyomás [Pa],
 v – áramlási sebesség [m/s].

Ha a (11.) egyenletet a cső két pontjára írjuk fel, akkor a következő formulát használjuk (azt feltételezzük, hogy a csővezeték 1. pontján A_1 az áramlási keresztmetszet, 2. pontján A_2 az áramlási keresztmetszet):

$$h_1 g \rho + p_1 + \frac{v_1^2 \rho}{2} = h_2 g \rho + p_2 + \frac{v_2^2 \rho}{2} \quad (12.)$$

A (12.) egyenlet az egységnyi térfogatú folyadék energia megmaradását adja, így a bennük szereplő fajlagos energiák nyomás dimenziójúak. Ha a (11.) egyenlet minden tagját elosztjuk a sűrűséggel (ρ), akkor az így kapott egyenlet tagjai sebességnégyzet dimenziójúak, és az egységnyi tömegű fluidum energiáját jelölik.

$$h_1 g + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = h_2 g + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} \quad (13.)$$

A (13.) egyenlet gázokkal kapcsolatos számításakor is alkalmazható. Ha a (12.) egyenlet minden tagját elosztjuk $\rho \cdot g$ –vel, akkor az így kapott egyenlet az egységnyi súlyú (erő) folyadék energiáját jelöli, és a benne szereplő tagok hosszúság dimenziójúak. Ebben az értelemben beszélhetünk magasságról, nyomómagasságról és sebességmagasságról.

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (14.)$$

Gyakorlatban csak reális fluidumok léteznek. A reális fluidum áramlásakor a viszkozitás miatt fellépő külső- és belső súrlódó erőkkel szemben a fluidumnak munkát kell végezni. A súrlódási nyomásveszteség miatt a fluidum összes energiájának egy része irreverzibilisen hővé alakul, és a fluidum felmelegszik. Azért, hogy a Bernoulli-egyenlet reális fluidumokra is érvényes legyen, Fanning és Darcy a Bernoulli-egyenletet kiegészítették egy Δp veszteségtaggal, amely a következőképpen írható fel:

$$h_1 g \rho + p_1 + \frac{v_1^2 \rho}{2} = h_2 g \rho + p_2 + \frac{v_2^2 \rho}{2} + \Delta p_v \quad (15.)$$

$$\Delta p_v = 4f \frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2} \quad (16.)$$

Ahol:

Δp_v – nyomás veszteség [Pa]

f – súrlódási tényező [-],

L – cső hossza [m]

D – csőátmérő [m],

ρ – fluidum sűrűsége [kg/m³]

v – áramlási sebesség [m/s]

A (15.) egyenlet kifejezi az áramláskor fellépő nyomásveszteséget, vagy az áramlás fenntartásához szükséges nyomáskülönbséget vagy más megfogalmazásban azt az energia mennyiséget jelenti, amely az áramlás során a súrlódás által felemésztődik. A szakirodalomban a Fanning-féle f súrlódási tényező mellett a λ csősúrlódási tényezőt is használják, ahol $\lambda = 4f$. A csősúrlódási tényező a rendszer belső ellenállást jellemző tényező, melynek nagyságát az áramló folyadék, az áramlás, valamint a cső jellemzői határozzák meg. A súrlódási tényezőt a Reynolds-szám függvényében dimenzióanalízis segítségével határozták meg, és az $f = f(\text{Re})$, függvénykapcsolatot, az úgynevezett kritériális egyenleteket explicit, vagy implicit formában adják meg. A számítás eltérő lamináris és turbulens áramlás, valamint eltérő a különböző folyadéktípusok esetén is. Turbulens áramlásnál, érdes falú csövekben, a súrlódási nyomásveszteséget a Reynolds-szám mellett a cső k/D relatív érdessége is befolyásolja, ahol k a cső érdessége, a belső csőfal kiemelkedéseinek átlagértéke. A Moody diagram segítségével tudjuk meghatározni a különböző típusú sima és érdes csövek csősúrlódási tényezőjét, ha ismerjük a Reynolds-számot (Az alábbi linkről letölthető egy Moody diagram: <http://www.vizimernok.hu/vizimernoki-segedletek/moody-diagram>). Lamináris áramlás

esetében a csősúrlódási tényező értéke egyenlő 64/Reynolds-számmal (*Bagány, 2009; Fecske, 2005; Horváth, 2011; Kundu és Cohen, 2010; Sitkei, 1997*). Az 1. táblázatban példát láthatunk arra, hogy a hidraulikailag sima csövek esetében, hogyan számíthatjuk ki a csősúrlódási tényező értékét.

1. táblázat: Csősúrlódási tényezők számítása hidraulikailag sima csöveknél (Sitkei, 1997)

Áramlási tartomány		Csősúrlódási tényező (λ)	Az összefüggést feltaláló neve
Re_{min}	Re_{max}	számítási képlet	
2320	$8 \cdot 10^4$	$\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}} = \frac{0,316}{Re^{0,25}}$	Blasius
$2 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^6$	$\lambda = 0,0054 + 0,396 Re^{-0,3}$	Shiller
10^5	10^8	$\lambda = 0,0032 + 0,221 Re^{-0,287}$	Nikuradse

Bernoulli-egyenlet néhány alkalmazási lehetőségét mutatjuk be a következőkben. Ezekben az esetekben feltüntetjük a Bernoulli-egyenlet egyszerűsített formáját is. Az ismertetet alkalmazási területek esetében a fluidumot minden esetben ideális súrlódásmentes fluidumnak tekintjük.

A Bernoulli-egyenlet alkalmazhatjuk vízszintes csővezetékek esetében, és ebben az esetben a (13.) egyenletben található magassági tagok (h_1 és h_2) egyenlők, ezáltal a Bernoulli-egyenletet a következő formában írhatjuk fel:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (17.)$$

Vízszintes csövek esetében, ha a csővezeték keresztmetszetét változtatjuk, a folytonossági tétel szerint a nagyobb keresztmetszetű csőszakaszon a fluidum lassabban áramlik, csökken az áramlási sebesség, akkor a fluidum nyomása növekszik. Továbbá a csővezetékek szűkületénél, ahol kisebb a keresztmetszet az áramlási sebesség nő, a nyomás csökken. Ezt a tényt használjuk ki és meg tudjuk határozni a fluidum áramlási sebességét, illetve a térfogatáramát, és ebben az esetben Venturi-csövet vagy mérőperemet használunk.

A folytonossági-tétel (6. egyenlet) és a (14.) egyenlet összevonásával, és az áramlási sebesség kifejezésével a következő összefüggést írhatjuk fel.

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho \left[\left(\frac{A_1}{A_2} \right)^2 - 1 \right]}} = \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho \left[\left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 - 1 \right]}} \quad (18.)$$

Abban az esetben, ha a csővezeték nem vízszintes, de a keresztmetszet minden pontban azonos, akkor a mozgási energia állandónak tekinthető. Ebben az esetben a Bernoulli-egyenletet (13. egyenletet) a következő egyszerűsített alakban írható fel:

$$h_1 + \frac{p_1}{\rho g} = h_2 + \frac{p_2}{\rho g} \quad (19.)$$

A környezetvédelem területén, illetve a környezetvédelmi műveletek kapcsán előfordulhat, hogy meg kell tudnunk mondanunk, hogy egy adott tartály tartalma mennyi ideig elegendő, azaz mennyi idő alatt ürül ki a tartály és az ezzel kapcsolatos számítások esetében is alkalmazhatjuk a Bernoulli-egyenletet. Két esetet feltételezhetünk. Az egyszerűbb esetben, a tartályban a folyadék szintjét állandó értéken tartjuk (azaz folyamatosan pótlójuk a fluidumot). Ebben az esetben az áramlási sebességet a következőképpen írhatjuk fel, amely a Torricelli-tétel:

$$v_2 = \sqrt{2 g h_1} \quad (20.)$$

Az (1.) egyenlet alkalmazásával, ki tudjuk számítani a rendszer térfogatáramát, melynek egyenlete a (21.) képletben látható:

$$\dot{V} = A v_2 = A \sqrt{2 g h_1} \quad (21.)$$

Ha a teljes kifolyási időt szeretnénk meghatározni azt (22.) képlet alkalmazásával tehetjük meg:

$$t = \frac{A}{A_0} \sqrt{\frac{2 h}{g}} \quad (22.)$$

Ahol:

t – a tartály teljes kiürüléséhez szükséges idő [s], A – a tartály keresztmetszete [m^2],

A_0 – a kifolyó nyílás keresztmetszete [m^2], h – folyadékszint magassága [m],

g – gravitációs gyorsulás [$9,81 \text{ m/s}^2$].

Az utolsó alkalmazási lehetőség, amely ismertetésre kerül a túlnyomásos palackból történő gáz áramlási sebességének a meghatározása, melyre szintén alkalmazható a Bernoulli-egyenlet. A palack nagy keresztmetszetűnek tekinthető, ezért v_1 áramlási sebességet ($v_1 = a$ palackban lévő gáz áramlási sebessége) nullának tekintjük, és mivel gázzal van szó a Bernoulli-egyenletben

szereplő a magassági tagokat elhanyagoljuk. Ennek következtében a palackból történő gáz kiáramlási sebességét (v_2) a következő egyenlet segítségével tudjuk kiszámítani:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho}} \quad (23.)$$

Ez a Bunsen-törvény, mely kimondja, hogy a gáz kiáramlási sebessége a túlnyomás gyökével arányos, de ez a törvény csak akkor érvényes, ha a $p_1 - p_2 \gg p_2$, azaz a túlnyomás kicsi (*Bagány, 2009; Fecske, 2005*).

2.2. Hidrodinamikai műveletekkel kapcsolatos számítási feladatok

2.1. feladat: Mennyi a csővezetékben a fluidum tömegárama kg/s mértékegységben, ha a csővezetéken

- a) 1 óra alatt 7200 kg folyadék folyik ki?
- b) 5 perc alatt 15 kg folyadék folyik ki?

2.2. feladat: A folyadék sűrűsége 1,2 g/ml. Mennyi a tömegáram,

- a) ha a csővezetékben 120 perc alatt 14,4 m³ folyadék folyik ki?
- b) ha 10 óra alatt 25X5X3 m-es medencét lehet megtölteni?

2.3. feladat: Csővezetékben az 1000 kg/m³ sűrűségű folyadékból másodpercenként 125,6 g áramlik. Mekkora a cső átmérője, ha a folyadék 1,6 m/s sebességgel áramlik?

2.4. feladat: A tároló edénybe a 4 dm² keresztmetszetű csővezetéken keresztül 20 perc alatt 0,851 g/cm³ sűrűségű fluidumot töltünk. A kifolyt fluidum tömege 25 t. Mekkora volt a csővezetékben kiáramlott fluidum sebessége?

2.5. feladat: Téglalap keresztmetszetű légszűrőben fél óránként 15 t, 1,25 kg/m³ sűrűségű levegő áramlik 20 m/s sebességgel. Mekkora a légszűrő keresztmetszete és egyik oldala, ha a másik oldal 50 cm?

2.6. feladat: Mennyi a térfogatáram m³/s mértékegységben, ha a csővezetéken

- a) percenként 135 l folyadék folyik ki?
- b) 25 perc alatt 150 l folyadék folyik ki?

2.7. feladat: Mekkora belső átmérőjű csővezeték kell választani, ha azt szeretnénk, hogy

- a) 2,20 m/s áramlási sebesség mellett 0,742 l/s térfogatáramot kapjunk?
- b) 0,8 m/s sebesség mellett 0,95 g/ml sűrűségű fluidumból 17 perc alatt 324 kg tömegáramot kapjunk?

2.8. feladat: Mennyi az egyenértékű csőátmérő, ha a csőmérete 300 mm x 600 mm és a folyadék a csövet teljesen kitölti?

2.9. feladat: Számítsuk ki az egyenértékű csőátmérőjét a következő téglalap keresztmetszetű csővezetéknek:

- a) 12X40 cm-es, a 12 cm oldalán áll és 3/4 részig töltve van,
 b) 40X30 cm-es, a 40 cm oldalán áll és 2/3 részig töltve van.

2.10. feladat: Mennyi a sűrűsége, kinematikai viszkozitása vagy dinamikai viszkozitása a következő folyadéknak?

2. táblázat: 2.10. feladat adatait és a kiszámítandó paramétereit tartalmazó táblázat

	Hőmérséklet [°C]	Dinamikai viszkozitás [Pa s]	Kinematikai viszkozitás [m ² /s]	Sűrűség [g/cm ³]
Glicerín	70 °C	$8 \cdot 10^{-2}$		1,230
Kénsav	18 °C	$3 \cdot 10^{-2}$	$1,63 \cdot 10^{-5}$	
etanol	18 °C		$7,95 \cdot 10^{-7}$	0,880

2.11. feladat: Mennyi a csővezetékben áramló közeg átlagos áramlási sebessége, ha a csővezeték átmérője 150 mm és 1 óra 49 perc 25 s alatt 132 t tömegű és 1,20 g/ml sűrűségű folyadék folyik ki?

2.12. feladat: Mekkora belső átmérőjű csővezeték kell választani, ha azt akarjuk, hogy 1,02 m/s mellett 2,5 l/s térfogatáramot kapjunk.

2.13. feladat: Egy változó keresztmetszetű csőben 600 dm³ folyadékot szállítunk percenként. A keresztmetszet a cső elején 0,02 m². A kilépő folyadék sebessége 0,5 m/s. Számítsa ki a folyadék sebességét a cső elején és a keresztmetszetet a cső végén.

2.14. feladat: Mekkora változtassuk egy 80 mm átmérőjű csővezeték átmérőjét, hogy az áramlási sebesség a felére csökkenjen?

2.15. feladat: Mennyi legyen a csővezeték átmérője, ha másodpercenként 0,08 m³ térfogatáramot szeretnénk elérni és az áramlási sebesség percenként 240 m? Mennyi lesz abban az esetben az áramlási sebesség, ha ugyanazt a térfogatáramot 20 cm átmérőjű csővezetékben szeretnénk elérni?

2.16. feladat: Azonos áramlási sebesség mellett, az időegység alatt a csővezetékből kifolyó fluidum térfogatáramai hogyan viszonyulnak egymáshoz, ha a csővezeték átmérőjét négyszeresére és ötszörösére növeljük?

2.17. feladat: Határozzuk meg a 40 mm átmérőjű csővezetékben 36 km/óra sebességgel áramló 1 g/dm^3 sűrűségű és 10^{-5} Pa s viszkozitású gáz áramlását jellemző Reynolds-számot.

2.18. feladat: A 100 mm átmérőjű csővezetéken mekkora sebességgel áramoltassuk a $0,011 \text{ N s/m}^2$ viszkozitású és 1100 g/dm^3 sűrűségű közeget, hogy a Reynolds-szám 30000 legyen?

2.19. feladat: Milyen jellegű az áramlás a csővezetékben, ha a

- a) cső átmérője 35 mm, áramlási sebessége $2,6 \text{ m/s}$, a folyadék viszkozitása $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$?
- b) cső átmérője 140 mm és negyed óránként 14 m^3 folyadék folyik át, melynek viszkozitása $6,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$?
- c) cső átmérője 20 mm, a folyadék térfogatárama $1,5 \text{ l/s}$, sűrűsége 997 kg/m^3 , viszkozitása $2,1 \cdot 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$?

2.20. feladat: Mennyi az áramló közeg tömegárama, ha Reynolds-szám 2200 és a $1,124 \text{ g/ml}$ sűrűségű és $0,03 \text{ kg/m s}$ viszkozitású folyadék $0,15 \text{ m}$ átmérőjű csövön áramlik?

2.21. feladat: $0,998 \text{ g/cm}^3$ sűrűségű fluidum áramlik egy 100 m hosszú csővezetéken $300 \text{ cm}^3/\text{s}$ térfogatárammal. A fluidum viszkozitása $0,0011 \text{ N s/m}^2$. Milyen átmérőjű csövet kell használnunk, hogy az áramlás jellege még lamináris legyen? Továbbá számítsa ki a Hagen-Poiseulle törvény segítségével, nyomásesésének értékét.

2.22. feladat: Mennyi térfogatáram várható abból a nagy felszínű nyitott tartályból, melynek alján a csőcsonc átmérője 20 mm , és a fluidum magassága 25 m , a fluidum sűrűsége pedig $0,997 \text{ g/cm}^3$? Mennyi térfogatáram várható akkor, ha ehhez a nyitott tartályhoz 20 m hosszú függőleges csövet csatlakoztatunk?

2.23. feladat: Egy 25 m hosszú 15 m széles szennyvíztartály vízmélysége $2,5 \text{ méter}$. Mekkora átmérőjű legyen a szennyvíztartály kifolyónyílása, hogy azon keresztül a szennyvizet fél óra alatt le tudjuk eresztetni? (A veszteségeket elhanyagoljuk.)

2.24. feladat: Számítsa ki a folyóvízbe merülő pipacsó vízszállítását (térfogatáramát) a következő esetekben, ha pipacsó átmérője 100 mm és a nyomás értéke $1013,25 \text{ hPa}$. Milyen következtetést tud levonni a kapott adatokból?

- a) Ha a folyó sebessége $v_1 = 14 \text{ m/s}$ és a pipacsó vízből kiemelkedő része $1,85 \text{ m}$?
- b) Ha a folyó sebessége $v_1 = 22 \text{ m/s}$ és a pipacsó vízből kiemelkedő része $1,85 \text{ m}$?
- c) Ha a folyó sebessége $v_1 = 14 \text{ m/s}$ és a pipacsó vízből kiemelkedő része $0,5 \text{ m}$?
- d) Ha a folyó sebessége $v_1 = 22 \text{ m/s}$ és a pipacsó vízből kiemelkedő része $0,5 \text{ m}$?

2.25. feladat: Hasonlítsa össze az áramlási nyomásveszteséget, ha 24 m hosszú és 4,5 cm átmérőjű öntöttvas csőben kloroform illetve víz áramlik. A víz sűrűsége 1 g/cm^3 , viszkozitása 10^{-3} Pa s . A kloroform sűrűsége $1,5 \text{ g/cm}^3$, viszkozitása pedig $5,8 \cdot 10^{-4} \text{ Pa s}$. Milyen lesz a kloroform, ill. a víz áramlása esetén az áramlás jellege, mekkora lesz Δp_v , ha

a) térfogatárama $43 \text{ dm}^3/\text{h}$

b) térfogatárama $2,25 \text{ m}^3/\text{h}$?

Ha szükséges használja a Moody diagramot a csőszárlódási tényező (λ) meghatározásához.

2.26. feladat: Milyen nyomást kell egy egyenes csővezeték végére gyakorolni, hogy egy nyitott kádba juttassuk a folyadékot $0,01 \text{ m}^3/\text{s}$ térfogatárammal? A csővezeték vízszintes 80 m hosszú és 46 mm átmérőjű kereskedelmi acél csővezeték és a p_2 nyomás 1 bar. A folyadék viszkozitása $4,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$, sűrűsége 1025 kg/m^3 .

Ha szükséges használja a Moody diagramot a csőszárlódási tényező (λ) meghatározásához.

2.27. feladat: Milyen magasan kell elhelyezni egy állandó 2 m-es szint magasságú nyitott víztartályt egy másik tartály fölött ahhoz, hogy a felső tartály aljára csatlakozó, a két tartályt összekötő függőleges, 5 cm átmérőjű hidraulikailag sima csővezetéken keresztül $2,52 \text{ m}^3/\text{h}$, 1 g/cm^3 sűrűségű, 10^{-3} Pa s viszkozitású víz áramoljon az alsó zárt tartályban? Az alsó zárt tartályban állandó túlnyomás uralkodik, melynek értéke $2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, és a felső tartályban 1013,25 hPa a p_1 nyomás értéke.

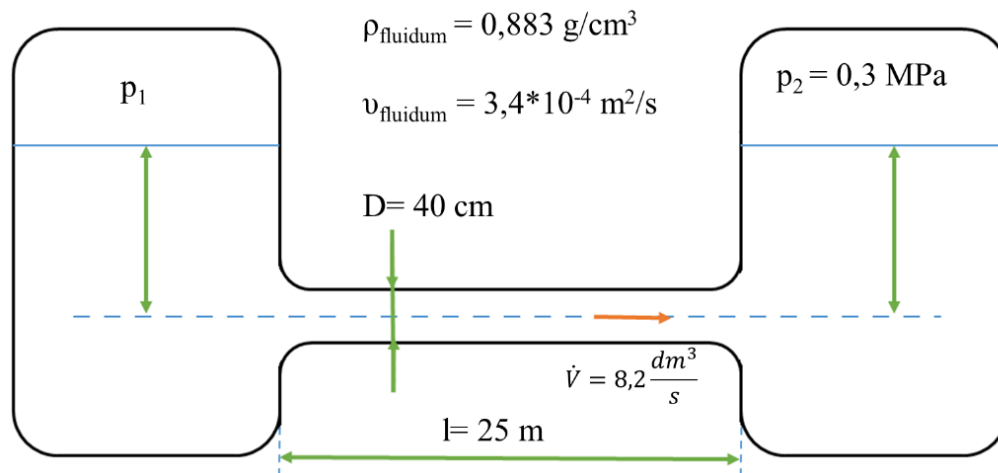
Ha szükséges használja a Blasius-összefüggést a csőszárlódási tényező (λ) meghatározásához.

2.28. feladat: Mennyi víz folyik ki percenként abból a tartályból, amelyben folyadékszint magassága 3 m és a tartály nyílásának átmérője 40 mm? Továbbá mennyi idő alatt ürül ki ez a tartály, ha a tartály átmérője 1 m?

2.29. feladat: Hányszorosára növekszik az egyenes csővezeték nyomásvesztesége lamináris és turbulens áramlás esetén, ha a csőátmérőjét felére csökkentjük, a térfogat áramot pedig kétszeresére növeljük? A fluidum jellemzőit, tulajdonságait változatlanak tekintjük.

2.30. feladat: Hányszorosa az azonos keresztmetszetű négyzetes hidraulikailag sima cső szárlódási tényezője a kör keresztmetszetű hidraulikailag sima csőének lamináris és turbulens áramlás esetén?

2.31. feladat: Számítsa ki a 3. ábrán látható tartályban a p_1 nyomás értéke, ha hidraulikailag sima csövünk van, stacioner áramlást feltételezünk, de a veszteségek nem elhanyagolhatóak.



3. ábra: 2.31. feladathoz tartozó ábra

2.32. feladat: Egy 150 cm átmérőjű hengeres víztartály oldalfalán a víz szintjétől mért 110 cm-es mélységben 4 cm átmérőjű nyílás van. Mekkora a kifolyó vízszög sebessége, ha a kifolyó vízmennyiség pótlásával a víz szintjét állandó magasságon tartjuk és a kifolyási veszteségtől eltekintünk? Mennyi víz folyik ki másodpercenként, ha a kifolyási veszteségek miatt a vízszög sebessége csak 0,90-szerese az elméleti értéknek? Mennyi idő alatt folyik ki a tartályból a vízfelszín és a kilépőnyílás közti vízmennyiség, ha a víz pótlással a vízfelszín állandó értéken tartjuk? Mennyi idő alatt csökken a vízfelszín a kilépőnyílásig, ha a víz pótlását megszüntetjük?

2.33. feladat: Milyen magas állandó szintet kell biztosítani egy etilalkoholt tartamazó tartályban, ha a szükséges kifolyási térfogatáram $4,32 \text{ m}^3/\text{h}$. A kifolyás a tartály aljára szerelt 25 m hosszú és 40 mm átmérőjű vízszintes irányú horganyzott vascsövön keresztül történik. Az etilalkohol 789 kg/m^3 sűrűségű és $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa s}$ viszkozitású.

Ha szükséges használja a Moody diagramot a csőszárlódási tényező (λ) meghatározásához. A horganyzott vascső k/D értéke: 0,006.

2.34. feladat: Ivóvizet vezetünk 60 m magasságban található tárolóból 1500 m műanyag csővezetéken, melynek 0,02 a csőszárlódási tényezője (λ). A fogyasztó helyen az ivóvíz térfogatárama (vízhozama) 40 l/s és az ivóvíz túlnyomása 2 bar, a p_1 nyomás pedig 1 bar, a kiömlési sebességet elhanyagoljuk (v_2), de a nyomás veszteséget nem. Milyen átmérőjű csővezetékkel kell alkalmaznunk, ha az ivóvíz sűrűsége 1 g/cm^3 , viszkozitása pedig $1,001 \text{ mPa s}$?

3. HŐTAN ALAPJAI ÉS SZÁMÍTÁSI PÉLDÁK

3.1. Hőtan elméleti alapjai

A hőtan témakörének két fő területe van. Az egyik a gázhalmazállapotban lévő anyagok hőenergiával is összefüggő energetikai vizsgálatával (termodinamika) foglalkozik. A másik fő területe a fluidumok és a szilárd testek közötti hőterjedést (hőtranszportot) tárgyalja (Író, 2006). Jelen segédletben a hőtranszport esetei kerülnek ismertetésre.

A hőterjedés, hőátvitel vagy a hőtranszport két rendszer közötti termikus kölcsönhatásával foglalkozik. Formái a következők:

- hővezetés (kondukción),
- hőszállítás (hőátadás, konvekcion),
- hőszugárzás (radiáción),
- valamint ezen formák kombinációjá az összetett hőátvitel (pl.: hőátbocsátás, a hőcsere) (Sánta és Gausz, 2012a).

3.1.1. Hővezetés

Szilárd testekben a hő kizárólag vezetés útján terjed, míg folyadékokban és gázokban egyidejűleg van hővezetés, hőszállítás (konvekcion) és hőszugárzás is. A gázokban és folyadékokban, amikor a konvekcion kizárt és amennyiben a sugárzásos hőcsere elhanyagolható, a hőterjedés vezetéssel valósul meg.

Fémek esetében és más elektromos vezetőkbén a kristályrácsok rezgése és döntően a szabad elektronok segítségével terjed a hőenergia. A nem fémekben és elektromos szigetelőanyagokban a hővezetést a kristályrácsok atomjainak rezgése biztosítja. Folyadékoknál és gázoknál a hővezetés csak lamináris áramlás során valósul meg. Gázokban az atomok, molekulák rendezetlen mozgása miatti ütközéseknek (és a diffúzió), a folyadékok esetében a molekulák rendezetlen rezgőmozgásnak következtében terjed az energia.

Más megfogalmazásban a hővezetéskor a test egyik részéről ugyanazon test másik részére, vagy egyik testről a vele fizikai érintkezésben lévő másik testre, a részecskék makroszkópikus helyváltoztatása nélkül megy végbe a hőtranszport. Például az egyik végén melegített rúd másik vége is, felmelegszik, az energia a rúd melegebb végétől hővezetéssel jut a másik végéhez (Bihari, 2016; Halász et al, 2012; Sánta és Gausz, 2012b).

Hővezetés kapcsán megkülönböztetünk stacioner és instacioner (időben állandósult és időben nem állandósult) hővezetést. A segédletben a szilárd halmazállapotú anyagok stacioner hővezetésével foglalkozunk részletesebben.

A Fourier I. törvénye (a hővezetés általános differenciál egyenlete) a stacioner hővezetés alapösszefüggését írja le, melyet integrálva megkapjuk az ún. egyrétegű sík falban történő hővezetéses hőtranszportjának mennyiségét:

$$\dot{q} = \lambda \frac{|\Delta T|}{s} \quad (24.)$$

$$\dot{Q} = A \dot{q} = \lambda A \frac{|\Delta T|}{s} \quad (25.)$$

$$Q = \tau \dot{Q} = \lambda A \frac{|\Delta T|}{s} \tau \quad (26.)$$

Ahol:

$\dot{q}$ – hőáramsűrűség [$\text{J}/\text{m}^2 \text{ s}$; W/m^2],

$\dot{Q}$ – hőáram [J/s ; W],

Q – hőmennyiség [J],

λ – hővezetési tényező [$\text{W}/\text{m K}$],

A – felület [m^2],

s – falvastagság [m],

ΔT – fal két oldali hőmérséklet különbsége [K], τ – idő [s].

Fourier megfigyelése szerint a vezetés útján időegység alatt terjedő hőáram mennyisége egyenesen arányos a felületek távolságával és arányos a szilárd test anyagára jellemző vezetési tényezővel (λ). A hővezetési tényező értéke függ az anyag fajtájától, hőmérsékletétől és kismértékben a nyomástól. A színes fémek és folyadékok (kivétel a víz és a glicerin) esetében, ha a hőmérséklet növekszik, akkor a hővezetési tényező értéke csökken. Folyékony fémeknél, ötvözeteknél, és gázoknál a hőmérséklet növekedésével a hővezetési tényező értéke nő.

Többrétegű síkfalak esetében a következő összefüggést lehet felírni:

$$\dot{q} = \frac{|T_1 - T_n|}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{s_n}{\lambda_n}} \quad (27.)$$

$$\dot{Q} = \frac{|T_1 - T_n|}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{s_n}{\lambda_n}} \Sigma A \quad (28.)$$

$$Q = \frac{|T_1 - T_n|}{\frac{s_1}{\lambda_1} + \frac{s_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{s_n}{\lambda_n}} \Sigma A \tau \quad (29.)$$

Ahol:

$\dot{q}$ – hőáramsűrűség [$\text{J}/\text{m}^2 \text{ s}$; W/m^2],

$\dot{Q}$ – hőáram [J/s ; W],

Q – hőmennyiség [J],

$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_n$ – különböző típusú falak hővezetési tényezője [$\text{W}/\text{m K}$],

$T_1 - T_n$ – első és utolsó fal hőmérsékletének különbsége [K],
 s_1, s_2, s_n – különböző típusú falak vastagsága [m],

A – felület [m²],
 τ – idő [s].

A többrétegű síkfalaknál, ha hővezetési hőtárolást szeretnénk meghatározni, láthatjuk a (27.) képletből, hogy nincs szükség a különböző falrétegek hőmérséklet értékeire, csak az első és utolsó fal hőmérséklet értéke a mérvadó.

Abban az esetben, ha nem sík falunk van, hanem például egy csővezetékünk, amelyet hengeres falnak tekintünk akkor, az előbbieken felírt összefüggések a következőképpen módosulnak. A (30.) képletben az egy rétegű csővezetékre vonatkozó, még a (31.) egyenletben a többrétegű csővezetékre vonatkozó összefüggés látható *(többrétegű a csővezeték: például szigetelés található rajta vagy a belsejében vízkő lerakódás figyelhető meg)* (Fonyó és Fábry, 2004; Író, 2006; Sánta és Gausz, 2012b):

$$\dot{Q} = \lambda \frac{|\Delta T|}{\ln \frac{r_1}{r_2}} (2\pi L) \quad (30.)$$

$$\dot{Q} = \frac{|\Delta T|}{\sum_i \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}} (2\pi L) \quad (31.)$$

Ahol:

$\dot{Q}$ – hőáram [J/s; W],
 λ – hővezetési tényező [W/m K],

ΔT – csővezeték két oldalán mért hőmérséklet érték különbsége [K],

r_1 – cső külső sugara [m],
 r_2 – cső belső sugara [m],

L – csővezeték hossza [m].

Ha a csőfal vastagsága a cső belső átmérőjéhez képest kicsi, akkor a hengeres falakra érvényes összefüggés helyett alkalmazható a sík falakra felírt törvényszerűségek (24. egyenlet). Ugyanakkor, ha a csővezeték szigeteléssel látjuk el, akkor mindenképpen a bonyolultabb összefüggést kell alkalmaznunk (lásd 31. egyenlet) (Író, 2006).

3.1.2. Hőszállítás (konvekció)

A hőszállítás (hőátadás) során az áramló közeg és az azt határoló felület közötti hőterjedésben a közegen belüli hővezetésen kívül az is szerepet játszik, hogy a különböző hőmérsékletű részek egymáshoz képest makroszkópiusan elmozdulnak, és ezzel energiájukat is magukkal szállítják. Tehát a hő szállítása az anyag térfogatrészeinek a térben történő mozgása (áramlás, konvekció) következtében megy végbe, ezért csak gázokban és folyadékokban lehetséges. Ezt a hőátviteli módot mindig hővezetés kíséri.

A hőátadást megvalósító mozgásnak két típusát különböztetjük meg: szabadáramlás (szabad konvekció), amikor a gáz vagy folyadék térfogatrészek a felmelegedés következtében előálló sűrűségváltozás miatt változtatják helyüket. Kényszeráramlás (kényszer konvekció), amikor a mozgás mesterséges ráhatás (pl. ventilátor, szivattyú) segítségével valósul meg.

A stationer hőáramással átszarmasztott hőmennyiséget a Newton-Riemann egyenlet használatával határozzuk meg (Bihari, 2016; Halász et al., 2012; Sánta és Gausz, 2012b):

$$\dot{q} = \alpha |\Delta T| \quad (32.)$$

$$\dot{Q} = \alpha A |\Delta T| \quad (33.)$$

$$Q = \alpha A |\Delta T| \tau \quad (34.)$$

Ahol:

$\dot{q}$ – hőáramsűrűség [$\text{J}/\text{m}^2 \text{ s}$; W/m^2],

$\dot{Q}$ – hőáram [J/s ; W],

Q – hőmennyiség [J],

α – hőátadási tényező [$\text{W}/\text{m}^2 \text{ K}$],

A – felület [m^2],

τ – idő [s],

ΔT – hőmérsékletkülönbség [K].

A hőátadás nagymértékben függ többek között a sebesség, hővezetési tényező, fajhő, sűrűség, dinamikai viszkozitási tényező értékétől. A hőátadási tényező meghatározása számítással nem, vagy csak igen egyszerű esetekben, idealizálva lehetséges. A gyakorlatban meghatározása mérés útján történik úgy, hogy az egyes mérési eredményeket általánosított formában a hasonlóság elméletet felhasználva feldolgozzák. Az így feldolgozott eredmények az eredetihez hasonló formában lejátszódó jelenségekre érvényesek (Bihari, 2016; Halász et al., 2012; Sánta és Gausz, 2012b).

Az áramlásos hőátadási műveletek esetében az időegység alatt átadott hőmennyiséget, tehát a (33.) egyenlettel határozhatjuk meg, melyben a hőátadási tényező értékét nemcsak méréssel, hanem a Nussel-szám segítségével is meghatározhatjuk. A Nussel-szám, olyan dimenzió mentes kifejezés, amely az áramló közeg és a fal határán végbemenő hőátadásra jellemző, és a (35.) egyenlettel határozhatjuk meg:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda} = \text{const } \text{Re}^a \text{Pr}^b \text{Gr}^c \quad (35.)$$

Ahol:

Nu – Nussel-szám [-],

α – hőátadási tényező [$\text{W}/\text{m}^2 \text{ K}$],

l – geometriailag jellemző hossz [m],

λ – fluidum hővezetési tényezője [$\text{W}/\text{m K}$],

const – konstans [-],

Re – Reynolds-szám [-],

Pr – Prandtl-szám [-],

Gr – Grashoff-szám [-],

a,b,c – hatványkitevő.

A (35.) egyenletben szereplő Reynolds-számot a (8.) egyenletben szereplő összefüggéssel tudjuk meghatározni. A Prandtl-szám a hőátadás jellegű anyagi jellemzőit foglalja magába és a következő összefüggéssel lehet meghatározni.

$$\text{Pr} = \frac{c_p \eta}{\lambda} = \frac{c_p \rho v}{\lambda} = \frac{v}{a} \quad (36.)$$

Ahol:

Pr – Prandtl-szám [-],

c_p – a fluidum állandó nyomáson vett fajhője [W/m² K],

η – fluidum dinamikai viszkozitása [Pa s], λ – fluidum hővezetési tényezője [W/m K],

v – fluidum kinematikai viszkozitása [m²/s], a – hőmérsékletvezetési tényező [m²/s],

ρ – fluidum sűrűsége [kg/m³].

A Grashoff-szám pedig térfogategységre eső felhajtóerő és a belső súrlódási erő hányadosa, melynek meghatározása a következő összefüggés alkalmazásával történhet:

$$\text{Gr} = \frac{l^3 \rho^2 g \beta \Delta T}{\eta^2} \quad (37.)$$

Ahol:

Gr – Grashoff-szám [-],

l – geometriailag jellemző hossz [m],

ρ – a fluidum sűrűsége [kg/m³],

g – gravitációs gyorsulás [m/s²],

β – hőtágulási együttható [1/K],

ΔT – hőmérsékletkülönbség [K].

η – dinamikai viszkozitás [Pa s],

A Nussel-szám számértékének meghatározásához a Nussel-függvények állnak a rendelkezésünkre, ezen függvények általános alakja a (35.) egyenletben is látható. A megfelelő Nussel-függvényt nagyon körültekintően kell kiválasztanunk, hiszen a körülményektől függően más és más függvényt kell alkalmaznunk. Fontos például az is, hogy vízszintes vagy függőleges elrendezésű-e a berendezésünk, mert ez befolyásolja a geometriailag jellemző hossz értékét (*Fonyó és Fábry, 2004; László, 2011*). A 3. táblázatban az alkalmazható Nussel-függvényekre található példa.

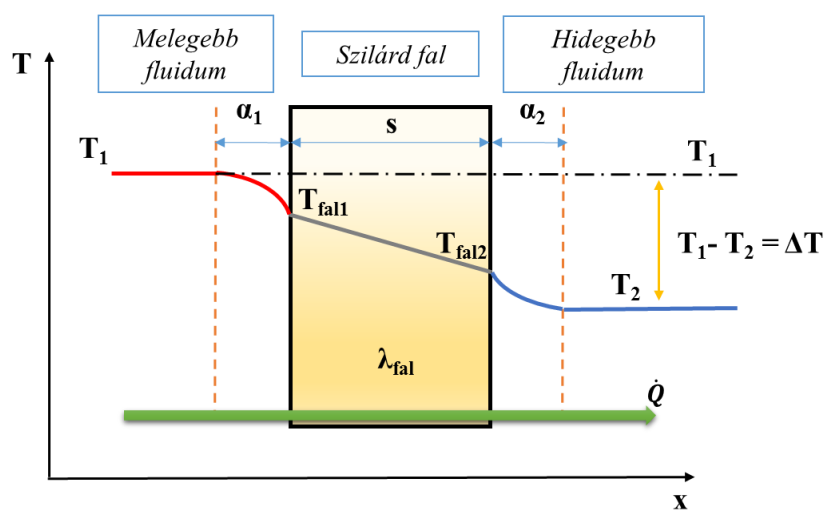
3. táblázat: Nussel-függvények különböző esetekben (László, 2011)

	Szabad konvekció	Kényszer konvekció	Geometriailag jellemző hossz
Függőleges tartályoknál, hengereknél és függőleges síkfalak mentén	ha $10^4 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^9$ akkor $\text{Nu}=0,53 (\text{Pr Gr})^{0,25}$ ha $10^9 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^{12}$ akkor $\text{Nu}=0,12 (\text{Pr Gr})^{0,33}$ Levegő és egyéb gázok esetében: ha $10^4 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^9$ akkor $\alpha = 1,3 (\Delta T/l)^{0,25}$ ha $10^9 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^{12}$ akkor $\alpha = 1,8 (\Delta T)^{0,33}$	Függőleges csöveknél: $\text{Nu}=0,02 \text{ Re}^{0,8}$	a fal magassága
Vízszintes hengereknél	ha $10^3 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^9$ akkor $\text{Nu}=0,54 (\text{Pr Gr})^{0,25}$ ha $10^9 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^{12}$ akkor $\text{Nu}=0,22 (\text{Pr Gr})^{0,33}$ Levegő esetében: ha $10^3 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^9$ akkor $\alpha = 1,31 (\Delta T/d)^{0,25}$ ha $10^9 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^{12}$ akkor $\alpha = 1,8 (\Delta T)^{0,33}$	Csövek belsejében: $\text{Nu}=0,023 \text{ Re}^{0,8} \text{ Pr}^{0,4}$ ha $\text{Re} < 2320$ Csövek külső fala mentén: $\text{Nu}=0,26 \text{ Re}^{0,6} \text{ Pr}^{0,3}$	csőátmérő
Vízszintes síklapoknál	ha $10^3 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^9$ akkor $\text{Nu}=0,54 (\text{Pr Gr})^{0,25}$ ha $10^9 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^{12}$ akkor $\text{Nu}=0,22 (\text{Pr Gr})^{0,33}$ Levegő esetében: ha $10^3 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^9$ akkor $\alpha = 1,31 (\Delta T/d)^{0,25}$ ha $10^9 \leq \text{Pr Gr} \leq 10^{12}$ akkor $\alpha = 1,8 (\Delta T)^{0,33}$	$\text{Nu}=0,036 \text{ Re}^{0,8} \text{ Pr}^{0,33}$ ha $\text{Re} > 2 \cdot 10^4$ $\text{Nu}=0,66 \text{ Re}^{0,5} \text{ Pr}^{0,33}$ ha $\text{Re} < 2 \cdot 10^4$ Levegő esetében: $\alpha = 5,7 + 3,9 v$ ha $v < 5 \text{ m/s}$ $\alpha = 7,4 v^{0,8}$ ha $5 \text{ m/s} < v < 30 \text{ m/s}$	falmagasság

3.1.3. Hőátbocsátás, hőcsere

Amennyiben a hőátvitel az egyik mozgó (melegebb) közegtől a másik mozgó (hidegebb) közegbe egy- vagy többretegű szilárd falon keresztül megy végbe, vagyis a hőátadás és hővezetés együttes jelenléte áll fenn, akkor hőátbocsátásról beszélünk. Ha egy hővezető szilárd fal két oldalán különböző hőmérsékletű fluidum áramlik, akkor a melegebb hőmérsékletű fluidumból a szilárd falon keresztül a hidegebb fluidum felé hőáram indul meg. A hőátbocsátás három részfolyamatból áll, ahogyan ezt a 4. ábra is szemlélteti:

- hőátadás a melegebb fluidumból a falfelületére,
- hővezetés a falban,
- és hőátadás a fal felületéről a hidegebb fluidumba.



4. ábra: Hőátbocsátás egyrétegű síkfalon keresztül (Halász et al., 2012; és Sánta és Gausz, 2012b alapján)

Stacioner esetben a hőátbocsátást a következő összefüggéssel tudjuk meghatározni (Író, 2006):

$$\dot{q} = k |\Delta T| = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{s_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} (T_{m,f} - T_{h,f}) \quad (38.)$$

$$\dot{Q} = A \dot{q} = k A (T_{m,f} - T_{h,f}) \quad (39.)$$

$$Q = \tau \dot{Q} = k A (T_{m,f} - T_{h,f}) \tau \quad (40.)$$

Ahol:

$\dot{q}$ – hőáramsűrűség [$\text{J/m}^2 \text{ s}$; W/m^2], $\dot{Q}$ – hőáram [J/s ; W],
 Q – hőmennyiség [J], k – hőátbocsátási tényező [$\text{W/m}^2 \text{ s}$],

α_1, α_2 – a fal mentén áramló fluidumok hőátadási tényezői [$\text{W/m}^2 \text{ s}$],

λ_i – hővezetési tényező [W/m K], s_i – falvastagságok [m].

$T_{m,f}$ – melegebb fluidum hőmérséklete [K] A – felület [m^2]

$T_{h,f}$ – hidegebb fluidum hőmérséklete [K] τ – idő [s]

A hőcserélő berendezésekben a legtöbb esetben két különböző hőmérsékletű fluidum áramlik, melyeket fallal választunk el egymástól. Magát a hőcserét a választófal közvetíti és a magasabb hőmérsékletű közeg hőt ad át az alacsonyabb hőmérsékletű közegnek. A hőcserélő minden pontján eltérő a két áramló közeg közötti hőmérséklet különbség. Ha a választó fal mindkét oldalán forrásban lévő vagy kondenzálódó fluidum van, akkor azonos a két közeg közötti hőmérséklet különbség a hőcserélő minden pontján.

A hőcserélők esetében is felírható az energia megmaradás törvénye, melyet hőmérleg-egyenlet formájában adhatunk meg, mely a következő összefüggéssel írható fel:

$$\dot{Q} = c_{p,m} \dot{m}_m (T_{m,be} - T_{m,ki}) = c_{p,h} \dot{m}_h (T_{h,be} - T_{h,ki}) \quad (41.)$$

Ahol:

$\dot{Q}$ – hőáram [J/s ; W], $\dot{m}_m$ – melegebb közeg tömegárama [kg/s],

$c_{m,p}$ – melegebb közeg állandó nyomáson vett fajhője [J/kg K],

$T_{m,be}$ – a melegebb közeg hőmérséklete a hőcserélő belépési pontján [K],

$T_{m,ki}$ – a melegebb közeg hőmérséklete a hőcserélő kilépési pontján [K],

$\dot{m}_h$ – hidegebb közeg tömegárama [kg/s],

$c_{h,p}$ – hidegebb közeg állandó nyomáson vett fajhője [J/kg K],

$T_{h,be}$ – a hidegebb közeg hőmérséklete a hőcserélő belépési pontján [K],

$T_{h,ki}$ – a hidegebb közeg hőmérséklete a hőcserélő kilépési pontján [K].

A (41.) képletben közölt hőmérleg-egyenlet csak akkor igaz, ha elhanyagoljuk a környezet felé leadott hőt, azaz a hőcserélő hőveszteségét. A hőcserélő berendezéseket általában szigeteléssel látják el a hőveszteség csökkentésének érdekében és egyébként a megmaradó hőveszteség a hőcserélőben kicserélt hőmennyiséghez képest elhanyagolható, ezért ezzel a feltételezéssel nem követünk el számottevő hibát.

A hőcserélőkben, ha mindkét közeg azonos irányban áramlik, akkor ún. egyenáramú hőcserélőről beszélünk, és ha az áramló fluidumok áramlási iránya ellentétes, akkor pedig ellenáramú hőcserélőt alkalmazunk (Beer et al., 1978; Író, 2006).

A hőcserélők esetében, ha hőátbocsátást (38. képlet) szeretnénk számítani, akkor ismernünk a hőátadási felületet (*számításnál a henger palástjára vonatkozó összefüggéseket alkalmazzuk*), amely a berendezés geometriai adataiból számítható (*csőátmérő és hossz érték*), és tudnunk kell a hőátbocsátási tényező értékét, amelyet pedig kézikönyvek segítségével számíthatunk vagy kísérletileg meghatározhatunk.

Az előzőekben leírtuk, hogy a hőcserélő készülékekben az áramló közegek hőmérsékletet a berendezés minden pontján más és más értékű, ezért a változó hőmérséklet különbség helyett egy ún. közepes hőmérsékletkülönbség értéket kell figyelembe vennünk. Ez a logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség érték, melyet a következőképpen tudunk meghatározni (*Halász et al., 2012*):

$$\Delta T_{\log} = \frac{\Delta T_n - \Delta T_k}{\ln \frac{\Delta T_n}{\Delta T_k}} \quad (42.)$$

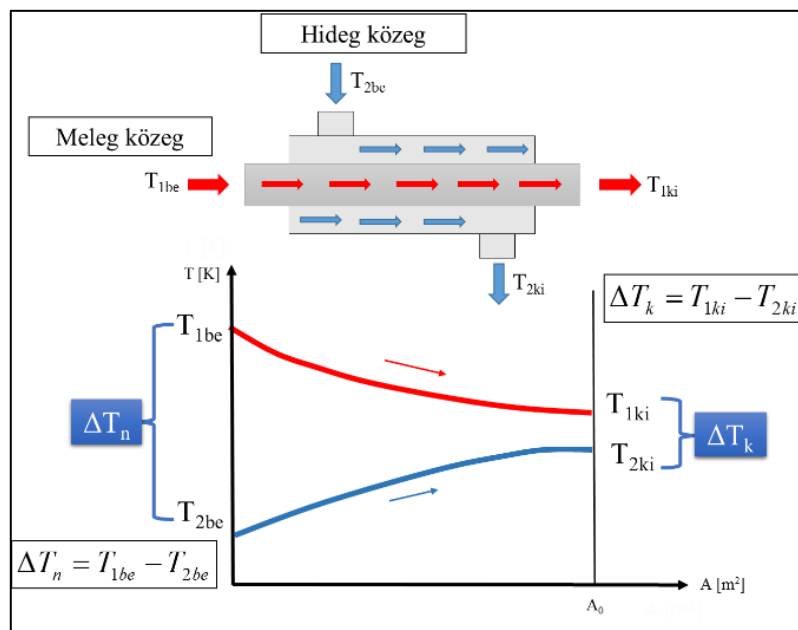
Ahol:

$\Delta T_{\log}$ – logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség [K],

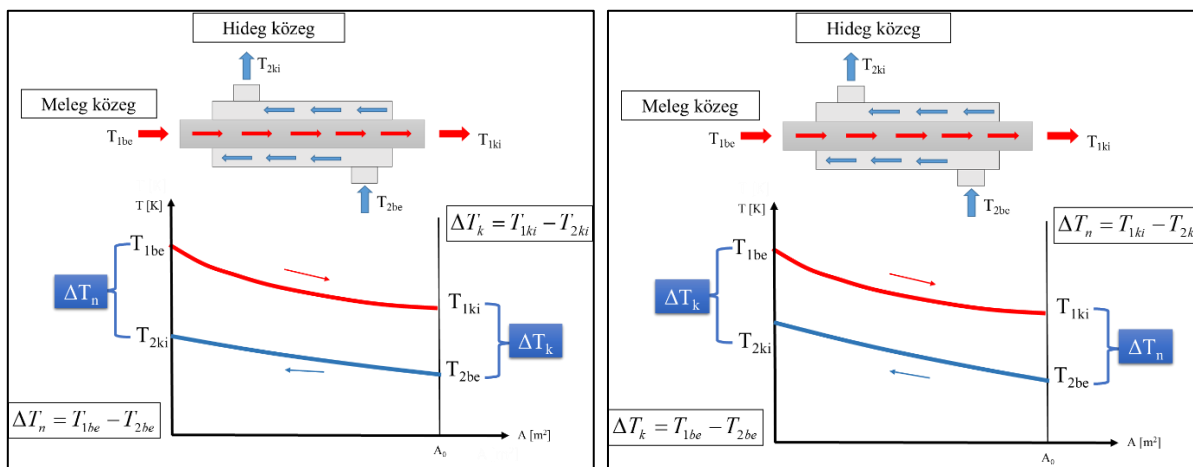
ΔT_n – nagyobb hőmérsékletkülönbség [K],

ΔT_k – kisebb hőmérsékletkülönbség [K].

A logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség érték számításánál figyelembe kell, venni a hőcserélőben áramló fluidumok áramlási irányának viszonyát, azaz azt, hogy egyenáramú vagy ellenáramú hőcserélőt alkalmazunk. A (42.) képlet használatakor célszerű az 5. vagy 6. ábrán látható diagramok elkészítése, mert ezen diagram segítségével könnyebben meghatározható a nagy és kis hőmérsékletkülönbség értékei.

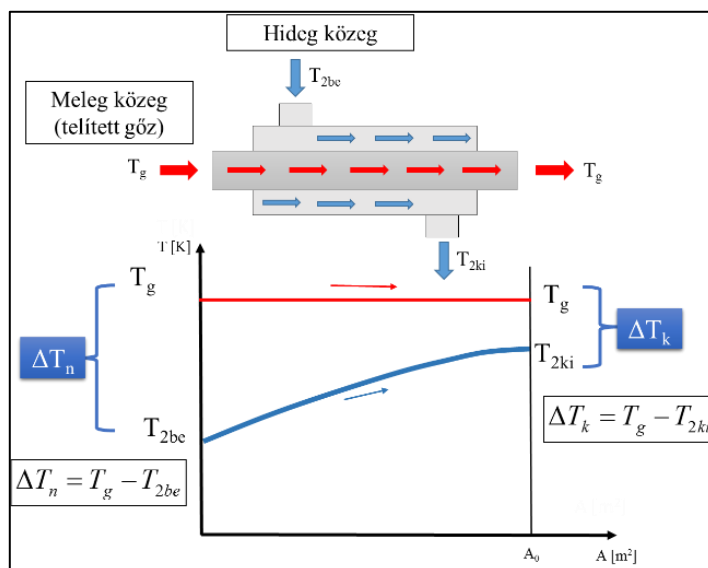


5. ábra: Egyenáramú hőcserélőben kialakuló hőmérsékletprofilok (Halász et al., 2012, és Író, 2006 alapján)

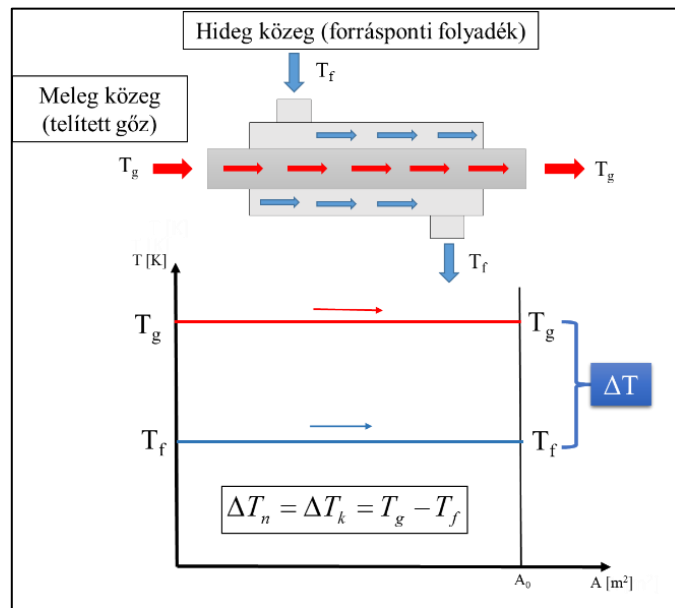


6. ábra: Ellenáramú hőcserélőben kialakuló hőmérsékletprofilok (Halász et al., 2012, és Író, 2006 alapján)

A logaritmusikus hőmérsékletkülönbség meghatározásnak két speciális, ideális esetét mutatja be a 7. és 8. ábra.



7. ábra: Hőcserélőben hőmérsékletprofil, ha az egyik közeg telített gőz (Halász et al., 2012, és Író, 2006 alapján)



8. ábra: Hőcserélőben hőmérsékletprofil (Halász et al., 2012, és Író, 2006 alapján)

A 7. ábra a hidegvízzel való kondenzálási hőcsere hőmérséklet lefutási görbáját, a 8. ábra pedig az állandó hőmérsékleten történő kondenzációs hőátadást és ugyancsak állandó hőmérsékleten történő forralási hőmérséklet profilját szemlélteti. A 7. és 8. ábrán bemutatott esetek kapcsán még elmondható, hogy amikor az egyik, vagy mint két közeg hőmérséklete a hőcsere során nem változik, akkor a hőcserélő készülékben használt fluidumok áramlási iránya nem befolyásoló tényező, továbbá ilyen esetekben az állandó hőmérsékletű közeg halmazállapota megváltozik. Az ilyen eseteket halmazállapot változásos hőcserének nevezzük (Író, 2006).

3.1.4. Hősugárzás

Az eddigiekben a különböző testek és közegek közvetlen érintkezése során létrejött hőátvitel eseteit mutattuk be. A tapasztalat azonban azt mutatja, hogy a hő érintkezés nélkül is átvihető (pl. napsugárzás). Az ilyen hőáramlási módot hősugárzásnak nevezik, amelyik mechanizmusát nézve - alapvetően különbözik az érintkezés útján létrejövő hőáramlástól. A hősugárzás az energia térbeli terjedésének elektromágneses hullámok formájában megvalósuló folyamata, ami közvetítő közeg szükségessége nélküli mechanizmus. E folyamat a hővezetéstől és hőszállítástól eltérő természetű, folyamatos energia átalakulás révén valósul meg, azaz a hő elektromágneses sugárzássá majd a tér egy másik pontján az elektromágneses sugárzás ismét hővé alakul. A terjedés mechanizmusából következően a hőmérsékletnek a terjedés irányában nem kell monoton csökkennie. (Például a Naptól a Földre elektromágneses sugárzás formájában érkező energia döntő része a földfelszínen, illetve a légkörben hővé alakul.) A szobahőmérsékletű tárgyak esetében a hősugárzás szerepe sok esetben a többi energia terjedési formához képest elhanyagolható, de a hőmérséklet növekedésével egyre jelentősebbé válik.

Az alapvető eltérés abban mutatkozik, hogy a hősugárzás esetében az energiahordozók nem a közvetítő (érintkező) közeg mikrorészecskéi, hanem a meleg test által kibocsátott elektromágneses hullámok. Valamely anyag által kibocsátott elektromágneses sugárzás oka az atomok elektromos természetében rejlik. Az atomokat felépítő negatív és pozitív töltésű részecskék egymáshoz képesti mozgása az elektrodinamika törvényei szerint elektromágneses

hullámok kibocsátásához vezet, melynek során a részecskék kinetikai energiája sugárzási energiává alakul át (Bihari, 2016; Howell, Siegel, és Mengüç, 2010; Sánta és Gausz, 2012b).

A következőkben a hősugárzással kapcsolatos néhány alap törvényszerűségeket ismertetünk. Stefan-Boltzmann féle törvény, mely kimondja az A felületű abszolút fekete test egy időegység alatt az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával arányos hőteljesítményt bocsát ki (Sánta és Gausz, 2012b).

$$E_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (43.)$$

Ahol:

$\dot{q}$ – hőáramsűrűség [$\text{J}/\text{m}^2 \text{ s}$; W/m^2], T – hőmérséklet [K],

c_0 – abszolút fekete test sugárzási tényezője [$5,67 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}^4$].

A valóságos testek ezzel szemben nem tekinthetők abszolút fekete testnek és azonos hőmérsékleten kevesebb energiát sugároznak ki, mint az abszolút fekete testek. Az abszolút fekete testre meghatározott törvényszerűségek valóságos szilárd testekre történő alkalmazásához bevezették a szürke test és szürke sugárzás fogalmát. Az előzőekben felírt összefüggést a következőképpen módosítjuk, hogy a valótestek esetében is alkalmazható legyen a Stefan-Boltzmann féle törvényt:

$$E_0 = \dot{q} = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = c \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (44.)$$

Ahol:

$\dot{q}$ – hőáramsűrűség [$\text{J}/\text{m}^2 \text{ s}$; W/m^2], T – hőmérséklet [K],

ε – feketeségi fok [-], c – szürke test sugárzási tényezője [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4$],

c_0 – abszolút fekete test sugárzási tényezője [$5,67 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}^4$].

A szürke test sugárzóképesége az abszolút test sugárzóképeségének ε szorosa. A különböző valós szilárd testek sugárzási tényezőjének értékei táblázatból kiolvasható.

A hősugárzás kapcsán párhuzamos síkfelületű testek közötti sugárzásos hőcsere esetén a Stefan-Boltzmann féle törvényt átalakítva az alábbi formulára, kiszámíthatjuk, két párhuzamos síkkal közötti egységnyi felületen és időegység alatt hősugárzással átadott hőmennyiség értékét:

$$\dot{q} = c_{red} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \varepsilon_{red} c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad (45.)$$

$$\dot{Q} = c_{red} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A = \varepsilon_{red} c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A \quad (46.)$$

$$Q = c_{red} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A \tau = \varepsilon_{red} c_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A \tau \quad (47.)$$

Ahol:

- | | |
|--|---|
| $\dot{q}$ – hőáramsűrűség [$\text{J}/\text{m}^2 \text{ s}$; W/m^2], | $\dot{Q}$ – hőáram [J/s ; W], |
| Q – hőmennyiség [J], | c_{red} – redukált sugárzási tényező [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4$], |
| T_1 – sugárzó felület hőmérséklete [K], | T_2 – sugárzó felület hőmérséklete [K], |
| ε_{red} – redukált feketeségi fok [-], | c_0 – abszolút fekete test sugárzási tényezője [$5,67 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}^4$], |
| A – felület [m^2], | τ – idő [s]. |

A redukált sugárzási tényező és redukált feketeség fok értékét a következő összefüggések segítségével számíthatjuk ki (Bihari, 2016; Fecske, 2005; Howell, Siegel, és Mengüç, 2010; Sánta és Gausz, 2012b):

$$c_{red} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}} \quad (48.)$$

$$\varepsilon_{red} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (49.)$$

Ahol:

- | | |
|--|--|
| c_{red} – redukált sugárzási tényező [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4$] | c_1 – első síklap sugárzási tényezője [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4$] |
| c_2 – második síklap sugárzási tényezője [$\text{W}/\text{m}^2\text{K}^4$] | c_0 – abszolút fekete test sugárzási tényezője [$5,67 \text{ W}/\text{m}^2\text{K}^4$] |
| ε_{red} – redukált feketeségi fok [-] | ε_1 – első síklap feketeségi fok [-] |
| ε_2 – második síklap feketeségi fok [-] | |

3.2. Hőtannal kapcsolatos számítási feladatok

3.1. feladat: Határozza meg a két végtelen nagynak tekinthető 0,8 feketeségi fokú oxidált vaslemez 5 m²-es felülete közötti sugárzásos hőáramot, ha az egyik lemez hőmérséklete 900 °C, míg a másik lemez hőmérséklete 25 °C.

3.2. feladat: Két párhuzamos síklap között sugárzó hőcsere történik. Az egyik lap hőmérséklete 723 °C, feketeségi foka: 0,64 és az általa kisugárzott hőmennyiség 1500 W/m². Határozza meg a másik síklap hőmérsékletét, ha az érdes alumíniumlemezből készült (feketeségi foka: 0,055).

3.3. feladat: Határozza meg az egyik síkfelületről a vele párhuzamos másik síkfelületre kisugárzott hőáramsűrűséget, ha a felületek hőmérséklete 300 °C és 40 °C. A számítást a következő változatok esetén végezze el:

- a) $c_1=c_2=5,767 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (abszolút fekete test),
- b) $c_1=c_2=5,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (vaslemez, matt),
- c) $c_1=5,0 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (vaslemez, matt), $c_2=0,35 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (fényes ón),
- d) $c_1=c_2=0,35 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ (fényes ón).

3.4. feladat: Határozza meg egy 12 m² felületű 130 °C hőmérsékletű 0,85 feketeségi fokú felület 12 óra alatt mennyi hőt ad át a 25 °C hőmérsékletű 0,7 feketeségi fokú párhuzamosan elhelyezkedő felületnek.

3.5. feladat: Egy egyrétegű sík fal vastagsága 40 cm a hővezetési tényezője 0,367 W/m K. A fal felületének hőmérséklete 80 °C ill. 30 °C. Számítsa ki a 10 óra alatt átadható hőmennyiségét, ha a felület 30 m².

3.6. feladat: Egy betonból készült falon, melynek hővezetési tényezője 1,1 W/m K, 15 K hőmérsékletkülönbség hatására 500 W/m² hőáramsűrűség halad keresztül. Milyen vastag a fal és mekkora 8 m² nagyságú részén áthaladó hőáram?

3.7. feladat: Egy nagy átmérőjű vízforraló üst 5 cm vastag acélfalának, melynek hővezetési tényezője 45,4 W/m K, vízdoldali hőfoka 90 °C és a falban levő hőáramsűrűség $7,8 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2$. Határozza meg az acélfal füstgázoldali hőmérsékletét. Határozza meg a falban levő hőáramsűrűség változását, ha a vízdoldalon 3 mm vastag vízkő rakódik le, melynek hővezetési tényezője 1,8 W/m K, de a fal széleinek hőfoka változatlan. Számítsa ki a két réteg érintkezési felületének hőfokát is!

3.8. feladat: Egy háromrétegű síkfal 1,5 cm vastag acél, 5 cm vastag szovelit és 0,3 cm vastag azbesztrétegből áll. Határozza meg az egyes rétegek érintkezési felületének hőmérsékletét, ha

az acél külső felületének hőmérséklete $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ és a falban levő hőáramsűrűség $360\text{ J/m}^2\text{s}$. Három anyag hővezetési tényezője: $45,4\text{ W/m K}$ (acél); $0,098\text{ W/m K}$ (szovelit), $0,12\text{ W/m K}$ (azbeszt).

3.9. feladat: Egy 2 m hosszú cső belső sugara 150 mm , külső sugara 180 mm . A csőfal anyagának hővezetési tényezője $1,2\text{ W/m K}$. A belső felület hőmérséklete $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, a külső felület hőmérséklete $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Számítsa ki a hőáramot és a 8 óra alatt átadott hőmennyiség értékét.

3.10. feladat: Mennyi az acélcső belső átmérője, ha a külső átmérője 20 mm ? Az acélcső külső oldalának hőmérséklete $80\text{ }^{\circ}\text{C}$, a belső oldalának hőmérséklete pedig $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. A cső hossza 4 m , és hővezetési tényezője $45,4\text{ W/m K}$ és a 20 perc alatti $50,4\text{ MJ}$ a hőmennyiség értéke. Továbbá számítsa ki a hőáram értékét!

3.11. feladat: Egy hűtőgép vezetéket 60 mm vastag üvegvatta szigeteléssel látjuk el. Az acélcső külső-, ill. belső átmérője 40 mm , ill. 26 mm . Az acélcső belső felületének hőmérséklete $-7\text{ }^{\circ}\text{C}$, a szigetelés külső felületéé pedig $+22\text{ }^{\circ}\text{C}$. Határozza meg a hőáramot a cső 3 méteres szakaszán, valamint az acélcső falán történő hőfokesést. Az acél és a szigetelő anyag hővezetési tényezője: $45,4\text{ W/m K}$ (acél); $0,037\text{ W/m K}$ (szigetelőanyag).

3.12. feladat: Egy 40 mm külső átmérőjű és $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű vascsövet, úgy kell szigetelni, hogy a szigetelés vastagsága ne haladja meg a 60 mm és külső hőmérséklete pedig nem lehet nagyobb $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ -nál. A csövet körülvevő környezet hőmérséklete $21\text{ }^{\circ}\text{C}$ és a külső falára vonatkozó hőátadási tényező $10\text{ W/m}^2\text{ K}$. Mekkora lehet a szigetelőanyag hővezetési tényezője, ha a cső hossza $1,5\text{ m}$?

3.13. feladat: Egy $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű fal mellett $72\text{ }^{\circ}\text{C}$ átlaghőmérsékletű levegő áramlik. A hőt átadó felület 4 m^2 a konvektív hőátadási tényező értéke pedig $180\text{ W/m}^2\text{ K}$. Számítsa ki a hőáramsűrűséget, a hőáramot és a 45 perc alatt konvekcióval átadott hőmennyiséget.

3.14. feladat: Egy 5 m^2 felületű $250\text{ W/m}^2\text{ K}$ hőátadási tényezőjű fluidum áramlik egy fal mellett. A fal hőmérséklete $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű és a fluidum 10 kW hőt vesz fel. Határozza meg, hogy mennyi a fluidum hőmérséklete?

3.15. feladat: Hőcserélő falának felülete 10 m^2 , hőmérséklete $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. A fal mellett áramló közeg $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű és a hőátadási tényezője $85\text{ W/m}^2\text{ K}$. Mennyi hő áramlik át 10 perc alatt?

3.16. feladat: Számítsa ki egy 20 mm belső átmérőjű, 2 m hosszú kondenzátorcsőben 2 m/s közepes sebességgel áramló $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ hőmérsékletű víz és a csőfal közötti hőátadási tényező értékét. Azt feltételezzük, hogy az áram a faltól a folyadék felé történik. A víz sűrűsége 1000

kg/m³, viszkozitása 10⁻³ Pa s, fajhője, 4182 J/kg K, hővezetési tényező értéke pedig 0,598 W/m K. Az alkalmazott kritériális egyenlet a következő:

$$Nu = 0,032 * Re^{0,8} * Pr^{0,37} * \left[\frac{L}{d} \right]^{-0,054}$$

3.17. feladat: Egy 600 mm x 200 mm méretű négyszög-keresztmetszetű és 300 mm hosszú vízszintes csatornában 15 m/s közepes sebességgel levegő áramlik. A cső hossza mentén a levegő hőmérséklete 300 °C, a falé 120 °C. Milyen az áramlás jellege? Mennyi a hőátadási tényező, ha a levegő viszkozitása 4,41 * 10⁻⁵ m²/s, hővezetési tényezője 0,026 W/m K, és a hőtágulási tényezője 3,04*10⁻⁴ 1/K?

A hőátadási tényező számítására lamináris esetben az alábbi kritériális egyenlet használható:

$$Nu = 0,13 * Re^{0,33} * Gr^{0,1}$$

Turbulens áramlásnál a következő kritériális egyenlet használható:

$$Nu = 0,13 * Re^{0,8}$$

3.18. feladat: Mekkora hőáram szükséges egy 20 m hosszú 50 mm átmérőjű egyenes csőben történő hőközlés esetében a 22 °C-os 0,9 m/s sebességgel áramló fluidum 65 °C-ra történő felmelegedéséhez. A fluidum fajhője 4,178 kJ/kg K, viszkozitása 7,33 * 10⁻⁴ Pa s, hővezetési tényezője 0,6254 W/m K, sűrűsége 990,7 kg/m³.

Az alkalmazott kritériális egyenlet a következő:

$$Nu = 0,032 * Re^{0,8} * Pr^{0,37} * \left[\frac{L}{d} \right]^{-0,054}$$

3.19. feladat: Egy nagy tartályban lévő 4 cm átmérőjű és 20 cm hosszú 130 °C felületi hőmérsékletű függőleges csövekkel 20 °C hőmérsékletű fluidumot melegítünk. Határozza meg a csőfal és a fluidum közötti hőátadási tényező értékét, ha a fluidum anyagi jellemzői a következők: fajhője 1,89 kJ/kg K, hővezetési tényezője 0,173 W/m K, sűrűsége 900 kg/m³, viszkozitása 0,002 m²/s, a hőtágulási együttható 0,0003 1/K.

Az alkalmazott kritériális egyenlet a következő:

$$Nu = 0,54 * (Gr * Pr)^{0,25}$$

3.20. feladat: Egy 40 mm átmérőjű és 2 m hosszú vízszintes acélcsőben levegő áramlik. Mekkora a hőátadási tényező értéke, ha a légáramlást a turbulencia alsó határán tartjuk? A levegő hővezetési tényezője 0,026 W/m K, fajhője 1,015 kJ/kg K, sűrűsége 0,834 kg/m³, viszkozitása 1,61*10⁻⁵ m²/s.

Ha 0,5 < Pr ≤ 1,5 akkor

$$Nu = 0,0214 * (Re^{0,8} - 100) * Pr^{0,4} * \left[1 + \frac{d}{L} \right]^{\frac{2}{3}}$$

Ha Pr > 1,5 akkor

$$Nu = 0,04 * Re^{0,8} * Pr^{0,75}$$

3.21. feladat: Egy négyzet-keresztmetszetű zárt vízszintes csatornában, melynek él hosszúsága 60 mm, 2,5 m/s sebességgel levegő áramlik. Határozza meg a fal és a levegő közötti hőátadási tényező értékét, a hőmérsékletkülönbség 10 °C. A levegő hővezetési tényezője 0,026 W/m K, a hőmérséklet vezetési tényezője $3,22 * 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, a hőtágulási tényezője $3,66 * 10^{-3} \text{ 1/K}$, kinematikai viszkozitása $2,23 * 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$.

Az alkalmazott kritériális egyenlet a következő:

$$Nu = 0,74 * Re^{0,2} * Pr^{0,3} * Gr^{0,1}$$

3.22. feladat: Mennyi hőt ad át fél óránként az az alumínium hőcserélő, melynek falvastagsága 5 mm, hővezetési tényezője 210 W/m K, felülete 5 m²? A fal két oldala közötti hőmérséklet különbség 80 °C.

3.23. feladat: Mennyi egy 1000 kW teljesítményű víz-víz hőcserélő hőátadó felülete, ha a fűtővíz közepes hőmérséklete 105 °C, a melegítendő víz közepes hőmérséklete 80 °C. A hőcserélő felülete 15 mm belső átmérőjű, 20 mm külső átmérőjű sárgaréz csövekből készült, melynek hővezetési tényezője 85 W/m K. A csövek belső felületén 0,2 mm vastag vízkő található, melynek hővezetési tényezője 1,8 W/m K. A fűtővíz-oldal hőátadási tényezője 10000 W/m² K, a melegítendő víz-oldali hőátadási tényezője 4000 W/m² K. *A számításnál a síkfalra vonatkozó összefüggéseket alkalmazza.*

3.24. feladat: Az acél kazán 30 mm falvastagságú, melynek víz oldalán 2 mm vízkő rakódott le. Az acél hővezetése 45,4 W/m K, a vízkőé 1,8 W/m K. A füstgázoldali hőátadási tényező értéke 46,5 W/m² K, a vízoldali pedig 2325 W/m² K. A füstgáz közepes hőmérséklete 700 °C, míg a vize 100 °C. Milyen vastag koromrétegnek kell a vízkőmentes csövet füstgáz oldalon befednie, hogy a csőfalon átáramló hőmennyiség az előzővel megegyezzen? A korom hővezetési tényezője 0,349 W/m K. Határozza meg mindkét esetben a cső külső és belső felületének hőmérsékletét. *A számításnál a síkfalra vonatkozó összefüggéseket alkalmazza.*

3.25. feladat: Számítsa ki a hőcserélő 130 °C hőmérsékletű gőz kondenzálásával dolgozó hőcserélő logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbségét, ha a melegített víz 25 °C hőmérsékleten lép be és 99 °C –ra melegszik fel.

3.26. feladat: Hőcserélőben a fűtőközeg 90 °C hőmérsékletéről 45 °C hőmérsékletre hűl le, miközben a fűtött közeg 20 °C hőmérsékletéről 40 °C hőmérsékletre melegszik fel. Számítsa ki a hőcserélő logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbségét egyenáramú illetve ellenáramú hőcserélők esetében.

3.27. feladat: Az ellenáramú hőcserélő hőátbocsátási tényezője $320 \text{ W/m}^2\text{K}$. A hőcserélőben $4,18 \text{ kJ/kg K}$ fajhőjű vízzel melegítünk $2,75 \text{ kJ/kg K}$ fajhőjű közeget. Számítsa ki a hőcserélő hőáramát, a háromnegyed óránként kicserélhető hőmennyiséget és a háromnegyed óránként elvezethető víz és melegített közeg mennyiségét! A hőcsere alkalmával a víz $98 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletéről $28 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletre hűl le, miközben a közeg $10 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletéről $50 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletűre melegszik fel.

3.28. feladat: Egy ellenáramú hőcserélőben 15000 kg/h tömegáramú fluidumot $85 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletéről $40 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletre hűtünk le. A hűtővíz $20 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű és legfeljebb $55 \text{ }^\circ\text{C}$ -ra melegedhet fel, fajhője pedig $4,18 \text{ kJ/kg K}$. A hőátadó felület 30 m^2 , és a fluidum fajhője $3,61 \text{ kJ/kg K}$. Mekkora lesz a hőátbocsátási együttható és a hűtővíz tömegárama?

3.29. feladat: Egy hőcserélőben $0,7 \text{ kg/s}$ tömegáramú $75 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű vizet hűtenek $0,5 \text{ kg/s}$ tömegáramú $25 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű hideg vízzel, amely $49 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletre melegszik fel. A meleg víz fajhője $4,185 \text{ kJ/kg K}$, a hideg vízé $4,177 \text{ kJ/kg K}$. Hőátbocsátási tényező $1135 \text{ W/m}^2 \text{ K}$. Mekkora hőcserélő felület szükséges egyenáramú illetve ellenáramú hőcserélő esetében?

3.30. feladat: Egy cső a csőben hőcserélő belső csövében, melynek átmérője 36 mm óránként $3,6 \text{ m}^3$ fluidumot szeretnénk $85 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletéről $48 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletre lehűteni. A hőcserélő külső csövében, melynek átmérője 50 mm $12 \text{ }^\circ\text{C}$ belépő hőmérsékletű hűtővíz áramlik. A hűtővíz kilépő hőmérséklete nem lehet $42 \text{ }^\circ\text{C}$ -nál magasabb. Mennyi ezen feltételek mellett a minimális hűtővíz igény? Milyen hosszú hőcserélőre van szükség egyen- illetve ellenáram esetében, ha a hőátbocsátási tényező $1000 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ (a hőcserélő felületének számításakor a belső cső átmérőjét vegye figyelembe)? A fluidum a következő paraméterekkel rendelkezik: fajhője $3,39 \text{ kJ/kg K}$, viszkozitása $1,8 \text{ mPa s}$, sűrűsége 1120 kg/m^3 . A hűtővíz sűrűsége 1000 kg/m^3 , viszkozitása 10^{-3} Pa s , fajhője, $4,18 \text{ kJ/kg K}$. Továbbá számítsa ki a fluidum, és a hűtővíz áramlási sebességét, és határozza meg a közegek áramlás jellegét.

3.31. feladat: A vízszintes helyzetű ellenáramú cső a csőben hőcserélőben a $12 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű fluidumot, $43 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletűre melegítünk fel $92 \text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű fűtővízzel, melynek hőmérséklete a hőcserélő kilépési pontján $52 \text{ }^\circ\text{C}$. A fűtővíz fajhője $4,18 \text{ kJ/kg K}$, viszkozitása 10^{-3} Pa s , sűrűsége pedig 1 g/cm^3 . A fluidum $3,14 \text{ kJ/kg}$ fajhőjű és $0,65 \text{ mPa s}$ viszkozitású, $1,43 \text{ g/cm}^3$ sűrűségű. A hőcserélő 12 m hossz és külső csövének átmérője 200 mm . A cső, amelyben a fluidum áramlik, annak a belső átmérője 15 mm , külső átmérője 25 mm . A fluidum a belső csövekben áramlik. A fűtővíz oldali hőátadási tényező $3200 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, a fluidum oldali hőátadási tényező $200 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ és a belső cső hővezetési tényezője 120 W/m K . Határozza meg a hőcserélő logaritmikus közepes hőmérsékletkülönbség értékét, a hőcserélő hőátbocsátási tényezőjét (a számításnál a síkfalra vonatkozó összefüggéseket alkalmazza), a hőátadó felületét (a belső csővezeték közepes átmérőjével számoljon), a hőcserélő teljesítményét. Továbbá számítsa ki a fluidum, és a fűtővíz másodpercenkénti tömegáramát, térfogatáramát, áramlási sebességét. Határozza meg a közegek áramlás jellegét. Mekkora nyomásesés értéke a fűtővíz áramlása esetében, ha a cső súrlódási tényező értéke $0,037$.

4. A SEGÉDLETBEN TALÁLHATÓ FELADATOK MEGOLDÁSAI

4.1. A hidrodinamikai műveletekkel kapcsolatos számítási feladatok megoldásai

2.1. feladat: a) $\dot{m} = 2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

b) $\dot{m} = 0,05 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

2.2. feladat: a) $\dot{m} = 2,4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

b) $\dot{m} = 12,5 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

2.3. feladat: $D = 0,01 \text{ m}$

2.4. feladat: $v = 0,612 \text{ m/s}$

2.5. feladat: $A = 0,3332 \text{ m}^2$; $b = 66,64 \text{ cm} \approx 67 \text{ cm}$

2.6. feladat: a) $\dot{V} = 2,08 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

b) $\dot{V} = 1 * 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

2.7. feladat: a) $D = 0,0207 \text{ m} \approx 21 \text{ mm}$

b) $D = 0,02308 \text{ m} \approx 23 \text{ mm}$

2.8. feladat: $D_e = 0,4 \text{ m}$

2.9. feladat: a) $D_e = 0,02 \text{ m}$

b) $D_e = 0,04 \text{ m}$

2.10. feladat:

4. táblázat: 2.10. feladat megoldásait tartalmazó táblázat

	Hőmérséklet [°C]	Dinamikai viszkozitás [Pa s]	Kinematikai viszkozitás [m ² /s]	Sűrűség [g/cm ³]
Glicerín	70 °C	$8*10^{-2}$	<u>$6,50*10^{-5}$</u>	1,230
Kénsav	18 °C	$3*10^{-2}$	$1,63*10^{-5}$	<u>1,840</u>
etanol	18 °C	<u>$7*10^{-4}$</u>	$7,95*10^{-7}$	0,880

2.11. feladat: $v = 0,949 \text{ m/s}$

2.12. feladat: $D = 0,05587 \text{ m} \approx 56 \text{ mm}$

2.13. feladat: $v_1 = 0,5 \text{ m/s}$; $A_2 = 2*10^{-3} \text{ m}^2$

2.14. feladat: $D = 0,113 \text{ m} \approx 11 \text{ cm}$

2.15. **feladat:** $D = 0,0255 \text{ m} \approx 26 \text{ mm}$

2.16. **feladat:** $\dot{V}_1 : \dot{V}_2 : \dot{V}_3 = 1 : 16 : 25$

2.17. **feladat:** $Re = 40000$ (turbulens)

2.18. **feladat:** $v = 3,0 \text{ m/s}$

2.19. **feladat:** a) $Re = 182000$ (turbulens)

b) $Re = 2184$ (lamináris)

c) $Re = 4536$ (átmeneti)

2.20. **feladat:** $\dot{m} = 7,77 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

2.21. **feladat:** $D = 0,1495 \text{ m}$; $\Delta p = 2,69 \text{ Pa}$

2.22. **feladat:** $\dot{V} = 6,96 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$; $\dot{V}_2 = 9,33 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

2.23. **feladat:** $D = 0,389 \text{ m} \approx 39 \text{ cm}$

2.24. **feladat:** a) $\dot{V} = 0,099 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

b) $\dot{V} = 0,166 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

c) $\dot{V} = 0,107 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

d) $\dot{V} = 0,0,171 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

2.25. **feladat:** a) víz: $Re = 337$ (lamináris); $\Delta p_v = 2,83 \text{ Pa}$

kloroform: $Re = 871$ (lamináris); $\Delta p_v = 1,57 \text{ Pa}$

b) víz: $Re = 17550$ (turbulens); $\Delta p_v = 1326,31 \text{ Pa}$

kloroform: $Re = 45388$ (turbulens); $\Delta p_v = 1977,30 \text{ Pa}$

2.26. **feladat:** $p_1 - p_2 = 6,46 \text{ bar}$

2.27. **feladat:** $L = 23,58 \text{ m}$

2.28. **feladat:** $\dot{V} = 0,5778 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$; $t = 488,78 \text{ s} = 8,15 \text{ min}$

2.29. **feladat:** lamináris áramlás esetében 32-szeresére. Turbulens áramlásnál 91-szeresére.

2.30. **feladat:** lamináris áramlás esetében 1,129-szeresére. Turbulens áramlásnál 1,031-szeresére.

2.31. **feladat:** $p_1 = 300097,78 \text{ Pa}$

2.32. **feladat:** a) $v = 4,65 \text{ m/s}$

b) $\dot{V} = 5,26 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

c) $t = 332,66 \text{ s} = 5,54 \text{ min}$

d) $t = 665,95 \text{ s} = 11,10 \text{ min}$

2.33. feladat: $h_1 = 0,050 \text{ m} = 5 \text{ cm}$

2.34. feladat: $D = 0,1585 \text{ m} \approx 16 \text{ cm}$

4.2. A hőtannal kapcsolatos számítási feladatok megoldásai

3.1. feladat: $\dot{q} = 72556,15 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$; $\dot{Q} = 36780,6 \text{ W}$; $Q = 653 \text{ mJ}$

3.2. feladat: $T_2 = 838,33 \text{ K} = 565,18 \text{ }^\circ\text{C}$

3.3. feladat: a) $\dot{q} = 5668,76 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

b) $\dot{q} = 4334,88 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

c) $\dot{q} = 341,09 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

d) $\dot{q} = 176,93 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

3.4. feladat: $Q = 0,345 \text{ GJ}$

3.5. feladat: $Q = 49,545 \text{ MJ}$

3.6. feladat: $s = 0,033 \text{ m} = 33 \text{ mm}$

3.7. feladat: a) $T_2 = 175,9 \text{ }^\circ\text{C}$

b) $\dot{q}_v = 31033,37 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$; $T_{\text{ép}} = 414,87 \text{ K} = 141,72 \text{ }^\circ\text{C}$

3.8. feladat: $T_4 = 280,36 \text{ K} = 7,21 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_3 = 289,36 \text{ K} = 16,21 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_2 = 473,03 \text{ K} = 199,88 \text{ }^\circ\text{C}$

3.9. feladat: $\dot{Q} = 5668,76 \text{ W}$; $Q = 0,19 \text{ GJ}$

3.10. feladat: $D_a = 5,145 \text{ mm}$; $\dot{Q} = 42000 \text{ W}$

3.11. feladat: $\dot{Q} = 29,150 \text{ W}$; $T_{\text{acél és szigetelés találkozási pontja}} = -6,985 \text{ }^\circ\text{C} = 266,165 \text{ K}$

3.12. feladat: $\lambda_{\text{sz}} = 0,088 \text{ W/m K}$

3.13. feladat: $\dot{q} = 23040 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$; $\dot{Q} = 92160 \text{ W}$; $Q = 248832 \text{ kJ}$

3.14. feladat: $T_{\text{fluidum}} = 7 \text{ }^\circ\text{C}$

3.15. feladat: $Q = 20,4 \text{ MJ}$

3.16. feladat: $Re = 40000$; $Pr = 6,99$; $Nu = 246,18$; $\alpha = 7360,78 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

3.17. feladat: $Re = 10204$; $Nu = 209,39$; $\alpha = 18,15 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

3.18. feladat: $Re = 60821$; $Pr = 4,90$; $Nu = 280,06$; $\alpha = 3502,99 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}}$; $Q = 0,47 \text{ MW}$

3.19. feladat: $Gr = 647,46$; $Pr = 19664,74$; $Nu = 32,26$; $\alpha = 27,90 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

3.20. feladat: $Pr = 0,52$; $Nu = 24,788$; $\alpha = 16,11 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

3.21. feladat: $Re = 6726$; $Pr = 0,69$; $Gr = 155953,14$; $Nu = 12,76$; $\alpha = 5,53 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

3.22. feladat: $Q = 3,024 \cdot 10^{10} \text{ J}$

3.23. feladat: $A = 16,97 \text{ m}^2 \approx 17 \text{ m}^2$

3.24. feladat: $S_{korom} = 0,40 \text{ mm}$; $T_{fal \text{ és vízkő találkozási pontján}} = 155,72 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_{vízkő-oldali felület} = 139 \text{ }^\circ\text{C}$;
 $T_{fal \text{ és korom találkozási pontján}} = 110,89 \text{ }^\circ\text{C}$; $T_{korom-oldali felület} = 668,36 \text{ }^\circ\text{C}$;

3.25. feladat: $\Delta T = 55,36 \text{ K} = 55,36 \text{ }^\circ\text{C}$

3.26. feladat: $\Delta T_{egyen} = 24,63 \text{ K} = 24,63 \text{ }^\circ\text{C}$; $\Delta T_{ellen} = 36,07 \text{ K} = 36,07 \text{ }^\circ\text{C}$

3.27. feladat: $\dot{Q} = 7376,84 \text{ W}$; $Q = 19917468 \text{ J}$; $m_v = 68,07 \text{ kg}$; $m_k = 181,07 \text{ kg}$

3.28. feladat: $k = 841,95 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}}$; $\dot{m}_h = 4,63 \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 16668 \frac{\text{kg}}{\text{h}}$

3.29. feladat: $A_{egyen} = 1,80 \text{ m}^2$; $A_{ellen} = 1,46 \text{ m}^2$

3.30. feladat: $\dot{Q} = 140481,6 \text{ W}$; $\dot{m}_f = 1,12 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$; $\dot{m}_h = 1,12 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$;

$$\dot{V}_h = 1,12 * 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 4,032 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}; L_{egyen} = 46,36 \text{ m}; L_{ellen} = 31,58 \text{ m};$$

$$v_f = 0,98 \frac{\text{m}}{\text{s}}; Re = 21952; v_h = 1,19 \frac{\text{m}}{\text{s}}; Re = 16660$$

3.31. feladat: $\Delta T = 44,35 \text{ K}$; $A = 0,7536 \text{ m}^2$; $k = 185,33 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ K}}$; $\dot{m}_f = 0,0636 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$;

$$\dot{V}_f = 4,45 * 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}; v = 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}}; Re_f = 8250; \dot{m}_v = 0,0370 \frac{\text{kg}}{\text{s}};$$

$$\dot{V}_v = 3,70 * 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}; v = 1,19 * 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}; Re_v = 36,44; \Delta p_v = 1,80 * 10^{-3} \text{ Pa}$$

TÁBLÁZATOK JEGYZÉKE

<i>1. táblázat: Csőszűrlődési tényezők számítása hidraulikailag sima csöveknél</i>	<i>12</i>
<i>2. táblázat: 2.10. feladat adatait és a kiszámítandó paramétereit tartalmazó táblázat.....</i>	<i>16</i>
<i>3. táblázat: Nussel-függvények különböző esetekben.....</i>	<i>25</i>
<i>4. táblázat: 2.10. feladat megoldásait tartalmazó táblázat.....</i>	<i>38</i>

ÁBRÁK JEGYZÉKE

<i>1. ábra: Az áramlás sebességének szemléltetése az áramvonalakkal</i>	<i>6</i>
<i>2. ábra: A folytonossági tétel stacioner állapotban</i>	<i>7</i>
<i>3. ábra: 2.31. feladathoz tartozó ábra.....</i>	<i>19</i>
<i>4. ábra: Hőátbocsátás egyrétegű síkfalon keresztül</i>	<i>26</i>
<i>5. ábra: Egyenáramú hőcserélőben kialakuló hőmérsékletprofilok.....</i>	<i>29</i>
<i>6. ábra: Ellenáramú hőcserélőben kialakuló hőmérsékletprofilok</i>	<i>29</i>
<i>7. ábra: Hőcserélőben hőmérsékletprofil, ha az egyik közeg telített gőz.....</i>	<i>29</i>
<i>8. ábra: Hőcserélőben hőmérsékletprofil.....</i>	<i>30</i>

FELHASZNÁLT IRODALOM

- BAGÁNY Mihály: *Műszaki áramlástan II. – Sűrűdásmentes folyadékok áramlása*. Kecskemét: Kecskeméti Főiskola Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskolai Kar, 2008, Azonosító: KF-GAMFK-H-384
- BAGÁNY Mihály: *Műszaki áramlástan (főiskolai jegyzet, 2. átszerkesztett kiadás)*. Kecskemét: Kecskeméti Főiskola Gépipari és Automatizálási Műszaki Főiskolai Kar, 2009.
- BEER S., LEITHOLD A., MUNKELT H., és OPITZ R.: *Vegyipari példatár*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó, 1978, – ISBN: 963 10 2469 5
- BENEDEK Pál és LÁSZLÓ Antal: *A vegyészmérnöki tudomány alapjai*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó, 1964.
- BIHARI Péter: *Hőtan – Termodinamika és hőközlés*. Budapest: BME Energetikai Gépek és rendszerek Tanszék, 2016. Elérhető: ftp://ftp.energia.bme.hu/pub/muszaki_hotan/Hotan_jegyzet_2016.pdf (Letöltve: 2018.06.02.)
- BOBOK Elemér: *Áramlástan*. Miskolc: Miskolci Egyetem Földtudományi Kar, 2014. – Azonosító: MFKGT5051 Elérhető: https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2011_0059_SCORM_MFKGT5051/sco_03_01.htm (Letöltve: 2018.06.01.)
- BOHL W.: *Műszaki áramlástan*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó, 1983. ISBN: 963 10 4483 1
- CENGEL Y. A. és CIMBALA J. M.: *Fluid mechanics – fundamentals and application*. New York, USA: McGraw- Hill, 2006. – ISBN: 0 07 247236 7.
- CSÉFALVY Edit és MIKA László Tamás: *Vegyipari művelettan jegyzet*. Budapest: ELTE Kémiai Intézet, 2008. Elérhető: http://technologia.chem.elte.hu/hu/muvelettan/Vegyipari_Muvelettan_teljes.pdf (Letöltve: 2018.02.21.)
- CSÉFALVAY Edit, DEÁK András, FARKAS Tivadar, HANÁK László, MIKA László Tamás, MIZSEY Péter, SAWINSKY János, SIMÁNDI Béla, SZÁNYA Tibor, SZÉKELY Edit, és VÁGÓ Emese: *Vegyipari műveletek II. Anyagátadó műveletek és kémiai reaktorok*. Egyetemi tananyag, Budapest: Typotex Kiadó, 2011. – ISBN 978 963 279 487 7 Elérhető: http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0028_Simandi_Vegyipari-muveletek-II/simandi-1_1_1.html (Letöltve: 2018.01.23.)
- DOMONKOS Endre (szerk.): *Transzportfolyamatok a környezetvédelemben 2. javított kiadás*. Veszprém: Pannon Egyetem, Környezetmérnöki Intézet, 2011. – ISBN 978-615-5044-47-2 (Az anyag a TAMOP-4.1.2-08/1/A-2009-0021 téma keretében készült a Pannon Egyetemen.)
- DOUGLAS J. M., GASIOREK J. M., SWAFFIELD J. A., and JACK L. B.: *Fluid mechanics (Fifth edition)*. Harlow, UK, PEARSON Prentice Hall, 2005. – ISBN-13: 978 0 13 129293 2
- FECSKE László: *Élelmiszer-ipari műveletek és folyamatok*. Budapest: Agrároktatási Intézet, 2005. – ISBN: 963 9317 00 4

- FEJES Gábor és TARJÁN Gusztáv: *Vegyipari gépek és műveletek második javított bővített kiadás*. Budapest: Tankönyvkiadó, 1979. – ISBN: 963 174 1656
- FONYÓ Zsolt és FÁBRY György: *Vegyipari művelettani alapismeretek*, Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó, 2004. – ISBN: 963 19 53157
- GULYÁS Lajos: *Diffúziós műveletek*. Debrecen: Debreceni Egyetem Műszaki Kar, 2011. Elérhető: http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0021_Diffuzios_muveletek/index.html (Letöltve: 2018.02.20.)
- HALÁSZ János, HANNUS István. és KIRICSI Imre: *Környezetvédelmi technológiák*. Szeged: Szegedi Egyetemi Kiadó, 2012. ISBN: 978-963-315-094-8
- HALÁSZ János, HANNUS István, HERNÁDI Klára, KUKOVECZ Ákos, KÓNYA Zoltán, TASI György, és KIRICSI Imre: *Kémiai és környezetvédelmi technológiai gyakorlatok*. Szeged: Szegedi Egyetemi kiadó, 2012. ISBN 315 978 000 066 7
- HORVÁTH Géza. (szerk): *Környezetvédelmi műszaki technológiák 2. javított kiadás*. Veszprém: Pannon Egyetem, Környezetmérnöki Intézet, 2011. ISBN – 978-615-5044-31-1 (Az anyag a HEFOP 3.3.1-P.-2004-0900152/1.0 téma keretében készült a Pannon Egyetemen.)
- HOWELL J. R., SIEGEL R. és MENGÜC M. P.: *Thermal Radiation Heat Transfer* (Fifth edition). New York, USA: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010. ISBN-13: 978 1 4398 0533 6
- ÍRÓ Béla: *Hő- és áramlástan (HEFOP jegyzet)*. Győr: Széchenyi István Egyetem, 2006. Elérhető: [http://www.sze.hu/~triesz/Ho-%20es%20aramlastan%20\(NGB_AG_015\)/H%F5-%20%E9s%20%C1raml%E1stan%20\(jegyzet\).pdf](http://www.sze.hu/~triesz/Ho-%20es%20aramlastan%20(NGB_AG_015)/H%F5-%20%E9s%20%C1raml%E1stan%20(jegyzet).pdf) (Letöltve: 2018. 06. 01.)
- KAUSAY Tibor: *Viszkozitás és folyadékok sűrűségmérése (oktatási előadás anyag)*. Budapest: BME, 2012. Elérhető: <http://www.betonopus.hu/szakmernoki/173-viszkozitas.pdf> (Letöltve: 2018.05. 28.)
- KUNDU P. K., COHEN I. M.: *Fluid mechanics* (Fourth Edition). Burlington, USA: Academic Press is an imprint of Elsevier, 2010. – ISBN: 978 0 12 381399 2
- LÁSZLÓ Zsuzsanna, BESZÉDES Sándor, RAJKÓ Róbert, és HODÚR Cecília: *Műszaki áramlástan, hőtan és anyagtranszport*. Szeged, Szegedi Tudományi Egyetem Juhász Gyula Pedagógiai Kar, 2011. Elérhető: https://www.tankonyvtar.hu/en/tartalom/tamop412A/2011-0013_laszlo_muszaki_aramlastan/egyenrtk_helyettesesi_elv.html (Letöltve: 2018.06.07.)
- SÁNTA Imre és GAUSZ Tamás: *Hő- és áramlástan I*. Budapest: Typotex Kiadó, 2012a. – ISBN: 978 963 279 584 3 Elérhető: https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/0018_Ho_es_aramlastan_1/adatok.html (Letöltve: 2018.06.08.)
- SÁNTA Imre és GAUSZ Tamás: *Hő- és áramlástan II*. Budapest: Typotex Kiadó, 2012b. – ISBN: 978 963 279 585 0 Elérhető: https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/0018_Ho_es_aramlastan_1/adatok.html (Letöltve: 2018.06.08.)

- SZLIVKA Ferenc: Áramlástechnikai gépek. Tatabánya: EDUTUS Főiskola, 2012. Elérhető: https://www.tankonyvtar.hu/en/tartalom/tamop412A/2010-0017_59_aramlastechnikai_gepek/ch01s08.html (Letöltve: 2018. 06.08.)
- TÓTH András: Folyadékok és gázok áramlása (kibővített órai jegyzet). Budapest: BME. 2008. Elérhető: http://goliat.eik.bme.hu/~tothaf/Tananyagok/Letoltesek/aramlas_2_BSc.pdf (Letöltve: 2018. 06. 02.)

A számítási feladatokhoz használt segédanyagok:

- ANGYALNÉ KOCZKA Katalin, CSÉFALVAY Edit, DEÁK András, FARKAS Tivadar, LAKNÉ KOMKA Kinga, MIKA László TAMÁS, SZÉKELY Edit: *Vegyipari műveletek I. – számítási gyakorlatok, A: Hidrodinamikai műveletek*. Budapest: BME Elérhető: http://kkft.bme.hu/sites/default/files/VM1_feladatok_A_20170206.pdf (Letöltve: 2018.01.20.)
- ANGYALNÉ KOCZKA Katalin, CSÉFALVAY Edit, DEÁK András, FARKAS Tivadar, LAKNÉ KOMKA Kinga, MIKA László TAMÁS, SZÉKELY Edit: *Vegyipari műveletek I. – számítási gyakorlatok, B: Hőtan*. Budapest: BME Elérhető: http://kkft.bme.hu/sites/default/files/VM1_feladatok_B_20170206.pdf (Letöltve: 2018.06.11.)
- BEER S., LEITHOLD A., MUNKELT H. és OPITZ R.: *Vegyipari példatár*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó, 1978. – ISBN: 963 10 2469 5
- BEKE János: *Műszaki hőtan mérnököknek című könyvéhez tartozó internetes példatár*. Példatár telepítő programja letölthető: <http://siva.bgk.uni-obuda.hu/~szakacs/segedanyagok/0708/HA1NB/HA1NB.html> () (Letöltve: 2018.06.18.)
- BIHARI Péter, BOTH Soma, DOBAI Attila és GYÖRKE Gábor: *Hőközlés – Gyakorlati feladatok gyűjteménye (Hetedik átdolgozott és bővített kiadás)*. Budapest: BME Energetikai Gépek és rendszerek Tanszék, 2016. Elérhető: ftp://ftp.energia.bme.hu/pub/muszaki_hotan/AEHK&AEG2&AMHT_Gyakorlati_feladatok_gyujtemenye_hallgatoi-2016.pdf (Letöltve: 2018.06.18.)
- ÍRÓ Béla: *Hőtan – hőközlés (példatár)*. Győr: Széchenyi István Egyetem, 2008. Elérhető: <http://www.sze.hu/~triesz/H%f5%20%e9s%20%e1raml%e1stan%20/> (Hotan-hokozles (javított).doc fájl) (Letöltve: 2018. 06. 14.)
- KOVÁCS Sándor és ONDOK Dezső: *Élelmiszer-ipari műveletek és folyamatok számítási példatár (Tizenegyedik, változatlan utánnyomás)*. Budapest: FVM Képzési és Szaktanácsadási Intézet, 2005. – ISBN: 963 9099 27 9
- KONECSNY Ferenc és PÁSZTOR Endre (szerkesztők): *Műszaki hő- és áramlástan példatár*. Budapest: Műegyetemi Kiadó, 2002. – Azonosító: 71014
- LÁSZLÓ Zsuzsanna, BESZÉDES Sándor, RAJKÓ Róbert, és HODÚR Cecília: *Műszaki áramlástan, hőtan és anyagtranszport*. Szeged, Szegedi Tudományi Egyetem Juhász Gyula Pedagógiai Kar, 2011. Elérhető: https://www.tankonyvtar.hu/en/tartalom/tamop412A/2011-0013_laszlo_muszaki_aramlastan/egyenrtk_helyettesitsi_elv.html (Letöltve: 2018.06.07.)

MANCZINGER József (szerk.): *Vegyipari műveleti számítások I. Hidrodinamika, hőtan.* Budapest: Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Műegyetemi Kiadó, 2000. Azonosító:60861

MOLNÁR Ferenc: *Környezettechnika műveleti számítások.* Budapest: PETRIK TISZK 2013. Elérhető:
[http://www.petrik.hu/files/Tananyagtar/Wiesinger%20%C3%81kos%20\(Moln%C3%A1r%20Ferenc\)/K%C3%B6rnyezettechn..pdf](http://www.petrik.hu/files/Tananyagtar/Wiesinger%20%C3%81kos%20(Moln%C3%A1r%20Ferenc)/K%C3%B6rnyezettechn..pdf) (Letöltve: 2018.02.10.)

MOLNÁR Ferenc: *Vízgazdálkodás- III. rész: Hidrodinamikai számítások.* Budapest: PETRIK TISZK 2012. Elérhető:
[http://www.petrik.hu/files/Tananyagtar/Wiesinger%20%C3%81kos%20\(Moln%C3%A1r%20Ferenc\)/3%20Hidraulikai%20sz%C3%A1m%C3%ADt%C3%A1sok_moln%C3%A1r%20ferenc.pdf](http://www.petrik.hu/files/Tananyagtar/Wiesinger%20%C3%81kos%20(Moln%C3%A1r%20Ferenc)/3%20Hidraulikai%20sz%C3%A1m%C3%ADt%C3%A1sok_moln%C3%A1r%20ferenc.pdf) (Letöltve: 2018.06.18.)

SÁNTA Imre és GAUSZ Tamás: *Hő- és áramlástan I.* Budapest: Typotex Kiadó, 2012a. – ISBN: 978 963 279 584 3
Elérhető:https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/0018_Ho_es_aramlastan_1/adatok.html (Letöltve: 2018.06.08.)

SÁNTA Imre és GAUSZ Tamás: *Hő- és áramlástan II.* Budapest: Typotex Kiadó, 2012b. – ISBN: 978 963 279 585 0
Elérhető:https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/0018_Ho_es_aramlastan_1/adatok.html (Letöltve: 2018.06.08.)