

Egyetemi doktori (PhD) értekezés tézisei  
Abstract of PhD Thesis

# Rendezetlen anyagok törése és károsodása

## Fracture and damage of heterogeneous materials

Halász Zoltán

Témavezető / Supervisor  
Dr. Kun Ferenc



Debreceni Egyetem  
Fizikai Tudományok Doktori Iskolája

University of Debrecen  
PhD School in Physics

Debrecen  
2012

**Készült**

a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának  
Szilárdtestfizika és anyagtudomány programja keretében

**Prepared at**

the University of Debrecen  
PhD School in Physics

## Bevezetés

A rendezetlen szerkezeti anyagok külső terhelés alatti viselkedése, mind technológiai, mind tudományos szempontból folyamatosan megújuló kihívást jelent. A korábban nagy mennyiségben alkalmazott anyagokat egyre inkább speciális célokra tervezett struktúrákkal váltották fel, melyek kialakításakor az előzetes „elméleti” (analitikus számítások és szimulációk) vizsgálatok egyre nagyobb szerephez jutottak. További újdonságot jelentett, hogy már nem csupán mechanikai szempontokat kellett figyelembe venni, az új anyagfajták kialakításakor a gazdasági és esztétikai szempontok is mindinkább teret nyertek. A fejlődés során – mivel nyilvánvalóvá vált, hogy a kihívásoknak legjobban az összetett szerkezetű anyagok, a kompozitok felelnek meg –, le kellett számolni azzal a korábban használt gondolkodásmóddal, hogy a viselkedés leírható a homogén anyagokra feltárt törvényszerűségekkel. A inhomogenitás megjelenése szükségessé tette az anyagi tulajdonságok statisztikus fizikai megközelítését és emiatt az anyag mikroszkópikus szerkezetének egyre pontosabb megismerését.

A rendezetlen szerkezeti anyagok tönkremenetelének vizsgálatára kezdetben a homogén anyagokra kidolgozott eljárásokat használták, de ezek csupán a makroszkópikus viselkedés vizsgálatát tették lehetővé. Az eljárások egyik része a terhelés kvázisztatikus növelésén alapul, amikor az anyag a törés folyamán mindig a mechanikai egyensúlyhoz közeli állapotban marad. Ez esetben a törés során az anyag csupán két darabra törik, így a folyamata jól megfigyelhető marad. A terhelés másik határesetét a nagyon rövid idő alatti nagy energiaközlés jelenti, melynek hatására a test rövid idő alatt nagy számú töretra – fragmensre – esik szét. A gyakorlat szempontjából az igazán érdekes eseteket a két határeset közötti viselkedés jelenti, mivel a valós szerkezetek általában időben változó nagyságú, vagy konstans, de nagy terhelésnek vannak kitéve.

Az anyagok specializálódása megkövetelte – és ezzel párhuzamosan a mérés-technika fejlődése lehetővé tette – a törés mikroszkópikus folyamatának vizsgálatát. A leggyakrabban alkalmazott eljárássá – legyen akár kutatási, akár alkalmazási területen – az akusztikus emisszió mérése vált. A repedések keletkezése és a törési frontok előrehaladása akusztikus hullámok emissziójával jár, melyek megfelelő eszközök használatával detektálhatók és rögzíthetők. A kapott zaj idősorok elemzéséből kiderült, hogy a konstans, vagy lassan vál-

tozó terhelés alatt a törési folyamat időben jól elkülönülő események diszkrét sorozatából áll. Az események energiái és a közöttük eltelt várakozási idők eloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat, a kapott exponensek pedig képesek jellemezni az anyagok széles skáláját<sup>1</sup>.

A rendezetlen szerkezetű mechanikai rendszerekben megjelenő univerzalitás és az anyagok komplex viselkedésére utaló jelek az elméleti kutatások irányát egyre inkább a statisztikus fizika felé terelték. Doktori munkám során heterogén anyagok törési jelenségeinek statisztikus fizikai leírására végeztem kutatómunkát.

## Célkitűzések

Kutatómunkám során a rendezetlen anyagok törésének két, a gyakorlat számára rendkívül fontos, intenzíven kutatott területével foglalkoztam. A szálas szerkezetű kompozitok megjelenésével olyan anyagfajta került rendszeres felhasználásra, mely viselkedése jelentősen eltért a hagyományos anyagokétól. A rugalmas mátrixba ágyazott merev szálak egyrészt képesek felvenni a struktúra terhelését, másrészt képesek a mátrixban megcsúszni, ezzel csökkentve a bennük ébredő feszültséget, ezáltal elkerülve az anyag törését. Az ilyen típusú viselkedést a szakirodalomban *csúszva – tapadás*-nak (*stick – slip*) nevezik. Különleges érdekességét az adja, hogy a csúszva – tapadás egy általános mechanizmus olyan rendszerek mechanikai válaszának létrejöttében, amelyek súrlódásos határfelületekkel, illetve aktiválható tárolt hosszal rendelkeznek. Így például a stick – slip mechanizmusnak köszönhető a földrengések létrejötte a földkéreg egymásnak nyomódó kőzetlemezei mentén, valamint ez teszi lehetővé a feltekeredett egységeket tartalmazó óriásmolekulák (pókselyem) rendkívüli energiaelnyelő képességét is. Részletes vizsgálatokat végeztem annak megértésére, hogy a csúszva – tapadás mikroszkópikus mechanizmusa milyen mechanikai választ és törési folyamatot eredményez.

A mérnöki konstrukciókban használt szerkezeti anyagok leggyakoribb igénybevétele az, hogy hosszú időn keresztül szubkritikus, azaz a teherbíró képességük alatti terhelésnek vannak kitéve. Ilyen körülmények között a legtöbb anyag deformációja monoton növekszik az idővel és véges idő alatt eltörnek. Konstans terhelés esetén a jelenséget kúszótörésnek, míg periódikus

---

<sup>1</sup>M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala and S. Zapperi, *Statistical models for fracture*, Adv. Phys. **55**, 349 (2006).

igénybevételnél kifáradásnak nevezzük. Kutatómunkám másik nagy területe, a rendezetlen anyagok szubkritikus, konstans terhelés alatti kúszó törésének vizsgálata volt. Olyan anyagokra koncentráltam, amelyekben egy lassú károsodási mechanizmus – pl. termikusan aktivált repedés – keletkezés, korróziós repedezés – egy inhomogén feszültségtér felépülését eredményezi. Ennek hatására az anyagban időnként hirtelen repedési lavinák jelenhetnek meg, amelyek gyorsítják a károsodás folyamatát és végül a test makroszkópikus törését eredményezik.

A kutatás során mindkét területen ugyanazokat a célokat fogalmaztam meg: Diszkrét, sztochasztikus modelleket akartam kidolgozni mind a stick-slip dinamika, mind a heterogén anyagok kúszó törésének elméleti leírására. A modellekkel szemben támasztott nagyon fontos követelmény, hogy tegyék lehetővé a heterogén mikroszerkezet és a lokális mechanikai jellemzők hatékony reprezentációját.

A modellek analitikus és numerikus elemzésével fel kívántam tární a vizsgált rendszerek makroszkópikus válaszát és annak függését a rendszert mikroszkópikusan jellemző paramétereiktől. A kapott eredményeket összevetve a szakirodalomban található, illetve, a saját méréseimből származó eredményekkel tisztázni akartam az egyes modellparaméterek valós szerepét.

Az általam bevezett modellek mikroszkópikus dinamikáját elemezve fel akartam tární a heterogén anyagok stick-slip dinamikáját és kúszását kísérő repedési zaj statisztikus jellemzőit. Céлом volt annak tisztázása, hogy milyen analógiát mutatnak ezek a törési folyamatok a fázisátalakulásokkal és kritikus jelenségekkel. Nagy kihívást jelentett annak megértése, hogy a rendezetlenség mértéke milyen szerepet játszik a törési folyamatokban. A zaj idősorok kritikus exponenseinek meghatározásával lehetőségem nyílt kvantitatív összehasonlításra is a kísérleti eredményekkel.

## Vizsgálati módszerek

A törés statisztikus fizikai vizsgálata alapvetően sztochasztikus modellekre épül. A műszaki tudományokban elterjedten használt kontinuum-mechanikán alapuló módszerekkel szemben a statisztikus fizikában alkalmazott megközelítés az anyag „fizikai” diszkretizációjára épül, így lehetővé válik a rendezetlenség, a rendszert felépítő elemek közötti kölcsönhatások és a rendszer dinamikájának egyszerű beépítése a modellbe. Kutatómunkám során

az úgynevezett szálköteg modellt használtam, amelynek az általam vizsgált anyag típusokra több kiterjesztését dolgoztam ki. A szálköteg modell a vizsgálni kívánt anyagot párhuzamos szálak kötegeként definiálja, melyek csak húzó–nyomó terhelés elviselésére képesek. A szimulált rendszer viselkedését az egyedi szálak mechanikai válaszána és reológiai jellemzőinek, valamint a kölcsönhatások minőségének és hatótávolságának változtatásával lehet kontrollálni. A modell relatív egyszerűsége miatt képes nagy számú elem hatékony kezelésére, ez optimalizált számítógépes algoritmus – és egyenletes terhelés – újraosztódás használata esetén akár  $10^9$  diszkrét elemet is jelenthet. A törés vizsgálatának fontos részét jelentik a kísérleti vizsgálatok, melyek segítségével vizsgálható az anyagok valós viselkedése. A szakirodalom bővelkedik a makroszkópikus viselkedést leíró irodalomban, azonban a miroszkópikus folyamatok mérése még mindig nehézkes és nem megoldott probléma. A kutatásaimhoz kapcsolódóan nemzetközi együttműködés keretében méréseket végeztem a *Helsinki Műszaki Egyetem*-en Mikko J. Alava kutatócsoportjával közösen a szubkritikus törés témakörében. Az analitikus és numerikus eredményeket lépésről-lépésre összevettem a saját és az irodalomban fellelhető eredményekkel. Az összehasonlítás lehetővé tette a törési folyamat univerzális jellemzőinek kinyerését is.

## Új tudományos eredmények

1. A klasszikus szálköteg modellnek olyan kiterjesztését dolgoztam ki, amelynek segítségével lehetővé vált a külső terhelésre a csúszva – tapadás dinamikával válaszoló rendszerek realiztikus vizsgálata. A modell újszerűsége a szálak egyedi viselkedésében rejlik: növekvő terhelés alatt a szálak egy véletlen küszöbterhelés elérésekor nem eltörnek, hanem megcsúsznak, ezért újra képesek terhelés felvételére az eredeti rugalmassági modulusz megtartása mellett. A csúszási eseményeket követően az anyag lokálisan átstrukturálódhat, amit a modellben a csúszási küszöbök változásával veszünk figyelembe [P1, PR1].
  - a) A csúszási küszöbök mind állandó, mind változó rendezetlensége mellett, átlagtér közelítést alkalmazva, analitikus, zárt alakban adtam meg a modell makroszkópikus mechanikai válaszát. Meg-

mutattam, hogy a csúszva - tapadás dinamikával felruházott rendszerek viselkedését az egyedi szálak válasza, a csúszási küszöbök valószínűség eloszlása, a rendezetlenség típusa, valamint a csúszási lehetőségek száma határozza meg. Felhívtam a figyelmet arra, hogy az irodalomban kiterjedten használt egyszerű szálköteggel szemben, az általam bevezetett modell adja a földrengések Burridge-Knopoff modelljének<sup>2</sup> korrekt átlagtér határesetét. Analitikus számolásokkal kimutattam, hogy nagyszámú csúszási esemény hatására a szálak kollektív dinamikájának eredményeként a konstitutív görbén plasztikus tartomány – plató – jelenik meg. A plató tartományt vagy felkeményedés, vagy lágyulás követi, az egyedi szálak viselkedésének megfelelően. A kapott makroszkópikus választ leíró konstitutív görbék kiváló egyezést mutatnak az olyan rendszerek viselkedésével, melyekben a stick - slip dinamikát a rendszerben tárolt hossz okozza, ami számtalan biológia eredetű anyag – molekulaláncok, pókselyem, hernyóselyem – esetében<sup>3</sup> fellelhető.

- b) Megmutattam, hogy a stick - slip dinamikájú rendszer tehermentesítése maradandó deformációt eredményez, mely a terhelés során elért maximális deformáció monoton növekvő függvénye. A maradandó deformáció mértékét a csúszási események maximális száma és a törési küszöbök átlagos nagysága definiálja. Ha a maximális csúszási szám elérése után a szálak elszakadnak, akkor a tehermentesítéskor mérhető Young modulus monoton csökkenő függvénye a maximális a deformációnak, a szálak felkeményedése esetén viszont az értéke állandónak bizonyult.

2. Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációval vizsgáltam a csúszva - tapadás mechanizmussal rendelkező rendszerek deformációjának és törésének mikroszkópikus dinamikáját [P1, P3, PR2].

- a) Hatékony számítógépes algoritmust fejlesztettem ki a csúszva - tapadás mechanizmussal rendelkező rendszerek mikroszkópikus

---

<sup>2</sup>R. Burridge and L. Knopoff, Bull. Seismol. Soc. Am., **57**, 341 (1967).

<sup>3</sup>Z. Z. Shao and F. Vollrath, *Surprising strength of silkworm silk*, Nature **418**, 741 (2002).

dinamikájának vizsgálatára. Monte Carlo szimulációkkal megmutattam, hogy lassan növekvő terhelés hatására a rendszerben csúszási lavinák jönnek létre. Ennek hatása makroskálán is megfigyelhető, ugyanis a rendszer konstitutív görbájén lépcsők jelennek meg, amelyek vízszintes (deformáció ugrás) és függőleges (feszültség ugrás) irányban is véletlenszerű kiterjedésűek. Megállapítottam, hogy a csúszási lavinák méretének, valamint a deformáció és feszültség ugrások nagyságának valószínűség eloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat exponenciális levágással. Az exponensek értéke függ a rendezetlenség mértékétől és a csúszási lehetőségek számától.

- b) A lavinákat jellemző eloszlások és a makroszkopikus konstitutív görbék analitikus elemzésével meghatároztam a rendszer fázisdiagramját a rendezetlenség – csúszási darabszám paraméter síkon. Megmutattam, hogy a stick-slip dinamikájú rendszernek két jól elkülöníthető fázisa van: nagy rendezetlenség és kisszámú csúszási lehetőség esetén a makroszkopikus konstitutív görbe monoton, amit mikroskálán a rendszer méretéhez képest kicsi lavinák felbukkanása kísér (*POP* fázis). Kis rendezetlenség és nagy csúszási számok esetén viszont a makroszkopikus válaszgörbén instabil szakaszok jelennek meg, amelyek a rendszerrel összevethető méretű lavinák megjelenése kísér (*SNAP* fázis). Analitikusan megadtam a fázisgörbe egyenletét, amit számítógépes szimulációkkal is reprodukálni tudtam.
- c) Megmutattam, hogy a *POP* és *SNAP* fázisok közötti átmenet egy folytonos fázisátalakulás: a *POP* fázisból közeledve a fázishatárhoz a csúszási lavinák, valamint a deformáció és feszültség ugrások karakterisztikus mérete hatványfüggvény divergenciát mutat a kritikus ponttól mért távolság függvényeként. Számítógépes szimulációkkal meghatároztam a fázisátalakulás kritikus exponenseit. Kimutattam, hogy az általam talált rendezetlenség által indukált fázisátmenet analóg a közelmúltban felfedezett 'terhelési mód' által indukált átmenet tökéletesen lágy hajtás határesetével<sup>4</sup>.

---

<sup>4</sup>F.-J. Pérez-Reche, L. Truskinovsky and G. Zanzotto, *Driving-Induced Crossover:*



3. A szálköteg modell keretében heterogén anyagok *szubkritikus* terhelés alatti viselkedését vizsgáltam figyelembe véve a mechanikai feszültség lokális újraosztódását a száltöréseket követően. A modellben a terhelésnek kitett szálak két fizikai mechanizmussal törhetnek el: Ha egy szálon lévő terhelés eléri az adott szátra jellemző törési küszöböt az azonnal eltörik. Állandó nagyságú szubkritikus terhelés alatt időfüggő viselkedést az eredményez, hogy a még épen maradt terhelt elemek egy öregedési folyamaton mennek keresztül (pl. termikusan aktivált, vagy korróziós repedezés), ami károsodás – halmozódást okoz. Ha a károsodás mértéke átlép egy küszöbértéket, a szál eltörik. Az átlagtér közelítésben végzett analitikus számítások és a számítógépes szimulációk azt mutatják, hogy a modell képes a szubkritikus rendszerek realiztikus leírására<sup>5</sup>. Kutatómunkám során a modellt továbbfejlesztettem úgy, hogy az egyes száltöréseket követően a törött szál terhelése lokálisan osztódjon szét a rendszer ép szálain. A lokális terhelés – újraosztódással vesszük figyelembe a repedések mentén fellépő feszültségkoncentrációt, így realiztikusabb leírását adhatjuk heterogén anyagok szubkritikus törésének [P2, P4].

- a) Megmutattam, hogy az inhomogén feszültségtér jelenlétében a törési folyamat igen komplexé válik. Ennek az az oka, hogy az anyag strukturális rendezetlensége mellett a feszültségtér inhomogenitása is egy rendezetlen teret vezet be a rendszerbe. Analitikus és numerikus számításokkal kimutattam, hogy a törési küszöbök által adott strukturális rendezetlenség a mikrorepedések véletlenszerű, korrelálatlan megjelenését preferálja, míg a feszültségkoncentráció ezzel szemben repedések korrelált növekedését segíti. A két hatás versengését a károsodás halmozódás terhelésfüggését kontrolláló exponens és a strukturális rendezetlenség mennyiségének viszonya határozza meg. Kimutattam, hogy a rendszernek két jól elhatárolható fázisa van: Kis rendezetlenség és a károsodás halmozódás erős feszültségérzékenysége esetén a rendszer időfejlődését egyetlen repedés terjedése határozza meg (egyrepe-

---

*From Classical Criticality to Self-Organized Criticality*, Phys. Rev. Lett. **101**, 230601 (2008).

<sup>5</sup>F. Kun, H. A. Carmona, J. S. Andrade Jr., and H. J. Herrmann, *Universality behind Basquin's law of fatigue*, Phys. Rev. Lett. **100**, 094301 (2008).

dés fázis). Nagy rendezetlenség és lassan halmozódó károsodás mellett viszont nagyszámú repedés diffúz módon történő szimultán növekedése határozza meg (diffúz repedés fázis). Analitikus számolásaim alapján megadtam a rendszer fázisdiagramját a rendezetlenség – károsodási exponens síkon, amelyet számítógépes szimulációkkal is alátámasztottam.

- b) Azt találtam, hogy a mikroszkópikus komplexitás ellenére, makroskálán a különböző terhelési szintekhez tartozó deformáció – idő diagrammok univerzális skálaformát követnek a egyenletes határesethez hasonló módon. Számítógépes szimulációk alapján megállapítottam, hogy a modell képes reprodukálni az időfüggő törésekre érvényes Basquin – törvényt, azaz a konstans terhelésnek kitett rendszer életideje a terhelés hatványfüggvényeként csökken. Az LLS szálkötegmodell Basquin – exponense azonosnak bizonyult károsodás – halmozódás kritikus exponensével.
4. Számítógépes szimulációkkal vizsgáltam a kúszó törés mikroszkópikus dinamikáját. A sztochasztikus törési folyamat jellemzésére az időfejlődés mellett a repedések térbeli szerkezetét is elemeztem [P2, P4, P5, PR2].
- a) Megmutattam, hogy a rendszerben a lassú törési módus (károsodás halmozódás) gyors repedési lavinákat gerjeszt. A mikroszkópikus dinamika jellemzésére meghatároztam a repedési lavinák méretének és a közöttük eltelt várakozási időnek a valószínűség eloszlását, amelyek hatványfüggvénynek bizonyultak exponenciális levágással. Azt találtam, hogy lavina méreteloszlás exponense elsősorban a terheléstől függ, értéke 1.75 és 2.5 között változik. Ezzel szemben a várakozási idő a lokalizáció erősségére érzékeny: a diffúz repedezés fázisában értéke 2.0, míg egyetlen terjedő repedési front esetén értéke 1.4-re csökken.
- b) A modellben a törött szálak összefüggő klaszterei repedéseket reprezentálnak. A repedések térbeli szerkezetének vizsgálatához meghatároztam a klaszterek méreteloszlását a rendszer időfejlődésének utolsó stabil állapotában. Számítógépes szimulációk alapján megállapítottam, hogy a méreteloszlás hatványfüggvény

exponenciális levágással. A hatványfüggvény exponense a diffúz repedezés fázisában jó közelítéssel egyezik a perkoláció klaszterméret exponensével, de az egyklaszter fázisban annál nagyobb értéket vesz fel.

- c) Összevetve a lokális terhelés újraosztódással kapott eredményeket a korábbi átlagtér eredményekkel, megállapítottam, hogy a feszültség–koncentráció nagyobb repedési lavinákat és rövidebb várakozási időket, ezáltal gyorsabb folyamatot eredményez. Megmuttam, hogy a módosított szálköteg modell által szolgáltatott eredmények kvalitatív, és a zaj exponensek esetén, kvantitatív egyezésben vannak mind az irodalmi, mind a saját méréseimből származó eredményekkel, alátámasztva a modell létjogosultságát. A várakozásoknak megfelelően látható, hogy a mért értékek az egyenletesen eloszló és a teljesen lokális feszültségtérnek megfelelő értékek közé esnek.

## Introduction

The behaviour of heterogeneous materials under external load means constantly renewing challenge both for the engineering and for the scientific community. Nowadays, the regularly used and well-known materials have been replaced step-by-step by special designed material-structures, where the preliminary effect of the "theoretical" design (analytic calculations and simulations) becomes more dominant. Further difficulties come from the fact that not only the mechanical aspects have to be taken into account, but economical and aesthetical considerations have increasing effect to the design. The direction of the scientific development made it obvious that the complex materials – *i.e.* composites – are able to fulfill all of these requirements, but the analytical methods, which were valid for the analysis of homogeneous materials are non-useable anymore. The presence of the disorder has necessitated the use of the statistical physical approach, therefore, the more accurate knowledge of the microscopic structure and behaviour of the new materials.

The early analytical methods were developed for homogeneous materials based on the examination of the macroscopical response of the system. The different damage method necessitated different test procedures. The quasistatic increase of the external load offers the simplest way because during this process the material is always "close" to the mechanical equilibrium state, it breaks only into – practically – two pieces and therefore the progress of the crack becomes continuously observable. The other limit of load is the very fast energy input in very short time: the process called fragmentation, as the material breaks into a large number of very small pieces. For the engineering praxis the most important behaviour is somewhere between the two extrem cases, generally real structures are exposed to somehow mixed loads.

The specialisation of materials forced and – parallel with this – the evolution of measuring techniques allowed the examination of the microscopic advancement of the crack. The measuring of the acoustic emission became the most popular method, let it be either engineering or scientific application. It has been observed that the crack formation and progress are associated with emission of acoustic waves which are detectable and recordable by using appropriate devices. From the analysis of spectras it has been re-

cognized that fracture proceeds is a series of individual events well separated in time. The energies of these events and the time intervals between these consecutive events—the waiting times— became the typical parameters for the description of the microscopic response. The observations show power law distributions and the critical exponents are able to describe wide range of different materials<sup>1</sup>.

The emerging universality and the signs of the complex behaviour directed the research toward to the statistical physics. This doctoral thesis also dealing with these processes.

## Objectives

In application structural materials have to fulfill diverse requirements. The most important point that they have to guarantee the mechanical stability of the structure through the lifetime, however, the escalating economical aspects of production and the criteria's of industrial design gaining more and more space.

During my research project I was dealing with two intensively studied area of the statistical physics of fracture.

There is a large variety of systems which undergo conformational changes when subjected to external mechanical load. The most important example is the appearance and the regular use of fibrous materials which needed significantly different engineering approach, because their mechanical response is different discrepant from the conventional material behaviour. The elastic fibers embedded in a rigid matrix structure is able to tear the load and to slip in the matrix-material—in this way reducing the awakening stress— thereby avoid the break of the material. This type of mechanical response is called *stick-slip* mechanism. Similar system response has also been observed for the energy dissipation of the tectonic plates of the Earth's crust as well as giant molecules behaviour— *i.e.* the extremely high energy absorption capability of spider silk is caused by blobs of protein molecules.

Time dependent fracture plays a main role in the damage of the engineering constructions which are in natural environment. The load is typically

---

<sup>1</sup>M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala and S. Zapperi, *Statistical models for fracture*, Adv. Phys. **55**, 349 (2006).

sub-critical, this means it is under the tensile strength. In such conditions, the deformation of most of the materials are permanently increasing with time and break in finite time. Sub-critical fracture has two main types, i.e. when the external load is constant we can speak about creep, while in the case of variable load the phenomenon calls faigue. In my project I was concentrating on such materials where a slow damage mechanism – thermaly activated crack formation or corrozive crack formation – led to building-up an inhomogeneous stressfield. It can cause small avalanches in the microstructure which can accelerate the speed of the fracture and finally can cause macroscopic breaking.

In the two areas of my research, I was formulating similar goals: I wanted to develop discrete stochastic models both for the stick-slip dynamic and for the description of the creep fracture. The most important requirement was to make possible the analysis of the heterogeneous microstructure and the effective representation of the local mechanical properties. I wanted to explore with analytical and numerical methods the macroscopic response of the systems and their dependency from the microscopic parameters. Knowing the microscopic properties it is possible to make comparison between the literary values of real systems and the calculated parameters and so make clear the real meaning of the model parameters.

Analyzing the introduced model extensions, I wanted to understand the statistical properties of the crackling noise of heterogeneous materials both in stick-slip and sub-critical case. The aim was to determine the analogy between the fracture process and critical phenomenon.

## Methods of analysis

The statistical physical approach of fracture is essentially based on stochastic models. These methods make possible the high-degree discretization of the materials, thus enable the easy implementation of the disorder, the definition of the interactions between the elements and the simple interpretation of the dynamics of systems. In this work, I used an extended version of the classical Fiber Bundle Model (FBM). The model defines the materials as a bunch of  $N$  parallel fibers which have identical elastic properties characterized by the Young-modulus  $E$  and can tolerate only axial load. The behaviour of the simulated system depends on the response of the indivi-

dual fibers, on the quality and the range of the interactions. Because of the relatively simple formulation, the model is capable to handle a large number of elements, *i.e.* in the case of Equal Load Sharing and well-optimized algorithm it can go up to  $10^9$  individual parts.

Experiments are very important point to the study of the fracture, because they can give a real information about the behaviour of materials. The literature abounds in papers about the macroscopic behaviour, but the measuring of the microscopic behaviour is still difficult and unresolved area. Related to the research topic I made measurements at the *Helsinki University of Technology* with Mikko J. Alava's research group in the field of subcritical fracture.

## New scientific results

1. I proposed an extension of the classical Fiber Bundle Model which captures the main ingredients of the mechanical response of systems undergoing conformational changes with stick-slip mechanism. The model's novelty is the response of the individual fiber: The overstressed elements do not break when they reach the breaking threshold, instead they increase their length in a slip event until they can sustain the load again keeping the original Young-moduli. After these events the material can go through local rearrangement which built-in a model as a changing of the breaking thresholds [P1, PR1].

- a) I exposed a mechanical response of a model in close analytical form in mean field approximation, independently from the type of the breaking threshold's rearrangement (quenched or annealed). I showed that the mechanical response of a stick-slip system depends on the response of an individual fiber, on the probability distribution of the sliding thresholds, on the type of the disorder and on the number of sliding events. This extension is able to give-contrary to the extensively used classical form of the model-the correct mean-field form of the Burridge-Knopoff model of earthquakes<sup>2</sup>. I showed with analytical calculations that

---

<sup>2</sup>R. Burridge and L. Knopoff, Bull. Seismol. Soc. Am., **57**, 341 (1967).

the collective dynamics of the individual fibers results in the appearance of plastic section on the constitutive curves. This plateau regime can be followed by hardening or softening regarding to the behaviour of an individual fiber. The constitutive curves are in a very good agreement with systems, where the stick–slip dynamics originates from the release of stored length, which is typical in a biological systems – *i.e.* in protein chains, spider silk<sup>3</sup> and silk shantung.

- b) I showed that unloading a system with stick–slip dynamics results in remaining deformation which is a strictly monotonous function of the maximal deformation. The value of the remaining deformation depends on the maximal number of the sliding events and on the average value of the sliding thresholds. Reaching the maximal sliding number the fibers can break resulting in decrease of the unloading Young–moduli, or are able to harden in which case the modulus is constant.
2. I analyzed with analytical calculations and computer simulations the microscopic response of the stick–slip systems.
- a) I developed an effective computer algorithm to analyse the macroscopic and microscopic response of the stick–slip systems. I showed with Monte Carlo simulations that the effect of the slowly increasing load series of breaking events can pop up. This effect is observable also on macroscopic scale in the form of the step-like structure of the constitutive curves. These steps have both horizontal – deformation jump – and vertical direction – stress jump – random lengths. I showed, that the size of the sliding avalanches, the deformation and stress jumps have power–law distribution with exponential cut–off. The values of these exponents depend on the disorder and on the maximal number of sliding events [P1, P3, PR2].
  - b) I determined the phase diagram of the system on the disorder–sliding events phase space with the analysis of the constitutive

---

<sup>3</sup>Z. Z. Shao and F. Vollrath, *Surprising strength of silkworm silk*, Nature **418**, 741 (2002).



curves and the avalanche size distributions. I showed that two different phases are observable: In the case of high enough disorder and low number of possible sliding events the constitutive curves are monotonous associated with apperaing small avalanches related to the system size (POP-phase). On the contrary, low disorder and large number of sliding events cause an instable area on the constitutive curves with large avalanches (SNAP-phase). I obtained by analitycal calculations and confirmed by computer simulations the equation of phase curve.

- c) I showed that the transition between the POP and SNAP phases is analogous to continous phase transitions: Going from the POP phase to the transition curve the characteristic size of the deformation and stress jumps show power-law divergence as a function of the distance from the critical point. I determined with computer simulations the values of the critical exponents. I showed that this phase transition is analogous to the driving-induced phase transition, where the driving is perfectly soft<sup>4</sup>.
3. I examined the extension of the classical Fiber Bundle Model to analyze the material's behaviour under sub-critical load, considering localized load redistribution after breaking events. In the model, the fibers can break for two reasons. When the local load exceeds the tensile strength of the fiber it breaks immediately. Under constant sub-critical load the intact fibers undergo an ageing process (*i.e.* thermaly activated or corrosive crack) which cause damage accumulation introducing time-dependent process into the model. When the amount of damage exceeds a specific threshold value the fiber breaks. Analytical calculation in mean-field enviroment show that the model is able to give the realistic description of the sub-critical systems<sup>5</sup>. In my research work, I extended the existing model by introducing the phenomenon of localized load redistribution. The stress localisation makes possible to observe the stress inhomogenities around the crack tips, thus it beca-

---

<sup>4</sup>F.-J. Pérez-Reche, L. Truskinovsky and G. Zanzotto, *Driving-Induced Crossover: From Classical Criticality to Self-Organized Criticality*, Phys. Rev. Lett. **101**, 230601 (2008).

<sup>5</sup>F. Kun, H. A. Carmona, J. S. Andrade Jr., and H. J. Herrmann, *Universality behind Basquin's law of fatigue*, Phys. Rev. Lett. **100**, 094301 (2008).

mes possible to give a more realistic description of the sub-critical fracture [P2, P4].

- a) I showed, that the inhomogeneous stressfield caused by the structural disorder of the material makes the process of the fracture very complex. I showed with analytical calculations and computer simulations, that the structural disorder prefers the random and uncorrelated emergence of the cracks, while the stress concentration supports the correlated crack growing. The competition of these effects are controlled by the relation between the amount of stress disorder and the sensitivity of the ageing process to the stress inhomogeneities. I pointed out, that the system has got two different phases: For low disorder and high sensitivity to the stress supports a single crack propagation (Single crack growth phase), while for high disorder and low sensitivity helps the simultaneous crack growth (Diffuse damage phase). I specified the system's phase diagram with analytical calculations and supported it by simulations.
  - b) I showed, that –in spite of the microscopic complexity– the deformation–time diagrams follow an universal scaling–form similarly to the equal load sharing case. I determined with computer simulations, that the model is able to reproduce the Basquin–law of time–dependent fractures. The critical exponents of the Basquin–law in LLS case is in agreement to the ELS case.
4. I examined with computer simulations the microscopic dynamics of creep rupture. I analyzed the time evolution of the rupture parallel with the structure of the crack's spatial structure [P2, P4, P5, PR2].
- a) I showed, that the slow breaking mode (damage accumulation) is able to generate fast avalanches. To characterise the microscopic dynamics, I determined the distribution of the bursts and the distribution of the elapsed time between consecutive events which are power-law functions with exponential cut-off. The burst size distribution mainly depends on the external load, the values are between 1.75 – 2.0. The waiting–time distribution strongly depends on the stress localization: In the diffuse phase the value is

2.0, while in the single crack phase it is decreasing to 1.4.

- b) The clusters of broken fibers represent the system's cracks. I analyzed the rupture process by computer simulations varying the external load on the system. I found, that the cluster size distribution shows power-law behaviour in the last stable configuration of the system. Simulation explained, that in the disorder dominated regime the cluster structure is analogous to the percolation cluster, while in the single crack area the critical exponent has larger value.
- c) Comparing the exponents of the burst size and waiting time distribution to the corresponding mean-field results, I obtained that the burst size exponent is smaller, while than the waiting time exponent is larger than the ELS counterpart, showing a faster damage process. I showed, that the results of this extension of the fiber bundle model are in qualitative agreement with the noise exponents and in the case of the noise-energy it is a quantitative agreement too. As expected, the measured values are between the two borderline confirming the model's *raison d'être*.

## Közlemények / Publications

### Tudományos közlemények / Scientific papers

- P1 **Z. Halász** and F. Kun,  
*Fiber Bundle model with stick-slip dynamics*,  
 Physical Review E **80**, 7102 (2009).  
 Impact factor: 2.4(2009).
- P2 F. Kun, **Z. Halász**, S. Andrade Jr. and H. J. Herrmann,  
*Crackling noise in sub-critical fracture of heterogenous materials*,  
 Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, (2009)P01:21(15).  
 Impact factor: 2.67(2009).
- P3 **Z. Halász** and F. Kun,  
*Slip avalanches in a fiber bundle model*,  
 Europhysics Letters **89**, 6008 (2010).  
 Impact factor: 2.753(2010).
- P4 **Z. Halász**, G. Tímár and F. Kun,  
*The effect of disorder on crackling noise in fracture phenomena*,  
 Progress of Theoretical Physics Supplement **184**, 385-399 (2010).  
 Impact factor: 1.017(2010).
- P5 **Z. Halász**, Zs. Danku and F. Kun,  
*Competition of strength and stress disorder in creep rupture*,  
 Physical Review E **85**, 1 (2012).  
 Impact factor: 2.352(2010).
- PR1 **Z. Halász** and F. Kun,  
*Fiber Bundle model with stick-slip dynamics*,  
 3rd International Conference on Multiscale Material Modelling,  
 Freiburg, Germany, 18-22 Sept. (2006), 2006. MMM 2006. Proceeding.  
 Ed. Gumbsch, P. 0 (2006)321.
- PR2 F. Kun, **Z. Halász** and Zs. Danku,  
*Slip avalanches in a fiber bundle model*,  
 5rd International Conference on Multiscale Material Modelling,  
 Freiburg, Germany, 04-08 Oct. (2010), 2010. MMM 2010. Proceeding.  
 Ed. Gumbsch, P. and van der Giessen, E. 0 (2010)306.

**Konferencia szereplések / Conference talks and posters**

- PO1 **Z. Halász** and F.Kun,  
*Fiber Bundle model with stick-slip dynamics,*  
3rd International Conference on Multiscale Material Modelling,  
Freiburg, Germany (2006).
- PO2 **Z. Halász** and F.Kun,  
*Phase transformation in time-dependent fracture,*  
33rd Conference of Middle European Cooperation in Statistical  
Physics, Puchberg am Wells, Austria (2008).
- PO3 **Z. Halász** and F.Kun,  
*Diffuse damage and single crack growth in sub-critical fracture,*  
34rd Conference of Middle European Cooperation in Statistical  
Physics, Leipzig, Germany (2009).
- T1 **Z. Halász,**  
*Időfüggő törések,*  
Anyagtudományi őszi iskola, Gyöngyöstarján, Magyarország  
(2009).
- T2 **Z. Halász,**  
*Repedési zaj szub-kritikus törésben,*  
Statisztikus Fizikus Nap, Budapest, Magyarország (2009).
- T3 **Z. Halász,**  
*Stick-slip dinamika a szálköteg modellben,*  
Statisztikus Fizikus Nap, Budapest, Magyarország (2010).
- T4 **Z. Halász,** G. Tímár and F.Kun,  
*The effect of disorder on crackling noise in fracture phenomena,*  
Frontier in Nonequilibrium Physics, Kyoto, Japan (2009).