

SHORT THESIS FOR THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY (PHD)

Localization in quantum chromodynamics on the lattice

Réka Ágnes Vig

Supervisor:
Dr. Tamás György Kovács



UNIVERSITY OF DEBRECEN
DOCTORAL SCHOOL OF PHYSICS
DEBRECEN, 2021

Prepared at
the Institute for Nuclear Research, Atomki

Introduction

Strongly interacting matter goes through a crossover [1] at finite temperature, from a color confined hadronic state to quark-gluon plasma (QGP). This finite temperature transition is called deconfinement. In the crossover region two other phenomena occur, namely the approximate restoration of chiral symmetry, that is spontaneously broken at low temperature and the Anderson-type localization [2] of the Dirac eigenmodes with eigenvalues of the smallest magnitudes. Due to the fact that these three phenomena happen in the same temperature region, it is possible that there is some relationship among them, or probably one of them governs the appearance of the other two. To find out whether this assumption is correct, we need to examine quantum-chromodynamics (QCD), the quantum field theory of the strong interaction, at the crossover region.

In the temperature region of the QCD crossover, the gauge coupling is strong, therefore a non-perturbative approach is needed. Lattice field theory provides us a mathematically well-defined, non-perturbative framework to study the strongly coupled theory of the strong interaction. Thus our studies were done by using finite temperature lattice simulations around the region of the transitions.

Our work has focused on the investigation of the phenomenon of localization. We wanted to understand the cause of the occurrence of localization and its relationship to deconfinement. For this we used a similar model to QCD, where deconfinement is a genuine first order phase transition. In this case we can compare the we can precisely compare the temperature of the occurrence of deconfinement and localization. If they happen at compatible temperatures, that implies a strong connection between the two.

To understand the mechanism behind the phenomenon of localization, we examined the effect of topological objects of the gauge field on the spectrum of the Dirac operator. These topological objects, called instantons [3] at zero temperature and calorons [4] for finite temperatures, can provide an explanation of localized eigenmodes with eigenvalue magnitudes close to zero [5]. Therefore we examined the caloron related part of the spectrum and checked whether they are responsible for the whole localization.

Calorons are expected to form a non-interacting dilute gas at the high temperature phase of QCD. This is the dilute instanton gas approximation. The results of perturbative calculations of the temperature dependence of the topological susceptibility, based on this approximation differ by an order of magnitude from the results of lattice simulations [6], even at temperatures 5 – 10 times greater than the critical temperature of the transition. This means that either the approximation of a dilute gas at high temperature cannot be used to describe topological objects or that the perturbative approximation of the contribution of the one-instanton sector to the path integral is not accurate enough. The latter was reconsidered recently [7], but the results still have a 3σ discrepancy compared to the lattice calculations. This motivated our last study to check whether the interaction among calorons can be neglected in the high temperature phase.

Critical point of localization

At high temperatures, the lowest eigenmodes of the fermion Dirac operator are localized, while eigenmodes corresponding to higher parts of the Dirac spectrum, are delocalized. Localized modes are separated from the delocalized modes by a critical point in the spectrum, called the mobility edge (λ_c) [8]. When the temperature is decreased, the part of the spectrum that consists of localized eigenmodes becomes smaller, thus the mobility edge gets lower and lower in the spectrum. By decreasing the temperature further, at a critical point the mobility edge becomes zero, which means that all the localized eigenmodes disappear. Under the critical temperature of localization all eigenmodes are spatially extended [9].

In the quenched theory, the limit of infinitely large quark masses, deconfinement is a first order phase transition. The critical temperature of deconfinement in the quenched approximation is known from the literature [10]. Our aim was to compare this to the critical temperature of localization (T_c). For this we had to determine the temperature where the mobility edge disappears $\lambda_c(T_c) = 0$, in the quenched theory.

Although different lattice discretizations of the Dirac operator give the same correct formula in the continuum limit, in the case of finite lattice spacings they can have different properties. This may have an effect on the phenomenon of localization in lattice simulations. Therefore we calculated T_c with different lattice spacings and also with two different fermion discretizations to rule out its dependence on which lattice version of the Dirac operator is used.

Topology and localization

Topologically nontrivial solutions of the Euclidean Yang-Mills equations of motion provide gauge configurations that are accompanied by the presence of zero eigenmodes. These are called (anti)instanton solutions, where (anti)instantons are the localized lumps of the field strength. On a gauge background with one instanton the zero eigenmode is localized on the instanton [3]. Similar behaviour is expected in the case when more instantons are present.

In the presence of an instanton and an antiinstanton at finite distance from each other, the degeneracy of the corresponding zero modes splits and there will be a complex conjugate eigenvalue pair with small magnitude. These gauge configurations are not exact solutions of the Euclidean equations of motions, and thus the zero eigenmodes are only approximate. For simplicity we will also call these topological objects instantons (or calorons, for finite temperatures). The Atiyah-Singer index theorem [11] ensures that on a gauge background with topological charge $|Q| > 0$, there are chiral eigenmodes with zero eigenvalues. Therefore the presence of instantons, can be related to zero and near-zero eigenvalues in the spectrum of a Dirac operator with good chiral properties.

It was shown [12] that these instanton related eigenmodes appear as a near-zero spike in the spectral density of the overlap [13] Dirac operator. Therefore instanton related eigenmodes can be examined through calculating the Dirac spectrum. We also detected a spike in the spectral density of the staggered Dirac operator, therefore we could determine the role of topology related eigenmodes in localization, in both cases of discretizations we used.

Thesis points

The results described in my dissertation are organized into four points.

1. We determined the critical point of localization in the quenched theory [P1,P2].

For this we generated gauge configurations above the deconfining critical temperature. On these configurations the lowest eigenmodes of the staggered Dirac operator were determined. For the statistical analysis of the eigenvalues, I have written a code in C++. From the spectrum data, we calculated the mobility edge and determined its temperature dependence near the critical point. We set the temperature by the inverse gauge coupling β . We determined the function $\lambda_c(\beta)$ for three different lattice resolutions and calculated the critical inverse gauge coupling of localization β_c^{loc} by extrapolation, in each cases. We compared our results to the known results of deconfinement and found that the critical inverse gauge couplings of the two phenomena coincide within the statistical error, independently from the lattice spacing. These results suggest that localization and deconfinement are strongly related phenomena. I have presented these results at the 36th Annual International Symposium on Lattice Field Theory [P2].

2. We determined the critical point of localization using chirally symmetric discretization, the overlap Dirac operator [P3].

On the previously generated gauge backgrounds, we calculated the lowest part of the overlap Dirac operator. The overlap operator, in contrast to the staggered, has an exact chiral symmetry for finite lattice spacings, therefore its properties are closer to that of the continuum Dirac operator. We repeated our previous calculations to determine the temperature dependence of the mobility edge, in the spectrum of the overlap operator. Then from this, we determined the critical inverse gauge coupling by extrapolation. We found also in this case, that the critical inverse gauge couplings of localization and deconfinement coincide. This means that this result is independent from the lattice discretization and thus it is very likely that there is a genuine link between localization and deconfinement.

3. We separated the caloron related part of the spectrum from the bulk and determined the proportion of the corresponding eigenvalues to the total number of localized eigenmodes [P1, P4].

We calculated the spectral densities of the overlap and the staggered Dirac operators. As the mobility edge was determined in our studies before, we could determine the number of all localized eigenmodes by counting the eigenvalues that fell below λ_c . In the spectrum of the staggered operator, we considered those eigenvalues to be caloron related that fell below the minimum of the spectral density between the spike and the bulk. In the case of the overlap operator we used another method to precisely define the caloron related region of the spectrum. This method is based on the assumption that the interaction between calorons can be neglected, that is the topic of the next point. After identifying the caloron related eigenvalues, we calculated the ratio of the number of such eigenvalues and the number of all eigenvalues that correspond to localized modes. We found that this ratio is getting smaller as the temperature is increased and caloron related localized modes responsible for only approximately half of the number of all localized eigenmodes even at the transition temperature. This result means that the phenomenon of localization cannot be fully explained by approximate zero eigenmodes localized on calorons.

4. We showed that calorons can be described as a free topological gas above the critical temperature [P5, P6].

If calorons and anticalorons appear independently on a gauge configuration, the distribution of their number are described by two independent and identical Poisson distributions. Therefore we could calculate analytically the probability distribution of the difference of the caloron number n_c and anticaloron number n_a . According to the index theorem, this difference equals the topological charge $Q = n_c - n_a$, i.e. the number of exact zero eigenvalues. The overlap operator, in contrast to the staggered, has exact zero eigenvalues in its spectrum. Thus by counting the number of zero eigenvalues we could determine the distribution of Q , corresponding to lattice simulations. We found that the analytical predictions agreed well with the distribution calculated on the lattice. Encouraged by this, we determined the analytical distribution of the number of all caloron related eigenmodes $n = n_c + n_a$. Then from this, we determined the expectation value of n . Accordingly, by using the data of lattice simulations, we could determine the point in the spectrum under which all eigenmodes can be identified as topology related. Then we could count the number of all caloron related eigenmodes on each gauge configuration. Comparing the distribution of n on the lattice to the analytical distribution we found that they are compatible. We did our calculations at temperature $T = 1.045T_c$, which means that calorons can be described as a non-interacting gas, already at relatively low temperatures.

Publications serving as the basis of this dissertation

- [P1] Kovács, Tamás G. and Vig, Réka Á., "Localization transition in SU(3) gauge theory", *Phys. Rev. D*, vol. 97, p. 014502, 2018.
- [P2] Réka Ágnes Vig, Tamás G. Kovács, „Localization transition in SU(3) gauge theory”, *PoS LATTICE2018*, p. 257, 2019.
- [P3] Vig, Réka Á. and Kovács, Tamás G., "Localization with overlap fermions", *Phys. Rev. D*, vol. 101, p. 094511, 2020.
- [P4] Kovács, Tamás G. and Vig, Réka Á., "Localization and topology in high temperature QCD", *PoS*, vol. LATTICE2018, p. 258, 2019.
- [P5] Vig, Réka Á. and Kovács, Tamás G., "Free caloron gas in high temperature quenched QCD", *PoS*, vol. LATTICE2019, p. 192, 2019 .
- [P6] Vig, Réka Á. and Kovács, Tamás G., "Ideal topological gas in the high temperature phase of SU(3) gauge theory", e-Print :2101.01498 [hep-lat], 2021.; Accepted for publication in *Phys. Rev. D*

Further references

- [1] S. Borsányi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, C. Ratti, and K. K. Szabó (Wuppertal-Budapest Collaboration), „Is there still any Tc mystery in lattice QCD? Results with physical masses in the continuum limit III”, *J. High Energy Phys.* vol. 09 p. 073, 2010; A. Bazavov et al., „The chiral and deconfinement aspects of the QCD transition”, *Phys. Rev. D* vol. 85, p. 054503, 2012.
- [2] A. M. Halász and J. J. M. Verbaarschot, „Universal Fluctuations in Spectra of the Lattice Dirac Operator”, *Phys. Rev. Lett.* vol. 74, p. 3920, 1995.
- [3] Schäfer, T. and Shuryak, E. V., „Instantons in QCD”, *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 323–425, 1998.
- [4] T. C. Kraan and P. van Baal, „Periodic Instantons with non-trivial Holonomy”, *Nucl. Phys. B*, vol. 533, p. 627-659, 1998.; C. Gattringer and S. Schaefer, „New findings for topological excitations in SU(3) lattice gauge theory”, *Nucl. Phys. B* vol. 654, p. 30-60, 2003.
- [5] T. Schfer and E. V. Shuryak, „Instantons in QCD”, *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, p. 323, 1998.
- [6] S. Borsanyi, Z. Fodor, J. Guenther, K. H. Kampert, S. D. Katz, T. Kawanai, T. G. Kovacs, S. W. Mages, A. Pasztor and F. Pittler, et al., „Calculation of the axion mass based on high-temperature lattice quantum chromodynamics”, *Nature*, vol. 539, p. 69-71, 2016.; C. Bonati, M. D’Elia, M. Mariti, G. Martinelli, M. Mesiti, F. Negro, F. Sanfilippo and G. Villadoro, „Axion phenomenology and θ -dependence from $N_f = 2 + 1$ lattice QCD”, *JHEP*, vol. 03, p. 155, 2016.; P. Petreczky, H. P. Schadler and S. Sharma, „The topological susceptibility in finite temperature QCD and axion cosmology”, *Phys. Lett. B*, vol. 762, p. 498-505, 2016.
- [7] A. Boccialetti and D. Nógrádi, “The semi-classical approximation at high temperature revisited”, *Journal of High Energy Physics*, vol. 2020, pp. 1–16, 2020.
- [8] T. G. Kovács and F. Pittler, „Poisson to random matrix transition in the QCD Dirac spectrum”, *Phys. Rev. D* vol. 86, p. 114515, 2012.
- [9] J. J. M. Verbaarschot and T. Wettig, „Random Matrix Theory and Chiral Symmetry in QCD”, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, vol. 50, p. 343, 2000.
- [10] A. Francis, O. Kaczmarek, M. Laine, T. Neuhaus, and H. Ohno, „Critical point and scale setting in SU(3) plasma: An update”, *Phys. Rev. D*, vol. 91, p. 096002, 2015.
- [11] M. F. Atiyah and I. M. Singer, *Annals Math.*, vol. 87, p. 484, 1968.
- [12] R. G. Edwards, U. M. Heller, J. E. Kiskis, and R. Narayanan, „Chiral condensate in the deconfined phase of quenched gauge theories”, *Phys. Rev. D*, vol. 61, p. 074504, 2000.
- [13] R. Narayanan and H. Neuberger, „Chiral fermions on the lattice”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, p. 3251, 1993.



Registry number: DEENK/361/2021.PL
Subject: PhD Publication List

Candidate: Réka Ágnes Vig
Doctoral School: Doctoral School of Physics
MTMT ID: 10062429

List of publications related to the dissertation

Foreign language scientific articles in international journals (3)

1. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Ideal topological gas in the high temperature phase of SU(3) gauge theory.
Phys. Rev. D. "Accepted by Publisher" (-), 1-7, 2021. ISSN: 2470-0010.
IF: 4.833 (2019)
2. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Localization with overlap fermions.
Phys. Rev. D. 101, 1-6, 2020. ISSN: 2470-0010.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.101.094511>
IF: 4.833 (2019)
3. Kovács, T. G., **Vig, R. Á.**: Localization transition in SU(3) gauge theory.
Phys. Rev. D. 97, 1-8, 2018. ISSN: 2470-0010.
IF: 4.368

Foreign language conference proceedings (3)

4. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Free caloron gas in high temperature quenched QCD.
Proc. Sci. 192, 1-7, 2019. EISSN: 1824-8039.
DOI: <http://dx.doi.org/10.22323/1.363.0192>
5. Kovács, T. G., **Vig, R. Á.**: Localization and topology in high temperature QCD.
Proc. Sci. 258, 1-7, 2019. EISSN: 1824-8039.
DOI: <http://dx.doi.org/10.22323/1.334.0258>





6. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Localization transition in SU(3) gauge theory.

Proc. Sci. 257, 1-7, 2019. EISSN: 1824-8039.

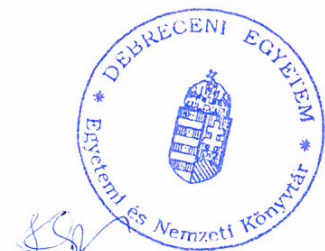
DOI: <http://dx.doi.org/10.22323/1.334.0257>

Total IF of journals (all publications): 14,034

Total IF of journals (publications related to the dissertation): 14,034

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

11 June, 2021



DOKTORI (PHD) ÉRTEKEZÉS TÉZISEI

Lokalizáció a kvantum színdinamikában rácson

Vig Réka Ágnes

Témavezető:
Dr. Kovács Tamás György



DEBRECENI EGYETEM
FIZIKAI TUDOMÁNYOK DOKTORI ISKOLA
DEBRECEN, 2021

Készült
az ELKH Atommagkutató Intézetében

Bevezetés

Az erősen kölcsönható anyag egy véges hőmérsékleten bekövetkező átmenet során, a színbezáró hadronikus fázisból kvark-gluon plazmába (QGP) megy át [1]. Az átmenet hőmérsékleti tartományában másik két jelenség is bekövetkezik, mégpedig az alacsony hőmérsékleten spontán sértett királis szimmetria közelítőleg helyreállása és a legkisebb sajátértékkel rendelkező Dirac módusok Anderson-típusú lokalizációja [2]. Mivel ez a három jelenség ugyanazon hőmérsékleti tartományon következik be, feltételezhető, hogy valamilyen kapcsolatban állnak egymással, talán az egyik irányítja a másik kettő megjelenését. Ahhoz, hogy kiderítsük, hogy ez a feltevés helytálló-e, az átmenet hőmérsékleti tartományában szükséges vizsgálnunk a kvantum-színdinamikát (QCD), az erős kölcsönhatás elméletét.

Mivel a QCD átmenet hőmérsékleti tartományában a mértékcsatolás erős, ezért a vizsgálatához nem-perturbatív megközelítés szükséges. A ráctérelmélet egy matematikailag jól definiált nem-perturbatív keretrendszer ad az erősen csatolt QCD elméletének tanulmányozásához. Ezért tanulmányainkat a rácson végeztük, az átmenet közeli hőmérsékleti tartományokat szimulálva.

A munkánk fókuszában a lokalizáció jelenségének vizsgálata állt. Meg akartuk érteni a lokalizáció bekövetkezésének okát és a kapcsolatát a QGP-ba történő átmenettel. Ehhez egy olyan QCD-hez hasonló modellt használtunk, amiben a hadronikus fázisból kvark-gluon plazmába történő átmenet egy valódi elsődrendű fázisátalakulás. Ebben az esetben pontos összehasonlítást tudtunk végezni a hadronikus átmenet és a lokalizáció bekövetkezésének hőmérséklete között. Ha ezek a hőmérsékletek összeegyeztethetőek, az azt jelenti hogy erős kapcsolat van a két jelenség között.

Ahhoz, hogy megértsük a lokalizáció jelensége mögött álló mechanizmust, megvizsgáltuk a mértéktér topologikus objektumainak hatását a Dirac operátor spektrumára. Ezek a topologikus objektumok, amiket nulla hőmérsékleten instantonoknak [3] és véges hőmérsékleten kaloronoknak [4] nevezünk, magyarázattal szolgálhatnak a nulla közeli sajátértékkel rendelkező lokalizált sajátmódusok megjelenésére [5]. Ezért megvizsgáltuk a Dirac operátor spektrumának kaloronokhoz köthető részét és megnéztük, hogy vajon ezek tehetőek-e felelőssé a teljes lokalizáció jelenségéért.

A kaloronok várhatóan egy kölcsönhatásoktól mentes, ritka gázként írhatóak le a QCD átmenet magas hőmérsékletű fázisában. Ez a ritka instanton gáz közelítés. Az erre a közelítésre épülő perturbatív számítások eredményei a topológiai szuszeptibilitás hőmérséklet függésére vonatkozóan egy nagyságrenddel különböznek a rácsszimulációk eredményeitől [6], már az átmenet kritikus hőmérsékletétől 5–10-szer nagyobb hőmérsékleten is. Ez azt jelenti, hogy vagy a ritka gáz közelítés nem használható magas hőmérsékleten a topologikus objektumok leírására, vagy az egy-instanton szektor pályaintegrálhoz adott járulékanak perturbatív közelítése nem elegendően pontos. Ez utóbbit a közelmúltban felülvizsgálták [7], de az eredmények még így is 3σ eltérést mutatnak a rácsszámításokhoz képest. Ez motiválta legutóbbi munkánkat, amiben leellenőriztük, hogy a kaloronok közötti kölcsönhatás valóban elhanyagolható-e magas hőmérsékleten.

A lokalizáció kritikus pontja

Magas hőmérsékleteken a fermion Dirac operátor legkisebb sajátmódusai térben lokalizáltak, míg a spektrum magasabb részeihez köthető sajátmódusok delokalizáltak. A lokalizált és delokalizált módusokat egy spektrumbeli kritikus pont választja el egymástól, amit mobilitási határnak (λ_c) [8] nevezünk. Csökkentve a hőmérsékletet, a spektrum lokalizált módusokhoz tartozó része egyre kisebbé válik, azaz a mobilitási határ egyre lejjebb kerül a spektrum origója felé. Tovább csökkentve a hőmérsékletet, egy kritikus ponton a mobilitási határ nullává válik, ami az összes lokalizált módus eltűnését jelenti. A lokalizáció kritikus hőmérséklete alatt az összes sajátmódus térben kiterjedt [9].

A quenched elméletben, ami a végtelen nagy kvark tömegek határesetete, a hadronikus átmenet egy elsődrendű fázisátalakulás. Az ehhez tartozó kritikus hőmérséklet az irodalomban ismert [10]. A célunk az volt, hogy összehasonlítsuk a hadronikus fázisátalakulás kritikus hőmérsékletét a loka-

lizáció kritikus hőmérsékletével (T_c). Ehhez meg kellett határoznunk, hogy a mobilitási határ mely hőmérsékleten tűnik el $\lambda_c(T_c) = 0$, a quenched elméletben.

Habár a Dirac operátor különböző rács-diszkretizációi visszaadják a folytonos Dirac-operátort a kontinuum limeszben, véges rácsállandó esetén különböző tulajdonságokkal rendelkezhetnek. Ez kihatással lehet a lokalizáció jelenségére a rács szimulációkban. Ezért a lokalizáció kritikus hőmérsékletét több rácsállandónál és két különböző fermion diszkretizációval is meghatároztuk, hogy ki tudjuk zární a T_c függését attól, hogy milyen rács verzióját használjuk a Dirac operátornak.

Topológia és lokalizáció

Az Euklideszi Yang-Mills egyenletek topológiailag nem-triviális megoldásai olyan mértéktér konfigurációkat eredményeznek, amiken nulla sajátértékű fermion módusok jelennek meg. Ezeket (anti)instanton megoldásoknak nevezzük, ahol az (anti)instantonok a mértéktér lokálisan nagyobb térerővel rendelkező részei. Megmutatták, hogy az egy instanton háttéren a nulla módus az instantonon lokalizálódik [3]. Hasonló viselkedést várunk több instanton jelenlétében is.

Egy egymástól véges távolságra lévő instanton és antiinstanton esetében, a nulla módusok degenerációja felhasad és egy komplex konjugált kis sajátértékű pár keletkezik. Az ilyen konfigurációk általában nem megoldásai az Euklideszi mozgásegyenleteknek, így a nulla módusok is csak közelítőek. Az egyszerűség kedvéért ezeket a topologikus objektumokat is instantonoknak fogjuk nevezni (vagy véges hőmérséklet esetén kaloronnak). Az Atiyah-Singer index tétel [11] biztosítja, hogy véges nagyságú topologikus töltéssel $|Q| > 0$ rendelkező mértéktér esetén, nulla sajátértékű királis módusok legyenek jelen. Tehát az instantonok jelenléte összeköthető nulla és nulla közeli sajátértékek megjelenésével egy jó királis tulajdonságokkal rendelkező Dirac operátor spektrumában.

Korábban megmutatták [12], hogy a az instantonokhoz köthető sajátértékek egy nullához közeli csúcsként jelennek meg az overlap [13] Dirac operátor spektrálsűrűségében. Így az instantonokon lokalizált sajátértékek tanulmányozhatóak a Dirac spektrum meghatározásával. Munkánk során mi is detektáltunk egy ilyen csúcsot a staggered Dirac operátor spektrálsűrűségében és így meg tudtuk határozni a topológiához köthető sajátértékek szerepét a lokalizációban, mindkét általunk használt diszkretizáció esetén.

Tézispontok

A disszertációmban tárgyalt eredményeket négy tézispontra osztottam fel.

1. Meghatároztuk a lokalizáció kritikus pontját a quenched elméletben [P1, P2].

Ehhez mértéktér konfigurációkat generáltunk a hadronikus átmenet kritikus hőmérséklete feletti tartományban. Ezekben a konfigurációkon meghatároztuk a staggered Dirac operátor legkisebb sajátértékű módusait. A sajátértékek statisztikus analízisét egy általam írt C++ kóddal végeztem. A spektrum adataiból kiszámoltuk a mobilitási határ értékét és meghatároztuk ennek hőmérséklet függését a kritikus ponthoz közel. A hőmérsékletet az inverz mértékcsatolás (β) értékével állítottuk be. A $\lambda_c(\beta)$ függvényt három különböző rácsfelbontás esetén is meghatároztuk. Ebből extrapolációval meghatároztuk a lokalizációhoz tartozó kritikus inverz mértékcsatolás értékét, mindhárom felbontás esetén. Összehasonlítottuk az eredményeinket a hadronikus átmenethez tartozó ismert eredményekkel és azt találtuk, hogy a két jelenséghez tartozó kritikus β értékek hibahatáron belül megegyeznek, a rácsállandó értékétől függetlenül. Ezek az eredmények arra utalnak, hogy a lokalizáció és a hadronikus átmenet szorosan összetartozó jelenségek. Eredményeimet bemutattam a 36. Éves Nemzetközi Ráctérelméleti Szimpóziumon [P2].

2. Meghatároztuk a lokalizáció kritikus pontját egy királisan szimmetrikus diszkretizációval, az overlap Dirac operátorral [P3].

Az előző kutatáshoz generált mértéktér háttereken meghatároztuk az overlap Dirac operátor legkisebb sajátértékeit. Az overlap operátor, a staggered operátorral ellentétben, egzakt királis szimmetriával rendelkezik a rácson, ezért tulajdonságai közelebb állnak a folytonos Dirac operátoréhoz. Megismételtük az előző számolásainkat a mobilitási határ meghatározására vonatkozóan, az overlap operátor esetén is. Ezután az eredmények alapján extrapolációval meghatároztuk a kritikus inverz mértékszatolás értékét. Ebben az esetben is azt találtuk, hogy a lokalizáció és a hadronikus átmenet kritikus β értékek megegyeznek. Ez azt jelenti, hogy az eredmény a választott diszkretizációtól független és így nagyon valószínű, hogy egy valódi kapcsolat van a lokalizáció és a hadronikus átmenet között.

3. Elkülönítettük a spektrum kaloronokhoz tartozó részét a spektrum többi részétől és meghatároztuk az ehhez tartozó sajátértékek arányát az összes lokalizált módus számához viszonyítva [P1, P4].

Meghatároztuk az overlap és a staggered Dirac operátor spektrumaihoz tartozó spektrálsűrűségeket. Mivel a mobilitási határt már korábbi tanulmányainkban kiszámoltuk, így meg tudtuk határozni az összes lokalizált módus számát, a λ_c alá eső sajátértékek megszámlálásával. A staggered operátor spektrumában azokat a módusokat tekintettük kaloronokhoz köthető módusoknak, amik a spektrálsűrűségbeli csúcs és a többi rész spektrálsűrűsége közti minimum alá estek. Az overlap operátor esetén egy másik módszert használtunk a kaloronokhoz tartozó spektrumrész meghatározására. Ez a módszer azon a feltételezésen alapul, hogy a kaloronok közötti kölcsönhatás elhanyagolható, amit a következő pontban tárgyalok. A kaloronokhoz köthető sajátértékek azonosítása után kiszámoltuk ezen sajátértékek arányát az összes lokalizált módus számához viszonyítva. Azt találtuk, hogy ez az arány a hőmérséklet növelésével egyre kisebbé válik és a kaloronokkal magyarázható lokalizált módusok a kritikus pontnál is csak közelítőleg a felét teszik ki az összes lokalizált módusnak. Ezek az eredmények azt mutatják, hogy a lokalizáció jelensége nem magyarázható teljes mértékben kaloronokon lokalizált, nullához közeli módusokkal.

4. Megmutattuk, hogy a kaloronok leírhatóak úgy, mint egy szabad topologikus gáz a kritikus hőmérséklet felett [P5, P6].

Ha kaloronok és antikalonok megjelenése a mértéktér konfigurációkon egymástól függetlenül történik, a számuk eloszlása két független és identikus Poisson eloszlással írható le. Így a kaloron és antikalonok szám (rendre n_c és n_a) különbségének eloszlását analitikusan meg tudtuk határozni. Az index tétel értelmében ez a különbség egyenlő a topologiai töltés értékével $Q = n_c - n_a$, azaz az egzakt nulla módusok számával. Az overlap operátor, a staggered operátorral ellentétben, rendelkezik egzakt nulla sajátértékekkel. Így az egzakt nulla sajátértékek megszámlálásával meg tudtuk határozni Q rácsszimulációkból számolt eloszlását. Azt találtuk, hogy ez jól egyezik az analitikus eredményekkel. Ezt felhasználva kiszámoltuk az összes kaloronhoz köthető sajátérték számának $n = n_c + n_a$ eloszlását. Ebből pedig kiszámoltuk n várható értékét. Ezt felhasználva ki tudtunk jelölni egy pontot a spektrumban, ami alatt a sajátértékek kaloron módusok sajátértékeivel azonosíthatóak. Ezután minden konfiguráción meg tudtuk számolni az összes kaloronokhoz köthető sajátértéket. Összehasonlítva n rácsszimulációkból kapott eloszlását az analitikus eloszlással azt találtuk, hogy a kettő hibahatáron belül megegyezik. Számolásainkat $T = 1.045T_c$ hőmérsékleten végeztük, ami azt jelenti, hogy a kaloronok már viszonylag alacsony hőmérsékleten is egy kölcsönhatásoktól mentes gázként írhatóak le.

Az értekezés alapjául szolgáló közlemények

- [P1] Kovács, Tamás G. and Vig, Réka Á., "Localization transition in SU(3) gauge theory", *Phys. Rev. D*, vol. 97, p. 014502, 2018.
- [P2] Réka Ágnes Vig, Tamás G. Kovács, „Localization transition in SU(3) gauge theory”, *PoS LATTICE2018*, p. 257, 2019.
- [P3] Vig, Réka Á. and Kovács, Tamás G., "Localization with overlap fermions", *Phys. Rev. D*, vol. 101, p. 094511, 2020.
- [P4] Kovács, Tamás G. and Vig, Réka Á., "Localization and topology in high temperature QCD", *PoS*, vol. LATTICE2018, p. 258, 2019.
- [P5] Vig, Réka Á. and Kovács, Tamás G., "Free caloron gas in high temperature quenched QCD", *PoS*, vol. LATTICE2019, p. 192, 2019 .
- [P6] Vig, Réka Á. and Kovács, Tamás G., "Ideal topological gas in the high temperature phase of SU(3) gauge theory", e-Print :2101.01498 [hep-lat], 2021.; Accepted for publication in *Phys. Rev. D*

További hivatkozások

- [1] S. Borsányi, Z. Fodor, C. Hoelbling, S. D. Katz, S. Krieg, C. Ratti, and K. K. Szabó (Wuppertal-Budapest Collaboration), „Is there still any Tc mystery in lattice QCD? Results with physical masses in the continuum limit III”, *J. High Energy Phys.* vol. 09 p. 073, 2010; A. Bazavov et al., „The chiral and deconfinement aspects of the QCD transition”, *Phys. Rev. D* vol. 85, p. 054503, 2012.
- [2] A. M. Halász and J. J. M. Verbaarschot, „Universal Fluctuations in Spectra of the Lattice Dirac Operator”, *Phys. Rev. Lett.* vol. 74, p. 3920, 1995.
- [3] Schäfer, T. and Shuryak, E. V., „Instantons in QCD”, *Reviews of Modern Physics*, vol. 70, p. 323–425, 1998.
- [4] T. C. Kraan and P. van Baal, „Periodic Instantons with non-trivial Holonomy”, *Nucl. Phys. B*, vol. 533, p. 627-659, 1998.; C. Gattringer and S. Schaefer, „New findings for topological excitations in SU(3) lattice gauge theory”, *Nucl. Phys. B* vol. 654, p. 30-60, 2003.
- [5] T. Schfer and E. V. Shuryak, „Instantons in QCD”, *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, p. 323, 1998.
- [6] S. Borsanyi, Z. Fodor, J. Guenther, K. H. Kampert, S. D. Katz, T. Kawanai, T. G. Kovacs, S. W. Mages, A. Pasztor and F. Pittler, et al., „Calculation of the axion mass based on high-temperature lattice quantum chromodynamics”, *Nature*, vol. 539, p. 69-71, 2016.; C. Bonati, M. D’Elia, M. Mariti, G. Martinelli, M. Mesiti, F. Negro, F. Sanfilippo and G. Villadoro, „Axion phenomenology and θ -dependence from $N_f = 2 + 1$ lattice QCD”, *JHEP*, vol. 03, p. 155, 2016.; P. Petreczky, H. P. Schadler and S. Sharma, „The topological susceptibility in finite temperature QCD and axion cosmology”, *Phys. Lett. B*, vol. 762, p. 498-505, 2016.
- [7] A. Boccialetti and D. Nógrádi, “The semi-classical approximation at high temperature revisited”, *Journal of High Energy Physics*, vol. 2020, pp. 1–16, 2020.
- [8] T. G. Kovács and F. Pittler, „Poisson to random matrix transition in the QCD Dirac spectrum”, *Phys. Rev. D* vol. 86, p. 114515, 2012.
- [9] J. J. M. Verbaarschot and T. Wettig, „Random Matrix Theory and Chiral Symmetry in QCD”, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, vol. 50, p. 343, 2000.
- [10] A. Francis, O. Kaczmarek, M. Laine, T. Neuhaus, and H. Ohno, „Critical point and scale setting in SU(3) plasma: An update”, *Phys. Rev. D*, vol. 91, p. 096002, 2015.
- [11] M. F. Atiyah and I. M. Singer, *Annals Math.*, vol. 87, p. 484, 1968.
- [12] R. G. Edwards, U. M. Heller, J. E. Kiskis, and R. Narayanan, „Chiral condensate in the deconfined phase of quenched gauge theories”, *Phys. Rev. D*, vol. 61, p. 074504, 2000.
- [13] R. Narayanan and H. Neuberger, „Chiral fermions on the lattice”, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, p. 3251, 1993.



Nyilvántartási szám: DEENK/361/2021.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Vig Réka Ágnes
Doktori Iskola: Fizikai Tudományok Doktori Iskola
MTMT azonosító: 10062429

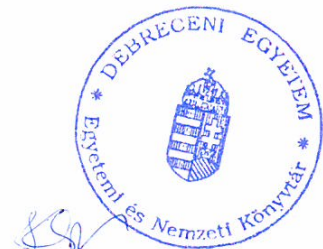
A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (3)

1. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Ideal topological gas in the high temperature phase of SU(3) gauge theory.
Phys. Rev. D. "Accepted by Publisher" (-), 1-7, 2021. ISSN: 2470-0010.
IF: 4.833 (2019)
2. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Localization with overlap fermions.
Phys. Rev. D. 101, 1-6, 2020. ISSN: 2470-0010.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.101.094511>
IF: 4.833 (2019)
3. Kovács, T. G., **Vig, R. Á.**: Localization transition in SU(3) gauge theory.
Phys. Rev. D. 97, 1-8, 2018. ISSN: 2470-0010.
IF: 4.368

Idegen nyelvű konferencia közlemények (3)

4. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Free caloron gas in high temperature quenched QCD.
Proc. Sci. 192, 1-7, 2019. EISSN: 1824-8039.
DOI: <http://dx.doi.org/10.22323/1.363.0192>
5. Kovács, T. G., **Vig, R. Á.**: Localization and topology in high temperature QCD.
Proc. Sci. 258, 1-7, 2019. EISSN: 1824-8039.
DOI: <http://dx.doi.org/10.22323/1.334.0258>





6. **Vig, R. Á.**, Kovács, T. G.: Localization transition in SU(3) gauge theory.

Proc. Sci. 257, 1-7, 2019. EISSN: 1824-8039.

DOI: <http://dx.doi.org/10.22323/1.334.0257>

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora: 14,034

**A közlő folyóiratok összesített impakt faktora (az értekezés alapjául szolgáló közleményekre):
14,034**

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudományometriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2021.06.11.

