Csipkés Margit
Nagy Orsolya Bernadett

A felsőoktatási szakképzésben tanuló hallgatók statisztikai példatára megoldással

DEBRECENI EGYETEM
GAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR
ÁGAZATI GAZDASÁGTAN ÉS MÓDSZERTANI INTÉZET

Csipkés Margit
Nagy Orsolya Bernadett

A felsőoktatási szakképzésben tanuló hallgatók statisztikai példatára megoldással

Debreceni Egyetemi Kiadó
Debrecen University Press
2019

Lektorálta:
Dr. Debrenti Edith
Partiumi Keresztény Egyetem
PKE adjunktus

ISBN 978-963-318-803-3

Kiadta a Debreceni Egyetemi Kiadó Debrecen University Press
dupress.unideb.hu
Felelős kiadó: Karácsony Gyöngyi
Készült a Debreceni Egyetem sokszorosítóüzemében, 2019-ben

TARTALOM

1. ÁLTALÁNOS ISMERETEK (Dr. habil. Csipkés Margit)

A statisztikai módszerek helyes alkalmazásának feltétele a megszerzett információk helyes értelmezése. Ehhez szükség van a statisztikai alapfogalmak pontos ismeretére. Ezért tekintsük át a legfontosabb statisztikai alapfogalmakat, és ezek értelmezését.

1.1. A sokaságról röviden

A vizsgálat tárgyát képező tömegjelenségeket a statisztikában sokaságnak nevezzük. A sokaságot nagyszámú egyed alkotja, amelyeket a sokaság egyedeinek nevezzük.
A sokaság egyedei között vannak olyanok, amelyek bizonyos tulajdonságok, lényegbeli jegyek tekintetében egymással megegyeznek, más szempontból viszont eltérhetnek egymástól. Az egyedeknek a hasonlósága, illetve megegyezősége adja meg számunkra a sokaság egyöntetűségét, homogenitását, míg a különböző jegyek alapján meghatározott eltérő jelleg a sokaság heterogenitását. A sokaság egyedei lehetnek valóságos egységek, amelyeket a felvételezés időpontjában valóságosan tudunk mérni, számlálni. Lehetnek úgynevezett nem valóságos egységek és események is, amelyek egy adott időtartam alatt bekövetkezett változást, teljesítményt, illetve történést tükrözhetik.

A sokaságokat több szempont alapján csoportosíthatjuk:

a) Attól függően, hogy valóságos egységekből vagy eseményekből épül fel a sokaság, megkülönböztethetünk úgynevezett **álló sokaság**ot és **mozgó sokaság**ot.
   Az *álló* sokaság (vagy állapot sokaság) valóságos egységekből áll, a sokaság egységeinek <u>egy adott időpontban</u> fennálló állapotát rögzíti. Angol kifejezéssel mondják ezt „stock”, állomány jellegű sokaságnak is. A *mozgó* sokaságot események alkotják, amelyek <u>egy adott időtartam</u> alatt következnek be. Ezt angol kifejezéssel „flow”, áramlás jellegű sokaságnak is nevezzük.
b) A sokaságokat úgy is csoportosíthatjuk, hogy gyakorlatilag számbavehető egységekből, vagy nem számba vehető egységekből állnak. Ennek alapján különböztethetünk meg **véges és végtelen sokaság**ot.
c) Harmadik csoportosítási módunk, amikor a sokaság ténylegesen meglévő egységekből (**valóságos sokaság**), vagy valamely esemény egységeinek a lehetséges értékeinek összességéből épül fel a sokaság (**elméleti sokaság).**
d) **Teljes sokaságról** beszélünk akkor, ha a körülhatárolt sokaság minden egységét tartalmazza a sokaság. Ha a teljes statisztikai sokaság egységeinek bizonyos

szempontból kiválasztott része található meg a sokaságban, akkor **mintasokaság**ról beszélünk.

e) Amikor sokaság egységei valamilyen alapvető tulajdonság tekintetében azonosak, akkor fősokaságról beszélünk. Például egy vállalat dolgozói, ezt **fősokaság**nak nevezzük. Ezen belül különböző tulajdonságok alapján változatokat is képezhetünk, (például szellemi és fizikai dolgozók). A fősokaság így képzett részeit **részsokaság**oknak nevezzük.

A sokaság egyedei, egységei viszonylag jól elkülöníthetők egymástól, és ezeknek az egységeknek a jellemzői határozzák meg azt, hogy milyen típusú lesz valamely sokaság.

1.2. Az ismérvek és a mérési skálák

1.2.1. Az ismérvek

A statisztikai vizsgálat előfeltétele a vizsgálat tárgyát képező sokaság pontos körülhatárolása. A sokaság egyedeinek közös tulajdonságai az *ismérvek*. Az egységek jellemzéséhez három alapvető kérdésre kell válaszolnunk: MI? HOL? MIKOR?

A tartalmi, térbeli és időbeli közös tulajdonságok megválaszolása után válik a sokaság egészének pontos körülhatárolása félreérthetetlenné.

A statisztikai ismérvek a tárgyi, a térbeli és az időbeli ismérvek lehetnek:

- ***Tárgyi ismérvek***: A tárgyi ismérvek a sokaság egyedeit jellemző minőségi vagy mennyiségi tulajdonságok.
  - Minőségi ismérvek: a sokaság egységeit csak verbálisan, fogalmilag különítik el egymástól, kvalitatív vagy fokozati különbségeket jelentenek. Általában ide tartoznak a csak két változattal rendelkező alternatív ismérvek is.
  - Mennyiségi ismérvek: a sokaság egységeit valamilyen számlálás vagy mérés alapján jellemzik.

  A mennyiségi ismérveket tovább is csoportosíthatjuk:
    - Folytonos ismérvek: olyan mérhető ismérvek, amelyek bizonyos határokon belül bármilyen valós szám értékeit felvehetik.
    - Diszkrét ismérvek: olyan számlálható ismérvek, amelyek értéke csak egész szám lehet.
- ***Időbeli ismérvek:*** a sokaság egységeit időbeli alakulásának alapján különíti el. Változatai lehetnek időpontok és időtartamok.

- ***Térbeli ismérvek:*** az egységek térbeli elhelyezésére szolgáló rendezőelvek. Változataik lehetnek területi, közigazgatási stb. egységek.

1.2.2. A mérési skálák

A mérési szintek, vagy mérési skálák arról adnak felvilágosítást, hogy milyenek a sokaság egységeihez tartozó számértékek tulajdonságai.

a) ***Névleges (nominális) mérési szint***

A legegyszerűbb és legkevésbé informatív mérési skála. Kizárólag az egységekhez rendelt számértékek vannak meghatározva. Az értékek között különbség nem tehető. Mértékegysége nincs a számértékeknek. A kódszámok közötti különbségek és arányok nem értelmezhetők. Nominális mérési szintű ismérvek lehetnek a területi és minőségi ismérvek egyaránt.

b) ***Sorrendi (ordinális) mérési szint***

A skálaértékek egyezősége vagy különbözősége mellett az értékek sorrendiségét is figyelembe vehetjük. A skálaértékek bármilyen mértékegység nélküli számot felvehetnek, hisz itt nem maga a számérték jelent számunkra információt, hanem azok sorrendje. Az elemzések során elsősorban olyan műveleteket végezhetünk el az ilyen típusú adatokkal, amelyek az értékek sorrendiségére épülnek. A gyakorlatban azonban gyakran előfordul, hogy átlagolást, különbségképzést folytatunk az ordinális mérési szintű számértékekkel. A sorrendi skálán mérhető ismérvek lehetnek a minőségi ismérvek.

c) ***Különbségi (intervallum) mérési szint***

Valós méréseken alapuló skálaértékekről van szó. Itt már a „mennyivel több", illetve „mennyivel kevesebb" kérdésre is választ kapunk. Az intervallum mérési szintű adatoknak már mértékegységük is van. A skála kezdőpontjának megválasztása azonban önkényes, így ha ugyanazt a tulajdonságot egy másik önkényesen megválasztott kezdőpont alapján és más beosztással mérjük, ugyanannak a tulajdonságnak a két skála alapján meghatározott aránya már nem egyértelmű, csak a különbsége. Különbségi skálán mérhetőek a mennyiségi ismérvek és az időbeli ismérvek.

d) *Arányskála*

A legtöbb információt adja. A skála kezdőpontja egyértelműen meghatározott, a különbségen kívül az értékek aránya is egyértelműen meghatározható. Az arányskálán mérhetők a mennyiségi ismérvek.

1.3. A statisztikai sorok

A statisztikai adatok valamilyen szempontok szerinti felsorolását, a rendezett halmazát statisztikai soroknak nevezzük. Minden statisztikai sor két egymással összefüggő felsorolást tartalmaz, amely általában csoportosítás, illetve összehasonlítás útján jön létre. Az ilyen statisztikai sorokat valódi soroknak nevezzük.

A másik eset az, hogy a statisztikai sor nem csoportosítás vagy összehasonlítás útján jön létre, hanem egyszerűen felsorakoztatjuk egymás után az egyazon jelenségre, gazdasági egységre vonatkozó többféle sokaság különnemű adatait (például egy vállalkozás adatainak a felsorolása). Az ilyen statisztikai sorokat nem valódi, vagyis leíró soroknak nevezzük.

A valódi sorok a készítésükhöz felhasznált ismérvek alapján minőségi, mennyiségi, területi és idősorok lehetnek.

a) Minőségi sorok

A minőségi sorok a sokaság olyan tárgyi ismérv szerinti megoszlását mutatják, amelyek változatai csak fogalmilag határolhatók el egymástól. A fősokaság részsokaság szerinti összetételéről, szerkezéről nyújt számunkra információt.

b) Mennyiségi sorok

A mennyiségi sorok a sokaság olyan tárgyi ismérv szerinti megoszlását mutatják, amelyek változatait számszerűen fejezzük ki.

Folytonos mennyiségi ismérvek esetén, illetve nagyszámú ismérvértékkel rendelkező diszkrét mennyiségi ismérveknél osztályközökre bontást használunk.

Az osztályközös mennyiségi sor jellemzői:

- Az egyes osztályok alsó és felső határai
- Az osztályintervallum hossza (i)
- Az egyes osztályok alsó és felső határainak átlaga, az osztályközép (u_i)

A mennyiségi sorok típusai:

- Gyakorisági sor: megmutatja, hogy mennyi egy meghatározott ismérvérték (osztályköz) előfordulásának száma (f_i)
- Értékösszeg sor: megmutatja, hogy mennyi egy meghatározott ismérvértékhez (osztályközhöz) tartozó ismérvértékek összege (s_i)

c) Területi sorok

Valamely statisztikai sokaság területi egység szerinti megoszlását mutatják be.

d) Idősorok

Az idősorok a sokaság alakulását az idő függvényében, az időbeli változásában (mozgásában) mutatják be.

Az állósokaság időbeli változását mutatják be az *állapot idősorok*, amelyek ismérvváltozatai időpontok. Az állapot idősorok készítése mindig összehasonlítási célzatú.

A mozgó sokaság időbeli változásait a *tartam idősorok* mutatják be. A tartam idősor ismérvváltozatai időtartamok. Az időtartamhoz kötött értékekkel a mennyiségi ismérvéknél/arányskála elvégezhető elemzések többsége végrehajtható.

2. A VISZONYSZÁMOK (Nagy Orsolya Bernadett)

2.1. A viszonyszámok elméleti alapjai

Viszonyszám (V): két, egymással kapcsolatban álló statisztikai adat hányadosa.

Az általános képlete a következő: $V = \frac{A}{B}$, ahol

V: viszonyszám

A: viszonyított adat vagy viszonyítás tárgya

B: viszonyítási alap vagy viszonyítás bázisa

A viszonyszámok jellemzői:

- két statisztikai adat arányát fejezik ki,
- az úgynevezett leszármaztatott számok egyik fő csoportját alkotják,
- a statisztikai elemzések legegyszerűbb, legáltalánosabban használt eszköze,
- formájukat tekintve mindig hányadosok,
- típusainak megkülönböztetése visszavezethető a statisztikai sorokhoz (Huzsvai, 2019).

Miért van szükség a viszonyszámokra?

- a sokaság az adatok nagy száma miatt nehezen áttekinthető,
- az alapadatok önmagukban kevés információt szolgáltatnak,
- az adatok különböző mértékegységűek, ezért nehéz lehet az összehasonlításuk (Csipkés, 2019).

A viszonyszámok csoportosítása:

- egynemű adatokból számított viszonyszámok
  - megoszlási viszonyszám
  - összehasonlító viszonyszám
    - koordinációs viszonyszám
    - dinamikus viszonyszámok
      - bázisviszonyszám
      - láncviszonyszám
    - területi összehasonlító viszonyszám
  - teljesítmény viszonyszám

- különnemű adatokból számított viszonyszámok
    - intenzitási viszonyszám

A viszonyszámok megjelenési formái:

- százalékos forma: $\frac{viszonyított\ adat}{viszonyítási\ alap} * 100$
- együtthatós forma: $\frac{viszonyított\ adat}{viszonyítási\ alap}$ melyet általában akkor használunk, ha további számítási műveleteket akarunk elvégezni a viszonyszámokkal.
- ezrelékes forma: $\frac{viszonyított\ adat}{viszonyítási\ alap} * 1000$, akkor érdemes használni, ha a viszonyított adat és a viszonyítás alapja között jelentős mértékű a nagyságrendi különbség (Szűcs, 2004).

2.1.1. Az egynemű adatokból számított viszonyszámok

Az egynemű adatokból számított viszonyszámok közös jellemzői:

- egynemű (azonos mértékegységű) adatokat hasonlítanak össze,
- az adatok időbeli, térbeli vagy más ismérvek alapján térnek csak el egymástól (Szűcs, 2004),
- kifejezési formájuk százalékos (%),
- az eredmény mértékegység nélkül tiszta szám (Huzsvai, 2019).

A. A megoszlási viszonyszám

A statisztikai sokaság egyes részeinek a sokaság egészéhez viszonyított arányát fejezi ki. A vizsgált sokaság összetételének, belső szerkezetének feltárását segíti elő (Nagy, 2019). Általában mennyiségi és minőségi sorokból számítjuk. Kifejezési formája százalék.

Képlete: $V_m = \frac{x}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$ ahol

V_m: megoszlási viszonyszám

x_i: részsokaság

$\sum_{i=1}^{n} x$ *: teljes sokaság*

A teljes sokaság értéke minden esetben 100%. A részsokaság értéke minden esetben 0–99,9% közötti értéket vehet fel. Az egyes részsokaságok összege adja a teljes sokaságot.

$$\text{rész}_1 + \text{rész}_2 + \ldots + \text{rész}_n = \text{egész}$$

A megoszlási viszonyszám így csak 100% alatti érték lehet (0%-nál nagyobb vagy egyenlő és 100% alatti).

Például a 15%-os részarán azt jelenti, hogy a teljes sokaság 15%-át az adott részsokaság teszi ki.

B. Az összehasonlító viszonyszámok

Megmutatják, hogy a vizsgált jelenség térben vagy időben elkülönülő adatai hányszorosát, illetve hányad részét teszik ki a bázisul szolgáló adatnak (Statisztika, 2019).

Az összehasonlító viszonyszámok csoportosítása:

- koordinációs viszonyszám
- dinamikus viszonyszámok
  - bázisviszonyszám
  - láncviszonyszám
- területi összehasonlító viszonyszám

a) Koordinációs viszonyszám

Ugyanahhoz a statisztikai sokasághoz tartozó két részsokaság egymáshoz viszonyított arányát fejezi ki (Nagy, 2019). Megmutatja, hogy az egyik részsokaság egy egységére, a másik részsokaság hány egysége jut (Csipkés, 2019).

Képlete: $V_k = \dfrac{x_1}{x_2}$, ahol

V_k: koordinációs viszonyszám
x_1: viszonyított részsokaság
x_2: viszonyítás alapjául szolgáló részsokaság

A koordinációs viszonyszám jellemzői:

– mértékegysége megegyezik a vizsgált sokaság mértékegységével,

- kifejezhető a viszonyítás alapjául választott részsokaság 100 vagy 1000 egységére jutó arányszámaként is,
- a vizsgált sokaság összetételét ismerteti,
- koordinációs viszonyszámból megoszlási viszonyszám alternatív ismérvváltozatú csoportosításkor számítható (Csipkés, 2019).

A koordinációs viszonyszám értéke 100% alatt és felett is lehet. Ha például 105% az értéke akkor az azt jelenti, hogy az alapértékhez képest a vizsgált értékünk 5%-kal több. Természetesen ezt ki lehet természetes szám formájában is fejezni: 1,05. Ha az értékünk például 87% akkor az azt jelenti, hogy az alapértékhez képest a vizsgált értékünk 13%-kal alacsonyabb. Természetesen ezt is ki lehet természetes szám formájában fejezni: 0,87.

b) Dinamikus viszonyszámok

A dinamikus viszonyszámot csak idősorokra lehet számolni (pl: hó, nap, év, perc, óra, stb.). A két időszak adatának, azaz az összehasonlítás tárgyát képező tárgyidőszak és az összehasonlítás alapját képező bázisidőszak adatának, a hányadosa. Ha kettőnél több időszak adata áll rendelkezésünkre, akkor a dinamikus viszonyszám két típusát különböztetjük meg, a bázisviszonyszámot és a láncviszonyszámot (Statisztika, 2019). Általában az idősor minden időegységére vonatozóan kiszámítjuk az adott viszonyszámot és a kapott viszonyszámsort használjuk fel az elemzésünkhöz (Petres – Tóth, 2004).

b_1) Bázisviszonyszám (*állandó bázisú viszonyszám)*: Az idősor valamennyi adatát ugyanannak az időszaknak az adatához viszonyítjuk. A bázisviszonyszám megmutatja, hogy milyen mértékű volt a vizsgált jelenség változása (Huzsvai, 2019).

Képlete: $V_{Bi} = \frac{x_i}{x_0}$, ahol *i = 1, 2,… n*

V_{Bi}*: bázisviszonyszám*
x_i*: tárgyidőszaki adata*
x_0*: bázis időszaki adata*

A bázisviszonyszám jellemzői:

- az állandó bázisul választott időszakban a bázisviszonyszám 1, azaz 100%,
- bázisként általában az idősor első adatát használjuk, de bármely más adata is lehet a viszonyítási alap,

– a bázis megválasztására nagy figyelmet kell fordítani, mert ez elősegítheti a vizsgált kérdés jobb megvilágítását, de lehet megtévesztő hatású is,
– bázisnak olyan adatot célszerű választani, amelynek tükrében reálisan lemérhető a vizsgált jelenség fejlődése,
– a bázisviszonyszám együtthatós és százalékos formában is értelmezhető (Csipkés, 2019).

100% felett a bázis viszonyszám növekedést, míg 100% alatt csökkenést jelent a bázis időszakhoz képest.
Jelentése a 108%-os bázis viszonyszámnak az, hogy a bázis időszak értékéhez képest a vizsgált időszak értéke 8%-kal magasabb.
A 92%-os bázis viszonyszám azt jelenti, hogy a bázis időszak értékéhez képest a vizsgált időszak értéke 8%-kal alacsonyabb.

b_2) Láncviszonyszám (*változó bázisú viszonyszám*): Az idősor egyes adatait a közvetlenül megelőző időszak adatával hasonlítjuk össze. A láncviszonyszám a változás ütemét mutatja meg (Nagy, 2019).
Képlete: $V_{L\,i} = \frac{x_i}{x_{i-.1}}$, ahol $i = 2,3,\dots\ n$

V_{Li}: *láncviszonyszám*
x_i: *tárgyidőszak adata*
x_{i-1}: *a tárgyidőszakot megelőző időszak adata*

A láncviszonyszám jellemzői:
– a viszonyítás alapja változó adat, mivel az egyes adatokat az azt megelőző időszak adatához viszonyítjuk,
– a legelső időszakra nem tudunk láncviszonyszámot számítani,
– együtthatós és százalékos formában is értelmezhetők (Csipkés, 2019).

100% felett a láncviszonyszám növekedést, míg 100% alatt csökkenést jelent az előző időszakhoz képest.
Jelentése a 118%-os láncviszonyszámnak az, hogy az adott időszak értéke az előző időszak értékéhez képest 18%-kal magasabb.

A 80%-os láncviszonyszám azt jelenti, hogy az adott időszak értéke az előző időszak értékéhez képest 20%-kal alacsonyabb.

Összefüggések a bázis- és láncviszonyszámok között:

- Az állandó bázis utáni első tárgyidőszakban a bázis- és a láncviszonyszám egyenlő.
- Az állandó bázisul választott időszak utáni „k" láncviszonyszám szorzata megegyezik a „k"-adik bázisviszonyszámmal (Statisztika, 2019).
- Ugyanazon idősor adatainál számított bázis- és láncviszonyszámok közvetlenül, egymásból kölcsönösen meghatározhatók.
    - A bázisviszonyszámokból láncviszonyszámot úgy számíthatunk, mintha abszolút számok lennének, vagyis a vizsgált időszak bázisviszonyszámát elosztjuk a megelőző időszak bázisviszonyszámával. Képlete: $V_{Ln} = \frac{V_{B_n}}{V_{B_{n-1}}}$
    - Láncviszonyszámokból bázisviszonyszámot úgy számíthatunk adott tárgyidőszakra, hogy a tárgyidőszakig kiszámított láncviszonyszámokat összeszorozzuk (Huzsvai, 2019). Képlete: $V_{Bn} = V_{L_2} * V_{L_3} * V_{L_4} * \ldots * V_{Ln}$

A számítógépbe ezt így tudjuk beírni

=SZORZAT(összes láncviszonyszám kijelölése az adott időszakig)

c) Területi összehasonlító viszonyszám

A területi összehasonlító viszonyszámokhoz területi adatok szükségesek, ahol mindig két terült hányadosát képezzük. Minden esetben az adott terület értékét osztjuk a bázis terület értékével. A területi viszonyszám azt mutatja meg, hogy a vizsgált jelenség térben különböző adatai hányszorosát (hány %-át) teszik ki az alapul választott adatnak (Csipkés, 2019). Egy adott területhez tartozó értéket választunk bázisnak, és az összes többi értéket ehhez viszonyítjuk. A bázisterület helyes megválasztása nagyon fontos minden esetben (Nagy, 2019).

Képlete: $V_{terület} = \frac{x_{A\ terület}}{x_{B\ terület}}$ ahol

$X_{A\ terület}$: *az adott terület értéke*

$X_{B\ terület}$:*a bázisterület értéke*

A területi összehasonlító viszonyszám jellemzői:

- földrészek, országok, régiók, megyék, helységek adatainak összehasonlítására szolgál,
- számos információt megtudhatunk az összemért területi egységek gazdasági, társadalmi eltéréseiről,
- viszonyítási alapnak lehetőleg ne válasszuk szélsőséges területi egységhez tartozó adatot, mert téves következtetésekre juthatunk (Csipkés, 2019).

A kapott eredmény lehet 100% alatti és feletti is. 100% felett azt mondjuk, hogy a bázis területhez képest MAGASABB az értékünk. Például 101% jelentése, hogy a vizsgált terület értéke a bázis területhez képest 1%-kal magasabb.

100% alatt a bázis területhez képest csökkenés következett be. 89% azt jelenti például, hogy a bázis területhez képest 11%-os csökkenés következett be a vizsgált területen.

C. Teljesítmény viszonyszámok

A teljesítmény viszonyszámok számításához terv és tény adatok szükségesek. Két típusa van:

- ***A tervteljesítési viszonyszám***: A ténylegesen elért eredményt ugyanazon időszak terv szerinti értékéhez viszonyítja. Azt fejezi ki, hogy a tényadat hogyan alakult a tervezett értékhez képest (Csipkés, 2019).

  $$\text{Képlete: } V_{tt} = \frac{adott\ idöszak\ TÉNY\ értéke}{adott\ idöszak\ TERV\ értéke}$$

  Kifejezési formája százalékos. Amennyiben a tervteljesítmény viszonyszám 100% alatti értéket vesz fel, alul teljesítésről, míg 100% feletti érték esetén túlteljesítésről beszélünk.

  A 109%-os tervteljesítési viszonyszám azt jelenti, hogy a vizsgált év terv adatához képest a vizsgált év tény értéke 9%-kal magasabb.

  A 81%-os tervteljesítési viszonyszám azt jelenti, hogy a vizsgált év terv adatához képest a vizsgált év tény értéke 9%-kal alacsonyabb.

- ***A tervfeladat viszonyszám***: A terv szerinti értéket viszonyítja az előző időszak tényleges értékéhez. Azt fejezi ki, hogy a megelőző időszak tény adatához képest, hány százalékos változást terveznek a következő időszakra (Csipkés, 2019).

  $$\text{Képlete: } V_{tf} = \frac{adott\ idöszak\ TERV\ értéke}{megelözö\ idöszak\ TÉNY\ értéke}$$

Kifejezési formája százalékos. Amennyiben a tervfeladat viszonyszám 100% alatti értéket vesz fel, alul teljesítésről, míg 100% feletti érték esetén túlteljesítésről beszélünk.

A 120%-os tervfeladat viszonyszám azt jelenti, hogy a megelőző év tény adatához képest a vizsgált terv adata 20%-kal magasabb.

A 75%-os tervfeladat viszonyszám azt jelenti, hogy a megelőző év tény adatához képest a vizsgált év terv értéke 9%-kal alacsonyabb.

A tervteljesítési és a tervfeladat viszonyszám szorzataként is előállítható a dinamikus viszonyszám (Szűcs, 2004).

2.1.2. A különnemű adatokból számított (intenzitási) viszonyszámok

Megmutatják, hogy az egyik jelenség a másikhoz képest milyen gyakran, milyen sűrűn fordul elő. A hányados nevezőjébe az az adat kerül, amelynek az egységére vonatkoztatjuk a másik adat mennyiségét (Nagy, 2019).

Különnemű adatokból számított (intenzitási) viszonyszámok jellemzői:

- különnemű adatokat hasonlítunk vele össze,
- az adatok egymással logikai kapcsolatban állnak,
- kifejezési formájuk együtthatós,
- a viszonyszámoknak mértékegysége van,
- leíró sorokból számíthatjuk,
- a leíró sor egy-egy adata több intenzitási viszonyszám meghatározásához is felhasználható (Csipkés, 2019)
- a kiszámításához általános képlet nincs,
- a célnak megfelelően kell megállapítani a viszonyított adatot és a viszonyítási alapot (Nagy, 2019).

Különnemű adatokból számított (intenzitási) viszonyszámok fajtái:

- egyenes intenzitási viszonyszám: a viszonyszám változása egyenesen arányos a jelenségben bekövetkezett változással,
- fordított intenzitási viszonyszám: a kiszámított viszonyszám változása fordított arányban van a jelenség változásával,

– nyers intenzitási viszonyszám: a viszonyítandó adatot a teljes viszonyítási alappal osztjuk el,
– tisztított intenzitási viszonyszám: a hányados nevezőjében lévő sokaságból kiválasztható egy olyan részsokaság, amely a számlálóban szereplő adattal szorosabb kapcsolatban van, mint a sokaság más részei, és a számlálót ehhez a részsokasághoz viszonyítjuk (Szűcs, 2004).

Különnemű adatokból számított (intenzitási) viszonyszámok csoportosítása:

- sűrűség mutatók (pl.: népsűrűség, fő/km^2),
- átlagos értéket kifejező mutatószámok (pl.: átlagkereset, Ft/fő, Ft/vállalat, Ft/régió),
- a gazdálkodás hatékonyságát kifejező mutatószámok (pl.: termelékenység, munkatermelékenység, ráfordítások hatékonysága),
- fordított intenzitási viszonyszámok (igényességi mutatók, fordított teljesítménymutatók, fordított sebesség mutatók, önköltség Ft/db, Ft/kg, Ft/szolgáltatás) (Huzsvai, 2019).

2.2. A viszonyszám alkalmazásának bemutatása

2.2.1. A megoszlási viszonyszám – Példa 1

Adott az Észak-alföldi régió kisboltjainak száma 2019-ben (1. táblázat):

1. táblázat: Az Észak-alföldi régió kisboltjainak ismert adatai

Megnevezés	Boltok száma (db)
Hajdú-Bihar megye	1 978
Jász-Nagykun-Szolnok megye	2 100
Szabolcs-Szatmár-Bereg megye	2 078
Észak-Alföld	

Forrás: Saját szerkesztés

Számítsa ki az Észak-alföldi régió kisboltjainak megyék szerinti megoszlását!

2.2.2. A megoszlási viszonyszám Példa 1 megoldása

A feladat megoldásához megoszlási viszonyszámokat kell számolnunk.

$$V_m = \frac{x}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Az X_i az egyes megyékhez tartozó boltok száma (db). A $\sum_{i=1}^{n} x_i$ pedig a teljes régió kisboltjainak száma.

	A	B
1	**Adott az Észak-alföldi régió kisboltjainak száma 2019-ben:**	
2		
3	**Megnevezés**	**Boltok száma (db)**
4	Hajdú-Bihar megye	1 978
5	Jász-Nagykun-Szolnok megye	2 100
6	Szabolcs-Szatmár-Bereg megye	2 078
7	**Észak-Alföld**	=SZUM(B4:B6) = **6 156**

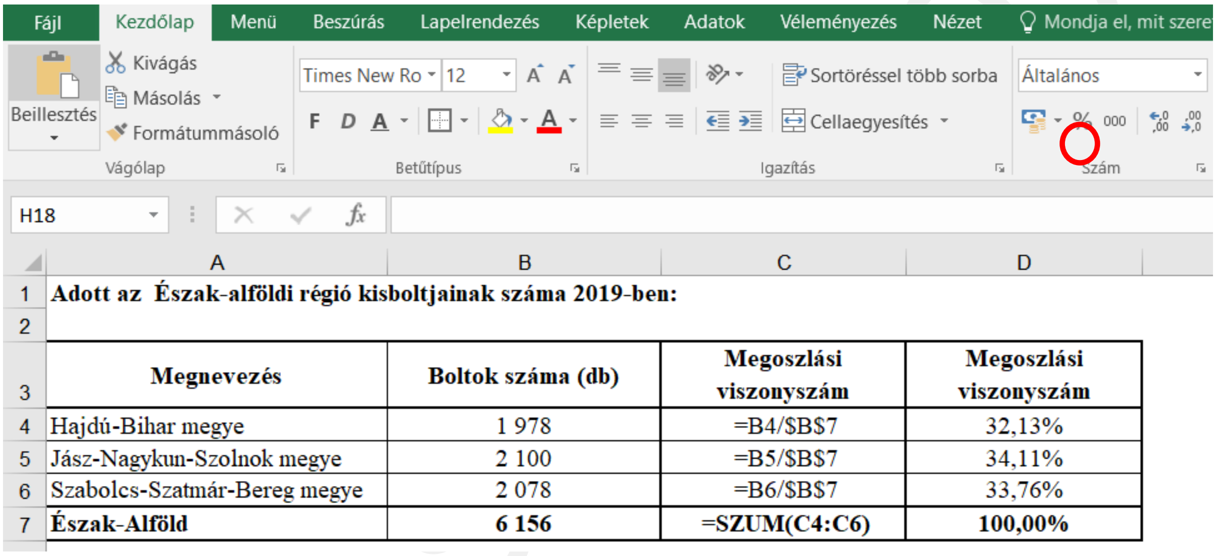
1. ábra: Az Észak-alföldi régióban található kisboltok számának összegzése az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

Az első lépés meghatározni a teljes Észak-alföldi régió kisboltjainak számát. Ehhez összegeznünk kell az egyes megyékhez tartozó boltok számát (1. ábra). Ezt az Excelben a =SZUM() függvény segítségével tudjuk megtenni. Beállunk az egérrel a B7-es cellába és egyenlőségjel (SHIFT és a 7-es billentyű együttes lenyomása) után elkezdjük beírni a függvény nevét, majd zárójelet írunk (SHIFT és a 8-as billentyű együttes lenyomása) és kijelöljük az egyes megyékhez tartozó boltszámok celláit (B4, B5, B6), majd a zárójelet bezárjuk (SHIFT és a 9-es billentyű együttes lenyomása). A cellában lévő képlet: =SZUM(B4:B6).

Az összesített értékünk 6 156 db lesz, mely azt jelenti, hogy az Észak-alföldi régióban 6 156 db kisbolt található.

A következő lépés a megoszlási viszonyszámok kiszámítása, ehhez az alaptáblázat mellé egy új oszlopot készítünk, melynek elnevezése „Megoszlási viszonyszám".

A megoszlási viszonyszám képletében a számláló (x_i) értékei soronként rendre az egyes megyékhez tartozó boltszámok (db), míg a nevező SZUM(x_i) értéke az Észak-alföldi régióhoz tartozó összes boltszám (6 156 db).



	A	B	C	D
1	**Adott az Észak-alföldi régió kisboltjainak száma 2019-ben:**			
2				
3	**Megnevezés**	**Boltok száma (db)**	**Megoszlási viszonyszám**	**Megoszlási viszonyszám**
4	Hajdú-Bihar megye	1 978	=B4/$B$7	32,13%
5	Jász-Nagykun-Szolnok megye	2 100	=B5/$B$7	34,11%
6	Szabolcs-Szatmár-Bereg megye	2 078	=B6/$B$7	33,76%
7	**Észak-Alföld**	**6 156**	**=SZUM(C4:C6)**	**100,00%**

2. ábra: A megoszlási viszonyszámok kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A 2. ábrán látható, hogy a Hajdú-Bihar megyéhez tartozó megoszlási viszonyszámot úgy számíthatjuk ki, hogy a Hajdú-Bihar megyéhez tartozó boltszám (1 978 db) értékét osztjuk az Észak-alföldi régióhoz tartozó boltszám (6 156 db) értékkel. Ehhez:

1. beállunk az egérrel a D4-es cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és a 7-es billentyű együttes lenyomása),
3. kijelöljük a Hajdú-Bihar megyéhez tartozó boltszámot, ami a B4-es cella,
4. osztás jelet (/) írunk,
5. kijelöljük az Észak-alföldi régió boltjainak összesített értékét (B7),
6. az F4 billentyűvel rögzítjük a cellát dollárjelekkel ($B$7), mivel ugyanez az érték fog bekerülni minden képlet nevezőjébe,
7. entert nyomunk,

8. a bázisviszonyszám kifejezési formája százalékos, ezért az eredményt százalékká (%) kell alakítanunk a fenti menüsorban található % jel segítségével. Ezt úgy tudjuk megtenni, hogy a megoldást tartalmazó cellára (D4) kattintunk, majd a % jelre.

A Hajdú-Bihar megyéhez tartozó megoszlási viszonyszám tehát 1 978 / 6 156 = 0,3213. A 0,3213 értékét szorozva 100-zal (vagy százalékos ikonra/jelre kattintva) kapjuk meg a 32,13%-ot. Ez az érték az jelenti, hogy az Észak-alföldi régióban található kisboltok 32,13%-a Hajdú-Bihar megyében található.

A Jász-Nagykun-Szolnok megyéhez és a Szabolcs-Szatmár-Bereg megyéhez tartozó megoszlási viszonyszámokat ugyanezzel a képlettel kiszámoljuk az Excelben. Meghatározhatjuk úgy is, hogy az egérrel oda állunk a Hajdú-Bihar megyéhez tartozó megoszlási viszonyszám cellájának (D4) jobb alsó sarkához, amint megjelenik egy fekete + jel rákattintunk és húzzuk lefelé a kurzort, amíg az kitölti nekünk a megfelelő képlettel a többi cellánkat is, ezáltal automatikusan kiszámítva a másik két értéket. Ehhez fontos az első cellában helyesen megadni a képletet, a szükséges fixálásokkal ($ jelek beszúrásával) együtt.

A Jász-Nagykun-Szolnok megyéhez tartozó megoszlási viszonyszám a Jász-Nagykun-Szolnok megyéhez tartozó boltszám (2 100 db) és az Észak-alföldi régióhoz tartozó boltszám (6 156 db) hányadosa (=B5/$B$7). A Jász-Nagykun-Szolnok megyéhez tartozó megoszlási viszonyszám így 2 100 / 6 156 = 0,3411 = 34,11%, mely azt jelenti, hogy az Észak-alföldi régióban található kisboltok 34,11%-a Jász-Nagykun-Szolnok megyében található.

A Szabolcs-Szatmár-Bereg megyéhez tartozó megoszlási viszonyszám a Szabolcs-Szatmár-Bereg megye boltszámának (2 100 db) és az Észak-alföldi régió boltszámának (6 156 db) a hányadosa (=B6/$B$7). A Szabolcs-Szatmár-Bereg megyéhez tartozó megoszlási viszonyszám így 2 078 / 6 156 = 0,3376 = 33,76%, mely azt jelenti, hogy az Észak-alföldi régióban található kisboltok 33,76%-a Szabolcs-Szatmár-Bereg megyében található.

Az egyes részekre kiszámolt megoszlási viszonyszám értékek összege 100%, ez a részértékek összegzésével =SZUM(D4:D6) ellenőrizhető.

2.2.3. A megoszlási viszonyszám – Példa 2

Adott az Észak-magyarországi régió kisboltjainak száma a 2019. évben (2. táblázat):

2. táblázat: Az Észak-magyarországi régió kisboltjainak ismert adatai

Megnevezés	Boltok száma (db)
Borsod-Abaúj-Zemplén megye	2 678
Heves megye	2 647
Nógrád megye	2 544
Észak-Magyarország	

Forrás: Saját szerkesztés

Számítsa ki az Észak-magyarországi régió kisboltjainak megyék szerinti megoszlását!

2.2.4. A megoszlási viszonyszám Példa 2 megoldása

	A	B	C
1	**Adott az Észak-magyarországi régió kisboltjainak száma a 2019. évben:**		
2			
3	**Megnevezés**	**Boltok száma (db)**	**Megoszlási viszonyszám**
4	Borsod-Abaúj-Zemplén megye	2 678	34,03%
5	Heves megye	2 647	33,64%
6	Nógrád megye	2 544	32,33%
7	**Észak-Magyarország**	**7 869**	**100,00%**

3. ábra: A megoszlási viszonyszámok kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A =SZUM() függvény segítségével összegezzük az egyes megyékhez tartozó boltok számát (3. ábra) (7 869 db). Az adatok alapján az Észak-magyarországi régióban 7 869 db kisbolt található.

Borsod-Abaúj-Zemplén megye megoszlási viszonyszáma: 2 678 / 7 869 = 0,3403 = 34,03%.

Értelmezés: Az Észak-magyarországi régióban található kisboltok 34,03%-a Borsod-Abaúj-Zemplén megyében található.

Heves megye megoszlási viszonyszáma: 2 647 / 7 869 = 0,3364 = 33,64%.

Értelmezés: Az Észak-magyarországi régióban található kisboltok 33,64%-a Heves megyében található.

Nógrád megye megoszlási viszonyszáma: 2 544 / 7 869 = 0,3233 = 32,33%.

Értelmezés: Az Észak-magyarországi régióban található kisboltok 33,64%-a Nógrád megyében található.

2.2.5. A koordinációs viszonyszám – Példa 1

Ismerjük az Észak-alföldi régió kenyér és szendvicssonka forgalmát:

3. táblázat: Az Észak-alföldi régió kenyér és szendvicssonka forgalmának ismert adatai

Év	Forgalom (kg) Kenyér	Forgalom (kg) Szendviccsonka
2014	206 430	14 666
2015	216 775	15 169
2016	227 580	15 651
2017	238 976	16 141
2018	250 919	16 576
2019	263 468	17 076

Forrás: Saját szerkesztés

a) Határozza meg az 1 kg kenyérre jutó szendvicssonka fogyasztást az egyes vizsgált években!

b) Határozza meg a kenyér és a szendvicssonka koordinációs viszonyszám értékét. A kenyeret válassza a bázis értéknek.

2.2.6. A koordinációs viszonyszám Példa 1 megoldása

a) **Határozza meg az 1 kg kenyérre jutó szendvicssonka fogyasztást az egyes vizsgált években!**

A feladat elvégzéséhez koordinációs viszonyszámokat kell számolnunk ($V_k = \frac{x_1}{x_2}$).

A képletében az X_1 a szendvicssonkához tartozó adott évi forgalom értéke. Az X_2 a kenyérhez tartozó ugyanazon évi forgalom értéke. Első lépésként az alaptáblázat mellé egy új oszlopot készítünk (4. ábra), melynek elnevezése „Koordinációs viszonyszám (kg)".

	A	B	C	D	E
1	**Ismerjük az Észak-alföldi régió kenyér és szendvicssonka forgalmát:**				
2					
3	**Év**	**Forgalom (kg)**		**Koordinációs**	**Koordinációs**
4		**Kenyér**	**Szendviccsonka**	**viszonyszám (kg)**	**viszonyszám (kg)**
5	**2014**	206 430	14 666	=C5/B5	0,0710
6	**2015**	216 775	15 169	=C6/B6	0,0700
7	**2016**	227 580	15 651	=C7/B7	0,0688
8	**2017**	238 976	16 141	=C8/B8	0,0675
9	**2018**	250 919	16 576	=C9/B9	0,0661
10	**2019**	263 468	17 076	=C10/B10	0,0648

4. ábra: A koordinációs viszonyszámok kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

A 4. ábrán látható, hogy a 2014. évhez tartozó koordinációs viszonyszámot úgy határozhatjuk meg, hogy a szendvicssonkához tartozó 2014. évi forgalom értéket (14 666 kg) elosztjuk a kenyér 2014. évi forgalmával (206 430 kg). Ehhez:

1. beállunk az egérrel az E5-ös cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. kijelöljük a 2014. évi szendvicssonkához tartozó forgalom értékét (C5),
4. osztás jelet (/) írunk,
5. kijelöljük a 2014. évi kenyér forgalmának értékét (B5),
6. entert nyomunk.

Tehát az eredmény a 14 666 és a 206 430 hányadosa, mely 0,07 kg, mely azt jelenti, hogy a 2014-ben az Észak-alföldi régióban 1 kg kenyérre 0,07 kg szendvicssonka jutott.
A 2014. évi koordinációs viszonyszám kiszámítása után nem szükséges egyesével, képlettel számolnunk az Excelben. Az egérrel oda kell állunk az E5 cella jobb alsó sarkához, amikor megjelenik a fekete + jel rákattintunk és húzzuk lefelé a kurzort, amíg kitöltődik a megfelelő képlettel a többi cella is, ezáltal automatikusan kiszámítva a többi értéket. Ehhez fontos az első cellában a képlet helyes megadása.
A 2015. évhez tartozó koordinációs viszonyszám így a szendvicssonkához tartozó 2015. évi forgalom értékének (15 169 kg) és a kenyér 2015. évi forgalmának hányadosa (216 775 kg) (=C6/B6) vagyis 15 169 / 216 775 = 0,07 kg. Ez alapján megállapítható, hogy a 2015-ben az Észak-alföldi régióban 1 kg kenyérre 0,07 kg szendvicssonka jutott.
A 2016. évhez tartozó koordinációs viszonyszám a szendvicssonkához tartozó 2016. évi forgalom értékének és a kenyér 2016. évi forgalmának hányadosa 15 651 / 227 580 = 0,07 kg, tehát a 2016-ban az Észak-alföldi régióban 1 kg kenyérre 0,07 kg szendvicssonka jutott.
A többi évhez tartozó koordinációs viszonyszámok hasonlóan számíthatók és értelmezhetők.

b) <u>Határozza meg a kenyér és a szendvicssonka koordinációs viszonyszám értékét. A kenyeret válassza a bázis értéknek.</u>

A számítása ugyanolyan módon történik, mint az a) részben, csak százalékra át kell alakítani az értékünket. Azaz 0,07*100 = 7%. Azaz a kért koordinációs viszonyszám értékünk 7%.

2.2.7. A koordinációs viszonyszám – Példa 2

A foglalkoztatottak nemek szerinti megoszlása Magyarországon 2018-ban:

Férfiak: 2 411,5 ezer fő

Nők: 1 999,1 ezer fő

Határozzuk meg, hogy 100 fő foglalkoztatott férfira hány fő foglalkoztatott nő jutott!

2.2.8. A koordinációs viszonyszám Példa 2 megoldása

A feladat megoldásához koordinációs viszonyszámot számolunk. A foglalkoztatott nők számát (1 999,1 ezer fő) osztjuk el a foglalkoztatott férfiak számával (2 411,5 ezer fő). Az eredményt 100-zal szorozzuk, mivel azt kell meghatároznunk, hogy 100 fő foglalkoztatott férfira hány fő foglalkoztatott nő jutott.

Koordinációs viszonyszám: $\frac{foglalkoztatott\ nök}{foglalkoztatott\ férfiak} * 100 = \frac{1999{,}1}{2411{,}5} * 100 = 0{,}829 * 100 = 82{,}9$ fő

Kalkuláció alapján megállapítható, hogy Magyarországon 2018-ban 100 fő foglalkoztatott férfira 82,9 fő foglalkoztatott nő jutott.

2.2.9. A bázis- és láncviszonyszámok – Példa 1

Ismert a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresete a nemzetgazdaságban 2010-től napjainkig (4. táblázat):

4. táblázat: A vállalkozás ismert adatai a teljes munkaidőban dolgozókra vonatkozóan

Év	Nettó átlagkereset (Ft)
2010	123 556
2011	125 703
2012	134 191
2013	142 738
2014	145 672
2015	152 705
2016	157 277
2017	163 978
2018	176 596
2019	199 103

Forrás: Saját szerkesztés

a) Számítsa ki a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetének a változását a 2010. bázisévhez képest!

b) Számítsa ki a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetének a változását az előző évhez képest!

2.2.10. A bázis- és láncviszonyszámok Példa 1 megoldása

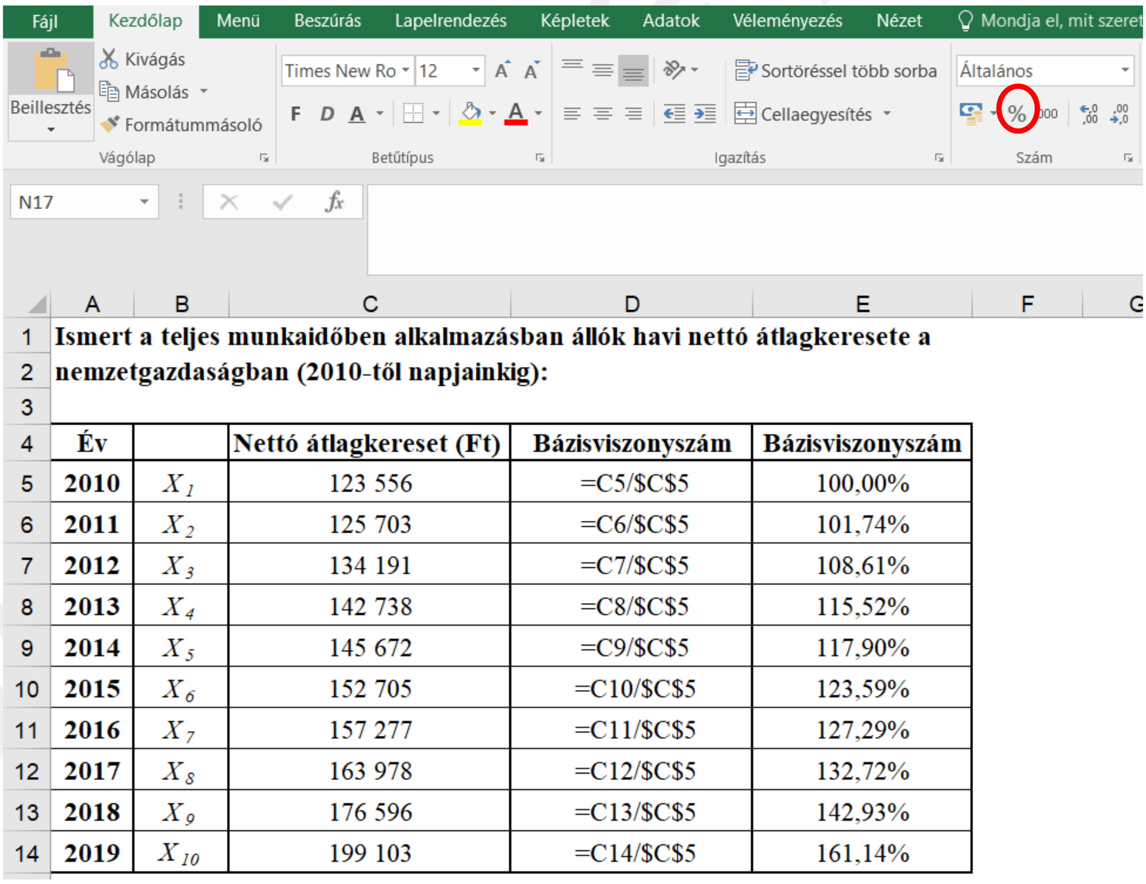
a) Számítsa ki a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetének a változását a 2010. bázisévhez képest!

A feladat elvégzéséhez bázisviszonyszámokat kell számolnunk.

$$V_{B\,i} = \frac{x_i}{x_0}$$

A képlet számlálója (x_i) az egyes évekhez tartozó nettó átlagkereset (Ft) értékek. A nevező (x_0) minden esetben a bázisul választott évhez tartozó érték, esetünkben ez 123 556 Ft.

A bázisviszonyszámok meghatározásához az alaptáblázat mellé, első lépésben egy új oszlopot készítünk (5. ábra), melynek elnevezése „Bázisviszonyszám”.



Ismert a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresete a nemzetgazdaságban (2010-től napjainkig):

Év		Nettó átlagkereset (Ft)	Bázisviszonyszám	Bázisviszonyszám
2010	X_1	123 556	=C5/$C$5	100,00%
2011	X_2	125 703	=C6/$C$5	101,74%
2012	X_3	134 191	=C7/$C$5	108,61%
2013	X_4	142 738	=C8/$C$5	115,52%
2014	X_5	145 672	=C9/$C$5	117,90%
2015	X_6	152 705	=C10/$C$5	123,59%
2016	X_7	157 277	=C11/$C$5	127,29%
2017	X_8	163 978	=C12/$C$5	132,72%
2018	X_9	176 596	=C13/$C$5	142,93%
2019	X_{10}	199 103	=C14/$C$5	161,14%

5. ábra: A bázisviszonyszámok kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

Az 5. ábrán látható a bázisviszonyszámok kiszámításának menete.

A bázisviszonyszámok jellemzőinél megtudtuk, hogy az állandó bázisul választott időszakban az érték 1, azaz 100%. Így a 2010. évhez tartozó bázisviszonyszám 100%. Képlettel számítva ezt úgy kapjuk meg, hogy:

1. az egérrel beállunk az E5-ös cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. kijelöljük a 2010. évhez tartozó nettó átlagkereset értéket (123 556), ami a C5-ös cella,
4. osztás jelet (/) írunk,
5. kijelöljük a bázisnak választott évhez tartozó értéket, azaz a 2010. évi nettó átlagkereset értéket (C5),
6. az F4 billentyűvel rögzítjük ezt a cellát $ jelekkel ($C$5), mivel ugyanaz az érték fog bekerülni minden képlet nevezőjébe,
7. entert nyomunk,
8. a bázisviszonyszám kifejezési formája százalékos, ezért az eredményt százalékká kell alakítanunk a fenti menüsorban található % jellel. Ezt úgy tudjuk megtenni, hogy a megoldást tartalmazó cellára kattintunk, majd a % jelre.

Az első bázisviszonyszám (2010. évi) kiszámítása után az Excelben van lehetőségünk arra, hogy a többi évhez tartozó cellába automatikusan írjuk be a szükséges képletet. Ezt úgy tehetjük meg, hogy az E5 cella jobb alsó sarkához állunk a kurzorral, amikor megjelenik a fekete + jel kattintunk és húzzuk lefelé az egeret, amíg az kitölti nekünk a megfelelő képlettel a cellákat. Ehhez nagyon fontos, hogy az első cellában helyesen adjuk meg a képletet és a szükséges rögzítéseket ($ jelekkel való fixálást) megfelelően végezzük el.

Nézzünk néhány évet meg, hogy is történik a számolásuk:

– A 2011. évhez tartozó bázisviszonyszám számításánál a számláló 125 703 Ft, a nevező pedig 123 556 Ft. A 2011. évhez tartozó bázisviszonyszám értéke 125 703 / 123 556 = 1,0174 = 101,74%. Tehát a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetében a 2010. évi bázisévhez képest 2011-re 1,74%-os növekedés következett be.
– A 2012. évhez tartozó bázisviszonyszám számításánál a számláló 134 191 Ft, a nevező pedig 125 703 Ft. Így a 2012. évhez tartozó bázisviszonyszám értéke 125 703 / 123 556 = 1,0861 = 108,61%. Megoldásul azt kaptuk tehát, hogy a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetében a 2010. évi bázisévhez képest 2012-re 8,61%-os növekedés következett be.

– A többi évhez tartozó bázisviszonyszám kiszámítása és értelmezése hasonlóan történik.

A „Bázisviszonyszám” elnevezésű oszlopban szereplő értékek felvehetnek 100% alatti és 100% feletti értéket is. Amennyiben a bázisviszonyszám 100% alatti, akkor csökkenésről beszélhetünk. Pl.: 98% → 100% – 98% = 2%, azaz a bázisévhez képest az adott évre 2%-os csökkenés következett be. Ha viszont 100% feletti az érték, akkor a bázisévhez képest történő növekedésről beszélhetünk. Pl.: 108% → 108% – 100% = 8%, azaz a bázisévhez képest az adott évre 8%-os növekedés következett be.

b) Számítsa ki a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetének a változását az előző évhez képest!

A feladat elvégzéséhez láncviszonyszámokat kell számolnunk.

$$V_{L\,i} = \frac{x_i}{x_{i-1}}$$

A képlet számlálójába (x_i) soronként rendre az egyes évekhez tartozó nettó átlagkereset (Ft) értékeket helyettesítjük be. A nevezőjébe (x_{i-1}) pedig az adott évet megelőző évhez tartozó nettó átlagkereset értéket (Ft).

Első lépésként az alapfeladat mellé egy új oszlopot készítünk, melynek elnevezése „Láncviszonyszám”

	A	B	C	D	E
21	**Ismert a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresete a**				
22	**nemzetgazdaságban (2010-től napjainkig):**				
23					
24	**Év**		**Nettó átlagkereset (Ft)**	**Láncviszonyszám**	**Láncviszonyszám**
25	**2010**	X_1	123 556	-	-
26	**2011**	X_2	125 703	=C26/C25	101,74%
27	**2012**	X_3	134 191	=C27/C26	106,75%
28	**2013**	X_4	142 738	=C28/C27	106,37%
29	**2014**	X_5	145 672	=C29/C28	102,06%
30	**2015**	X_6	152 705	=C30/C29	104,83%
31	**2016**	X_7	157 277	=C31/C30	102,99%
32	**2017**	X_8	163 978	=C32/C31	104,26%
33	**2018**	X_9	176 596	=C33/C32	107,69%
34	**2019**	X_{10}	199 103	=C34/C33	112,74%

6. ábra: A láncviszonyszámok kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A 6. ábra a láncviszonyszámok kiszámítását mutatja be. A 2010. évre nem tudunk láncviszonyszámot számolni, mivel nem ismerjük a megelőző évhez (2009) tartozó adatot, ezért ebbe a cellába gondolatjelet (kötőjelet) (–) írunk, majd entert nyomunk.

A 2011. évhez tartozó láncviszonyszám kiszámítása a következőképpen történik:

1. az egérrel beállunk az E26-os cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. rákattintunk az egérrel a 2011. évhez tartozó nettó átlagkereset értéket tartalmazó cellára (C26),
4. osztás jelet (/) írunk,
5. rákattintunk az egérrel a 2010. évhez tartozó nettó átlagkereset értéket tartalmazó cellára (C25),
6. entert nyomunk,
7. a láncviszonyszám kifejezési formája százalékos, ezért az eredményt százalékká (%) kell alakítanunk.

Így az eredmény 125 703 / 123 556 = 1,0174 = 101,74%, azaz a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetében az előző évhez (2010) képest 2011-re 1,74%-os növekedés következett be.
Ha megnézzük a 2011. évhez tartozó bázisviszonyszámot, akkor láthatjuk, hogy a két érték megegyezik egymással. Ez az egyik összefüggés a bázis- és a láncviszonyszámok között, mely szerint az állandó bázis utáni első tárgyidőszakban a bázis- és a láncviszonyszám egyenlő egymással.

A 2011. évi láncviszonyszám kiszámítása után az Excelben lehetőség van arra, hogy a többi évhez tartozó cellába automatikusan írjuk be a szükséges képletet. Ezt úgy tehetjük meg, hogy az E26 cella jobb alsó sarkához állunk az egérrel, amikor megjelenik a fekete + jel kattintunk és húzzuk lefelé az egeret, amíg az kitölti nekünk a megfelelő képlettel a többi cellát. Ehhez fontos, hogy az első cellában helyesen megadni a képletet.

A 2012. évhez tartozó láncviszonyszám számításánál a számláló tehát 134 191 Ft, a nevező pedig 125 703 Ft. Így a 2012. évhez tartozó láncviszonyszám értéke 134 191 / 125 703 = 1,0675 = 106,75%, azaz a teljes munkaidőben alkalmazásban állók havi nettó átlagkeresetében az előző évhez (2011) képest 2012-re 6,75%-os növekedés következett be.

A többi évhez tartozó láncviszonyszám kiszámítása és értelmezése a fenti lépések alapján, hasonlóan történik.

A „Láncviszonyszám” elnevezésű oszlopban szereplő értékek felvehetnek 100% alatti és 100% feletti értéket is. Amennyiben a megoldás 100% alatti, akkor az előző évhez képest történő csökkenésről, ha pedig 100% feletti, akkor az előző évhez képest történő növekedésről beszélhetünk.

2.2.11. A bázis- és láncviszonyszámok – Példa 2

Adott az alkalmazásban álló férfiak havi bruttó átlagkeresete a 2014–2019. években Magyarországon (az adatok január 1.-ei napra vonatkoznak):

5. táblázat: A férfiak havi bruttó átlagkeresetére vonatkozó ismert adatok

Év	Bruttó átlagkereset (Ft/fő)
2014	128 675
2015	140 642
2016	148 037
2017	159 197
2018	167 937
2019	173 315

Forrás: Saját szerkesztés

a) Számítsa ki a bruttó átlagkereset változásának mértékét (a 2014. évhez képest)!
b) Számítsa ki a bruttó átlagkereset változásának ütemét!
c) Mutassa be hogyan számíthatók ki a bázisviszonyszámok felhasználásával a láncviszonyszámok!
d) Mutassa be hogyan számíthatók ki a láncviszonyszámok felhasználásával a bázisviszonyszámok!

2.2.12. A bázis- és láncviszonyszámok Példa 2 megoldása

a) Számítsa ki a bruttó átlagkereset változásának mértékét (a 2014. évhez képest)!

A változás mértékét a bázisviszonyszám segítségével tudjuk meghatározni.

	A	B	C	D
1	**Adott az alkalmazásban álló férfiak havi bruttó átlagkeresete a 2014-2019. években Magyarországon (adatok január 1.-ei napra vonatkoznak):**			
2				
3	**Év**	**Bruttó átlagkereset (Ft/fő)**	**Bázisviszonyszám**	**Bázisviszonyszám**
4	**2014**	128 675	=B4/$B$4	100,0%
5	**2015**	140 642	=B5/$B$4	109,3%
6	**2016**	148 037	=B6/$B$4	115,0%
7	**2017**	159 197	=B7/$B$4	123,7%
8	**2018**	167 937	=B8/$B$4	130,5%
9	**2019**	173 315	=B9/$B$4	134,7%

7. ábra: A bázisviszonyszámok kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

A 7. ábra az egyes évekhez tartozó bázisviszonyszámok kiszámítását mutatja be. Melynek lépései:

1. az egérrel beállunk a D4-es cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. kijelöljük a 2014. évhez tartozó bruttó átlagkereset értéket (B4),
4. osztás jelet (/) írunk,
5. kijelöljük a bázisnak választott évhez tartozó értéket, azaz a 2014. évi bruttó átlagkereset értéket (B4),
6. az F4 billentyűvel rögzítjük ezt a cellát $ jelekkel ($B$4),
7. entert nyomunk,
8. az eredményt százalékká alakítjuk.

A 2014. évi bázisviszonyszám (D4): =B4/$B$4 = 128 675 / 128 675 = 1 = 100%.

A képletet csak az első cellába (D4) szükséges begépelni, a többi cellát automatikusan ki tudjuk tölteni, ha a D4 cella jobb alsó sarkához állunk a kurzorral és a megjelenő fekete + jelet az egérrel húzzuk lefelé a többi cellára.

A 2015-ös évhez tartozó bázisviszonyszám (D5): =B5/$B$4 = 140 642 / 128 675 = 1,093 = 109,3%, mely azt jelenti, hogy a férfiak havi bruttó átlagkeresetében a 2014-es bázisévhez képest 2015-re 9,3%-os növekedés következett be.

A 2016-os évhez tartozó bázisviszonyszám (D6): =B6/$B$4 = 148 037 / 128 675 = 1,15 = 115,0%, mely azt jelenti, hogy a férfiak havi bruttó átlagkeresetében a 2014-es bázisévhez képest 2016-ra 15%-os növekedés következett be.

A többi évhez tartozó bázisviszonyszámok hasonlóan számíthatók ki és értelmezhetők.

b) Számítsa ki a bruttó átlagkereset változásának ütemét!

A változás ütemét a láncviszonyszám kiszámításával lehet meghatározni.

	A	B	C	D
1	**Adott az alkalmazásban álló férfiak havi bruttó átlagkeresete a 2014-2019. években Magyarországon (adatok január 1.-ei napra vonatkoznak):**			
2				
3	**Év**	**Bruttó átlagkereset (Ft/fő)**	**Láncviszonyszám**	**Láncviszonyszám**
4	**2014**	128 675	-	-
5	**2015**	140 642	=B5/B4	109,3%
6	**2016**	148 037	=B6/B5	105,3%
7	**2017**	159 197	=B7/B6	107,5%
8	**2018**	167 937	=B8/B7	105,5%
9	**2019**	173 315	=B9/B8	103,2%

8. ábra: A láncviszonyszámok kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A 8. ábra az egyes évekhez tartozó láncviszonyszámok kiszámítását mutatja be.

A 2014-es évre vonatkozóan láncviszonyszámot nem tudunk számolni, ezért a hozzá tartozó cellát (D4) gondolatjellel kihúzzuk (beállunk a D4-es cellába, begépeljük a – jelet és entert nyomunk).

A 2015. évhez tartozó láncviszonyszám kiszámítása a következőképpen történik:

1. az egérrel beállunk a D5-ös cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. rákattintunk az egérrel a 2015. évhez tartozó bruttó átlagkereset értéket tartalmazó cellára (B5),
4. osztás jelet (/) írunk,
5. rákattintunk az egérrel a 2014. évhez tartozó bruttó átlagkereset értéket tartalmazó cellára (B4),
6. entert nyomunk,
7. az eredményt százalékká (%) alakítjuk.

A 2015-ös évhez tartozó láncviszonyszám (D5): =B5/B4 = 140 642 / 128 675 = 1,093 = 109,3%, azaz a férfiak havi bruttó átlagkeresetében a 2014. évhez képest 2015-re 9,3%-os növekedés következett be.

A képletet csak az első cellába (D5) kell begépelni, a többit automatikusan ki tudjuk tölteni, ha a cella jobb alsó sarkához állunk a kurzorral és a megjelenő fekete + jelet az egérrel húzzuk lefelé a többi cellára.

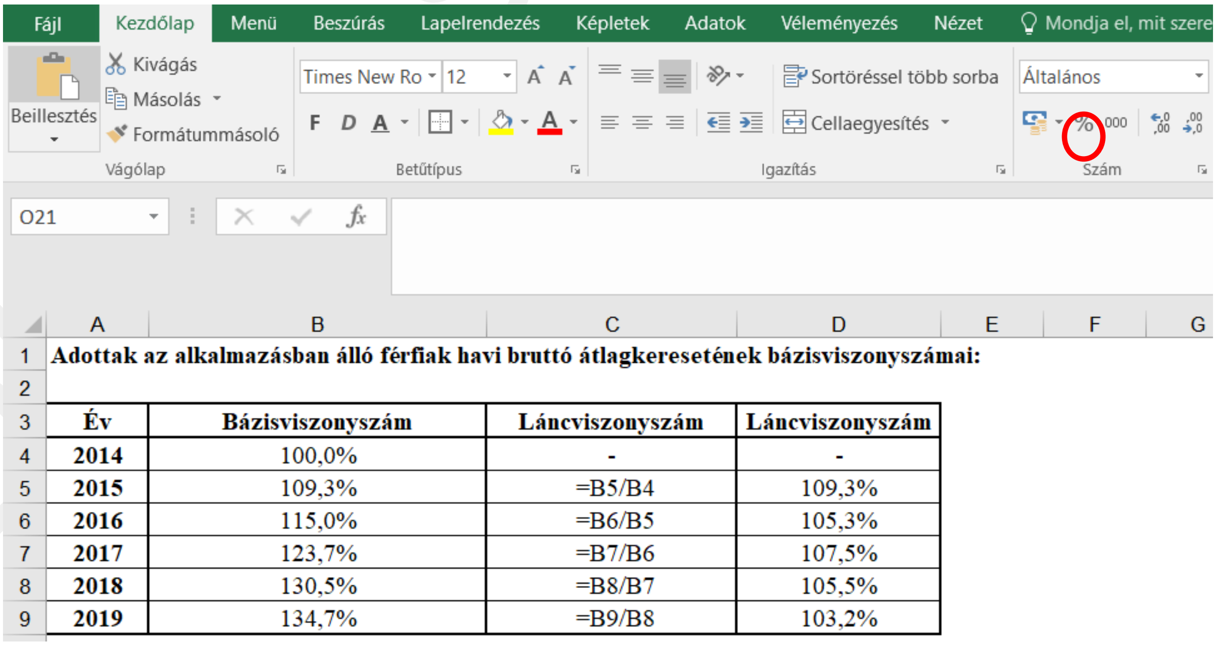
A 2016-os évhez tartozó láncviszonyszám (D6): =B6/B5 = 148 037 / 140 642 = 1,053 = 105,3%, azaz a férfiak havi bruttó átlagkeresetében a 2015. évhez képest 2016-ra 5,3%-os növekedés következett be.
A többi évhez tartozó láncviszonyszámok hasonlóan számíthatók ki és értelmezhetők.

Az előző példánál (A bázis- és láncviszonyszámok Példa 1 megoldásánál) leírtaknak megfelelően a képletet csak az első cellába (D4) szükséges begépelni, a többi cellát automatikusan ki tudjuk tölteni a cella jobb alsó sarkában megjelenő fekete + jel egérrel történő húzásával.

c) Mutassa be hogyan számíthatók ki a bázisviszonyszámok felhasználásával a láncviszonyszámok!

Bázisviszonyszámokból láncviszonyszámot úgy számíthatunk, hogy az adott időszakhoz tartozó bázisviszonyszám és az adott időszakot megelőző időszakhoz tartozó bázisviszonyszám hányadosát képezzük.

$$V_{Ln} = \frac{V_{B_n}}{V_{B_{n-1}}}$$



	A	B	C	D
1	**Adottak az alkalmazásban álló férfiak havi bruttó átlagkeresetének bázisviszonyszámai:**			
2				
3	**Év**	**Bázisviszonyszám**	**Láncviszonyszám**	**Láncviszonyszám**
4	**2014**	100,0%	-	-
5	**2015**	109,3%	=B5/B4	109,3%
6	**2016**	115,0%	=B6/B5	105,3%
7	**2017**	123,7%	=B7/B6	107,5%
8	**2018**	130,5%	=B8/B7	105,5%
9	**2019**	134,7%	=B9/B8	103,2%

9. ábra: A láncviszonyszámok kiszámítása a bázisviszonyszámokból
Forrás: Saját szerkesztés

A 9. ábrán látható, hogyan számíthatunk bázisviszonyszámokból láncviszonyszámokat. A 2014-es évre nem tudunk láncviszonyszámot számolni, ezért egy gondolatjellel kihúzzuk a hozzá tartozó cellát (az egérrel beállunk a D4-es cellába, begépeljük a gondolatjelet (–) és entert nyomunk).

A 2015. évi láncviszonyszámról tudjuk, hogy megegyezik a 2015. évi bázisviszonyszámmal, de képlet segítségével is kiszámíthatjuk úgy, hogy vesszük a 2015. évi bázisviszonyszám és a 2014. évi bázisviszonyszám hányadosát. Ehhez:

1. az egérrel beállunk a D5-ös cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. rákattintunk az egérrel a 2015. évhez tartozó bázisviszonyszámot tartalmazó cellára (B5),
4. osztás jelet (/) írunk,
5. rákattintunk az egérrel a 2014. évhez tartozó bázisviszonyszámot tartalmazó cellára (B4),
6. entert nyomunk,
7. a láncviszonyszám kifejezési formája százalékos, ezért az eredményt százalékká alakítjuk a fenti menüsorban található % jel segítségével. Ezt úgy tudjuk megtenni, hogy a megoldást tartalmazó cellára kattintunk, majd a % jelre.

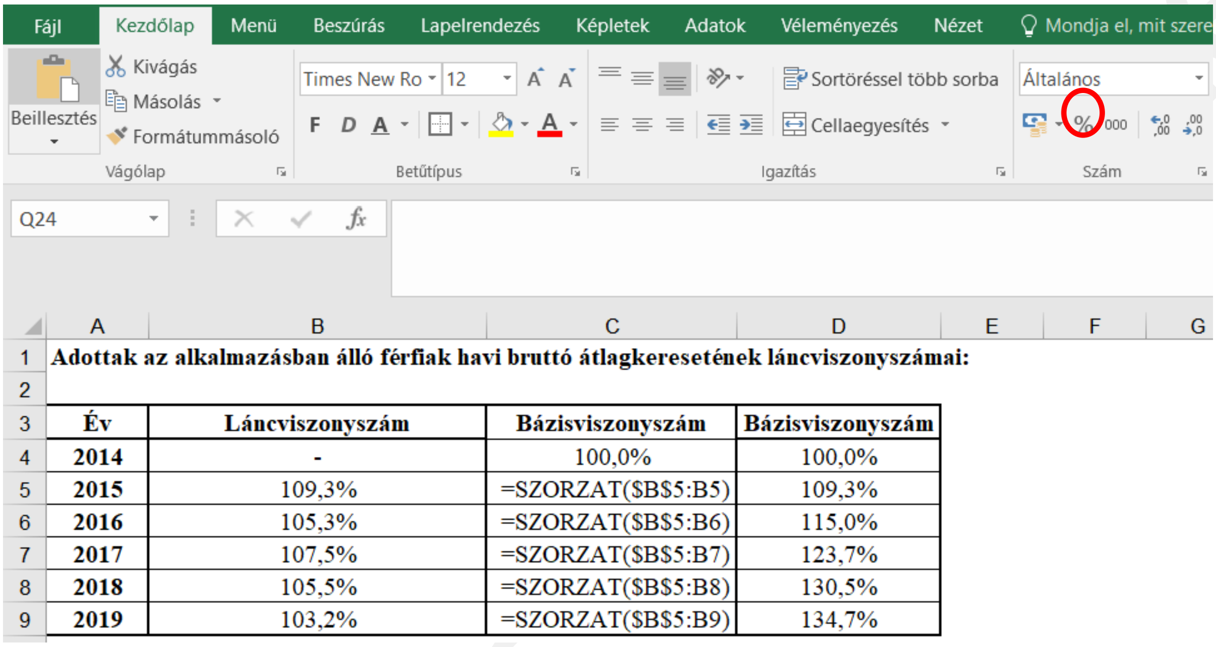
A kapott eredmény 109,3% / 100,0% = 1,093 = 109,3%.
A 2015. évi láncviszonyszám kiszámítása után a többi évhez tartozó láncviszonyszám automatikusan kiszámítható. Ehhez a D5 cella jobb alsó sarkához állunk az egérrel, amikor megjelenik a fekete + jel kattintunk és húzzuk lefelé az egeret, amíg az kitölti nekünk a megfelelő képlettel a többi cellát is.

Így tehát a 2016. évi láncviszonyszám a 2016. évi bázisviszonyszám és a 2015. évi bázisviszonyszám hányadosa (=B6/B5). A kapott eredmény 115,0% / 109,3% = 1,053 = 105,3%.
A 2017. évi láncviszonyszám a 2017. évi bázisviszonyszám és a 2016. évi bázisviszonyszám hányadosa (=B7/B6). A kapott eredmény 123,7% / 115,0% = 1,075 = 107,5%.
A többi évhez tartozó láncviszonyszámok a fenti képlet alapján hasonlóan kiszámíthatók és értelmezhetők.

d) Mutassa be hogyan számíthatók ki a láncviszonyszámok felhasználásával a bázisviszonyszámok!

Láncviszonyszámokból bázisviszonyszámot adott tárgyidőszakra úgy számíthatunk, hogy a tárgyidőszakig kiszámított láncviszonyszámokat összeszorozzuk.

$$V_{Bn} = V_{L_2} * V_{L_3} * V_{L_4} * \ldots * V_{Ln}$$



Év	Láncviszonyszám	Bázisviszonyszám	Bázisviszonyszám
2014	-	100,0%	100,0%
2015	109,3%	=SZORZAT($B$5:B5)	109,3%
2016	105,3%	=SZORZAT($B$5:B6)	115,0%
2017	107,5%	=SZORZAT($B$5:B7)	123,7%
2018	105,5%	=SZORZAT($B$5:B8)	130,5%
2019	103,2%	=SZORZAT($B$5:B9)	134,7%

Adottak az alkalmazásban álló férfiak havi bruttó átlagkeresetének láncviszonyszámai:

10. ábra: A bázisviszonyszámok kiszámítása a láncviszonyszámokból

Forrás: Saját szerkesztés

A 10. ábrán látható, hogyan számíthatunk láncviszonyszámokból bázisviszonyszámokat. A 2014-es évhez nem tartozik láncviszonyszám, hiszen az első évre nem tudunk számítani, így a hozzá tartozó bázisviszonyszámot magunktól gépeljük be, mivel a jegyzetünkből már megtudtuk, hogy az állandó bázisul választott időszakban a bázisviszonyszám 1, azaz 100%.

A többi évhez tartozó bázisviszonyszám kiszámítása az Excelben a =SZORZAT() függvény használatával történik. A 2015. évi bázisviszonyszám számításának menete:

1. az egérrel beállunk a D5-ös cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. begépeljük a „szorzat" kifejezést,
4. zárójelet írunk a SHIFT és a 8-as billentyű együttes lenyomásával,
5. rákattintunk az egérrel a 2015. évhez tartozó láncviszonyszámot tartalmazó cellára (B5),
6. kettőspontot (:) írunk, így azonnal meg fog jelenni a tartomány vége cella (B5),

7. vissza kell mennünk az egérrel a 2015. évhez tartozó láncviszonyszámot tartalmazó cellára (B5) és F4 billentyűvel lerögzíteni a cellát dollárjelekkel ($B$5), mivel ugyanaz az érték fog bekerülni minden képletbe,
8. a képlet végére állunk és bezárjuk a zárójelet (SHIFT és a 9-es billentyű együttes lenyomásával),
9. entert nyomunk,
10. a bázisviszonyszám kifejezési formája százalékos, ezért az eredményt százalékká alakítjuk a fenti menüsorban található % jel segítségével úgy, hogy a megoldást tartalmazó cellára kattintunk, majd a % jelre.

A 2015. évi bázisviszonyszám így =SZORZAT($B$5:B5) = 109,3%

A 2015. évi bázisviszonyszám kiszámítása után a többi évhez tartozó bázisviszonyszámot automatikusan kiszámíthatjuk. Ehhez a D5 cella jobb alsó sarkához állunk az egérrel, amikor megjelenik a fekete + jel kattintunk és húzzuk lefelé az egeret, amíg az kitölti nekünk a megfelelő képlettel a többi cellánkat.

Így a 2016. évi bázisviszonyszám =SZORZAT($B$5:B6), ami a 2015. évi láncviszonyszám és a 2016. évi láncviszonyszám szorzata. A kapott eredmény 109,3% * 105,3% = 1,15 = 115,0%.

A 2017. évi bázisviszonyszám a =SZORZAT($B$5:B7), ami a 2015. évi, a 2016. évi és a 2017. évi láncviszonyszámok szorzata. A kapott eredmény 109,3% * 105,3% * 107,5% = 1,237 = 123,7%.

A 2018. évi bázisviszonyszám a =SZORZAT($B$5:B8), ami a 2015. évi, a 2016. évi, 2017. évi és a 2018. évi láncviszonyszámok szorzata. A kapott eredmény 109,3% * 105,3% * 107,5% * 105,5% = 1,305 = 130,5%.

A 2019. évi bázisviszonyszám a =SZORZAT($B$5:B9), ami a 2015. évi, a 2016. évi, 2017. évi, a 2018. évi és a 2019. évi láncviszonyszámok szorzata. A kapott eredmény 109,3% * 105,3% * 107,5% * 105,5% * 103,2% = 1,347 = 134,7%.

2.2.13. A bázis- és láncviszonyszámok – Példa 3 („lukas tábla”)

Adottak egy debreceni vállalkozás árbevétel adatai 2014–2019-es időszakban:

6. táblázat: A vállalkozás ismert adatai

Év	Árbevétel (millió Ft)	Árbevétel változása (%)		Árbevétel változása (millió Ft)	
		2014 = 100%	Előző év = 100%	2014. évhez képest	Előző évhez képest
2014					
2015			104,0%		
2016		87,0%			
2017					
2018			115,0%		
2019		120,0%			

Forrás: Saját szerkesztés

A 2014-es gazdasági évhez képest 2018-ra 38,6%-kal növekedett meg a debreceni vállalkozás árbevétele, ami 150 millió Ft-os árbevétel növekedést jelentett a bázisévhez képest.

Számítsa ki a táblázat hiányzó adatait!

2.2.14. A bázis- és láncviszonyszámok Példa 3 („lukas” tábla) megoldása

Számítsa ki a táblázat hiányzó adatait!

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Adottak egy debreceni vállalkozás árbevétel adatai 2014-2019-es időszakban:									
2										
3	Év	Árbevétel (millió Ft)	Árbevétel (millió Ft)		Árbevétel változása (%)					
4					2014 = 100%	2014 = 100%		Előző év = 100%	Előző év = 100%	
5	2014	=138,6 * x = 100 * (x+150)	388,60	5.	100%	100,0%	1.	-	-	2.
6	2015	=C5*F6	404,15	6.	=I6	104,0%	3.	meg volt adva	104,0%	
7	2016	=C5*F7	338,08	7.	meg volt adva	87,0%		=C7/C6	83,7%	12.
8	2017	=C9/I9	468,35	10.	=C8/C5	120,5%	11.	=C8/C7	138,5%	13.
9	2018	=C5*F9	538,60	8.	=100,0% + 38,6%	138,6%	4.	meg volt adva	115,0%	
10	2019	=C5*F10	466,32	9.	meg volt adva	120,0%		=C10/C9	86,6%	14.
11										
12					Árbevétel változása (millió Ft)					
13					2014. évhez képest	2014. évhez képest		Előző évhez képest	Előző évhez képest	
14					=C5-$C$5	0,00	15.	-	-	21.
15					=C6-$C$5	15,54	16.	=C6-C5	15,54	22.
16					=C7-$C$5	-50,52	17.	=C7-C6	-66,06	23.
17					=C8-$C$5	79,75	18.	=C8-C7	130,27	24.
18					=C9-$C$5	150,00	19.	=C9-C8	70,25	25.
19					=C10-$C$5	77,72	20.	=C10-C9	-72,28	26.

11. ábra: A hiányzó adatok kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

A hiányzó adatok kiszámítását a 11. ábra szemlélteti. A számítások menete:

1. lépés: a 2014-es évhez tartozó bázisviszonyszám beírása, ami 100,0%, mivel az állandó bázisul választott időszakban a bázisviszonyszám 1, azaz 100%.

2. lépés: a 2014-es évhez tartozó láncviszonyszám helyét kell kihúznunk gondolatjellel, mivel a legelső időszakra nem tudunk láncviszonyszámot számítani.

3. lépés: a 2015. évhez tartozó bázisviszonyszám értékének meghatározása, ami 104,0%, mivel az állandó bázis utáni első tárgyidőszakban a bázis- és a láncviszonyszám egyenlő.

   Értelmezés: A vállalkozás árbevételében a 2014-es bázisévhez képest 2015-re 4%-os növekedés következett be.

4. lépés: a feladat leírásban szereplő információk alapján számolunk. A bázisévhez képest 2018-ra 38,6%-os növekedés következett be, tehát a 2018. évi bázisviszonyszám 100,0% + 38,6% = 138,6%.

5. lépés: a feladat leírás szerint a 38,6%-os növekedés 150 millió forint, tehát a 2014. évhez tartozó árbevétel 138,6 * x = 100,0 * (x + 150) -> x = 388,60 millió Ft.

6. lépés: a 2015-ös év árbevétele a 2014. évi árbevétel és a 2015. évi bázisviszonyszám szorzata, azaz 388,60 * 104,0% = 404,15 millió Ft.

   Értelmezés: A vállalkozás árbevétele 2015-ben 404,15 millió Ft volt.

7. lépés: a 2016. év árbevétele a 2014. évi árbevétel és a 2016. évi bázisviszonyszám szorzata, azaz 388,60 * 87,0% = 338,08 millió Ft.

   Értelmezés: A vállalkozás árbevétele 2016-ban 338,08 millió Ft volt.

8. lépés: a 2018-as évhez tartozó árbevétel a 2014. évi árbevétel és a 2018. évi bázisviszonyszám szorzata, azaz 388,60 * 138,6% = 538,60 millió Ft, vagy a feladat leírása alapján is lehet számolni, amely szerint a 2014-es gazdasági évhez képest 2018-ra a debreceni vállalkozás árbevétele 150 millió Ft-tal nőtt, azaz 338,60 + 150 = 538,60 millió Ft.

   Értelmezés: A vállalkozás árbevétele 2018-ban 538,60 millió Ft volt.

9. lépés: a 2019. év árbevétele a 2014. évi árbevétel és a 2019. évi bázisviszonyszám szorzata, vagyis 388,60 * 120,0% = 466,32 millió Ft.

   Értelmezés: A vállalkozás árbevétele 2019-ben 466,32 millió Ft.

10. lépés: a 2017. évi árbevétel a 2018. évi árbevétel és a 2018. évi láncviszonyszám hányadosa, azaz 538,60 / 115,0% = 468,35 millió Ft.

Értelmezés: A vállalkozás árbevétele 2017-ben 468,35 millió Ft volt.

11. lépés: a 2017. évi bázisviszonyszám a 2017. évi árbevétel és a 2014. évi árbevétel hányadosa, vagyis 468,35 / 388,60 = 120,5%.

Értelmezés: A vállalkozás árbevételében a 2014-es bázisévhez képest 2017-re 20,5%-os növekedés következett be.

12. lépés: a 2016. évi láncviszonyszám a 2016. évi árbevétel és a 2015. évi árbevétel hányadosa, azaz 338,08 / 404,14 = 83,7%.

Értelmezés: A vállalkozás árbevételében az előző évhez (2015) képest 2016-ra 16,3%-os csökkenés következett be.

13. lépés: a 2017. évi láncviszonyszám kiszámításához a 2017-es év árbevételét osztjuk el a 2016-os év árbevételével, vagyis 468,35 / 338,08 = 138,5%.

Értelmezés: A vállalkozás árbevételében az előző évhez (2016) képest 2017-re 38,5%-os növekedés következett be.

14. lépés: a 2019. évi láncviszonyszám a 2019. évi árbevétel és a 2018. évi árbevétel hányadosa, azaz 466,32 / 538,60 = 86,6%.

Értelmezés: A vállalkozás árbevételében az előző évhez (2018) képest 2019-re 13,4%-os csökkenés következett be.

15–20. lépés: az árbevétel változást a 2014. évi árbevételhez képest, minden esetben úgy számítjuk ki, hogy az adott évhez tartozó árbevételből kivonjuk a 2014. évi árbevételt. Elegendő az első évhez tartozó változást kiszámítani 2014. év: = 388,60 – 388,60 = 0 millió Ft. A további évekhez tartozó értékeket az első cellába írt képlet (=C5-$C$5) többi cellára való lehúzásával automatikusan ki tudjuk számítani. (A cella jobb alsó sarkához állunk az egérrel és amikor megjelenik a fekete + jel kattintunk és húzzuk lefelé az egeret.)

21–26. lépés: az árbevétel változást, az előző évhez képest, minden esetben úgy számítjuk ki, hogy az adott évhez tartozó árbevételből kivonjuk a megelőző évhez tartozó árbevételt. Kivéve a 2014. év esetén, mert abban az esetben az előző évhez tartozó árbevételt nem ismerjük, így azt a cellát gondolatjellel (–) kihúzzuk. Ebben az esetben is elegendő egy évhez tartozó változást kiszámítani 2015. év: = 404,15 – 388,60 = 15,54 millió Ft. A további évekhez tartozó értékeket az ebbe a cellába írt képlet (=C6-C5) többi cellára való lehúzásával automatikusan ki tudjuk számítani.

2.2.15. A bázis- és láncviszonyszámok – Példa 4 („lukas” tábla)

Adottak egy gyerek egy heti zsebpénzére vonatkozó adatok:

7. táblázat: A zsebpénzre vonatkozó ismert adatok

Napok	Zsebpénz (Ft)	Zsebpénz változása (%)		Zsebpénz változása (Ft)	
		Hétfő = 100%	Előző nap = 100%	Hétfőhöz képest	Előző naphoz képest
Hétfő					
Kedd		**102,7%**			
Szerda					
Csütörtök			**100,5%**		
Péntek		**96,0%**			
Szombat			**107,0%**		
Vasárnap			**113,0%**		

Forrás: Saját szerkesztés

Keddről szerdára a zsebpénznövekedés ugyanakkora volt, mint szombatról vasárnapra. Szerdáról csütörtökre 12,5 Ft-tal nőtt a kapott zsebpénz.

Számítsa ki a táblázat hiányzó adatait!

2.2.16. A bázis- és láncviszonyszámok Példa 4 („lukas” tábla) megoldása

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Adottak egy gyerek egy heti zsebpénzére vonatkozó adatok:**									
2										
3	**Napok**	**Zsebpénz (Ft)**	**Zsebpénz (Ft)**		**Zsebpénz változása (%)**					
4					**Hétfő = 100%**	**Hétfő = 100%**		**Előző nap = 100%**	**Előző év = 100%**	
5	**Hétfő**	=C6/F6	2154,2	*8.*	100,0%	100,0%	*1.*	-	-	*2.*
6	**Kedd**	=C7/I7	2212,4	*7.*	meg volt adva	**102,7%**		=F6	102,7%	*3.*
7	**Szerda**	=12,5/0,005	2500,0	*5.*	=C7/C5	116,1%	*12.*	=I11	113,0%	*4.*
8	**Csütörtök**	=C7*I8	2512,5	*6.*	=C8/C5	116,6%	*13.*	meg volt adva	**100,5%**	
9	**Péntek**	=C5*F9	2068,1	*9.*	meg volt adva	**96,0%**		=C9/C8	82,3%	*16.*
10	**Szombat**	=C9*I10	2212,8	*10.*	=C10/C5	102,7%	*14.*	meg volt adva	**107,0%**	
11	**Vasárnap**	=C10*I11	2500,5	*11.*	=C11/C5	116,1%	*15.*	meg volt adva	**113,0%**	
12										
13					**Zsebpénz változása (Ft)**					
14					**Hétfőhöz képest**	**Hétfőhöz képest**		**Előző naphoz képest**	**Előző naphoz képest**	
15					=C5-$C$5	0,0	*17.*	-	-	*24.*
16					=C6-$C$5	58,2	*18.*	=C6-C5	58,2	*25.*
17					=C7-$C$5	345,8	*19.*	=C7-C6	287,6	*26.*
18					=C8-$C$5	358,3	*20.*	=C8-C7	12,5	*27.*
19					=C9-$C$5	-86,2	*21.*	=C9-C8	-444,4	*28.*
20					=C10-$C$5	58,6	*22.*	=C10-C9	144,8	*29.*
21					=C11-$C$5	346,3	*23.*	=C11-C10	287,7	*30.*

12. ábra: A hiányzó adatok kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

A hiányzó adatok kiszámítása a 12. ábrán látható. Ennek menete:

1. lépés: F5 = 100% (az állandó bázisul választott időszakban a bázisviszonyszám 1, azaz 100%),
2. lépés: I5 = gondolatjel (–) (a legelső időszakra nem tudunk láncviszonyszámot számítani),
3. lépés: I6 = 102,7% (=F6) (az állandó bázis utáni első tárgyidőszakban a bázis- és a láncviszonyszám egyenlő)
4. lépés: I7 = 113% (=I11) (keddről szerdára a zsebpénznövekedés ugyanakkora volt, mint szombatról vasárnapra),
5. lépés: C7 = 2500 Ft (szerdáról csütörtökre 12,5 Ft-tal nőtt a kapott zsebpénz (12,5 / 0,005)),
6. lépés: C8 = 2512,5 Ft (=C7*I8 = 2500 * 1,005 vagy 2500 + 12,5)
7. lépés: C6 = 2212,4 Ft (=C7/I7 = 2500 / 1,13)
8. lépés: C5 = 2154,2 Ft (=C6/F6 = 2212,4 / 1,027)
9. lépés: C9 = 2068,1 Ft (=C5*F9 = 2154,2 * 0,96)
10. lépés: C10 = 2212,8 Ft (=C9*I10 = 2068,1 * 1,07)
11. lépés: C11 = 2500,5 Ft (=C10*I11 = 2212,8 * 1,13)
12. lépés: F7 = 116,1% (=C7/C5 = 2500 / 2154,2)
13. F8 = 116,6% (=C8/C5 = 2512,5 / 2154,2)
14. lépés: F10 = 102,7% (=C10/C5 = 2212,8 / 2154,2)
15. lépés: F11 = 116,1% (=C11/C5 = 2500,5 / 2154,2)
16. lépés: I9 = 82,3% (=C9/C8 = 2068,1 / 2512,5)

17-23. lépés: a zsebpénzváltozást hétfőhöz képest, minden esetben úgy számítjuk ki, hogy az adott naphoz tartozó zsebpénzből kivonjuk a hétfőhöz tartozó zsebpénzt. Elegendő az első naphoz tartozó változást kiszámítani, hétfő: = 2154,2 – 2154,2 = 0 Ft. A további évekhez tartozó értékeket az első cellába írt képlet (=C5-$C$5) többi cellára való lehúzásával automatikusan ki tudjuk számítani. (A cella jobb alsó sarkához állunk az egérrel és amikor megjelenik a fekete + jel kattintunk és húzzuk lefelé az egeret.)

24-30. lépés: a zsebpénzváltozást az előző naphoz képest, minden esetben úgy számítjuk ki, hogy az adott naphoz tartozó zsebpénzből kivonjuk a megelőző naphoz tartozó zsebpénzt. Kivéve hétfő esetén, mert abban az esetben az előző naphoz tartozó zsebpénzt nem ismerjük, így azt a cellát gondolatjellel (–) kihúzzuk. Ebben az esetben is elegendő egy naphoz tartozó változást kiszámítani kedd: = 2212,4 – 2154,2 = 58,2 Ft. A további napokhoz tartozó értékeket az ebbe a cellába írt képlet (=C6-C5) többi cellára való lehúzásával automatikusan ki tudjuk számítani.

2.2.17. A területi összehasonlító viszonyszámok – Példa 1

Adott az Észak-magyarországi régió kisboltjainak száma a 2019. évben:

8. táblázat: Az Észak-magyarországi régió kisboltjainak ismert adatai

Megnevezés	Boltok száma (db)
Borsod-Abaúj-Zemplén megye	2 678
Heves megye	2 647
Nógrád megye	2 544
Észak-Magyarország	**7 869**

Forrás: Saját szerkesztés

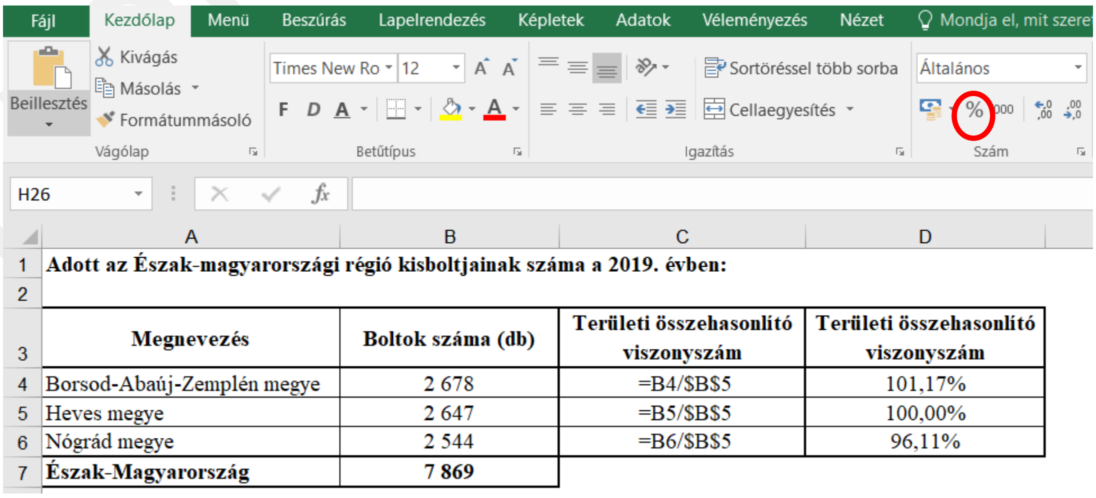
Határozza meg a kisboltok megyék szerinti megoszlását a Heves megyei boltszámhoz képest az Észak-magyarországi régióban!

2.2.18. A területi összehasonlító viszonyszámok Példa 1 megoldása

A feladat megoldásához területi viszonyszámokat kell számolnunk $V_{terület} = \dfrac{x_{A\ terület}}{x_{B\ terület}}$.

Az adott terület értéke (számláló) az egyes megyékhez tartozó boltszámok (db) értéke, a bázisterület értéke (nevező) minden esetben a Heves megyéhez tartozó boltszám (2 647 db).

A feladat megoldása azzal kezdődik, hogy az eredeti táblázat mellé egy új oszlopot készítünk (13. ábra), melynek elnevezése „Területi összehasonlító viszonyszám”.



13. ábra: A területi összehasonlító viszonyszámok kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

A Borsod-Abaúj-Zemplén megyéhez tartozó területi összehasonlító viszonyszámot úgy határozhatjuk meg (13. ábra), hogy a Borsod-Abaúj-Zemplén megyéhez tartozó 2 678 db-ot elosztjuk a bázisterülethez (Heves megyéhez) tartozó 2 647 db-bal. Ennek lépései:

1. beállunk az egérrel a D4-es cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. kijelöljük a Borsod-Abaúj-Zemplén megyéhez tartozó boltszámot (B4),
4. osztás jelet (/) írunk,
5. kijelöljük a Heves megyéhez tartozó boltszámot (B5),
6. az F4 billentyűvel rögzítjük a cellát $ jelekkel ($B$5), mivel ugyanaz az érték fog bekerülni minden képlet nevezőjébe,
7. entert nyomunk,
8. a területi összehasonlító viszonyszám kifejezési formája százalékos, ezért az eredményt százalékká (%) kell alakítanunk, a fenti menüsorban található % jellel.
9. a D4 cella jobb alsó sarkába állunk és a fekete + jelre kattintva húzzuk le az egeret, így lemásoljuk a D5 és D6 cellákba a képletet.

A Borsod-Abaúj-Zemplén megyéhez tartozó területi összehasonlító viszonyszám 2 678 / 2 647 = 1,0117 = 101,17%. Jelentése, hogy 2019-ben a Borsod-Abaúj-Zemplén megyében található kisboltok száma 1,17%-kal volt magasabb, mint a Heves megyében lévő kisboltok száma.
Mivel Heves megye a bázis területünk, ezért ennek az értéke 100% (2 647 / 2 647 = 1 = 100%).

A Nógrád megyéhez tartozó területi összehasonlító viszonyszám 2 544 / 2 647 = 96,11%. Jelentése, hogy 2019-ben a Nógrád megyében található kisboltok száma 3,89%-kal volt alacsonyabb, mint a Heves megyében lévő kisboltok száma.

2.2.19. A területi összehasonlító viszonyszámok – Példa 2

Adott az Észak-alföldi régió kisboltjainak száma a 2019. évben (9. táblázat).

Határozza meg a kisboltok megyék szerinti megoszlását, a Jász-Nagykun-Szolnok megyei boltszámhoz képest az Észak-alföldi régióban!

9. táblázat: Az Észak-alföldi régió kisboltjainak ismert adatai

Megnevezés	Boltok száma (db)
Hajdú-Bihar megye	1 978
Jász-Nagykun-Szolnok megye	2 100
Szabolcs-Szatmár-Bereg megye	2 078
Észak-Alföld	**6 156**

Forrás: Saját szerkesztés

2.2.20. A területi összehasonlító viszonyszámok Példa 2 megoldása

	A	B	C
1	**Adott az Észak-alföldi régió kisboltjainak száma 2019-ben:**		
2			
3	**Megnevezés**	**Boltok száma (db)**	**Területi összehasonlító viszonyszám**
4	Hajdú-Bihar megye	1 978	94,19%
5	Jász-Nagykun-Szolnok megye	2 100	100,00%
6	Szabolcs-Szatmár-Bereg megye	2 078	98,95%
7	**Észak-Alföld**	**6 156**	

14. ábra: A területi összehasonlító viszonyszámok kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A Jász-Nagykun-Szolnok megye boltszámához hasonlítjuk a többi megye boltszámát (14. ábra).

Hajdú-Bihar megye: =B4/$B$5 = 1 978 / 2 100 = 94,19%. Jelentése, hogy 2019-ben a Hajdú-Bihar megyében található kisboltok száma 5,81%-kal volt alacsonyabb, mint a Jász-Nagykun-Szolnok megyében lévő kisboltok száma.
Jász-Nagykun-Szolnok megye: =B5/$B$5 = 2 100 / 2 100 = 100,00%

Szabolcs-Szatmár-Bereg megye: =B6/$B$5 = 2 078 / 2 100 = 98,95%. Jelentése, hogy 2019-ben a Szabolcs-Szatmár-Bereg megyében található kisboltok száma 1,05%-kal volt alacsonyabb, mint a Jász-Nagykun-Szolnok megyében lévő kisboltok száma.

2.2.21. A teljesítmény viszonyszámok – Példa 1

Egy építőipari vállalkozásnál a következő árbevétel adatokat ismerjük:

10. táblázat: Az építőipari vállalkozás árbevétel adatai

	2017		2018	
	Terv	Tény	Terv	Tény
Árbevétel (MFt)	502	499	530	503

Forrás: Saját szerkesztés

a) Határozza meg a 2017-es és a 2018-as évre vonatkozó tervteljesítési viszonyszámot!

b) Határozza meg a 2018. évre vonatkozó tervfeladat viszonyszámot!

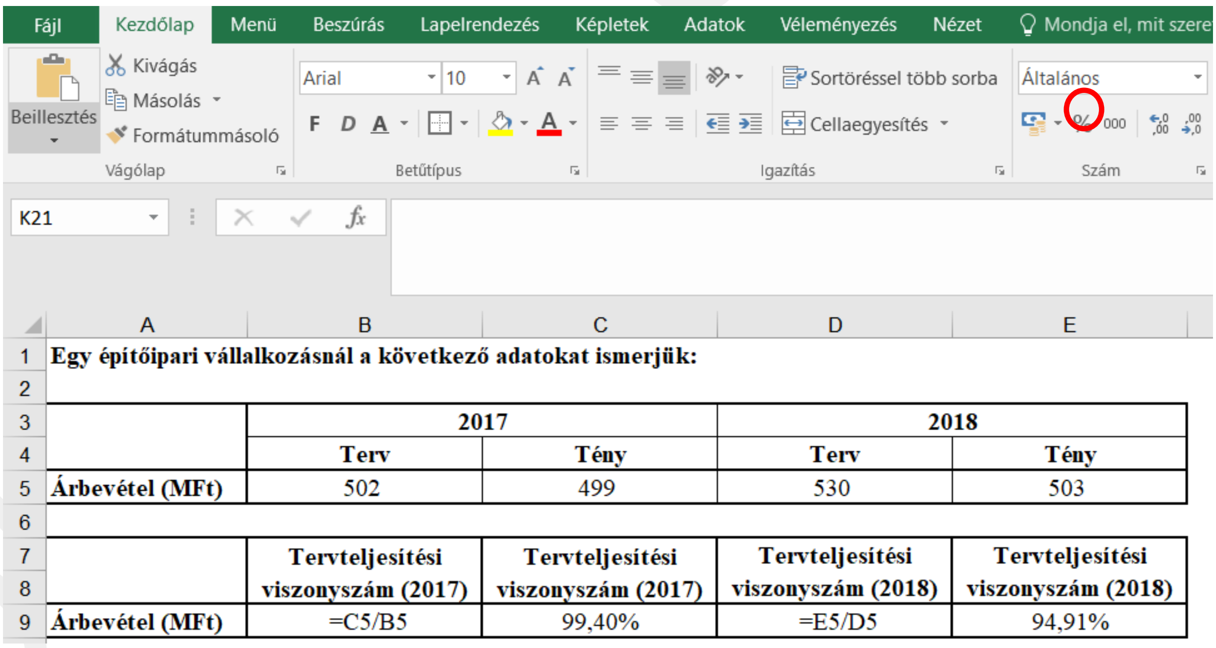
c) Készítsen dinamikus viszonyszámot a vizsgált időszakra!

2.2.22. A teljesítmény viszonyszámok Példa 1 megoldása

a) Határozza meg a 2017-es és a 2018-as évre vonatkozó tervteljesítési viszonyszámot!

A tervteljesítési viszonyszámok kiszámításához a következő képletet kell alkalmazni.

$$V_{tt} = \frac{adott\ idöszak\ TÉNY\ értéke}{adott\ idöszak\ TERV\ értéke}$$



	A	B	C	D	E
1	Egy építőipari vállalkozásnál a következő adatokat ismerjük:				
2					
3		2017		2018	
4		Terv	Tény	Terv	Tény
5	Árbevétel (MFt)	502	499	530	503
6					
7–8		Tervteljesítési viszonyszám (2017)	Tervteljesítési viszonyszám (2017)	Tervteljesítési viszonyszám (2018)	Tervteljesítési viszonyszám (2018)
9	Árbevétel (MFt)	=C5/B5	99,40%	=E5/D5	94,91%

15. ábra: A tervteljesítési viszonyszámok kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A 15. ábrán látható a 2017. évi és a 2018. évi tervteljesítési viszonyszámok kiszámítása. A 2017. évre vonatkozó tervteljesítési viszonyszám számításához szükséges a 2017. évi tényadat és a

2017. évi tervadat. A tényleges árbevétel értéket, vagyis a 499 MFt-ot osztjuk el a tervezett árbevétel értékkel, azaz az 502 MFt-tal. Ehhez a következő lépéseket kell elvégeznünk:

1. beállunk az egérrel a C9-es cellába,
2. egyenlőségjelet írunk (SHIFT és 7),
3. kijelöljük a 2017. évi tényadatot (C5),
4. osztás jelet (/) írunk,
5. kijelöljük a 2017. évi tervadatot (B5),
6. entert nyomunk,
7. a tervteljesítési viszonyszám kifejezési formája százalékos, ezért az eredményt százalékká kell alakítanunk (a menüsorban található % jel segítségével).

A kapott eredmény 499 / 502 = 0,994 = 99,40%, mely azt jelenti, hogy 2017-ben az építőipari vállalkozás esetén a tényleges árbevétel a tervezett értékhez képest 0,6%-kal volt kevesebb.

A 2018. évre vonatkozó tervteljesítési viszonyszám számításához szükséges a 2018. évi tényadat és a 2018. évi tervadat. A tényleges árbevétel értéket, vagyis az 503 MFt-ot osztjuk el a tervezett árbevétel értékkel, azaz az 530 MFt-tal. Ehhez a következő lépéseket kell elvégeznünk:

1. beállunk az egérrel az E9-es cellába,
2. egyenlőségjelet írunk,
3. kijelöljük a 2018. évi tényadatot (E5),
4. osztás jelet írunk,
5. kijelöljük a 2018. évi tervadatot (D5),
6. entert nyomunk,
7. az eredményt százalékká alakítjuk.

A kapott eredmény 503 / 530 = 0,9491 = 94,91%, mely azt jelenti, hogy 2018-ban az építőipari vállalkozás tényleges árbevétele a tervezett értékhez képest 5,09%-kal kevesebb.

b) Határozza meg a 2018. évre vonatkozó tervfeladat viszonyszámot!

A tervfeladat viszonyszám kiszámításához a következő képletet kell alkalmaznunk.

$$V_{tf} = \frac{adott\ idöszak\ TERV\ értéke}{megelözö\ idöszak\ TÉNY\ értéke}$$

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Egy építőipari vállalkozásnál a következő adatokat ismerjük:**						
2							
3		**2017**		**2018**		**Tervfeladat**	**Tervfeladat**
4		**Terv**	**Tény**	**Terv**	**Tény**	**viszonyszám**	**viszonyszám**
5	**Árbevétel (MFt)**	502	499	530	503	=D5/C5	106,21%

16. ábra: A tervfeladat viszonyszám kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A 16. ábrán láthatjuk a 2018. évi tervfeladat viszonyszám kiszámításának menetét, melynek során a 2018. évi tervezett árbevétel értéket, vagyis az 530 MFt-ot osztjuk el a 2017. évi tényleges árbevétel értékkel, azaz a 499 MFt-tal. Ehhez az alábbi lépéseket végezzük el:

1. beállunk az egérrel a G5-ös cellába,
2. egyenlőségjelet írunk,
3. kijelöljük a 2018. évi tervadatot (D5),
4. osztás jelet írunk,
5. kijelöljük a 2017. évi tényadatot (C5),
6. entert nyomunk,
7. az eredményt százalékká (%) alakítjuk.

A kapott eredmény 530 / 499 = 1,0621 = 106,21%, azaz az építőipari vállalkozás esetén a 2018. évi tervezett árbevétel érték 6,21%-kal volt magasabb, mint a 2017. évi tényleges árbevétel érték.

c) Készítsen dinamikus viszonyszámot a vizsgált időszakra!

A feladat megoldásánál a vizsgált időszak tény értékét osztjuk az előző időszak tény értékével.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Egy építőipari vállalkozásnál a következő adatokat ismerjük:**						
2							
3		**2017**		**2018**		**Dinamikus**	**Dinamikus**
4		**Terv**	**Tény**	**Terv**	**Tény**	**viszonyszám**	**viszonyszám**
5	**Árbevétel (MFt)**	502	499	530	503	=E5/C5	100,80%

17. ábra: A dinamikus viszonyszám kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A dinamikus viszonyszám számításához (17. ábra) szükségünk van a 2018. évi tényadatra és a 2017. évi tényadatra. A 2018. évi tényleges árbevétel érték (503 MFt) és a 2017. évi tényleges árbevétel érték (499 MFt) hányadosát vesszük.

Az alábbi lépéseket végezzük el:

1. beállunk az egérrel a G5-ös cellába,
2. egyenlőségjelet írunk,
3. kijelöljük a 2018. évi tényadatot (E5),
4. osztás jelet írunk,
5. kijelöljük a 2017. évi tényadatot (C5),
6. entert nyomunk,
7. az eredményt százalékká (%) alakítjuk.

A kapott eredmény 503 / 499 = 1,008 = 100,80%, vagyis az építőipari vállalkozás esetén a 2018. évi tényleges árbevétel érték 0,8%-kal volt magasabb, mint a 2017. évi tényérték.

2.2.23. A teljesítmény viszonyszámok – Példa 2

Egy vállalkozásnál a következő nettó jövedelemre vonatkozó adatokat ismerjük:

11. táblázat: A vállalkozás nettó jövedelemre vonatkozó ismert adatai

	2017		2018	
	Terv	Tény	Terv	Tény
Nettó jövedelem (MFt)	22,9	18,6	22,0	23,0

Forrás: Saját szerkesztés

a) Határozza meg a 2017-es és a 2018-as évre vonatkozó tervteljesítési viszonyszámot!

b) Határozza meg a 2018. évre vonatkozó tervfeladat viszonyszámot!

c) Készítsen dinamikus viszonyszámot a vizsgált időszakra!

2.2.24. A teljesítmény viszonyszámok Példa 2 megoldása

a) Határozza meg a 2017-es és a 2018-as évre vonatkozó tervteljesítési viszonyszámot!

	A	B	C	D	E
1	**Egy vállalkozásnál a következő adatokat ismerjük:**				
2					
3		2017		2018	
4		Terv	Tény	Terv	Tény
5	Nettó jövedelem (MFt)	22,9	18,6	22,0	23,0
6					
7		Tervteljesítési	Tervteljesítési	Tervteljesítési	Tervteljesítési
8		viszonyszám	viszonyszám	viszonyszám	viszonyszám
9	Nettó jövedelem (MFt)	=C5/B5	81,22%	=E5/D5	104,55%

18. ábra: A tervteljesítési viszonyszámok kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A 18. ábra a 2017-es és 2018-as évre vonatkozó tervteljesítési viszonyszám kiszámítását mutatja be.

2017. évi tervteljesítési viszonyszám: =C5/B5 = 18,6 / 22,9 = 0,8122 = 81,22%, melynek a jelentése, hogy a 2017-ben a vállalkozás esetén a tényleges árbevétel a tervezett értékhez képest 18,78%-kal volt alacsonyabb.
2018. évi tervteljesítési viszonyszám: =E5/D5 = 23,0 / 22,0 = 1,0455 = 104,55%, azaz a 2018-ban a vállalkozás esetén a tényleges árbevétel a tervezett értékhez képest 4,55%-kal volt magasabb.

b) Határozza meg a 2018. évre vonatkozó tervfeladat viszonyszámot!

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Egy vállalkozásnál a következő adatokat ismerjük:**						
2							
3		**2017**		**2018**		**Tervfeladat viszonyszám**	**Tervfeladat viszonyszám**
4		**Terv**	**Tény**	**Terv**	**Tény**		
5	**Nettó jövedelem (MFt)**	22,9	18,6	22,0	23,0	=D5/C5	118,28%

19. ábra: A tervfeladat viszonyszám kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A 19. ábrán láthatjuk a 2018. évi tervfeladat viszonyszám kiszámításának menetét. A 2018. évi tervfeladat viszonyszám: =D5/C5 = 22,0 / 18,6 = 1,1828 = 118,28%, azaz a vállalkozás esetén a 2018. évi tervezett árbevétel érték 18,28%-kal volt magasabb, mint a 2017. évi tényleges árbevétel érték.

c) Készítsen dinamikus viszonyszámot a vizsgált időszakra!

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Egy vállalkozásnál a következő adatokat ismerjük:**						
2							
3		**2017**		**2018**		**Dinamikus viszonyszám**	**Dinamikus viszonyszám**
4		**Terv**	**Tény**	**Terv**	**Tény**		
5	**Nettó jövedelem (MFt)**	22,9	18,6	22,0	23,0	=E5/C5	123,66%

20. ábra: A dinamikus viszonyszám kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

A dinamikus viszonyszám számítása látható a 20. ábrán. A dinamikus viszonyszám: =E5/C5 = 23,0 / 18,6 = 1,2366 = 123,66%, azaz a vállalkozás esetén a 2018. évi tényleges árbevétel érték 23,66%-kal volt magasabb, mint a 2017. évi tényérték.

2.2.25. Az intenzitási viszonyszámok – Példa 1

Egy magyarországi településen 12 bolt található, a lakosok száma 5450 fő.

a) Számítsa ki az 1000 lakosra jutó boltok számát!

b) Számítsa ki az egy boltra jutó lakosok számát!

2.2.26. Az intenzitási viszonyszámok Példa 1 megoldása

a) Számítsa ki az 1000 lakosra jutó boltok számát!

A feladat megoldásához egyenes intenzitási viszonyszámot kell számolnunk.

$$\frac{boltok\ száma}{lakosok\ száma} = \frac{12}{5450} * 1000 = 2{,}2 \frac{bolt}{1000\ fő}$$

Tehát a kalkuláció alapján a magyarországi településen 1000 lakosra 2,20 bolt jut.

b) Számítsa ki az egy boltra jutó lakosok számát!

A feladat megoldásához fordított intenzitási viszonyszámot kell számolnunk.

$$\frac{lakosok\ száma}{boltok\ száma} = \frac{5450}{12} = 454{,}17 \frac{fő}{bolt}$$

Tehát a magyarországi településen egy boltra 454,17 lakos jut.

2.2.27. Az intenzitási viszonyszámok – Példa 2

Ismerjük egy cukorgyár alkalmazottjaira és cukortermelésére vonatkozó 2018. évi adatokat (12. táblázat):

12. táblázat: A cukorgyár ismert adatai

	2018
Alkalmazottak száma (fő)	307
Fizikai foglalkoztatottak száma (fő)	261
Cukortermelés (1000 t)	85

Forrás: Saját szerkesztés

a) Számítsa ki az egy alkalmazottra jutó cukortermelést!

b) Számítsa ki az egy fizikai foglalkoztatottra jutó cukortermelést!

2.2.28. Az intenzitási viszonyszámok Példa 2 megoldása

a) Számítsa ki az egy alkalmazottra jutó cukortermelést!

Mivel az alkalmazottak és a cukortermelés között nem szoros a kapcsolat, ezért a feladat elvégzéshez nyers intenzitási viszonyszámot kell számítanunk.

$$\frac{cukortermeles}{alkalmazottak\ szama} = \frac{85}{307} = 0{,}277\frac{1000\,t}{fő} = 277\frac{t}{fő}$$

Számítás alapján a vizsgált cukorgyárban egy alkalmazottra 277 tonna cukor jutott 2018-ban.

b) Számítsa ki az egy fizikai foglalkoztatottra jutó cukortermelést!

Mivel a fizikai foglalkoztatottak és a cukortermelés között szoros kapcsolat van, ezért a feladat megoldásához tisztított intenzitási viszonyszámot kell számítanunk.

$$\frac{cukortermeles}{fizikai\ foglalkoztatottak\ szama} = \frac{85}{261} = 0{,}326\frac{1000\,t}{fő} = 326\frac{t}{fő}$$

Tehát a vizsgált cukorgyárban egy fizikai foglalkoztatottra 326 tonna cukor jutott 2018-ban.

3. A KÖZÉPÉRTÉKEK (Dr. habil. Csipkés Margit)

A középértékek a vizsgált statisztikai sokaságot egy olyan számmal jellemzik, amely mindenkor a sokaság centrumában helyezkedik el. A fősokasági középértékek mellett a különböző részsokaságra jellemző középértékeket is meghatározhatjuk, így lehetővé válik azok általános jellemzőinek összehasonlítása.

A középértékek egyik csoportja a *számított középértékek*, amelyek

- matematikai számítás eredményei és ezáltal
- az értéksor elemeivel matematikai összefüggésben állnak,
- az elemek értéknagyságának a centrumában állnak.

A másik csoportot a *helyzeti középértékek* képezik, amelyeket

- az elemek értéknagyság szerint rendezett sorából
- matematikai számítás nélkül jelölünk ki, és
- a kijelölés az adatok sorszámához vagy gyakoriságához kötődik.

3.1. A középértékek elméleti alapjai

3.1.1. A számított középértékek

Ebbe a csoportba tartoznak az átlagok. Ezeknek a mértékegysége mindig az alapfeladat mértékegységétől függnek. Kivételt képez a mértani átlag, mivel ennek a kifejezési formája százalék (%) lesz.

Számtani átlag

A számtani átlag az észlelési adatok olyan középértéke, melyet az adatok helyébe helyettesítve az adatsor összege változatlan marad. Súlyozatlan formában számoljuk, ha az átlagolandó értékek gyakorisága megegyezik, ha a gyakoriság különböző súlyozott formában számolunk.

Egyszerű számtani átlag: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$

Az egyszerű számtani átlag esetén lehetőségünk van az =ÁTLAG() függvény alkalmazására is. A zárójelbe az alapadatokat kell kijelölni.

Súlyozott számtani átlag: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$

A gyakorlatban az átlagolandó értékek száma igen nagy, gyakran ekkor osztályozással osztályközös gyakorisági sorokat képezünk, az osztályokba sorolt adatokat az osztályközéppel (u_i vagy x_i) jellemezzük. Az osztályközép értékét az adott intervallum alsó és felső határainak az átlaga adja meg. Azaz

$$\frac{adott\ \mathrm{int}ervallum\ alsó\ határa + adott\ \mathrm{int}ervallum\ felső\ határa}{2}$$

Az általános jelölése: u_i (feladatokban gyakran x_i jelölést fog kapni). Az átlag számítása osztályközös gyakorisági sorból:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i u_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

A számtani átlag:

- érzékeny a kiugró értékekre,
- nem mindig tipikus érték,
- a sor legkisebb és legnagyobb eleme között helyezkedik el,
- az átlagtól vett eltérések előjel szerinti összege 0.

A számtani átlag számításával kapott eredmény mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Kronologikus átlag

A kronologikus átlag az állapot idősor adataiból számított speciális számtani átlag. Számításának alapja, hogy két szomszédos időpontban mért állományok átlaga az időszak átlagát adja. A teljes időtartamra vonatkozó átlag az időszakok átlagának az átlagolásával határozható meg:

$$\bar{X}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \ldots + x_{n-1} + \frac{x_n}{2}}{n-1}$$

A kronologikus átlagot akkor használjuk, ha az alapadatok egymástól azonos távolságban helyezkedjenek el. Például minden hónap első napjára, vagy utolsó napjára állnak az adatok a rendelkezésre (január 1, február 1, március 1, stb.; vagy január 31, február 28, március 31, stb.). Másik feltételezésünk az, hogy az adott időpont nyitó értéke megegyezik a megelőző időszak záró értékével. Azaz, például január 31 adata megegyezik a február 1 adatával. Február 28 adata megegyezik március 1 adatával. stb.

A kronologikus átlagszámítással kapott eredmény mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Ha a *__hónap első napjaira__* vannak megadva az adataink, akkor a következő hónapokat kell a számításnál figyelembe venni (sárga részeket) (13. táblázat):

13. táblázat: A kronologikus átlag számításához szükséges időszakok, ha az első napok vannak megadva a hónapoknál

ÉV	Hónap, nap	Éves átlag	Fél éves átlag		Negyedéves átlag			
			I.	II.	I.	II.	III.	IV.
ADOTT ÉV	1. 1.	x_1	x_1		x_1			
	2. 1.	x_2	x_2		x_2			
	3. 1.	x_3	x_3		x_3			
	4. 1.	x_4	x_4		x_4	x_1		
	5. 1.	x_5	x_5			x_2		
	6. 1.	x_6	x_6			x_3		
	7. 1.	x_7	x_7	x_1		x_4	x_1	
	8. 1.	x_8		x_2			x_2	
	9. 1.	x_9		x_3			x_3	
	10. 1.	x_{10}		x_4			x_4	x_1
	11. 1.	x_{11}		x_5				x_2
	12. 1.	x_{12}		x_6				x_3
Következő év	1. 1.	x_{13}		x_7				x_4

Forrás: Saját szerkesztés

__Éves átlag__: adott év január 1-től adott év december 31-ig

Mivel a számoláshoz az adott év december 31.-ei adata is szükséges, így a következő év január 1.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy a december 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik a következő év január 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + \frac{x_{13}}{2}}{13-1}$$

Féléves átlag:

1. I. féléves átlag: adott év január 1-től adott év június 30-ig

   Mivel az adott év június 30.-ai adata is szükséges a számoláshoz, így az adott év július 1.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy a július 30.-a ZÁRÓ értéke megegyezik a július 1. NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \frac{x_7}{2}}{7-1}$$

2. II. féléves átlag: adott év július 1-től adott év december 31-ig

   Mivel az adott év december 31.-e adata is szükséges a számoláshoz, így a következő év január 1.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy az adott év december 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik a következő év január 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \frac{x_7}{2}}{7-1}$$

Negyedéves átlag:

1. I. negyedéves átlag: adott év január 1-től adott év március 31-ig

   Mivel az adott év március 31.-ei adata is szükséges a számoláshoz, így az adott év április 1.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy a március 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik az április 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

2. II. negyedéves átlag: adott év április 1-től adott év június 30-ig
   Mivel az adott év június 30.-ai adata is szükséges a kalkulációhoz, így az adott év július 1.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy az adott év június 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik az adott év július 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

3. III. negyedéves átlag: adott év július 1-től adott év szeptember 30-ig
   Mivel az adott év szeptember 30.-ai adata is szükséges a kalkulációhoz, így az adott év október 1.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy a szeptember 30.-a ZÁRÓ értéke megegyezik az október 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

4. IV. negyedéves átlag: adott év október 1-től adott év december 31-ig
   Mivel a számoláshoz az adott év december 31.-ei adata is szükséges, így a következő év január 1.-ei adatát kell figyelembe venni. Mivel a december 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik a következő év január 1-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

Ha a *hónap utolsó napjaira* vannak megadva az adataink, akkor a következő hónapokat kell a számításnál figyelembe venni (14. táblázat):

14. táblázat: A kronologikus átlag számításához szükséges időszakok, ha az utolsó napok vannak megadva a hónapoknál

ÉV	Hónap, nap	Éves átlag	Fél éves átlag		Negyedéves átlag			
			I.	II.	I.	II.	III.	IV.
Előző év	12. 31.	x_1	x_1		x_1			
ADOTT ÉV	1. 31.	x_2	x_2		x_2			
	2. 28.	x_3	x_3		x_3			
	3. 31.	x_4	x_4		x_4	x_1		
	4. 30.	x_5	x_5			x_2		
	5. 31.	x_6	x_6			x_3		
	6. 30.	x_7	x_7	x_1		x_4	x_1	
	7. 31.	x_8		x_2			x_2	
	8. 31.	x_9		x_3			x_3	
	9. 30.	x_{10}		x_4			x_4	x_1
	10. 31.	x_{11}		x_5				x_2
	11. 30.	x_{12}		x_6				x_3
	12. 31.	x_{13}		x_7				x_4

Forrás: Saját szerkesztés

Éves átlag: adott év január 1-től adott év december 31-ig

Mivel az adott év január 1.-ei adata is szükséges a számításhoz, így az előző év december 31.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy az előző év december 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik az adott év január 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + \frac{x_{13}}{2}}{13 - 1}$$

Féléves átlag:

1. I. féléves átlag: adott év január 1-től adott év június 30-ig

   Mivel az adott év január 1.-ei adata is szükséges a kalkulációhoz, így a megelőző év december 31.-ei adatát kell figyelembe venni. Mivel az előző év december 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik az adott év január 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \frac{x_7}{2}}{7-1}$$

2. II. féléves átlag: adott év július 1-től adott év december 31-ig
   Mivel az adott év július 1.-ei adata is szükséges, így az adott év június 31.-ei adatát kell a számoláshoz felhasználni. Ennek oka, hogy az adott év június 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik az adott év július 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \frac{x_7}{2}}{7-1}$$

<u>Negyedéves átlag:</u>

1. I. negyedéves átlag: adott év január 1-től adott év március 31-ig
   Mivel az adott év január 1.-ei adata is szükséges a számoláshoz, így az előző év december 31.-ei adatát kell figyelembe venni. Ennek oka, hogy az előző év december 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik az adott év január 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

2. II. negyedéves átlag: adott év április 1-től adott év június 30-ig
   Mivel az adott év április 1.-ei adata is szükséges a számoláshoz, így az adott év március 31.-ei adatát kell a számoláshoz felhasználni. Ennek oka, hogy az adott év március 31.-ei ZÁRÓ értéke megegyezik az adott év április 1.ei NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

3. III. negyedéves átlag: adott év július 1-től adott év szeptember 30-ig

   Mivel az adott év július 1.-ei adata is szükséges a számoláshoz, így az adott év június 31.-ei adatát kell figyelembe venni. Mivel a június 31.-e ZÁRÓ értéke megegyezik a július 1.-e NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

4. IV. negyedéves átlag: adott év október 1-től adott év december 31-ig

   Mivel az adott év október 1.-ei adata is szükséges a számoláshoz, így az adott év 1.-ei adatát kell a számoláshoz felhasználni. Mivel a december 31 ZÁRÓ értéke megegyezik a következő év január 1 NYITÓ értékével számviteli elszámolás alapján.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

Harmonikus átlag

A harmonikus átlagot olyan intenzitási viszonyszámok átlagának meghatározására használjuk, amelyek fordított arányt tükröznek. A harmonikus átlag esetén azt az értéket keressük, amelynek reciprokát az eredeti adatok helyére írva, egyenlő az eredeti adatok reciprokértékeinek összegével.

Ezt az átlagtípust akkor alkalmazzuk, ha teljesítmény adatok állnak a rendelkezésünkre (például motorteljesítmény, betakarítási adatok, vagy futási köreredmények, stb.).

Egyszerű harmonikus átlag: $$\overline{x_h} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$$

Súlyozott harmonikus átlag: $$\overline{x_h} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i \frac{1}{x_i}}$$

A harmonikus átlagszámítással kapott eredmény mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Mértani átlag

A mértani átlag az időbeli, dinamikus folyamatok változási ütemének átlagát adja. Számítását leggyakrabban a dinamikus viszonyszámok segítségével végezzük el.
Ez az egyedüli átlagszámítási formulánk, ahol a kifejezési formánk nem az alapadatok mértékegységével egyezik meg. Itt százalékos lesz a kifejezési formánk.

A szakirodalom alapján a következő képletekkel találkozunk:

Egyszerű mértani átlag: $\bar{X}_g = \sqrt[n]{\Pi x_i}$

Súlyozott mértani átlag: $\bar{X}_g = \sqrt[\sum_{i=1}^{n} f_i]{\Pi x_i^{f_i}}$

A gyakorlatban ahhoz, hogy meg tudjuk határozni a mértani átlagot bázis és lánc viszonyszámot szoktunk alkalmazni.
A lánc viszonyszámból számított mértani átlag: $\bar{x} = \sqrt[n]{V_{L2} * V_{L3} * \ldots * V_{Ln}}$

Azaz lánc viszonyszámból úgy számolunk mértani átlagot, hogy az összes láncviszonyszámot összeszorozzuk egymással és n-edik gyököt vonunk belőle. Az „n” értékét úgy határozzuk meg, hogy mennyi darab lánc viszonyszámunk van a számításban. Az eredményt %-os formában fejezzük ki. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést határoz meg a kezdeti időszakról a befejező időszakig.
Számítógépbe ezt a követező képletsorral számoljuk ki:
=hatvány(szorzat(összes lánc viszonyszám kijelölés);1/n)

Bázis viszonyszámból számított mértani átlag: $\bar{x} = \sqrt[n-1]{\frac{V_{Bn}}{V_{B1}}}$

Azaz, bázis viszonyszámból úgy számolunk mértani átlagot, hogy az utolsó bázis viszonyszám értékét elosztjuk az első bázis viszonyszám értékével, és ebből vonunk „n−1"-edik gyököt. Mivel az első bázis viszonyszám értékünk MINDIG 100% (vagyis 1), így elegendő az utolsó bázis viszonyszámot figyelembe venni az „n−1"-edik gyök alatt.

Számítógépbe ezt a követező képletsorral számoljuk ki:
=hatvány(utolsó bázisviszonyszám;1/(n−1))
Eredményünk lehet 100% alatt és felett is. 100% felett növekedés, míg 100% alatt csökkenés van.
106%-os eredmény például azt jelenti (ha 2010-től 2018-ig vannak megadva évente az adatok), hogy a kezdő (2010) évtől a befejező (2018) évig évente átlagosan 6%-os növekedés következett be a vizsgált adatbázison.
89%-os eredmény például azt jelenti (ha 2010-től 2018-ig vannak megadva évente az adatok), hogy a kezdő (2010) évtől a befejező (2018) évig évente átlagosan 11%-os csökkenés következett be a vizsgált adatbázison.

Négyzetes átlag

A négyzetes átlag meghatározásánál azt a számot keressük, amelyet az eredeti adatok helyére helyettesítve az adatsor négyzetösszege változatlan marad.

Súlyozatlan: $\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$ Súlyozott: $\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{n} f_i}}$

A négyzetes átlagot önálló formában nem használjuk, általában az átlagtól vett eltérések átlagos távolságának meghatározására használjuk.
A négyzetes átlagszámítással kapott eredmény mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Mindig a vizsgálat célját, az elemezni kívánt jelenség tulajdonságai határozzák meg, hogy milyen típusú átlagot számolunk.

Ugyanabból a sokaságból számított különböző átlagok nagysága eltér egymástól:

$$\bar{X}_h < \bar{X}_g < \bar{X}_a < \bar{X}_q$$

3.1.2. A helyzeti középértékek

A gyakorlatban nem mindig az átlagok a legalkalmasabbak a sorok jellemzésére, hanem az olyan mutatók, amelyek helyzetük révén jellemzik a statisztikai sort, vagy a sorszámuk miatt, vagy pedig a legnagyobb gyakoriság centrumában helyezkednek el. Az ilyen középértékeket helyzeti középértéknek nevezzük.

Medián

A medián a sorba rendezett adatsor közepén elhelyezkedő középérték, amelynél az összes előforduló ismérvérték fele kisebb, fele pedig nagyobb.

A medián a rangsorolt adatok $\frac{n+1}{2}$-ik elemének az értéke. Ha az értéksor páratlan számú adatból áll, a medián a középső adat értéke. Ha páros, akkor a két középső szám számtani átlagának az értéke.

Például, ha eredményként 100 millió Ft kapunk egy adatbázison, akkor azt mondjuk, hogy a vizsgált sokaság 50%-a 100 millió Ft alatt van, míg 50% e felett.

A számítógépnél a =MEDIÁN() függvényt kell alkalmazni.

A kapott eredmény mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Módusz

A módusz a tipikus ismérvérték, diszkrét ismérv esetén a módusz a leggyakrabban előforduló ismérvérték, folytonos ismérv esetén a gyakorisági görbe maximumhelye.

Vannak olyan statisztikai sorok, amelyeknek két módusza van (U vagy M alakú sorok). A csoportosító ismérvekkel történő részsokaságokra történő bontással általában a több móduszból eredő problémák megszüntethetők.

Számítógépben a =MÓDUSZ() függvényt kell alkalmazni.

A kapott eredmény mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

3.2. A középértékek alkalmazásának bemutatása

3.2.1. Egyszerű (súlyozatlan) számtani átlag – Példa 1

Számítsa ki átlagosan hány fő járt a csoportokba a 2. évfolyamon (15. táblázat)? Értelmezze a kapott eredményeket.

15. táblázat: Az egyetemi létszám adatok a 2. évfolyamon csoportbontásban

Csoport elnevezés	Összes létszám (fő)
1. csoport	154
2. csoport	155
3. csoport	162
4. csoport	172
5. csoport	135

Forrás: Saját összeállítás

3.2.2. Egyszerű számtani (súlyozatlan) átlag Példa 1 megoldása

Mivel az alapadataink gyakorisági értékek nélkül szerepelnek a táblázatban, így egyszerű (súlyozatlan) számtani átlagot kell számolni (21 ábra).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Ismert a második évfolyamos pénzügy-számvitel Bsc-s hallgatók létszám adatai:							
2								
3	**Csoport elnevezés**	**Összes létszám (fő)**						
4	**1. csoport**	154		Átlag	=ÁTLAG(B4:B8)	=	155,60 fő	
5	**2. csoport**	155						
6	**3. csoport**	162						
7	**4. csoport**	172						
8	**5. csoport**	135						
9	**Összesen**	**=SZUM(B4:B8)**		Átlag	=B10/5	=	155,60 fő	
10	**Összesen**	**778**						
11								

21. ábra: A súlyozatlan számtani átlag számítása a példa adatai alapján
Forrás: Saját szerkesztés

Az alapadatok összegét vesszük a =SZUM() függvény segítségével, és az összeget osztjuk el az elemek számával.

Lehetőség van egyszerű (súlyozatlan) átlagszámítás esetén az =ÁTLAG() függvényt is alkalmazni. A zárójelbe az alapadatokat kell kijelölni.

Eredményként azt kaptuk, hogy az átlagos évfolyamonkénti létszám 156 fő (kerekítve).

3.2.3. Egyszerű (súlyozatlan) számtani átlag – Példa 2

Adott egy bolt vásárlói létszáma 2019. egyik hetében (16. táblázat):

16. táblázat: A bolt vásárlói létszámának az alakulása egy adott héten

Napok	Vásárlók száma, fő
Hétfő	365
Kedd	348
Szerda	310
Csütörtök	307
Péntek	349
Szombat	355
Vasárnap	370

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg, hogy mennyi volt az átlagos napi vásárlói létszám. Értelmezze a kapott eredményt.

3.2.4. Egyszerű (súlyozatlan) számtani átlag Példa 2 megoldása

	A	B	C	D	E
1	Adott egy bolt vásárlói létszáma egy adott héten				
2					
3		Me. vásárlók száma, fő			
4	**Napok**	**Vendégéjszaka**			
5	**Hétfő**	365		Átlag	=ÁTLAG(B5:B11)
6	**Kedd**	348			343,43 fő
7	**Szerda**	310			
8	**Csütörtök**	307			
9	**Péntek**	349			
10	**Szombat**	355			
11	**Vasárnap**	370			
12	Összesen	=SZUM(B5:B11)			
13	Összesen	2 404			
14					
15	Átlag	343,43 fő			

22. ábra: A súlyozatlan számtani átlag számítása a példa adatai alapján
Forrás: Saját szerkesztés

Az átlagos vásárlói létszám 344 fő a kisboltban kerekítve (22. ábra).

3.2.5. Súlyozott számtani átlag – Példa 1

A nappali tagozatos egyetemi hallgatók matematika vizsgáinak eredményei az 1. évfolyamon a következő (17. táblázat):

17. táblázat: A nappali tagozatos egyetemi hallgatók matematika vizsga eredményei az első évfolyamon

Osztályzat	Nappali tagozat (fő)
5	28
4	36
3	44
2	36
1	15

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg az első évfolyamos hallgatók átlagos matematika eredményét. Értelmezze a kapott eredményt.

3.2.6. Súlyozott számtani átlag Példa 1 megoldása

Mivel az adott példánkban gyakorisági értékek is szerepelnek (nappali tagozatos hallgatói létszám), így súlyozott átlagot kell számolni. Itt már nem lehet az =ÁTLAG() függvényt alkalmazni.

Itt a következő képletet kell használni:

$$\bar{X}_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Ahhoz, hogy meg tudjuk határozni az átlagot el kell jelölni az egyes oszlopokat. Mindig azt választjuk „x"-nek, aminek az átlagát meg akarjuk határozni. Esetünkben a jegyek átlagát akarjuk meghatározni (így ez lesz az „x"). A gyakorisági értékünk, a hallgatói létszám lesz, így ezt jelöljük el „f"-fel.

Az eljelöléseket követően egy új oszlopot készítünk, melyet f*x jelöléssel látunk el. Tehát a nappali tagozatos hallgatók adott értékét meg kell szorozni az adott osztályzat értékével.

Ezeket soronként ki kell számolni, majd a =SZUM() függvénnyel összeadjuk az értékeket (példában ennek az értéke 503). Utána összegezzük a nappali tagozatos hallgatók létszámát is (159 fő).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Az egyetemi hallgatók matematika vizsgáinak eredményei az 1. évfolyamon a következő:						
2							
3	x	f	f * x				
4	**Osztályzat**	**Nappali tagozat**					
5	**5**	28	=A5*B5	140		Súlyozott számtani átlag	
6	**4**	36	=A6*B6	144		=D10/B11	
7	**3**	44	=A7*B7	132		3,16	
8	**2**	36	=A8*B8	72			
9	**1**	15	=A9*B9	15			
10	**Összesen**	**=SZUM(B5:B9)**	**=SZUM(C5:C9)**	**503**			
11		**159**					

23. ábra: A súlyozott számtani átlag megoldása a példa adatai alapján

Forrás: Saját szerkesztés

Eredményül azt kaptuk, hogy a hallgatók matematika vizsga jegyátlaga a létszám függvényében átlagosan 3,16 (23. ábra).

3.2.7. Súlyozott számtani átlag – Példa 2

A levelező tagozatos egyetemi hallgatók matematika vizsgáinak eredményei az 1. évfolyamon a következő (18. táblázat):

18. táblázat: A levelező tagozatos egyetemi hallgatók matematika vizsga eredményei az első évfolyamon

Osztályzat	Levelező tagozat (fő)
5	31
4	30
3	48
2	31
1	3

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg a levelező tagozatos, első évfolyamos hallgatók átlagos matematika vizsga eredményét. Értelmezze a kapott eredményt.

3.2.8. Súlyozott számtani átlag Példa 2 megoldása

	A	B	C	D	E	F
1	A levelező tagozatos egyetemi hallgatók matematika vizsgáinak eredményei az 1. évfolyamon a következő:					
2						
3	**x**	**f**	**f * x**			
4	**Osztályzat**	**Levelező tagozat**				
5	**5**	31	=A5*B5	155		Súlyozott számtani átlag
6	**4**	30	=A6*B6	120		=D10/B11
7	**3**	48	=A7*B7	144		3,38
8	**2**	31	=A8*B8	62		
9	**1**	3	=A9*B9	3		
10	**Összesen**	**=SZUM(B5:B9)**	**=SZUM(C5:C9)**	**484**		
11		**143**				

24. ábra: A súlyozott számtani átlag megoldása a példa adatai alapján

Forrás: Saját szerkesztés

Tehát a levelező tagozatosok átlagos matematika vizsga eredménye 3,38 az első évfolyamon (24. ábra).

3.2.9. Súlyozott számtani átlag – Példa 3

Ismert a „Kisokos" vállalkozás részmunkaidős statisztikai állományi létszáma (fő) (19. táblázat).

19. táblázat: A vizsgált vállalkozás részmunkaidős dolgozóinak létszám adatai

Életkor (év)			Részmunkaidős létszám (fő)
18	-	**23**	14
24	-	**29**	16
30	-	**35**	19
36	-	**41**	24
42	-	**47**	24
48	-	**53**	42
54	-	**59**	29

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg az átlagos életkor nagyságát a vállalkozás esetében. Értelmezze a kapott eredményt.

3.2.10. Súlyozott számtani átlag Példa 3 megoldása

Abban az esetben, ha az átlagolandó értékek nem „egyszerű” szám formájában vannak megadva, hanem osztályközös gyakorisági sor formájában, akkor is súlyozott számtani átlagot kell számolni.

Ebben az esetben először meg kell határozni az osztályközép értékét. Ennek meghatározásához alkalmazzuk a következő képletet:

$$\frac{\textit{alsó határ} + \textit{felső határ}}{2}$$

A példában az osztályközép értékei a következők (25. ábra):

1. intervallum: (18+23)/2 = 20,50
2. intervallum: (24+29)/2 = 26,50
3. intervallum: (30+35)/2 = 32,50
4. stb.

	A	B	C	D	E	F
1	A "Kisokos" vállalkozás részmunkaidős statisztikai állománya fő.					
2						
3	**Életkor (év)**			**Részmunkaidős létszám (fő)**	**Osztályközép (x)**	
4	**18**	-	**23**	14	=(A4+C4)/2	20,50
5	**24**	-	**29**	16	=(A5+C5)/2	26,50
6	**30**	-	**35**	19	=(A6+C6)/2	32,50
7	**36**	-	**41**	24	=(A7+C7)/2	38,50
8	**42**	-	**47**	24	=(A8+C8)/2	44,50
9	**48**	-	**53**	42	=(A9+C9)/2	50,50
10	**54**	-	**59**	29	=(A10+C10)/2	56,50

25. ábra: Az osztályközös gyakorisági sorból számított osztályközép levezetése

Forrás: Saját szerkesztés

Az osztályközép értékeit eljelöljük az „x”-nek, míg a részmunkaidős létszámot „f”-fel (mivel az életkor átlagát akarom megkapni, így ez lesz az „x” jelölés).

Innentől kezdve már ugyanúgy kell számolni, mint az előző példában is, tehát be kell helyettesíteni a következő képletbe:

$$\overline{X}_a = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Egy új oszlopot készítünk, melyet f*x jelöléssel látunk el. Az adott részmunkaidős létszámot összeszorozzuk az adott osztályközép értékével minden sorban (26 ábra). Ezután ezt a =SZUM() függvénnyel összegzem (7080). Ezután összegzem a részmunkaidős létszámot is (168 fő).

	A	B	C	D	E	F	G
1	A "Kisokos" vállalkozás részmunkaidős statisztikai állománya fő.						
2							
3	**Életkor (év)**			**Részmunkaidős létszám (fő)**	**Osztályközép (x)**	**f * x**	
4	**18**	-	**23**	14	20,5	**=D4*E4**	**287**
5	**24**	-	**29**	16	26,5	**=D5*E5**	**424**
6	**30**	-	**35**	19	32,5	**=D6*E6**	**617,5**
7	**36**	-	**41**	24	38,5	**=D7*E7**	**924**
8	**42**	-	**47**	24	44,5	**=D8*E8**	**1068**
9	**48**	-	**53**	42	50,5	**=D9*E9**	**2121**
10	**54**	-	**59**	29	56,5	**=D10*E10**	**1639**
11	**Összesen**			**=SZUM(D4:D10)**		**=SZUM(F4:F10)**	**7080**
12				**168**			

26. ábra: A súlyozott számtani átlag megoldása a példa adatai alapján

Forrás: Saját szerkesztés

Ezután a 7080 és a 168 hányadosát képezzük. Eredményül azt kaptuk, hogy a hallgatók matematika vizsga jegyátlaga a létszám függvényében átlagosan 7080/168 = 42,14 év.

3.2.11. Súlyozott számtani átlag – Példa 4

Egy vállalkozás dolgozóinak kereseti adatai 2019. év augusztusában (20. táblázat):

20. táblázat: A vizsgált vállalkozás kereset adatainak alakulása 2019. augusztusában

Kereset (ezer Ft)	Dolgozók száma (fő)
– 125,0	16
125,1 – 150,0	20
150,1 – 175,0	16
175,1 – 200,0	15
200,1 – 225,0	11
225,1 – 250,0	7

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg az átlagos kereset nagyságát a vizsgált vállalkozásban. Értelmezze a kapott eredményt.

3.2.12. Súlyozott számtani átlag Példa 4 megoldása

Egy vállalkozás dolgozóinak kereseti adatai 2019. augusztusában

	A–C	D	E	F	G	H
3	**Kereset (ezer Ft)**	**Dolgozók száma (fő)**	**Osztályközép (x)**		**f * x**	
4	**100,1 - 125,0**	16	=(A4+C4)/2	112,55	=F4*D4	1800,8
5	**125,1 - 150,0**	20	=(A5+C5)/2	137,55	=F5*D5	2751
6	**150,1 - 175,0**	16	=(A6+C6)/2	162,55	=F6*D6	2600,8
7	**175,1 - 200,0**	15	=(A7+C7)/2	187,55	=F7*D7	2813,25
8	**200,1 - 225,0**	11	=(A8+C8)/2	212,55	=F8*D8	2338,05
9	**225,1 - 250,0**	7	=(A9+C9)/2	237,55	=F9*D9	1662,85
10	**Összesen**	**=SZUM(D4:D9)**			**=SZUM(G4:G9)**	**13966,8**
11		**85**				

27. ábra: A súlyozott számtani átlag megoldása a példa adatai alapján

Forrás: Saját szerkesztés

A példa megoldása: = 13966,8/85 = 164,315 ezer Ft (27. ábra). Azaz az átlagos dolgozói kereset a vizsgált vállalkozás esetén 164 315 Ft volt 2019. év augusztusában.

3.2.13. Egyszerű (súlyozatlan) harmonikus átlag – Példa 1

Egy üzemben 10 munkás teljesítményét mérték. A mérés eredményei az alábbiak voltak 2019. év szeptemberében (21. táblázat):

21. táblázat: A dolgozók teljesítményének mérési adatai 2019. szeptember 01.-én

Me. perc/munkadarab

Dolgozó	Teljesítmény
1	12
2	15
3	16
4	13
5	12
6	14
7	14
8	15
9	12
10	15

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg az átlagos teljesítmény nagyságát a vállalkozásnál.

3.2.14. Egyszerű (súlyozatlan) harmonikus átlag Példa 1 megoldása

Mivel a példában teljesítmény adatok vannak megadva, így harmonikus átlagot kell számolni. A teljesítmény adatok felsorolás formájában vannak megadva, így súlyozatlan, egyszerű harmonikus átlagot kell számolni.

A teljesítmény adatokat eljelöljük „x"-el és ezt követően reciprok értékeit képezzük a teljesítmény adatoknak. Mivel a reciprok érték képzésével 0–1 közötti értékeket fogunk kapni, így itt 5 számjegyig ajánlatos számolni (28. ábra).

	A	B	C	D	E
1	Egy üzemben 10 munkás teljesítményét mérték. A mérés eredményei az alábbiak voltak 2019. szeptemberében:				
2		xi			
3		Me. perc/munkadb			
4	**Dolgozó**	**Teljesítmény**	1 / xi		
5	**1**	12	=1/B5	0,08333	
6	**2**	15	=1/B6	0,06667	
7	**3**	16	=1/B7	0,06250	
8	**4**	13	=1/B8	0,07692	
9	**5**	12	=1/B9	0,08333	
10	**6**	14	=1/B10	0,07143	
11	**7**	14	=1/B11	0,07143	
12	**8**	15	=1/B12	0,06667	
13	**9**	12	=1/B13	0,08333	
14	**10**	15,0	=1/B14	0,06667	
15	**Összesen**		**=SZUM(C5:C14)**	**0,73228**	

28. ábra: A súlyozatlan harmonikus átlag megoldása a példa adatai alapján
Forrás: Saját szerkesztés

A reciprok értékek meghatározását követően a =SZUM() függvényt alkalmazzuk, melynek eredménye 0,73228. Az összesen értéket behelyettesítve a képletbe megkapjuk a végeredményt:

$$\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{10}{0{,}73228} = 13{,}66\, perc\, /\, munkadb$$

Tehát az átlagos teljesítménye egy dolgozónak 13,66 perc az adott munkadarabon.

3.2.15. Egyszerű (súlyozatlan) harmonikus átlag – Példa 2

2019.09.01.-én vizsgálták egy debreceni vállalat 6 különböző szektorában az előállított mennyiségeket (22. táblázat).

22. táblázat: A dolgozók teljesítményének mérési adatai 2019. szeptember 01.-én

Szektor	Termelt mennyiség (db/nap)
Fekete	1 250
Kék	1 236
Zöld	1 190
Piros	1 170
Fehér	1 260
Barna	1 290

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg a 6 szektor adatai alapján, hogy a cégnél mennyi az átlagos termelési mennyiség.

3.2.16. Egyszerű (súlyozatlan) harmonikus átlag Példa 2 megoldása

	A	B	C	D
1	Egy adott napon vizsgálták egy vállalat előállított mennyiségeit Debrecenben 2019. szeptember 1.-én			
2		x		
3	**Szektor**	**Termelt mennyiség (db/nap)**	**1/xi**	
4	**Fekete**	1 250	=1/B4	0,00080
5	**Kék**	1 236	=1/B5	0,00081
6	**Zöld**	1 190	=1/B6	0,00084
7	**Piros**	1 170	=1/B7	0,00085
8	**Fehér**	1 260	=1/B8	0,00079
9	**Barna**	1 290	=1/B9	0,00078
10	**Összesen**		**=SZUM(C4:C9)**	**0,004873**

29. ábra: A súlyozatlan harmonikus átlag megoldása a példa adatai alapján

Forrás: Saját szerkesztés

Az átlagos teljesítmény (29. ábra) az adatok alapján $\frac{6}{0{,}004873} = 1231{,}27\ db/nap$

3.2.17. Súlyozott harmonikus átlag – Példa 1

Egy üzemben felmérést végeztek, hogy az egyes munkadarabokat mennyi idő alatt készítik el a dolgozók. A mérés eredményei az alábbiak voltak 2019. szeptember 1.-én:

23. táblázat: A vállalkozásnál dolgozó munkások teljesítmény adatai 2019. szeptember 01.-én

Dolgozók száma (fő)	Teljesítmény (perc/munkadarab)
5	10
12	11
14	12
10	13
7	14
6	17
7	20

Forrás: Saját összeállítás

Határozza meg az átlagos teljesítményt egy főre levetítve.

3.2.18. Súlyozott harmonikus átlag Példa 1 megoldása

Ebben a feladatban is teljesítmény adatok vannak megadva, így itt is harmonikus átlagot kell számolni. Mivel itt vannak gyakorisági értékek is, így súlyozott harmonikus átlagot kell számolni.

A számításhoz a következő képletet fogjuk alkalmazni:

$$\overline{X}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i \frac{1}{x_i}}$$

Az első lépésként meg kell határozni a jelöléseket. Az „f" a gyakoriság (a dolgozók száma), az „x" az átlagolandó értékeket (teljesítmény) fogja jelölni. Ezt követően lehet az $\frac{f}{x}$ hányadost képezni, melyet a végén össze kell adni a =SZUM() függvény segítségével.

A képlet alapján így meg kell határozni az összes gyakoriság értékét is (61) a =SZUM() függvény segítségével (30. ábra).

	A	B	C	D	E	F
1	Egy üzemben felmérést végeztek, hogy az egyes munkadarabokat mennyi idő alatt készitik el a					
2	dolgozok. A mérés eredményei az alábbiak voltak 2019. szeptember 1.-én:					
3	f	x				
4	**Dolgozók száma (fő)**	**Teljesítmény (perc/munkadb)**	**f / x**			
5	**5**	10	=A5/B5	0,50000		
6	**12**	11	=A6/B6	1,09091		
7	**14**	12	=A7/B7	1,16667		
8	**10**	13	=A8/B8	0,76923		
9	**7**	14	=A9/B9	0,50000		
10	**6**	17	=A10/B10	0,35294		
11	**7**	20	=A11/B11	0,35000		
12	=SZUM(A5:A11)		=SZUM(C5:C11)	4,72975		
13	61					

30. ábra: A súlyozatlan harmonikus átlag megoldása a példa adatai alapján

Forrás: Saját szerkesztés

A képletbe helyettesítve a következő eredményt kapjuk:

$$\overline{x}_h = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{61}{4{,}72975} = 12{,}90$$

Tehát az átlagos teljesítmény nagysága 12,90 perc/munkadarab egy főre levetítve a dolgozók létszámát figyelembe véve.

3.2.19. Súlyozott harmonikus átlag – Példa 2

Egy motorszaküzletben ismertek a következő adatok 2019. szeptember 1.-jén (24. táblázat):

24. táblázat: A motorok teljesítménye a szaküzletben

Motor száma (db)	Teljesítmény (LE)
5	350
3	250
6	200
1	158
7	170
10	310

Forrás: Saját adatgyűjtés

Határozza meg az átlagos teljesítményt a vizsgált szaküzletben egy motorra levetítve.

3.2.20. Súlyozott harmonikus átlag Példa 2 megoldása

	A	B	C	D	E
1	Egy motorszaküzletben ismertek a következő adatok 2019. szeptember 1.-jén:				
2	fi	xi			
4	**Motor száma (db)**	**Teljesítmény (LE)**	fi / xi		
5	**5**	350	=A5/B5	0,01429	
6	**3**	250	=A6/B6	0,01200	
7	**6**	200	=A7/B7	0,03000	
8	**1**	158	=A8/B8	0,00633	
9	**7**	170	=A9/B9	0,04118	
10	**10**	310	=A10/B10	0,03226	
11	**=SZUM(A5:A10)**		**=SZUM(C5:C14)**	**0,13605**	
12	**32**				

31. ábra: A súlyozatlan harmonikus átlag megoldása a példa adatai alapján
Forrás: Saját szerkesztés

Az átlagos motor teljesítmény a motorok mennyiségét figyelembe véve 32/0,13605 = 235,21 LE/motor (31. ábra).

3.2.21. Kronologikus átlag – Példa 1 (a hónap első napjai adottak)

Ismert egy debreceni vegyesbolt látogatói létszáma 2018. évben (25. táblázat).

25. táblázat: Egy debreceni vegyesbolt látogatói száma 2018. évben

Időpont	Látogatói létszám (fő)
január 1.	3500
február 1.	3450
március 1.	3360
április 1.	3260
május 1.	3790
június 1.	3790
július 1.	3960
augusztus 1.	3760
szeptember 1.	3680
október 1.	3970
november 1.	3800
december 1.	3700
december 31.	3680

Forrás: Saját adatgyűjtés

a) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. évben.
b) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év I. félévében.
c) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 2. félévében.
d) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 1. negyedévében.
e) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 2. negyedévében.
f) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 3. negyedévében.
g) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 4. negyedévében.

3.2.22. Kronologikus átlag Példa 1 megoldása (a hónap első napjai adottak)

Mivel a hónap első napjára vannak az adatok megadva, így a kalkulációnál az elméletnél leírt (13. táblázat) kell alkalmazni.

a) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. évben.

Éves átlagot kell számolni.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + \frac{x_{13}}{2}}{13-1}$$

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{3500}{2} + 3450 + 3360 + \ldots + 3800 + 3700 + \frac{3680}{2}}{13-1} = 3675{,}83$$

	A	B	C	D	E	F
2						
3		**Időpont**	**Látogatói létszám (fő)**	**Jelölés**		
4	**Adott év**	**január 1.**	3500	x_1	=B4/2	1750
5		**február 1.**	3450	x_2		
6		**március 1.**	3360	x_3		
7		**április 1.**	3260	x_4		
8		**május 1.**	3790	x_5		
9		**június 1.**	3790	x_6		
10		**július 1.**	3960	x_7		
11		**augusztus 1.**	3760	x_8		
12		**szeptember 1.**	3680	x_9		
13		**október 1.**	3970	x_{10}		
14		**november 1.**	3800	x_{11}		
15		**december 1.**	3700	x_{12}		
16	**Következő év**	**január 1.**	3680	x_{13}	=C16/2	1840
18	Adott év december 31 = következő év január 1					

32. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira (éves átlag)

Forrás: Saját szerkesztés

Tehát havonta átlagosan a vegyes kisboltba 3675,83 fő ~3676 fő látogatott el (32. ábra).

b) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év I. félévében.

A kalkulációt az 1. félévre kell kiszámolni.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \frac{x_7}{2}}{7-1}$$

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3		**Időpont**	**Látogatói létszám (fő)**	Jelölés			
4	**Adott év**	**január 1.**	3500	x_1	=B4/2	1750	
5		**február 1.**	3450	x_2			
6		**március 1.**	3360	x_3			
7		**április 1.**	3260	x_4			
8		**május 1.**	3790	x_5			
9		**június 1.**	3790	x_6			
10		**július 1.**	3960	x_7	=C10/2	1980	
11		**augusztus 1.**	3760				
12		**szeptember 1.**	3680				
13		**október 1.**	3970				
14		**november 1.**	3800				
15		**december 1.**	3700				
16	**Következő év**	**január 1.**	3680				
18	Adott év június június 30 = adott év július 1						
19							
20	**Kronológikus átlag**		=(F4+SZUM(C5:C9)+F10)/6		=		3563,33

33. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira (I. féléves átlag)

Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. I. félévében havonta átlagosan 3563,33 fő ~ 3564 fő járt a debreceni kisboltban (33. ábra).

c) **Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 2. félévében.**

A kalkulációt az 2. félévre kell kiszámolni.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + \frac{x_7}{2}}{7-1}$$

	A	B	C	D	E	F	G
2							
3		**Időpont**	**Látogatói létszám (fő)**	Jelölés			
4	**Adott év**	**január 1.**	3500				
5		**február 1.**	3450				
6		**március 1.**	3360				
7		**április 1.**	3260				
8		**május 1.**	3790				
9		**június 1.**	3790				
10		**július 1.**	3960	x_1	=C10/2	1980	
11		**augusztus 1.**	3760	x_2			
12		**szeptember 1.**	3680	x_3			
13		**október 1.**	3970	x_4			
14		**november 1.**	3800	x_5			
15		**december 1.**	3700	x_6			
16	**Következő év**	**január 1.**	3680	x_7	=C16/2	1840	
18	Adott év december 31 = következő év január 1						
19							
20	**Kronológikus átlag**		=(F10+SZUM(C10:C15)+F16)/6			=	3788,33

34. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira (II. féléves átlag)

Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. II. félévében havonta átlagosan 3788,33 fő ~ 3789 fő járt a debreceni kisboltban (34. ábra).

d) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 1. negyedévében.

A kalkulációt az 1. negyedévre kell kiszámolni.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

	A	B	C	D	E	F
2						
3		**Időpont**	**Látogatói létszám (fő)**	**Jelölés**		
4	**Adott év**	**január 1.**	3500	x_1	=C4/2	1750
5		**február 1.**	3450	x_2		
6		**március 1.**	3360	x_3		
7		**április 1.**	3260	x_4	=C7/2	1630
8		**május 1.**	3790			
9		**június 1.**	3790			
10		**július 1.**	3960			
11		**augusztus 1.**	3760			
12		**szeptember 1.**	3680			
13		**október 1.**	3970			
14		**november 1.**	3800			
15		**december 1.**	3700			
16	**Következő év**	**január 1.**	3680			
18	Adott év december 31 = következő év január 1					
19						
20	**Kronológikus átlag**		=(F4+C5+C6+F7)/3		3396,67	

35. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira (I. negyedéves átlag)

Forrás: Saját szerkesztés

Tehát 2018. I. negyedévében havonta átlagosan 3396,67 fő ~ fő járt a debreceni kisboltban (35. ábra).

e) **Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 2. negyedévében.**

A kalkulációt a 2. negyedévre kell kiszámolni.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

	A	B	C	D	E	F
2						
3		**Időpont**	**Látogatói létszám (fő)**	**Jelölés**		
4	**Adott év**	**január 1.**	3500			
5		**február 1.**	3450			
6		**március 1.**	3360			
7		**április 1.**	3260	x_1	=C7/2	1630
8		**május 1.**	3790	x_2		
9		**június 1.**	3790	x_3		
10		**július 1.**	3960	x_4	=C10/2	1980
11		**augusztus 1.**	3760			
12		**szeptember 1.**	3680			
13		**október 1.**	3970			
14		**november 1.**	3800			
15		**december 1.**	3700			
16	**Következő év**	**január 1.**	3680			
18	Adott év július 31 = adott év június 1					
19						
20	**Kronológikus átlag**		=(F7+C8+C9+F10)/3		3730	

36. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira (II. negyedéves átlag)
Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. II. negyedévében havonta átlagosan 3730 fő járt a debreceni vegyes kisboltban (36. ábra).

f) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyesboltban a 2018. év 3. negyedévében.

A kalkulációt a 3. negyedévre kell kiszámolni.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		**Időpont**	**Látogatói létszám (fő)**	**Jelölés**		
4	**Adott év**	**január 1.**	3500			
5		**február 1.**	3450			
6		**március 1.**	3360			
7		**április 1.**	3260			
8		**május 1.**	3790			
9		**június 1.**	3790			
10		**július 1.**	3960	x_1	=C10/2	1980
11		**augusztus 1.**	3760	x_2		
12		**szeptember 1.**	3680	x_3		
13		**október 1.**	3970	x_4	=C13/2	1985
14		**november 1.**	3800			
15		**december 1.**	3700			
16	**Következő év**	**január 1.**	3680			
18	Adott év szeptember 30 = adott év október 1					
19						
20	**Kronológikus átlag**		=(F10+C11+C12+F13)/3			3801,67

37. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira (III. negyedéves átlag)

Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. III. negyedévében havonta átlagosan 3801,67 fő ~ 3802 fő járt a debreceni vegyes kisboltban (37. ábra).

g) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot az adott debreceni vegyes boltban a 2018. év 4. negyedévében.

A kalkulációt a 4. negyedévre kell kiszámolni.

$$\bar{x}_k = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \frac{x_4}{2}}{4-1}$$

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		**Időpont**	**Látogatói létszám (fő)**	**Jelölés**		
4	**Adott év**	**január 1.**	3500			
5		**február 1.**	3450			
6		**március 1.**	3360			
7		**április 1.**	3260			
8		**május 1.**	3790			
9		**június 1.**	3790			
10		**július 1.**	3960			
11		**augusztus 1.**	3760			
12		**szeptember 1.**	3680			
13		**október 1.**	3970	x_1	=C13/2	1985
14		**november 1.**	3800	x_2		
15		**december 1.**	3700	x_3		
16	**Következő év**	**január 1.**	3680	x_4	=C16/2	1840
18	Adott év december 31 = következő év január 1					
19						
20	**Kronológikus átlag**		=(F13+C14+C15+F16)/3		3775	

38. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira (IV. negyedéves átlag)

Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. IV. negyedévében havonta átlagosan 3775 fő járt a debreceni kisboltban (38. ábra).

3.2.23. Kronologikus átlag – Példa 2 (a hónap első napjai adottak)

Ismert a Debreceni Egyetemre látogató külföldi vendégoktatók száma 2018. évben (26. táblázat):

26. táblázat: A Debreceni Egyetemre látogató külföldi vendégoktatók száma 2018. évben

Időpont	Látogatók száma (fő)
január 1.	125
február 1.	100
március 1.	108
április 1.	109
május 1.	114
június 1.	115
július 1.	109
augusztus 1.	103
szeptember 1.	99
október 1.	107
november 1.	105
december 1.	106
december 31.	109

Forrás: Saját adatgyűjtés

a) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot a külföldi vendégoktatók esetén a 2018. évben.
b) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot a külföldi vendégoktatók esetén a 2018. év 1. félévében.
c) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot a külföldi vendégoktatók esetén a 2018. év 2. félévében.
d) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot a külföldi vendégoktatók esetén a 2018. év 1. negyedévében.
e) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot a külföldi vendégoktatók esetén a 2018. év 2. negyedévében.
f) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot a külföldi vendégoktatók esetén a 2018. év 3. negyedévében.
g) Határozza meg az átlagos havi látogatói létszámot a külföldi vendégoktatók esetén a 2018. év 4. negyedévében.

3.2.24. Kronologikus átlag Példa 2 megoldása (a hónap első napjai adottak)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3	**Időpont**	**fő**	**Éves**	**I. FÉ**	**II. FÉ**	**I. NÉ**	**II. NÉ**	**III. NÉ**	**IV. NÉ**
4	**január 1.**	125	x_1	x_1		x_1			
5	**február 1.**	100	x_2	x_2		x_2			
6	**március 1.**	108	x_3	x_3		x_3			
7	**április 1.**	109	x_4	x_4		x_4	x_1		
8	**május 1.**	114	x_5	x_5			x_2		
9	**június 1.**	115	x_6	x_6			x_3		
10	**július 1.**	109	x_7	x_7	x_1		x_4	x_1	
11	**augusztus 1.**	103	x_8		x_2			x_2	
12	**szeptember 1.**	99	x_9		x_3			x_3	
13	**október 1.**	107	x_{10}		x_4			x_4	x_1
14	**november 1.**	105	x_{11}		x_5				x_2
15	**december 1.**	106	x_{12}		x_6				x_3
16	**december 31.**	109	x_{13}		x_7				x_4
18	**Éves átlag**		=(B4/2+SZUM(B5:B15)+B16/2)/12				107,67		
20	**I. féléves átlag**		=(B4/2+SZUM(B5:B9)+B10/2)/6				110,50		
21	**II. féléves átlag**		=(B10/2+SZUM(B11:B15)+B16/2)/6				104,83		
23	**I. negyedév**		=(B4/2+B5+B6+B7/2)/3				108,33		
24	**II. negyedév**		=(B7/2+B8+B9+B10/2)/3				112,67		
25	**III. negyedév**		=(B10/2+B11+B12+B13/2)/3				103,33		
26	**IV. negyedév**		=(B13/2+B14+B15+B16/2)/3				106,33		

39. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira

Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. évben havonta átlagosan 107,67 fő vendégoktató járt a Debreceni Egyetemen (39. ábra).

A 2018. I. félévében havonta átlagosan 110,5 fő vendégoktató járt a Debreceni Egyetemen.

A 2018. II. félévében havonta átlagosan 104,83 fő vendégoktató járt a Debreceni Egyetemen.

A 2018. I. negyedévében havonta átlagosan 108,33 fő vendégoktató járt a Debreceni Egyetemen.

A 2018. II. negyedévében havonta átlagosan 112,67 fő vendégoktató járt a Debreceni Egyetemen.

A 2018. III. negyedévében havonta átlagosan 103,33 fő vendégoktató járt a Debreceni Egyetemen.

A 2018. IV. negyedévében havonta átlagosan 3775 fő vendégoktató járt a Debreceni Egyetemen.

3.2.25. Kronologikus átlag – Példa 3 (a hónap utolsó napjai adottak)

Ismert egy kisállat kereskedés állatlétszáma 2018. évben (27. táblázat):

27. táblázat: Egy hajdúszoboszlói kisállat kereskedés állatlétszáma 2018. évben

Időpont	darab
december 31.	210
január 31.	250
február 28.	204
március 31.	236
április 30.	246
május 31.	214
június 30.	203
július 31.	207
augusztus 31.	201
szeptember 30.	215
október 31.	230
november 30.	240
december 31.	235

Forrás: Saját adatgyűjtés

a) Határozza meg az átlagos havi kisállat mennyiségét a hajdúszoboszlói kisállat kereskedésben a 2018. évben.
b) Határozza meg az átlagos havi kisállat mennyiségét a hajdúszoboszlói kisállat kereskedésben a 2018. év I. félévében.
c) Határozza meg az átlagos havi kisállat mennyiségét a hajdúszoboszlói kisállat kereskedésben a 2018. év II. félévében.
d) Határozza meg az átlagos havi kisállat mennyiségét a hajdúszoboszlói kisállat kereskedésben a 2018. év I. negyedévében.
e) Határozza meg az átlagos havi kisállat mennyiségét a hajdúszoboszlói kisállat kereskedésben a 2018. év II. negyedévében.
f) Határozza meg az átlagos havi kisállat mennyiségét a hajdúszoboszlói kisállat kereskedésben a 2018. év III. negyedévében.
g) Határozza meg az átlagos havi kisállat mennyiségét a hajdúszoboszlói kisállat kereskedésben a 2018. év IV. negyedévében.

3.2.26. Kronologikus átlag Példa 3 megoldása (a hónap első napjai adottak)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
3	**Időpont**	**darab**	**Éves**	**I. FÉ**	**II. FÉ**	**I. NÉ**	**II. NÉ**	**III. NÉ**	**IV. NÉ**
4	**december 31.**	210	x_1	x_1		x_1			
5	**január 31.**	250	x_2	x_2		x_2			
6	**február 28.**	204	x_3	x_3		x_3			
7	**március 31.**	236	x_4	x_4		x_4	x_1		
8	**április 30.**	246	x_5	x_5			x_2		
9	**május 31.**	214	x_6	x_6			x_3		
10	**június 30.**	203	x_7	x_7	x_1		x_4	x_1	
11	**július 31.**	207	x_8		x_2			x_2	
12	**augusztus 31.**	201	x_9		x_3			x_3	
13	**szeptember 30.**	215	x_{10}		x_4			x_4	x_1
14	**október 31.**	230	x_{11}		x_5				x_2
15	**november 30.**	240	x_{12}		x_6				x_3
16	**december 31.**	235	x_{13}		x_7				x_4

18	**Éves átlag**	=(B4/2+SZUM(B5:B15)+B16/2)/12	222,38
20	**I. féléves átlag**	=(B4/2+SZUM(B5:B9)+B10/2)/6	226,08
21	**II. féléves átlag**	=(B10/2+SZUM(B11:B15)+B16/2)/6	218,67
23	**I. negyedév**	=(B4/2+B5+B6+B7/2)/3	225,67
24	**II. negyedév**	=(B7/2+B8+B9+B10/2)/3	226,50
25	**III. negyedév**	=(B10/2+B11+B12+B13/2)/3	205,67
26	**IV. negyedév**	=(B13/2+B14+B15+B16/2)/3	231,67

40. ábra: A kronologikus átlag számítása a példa adataira
Forrás: Saját kalkuláció

A 2018. évben havonta átlagosan 222,38 darab kisállat volt a hajdúszoboszlói állatkereskedésben (40. ábra).

A 2018. év I. félévében havonta átlagosan 226,08 darab kisállat volt a hajdúszoboszlói állatkereskedésben.

A 2018. év II. félévében havonta átlagosan 218,67 darab kisállat volt a hajdúszoboszlói állatkereskedésben.

A 2018. év I. negyedévében havonta átlagosan 225,67 darab kisállat volt a hajdúszoboszlói állatkereskedésben.

A 2018. év II. negyedévében havonta átlagosan 226,50 darab kisállat volt a hajdúszoboszlói állatkereskedésben.

A 2018. év III. negyedévében havonta átlagosan 205,67 darab kisállat volt a hajdúszoboszlói állatkereskedésben.

A 2018. év IV. negyedévében havonta átlagosan 231,67 darab kisállat volt a hajdúszoboszlói állatkereskedésben.

3.2.27. Súlyozatlan mértani átlag – Példa 1

A 2018–2019. II. félévében a Statisztika tárgy tárgyfelelőse 14 héten keresztül jegyezte fel a hallgatók számát a Statisztika előadáson (28. táblázat):

28. táblázat: A statisztika előadásra járó hallgatók száma 2018–2019. II. félévében

Hét	Hallgatók száma (fő)
1. hét	240
2. hét	234
3. hét	230
4. hét	221
5. hét	220
6. hét	220
7. hét	213
8. hét	209
9. hét	204
10. hét	201
11. hét	199
12. hét	190
13. hét	185
14. hét	180

Forrás: Saját adatgyűjtés

Határozza meg a fejlődés átlagos ütemét! Értelmezze a kapott eredményt!

3.2.28. Súlyozatlan mértani átlag Példa 1 megoldása

A fejlődés átlagos üteme kérdés a mértani átlagra utal, melyet kétféleképpen is kiszámolhatunk.

a) láncviszonyszámból számított mértani átlag:

Az alapadatokra vonatkozóan először lánc viszonyszámot kell számolni (adott hét értékét osztjuk a megelőző hét értékével). Ezt követően alkalmazzuk az elméletben bemutatott képletet:

$$\overline{x} = \sqrt[n]{V_{L2} * V_{L3} * \ldots * V_{Ln}}$$

Behelyettesítve a képletbe a következőt kell írni a számítógépbe:

=HATVÁNY(SZORZAT(lánc viszonyszámok;1/(elemek száma))

2018-2019. II. félévében a Statisztika tárgy tárgyfelelőse 14 héten keresztül jegyezte fel a hallgatók számát az órán

Hét	Hallgatók száma (fő)	Láncviszonyszám (%)	
1. hét	240	-	-
2. hét	234	=B5/B4	97,50%
3. hét	230	=B6/B5	98,29%
4. hét	221	=B7/B6	96,09%
5. hét	220	=B8/B7	99,55%
6. hét	220	=B9/B8	100,00%
7. hét	213	=B10/B9	96,82%
8. hét	209	=B11/B10	98,12%
9. hét	204	=B12/B11	97,61%
10. hét	201	=B13/B12	98,53%
11. hét	199	=B14/B13	99,00%
12. hét	190	=B15/B14	95,48%
13. hét	185	=B16/B15	97,37%
14. hét	180	=B17/B16	97,30%

Mértani átlag =HATVÁNY(SZORZAT(D5:D17);1/(DARAB(D5:D17)))

97,8%

41. ábra: A mértani átlag számítása láncviszonyszámból
Forrás: Saját kalkuláció

Eredményként a 97,8%-ot kaptuk, ami azt jelenti, hogy az első hétről a 14. hétre hetente átlagosan 2,2%-kal (100% – 97,8% = 2,2%) csökkent a hallgatói létszám (41. ábra).

Ha az adatbázisra vonatkozóan a mértani átlagot a bázisviszonyszám felhasználásával számoljuk ki, akkor is ugyanezt a megoldást kell kapnunk.

b) bázis viszonyszámból számított mértani átlag (42. ábra):

Az alapadatokra először kiszámoljuk a bázis viszonyszám értékét (adott hét értéke osztva a bázis (1. hét) értékével). Ezután alkalmazzuk az elméletben bemutatott képletet:

$$\bar{x} = \sqrt[n-1]{\frac{V_{Bn}}{V_{B1}}}$$

Behelyettesítve a képletbe: =HATVÁNY(utolsó bázis viszonyszám;1/((elemszám)-1)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	2018-2019. II. félévében a Statisztika tárgy tárgyfelelőse 14 héten keresztül jegyezte fel a hallgatók számát az órán								
2									
3	**Hét**	**Hallgatók száma (fő)**	**Bázisviszonyszám (%)**						
4	**1. hét**	240	=B4/$B$4	100,00%					
5	**2. hét**	234	=B5/$B$4	97,50%					
6	**3. hét**	230	=B6/$B$4	95,83%					
7	**4. hét**	221	=B7/$B$4	92,08%					
8	**5. hét**	220	=B8/$B$4	91,67%					
9	**6. hét**	220	=B9/$B$4	91,67%					
10	**7. hét**	213	=B10/$B$4	88,75%					
11	**8. hét**	209	=B11/$B$4	87,08%					
12	**9. hét**	204	=B12/$B$4	85,00%					
13	**10. hét**	201	=B13/$B$4	83,75%					
14	**11. hét**	199	=B14/$B$4	82,92%					
15	**12. hét**	190	=B15/$B$4	79,17%					
16	**13. hét**	185	=B16/$B$4	77,08%					
17	**14. hét**	180	=B17/$B$4	75,00%					
18									
19	**Mértani átlag**		=HATVÁNY(D17;1/(DARAB(D4:D17)-1))						
20			97,81%						

42. ábra: A mértani átlag számítása bázis viszonyszámból

Forrás: Saját kalkuláció

Eredményként a 97,81%-ot kaptam, ami azt jelenti, hogy az első hétről a 14. hétre hetente átlagosan 2,2%-kal (100% – 97,8% = 2,2%) csökkent a hallgatói létszám (42. ábra).

3.2.29. Súlyozatlan mértani átlag – Példa 2

Adott az alkalmazásban álló nők havi bruttó átlagkeresete a 2013–2019-es években Magyarországon. Határozza meg az átlagos változás mértékét (fejlődés átlagos ütemét) a vizsgált adatok alapján (29. táblázat).

29. táblázat: Havi bruttó átlagkereset a vizsgált időszakban a nők esetén

Év	Bruttó átlagkereset Ft/fő
2013	105 250
2014	109 740
2015	113 380
2016	120 100
2017	124 250
2018	127 900
2019	132 600

Forrás: Saját adatgyűjtés

3.2.30. Súlyozatlan mértani átlag Példa 2 megoldása

	A	B	C	D	E	F	G
1	Adott az alkalmazásban álló nők havi bruttó átlagkeresete a 2013-2019-es években Magyarországon:						
2							
3	**Év**	**Bruttó átlagkereset**	**Bázis**		**Lánc**		
4		**Ft/fő**	**vsz (%)**		**vsz (%)**		
5	**2013**	105 250	=B5/$B$5		-		**Lánc viszonyszámból számított mértani átlag**
6	**2014**	109 740	=B6/$B$5		=B6/B5		=HATVÁNY(SZORZAT(E6:E11);1/(DARAB(E6:E11)))
7	**2015**	113 380	=B7/$B$5		=B7/B6		
8	**2016**	120 100	=B8/$B$5		=B8/B7		
9	**2017**	124 250	=B9/$B$5		=B9/B8		**Bázis viszonyszámból számított mértani átlag**
10	**2018**	127 900	=B10/$B$5		=B10/B9		=HATVÁNY(C11;1/(DARAB(C5:C11)-1))
11	**2019**	132 600	=B11/$B$5		=B11/B10		
12							
13	**Év**	**Bruttó átlagkereset**	**Bázis**		**Lánc**		
14		**Ft/fő**	**vsz (%)**		**vsz (%)**		
15	**2013**	105 250	100,00%		-		**Lánc viszonyszámból számított mértani átlag**
16	**2014**	109 740	104,27%		104,27%		103,93%
17	**2015**	113 380	107,72%		103,32%		
18	**2016**	120 100	114,11%		105,93%		
19	**2017**	124 250	118,05%		103,46%		**Bázis viszonyszámból számított mértani átlag**
20	**2018**	127 900	121,52%		102,94%		103,93%
21	**2019**	132 600	125,99%		103,67%		

43. ábra: Mértani átlag számításának menete

Forrás: Saját kalkuláció

A bázisból számított mértani átlag megegyezik a lánc viszonyszámból számított mértani átlag értékével. Mivel 100% feletti eredményt kaptunk, így megállapítható, hogy a 2013. évtől a 2019. évig évente átlagosan 3,93%-kal nőtt a nők bruttó átlagkeresete Magyarországon (43. ábra).

3.2.31. Súlyozatlan négyzetes átlag – Példa 1

Ismertek a következő számadatok (30. táblázat):

30. táblázat: Ismert adatok rendezett sora

Sorszám	Értékek
1	−5
2	6
3	−9
4	−4
5	7
6	9
7	4

Forrás: Saját adatgyűjtés

Határozza meg az értékek átlagát.

3.2.32. Súlyozatlan négyzetes átlag Példa 1 megoldása

Mivel az értékek között szerepel negatív előjelű érték is, így négyzetes átlagot kell számolni (44. ábra).

	A	B	C	D	E
1	Ismertek a következő számértékek:				
2					
3	Sorszám	Értékek	x négyzet		
4	1	-5	=B4*B4	25	
5	2	6	=B5*B5	36	
6	3	-9	=B6*B6	81	
7	4	-4	=B7*B7	16	
8	5	7	=B8*B8	49	
9	6	9	=B9*B9	81	
10	7	4	=B10*B10	16	
11	Összesen		=SZUM(C4:C10)	304	
12					
13	Négyzetes átlag		=GYÖK(D11/DARAB(B4:B10))		
14			6,59		

44. ábra: A négyzetes átlag számítása

Forrás: Saját kalkuláció

Kiszámításához a következő képletet alkalmazzuk: $\bar{x}_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n}}$

A feladat megoldása érdekében az alapadatokat (x_i) négyzetre kell emelni egy külön oszlopba, majd azokat össze kell adni. Ezen összeget kell elosztani a vizsgált elemek számával és a hányadosból gyököt vonni.

A vizsgált adatok átlaga 6,59.

3.2.33. Súlyozatlan négyzetes átlag – Példa 2

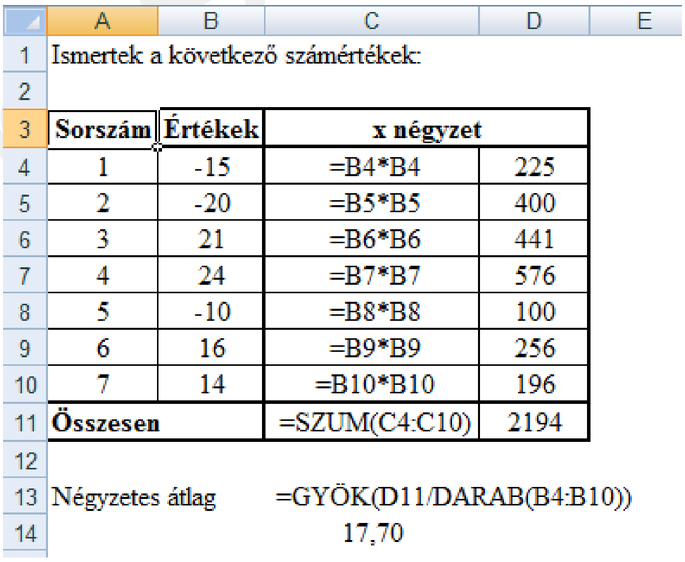
Ismertek a következő adatok. Határozza meg ezek átlagát (31. táblázat).

31. táblázat: Ismert adatok rendezett sora

Sorszám	Értékek
1	−15
2	−20
3	21
4	24
5	−10
6	16
7	14

Forrás: Saját adatgyűjtés

3.2.34. Súlyozatlan négyzetes átlag Példa 2 megoldás



	A	B	C	D	E
1	Ismertek a következő számértékek:				
2					
3	**Sorszám**	**Értékek**	**x négyzet**		
4	1	-15	=B4*B4	225	
5	2	-20	=B5*B5	400	
6	3	21	=B6*B6	441	
7	4	24	=B7*B7	576	
8	5	-10	=B8*B8	100	
9	6	16	=B9*B9	256	
10	7	14	=B10*B10	196	
11	**Összesen**		=SZUM(C4:C10)	2194	
12					
13	Négyzetes átlag		=GYÖK(D11/DARAB(B4:B10))		
14			17,70		

45. ábra: A négyzetes átlag számítása

Forrás: Saját kalkuláció

A vizsgált értékek átlaga 17,7 (45. ábra).

3.2.35. Medián és Módusz – Példa 1

Ismertek a következő köreredmények, melyeket egy futólány esetében mértünk fel egy adott hónap különböző napjain: 12, 18, 20, 25, 30, 19, 24, 26, 27, 20, 29, 30 (adatok mértékegysége db)

a) Határozza meg a leggyakrabban előforduló elemértéket a köreredmények között?

b) Határozza meg, hogy melyik az a köreredmény, melynél az adatok 50%-a nagyobb, 50%-a pedig kisebb (Határozza meg a középső elemértéket).

3.2.36. Medián és Módusz Példa 1 megoldása

Sorszám	Értékek
1	12
2	18
3	20
4	25
5	30
6	19
7	24
8	26
9	27
10	20
11	29
12	30

Medián	
=MEDIÁN(B4:B15)	24,5
Módusz	
=MÓDUSZ(B4:B15)	20

Sorbarendezés	
Sorszám	Értékek
1	12
2	18
3	19
4	20
5	20
6	24
7	25
8	26
9	27
10	29
11	30
12	30

46. ábra: A négyzetes átlag számítása

Forrás: Saját kalkuláció

A mediánt a =MEDIÁN() függvénnyel lehet kiszámolni, ahol a zárójelbe az alapadatokat kell kijelölni. Eredményül azt kaptuk, hogy a vizsgált adatok 50%-a 24,5 kör alatt van, 50% pedig 24,5 kör felett van (46. ábra).

Ezt az értéket képlet nélkül is ki lehet számolni úgy, hogy az értékeket sorba rendezzük (növekvő) és megnézzük, hogy a 12 elem középső értéke mennyi. Ezt legegyszerűbben úgy tudjuk kiszámolni, hogy az $\frac{n+1}{2}$ képletbe behelyettesítünk. Azaz $\frac{12+1}{2} = 6{,}5.\ elem$ lesz a mediánunk a sorba rendezett elemek közül. A 6. és 7. elem számtani átlaga adja meg a medián értékét. Azaz $\frac{24+25}{2}=24{,}5$.

A módusz esetén a =MÓDUSZ() függvényt alkalmazzuk, ahol a zárójelbe szintén az alapadatokat kell bejelölni. Eredményül a képlet a 20 értékét hozza ki. De ha jobban megvizsgáljuk az adatbázist, akkor láthatjuk, hogy két módusza van a vizsgált adatbázisnak: 20 és a 30. Mindkét szám ugyanannyiszor szerepel a felsorolt számok között. Ez azt jelenti, hogy a legtöbbször előforduló elemérték a 20 darab.

4. A SZÓRÓDÁSI MUTATÓK (Dr. habil. Csipkés Margit)

4.1. A szóródási mutatók elméleti alapjai (súlyozott, súlyozatlan)

Az előző fejezetben megismertük a középértéket, melyek arra alkalmasak, hogy a megfigyelt értéksorokat tömören, egy számmal jellemezzék (vagy a centrális tendenciát kifejezzék).

Mivel az egyes értékek természetszerűleg változékonyságot mutatnak, eltérnek a középértékektől, így különböznek egymástól. Az értékek különbözőségét, változékonyságát *szóródás*nak nevezzük. Az egyes értéksorozatok jellemezésének fontos eleme a szóródás vizsgálata. Fontos, hogy az egyes vizsgálatok esetén egy számmal tudjuk jellemezni a vizsgálatot. Erre a célra szolgálnak a szóródási mérőszámok.

A szóródási mutatóknak a következő csoportjait különíthetjük el:

a) a szóródás terjedelme (i = R)
b) a középeltérés (KE)
c) az abszolút átlageltérés (AÁ)
d) a variancia (S^2)
e) a szórás (S)
f) a relatív szórás (V)

A 6 darab szóródási mutató más-más szempontból jellemzi a változékonyságot, ezért célszerű az összes mutatót kiszámolni egy teljes körű jellemzés esetén.

a) A **szóródás terjedelme** azt mutatja meg, hogy a vizsgált sokaság legkisebb és legnagyobb elemértéke között mekkora a távolság (két elemet vesz figyelembe). Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg. Ezt a mutatót tekintjük a legegyszerűbb mérőszámnak a szóródás vizsgálatánál. Jele az „i" vagy a „R" (range).
Kiszámítása a következő képlettel történik: $i = R = x_{\max} - x_{\min}$

Az x_{max} a legnagyobb elemértéket, míg az x_{min} a legkisebb elemértéket jelenti. Az x_{max} értékét a MAX() függvénnyel számoljuk ki, míg az x_{min} értéket a MIN() függvénnyel.

A szóródás terjedelme azt az értékközt jelöli, amelyen belül az egyes értékek elhelyezkednek. A szóródásról általában nem ad jó tájékoztatást, mivel nagyságát a véletlen hatásra erősen ingadozó, gyakran kiugró, szélső értékek határozzák meg (Kerékgyártó – Mundruczó, 1987). A mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

b) A **<u>középeltérés</u>** a sokaságelemek mediántól számított eltéréseinek átlaga. Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Fontos, hogy az eltérések előjelétől el kell tekinteni, mivel akármilyen irányú az eltérés, annak abszolút nagysága a mértékadó (Szűcs, 2004). Ezt a mutatót akkor alkalmazzuk, ha a medián fejezi ki a legjobban a középértéket.

Az ABS függvénnyel határozható meg egy adott szám 0-tól mért távolsága. Pozitív szám abszolút értéke maga a szám. Negatív szám abszolút értéke a szám ellentettje. A nullától vett távolság soha nem lehet negatív szám (0 abszolút értéke 0. Az abszolút érték jele: | |

A pozitív számok abszolút értékét maga a szám. Például +10 abszolút értéke 10. A negatív számok abszolút értékét (0-tól mért távolsága) a szám ellentettje. Például a – 10 abszolút értéke a 10.

Különbséget tehetünk minta sokaság és teljes sokaság figyelembevétele mellett a számításban.

Egyszerű (súlyozatlan) feladatok esetén a számítás:

TELJES sokaság

$$KE = \frac{\sum_{i=1}^{k} |x_i - Me|}{n}$$

MINTA sokaság

$$KE = \frac{\sum_{i=1}^{k} |x_i - Me|}{n-1}$$

Súlyozott feladatok esetén a számítás (gyakorisági sorból számítjuk a mutató értékét, természetesen súlyozott formulát kell alkalmazni):

TELJES sokaság

$$KE = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * |x_i - Me|}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

MINTA sokaság

$$KE = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * |x_i - Me|}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

Súlyozott feladatról akkor beszélünk, ha a középeltérést gyakorisági sorból számoljuk, az egyes eltéréseket a megfelelő gyakoriságokkal súlyozva vesszük figyelembe.

c) Az **<u>abszolút átlageltérés</u>** (más néven átlagos abszolút eltérés) esetén a számtani átlagtól való eltérést használjuk fel a szóródás mértékének a meghatározásához. Mivel az egyes értékeknek a számtani átlagtól vett eltéréseinek az összege nulla (számtani átlag tulajdonsága), így az abszolút értékét kell képezni a különbségeknek, hogy az felhasználható legyen a jellemzéshez.

Tehát az abszolút átlageltérés az egyes értékek és a számtani átlag különbségei abszolút értékének a számtani átlaga. Azaz az abszolút átlagos eltérés az eltérések abszolút értékeinek számtani átlaga. Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg. Különbséget tehetünk minta sokaság és teljes sokaság figyelembevétele mellett a számításban.

Egyszerű (súlyozatlan) feladatok esetén a számítás:

TELJES sokaság

$$AÁ = \frac{\sum_{i=1}^{k} \left| x_i - \overline{x} \right|}{n}$$

MINTA sokaság

$$AÁ = \frac{\sum_{i=1}^{k} \left| x_i - \overline{x} \right|}{n-1}$$

Súlyozott feladatok esetén a számítás (gyakorisági sorból számítjuk a mutató értékét, természetesen súlyozott formulát kell alkalmazni):

TELJES sokaság

$$AÁ = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * \left| x_i - \overline{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

MINTA sokaság

$$AÁ = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * \left| x_i - \overline{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

Súlyozott feladatról akkor beszélünk, ha az abszolút átlageltérést gyakorisági sorból számoljuk, az egyes eltéréseket a megfelelő gyakoriságokkal súlyozva vesszük figyelembe.

d) A **variancia (szórás négyzet)** jelentésének a meghatározása nehéz, mivel mértékegysége nem értelmezhető a számításban használt négyzetre emelés miatt.

Nagyon fontos azt figyelembe venni, hogy az egyes értékeknek a számtani átlagtól vett eltéréseinek az összege nulla, így a $\sum (x_i - \overline{x})$ összeget nem tudjuk felhasználni a szóródás mérésére Az $(x_i - \overline{x})$ eltérések előjelétől való eltekintés egyik módja, ha az átlagolásukra a négyzetes átlagot használjuk.

Különbséget tehetünk minta sokaság és teljes sokaság figyelembevétele mellett a számításban.

Egyszerű (súlyozatlan) feladatok esetén a számítás:

TELJES sokaság

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$$

MINTA sokaság

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}$$

Súlyozott feladatok esetén a számítás (gyakorisági sorból számítjuk a mutató értékét, természetesen súlyozott formulát kell alkalmazni):

TELJES sokaság

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f * \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$$

MINTA sokaság

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f * \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}$$

Súlyozott feladatról akkor beszélünk, ha a varianciát a gyakorisági sorból számoljuk, az egyes eltéréseket a megfelelő gyakoriságokkal súlyozva vesszük figyelembe.

A számításaink ellenőrzésére használhatjuk a számítógépen a variancia kiszámításához szükséges függvényeket is (csak súlyozatlan mutatók esetében van függvényünk):

Minta sokaság esetén: =VAR()

Teljes sokaság esetén: =VARP()

e) A **szórás (átlagos négyzetes eltérés)** az egyes értékek és a számtani átlag különbségeinek négyzetes átlag. Ez a leggyakrabban használt szóródási mérőszám. Fontos tulajdonságnak számít az, hogy a számtani átlag négyzetes minimum tulajdonságából következik, hogy a számtani átlagtól vett eltérés négyzetes átlaga KISEBB, mintha az eltéréseket bármilyen más értéktől kalkuláltuk volna (Kerékgyártó – Mundruczó, 1987). A szórás az eltérések négyzetes átlagának tekinthető. Az ismérvértékeknek a számtani átlagtól való eltérését, az $\left(x_i - \bar{x}\right)$ értékeket használja fel a szóródás mértékeként. Kerekgyártó et. al (2008) szerint kézenfekvő az eltérések átlagával jellemezni a szóródást.

Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Különbséget tehetünk minta sokaság és teljes sokaság figyelembevétele mellett a számításban.

Egyszerű (súlyozatlan) feladatok esetén a számítás:

TELJES sokaság

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n}}$$

MINTA sokaság

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

Súlyozott feladatok esetén a számítás (gyakorisági sorból számítjuk a mutató értékét, természetesen súlyozott formulát kell alkalmazni):

TELJES sokaság

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}f*\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k}f_i}}$$

MINTA sokaság

$$S=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k}f_i-1}}$$

Súlyozott feladatról akkor beszélünk, ha a szórást gyakorisági sorból számoljuk, az egyes eltéréseket a megfelelő gyakoriságokkal súlyozva vesszük figyelembe.

A szórást tehát így az egyes értékek és a számtani átlag különbségének négyzetes átlagának is hívjuk.

A szórás nagyon sok előnnyel rendelkezik, mivel valamennyi értéket figyelembe veszi, egyértelműen meghatározható és algebrailag könnyen kezelhető. A szakirodalmi kutatás alapján megállapítható, hogy a szórás jól alkalmazható a változékonyság, az ingadozások mértékének jellemezésére. Azonban természetesen van hátránya is, mivel a szórás négyzetes átlagon alapul, így rendkívül érzékeny a kiugró értékekre (négyzetre emeléssel a kiugró értékek torzítják az eredményt).

f) A szórás abszolút értéke a sokaság változékonyságáról önmagában még kevés információt ad. Ezért célszerű kiszámítani annak az átlaghoz viszonyított nagyságát is, melyet **<u>relatív szórásnak (szóródási együtthatónak vagy variációs koefficiensnek)</u>** nevezünk. Ez egy dimenzió nélküli szóródási mérőszám, mely a szóródás relatív nagyságát méri (dimenzió nélküli szám). Fontos tulajdonsága az, hogy kiszűri az értékek nagyságrendjét. A mutató esetében a szórás átlaghoz viszonyított nagyságát fejezi ki, vagyis az egyes értékek az átlagtól relatíve átlagosan mennyivel (hány százalékkal) térnek el.

Kifejezési formája százalék (mértkegysége nincs!).

Kiszámítása:

$$V = \frac{S}{\overline{x}} * 100$$

Értékei a következők lehetnek:

0–10%: homogén a sokaság, állandóságot feltételezünk.

10–20%: közepesen változékony a sokaság.

20–30%: erősen változékony a sokaság.

30% felett: a sokaság jellemzésére az átlag nem alkalmas, szélsőségesen ingadozó a sokaság.

Fontos, hogy a relatív szórás értékét csak pozitív értékű ismérv esetén alkalmazhatjuk. Ez a mutató (mérőszám) a szóródás relatív nagyságát méri. A kapott eredmény egy dimenzió nélküli szám, mely kiszűri az értékek nagyságrendjét.

Értelmezése: a szórás átlaghoz viszonyított nagyságát fejezi ki, azaz az egyes értékek az átlagtól relatíve átlagosan mennyivel (hány százalékkal) térnek el.

A képlet alkalmazásával megállapítható, hogy a relatív szórás egyenlő az egyes relatív eltérések négyzetes átlagával.

4.2. A szóródási mutatók alkalmazásának bemutatása

4.2.1. Egyszerű (súlyozatlan) szóródási mutatók – Példa 1

Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben (32. táblázat):

32. táblázat: A vállalkozás vezetőjének a havi kilométer adatai

Hónapok	Távolság, kilométer
Január	1500
Február	1640
Március	1168
Április	1265
Május	1200
Június	1380
Július	1410
Augusztus	1500
Szeptember	1780
Október	1640
November	1640
December	1300

Forrás: Saját szerkesztés

a) Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb távolság közti nagyságot.
b) Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el átlagosan?
c) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól abszolút értékben mennyivel térnek el átlagosan?
d) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el?
e) Határozza meg a variancia értékét.
f) Határozza meg, hogy a sokaság heterogénnek vagy homogénnek tekinthető-e?

4.2.2. Egyszerű (súlyozatlan) szóródási mutatók Példa 1 megoldása

a) <u>Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb távolság közti nagyságot.</u>

Ezen kérdés esetén a „Szóródás terjedelme” mutatót kell kiszámolni.

$$i = R = x_{\max} - x_{\min}$$

Az $x_{\max}$ értékét a =MAX() függvény segítségével számolhatjuk ki. Függvény beírása a számítógépbe:

=MAX(értékek kijelölése) /ENTER/

Az $x_{\min}$ értékét a MIN() függvény segítségével számolhatjuk ki. A függvény beírása a számítógépbe a következő:

=MIN(értékek kijelölése) /ENTER/

Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:

Hónapok	Távolság, kilométer
Január	1500
Február	1640
Március	1168
Április	1265
Május	1200
Június	1380
Július	1410
Augusztus	1500
Szeptember	1780
Október	1640
November	1640
December	1300

Szóródás terjedelme = 1780 - 1168 = 612 km

Max =MAX(C4:C15) = 1780 km

Min =MIN(C4:C15) = 1168 km

47. ábra: A szóródás terjedelmének a kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

A legmagasabb (MAX) értéknek az 1780 km kaptuk, míg a legalacsonyabbnak az 1168 km-t (47. ábra).

Tehát a szóródás terjedelme:

$$i = R = x_{\max} - x_{\min} = 1780 - 1168 = 612\ km$$

Megoldás: A vállalkozás vezetőjének adatai alapján a legmagasabb és a legalacsonyabb távolság közötti különbség 612 km.

b) **<u>Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el átlagosan?</u>**

A feladat megoldásához szükségünk van a medián számítására, mivel a feladatban kért mutató a „Középeltérés”. Ebben az esetben a medián értékét a =MEDIÁN() függvény felhasználásával számoljuk ki.

A függvény beírása a számítógépbe (48. ábra):

=MEDIÁN(adatok kijelölése)   /ENTER/

A kapott eredmény: 1455 km, mely azt jelenti, hogy az alapadatok 50%-a 1455 km alatt, míg 50%-a 1455 km felett van. Azaz a középső elemérték az 1455 km.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:						
2							
3	**Hónapok**		**Távolság, kilométer**				
4	Január	x_1	1500				
5	Február	x_2	1640				
6	Március	x_3	1168				
7	Április	x_4	1265				
8	Május	x_5	1200				
9	Június	x_6	1380				
10	Július	x_7	1410				
11	Augusztus	x_8	1500				
12	Szeptember	x_9	1780				
13	Október	x_{10}	1640				
14	November	x_{11}	1640				
15	December	x_{12}	1300				
16	**Összesen**						
17							
18	Középeltérés						
19	Medián (Me)		=medián(C4:C15)		1455 km		
20	Darabszám		=darab(C4:C15)		12 darab		

48. ábra: A medián és az elemszám kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

Ezt követően meghatározzuk az elemek számát a =DARAB() függvény segítségével.
Függvény beírása a számítógépbe:

=DARAB(adatok kijelölése)   /ENTER/

A kapott eredmény a 12 darab, mely azt jelenti, hogy a vizsgált elemek száma 12 darab.

A medián kiszámítását követően kerülhet sor a „Középérték" számításához szükséges részek meghatározására. Az alap feladat mellé egy új oszlopot készítünk el, melynek az elnevezése:

$$I\ x_i - Me\ I$$

Az I x_i – Me I képletben a medián (Me) értéke az 1455 km. Az x_i értékei pedig soronként rendre a távolság adatok. A kiszámításhoz a különbség abszolút értékét kell venni, ehhez pedig az =ABS() függvényt alkalmazzuk (49. ábra).
Januári adat meghatározása: =ABS(1500 - 1455) = 45
Februári adat meghatározása: =ABS(1640 - 1455) = 185

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:						
2							
3	**Hónapok**		**Távolság, kilométer**	**I x_i - Me I**		**I x_i - Me I**	
4	Január	x_1	1500	=ABS(C4-$E$18)		45	
5	Február	x_2	1640	=ABS(C5-$E$18)		185	
6	Március	x_3	1168	=ABS(C6-$E$18)		287	
7	Április	x_4	1265	=ABS(C7-$E$18)		190	
8	Május	x_5	1200	=ABS(C8-$E$18)		255	
9	Június	x_6	1380	=ABS(C9-$E$18)		75	
10	Július	x_7	1410	=ABS(C10-$E$18)		45	
11	Augusztus	x_8	1500	=ABS(C11-$E$18)		45	
12	Szeptember	x_9	1780	=ABS(C12-$E$18)		325	
13	Október	x_{10}	1640	=ABS(C13-$E$18)		185	
14	November	x_{11}	1640	=ABS(C14-$E$18)		185	
15	December	x_{12}	1300	=ABS(C15-$E$18)		155	
16	**Összesen**					**1977**	
17							
18	Középeltérés		=1977 / 12		164,75 km		
19	Medián (Me)		=medián(C4:C15)		1455 km		
20	Darabszám		=darab(C4:C15)		12 darab		

49. ábra: A középeltérés kiszámítása az Excelben
Forrás: Saját szerkesztés

Látható, hogy abban az esetben, ha ugyanazzal az adattal számolunk minden képlet esetén, akkor le lehet fixálni az adott mező értékét a „$” jellel. A „$” jelet az „ALTGR” „É” együttes lenyomásával tudjuk berni az oszlop és a sor jelölés elé. Természetesen használható az „F4” billentyű is, de így itt a megfelelő jelölésig kell elmenni.

Az újonnan elkészített oszlop kiszámítását követően kerülhet sor az összegzésre a =SZUM() függvény segítségével. Összesítő értékünk így 1977 km lett.

Ezt követően kell a képletbe behelyettesíteni: 1977 /12 = 164,75 km.

Értelmezés: Az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben 164,75 km-rel térnek el.

c) **<u>Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól abszolút értékben mennyivel térnek el átlagosan?</u>**

A feladat megoldásához szükségünk van az átlag kiszámítására, mivel a feladatban kért mutató az „Abszolút átlageltérés”. Ebben az esetben az átlag értékét az =ÁTLAG() függvény felhasználásával számoljuk ki.

Függvény beírása a számítógépbe (50. ábra): =ÁTLAG(adatok kijelölése) /ENTER/

Kapott eredmény: 1451,92 km, mely azt jelenti, hogy az alapadatok átlaga 1451,92 km.

Ezt követően meghatározzuk az elemek számát a =DARAB() függvény segítségével.

Függvény beírása a számítógépbe: =DARAB(adatok kijelölése) /ENTER/

Kapott eredmény: 12 db, mely azt jelenti, hogy a vizsgált elemek száma 12 darab (50. ábra).

	A	B	C	D	E
1	Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:				
2					
3	**Hónapok**		**Távolság, kilométer**		
4	Január	x_1	1500		
5	Február	x_2	1640		
6	Március	x_3	1168		
7	Április	x_4	1265		
8	Május	x_5	1200		
9	Június	x_6	1380		
10	Július	x_7	1410		
11	Augusztus	x_8	1500		
12	Szeptember	x_9	1780		
13	Október	x_{10}	1640		
14	November	x_{11}	1640		
15	December	x_{12}	1300		
16	**Összesen**				
17					
18	Abszolút átlageltérés				
19	Átlag ($\bar{x}$)		=átlag(C4:C15)		1451,92 km
20	Darabszám		=darab(C4:C15)		12 darab

50. ábra: Az átlag és az elemszám kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

Az átlag kiszámítását követően kerülhet sor az „Abszolút átlageltérés” számításához szükséges részek meghatározására. Az alap feladat mellé egy új oszlopot készítünk el, melynek az elnevezése:

$$I\ x_i - \bar{x}\ I$$

Az I $x_i - \bar{x}$ I képletben az átlag ($\bar{x}$) értéke a 1451,92 km. Az x_i értékei pedig soronként rendre a távolság adatok. A kiszámításhoz a különbség abszolút értékét kell venni, ehhez pedig az =ABS() függvényt alkalmazzuk (51. ábra).

Januári adat meghatározása: =ABS(1500 - 1451,92) = 48,08

Februári adat meghatározása: =ABS(1640 - 1451,92) = 188,08

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:						
2							
3	**Hónapok**		**Távolság, kilométer**	**I x_i - $\bar{x}$ I**		**I x_i - $\bar{x}$ I**	
4	Január	x_1	1500	=ABS(C4-$E$18)		48,08	
5	Február	x_2	1640	=ABS(C5-$E$18)		188,08	
6	Március	x_3	1168	=ABS(C6-$E$18)		283,92	
7	Április	x_4	1265	=ABS(C7-$E$18)		186,92	
8	Május	x_5	1200	=ABS(C8-$E$18)		251,92	
9	Június	x_6	1380	=ABS(C9-$E$18)		71,92	
10	Július	x_7	1410	=ABS(C10-$E$18)		41,92	
11	Augusztus	x_8	1500	=ABS(C11-$E$18)		48,08	
12	Szeptember	x_9	1780	=ABS(C12-$E$18)		328,08	
13	Október	x_{10}	1640	=ABS(C13-$E$18)		188,08	
14	November	x_{11}	1640	=ABS(C14-$E$18)		188,08	
15	December	x_{12}	1300	=ABS(C15-$E$18)		151,92	
16	**Összesen**					**1977,0**	
17							
18	Abszolút átlageltérés		=1977 / 12		164,75 km		
19	Átlag ($\bar{x}$)		=ÁTLAG(C4:C15)		1451,92 km		
20	Darabszám		=darab(C4:C15)		12 darab		

51. ábra: Az abszolút átlageltérés kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

Látható, hogy abban az esetben, ha ugyanazzal az adattal számolunk minden képlet esetén, akkor le lehet fixálni az adott mező értékét a „$” jellel. A „$” jelet az „ALTGR” „É” együttes lenyomásával tudjuk berni az oszlop és a sor jelölés elé. Természetesen használható az „F4” billentyű is, de így itt a megfelelő jelölésig kell elmenni.

Az újonnan elkészített oszlop kiszámítását követően kerülhet sor az összegzésre a =SZUM() függvény segítségével. Összesítő értékünk így 1977 km lett.

Ezt követően kell a képletbe behelyettesíteni: 1977 /12 = 164,75 km.

Értelmezés: Az alapadatok egyes értékének a számtani átlagtól való átlagos eltérése abszolút értékben 164,75 km.

d) <u>Határozza meg a variancia értékét.</u>

A feladat megoldásához szükségünk van az átlagra (1451,92 km) és a darabszámra (12 darab), melyet már korábban kiszámoltunk. A kérdés alapján a feladatban a „Variancia” értékét kell meghatározni. Az alap feladat mellé egy új oszlopot készítünk el, melynek az elnevezése:

$$(x_i - \bar{x})\text{^}2$$

Az ($x_i - \bar{x}$)^2 képletben az átlag ($\bar{x}$) értéke a 1451,92 km, míg az x_i értékei pedig soronként rendre a távolság adatok. A kiszámításhoz a különbség négyzetét kell venni (52. ábra). A hatvány jelet számítógéppel az „ALTGR” „3” együttes lenyomásával, majd a „2” billentyű megnyomásával tudjuk elkészíteni. Függvény használata is lehetséges, ekkor a =HATVÁNY() függvényt alkalmazzuk, ahol a zárójelbe a különbséget kell képezni.

Januári adat meghatározása: = (1500 - 1451,92)^2 = 2312,01

Februári adat meghatározása: = (1640 - 1451,92)^2 = 35375,34

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:						
2							
3	**Hónapok**		**Távolság, kilométer**	**(x_i - $\bar{x}$) ^2**		**(x_i - $\bar{x}$^2**	
4	Január	x_1	1500	=(C4-$E$18)^2		2312,01	
5	Február	x_2	1640	=(C5-$E$18)^2		35375,34	
6	Március	x_3	1168	=(C6-$E$18)^2		80608,67	
7	Április	x_4	1265	=(C7-$E$18)^2		34937,84	
8	Május	x_5	1200	=(C8-$E$18)^2		63462,01	
9	Június	x_6	1380	=(C9-$E$18)^2		5172,01	
10	Július	x_7	1410	=(C10-$E$18)^2		1757,01	
11	Augusztus	x_8	1500	=(C11-$E$18)^2		2312,01	
12	Szeptember	x_9	1780	=(C12-$E$18)^2		107638,67	
13	Október	x_{10}	1640	=(C13-$E$18)^2		35375,34	
14	November	x_{11}	1640	=(C14-$E$18)^2		35375,34	
15	December	x_{12}	1300	=(C15-$E$18)^2		23078,67	
16	**Összesen**					**427404,92**	
17							
18	Variancia		=427404,92 / 12		35617,1 km		
19	Átlag ($\bar{x}$)		=ÁTLAG(C4:C15)		1451,92 km		
20	Darabszám		=darab(C4:C15)		12 darab		

52. ábra: A variancia kiszámítása az Excelben

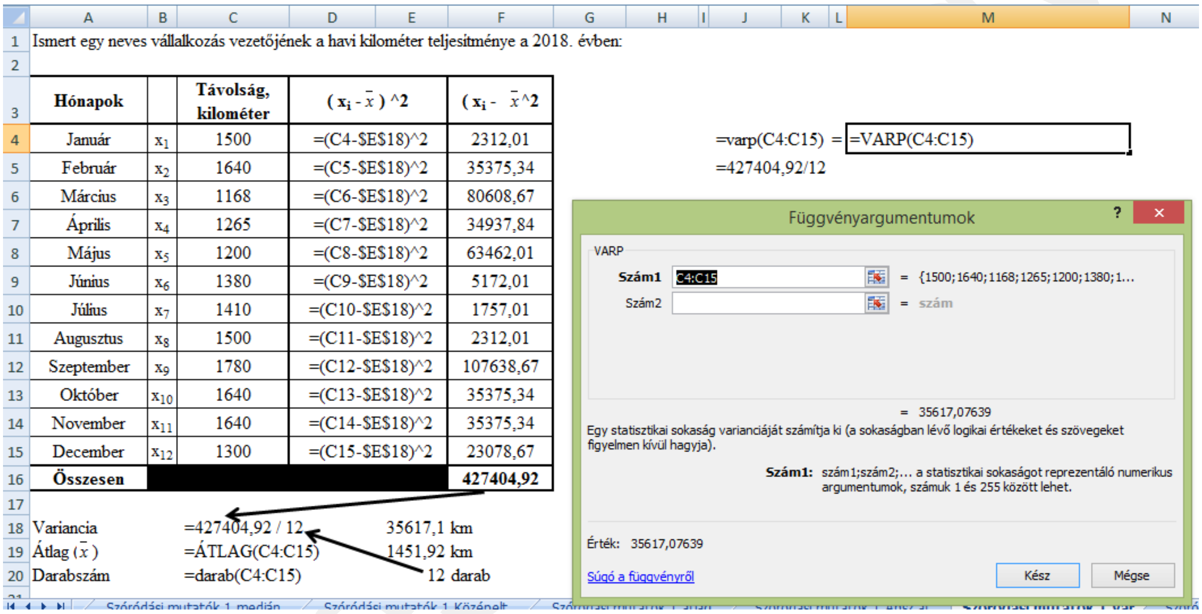
Forrás: Saját szerkesztés

Itt is alkalmazható az átlag értékénél a fixálás a $$ jel beállításával. Az újonnan elkészített oszlop kiszámítását követően kerülhet sor az összegzésre a =SZUM() függvény segítségével. Az összesítő értékünk így 427404,92 lett. Fontos, hogy ennek a számnak nincs értelmezhető mértékegysége.

Képletbe behelyettesítve az eredményünk: = (427404,92 /12) = 35617,1.

Értelmezés: Nem szükséges az értelmezés, mivel nem a számértéknek nincs értelmezhető mértékegysége.

Függvénnyel való ellenőrzés (53. ábra):



53. ábra: A VARP() függvény alkalmazása a példára

Forrás: Saját számítása

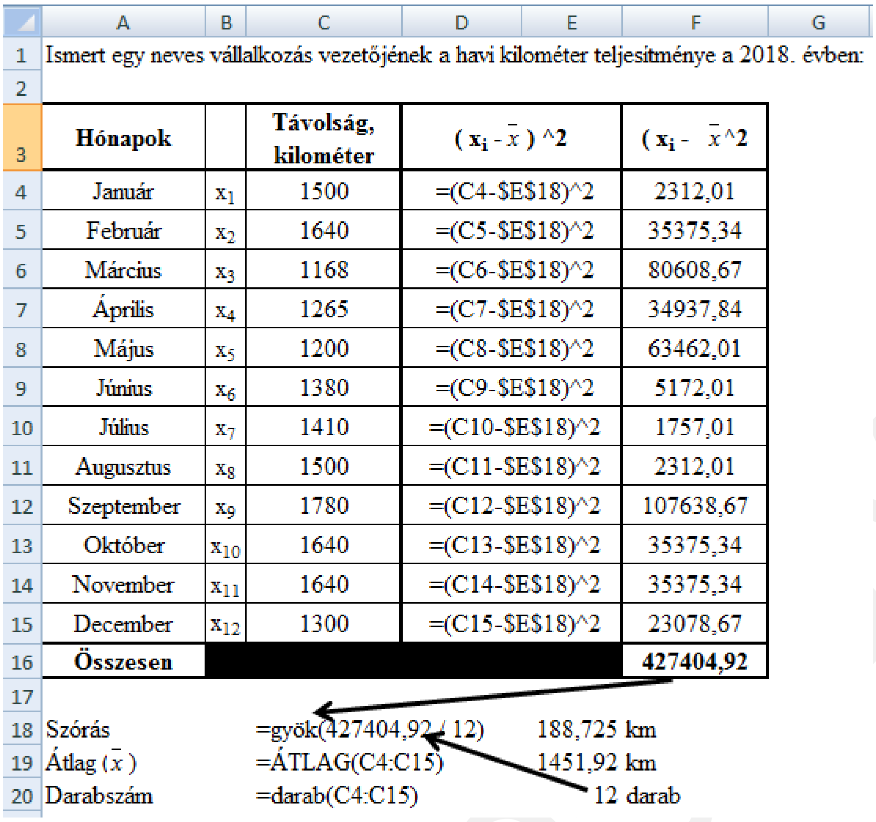
A példában teljes sokaságra számoltunk, így a =VARP() függvényt alkalmazzuk. Ha minta sokaságra számolnánk, akkor a =VAR() függvényt kellene használni.

e) <u>Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el?</u>

A variancia értékéből egyszerűen gyököt kell vonni. Ezt a számítógéppel a következő módon számoltathatjuk ki:

=GYÖK(427404,92 /12) = 188,725 km.

Értelmezés: az alapadatok az átlagtól átlagosan 188,725 km-rel térnek el (54. ábra).

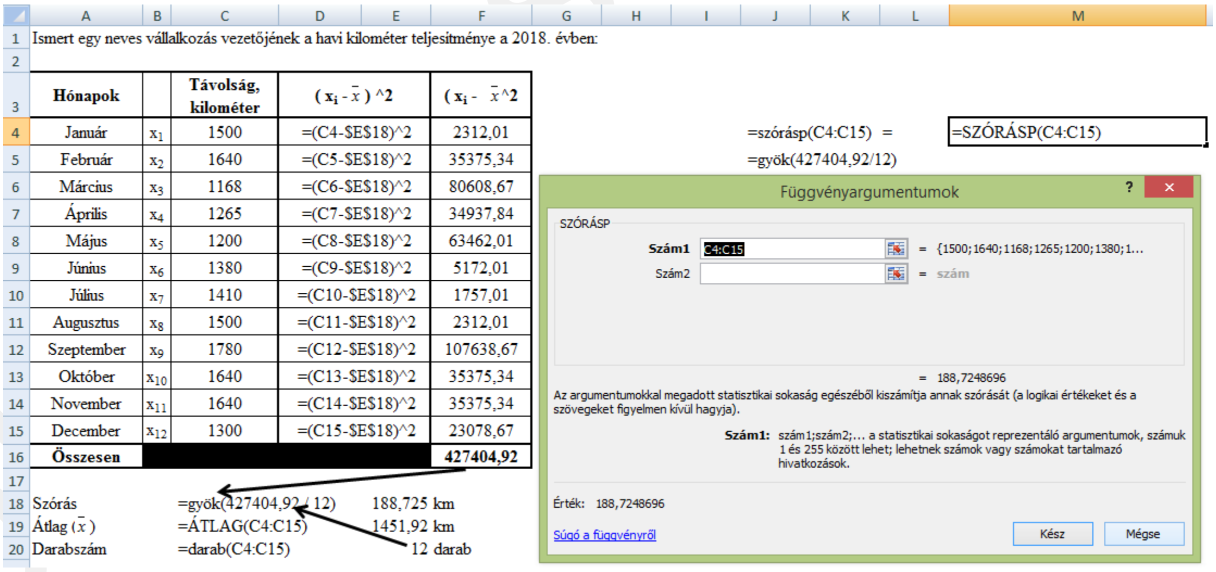


	A	B	C	D	E	F	G
1	Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:						
2							
3	**Hónapok**		**Távolság, kilométer**	**(x_i - $\bar{x}$) ^2**		**(x_i - $\bar{x}$ ^2**	
4	Január	x_1	1500	=(C4-$E$18)^2		2312,01	
5	Február	x_2	1640	=(C5-$E$18)^2		35375,34	
6	Március	x_3	1168	=(C6-$E$18)^2		80608,67	
7	Április	x_4	1265	=(C7-$E$18)^2		34937,84	
8	Május	x_5	1200	=(C8-$E$18)^2		63462,01	
9	Június	x_6	1380	=(C9-$E$18)^2		5172,01	
10	Július	x_7	1410	=(C10-$E$18)^2		1757,01	
11	Augusztus	x_8	1500	=(C11-$E$18)^2		2312,01	
12	Szeptember	x_9	1780	=(C12-$E$18)^2		107638,67	
13	Október	x_{10}	1640	=(C13-$E$18)^2		35375,34	
14	November	x_{11}	1640	=(C14-$E$18)^2		35375,34	
15	December	x_{12}	1300	=(C15-$E$18)^2		23078,67	
16	**Összesen**					**427404,92**	
17							
18	Szórás		=gyök(427404,92 / 12)		188,725 km		
19	Átlag ($\bar{x}$)		=ÁTLAG(C4:C15)		1451,92 km		
20	Darabszám		=darab(C4:C15)		12 darab		

54. ábra: A szórás kiszámítása az Excelben

Forrás: Saját szerkesztés

Függvénnyel való ellenőrzés (55. ábra):



	A	B	C	D	E	F
1	Ismert egy neves vállalkozás vezetőjének a havi kilométer teljesítménye a 2018. évben:					
2						
3	**Hónapok**		**Távolság, kilométer**	**(x_i - $\bar{x}$) ^2**		**(x_i - $\bar{x}$ ^2**
4	Január	x_1	1500	=(C4-$E$18)^2		2312,01
5	Február	x_2	1640	=(C5-$E$18)^2		35375,34
6	Március	x_3	1168	=(C6-$E$18)^2		80608,67
7	Április	x_4	1265	=(C7-$E$18)^2		34937,84
8	Május	x_5	1200	=(C8-$E$18)^2		63462,01
9	Június	x_6	1380	=(C9-$E$18)^2		5172,01
10	Július	x_7	1410	=(C10-$E$18)^2		1757,01
11	Augusztus	x_8	1500	=(C11-$E$18)^2		2312,01
12	Szeptember	x_9	1780	=(C12-$E$18)^2		107638,67
13	Október	x_{10}	1640	=(C13-$E$18)^2		35375,34
14	November	x_{11}	1640	=(C14-$E$18)^2		35375,34
15	December	x_{12}	1300	=(C15-$E$18)^2		23078,67
16	**Összesen**					**427404,92**
17						
18	Szórás		=gyök(427404,92 / 12)		188,725 km	
19	Átlag ($\bar{x}$)		=ÁTLAG(C4:C15)		1451,92 km	
20	Darabszám		=darab(C4:C15)		12 darab	

55. ábra: A =SZÓRÁSP() függvény alkalmazása a példára

Forrás: Saját számítása

A példában teljes sokaságra számoltunk, így a =SZÓRÁSP() függvényt alkalmazzuk. Ha minta sokaságra számolnánk, akkor a =SZÓRÁS() függvényt kellene használni.

f) <u>Határozza meg, hogy a sokaság heterogénnek vagy homogénnek tekinthető-e?</u>

A relatív szórás meghatározásához a korábban kiszámított szórás és átlag értékekre van szükségünk.

Szórás	188,725 km	
Átlag ($\bar{x}$)	1451,92 km	* 100
Relatív szórás	=188,725/1451,92 = 0,1300	$\longrightarrow$ 13,00%

Mivel a relatív szórás értékünk 10–20% között van, így megállapítható, hogy a sokaság közepesen változékony.

4.2.3. Egyszerű (súlyozatlan) szóródási mutatók – Példa 2

A Debreceni Egyetem az egyik Intézetére vonatkozóan felmérést végezett a felnőtt dolgozók testmagasságára vonatkozóan. A testmagasság normális eloszlású változó. 15 véletlenszerűen kiválasztott dolgozó testmagassága cm-ben a következő (56. ábra):

	A	B
1	**Sorszám**	**Testmagasság (cm)**
2	**1**	175
3	**2**	180
4	**3**	182
5	**4**	179
6	**5**	175
7	**6**	174
8	**7**	176
9	**8**	175
10	**9**	178
11	**10**	180
12	**11**	180
13	**12**	181
14	**13**	183
15	**14**	184
16	**15**	179

56. ábra: A Példa2 feladat adatbázisa

Forrás: Saját adatgyűjtés

Kérdések:

a) Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb elemérték közötti távolságot? Értelmezze az eredményt.

b) Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el. Értelmezze az eredményt.

c) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan abszolút értékben mennyivel térnek el. Értelmezze az eredményt.

d) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el? Értelmezze az eredményt.

e) Határozza meg a feladat varianciáját. Értelmezze az eredményt.

f) Határozza meg, hogy a sokaság heterogénnek vagy homogénnek tekinthető-e? Értelmezze az eredményt.

4.2.4. Egyszerű (súlyozatlan) szóródási mutatók Példa 2 megoldása

a) Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb elemérték közötti távolságot? Értelmezze az eredményt.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Sorszám**	**Testmagasság (cm)**		**Szóródás terjdelme**				
2	**1**	175						
3	**2**	180		Max	=max(B2:B16)	=	184	cm
4	**3**	182		Min	=min(B2:B16)	=	174	cm
5	**4**	179						
6	**5**	175		Terjdelem	=184 - 174	=	10	cm
7	**6**	174			=G3-G4			
8	**7**	176						
9	**8**	175						
10	**9**	178						
11	**10**	180						
12	**11**	180						
13	**12**	181						
14	**13**	183						
15	**14**	184						
16	**15**	179						

57. ábra: A Példa2 szóródás terjedelemének a meghatározása

Forrás: Saját kalkuláció

Értelmezés (57. ábra):

Max = 184 cm	A vizsgált adatbázisban a legmagasabb elemérték a 184 cm.
Min = 174 cm	A vizsgált adatbázisban a legalacsonyabb elemérték a 184 cm.
Terjedelem = 10 cm	A legmagasabb és a legalacsonyabb elemérték között a különbség 10 cm.

b) Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el. Értelmezze az eredményt (58. ábra).

	A	B	C	D
1	**Sorszám**	**Testmagasság (cm)**	**I x - Me I**	**I x - Me I**
2	**1**	175	=ABS(B2-$I$3)	4
3	**2**	180	=ABS(B3-$I$3)	1
4	**3**	182	=ABS(B4-$I$3)	3
5	**4**	179	=ABS(B5-$I$3)	0
6	**5**	175	=ABS(B6-$I$3)	4
7	**6**	174	=ABS(B7-$I$3)	5
8	**7**	176	=ABS(B8-$I$3)	3
9	**8**	175	=ABS(B9-$I$3)	4
10	**9**	178	=ABS(B10-$I$3)	1
11	**10**	180	=ABS(B11-$I$3)	1
12	**11**	180	=ABS(B12-$I$3)	1
13	**12**	181	=ABS(B13-$I$3)	2
14	**13**	183	=ABS(B14-$I$3)	4
15	**14**	184	=ABS(B15-$I$3)	5
16	**15**	179	=ABS(B16-$I$3)	0
17	**Össz.**		**=SZUM(C2:C16)**	**38**

F	G	H–J
Középeltérés		
Medián (Me)	=medián(B2:B16)	= 179 cm
Középeltérés	=D17/15	= 2,5 cm

58. ábra: A Példa2 középeltérés értékének a meghatározása

Forrás: Saját kalkuláció

Medián (Me) = 179 cm	Az alapadatok 50%-a 179 cm alatt van, míg 50%-a 179 cm felett van.
Középeltérés (KE) = 2,5 cm	Az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben 2,5 cm-rel térnek el átlagosan (teljes sokaság vizsgálata esetén).

Ha a „Középeltérés”-t minta alapján kívánjuk meghatározni, akkor a 38/14 = 2,71 cm értéket kapnánk eredményként. Azaz minta alapján az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben 2,5 cm-rel térnek el átlagosan.

c) **Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan abszolút értékben mennyivel térnek el. Értelmezze az eredményt (59. ábra).**

	A	B	C	D
1	**Sorszám**	**Testmagasság (cm)**	**I x - $\bar{x}$ I**	**I x - $\bar{x}$ I**
2	**1**	175	=ABS(B2-$I$3)	3,73
3	**2**	180	=ABS(B3-$I$3)	1,27
4	**3**	182	=ABS(B4-$I$3)	3,27
5	**4**	179	=ABS(B5-$I$3)	0,27
6	**5**	175	=ABS(B6-$I$3)	3,73
7	**6**	174	=ABS(B7-$I$3)	4,73
8	**7**	176	=ABS(B8-$I$3)	2,73
9	**8**	175	=ABS(B9-$I$3)	3,73
10	**9**	178	=ABS(B10-$I$3)	0,73
11	**10**	180	=ABS(B11-$I$3)	1,27
12	**11**	180	=ABS(B12-$I$3)	1,27
13	**12**	181	=ABS(B13-$I$3)	2,27
14	**13**	183	=ABS(B14-$I$3)	4,27
15	**14**	184	=ABS(B15-$I$3)	5,27
16	**15**	179	=ABS(B16-$I$3)	0,27
17	**Össz.**		**=SZUM(C2:C16)**	**38,80**

	F	G	H	I	J
1	**Abszolút átlageltérés**				
3	Átlag ($\bar{x}$)	=átlag(B2:B16)	=	178,7	cm
5	Abszolút átlageltérés	=D17/15	=	2,59	cm

59. ábra: A Példa2 abszolút átlageltérésének a meghatározása
Forrás: Saját kalkuláció

Átlag ($\bar{x}$) = 178,7 cm — Az alapadatok átlaga 178,7 cm.

Abszolút átlageltérés (AÁ) = 2,59 cm — Az alapadatok az átlag értékétől abszolút értékben 2,59 cm-rel térnek el átlagosan.

Ha az „Abszolút átlageltérés” mutatót minta alapján kívánjuk meghatározni, akkor a 38,80/14 = 2,77 cm értéket kapnánk eredményként. Azaz minta alapján az alapadatok az átlag értékétől abszolút értékben 2,77 cm-rel térnek el átlagosan.

d) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el? Értelmezze az eredményt (60. ábra).

	A	B	C	D
1	**Sorszám**	**Testmagasság (cm)**	**$(x - \bar{x})$^2**	**$(x - \bar{x})$^2**
2	**1**	175	=(B2-$I$3)^2	13,94
3	**2**	180	=(B3-$I$3)^2	1,60
4	**3**	182	=(B4-$I$3)^2	10,67
5	**4**	179	=(B5-$I$3)^2	0,07
6	**5**	175	=(B6-$I$3)^2	13,94
7	**6**	174	=(B7-$I$3)^2	22,40
8	**7**	176	=(B8-$I$3)^2	7,47
9	**8**	175	=(B9-$I$3)^2	13,94
10	**9**	178	=(B10-$I$3)^2	0,54
11	**10**	180	=(B11-$I$3)^2	1,60
12	**11**	180	=(B12-$I$3)^2	1,60
13	**12**	181	=(B13-$I$3)^2	5,14
14	**13**	183	=(B14-$I$3)^2	18,20
15	**14**	184	=(B15-$I$3)^2	27,74
16	**15**	179	=(B16-$I$3)^2	0,07
17	**Össz.**		**=SZUM(C2:C16)**	**138,93**

Szórás

Átlag ($\bar{x}$)	=átlag(B2:B16)	=	178,7	cm
Szórás	=gyök(D17/15)	=	3,04	cm

Szórás meghatározása függvény segítségével:

Minta alapján	=szórás(B2:B16)	=	3,15	cm
Teljes sokaság alapján	=szórásp(B2:B16)	=	3,04	cm

60. ábra: A Példa2 szórás értékének a meghatározása

Forrás: Saját kalkuláció

Átlag ($\bar{x}$) = 178,7 cm — Az alapadatok átlaga 178,7 cm.

Szórás (S) = 3,15 cm — Az alapadatok az átlag értékétől átlagosan 3,15 cm-rel térnek el (minta alapján).

Szórás (S) = 3,04 cm — Az alapadatok az átlag értékétől átlagosan 3,04 cm-rel térnek el (teljes sokaság alapján).

e) Határozza meg a feladat varianciáját. Értelmezze az eredményt (61. ábra).

	A	B	C	D
1	**Sorszám**	**Testmagasság (cm)**	**(x - $\bar{x}$)^2**	**(x - $\bar{x}$)^2**
2	**1**	175	=(B2-\$I\$3)^2	13,94
3	**2**	180	=(B3-\$I\$3)^2	1,60
4	**3**	182	=(B4-\$I\$3)^2	10,67
5	**4**	179	=(B5-\$I\$3)^2	0,07
6	**5**	175	=(B6-\$I\$3)^2	13,94
7	**6**	174	=(B7-\$I\$3)^2	22,40
8	**7**	176	=(B8-\$I\$3)^2	7,47
9	**8**	175	=(B9-\$I\$3)^2	13,94
10	**9**	178	=(B10-\$I\$3)^2	0,54
11	**10**	180	=(B11-\$I\$3)^2	1,60
12	**11**	180	=(B12-\$I\$3)^2	1,60
13	**12**	181	=(B13-\$I\$3)^2	5,14
14	**13**	183	=(B14-\$I\$3)^2	18,20
15	**14**	184	=(B15-\$I\$3)^2	27,74
16	**15**	179	=(B16-\$I\$3)^2	0,07
17	**Össz.**		**=SZUM(C2:C16)**	**138,93**

	F	G	H	I	J
1	**Variancia**				
3	Átlag ($\bar{x}$)	=átlag(B2:B16)	=	178,73	cm
5	Variancia (S^2)	=(D17/15)	=	9,26	cm
7	Variancia meghatározása függvény segítségével:				
8	Minta alapján	=VAR(B2:B16)	=	9,92	cm
9	Teljes sokaság alapján	=VARP(B2:B16)	=	9,26	cm

61. ábra: A Példa2 variancia értékének a meghatározása
Forrás: Saját kalkuláció

Átlag ($\bar{x}$) = 178,7 cm — Az alapadatok átlaga 178,7 cm.

Variancia (S^2) = 9,92 cm — Mértékegysége nem értelmezhető, így a kapott eredmény értékét sem kell lejellemezni. A mértékegység különben cm^2 lenne, de ezt nem tudjuk értelmezni.

Variancia (S^2) = 9,26 cm — Mértékegysége nem értelmezhető, így a kapott eredmény értékét sem kell lejellemezni. A mértékegység különben cm^2 lenne, de ezt nem tudjuk értelmezni.

f) Határozza meg, hogy a sokaság heterogénnek vagy homogénnek tekinthető-e? Értelmezze az eredményt (33. táblázat).

33. táblázat: A vállalkozás ismert adatai

Megnevezés	**MINTA**	**TELJES**
	SOKASÁG	
Átlag	178,73	178,73
Szórás	3,15	3,04
Relatív szórás	1,76%	1,70%

Forrás: Saját kalkuláció

Minta sokaság esetén: A relatív szórás értéke 1,76%. Mivel 0–10% között van a relatív szórás értéke, így a sokaság homogénnek tekinthető.
Teljes sokaság esetén: A relatív szórás értéke 1,70%. Mivel 0–10% között van a relatív szórás értéke, így a sokaság homogénnek tekinthető.

4.2.5. Súlyozott szóródási mutatók – Példa 1

A legalább 25 főt foglalkoztató azonos profilú vállalkozások közül egyszerű véletlen mintavétellel kiválasztottunk 200 vállalkozás adatát (34. táblázat):

34. táblázat: A vállalkozás ismert adatai

Nettó árbevétel (millió Ft/hó)			**Vállalkozások száma (darab)**
	–	**89,9**	30
90	–	**99,9**	25
100	–	**109,9**	34
110	–	**119,9**	40
120	–	**129,9**	45
130	–	**139,9**	21
140	–		5
Összesen			**200**

Forrás: Saját szerkesztés

Kérdések:

a) Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb nettó árbevétel közötti távolságot? Értelmezze az eredményt.

b) Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el a nettó árbevétel vizsgálata esetén. Értelmezze az eredményt.

c) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan abszolút értékben mennyivel térnek el a vizsgált vállalkozások esetén. Értelmezze az eredményt.

d) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el? Értelmezze az eredményt.

e) Határozza meg a feladat varianciáját. Értelmezze az eredményt.

f) Határozza meg, hogy a vizsgált vállalkozások adatai alapján mennyi a relatív szórás értéke.

4.2.6. Súlyozott szóródási mutatók Példa 1 megoldása

a) Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb nettó árbevétel közötti távolságot? Értelmezze az eredményt.

A kérdés alapján meg kell határozni a legkisebb és a legnagyobb elemértéket az intervallumok ismeretében.

A legkisebb (minimum) érték az első intervallum alsó határa, míg a legnagyobb (maximum) érték az utolsó intervallum felső határa. A minimum érték tehát a 80, míg a maximum érték a 149,9 mft.

A szóródás terjedelme tehát $i = R = x_{max} - x_{min} = 149{,}9 - 80 = 69{,}9$ mft. Tehát a legkisebb és a legnagyobb elemérték közötti különbség 69,9 millió Ft.

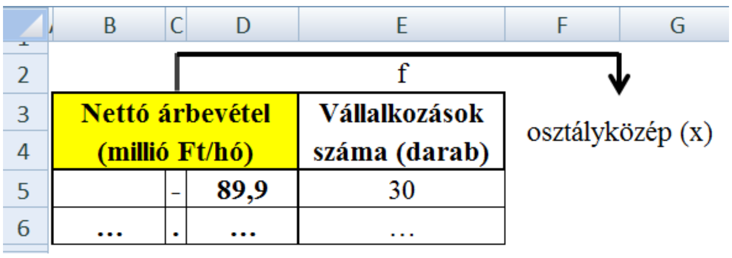
b) Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el a nettó árbevétel vizsgálata esetén. Értelmezze az eredményt.

Mivel a középérték számításnál nem tanultunk súlyozott medián számítást, így ezen feladattípust nem kell kiszámolni.

c) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan abszolút értékben mennyivel térnek el a vizsgált vállalkozások esetén. Értelmezze az eredményt.

A súlyozott feladatok megoldása a súlyozatlan feladathoz képest annyiban módosul, hogy minden számítási résznél a súlyozó tényezőt is figyelembe kell venni. A súlyozó tényező az minden eseten egyedi mértékegységgel rendelkezik. Azaz kg, ha, m^2, fő, db, stb.

A feladatban az első oszlop mértékegysége a millió Ft/fő, míg a második oszlopé a darab. Ebben az esetben a vállalkozások száma lesz a súlyozó tényező és a nettó árbevétel oszlopból fogjuk meghatározni az osztályközép értékét (mely a későbbiekben az „x" jelölést fogja kapni).



62. ábra: A feladat megoldáshoz szükséges eljelölések

Forrás: Saját kalkuláció

Az osztályközép értékét úgy számoljuk ki, hogy az adott intervallum alsó és felső határértékét összeadjuk, és ennek számoljuk ki a számtani átlagát (63. ábra).

Nettó árbevétel (millió Ft/hó)			Vállalkozások száma (darab)	Intervallum alsó határa	Intervallum felső határa	Osztályközép	Osztályközép
80	-	89,9	30	80	89,9	=(F4+G4)/2	84,95
90	-	99,9	25	90	99,9	=(F5+G5)/2	94,95
100	-	109,9	34	100	109,9	=(F6+G6)/2	104,95
110	-	119,9	40	110	119,9	=(F7+G7)/2	114,95
120	-	129,9	45	120	129,9	=(F8+G8)/2	124,95
130	-	139,9	21	130	139,9	=(F9+G9)/2	134,95
140	-	149,9	5	140	149,9	=(F10+G10)/2	144,95
Összesen			200				

Ki kell következetni, hogy mi lesz a kezdő időszak értéke. Mivel sorra 90, 100, 110, 120, 130, 140 értékek vannak, így az első szám a 80 lesz.

Ki kell következtetni, hogy mennyi lesz a záró érték: 89,9; 99,9; 109,9; 119,9; 129,9; 139,9. Így az utolsó értéke a 149,9 lesz.

63. ábra: Az osztályközép számítása a példára vonatkozóan

Forrás: Saját kalkuláció

Azaz

- az első intervallumhoz tartozó osztályközép: = (80+89,9)/2 = 84,95
- a második intervallumhoz tartozó osztályközép értéke: = (90+99,9)/2 = 94,95
- a harmadik intervallumhoz tartozó osztályközép értéke: = (100+109,9)/2 = 104,95
- stb.

Az osztályközép kiszámítását követően kerülhet sor a súlyozott számtani átlag meghatározására. A középértékek fejezetben tanultak alapján a súlyozott számtani átlag kiszámítása: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i}$

A képletben az f_i érték a súlyozó tényezőt jelenti (vállalatok száma), míg az x_i az osztályközép értékeit. Először tehát egy szorzatot kell készíteni: $f_i x_i$ (64. ábra):

A legalább 25 főt foglalkoztató azonos profilú vállalkozások közül egyszerű véletlen mintavéte

	B	C	D	E	F	G	H
2				f_i			
3–4	**Nettó árbevétel (millió Ft/hó)**			**Vállalkozások száma (darab)**	**Osztályközép (x_i)**	**$f_i x_i$**	**$f_i x_i$**
5	**80**	-	**89,9**	30	84,95	=D5*E5	2548,5
6	**90**	-	**99,9**	25	94,95	=D6*E6	2373,75
7	**100**	-	**109,9**	34	104,95	=D7*E7	3568,3
8	**110**	-	**119,9**	40	114,95	=D8*E8	4598
9	**120**	-	**129,9**	45	124,95	=D9*E9	5622,75
10	**130**	-	**139,9**	21	134,95	=D10*E10	2833,95
11	**140**	-	**149,9**	5	144,95	=D11*E11	724,75
12	**Összesen**			**200**		=szum(F5:F11)	22270

64. ábra: Az átlag kiszámítása az osztályközös gyakorisági soron

Forrás: Saját kalkuláció

A kapott összesen érték $\sum_{i=1}^{k} f_i x_i = 22270$ millió Ft. Tehát a vizsgált vállalkozások összes nettó árbevétele 22270 millió Ft. Ha ezt a számot elosztjuk a vizsgált vállalkozások számával (200 db), akkor megkapjuk az egy vállalkozásra jutó átlagos nettó árbevétel értékét.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{22270}{200} = 111{,}35\ \textit{millió Ft}$$

Ez alapján megállapítható, hogy a vizsgált vállalkozások alapján az egy vállalatra jutó átlagos nettó árbevétel értéke 111,35 millió Ft.

Ezt követően egy új oszlopot kell elkészíteni a felad mellé (65. ábra), melynek az elnevezése: $f_i * |x_i - \bar{x}|$

A legalább 25 főt foglalkoztató azonos profilú vállalkozások közül egyszerű véletlen mintavétellel kiválasztottunk 200 vállalkozás adatait:

	B	C	D	E	F	G	H	I
3				f_i				
4–5	**Nettó árbevétel (millió Ft/hó)**			**Vállalkozások száma (darab)**	**Osztályközép (x_i)**	**$f_i x_i$**	**f * I x - xátlag I**	**f * I x - xátlag I**
6	**80**	-	**89,9**	30	84,95	2548,5	792	792
7	**90**	-	**99,9**	25	94,95	2373,75	410	410
8	**100**	-	**109,9**	34	104,95	3568,3	217,6	217,6
9	**110**	-	**119,9**	40	114,95	4598	144	144
10	**120**	-	**129,9**	45	124,95	5622,75	612	612
11	**130**	-	**139,9**	21	134,95	2833,95	495,6	495,6
12	**140**	-	**149,9**	5	144,95	724,75	168	168
13	**Összesen**			**200**		**22270**	**2839,2**	**2839,2**
15	Súlyozott számtani átlag				=H12/E12 =	111,35		

65. ábra: Az abszolút átlageltérés kiszámítása az osztályközös gyakorisági soron

Forrás: Saját kalkuláció

Teljes sokaság esetén a számítás:

$$A\acute{A} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * \left| x_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{2839{,}2}{200} = 14{,}196$$

Az alapadatok a 111,35 millió Ft-os átlag értékétől abszolút értékben 14,196 millió Ft-tal térnek el átlagosan a teljes sokaság esetén.

Minta sokaság esetén a számítás:

$$A\acute{A} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * \left| x_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1} = \frac{2839{,}2}{199} = 14{,}267$$

Az alapadatok a 111,35 millió Ft-os átlag értékétől abszolút értékben 14,267 millió Ft-tal térnek el átlagosan a minta esetén.

d) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el? Értelmezze az eredményt.

A feladat kérdése alapján szórást kell számolni. Azaz a következő képletet kell használni teljes sokaság esetén: $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k} f * \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}}$

A képlet kiszámításához szükségünk van egy új oszlopra, melynek az elnevezése (66. ábra): $f * (x - \bar{x})^\wedge 2$

	B	C	D	E	F	G	H	I
1	A legalább 25 főt foglalkoztató azonos profilú vállalkozások közül egyszerű véletlen mintavétellel kiválasztottunk 200 vállalkozás adatait:							
3–4	Nettó árbevétel (millió Ft/hó)			Vállalkozások száma (darab)	Osztályközép (x_i)	$f_i x_i$	f * (x - xátlag)^2	f * (x - xátlag)^2
5	80	-	89,9	30	84,95	2548,5	=E5*(F5-$F$15)^2	20908,8
6	90	-	99,9	25	94,95	2373,75	=E6*(F6-$F$15)^2	6724
7	100	-	109,9	34	104,95	3568,3	=E7*(F7-$F$15)^2	1392,64
8	110	-	119,9	40	114,95	4598	=E8*(F8-$F$15)^2	518,4
9	120	-	129,9	45	124,95	5622,75	=E9*(F9-$F$15)^2	8323,2
10	130	-	139,9	21	134,95	2833,95	=E10*(F10-$F$15)^2	11696,16
11	140	-	149,9	5	144,95	724,75	=E11*(F11-$F$15)^2	5644,8
12	Összesen			200		22270	=SZUM(H5:H11)	55208
14			súlyozott számtani átlag		111,35	m Ft		
15				súlyozott szórás	=gyök(I12/E12)	m Ft	azaz 16,61 mFt	

66. ábra: A szórás kiszámítása az osztályközös gyakorisági soron

Forrás: Saját kalkuláció

Tehát az alapadatok a 111,35 millió Ft-os átlagtól átlagosan 16,61 millió Ft-tal térnek el.

Ha minta sokaságra kellene számolni, akkor nem 200 darabbal, hanem 199 darabbal kellene osztani az 55208 millió Ft-os értéket a gyök alatt, azaz:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}} = \sqrt{\frac{55208}{199}} = 16{,}66 \textit{ millió Ft}$$

Ebben az esetben az alapadatok a 111,35 millió Ft-os átlagtól átlagosan 16,66 millió Ft-tal térnek el.

e) Határozza meg a feladat varianciáját. Értelmezze az eredményt.

Hasonlóképpen kell a varianciaszámítást elvégezni, mint a szórást, csak a végén nem kell gyököt vonni a kapott hányados értékéből (67. ábra).

A legalább 25 főt foglalkoztató azonos profilú vállalkozások közül egyszerű véletlen mintavétellel kiválasztottunk 200 vállalkozás adatait:

Nettó árbevétel (millió Ft/hó)			Vállalkozások száma (darab)	Osztályközép (x_i)	f_ix_i	f * (x - xátlag)^2	f * (x - xátlag)^2
80	-	89,9	30	84,95	2548,5	=E5*(F5-$F$15)^2	20908,8
90	-	99,9	25	94,95	2373,75	=E6*(F6-$F$15)^2	6724
100	-	109,9	34	104,95	3568,3	=E7*(F7-$F$15)^2	1392,64
110	-	119,9	40	114,95	4598	=E8*(F8-$F$15)^2	518,4
120	-	129,9	45	124,95	5622,75	=E9*(F9-$F$15)^2	8323,2
130	-	139,9	21	134,95	2833,95	=E10*(F10-$F$15)^2	11696,16
140	-	149,9	5	144,95	724,75	=E11*(F11-$F$15)^2	5644,8
Összesen			**200**		**22270**	**=SZUM(H5:H11)**	**55208**

súlyozott számtani átlag	111,35 m Ft		
súlyozott variancia	=(I12/E12) m Ft	azaz 276,04	

67. ábra: A variancia kiszámítása az osztályközös gyakorisági soron

Forrás: Saját kalkuláció

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{55208}{200} = 276{,}04$$

Értelmezés nem szükséges, mivel nincs értelmezhető mértékegysége a varianciának.

Minta sokaság esetén a számítás a következőképpen alakul:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1} = \frac{55208}{199} = 277{,}43$$

f) Határozza meg, hogy a vizsgált vállalkozások adatai alapján mennyi a relatív szórás értéke.

A relatív szórás értékét ugyanúgy határozzuk meg, mint a súlyozatlan forma esetén, azaz $V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{\textit{súlyozott szórás}}{\textit{súlyozott átlag}}$

Minta sokaság esetén: $V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{16{,}66}{111{,}35} = 0{,}14962 \Rightarrow 0{,}1496 * 100 = 14{,}96\%$

Teljes sokaság esetén: $V = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{16{,}61}{111{,}35} = 0{,}1491 \Rightarrow 0{,}1491 * 100 = 14{,}91\%$

Mivel a relatív szórás értéke 10–20% között van, így közepesen változékony a sokaság.

4.2.7. Súlyozott szóródási mutatók – Példa 2

Magyarország városainak a száma (Budapest nélkül) a népesség nagyságcsoportjai szerint ismertek 2019. január 01.-én (35. táblázat).

35. táblázat: Magyarország népességcsoportonkénti városszáma

Népesség (ezer fő)	Városok száma, db
– 10,0	64
10,1 – 20,0	78
20,1 – 30,0	80
30,1 – 40,0	96
40,1 –50,0	77
50,1 – 60,0	64
60,1 – 70,1	41
Összesen	**500**

Forrás: Saját összeállítás

Kérdések:

a) Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb népesség közötti távolságot? Értelmezze az eredményt.

b) Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el a népesség vizsgálata esetén. Értelmezze az eredményt.

c) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan abszolút értékben mennyivel térnek el a vizsgált népesség esetén. Értelmezze az eredményt.

d) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el? Értelmezze az eredményt.

e) Határozza meg a feladat varianciáját. Értelmezze az eredményt.

f) Határozza meg, hogy a vizsgált népesség adatai alapján mennyi a relatív szórás értéke.

4.2.8. Súlyozott szóródási mutatók Példa 2 megoldása

a) Határozza meg a legkisebb és a legnagyobb nettó árbevétel közötti távolságot? Értelmezze az eredményt (68. ábra).

Magyarország városainak a száma (Budapest nélkül) a népesség nagyságcsoportjai szerint ismertek 2019. január 01.-én.

Népesség (ezer fő)	Városok száma, db			
10,0	64			
10,1 - 20,0	78			
20,1 - 30,0	80			
30,1 - 40,0	96		MIN érték	0,1 ezer fő
40,1 -50,0	77		MAX érték	70,1 ezer fő
50,1 - 60,0	64			
60,1 - 70,1	41			
Összesen	**500**			

68. ábra: A szóródás terjedelme az osztályközös gyakorisági sorban a Példa 2-nél

Forrás: Saját kalkuláció

A legkisebb elemérték a 0,1 ezer fő (minimum érték).

A legnagyobb elemérték a 70,1 ezer fő (maximum érték).

A szóródás terjedelme i = R = 70,1 − 0,1 = 70 ezer fő. Azaz a legnagyobb és legkisebb elem közötti távolság 70 ezer fő.

b) Határozza meg, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolút értékben mennyivel térnek el a nettó árbevétel vizsgálata esetén. Értelmezze az eredményt.

Nem kell kiszámolni a súlyozott középeltérést, mivel a középértékek témakörénél nem tanultunk súlyozott medián számítást.

c) **Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan abszolút értékben mennyivel térnek el a vizsgált vállalkozások esetén. Értelmezze az eredményt (69. ábra).**

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Magyarország városainak a száma (Budapest nélkül) a népesség nagyságcsoportjai szerint ismertek 2019.							
2		f_i						
3	**Népesség (ezer fő)**	**Városok száma, db**	**Intervallum alsó határa**	**Intervallum felső határa**	**Osztályközép (x_i)**	**Osztályközép (x_i)**	**f_i * x_i**	**f_i * x_i**
4	**- 10,0**	64	0,1	10	=(C4+D4)/2	5,05	=B4*F4	323,2
5	**10,1 - 20,0**	78	10,1	20	=(C5+D5)/2	15,05	=B5*F5	1173,9
6	**20,1 - 30,0**	80	20,1	30	=(C6+D6)/2	25,05	=B6*F6	2004
7	**30,1 - 40,0**	96	30,1	40	=(C7+D7)/2	35,05	=B7*F7	3364,8
8	**40,1 -50,0**	77	40,1	50	=(C8+D8)/2	45,05	=B8*F8	3468,9
9	**50,1 - 60,0**	64	50,1	60	=(C9+D9)/2	55,05	=B9*F9	3523,2
10	**60,1 - 70,1**	41	60,1	70	=(C10+D10)/2	65,05	=B10*F10	2667,1
11	**Összesen**	**500**					**=SZUM(G4:G10)**	**16525**

69. ábra: Az átlag meghatározása az osztályközös gyakorisági sorban a Példa 2-nél
Forrás: Saját kalkuláció

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{16252}{500} = 33{,}05 \; \mathit{ezerfő}$$

Az átlag meghatározása után kerülhet sor az abszolút átlageltérés meghatározására (70. ábra).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Magyarország városainak a száma (Budapest nélkül) a népesség nagyságcsoportjai szerint ismertek 2019. január 01.-én.							
2		f_i						
3	**Népesség (ezer fő)**	**Városok száma, db**	**Intervallum alsó határa**	**Intervallum felső határa**	**Osztályközép (x_i)**	**f_i * x_i**	**f * I x - xátlag I**	**f * I x - xátlag I**
4	**- 10,0**	64	0,1	10	5,05	323,2	=B4*ABS(E4-$D$13)	1792
5	**10,1 - 20,0**	78	10,1	20	15,05	1173,9	=B5*ABS(E5-$D$13)	1404
6	**20,1 - 30,0**	80	20,1	30	25,05	2004	=B6*ABS(E6-$D$13)	640
7	**30,1 - 40,0**	96	30,1	40	35,05	3364,8	=B7*ABS(E7-$D$13)	192
8	**40,1 -50,0**	77	40,1	50	45,05	3468,85	=B8*ABS(E8-$D$13)	924
9	**50,1 - 60,0**	64	50,1	60	55,05	3523,2	=B9*ABS(E9-$D$13)	1408
10	**60,1 - 70,1**	41	60,1	70	65,05	2667,05	=B10*ABS(E10-$D$13)	1312
11	**Összesen**	**500**				**16525**	**=SZUM(G4:G10)**	**7672**
12								
13	Súlyozott számtani átlag = 16525 / 500 =			33,05 ezer fő				

70. ábra: Az abszolút átlageltérés meghatározása az osztályközös gyakorisági sorban a Példa 2-nél
Forrás: Saját kalkuláció

Teljes sokaság esetén a számítás:

$$A\acute{A} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * \left| x_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{7672}{500} = 15{,}34$$

Az alapadatok a 33,05 ezer fő átlag értékétől abszolút értékben 15,34 ezer fővel térnek el átlagosan teljes sokaság esetén.

Minta sokaság eset a számítás:

$$A\acute{A} = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i * \left| x_i - \bar{x} \right|}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1} = \frac{7672}{499} = 15{,}37$$

Az alapadatok a 33,05 ezer fő átlag értékétől abszolút értékben 15,37 ezer fővel térnek el átlagosan minta sokaság esetén.

d) Határozza meg, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el? Értelmezze az eredményt.

A feladat kérdése alapján szórást kell számolni (71. ábra).

	A	B	C	D	E	F
1	Magyarország városainak a száma (Budapest nélkül) a népesség nagyságcsoportjai szerint ismertek					
2		f_i				
3	**Népesség (ezer fő)**	**Városok száma, db**	**Osztályközép (x_i)**	**$f_i * x_i$**	**f * (x - xátlag)^2**	**f * (x - xátlag)^2**
4	**- 10,0**	64	5,05	323,2	=B4*(E4-$D$13)^2	50176
5	**10,1 - 20,0**	78	15,05	1173,9	=B5*(E5-$D$13)^2	25272
6	**20,1 - 30,0**	80	25,05	2004	=B6*(E6-$D$13)^2	5120
7	**30,1 - 40,0**	96	35,05	3364,8	=B7*(E7-$D$13)^2	384
8	**40,1 -50,0**	77	45,05	3468,85	=B8*(E8-$D$13)^2	11088
9	**50,1 - 60,0**	64	55,05	3523,2	=B9*(E9-$D$13)^2	30976
10	**60,1 - 70,1**	41	65,05	2667,05	=B10*(E10-$D$13)^2	41984
11	**Összesen**	**500**		**16525**	**=SZUM(G4:G10)**	**165000**
12						
13	Súlyozott számtani átlag =		33,05	ezer fő		

71. ábra: A szórás meghatározása az osztályközös gyakorisági sorban a Példa 2-nél

Forrás: Saját kalkuláció

Teljes sokaság esetén:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i}} = \sqrt{\frac{165000}{500}} = 18{,}166$$

Minta sokaság esetén:

Minta sokaság esetén:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1}} = \sqrt{\frac{165000}{499}} = 18{,}184$$

Tehát az alapadatok a 33,05 ezer fő átlagtól átlagosan 18,166 ezer fővel térnek el teljes sokaság esetén. Minta sokaság esetén az alapadatok a 33,05 ezer fő átlagtól átlagosan 18,184 ezer fővel térnek el.

e) Határozza meg a feladat varianciáját. Értelmezze az eredményt.

A szórásnál bemutatott számítások alapján a variancia a következőképpen alakul:

Teljes sokaság esetén:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i} = \frac{165000}{500} = 330$$

Minta sokaság esetén:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} f_i - 1} = \frac{165000}{499} = 330{,}66$$

Értelmezés nem szükséges, mivel a varianciának nincs értelmezhető mértékegysége.

f) Határozza meg, hogy a vizsgált vállalkozások adatai alapján mennyi a relatív szórás értéke.

A relatív szórás értéke súlyozott formában $V = \frac{S}{\overline{x}} = \frac{\textit{súlyozott szórás}}{\textit{súlyozott átlag}}$

Minta sokaság esetén: $V = \frac{S}{\overline{x}} = \frac{18{,}166}{33{,}05} = 0{,}5496 \Rightarrow 0{,}5496 * 100 = 54{,}96\%$

Teljes sokaság esetén: $V = \frac{S}{\overline{x}} = \frac{18{,}184}{33{,}05} = 0{,}5502 \Rightarrow 0{,}5502 * 100 = 55{,}02\%$

Mivel a relatív szórás értéke 30% felett van, így az átlag nem alkalmas a sokaság jellemzésére.

5. AZ INDEXEK (Dr. habil. Csipkés Margit)

5.1. Az indexek elméleti alapjai

Az index kifejezés latin eredetű szó. A vizsgálat heterogén, összetett sokaságra irányul. Makroszinten (pl. a gazdasági növekedés jelzőszámai, fogyasztói árindex), illetve mikroszinten (vezetői tájékoztatási adatok, a folyamatokban bekövetkező változások kiváltó tényezőinek elemzése) is alkalmazható.

Másik megközelítés szerint az index-számítás olyan összehasonlító viszonyszámok, melyek közvetlenül nem összesíthető mennyiségek, együttes, átlagos változását fejezi ki. A dinamikus viszonyszámokkal mindig csak 1-1 termék árának, illetve mennyiségének alakulását vizsgálhatjuk. A gazdasági életben azonban szükség van olyan számításokra, amelyek egyszerre fejezik ki több termék ár- és mennyiségváltozásának hatását. Erre szolgálnak az indexszámítások. A változást kifejezhetjük mind relatív (I=index), mind abszolút (K=különbség) módon.

Az összehasonlítás elvégezhető:

- térben: 2 ország vagy két vállalat adatait hasonlítom,
- időben: 2 év adatait hasonlítom össze.

Napjainkban nem egyféle árut termelnek és forgalmaznak a vállalkozások, ezért érthető, hogy összevont mutatókkal vizsgálják tevékenységük időbeli alakulását, illetve hasonlítják azt más vállalkozások, területek adataihoz.

Természetesen az egyedi indexeket is használják, mert az egyes termékek ár-, mennyiség- és értékváltozását ezek fejezik ki. A termékekre számított egyedi indexek a dinamikus viszonyszámok.

A termékek mennyiségi és árváltozását együtt vizsgálva legegyszerűbben az érték összehasonlításával oldható meg. A különböző termékekből származó bevételek, termelési értékek azonos mértékegységűek, így összesíthetőek, és összehasonlíthatók mind hányados, mind különbség formájában is. A leggyakrabban az időbeli összehasonlítást végezzük.

Standardizálás, aggregálás

Az egymással összehasonlítandó adatokat bizonyos szempontok érvényesítésével csak a bennünket érdeklő szempontból tesszük különbözővé, más szempontokból pedig egyformává alakítjuk. A standardizálás a heterogén sokaság színvonalváltozását kifejező mutatók tényezőkre bontásának olyan módszere, ahol a változó súlyok helyett változatlan (standard) súlyokat feltételezünk.

Az értékben való összesítést aggregálásnak, az összesített értékadatokat aggregátumoknak nevezzük.

Statisztikai indexek

A statisztikai index több eltérő tulajdonságú, gyakran eltérő mértékegységben kifejezett jelenség együttes átlagos változásának jellemzésére alkalmas. Megjelenési formájuk az egynemű adatokból számított viszonyszámokkal azonos (százalékos). Csak az összetett indexek tekinthetők tényleges indexeknek. Az egyes résztényezők változását kifejező dinamikus vagy egyéb összehasonlító viszonyszámok az egyedi indexek, de csak az összetett indexszámítás keretén belül nevezhetők annak.

Indexek csoportosítása

I. Abszolút számokból számított indexek:
   a) Értékindex,
   b) Árindex (bázis időszaki súlyozású, tárgyidőszaki súlyozású)
   c) Volumenindex (bázis időszaki súlyozású, tárgyidőszaki súlyozású).

II. Viszonyszámokból számított indexek:
   a) Változó állományú index,
   b) Változatlan állományú index,
   c) Összetételindex.

I. Abszolút számokból számított indexek

Az indexszámok valamilyen szempontból összetartozó, de különnemű (különböző mértékegységű), közvetlenül nem összesíthető javak összességének időbeli vagy térbeli összehasonlítására szolgálnak.

Az index számításánál szükségünk van mennyiségekre (jele: q [quantity]) és árakra (jele: p [price]) egyaránt. Az ár és a mennyiség szorzatából jön létre az értékadat (jele: v [value]), vagyis az árbevétel

A számításnál mindig két időszakra van szükségünk (évre, napra, hónapra, idő megjelölésre, stb.), mivel időbeli változást határozunk meg. A tőlünk távolabbi időszakot bázis időszaknak (jele: 0), míg a hozzánk közelebbi időszakot tárgy időszaknak (jele: 1) hívjuk. Mivel két időszakunk is van, így az ár és mennyiségi adatok a következő jelöléseket kapják: q_0, q_1, p_0, p_1.
Az ár és a mennyiség szorzatából árbevételt (aggregátumot) tudunk képezni, melyek a következők: q_0p_0, q_1p_1, q_1p_0, q_0p_1.
A q_0p_0 a bázis időszaki árbevétel/aggregátum, a q_1p_1 a tárgy időszaki árbevétel/ aggregátum, melyeket valós aggregátumoknak nevezünk. A q_1p_0 és a q_0p_1 pedig a vegyes, vagyis fiktív árbevétel/aggregátum. Ezeket az árbevétel adatokat fogjuk a különböző indexszámításoknál felhasználni.
Tehát a nem összegezhető (különböző mértékegységű) termékek az értékösszegük alapján elemezhetők. Az összetartozó, de különnemű termékekből álló (heterogén) termékcsoport összértékét aggregátumnak (A) nevezzük.
Ha az árbevétel adatokból hányadost képzünk, akkor indexet (I), míg ha különbséget képzünk, akkor pedig különbséget (K) számolunk.
Általános jelölésük:

$$I_{\Delta}^{\Delta} = \frac{\sum q_{\Delta} p_{\Delta}}{\sum q_{\Delta} p_{\Delta}} \qquad\qquad K_{\Delta}^{\Delta} = \sum q_{\Delta} p_{\Delta} - \sum q_{\Delta} p_{\Delta}$$

Látható, hogy az index és a különbség esetében is az árbevétel értékekre lesz szükségünk. Az indexek esetében a következő jelölések szerepelhetnek a képletben:

csak szám jelölés lehet itt (0 vagy 1)

$$I_{\Delta}^{\Delta} = \frac{\sum q_{\Delta} p_{\Delta}}{\sum q_{\Delta} p_{\Delta}}$$

Árindex esetén: p
Volumenindex esetén: q

csak szám jelölés lehet itt (0 vagy 1)

A különbséget minden esetben úgy fogjuk képezni, hogy az indexnél megtanult képlet számlálójából kivonjuk a nevező értékét. Részletesebben erről a majd példánál kapunk információt.

FONTOS SZABÁLY: Mindig valaminek mutatni kell a tárgy / bázis elképzelést, azaz vagy az ár (p) vagy a mennyiségi (q) értékeknél $\frac{1}{0}$ jelölés legyen az index esetén!!

A termékek változásait együtt vizsgálva legegyszerűbben az érték összehasonlításával oldhatjuk meg. A különböző termékekből származó bevételek, termelési értékek azonos mértékegységűek, így összesíthetőek.

A következőkben tekintsük át, milyen index típusokat különböztetünk meg.

a) Értékindex

Az értékindex szakmai szempontból összetartozó jelenségek (legtöbbször termékek vagy termékcsoportok) értékben kifejezett összességének (termelési értékének) együttes átlagos változását fejezi ki. Az értékindex mindig az érvényben lévő, folyóárakon számítva fejezi ki a termelés értékének változását.

Az értékindex jelentése, hogy a mennyiség és az ár együttes változása esetén, hogyan változott az érték az összes terméket figyelembe véve (hányszorosára). Az érték különbség pedig azt mutatja meg, hogy mennyivel változott az érték.

Az értékindex számítása (%):

$$I_v = I_é = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0}$$

Eltérések (Ft):

$$K = \sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1 - \sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0$$

Látható, hogy az eltérés értékét úgy határozzuk meg, hogy az értékindexnél meghatározott képlet számlálójából kivonjuk a nevező értékét. Az így kapott eredmény mértékegysége Ft lesz.

Ha 100% felett van az eredményünk az értékindexnél, akkor növekedés következett be bázis időszakról tárgy időszakra. Például az $I_é$ = 105% azt jelenti, hogy a bázis időszakról a tárgy időszakra 5%-os növekedés következett be az árbevételben.

Ha 100% alatt van az eredményünk az értékindexnél, akkor csökkenés következett be bázis időszakról tárgy időszakra. Például az $I_é$ = 91% azt jelenti, hogy a bázis időszakról a tárgy időszakra 9%-kal csökkent az árbevétel.

Ha a különbségképzés esetén negatív előjelű számot kapunk, akkor az a csökkenést, míg a pozitív előjelű szám pedig a növekedést jelöli bázisról tárgy időszakra.

Például a $K_é$ = 159 000 Ft azt jelenti, hogy a bázis időszakról a tárgy időszakra 159 ezer forinttal nőtt az árbevétel.

Például a $K_é$ = – 108 000 Ft azt jelenti, hogy a bázis időszakról a tárgy időszakra 108 ezer forinttal csökkent az árbevétel.

Az értékindexnél meghatározott növekedést vagy csökkenést az ár- és volumenindex segítségével fogjuk magyarázni.

b) Volumenindex (az ár [p] adatok állandóak)

<u>A volumenindex különböző termékek mennyiségének együttes átlagos változását fejezi ki.</u> A mennyiség változása mellett azt feltételezzük, hogy az **<u>árak változatlanok.</u>**

A bázissúlyozású volumenindexet Laspeyres-féle volumenindexnek, míg a tárgyidőszak súlyozású volumenindexet Paasche-féle volumenindexnek nevezzük.

A volumenindex számítása (%):

$$I_q^L = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0} \qquad I_q^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0}$$

$$I_q^P = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_1} \qquad I_q^1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_1}$$

Eltérések (Ft):

$$K_q^1 = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_0 p_1$$
$$K_q^0 = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0$$

A képletekben szereplő q_0p_1 és q_1p_0 szorzatok összegzéseként kapott értékadatokat fiktív aggregátumoknak nevezzük, mivel ezek a valóságban nem léteznek.

Ha 100% felett van az eredményünk a volumenindexnél, akkor növekedés állapítunk meg. Például az

- I_q^0 = 110% azt jelenti, hogy a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak 10%-ban növelték az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.
- I_q^1 = 110% azt jelenti, hogy a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak 10%-ban növelték az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.

- I_q^0 = 88% azt jelenti, hogy a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak 12%-ban csökkentették az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.
- I_q^1 = 88% azt jelenti, hogy a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak 12%-ban csökkentették az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.

Ha a különbségképzés esetén negatív előjelű számot kapunk, akkor az a csökkenést, míg a pozitív előjelű szám pedig a növekedést jelöli bázisról tárgy időszakra.

c) Árindex (a mennyiségi [q] adatok állandóak)

<u>Az árindex különböző termékek árainak együttes átlagos változását mutatja meg.</u> Az aggregátumot kialakító tényezők közül a **<u>mennyiségek változatlanok</u>**.

Az árindex kifejezi, hogy hányszorosára változott az érték, csak az árváltozás hatására. A különbségképzés esetén megkapjuk, hogy mennyivel változott az érték.

A bázissúlyozású árindexet Laspeyres-féle árindexnek, míg a tárgyidőszak súlyozású árindexet Paasche-féle árindexnek nevezzük.

Az árindex számítása (%):

$$I_p^L = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0} \qquad I_p^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0}$$

$$I_p^P = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_0} \qquad I_p^1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_0}$$

Eltérések (Ft):

$$K_p^1 = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_1 p_0$$
$$K_p^0 = \Sigma q_0 p_1 - \Sigma q_0 p_0$$

Ha 100% felett van az eredményünk az árindexnél, akkor növekedés állapítunk meg. Például az

- I_p^0 = 120% azt jelenti, hogy az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek 20%-ban növelték az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.
- I_p^1 = 120% azt jelenti, hogy az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek 20%-ban növelték az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.

- $I_p^0 = 77\%$ azt jelenti, hogy az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek 23%-ban csökkentették az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.
- $I_p^1 = 77\%$ azt jelenti, hogy az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek 23%-ban csökkentették az árbevétel változást bázisról tárgy időszakra.

Ha a különbségképzés esetén negatív előjelű számot kapunk, akkor az a csökkenést, míg a pozitív előjelű szám pedig a növekedést jelöli bázisról tárgy időszakra.

Az érték-, a volumen- és az árindex közötti összefüggések

$$I_v = I_q^L \cdot I_p^P$$
$$I_v = I_q^P \cdot I_p^L$$
$$VAGYIS$$
$$I_é = I_q^0 \cdot I_p^1$$
$$I_é = I_q^1 \cdot I_p^0$$

A visszaellenőrzéssel ugyanazt fogjuk megkapni, mint amit az értékindexnél kiszámoltunk.

Fisher-féle indexformula: A kétféle súlyozással meghatározott eredményből mértani átlagot számítva határozza meg az ár és volumen indexeket.

$$I_q^F = \sqrt{I_q^L \cdot I_q^P}$$
$$I_p^F = \sqrt{I_p^L \cdot I_p^P}$$
$$I_v = I_q^F \cdot I_p^F$$

A Fisher-féle volumenindex a mennyiségek befolyásoló szerepét határozzák meg. 100% alatt csökkenést, míg 100% felett növekedést jelent az értéke. Az $I_q^F = 0{,}98 \Rightarrow *100 = 98\%$ azt jelenti, hogy a mennyiségek az árbevétel változást 2%-ban (befolyásolják) csökkentik. Az $I_q^F = 1{,}2228 \Rightarrow *100 = 122{,}28\%$ azt jelenti, hogy a mennyiségek az árbevétel változást 22,28%-ban növelik.
A Fisher féle árindex az árak befolyásoló szerepét határozzák meg. 100% alatt csökkenést, míg 100% felett növekedést jelent az érték. Az $I_p^F = 0{,}90 \Rightarrow *100 = 90\%$ azt jelenti, hogy az árak az

árbevétel változást 10%-ban (befolyásolják) csökkentik. Az $I_p^F = 1{,}1234 \Rightarrow *100 = 112{,}34\%$ azt jelenti, hogy az árak az árbevétel változást 12,34%-ban növelik.

Az érték-, volumen- és az árindex aggregátumai közötti összefüggések: A különböző indexeknél számolt aggregátumok különbségei értékben fejezik ki, hogy a bekövetkezett összértékváltozásból mennyi tulajdonítható a mennyiség és az ár változásának.

Az aggregátumok különbségeinek számításakor az összértékben jelentkező változást a mennyiségi és árváltozás okozza, ezért érvényesek a következő összefüggések:

$$K_v = K_q^0 + K_p^1$$
$$K_v = K_q^1 + K_p^0$$

Kérdések tehát a következőképpen alakulnak:

a) Határozza meg …… együttes értékváltozását a bázis évhez viszonyítva! (értékindex)

b) Határozza meg ……. együttes változását a bázisidőszak árai alapján! (bázis időszaki volumenindex)

c) Határozza meg ……. együttes változását a tárgyidőszak árai alapján! (tárgy időszaki volumenindex)

d) Határozza meg ….. együttes változását a bázisidőszak mennyiségei alapján! (bázis időszaki árindex)

e) Határozza meg …….. együttes változását a tárgyidőszak mennyiségei alapján! (tárgy időszaki árindex)

f) Végezze el az ellenőrző számításokat és értelmezze a kapott eredményeket!

Egyedi indexek

Az egyedi indexek között megkülönböztetünk egyedi értékindexet, egyedi árindexet, egyedi volumenindexet.

Egyedi árindex:

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}$$

ahol:
p_1: tárgyidőszak egységára
p_0: bázisidőszak egységára

i_p

Egyedi volumenindex:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

ahol:
q_1: tárgyidőszaki mennyiség
q_0: bázisidőszak mennyiség

Egyedi értékindex:

$$i_v = \frac{v_1}{v_0} = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}$$

$$i_v = i_q \cdot i_p$$

ahol:
v_1: tárgyidőszaki termékérték
v_0: bázisidőszaki termékérték

Egyedi értékindex: Az egyedi termékek értékének eltérését mutatja, azaz hogyan változott az adott termékre vonatkozó termelési érték (forgalom) a bázisidőszakról a tárgyidőszakra.
A vizsgált termékek értékének változása részben az árak változásának, részben a mennyiségek változásának köszönhető.

Egyedi árindex: Adott termék árváltozását fejezi ki.

Egyedi árindex: Adott termék mennyiségi változását fejezi ki.

II. A viszonyszámok együttes változását kifejező indexek

A viszonyszámok együttes változását kifejező indexek heterogén összetételű sokaságok átlagai, viszonyszámai együttes változásának kifejezésére alkalmasak.
A viszonyszám önmagában is színvonalat kifejező változó, ezért ezekkel az átlagos színvonalváltozás és az azt befolyásoló tényezők fejezhetők ki.
A sokaság általános jellemzője a főátlag, a tényezők főátlagra gyakorolt hatását *standardizálás*sal mutatjuk ki.

a) **Főátlagindex:** Főátlagindex-szel fejezzük ki a szakmai tekintetben összetartozó, de eltérő részsokaságokból álló statisztikai sokaság valamely tulajdonságának színvonalváltozása.

A főátlag-index a főátlag változását fejezi ki, azaz megmutatja, hogy hogyan változik a heterogén sokaság főátlaga a részátlagok színvonalának és arányának együttes változása esetén.

A főátlagindex számítása:

$$I_{\bar{\bar{x}}} = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{1_i} \bar{x}_{1_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{0_i} \bar{x}_{0_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{0i}}}$$

ahol az f_1 az egyes sokaságok átlagszínvonal mutatóinak súlyai a tárgyidőszakban;

ahol az f_0 az egyes sokaságok átlagszínvonal mutatóinak súlyai a bázisidőszakban;

ahol az $\bar{x}_0$ az egyes csoportok vagy részsokaságok átlagszínvonal mutatói a bázisidőszakban;

ahol az $\bar{x}_1$ az egyes csoportok vagy részsokaságok átlagszínvonal mutatói a tárgyidőszakban.

b) Részátlagindex: A részátlagindex azt mutatja meg, hogyan változott volna az egész sokaság átlaga, ha csak a részsokaságok színvonala változott volna, de a csoportok közötti arányok nem tolódtak volna el.

A részátlagindex számítása:

$$I^0_{\bar{x}} = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{0_i} \bar{x}_{1_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{0i}}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{0_i} \bar{x}_{0_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{0i}}} \text{ bázis súlyozás} \qquad I^1_{\bar{x}} = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{1_i} \bar{x}_{1_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{1_i} \bar{x}_{0_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}}} \text{ tárgy súlyozás}$$

c) **Összetételindex:** Az összetételindex azt fejezi ki, hogyan változott volna a sokaság átlaga, ha csak a részsokaságok arányai változtak volna, de a részsokaságok átlagai változatlanok maradnak.

Az összetételindex számítása:

$$I_{ö}^{0} = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{1_i} \overline{x}_{0_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{0_i} \overline{x}_{0_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{0i}}} \text{ bázis súlyozás} \qquad I_{ö}^{1} = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{1_i} \overline{x}_{1_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}}}{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_{0_i} \overline{x}_{1_i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{0i}}} \text{ tárgy súlyozás}$$

A viszonyszámokból számított indexek közötti összefüggések

Az értékindexkörnél már bemutatott módon itt is érvényes az, hogy a főátlagindex egyenlő a különböző súllyal számított rész- és összetételindex szorzatával:

$$I_{\bar{\bar{x}}} = I_{\bar{x}}^{0} \cdot I_{ö}^{1}$$

$$I_{\bar{\bar{x}}} = I_{\bar{x}}^{1} \cdot I_{ö}^{0}$$

5.2. Az abszolút számokból számított indexek alkalmazásának bemutatása

5.2.1. Példa 1

Egy utcai gyorsbüfé fontosabb értékesítési adatai ismertek 2018. január és 2019. január hónapokra (36. táblázat):

36. táblázat: A gyorsbüfé értékesítési adatai a vizsgált 2 évben

Termék	Me.	Értékesítési mennyiség (darab)		Egységár (Ft)	
		2018	2019	2018	2019
Hamburger	darab	3000	3300	650	700
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310
Összesen					

Forrás: Saját kalkuláció

a) Határozza meg bázisról tárgy időszakra az árbevétel változását százalékban!

b) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

c) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

d) Határozza meg az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

e) Határozza meg az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

f) Határozza meg bázisról tárgy időszakra az árbevétel változását forintban!

g) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

h) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

i) Határozza meg az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

j) Határozza meg az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

5.2.2. Példa 1 megoldása

A kérdésekre való válaszadások előtt az alap táblázatban szereplő értékeket kell eljelölni a p_0, a p_1, a q_0 és a q_1 jelölésekkel.

Két évünk van jelenleg: 2018 és 2019. A 2018. év lesz a bázis, mivel az tőlünk időben távolabb van. A 2019. év lesz a tárgy időszak, mivel az hozzánk közelebb van. Tehát a jelölések a táblázat felett a következők (72. ábra):

Egy utcai gyorsbüfé fontosabb értékesítési adatai ismertek 2018. és 2019. évek januárjára:

		q0	*q1*	*p0*	*p1*
Termék	**Me.**	**Értékesítési mennyiség (darab)**		**Egységár (Ft)**	
		2018	**2019**	**2018**	**2019**
Hamburger	darab	3000	3300	650	700
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310
Összesen					

72. ábra: Az alaptáblázat értékeinek az eljelölése
Forrás: Saját kalkuláció

Ezt követően kerülhet sor az aggregátumok kiszámítására (73. és 74. ábra):

		q0	*q1*	*p0*	*p1*				
Termék	**Me.**	**Értékesítési mennyiség (darab)**		**Egységár (Ft)**		**q_1p_1**		**q_0p_0**	
		2018	**2019**	**2018**	**2019**	**Ft**		**Ft**	
Hamburger	darab	3000	3300	650	700	=E6*G6	2 310 000	=D6*F6	1 950 000
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540	=E7*G7	972 000	=D7*F7	980 000
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310	=E8*G8	868 000	=D8*F8	754 000
Összesen						**=SZUM(H6:H8)**	**4 150 000**	**=SZUM(J6:J8)**	**3 684 000**

73. ábra: Az első két aggregátum kiszámítása
Forrás: Saját kalkuláció

		q0	*q1*	*p0*	*p1*				
Termék	**Me.**	**Értékesítési mennyiség (darab)**		**Egységár (Ft)**		**q_0p_1**		**q_1p_0**	
		2018	**2019**	**2018**	**2019**	**Ft**		**Ft**	
Hamburger	darab	3000	3300	650	700	=D6*G6	2 100 000	=E6*F6	2 145 000
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540	=D7*G7	1 080 000	=E7*F7	882 000
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310	=D8*G8	806 000	=E8*F8	812 000
Összesen						**=SZUM(L6:L8)**	**3 986 000**	**=SZUM(N6:N8)**	**3 839 000**

74. ábra: A második két aggregátum kiszámítása
Forrás: Saját kalkuláció

Az árbevétel meghatározását követően jöhetnek a kérdésekhez szükséges számítással.

a) Határozza meg bázisról tárgy időszakra az árbevétel változását százalékban!

A kérdés alapján az értékindexet kell kiszámolni. Az ehhez szükséges képlet:

$$I_v = I_é = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0} = \frac{4150000\ Ft}{3684000\ Ft} = 1{,}1357 \Rightarrow *100 = 113{,}57\%$$

A 2018. év januárjához képest 2019. januárjára 13,57%-os növekedés következett be.

b) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

Mivel a mennyiségek változnak, és az árak fixek (bázis időszakiak), ezért azt a képletet kell kiszámolni, ahol az árak „0” jelöléssel van és a mennyiségek pedig „$\frac{1}{0}$” jelölésűek. Tehát itt bázis időszaki volumenindexet kell számolni.

$$I_q^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_0} = \frac{3\,839\,000\ Ft}{3\,684\,000\ Ft} = 1{,}0421 \Rightarrow *100 \Rightarrow 104{,}21\%$$

Tehát a mennyiségek változása mellett a 2018. évi árak 4,21%-ban növelték az árbevétel változást 2018-ról 2019-re.

c) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

Mivel a mennyiségek változnak, és az árak fixek (tárgy időszakiak), ezért azt a képletet kell kiszámolni, ahol az árak „1” jelöléssel van, s a mennyiségek pedig „$\frac{1}{0}$” jelölésűek. Tehát itt tárgy időszaki volumenindexet kell számolni.

$$I_q^1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_1} = \frac{4\,150\,000\ Ft}{3\,986\,000\ Ft} = 1{,}0411 \Rightarrow *100 \Rightarrow 104{,}11\%$$

Tehát a mennyiségek változása mellett a 2019. évi árak 4,11%-ban növelték az árbevétel változást 2018-ról 2019-re.

d) Határozza meg az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

Mivel az árak változnak, és a mennyiségek fixek (bázis időszakiak), ezért azt a képletet kell kiszámolni, ahol a mennyiségek „0" jelöléssel, míg az árak „$\frac{1}{0}$" jelöléssel vannak. Tehát itt bázis időszaki árindexet kell számolni.

$$I_p^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_0} = \frac{3\,986\,000\ Ft}{3\,684\,000\ Ft} = 1{,}0820 \Rightarrow *100 \Rightarrow 108{,}20\%$$

Tehát az árak változása mellett a 2018. évi mennyiségek 8,20%-ban növelték az árbevétel változást 2018-ról 2019-re.

e) Határozza meg az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.

Mivel az árak változnak, és a mennyiségek fixek (tárgy időszakiak), ezért azt a képletet kell kiszámolni, ahol a mennyiségek „1" jelöléssel, míg az árak „$\frac{1}{0}$" jelöléssel vannak. Tehát itt tárgy időszaki árindexet kell számolni.

$$I_p^1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_0} = \frac{4\,150\,000\ Ft}{3\,839\,000\ Ft} = 1{,}0810 \Rightarrow *100 \Rightarrow 108{,}10\%$$

Tehát az árak változása mellett a 2019. évi mennyiségek 8,10%-ban növelték az árbevétel változást 2018-ról 2019-re.

f) Határozza meg bázisról tárgy időszakra az árbevétel változását forintban!

A feladatban azt kell meghatározni, hogy a 13,57%-os növekedés (melyet az értékindexnél számoltunk ki) hány Ft változást jelent a büfé esetében.

Kiszámításához a K_v értéket kell meghatározni:

$$K_v = \sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1 - \sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0 = 4150000\,Ft - 3684000\,Ft = 466000 Ft$$

A 2018. év januárjához képest 2019. januárjára 13,57%-os növekedés következett be. Ez a növekedés 466 ezer forintnak felel meg.

g) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

A kérdés alapján itt bázis időszaki volumenindex értékét kell forintban kifejezni. Azaz a képlet, melybe be kell helyettesíteni:

$$K_q^0 = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0 = 3839000 - 3684000 = 155000\,Ft$$

Tehát a bázis időszak árai a mennyiségek változása mellett 155 ezer Ft-tal növelik az árbevételt 2018-ról 2019-re.

h) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

A kérdés alapján itt tárgy időszaki volumenindex értékét kell forintban kifejezni. Azaz a képlet, melybe be kell helyettesíteni:

$$K_q^1 = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_0 p_1 = 4150000\ Ft - 3986000\ Ft = 164000\,Ft$$

Tehát a tárgy időszak árai a mennyiségek változása mellett 155 ezer Ft-tal növelik az árbevételt 2018-ról 2019-re.

i) Határozza meg az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

A kérdés alapján itt bázis időszaki árindex értékét kell forintban kifejezni. Azaz a képlet, melybe be kell helyettesíteni:

$$K_p^0 = \Sigma q_0 p_1 - \Sigma q_0 p_0 = 3986000\ Ft - 3684000\ Ft = 302000\, Ft$$

Tehát a bázis időszak mennyiségei az árak változása mellett 302 ezer Ft-tal növelik az árbevételt 2018-ról 2019-re.

j) Határozza meg az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.

A kérdés alapján itt tárgy időszaki árindex értékét kell forintban kifejezni. Azaz a képlet, melybe be kell helyettesíteni:

$$K_p^1 = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_1 p_0 = 4150000\ Ft - 3839000\ Ft = 311000\ Ft$$

Tehát a tárgy időszak mennyiségei az árak változása mellett 311 ezer Ft-tal növelik az árbevételt 2018-ról 2019-re.

Végül ellenőrizzük le a példánkat, hogy jók-e az eredményeink:

$$I_q^F = \sqrt{I_q^0 \cdot I_q^1} = \sqrt{1{,}0421 * 1{,}0411} = 1{,}0416$$

$$I_p^F = \sqrt{I_p^0 \cdot I_p^1} = \sqrt{1{,}0820 * 1{,}0810} = 1{,}0815$$

$$I_v = I_q^F \cdot I_p^F = 1{,}0815 * 1{,}0416 = 1{,}1265 \Rightarrow 112{,}65\%$$

$I_q^F = 1{,}0416 \Rightarrow *100 = 104{,}16\%$ ezt jelenti, hogy a mennyiségek növelő/befolyásoló szerepe a vizsgált büfénél 4,16%.

$I_p^F = 1{,}0815 \Rightarrow *100 = 108{,}15\%$ ezt jelenti, hogy az árak növelő/befolyásoló szerepe a vizsgált büfénél 8,15%.

$$K_p^0 = \sum q_0 p_1 - \sum q_0 p_0 = 3986000\ Ft - 3684000\ Ft = 302000\ Ft$$
$$K_p^1 = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 4150000\ Ft - 3839000\ Ft = 311000\ Ft$$
$$K_q^0 = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 3839000\ Ft - 3684000\ Ft = 155000\ Ft$$
$$K_q^1 = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_1 = 4150000\ Ft - 3986000\ Ft = 164000\ Ft$$
$$K_v = K_p^1 + K_q^0 = 311000\ Ft + 155000\ Ft = 466000\ Ft$$
$$K_v = K_q^1 + K_p^0 = 164000\ Ft + 302000\ Ft = 466000\ Ft$$

5.2.3. Példa 2

Egy utcai gyorsbüfé fontosabb értékesítési adatai ismertek 2018. január és 2019. január hónapokra (37. táblázat):

37. táblázat: A gyorsbüfé értékesítési adatai a vizsgált 2 évben

Termék	Me.	Értékesítési mennyiség (darab)		Egységár (Ft)	
		2018	2019	2018	2019
Hamburger	darab	3000	3300	650	700
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310
Összesen					

Forrás: Saját kalkuláció

a) Határozza meg az egyedi értékindexet. Értelmezze a kapott eredményt!

b) Határozza meg az egyedi volumenindexet. Értelmezze a kapott eredményt!

c) Határozza meg az egyedi árindexet. Értelmezze a kapott eredményt!

5.2.4. Példa 2 megoldása

a) Határozza meg az egyedi értékindexet. Értelmezze a kapott eredményt!

Az egyedi értékindex kiszámolásához a valódi árbevétel értékek szükségesek, azaz q_0p_0 és a q_1p_1. Ezen értékek kiszámolásához először el kell készíteni az egyes oszlopok eljelölését:

p_0: bázis időszaki ár (2018. évi egységár)

p_1: tárgy időszaki ár (2018. évi egységár)

q_0: bázis időszaki mennyiség (2018. évi értékesítési mennyiség)

q_1: tárgy időszaki mennyiség (2019. évi értékesítési mennyiség)

A 2018. év lesz a bázis- (tőlünk időben távolabb van) és a 2019. év lesz a tárgy időszak (hozzánk közelebb van időben). Tehát az jelölések a táblázat felett a következők (75. ábra):

Egy utcai gyorsbüfé fontosabb értékesítési adatai ismertek 2018. és 2019. évek januárjára:

Termék	Me.	Értékesítési mennyiség (darab)		Egységár (Ft)	
		q0	*q1*	*p0*	*p1*
		2018	2019	2018	2019
Hamburger	darab	3000	3300	650	700
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310
Összesen					

75. ábra: Az alaptáblázat oszlopainak az eljelölése

Forrás: Saját kalkuláció

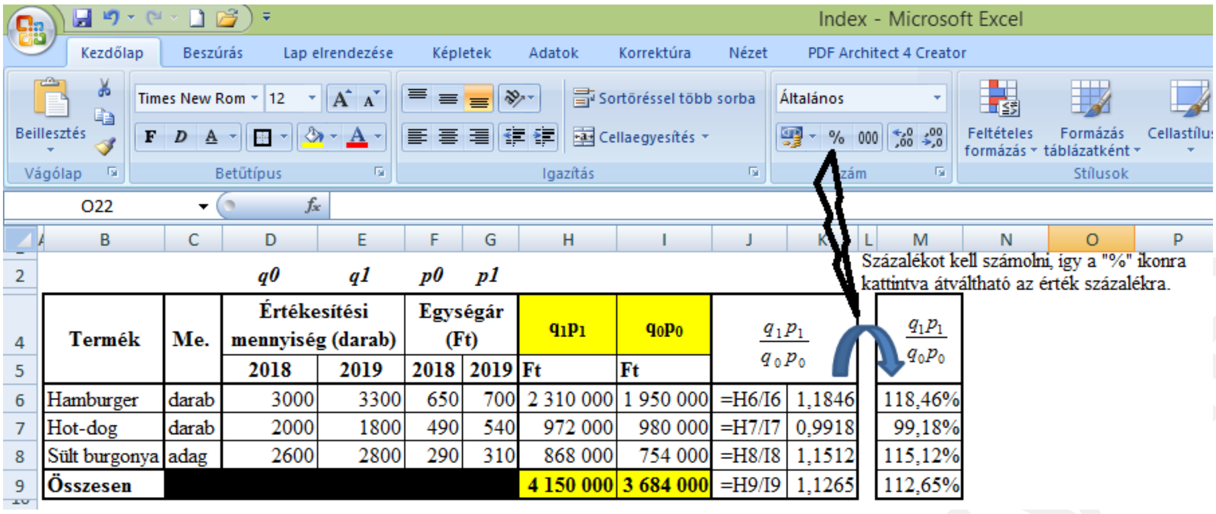
Ezután következik az aggregátumok kiszámítása (76. ábra):

Termék	Me.	Értékesítési mennyiség (darab)		Egységár (Ft)		q_1p_1		q_0p_0	
		q0	*q1*	*p0*	*p1*	Ft		Ft	
		2018	2019	2018	2019				
Hamburger	darab	3000	3300	650	700	=E6*G6	2 310 000	=D6*F6	1 950 000
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540	=E7*G7	972 000	=D7*F7	980 000
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310	=E8*G8	868 000	=D8*F8	754 000
Összesen						=SZUM(H6:H8)	4 150 000	=SZUM(J6:J8)	3 684 000

76. ábra: A valódi árbevételek kiszámítása

Forrás: Saját kalkuláció

Az egyedi értékindex esetén soronként kell meghatározni a $\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$ hányados értékét (77. ábra).



		$q0$	$q1$	$p0$	$p1$						
Termék	Me.	Értékesítési mennyiség (darab)		Egységár (Ft)		q_1p_1	q_0p_0	$\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$			$\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$
		2018	2019	2018	2019	Ft	Ft				
Hamburger	darab	3000	3300	650	700	2 310 000	1 950 000	=H6/I6	1,1846		118,46%
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540	972 000	980 000	=H7/I7	0,9918		99,18%
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310	868 000	754 000	=H8/I8	1,1512		115,12%
Összesen						4 150 000	3 684 000	=H9/I9	1,1265		112,65%

77. ábra: Az egyedi értékindex kiszámítása az árbevétel értékekből

Forrás: Saját kalkuláció

Értelmezés:

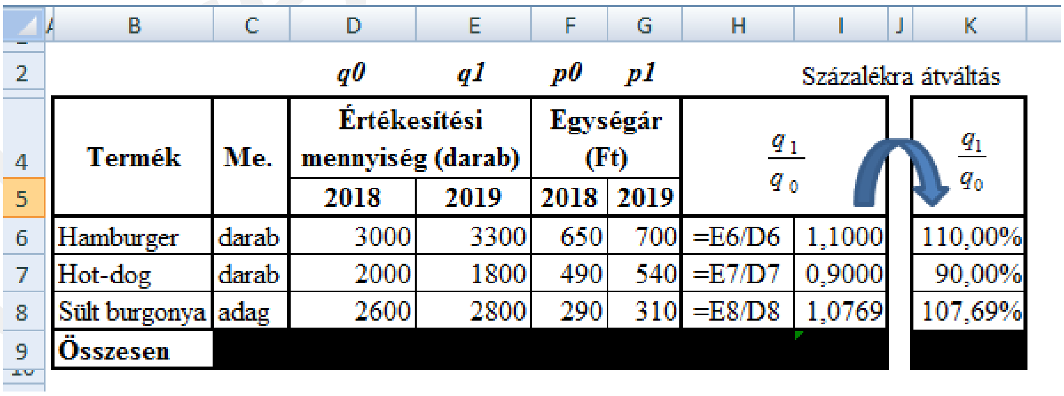
<u>Hamburger 118,46%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 18,46%-kal növekedett a hamburger árbevétele.

<u>Hot-dog 99,18%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 0,82%-kal csökkent hot-dog árbevétele.

<u>Sült burgonya 115,12%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 15,12%-kal növekedett a sültburgonya árbevétele.

b) Határozza meg az egyedi volumenindexet. Értelmezze a kapott eredményt!

Az egyedi volumenindex esetén soronként kell meghatározni a $\frac{q_1}{q_0}$ hányados értékét (78. ábra).



		$q0$	$q1$	$p0$	$p1$			
Termék	Me.	Értékesítési mennyiség (darab)		Egységár (Ft)		$\frac{q_1}{q_0}$		$\frac{q_1}{q_0}$
		2018	2019	2018	2019			
Hamburger	darab	3000	3300	650	700	=E6/D6	1,1000	110,00%
Hot-dog	darab	2000	1800	490	540	=E7/D7	0,9000	90,00%
Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310	=E8/D8	1,0769	107,69%
Összesen								

78. ábra: Az egyedi volumenindex kiszámítása az alapadatokból

Forrás: Saját kalkuláció

Értelmezés:

<u>Hamburger 110,00%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 10%-kal növekedett a hamburger mennyisége.

<u>Hot-dog 90,00%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 10%-kal csökkent hot-dog mennyisége.

<u>Sült burgonya 107,69%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 7,69%-kal növekedett a sültburgonya mennyisége.

c) Határozza meg az egyedi árindexet. Értelmezze a kapott eredményt!

Az egyedi árindex esetén soronként kell meghatározni a $\frac{p_1}{p_0}$ hányados értékét (79. ábra).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
2				*q0*	*q1*	*p0*	*p1*		Százalékos átváltás		
4		**Termék**	**Me.**	**Értékesítési mennyiség (darab)**		**Egységár (Ft)**		$\frac{p_1}{p_0}$			$\frac{p_1}{p_0}$
5				**2018**	**2019**	**2018**	**2019**				
6		Hamburger	darab	3000	3300	650	700	=G6/F6	1,0769		107,69%
7		Hot-dog	darab	2000	1800	490	540	=G7/F7	1,1020		110,20%
8		Sült burgonya	adag	2600	2800	290	310	=G8/F8	1,0690		106,90%
9		**Összesen**									

79. ábra: Az egyedi volumenindex kiszámítása az alapadatokból

Forrás: Saját kalkuláció

Értelmezés:

<u>Hamburger 107,69%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 7,69%-kal növekedett a hamburger ára.

<u>Hot-dog 110,20%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 10,2%-kal növekedett a hot-dog ára.

<u>Sült burgonya 106,90%:</u> A 2018. évről a 2019. évre 6,9%-kal növekedett a sültburgonya ára.

5.2.5. Példa 3

Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról (38. táblázat):

38. táblázat: A kereskedelmi vállalkozás alapadatai a 2015. és a 2018. évekre

	Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)	Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)
	2015	2015	2018	2018
Póló	3 500	350	4 200	400
Nadrág	6 800	210	5 500	300
Zokni	150	760	150	600
Atléta	650	340	670	240
Ing	3 000	650	3 400	550
Kabát	15 000	187	13 500	130

Forrás: Saját szerkesztés

a) Határozza meg bázisról tárgy időszakra az árbevétel változását százalékban!
b) Határozza meg bázisról tárgy időszakra az árbevétel változását forintban!
c) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.
d) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.
e) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.
f) Határozza meg a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.
g) Határozza meg az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.
h) Határozza meg az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.
i) Határozza meg az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra.
j) Határozza meg az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra forintban.
k) Határozza meg az egyedi értékindexet. Értelmezze a kapott eredményt!
l) Határozza meg az egyedi volumenindexet. Értelmezze a kapott eredményt!
m) Határozza meg az egyedi árindexet. Értelmezze a kapott eredményt!

5.2.6. Példa 3 megoldása

A kezdeti időszakunk a 2015. év, így ennek a jelölése lesz a „0”. A későbbi időszakunk a 2018. évi, így ennek a jelölése „1”. Az árakat „p”, a mennyiségeket „q” jelöléssel látjuk el (80. ábra).

	A	B	C	D	E	F
1	Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról:					
2						
3		***p0***	***q0***	***p1***	***q1***	
4		Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)	Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)	
5		2015	2015	2018	2018	
6	Póló	3 500	350	4 200	400	
7	Nadrág	6 800	210	5 500	300	
8	Zokni	150	760	150	600	
9	Atléta	650	340	670	240	
10	Ing	3 000	650	3 400	550	
11	Kabát	15 000	187	13 500	130	

80. ábra: A feladatban alkalmazandó jelölések

Forrás: Saját szerkesztés

Az árak és a mennyiségek ismeretében elkészítjük az aggregátumokat (árbevételeket) (81. ábra).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról:								
3		***p0***	***q0***	***p1***	***q1***				
4		Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)	Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)	**q0p0 (Ft)**		**q1p1 (Ft)**	
5		2015	2015	2018	2018				
6	Póló	3 500	350	4 200	400	=C6*B6	1225000	=D6*E6	1680000
7	Nadrág	6 800	210	5 500	300	=C7*B7	1428000	=D7*E7	1650000
8	Zokni	150	760	150	600	=C8*B8	114000	=D8*E8	90000
9	Atléta	650	340	670	240	=C9*B9	221000	=D9*E9	160800
10	Ing	3 000	650	3 400	550	=C10*B10	1950000	=D10*E10	1870000
11	Kabát	15 000	187	13 500	130	=C11*B11	2805000	=D11*E11	1755000
12	**Összesen**					**=SZUM(F6:F11)**	**7743000**	**=SZUM(H6:H11)**	**7205800**
14		***p0***	***q0***	***p1***	***q1***				
15		Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)	Ár (Ft/db)	Mennyiség (db)	**q0p1 (Ft)**		**q1p0 (Ft)**	
16		2015	2015	2018	2018				
17	Póló	3 500	350	4 200	400	=C6*D6	1470000	=E6*B6	1400000
18	Nadrág	6 800	210	5 500	300	=C7*D7	1155000	=E7*B7	2040000
19	Zokni	150	760	150	600	=C8*D8	114000	=E8*B8	90000
20	Atléta	650	340	670	240	=C9*D9	227800	=E9*B9	156000
21	Ing	3 000	650	3 400	550	=C10*D10	2210000	=E10*B10	1650000
22	Kabát	15 000	187	13 500	130	=C11*D11	2524500	=E11*B11	1950000
23	**Összesen**					**=SZUM(F17:F22)**	**7701300**	**=SZUM(H17:H22)**	**7286000**

81. ábra: Az aggregátumok eredményei

Forrás: Saját szerkesztés

Az aggregátumok összesen értékeit fogjuk a különböző indexeknél felhasználni. Tehát a képletekben a következő összegeket kell majd szerepeltetni:

$$\sum q_1 p_1 = 7205800\,Ft \qquad \sum q_0 p_0 = 7743000\,Ft$$
$$\sum q_0 p_1 = 7701300\,Ft \qquad \sum q_1 p_0 = 7286000\,Ft$$

Határozza meg bázisról tárgy időszakra az árbevétel változását százalékban és forintban (82. ábra)!

Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról:

	p0	*q0*	*p1*	*q1*				
	Ár (Ft/db) 2015	Mennyiség (db) 2015	Ár (Ft/db) 2018	Mennyiség (db) 2018	**q0p0 (Ft)**	**q1p1 (Ft)**	**q0p1 (Ft)**	**q1p0 (Ft)**
Póló	3 500	350	4 200	400	1225000	1680000	1470000	1400000
Nadrág	6 800	210	5 500	300	1428000	1650000	1155000	2040000
Zokni	150	760	150	600	114000	90000	114000	90000
Atléta	650	340	670	240	221000	160800	227800	156000
Ing	3 000	650	3 400	550	1950000	1870000	2210000	1650000
Kabát	15 000	187	13 500	130	2805000	1755000	2524500	1950000
Összesen					**7743000**	**7205800**	**7701300**	**7286000**

Értékindex

$$I_v = I_é = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0} = \frac{7205800\ Ft}{7743000\ Ft} = 0{,}9306 \Rightarrow *100 = 93{,}06\%$$

$$K_v = \sum_{i=1}^{n} q_1 \cdot p_1 - \sum_{i=1}^{n} q_0 \cdot p_0 = 7205800\,Ft - 7743000\,Ft = -537200\,Ft$$

82. ábra: Az értékindex kiszámítása a példafeladatra

Forrás: Saját szerkesztés

Tehát 2015. évről 2018. évre 6,94%-kal csökkent az árbevétel a vizsgált vállalkozásnál, mely 537200 Ft-os csökkenést jelentett.

Határozza meg a mennyiségek változása mellett a bázis időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra százalékban és forintban (83. ábra)!

Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról:

	p0	q0	p1	q1				
	Ár (Ft/db) 2015	Mennyiség (db) 2015	Ár (Ft/db) 2018	Mennyiség (db) 2018	q0p0 (Ft)	q1p1 (Ft)	q0p1 (Ft)	q1p0 (Ft)
Póló	3 500	350	4 200	400	1225000	1680000	1470000	1400000
Nadrág	6 800	210	5 500	300	1428000	1650000	1155000	2040000
Zokni	150	760	150	600	114000	90000	114000	90000
Atléta	650	340	670	240	221000	160800	227800	156000
Ing	3 000	650	3 400	550	1950000	1870000	2210000	1650000
Kabát	15 000	187	13 500	130	2805000	1755000	2524500	1950000
Összesen					7743000	7205800	7701300	7286000

Volumenindex, bázis

$$I_q^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_0} = \frac{7286000\ Ft}{7743000\ Ft} = 0{,}9410 \Rightarrow *100 \Rightarrow 94{,}10\%$$

$$K_q^0 = \Sigma q_1 p_0 - \Sigma q_0 p_0 = 7286000 - 7743000 = -457000 Ft$$

83. ábra: A bázis időszaki volumenindex kiszámítása a példafeladatra

Forrás: Saját szerkesztés

A 2015. évi árak, a mennyiségek változása mellett 5,9%-ban csökkentik az árbevétel változást, mely 457000 Ft-os csökkenést eredményez.

Határozza meg a mennyiségek változása mellett a tárgy időszaki árak befolyásoló szerepét az árbevétel változásra százalékban és forintban (84. ábra)!

Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról:

	p0	q0	p1	q1				
	Ár (Ft/db) 2015	Mennyiség (db) 2015	Ár (Ft/db) 2018	Mennyiség (db) 2018	q0p0 (Ft)	q1p1 (Ft)	q0p1 (Ft)	q1p0 (Ft)
Póló	3 500	350	4 200	400	1225000	1680000	1470000	1400000
Nadrág	6 800	210	5 500	300	1428000	1650000	1155000	2040000
Zokni	150	760	150	600	114000	90000	114000	90000
Atléta	650	340	670	240	221000	160800	227800	156000
Ing	3 000	650	3 400	550	1950000	1870000	2210000	1650000
Kabát	15 000	187	13 500	130	2805000	1755000	2524500	1950000
Összesen					**7743000**	**7205800**	**7701300**	**7286000**

Volumenindex, tárgy

$$I_q^1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_1} = \frac{7205800\ Ft}{7701300\ Ft} = 0{,}9357 \Rightarrow *100 \Rightarrow 93{,}57\%$$

$$K_q^1 = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_0 p_1 = 7205800\ Ft - 7701300\ Ft = -495500\ Ft$$

84. ábra: A tárgy időszaki volumenindex kiszámítása a példafeladatra

Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. évi árak, a mennyiségek változása mellett 6,43%-ban csökkentik az árbevétel változást, mely 495500 Ft-os csökkenést eredményez.

Határozza meg az árak változása mellett a bázis időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra százalékban és forintban (85. ábra)!

Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról:

	p0	q0	p1	q1				
	Ár (Ft/db) 2015	Mennyiség (db) 2015	Ár (Ft/db) 2018	Mennyiség (db) 2018	q0p0 (Ft)	q1p1 (Ft)	q0p1 (Ft)	q1p0 (Ft)
Póló	3 500	350	4 200	400	1225000	1680000	1470000	1400000
Nadrág	6 800	210	5 500	300	1428000	1650000	1155000	2040000
Zokni	150	760	150	600	114000	90000	114000	90000
Atléta	650	340	670	240	221000	160800	227800	156000
Ing	3 000	650	3 400	550	1950000	1870000	2210000	1650000
Kabát	15 000	187	13 500	130	2805000	1755000	2524500	1950000
Összesen					**7743000**	**7205800**	**7701300**	**7286000**

Értékindex

$$I_p^0 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 p_0} = \frac{7701300\ Ft}{7743000\ Ft} = 0{,}9946 \Rightarrow *100 \Rightarrow 99{,}46\%$$

$$K_p^0 = \Sigma q_0 p_1 - \Sigma q_0 p_0 = 7701300\ Ft - 7743000\ Ft = -41700\ Ft$$

85. ábra: A bázis időszaki árindex kiszámítása a példafeladatra

Forrás: Saját szerkesztés

A 2015. évi mennyiségek, az árak változása mellett 0,54%-ban csökkentik az árbevétel változást, mely 41700 Ft-os csökkenést eredményez az árbevételben.

Határozza meg az árak változása mellett a tárgy időszaki mennyiségek befolyásoló szerepét az árbevétel változásra százalékban és forintban (86. ábra)!

Ismert egy kereskedelmi Kft. 2015. és 2018. évi adatai a forgalomról és az ár adatokról:

	p0	q0	p1	q1				
	Ár (Ft/db) 2015	Mennyiség (db) 2015	Ár (Ft/db) 2018	Mennyiség (db) 2018	q0p0 (Ft)	q1p1 (Ft)	q0p1 (Ft)	q1p0 (Ft)
Póló	3 500	350	4 200	400	1225000	1680000	1470000	1400000
Nadrág	6 800	210	5 500	300	1428000	1650000	1155000	2040000
Zokni	150	760	150	600	114000	90000	114000	90000
Atléta	650	340	670	240	221000	160800	227800	156000
Ing	3 000	650	3 400	550	1950000	1870000	2210000	1650000
Kabát	15 000	187	13 500	130	2805000	1755000	2524500	1950000
Összesen					**7743000**	**7205800**	**7701300**	**7286000**

Árindex, tárgy

$$I_p^1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_1 p_0} = \frac{7205800\ Ft}{7286000\ Ft} = 0{,}9890 \Rightarrow *100 \Rightarrow 98{,}90\%$$

$$K_p^1 = \Sigma q_1 p_1 - \Sigma q_1 p_0 = 1755000\,Ft - 1950000\,Ft = -195000\,Ft$$

86. ábra: A tárgy időszaki árindex kiszámítása a példafeladatra

Forrás: Saját szerkesztés

A 2018. évi mennyiségek, az árak változása mellett 1,1%-ban csökkentik az árbevétel változást, mely 195000 Ft-os csökkenést eredményez az árbevételben.

Az érték, az ár- és a volumen indexek meghatározását követően jöhet az ellenőrzés.
Ahogy az elméleti részben is láttuk az értékindex értékét ($I_{é}$) megkaphatjuk, ha:

- a bázis időszaki árindexet (I_p^0) megszorozzuk a tárgy időszaki volumenindex (I_q^1) értékével VAGY
- a tárgy időszaki árindexet (I_p^1) megszorozzuk a bázis időszaki volumenindex (I_q^0) értékével VAGY
- a Fisher féle árindexet (I_p^F) megszorozzuk a Fisher féle volumenindex (I_q^F) értékével.

A $K_{é}$ értékét megkapjuk, ha:

- a bázis időszaki árindexhez tartozó különbségből (K_p^0) kivonjuk a tárgy időszaki volumenindexhez tartozó különbséget (K_q^1) VAGY
- a tárgy időszaki árindexhez tartozó különbségből (K_p^1) kivonjuk a bázis időszaki volumenindexhez tartozó különbséget (K_q^0).

	A	B	C	D	E	F
2			**Hányados (%)**		**Különbség (Ft)**	
3		**Értékindex**	93,06%		-537 200	
4						
5		**Árindex**				
6		**bázis súly**	99,46%		-41 700	
7		**tárgy súly**	98,90%		-80 200	
8						
9		**Volumenindex**				
10		**bázis súly**	94,10%		-457 000	
11		**tárgy súly**	93,57%		-495 500	
12						
13		**Fisher féle árindex**		=GYÖK(C6*C7)	=D13*100 =	99,18%
14						
15		**Fisher féle volumenindex**		=GYÖK(C10*C11)	=D15*100 =	93,83%
16						
17		Értékindex		=F13*F15		93,06%
18						
19		Értékindex	bázis ár index * tárgy volumen index		=C6 * C11 =	93,06%
20		Értékindex	bázis volumen index * tárgy ár index		=C10 * C7 =	93,06%
21						
22		Különbség				
23		Érték	bázis ár K + tárgy volumen K		=E6+E11	-537 200 Ft
24		Érték	bázis volumen K + tárgy ár K		=E7+E10	-537 200 Ft

87. ábra: Az ellenőrzés elkészítése a példafeladatra
Forrás: Saját szerkesztés

FELHASZNÁLT SZAKIRODALOM

1. Kerékgyártó Györgyné – Mudruczó György (1987): Statisztikai módszerek a gazdasági elemzésben. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó. Budapest. ISBN 963 221 697 0
2. Csipkés M. (2019): Viszonyszámok. Előadás: Statisztika, Debrecen Egyetem GTK, 2018/2019/II. félév
3. Huzsvai L. (2019): Viszonyszámok. Előadás: Statisztika I., Debrecen Egyetem GTK, 2018/2019/I. félév
4. Nagy L. (2019): Viszonyszámok. Előadás: Statisztika, Debrecen Egyetem GTK, 2017/2018/I. félév
5. Petres T. – Tóth L. (2004): Statisztika. Központi Statisztikai Hivatal, Budapest, 287 p. ISBN 963 215 734 6
6. Statisztika (2019): http://193.6.12.228/uigtk/uise/gik/stat_mm_bgi_2ea.pdf, letöltés dátuma: 2019. augusztus 21.
7. Szűcs I. (2004): Alkalmazott statisztika. AGROINFORM Kiadó és Nyomda Kft., Budapest, 551 p. ISBN 963 502 761 3

FONTOSABB ELMÉLETI KISKÉRDÉSEK

1. Tábla típusa, és azok jellemzői

- Dimenzió szerint: 1 vagy 2
- Rendeltetés szerint: gyűjtő, feldolgozási, közlési
- Csoportosítás szerepe a tábla elkészítésében:
    - Egyszerű statisztikai tábla: – ha csoportosítást nem tartalmaz
    - Csoportosító tábla: – egy ismérv szerinti csoportosítást tartalmaz
    - Kombinációs tábla: – két vagy több ismérv szerint csoportosítást tartalmaznak.

2. Statisztikai sorok típusai és azok jellemzői

A) valódi sorok: mennyiségi, minőségi, területi, idősor

- Minőségi sorok: a sokaság olyan tárgyi ismérv szerinti megoszlását mutatják, amelyek változatai csak fogalmilag vannak meghatározva
- Mennyiségi sorok: a sokaság olyan tárgyi ismérv szerinti megoszlását mutatják, amelyek változatait számszerűen fejezzük ki.

  Területi sorok: valamely statisztikai sokaság területi megoszlását tünteti fel
- Idősorok: a sokaság alakulását az idő függvényében, időbeli változásában, mozgásában ábrázolják.
- Leíró sorok: ugyanazon gazdasági, társadalmi vagy politikai egység különböző jellegű, többoldalú, különböző tulajdonságok szerinti felsorolásszerű jellemzését adják

B) nem valódi: leíró sor

3. Megoszlási viszonyszám értelmezése, kiszámítása

A megoszlási viszonyszám a statisztikai sokaságok egyes részeinek az egészhez mért arányát fejezi ki. (Általában mennyiségi és minőségi sorokból számítjuk). Kifejezési formája: %
Kiszámítása: részsokaság/teljes sokaság

4. Koordinációs viszonyszám értelmezése, kiszámítása

A koordinációs viszonyszámok a statisztikai sokaság szerkezetét mutatják. A sokaság két részének egymáshoz viszonyított arányát mutatják. Megmutatja, hogy az egyik részsokaság egy egységére, a másik részsokaság hány egysége jut. Kifejezési formája: %. Kiszámítása: A részsokaság/B részsokaság

5. Intenzitási viszonyszám értelmezése, kiszámítása

Két különböző, a legtöbbször különböző mértékegységben kifejezett adat hányadosa, amely megmutatja, hogy az egyik sokaság egy egységére a másik sokaság hány egysége jut.

Különnemű adatokat hasonlítunk össze. Olyan viszonyszám, amelynek kifejezési formája általában nem százalékos. Kiszámítása: A/B

6. Dinamikus viszonyszám értelmezése, kiszámítása

Akkor számolható, ha időbeli ismérvek állnak rendelkezésünkre. Az összehasonlítás alapjául vett időszakot bázisidőszaknak, azt az időszakot pedig, amely az összehasonlítás tárgya, tárgyidőszaknak nevezzük. Kifejezési formája: %. Kiszámítása: tárgyidőszak adata/bázisidőszak adata. Fajtái: bázis viszonyszám, láncviszonyszám

7. Területi összehasonlító viszonyszám értelmezése, kiszámítása

Két vagy több területegységre vonatkozó, azonos tartalmú statisztikai adat összehasonlításának eszköze. A területi összehasonlító viszonyszám azt mutatja meg, hogy a vizsgált jelenség térben különböző adatai hányszorosát (hány %-át) teszik ki az alapul választott adatnak. Földrészek, országok, országrészek, régiók és más területi egységek adatainak az összehasonlítására szolgál. Kifejezési formája: %

Kiszámítása: A terület adata/B terület adata

8. Teljesítmény viszonyszám értelmezése, kiszámítása

Két különböző, a legtöbbször különböző mértékegységben kifejezett adat hányadosa, amely megmutatja, hogy az egyik sokaság egy egységére a másik sokaság hány egysége jut. Kifejezési formája: %-os. 100% alatt alul teljesítésről, 100% felett túlteljesítésről beszélünk.

Két típusa: tervfeladat viszonyszám (adott év tervadata/megelőző év tényadata) és a tervteljesítési viszonyszám (adott év tényadata/adott év tervadata)

9. Viszonyszámok csoportosítása

- megoszlási viszonyszám
- összehasonlító viszonyszám
    - koordinációs viszonyszám
    - területi viszonyszám
    - dinamikus viszonyszám (bázis viszonyszám, lánc viszonyszám)

- intenzitási viszonyszám
- teljesítmény viszonyszám

10. Középértékek csoportosítása

Átlagok: Számtani átlag (egyszerű, súlyozott), Harmónikus átlag (egyszerű, súlyozott), Mértani átlag (egyszerű, súlyozott), Kronologikus átlag, Négyzetes átlag (egyszerű, súlyozott)
Helyzeti középértékek: Módusz, Medián

11. Számtani átlag értelmezése, kiszámítása

Az adatok olyan középértéke, melyet az adatok helyébe behelyettesítve az adatsor összege nem változik. Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.
Egyszerű számtani átlag: akkor alkalmazzuk, ha az adatok gyakorisága egy vagy azonos. Teljes sokaság értékének és az elemszámnak a hányadosa.
Súlyozott számtani átlag: Az átlag értékét a súlyok aránya befolyásolja.

12. Mértani átlag jelentése, kiszámítása

A fejlődés átlagos ütemét kívánjuk meghatározni. Egyetlen átlag típus, amelynek kifejezési formája %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést határoz meg.
Bázis és lánc viszonyszámból számolható. Bázis viszonyszámból: n−1 -edik gyök alatt az utolsó bázis viszonyszám. Lánc viszonyszámból: n-edik gyök alatt a láncviszonyszámok szorzata

13. Harmonikus átlag jelentése, kiszámítása

Akkor használjuk, ha teljesítményre vonatkozó adatok állnak rendelkezésünkre. Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg. Egyszerű harmonikus átlag: Fordított intenzitási viszonyszámok átlagolására használható. Az átlagolandó értékek reciprok értéke átlagának a reciproka. Súlyozott harmonikus átlag: Ha súlyként a viszonyszám számlálója van megadva.

14. Kronologikus átlag jelentése, kiszámítása

Állapot idősor átlagolására szolgál, ahol az adatok egyenlő időközökben állnak rendelkezésre.
Az adott időszak záróértéke megegyezik a következő időszak nyitóértékével.
Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Az első és utolsó időszak értékének a felét vesszük, melyhez a köztes időszak értékeit adjuk hozz. Ezen összeget osztjuk a vizsgált időszak –1 értékével.

15. Medián és módusz jelentése, kiszámítása

Medián a nagyság szerint sorba rendezett statisztikai sor középső eleme. Páratlan tagszám esetén a középső elem, míg páros tagszám esetén a két középső tag számtani átlaga. Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg.

Módusz a vizsgált sokaságban leggyakrabban előforduló elemértéket jelöli. Mértékegysége az alapadatok mértékegységével egyezik meg. Nem mindig létezik, nem mindig lehet egyértelműen meghatározni.

16. Mit nevezünk középeltérésnek? Kifejezési formája.

Meghatározza, hogy az alapadatok a medián értékétől abszolútértékben átlagosan mennyivel térnek el. Kifejezési formája: az alapadatok mértékegységétől függ.

17. Mit nevezünk abszolút átlageltérésnek? Kifejezési formája.

Meghatározza, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan abszolútértékben mennyivel térnek el. Kifejezési formája: az alapadatok mértékegységétől függ.

18. Mit nevezünk szórásnak? Kifejezési formája.

Megmutatja, hogy az alapadatok az átlagtól átlagosan mennyivel térnek el. Kifejezési formája: az alapadatok mértékegységétől függ.

19. Mit nevezünk varianciának? Kifejezési formája.

A számtani átlagtól számított eltérések négyzetének az átlaga. Egyedüli szóródási mutató, amelynek mértékegysége nem értelmezhető. A szórás mutató kiszámításához használjuk.

20. Mit ért relatív szórás alatt? Milyen értékeket vehet fel?

A számtani átlaghoz viszonyítva fejezi ki a szóródás mértékét. Kifejezési formája: %-os. Értéke lehet 100% feletti is. Jellemzése: 0 – 10% homogén, 10 – 20% közepesen változékony,, 20 – 30% erősen változékony, 30% fölött szélsőségesen ingadozó (az átlag nem alkalmas a sokaság jellemzésére).

21. Sorolja fel a szóródás mutatóit.

Szóródás terjedelme, középeltérés, abszolút átlageltérés, szórás, variancia, relatív szórás

22. Mit ért értékindex alatt? Milyen értékeket vehet fel? Ezeknek mi a jelentése? Kifejezési formája?

Megmutatja, hogy a bázisidőszakhoz képest a tárgyidőszakra hogyan változik az árbevétel. Az értékindexnél meghatározott változást az ár és volumenindexszel lehet magyarázni. Kifejezési formája: %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést mutat.

23. Mit ért tárgy időszaki árindex alatt? Milyen értékeket vehet fel? Ezeknek mi a jelentése? Kifejezési formája?

A tárgy időszaki mennyiségek mellett az árak változása hogy befolyásolja az árbevétel változását. Kifejezési formája: %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést mutat.

24. Mit ért bázis időszaki árindex alatt? Milyen értékeket vehet fel? Ezeknek mi a jelentése? Kifejezési formája?

A bázis időszaki mennyiségek mellett az árak változása hogy befolyásolja az árbevétel változását. Kifejezési formája: %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést mutat.

25. Mit ért bázis időszaki volumenindex alatt? Milyen értékeket vehet fel? Ezeknek mi a jelentése? Kifejezési formája?

A bázis időszaki árak mellett a mennyiség változása hogy befolyásolja az árbevétel változást. Kifejezési formája: %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést mutat.

26. Mit ért tárgy időszaki volumenindex alatt? Milyen értékeket vehet fel? Ezeknek mi a jelentése? Kifejezési formája?

A tárgy időszaki árak mellett a mennyiség változása hogy befolyásolja az árbevétel változást. Kifejezési formája: %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést mutat.

27. Mit ért Fisher-féle árindex alatt? Milyen értékeket vehet fel? Ezeknek mi a jelentése? Kifejezési formája?

Az árak befolyásoló szerepének meghatározására szolgál. Kifejezési formája: %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést mutat.

28. Mit ért Fisher-féle volumenindex alatt? Milyen értékeket vehet fel? Ezeknek mi a jelentése? Kifejezési formája?

A mennyiségek befolyásoló szerepének meghatározására szolgál. Kifejezési formája: %-os. 100% felett növekedést, 100% alatt csökkenést mutat.

29. Határozza meg az értékindex 3 visszaellenőrzési lehetőségét %-ban és a visszaellenőrzését Ft-ban.

%-ban : $I_v = I_p^0 * I_q^1$; $I_v = I_p^1 * I_q^0$; $I_v = I_p^F * I_q^F$

Ft-ban: $K_v = K_p^0 + K_q^1$; $K_v = K_p^1 + K_q^0$

30. Sorolja fel az értékindex-kör lehetséges mutatóit.

Értékindex, tárgy időszaki volumenindex, bázis időszaki volumenindex, bázis időszaki árindex, tárgy időszaki árindex, Fisher-féle volumenindex, Fisher-féle árindex, egyedi ár index, egyedi volumenindex, egyedi árindex