

**Debreceni Egyetem**  
**Informatika Kar**

## **Az R programcsomag statisztikai alkalmazásai**

**Témavezető:**

**Dr. Tarnóczy Tibor**  
egyetemi docens

**Készítette:**

**Varga Csaba**  
gazdaságinformatikus

**Debrecen 2009**

# Tartalomjegyzék

Tartalomjegyzék .....	2
Bevezetés.....	3
1. Fontosabb tőkepiaci befektetések főbb jellemzői.....	5
1.1. Részvények .....	5
1.2. Tőzsdeindexek .....	6
1.3. Az opciós piacok.....	6
1.4. Részvényopciók .....	8
2. Az R statisztikai programcsomag és programozási nyelv .....	11
2.1. A programnyelv bemutatása .....	11
2.2. Az R működésének alapjai .....	12
2.3. RExcel .....	14
2.3.1. A jegyzetfüzet mód .....	15
2.3.2. Makró mód.....	17
2.3.3. Munkafüzet függvények.....	18
2.4. Opciók árazása az R segítségével .....	20
2.4.1. Binomiális opció árazás.....	20
2.4.2. A Black-Scholes-elemzés .....	24
2.4.3. A „görögök” .....	30
2.4.4. Numerikus eljárások (Monte-Carlo szimuláció).....	36
2.4.5. Reálopció .....	39
Összefoglalás .....	43
Irodalomjegyzék .....	46
Függelék .....	48

## Bevezetés

Szakedolgozati témaként olyan területet szerettem volna választani, amely a gazdaság-informatikus képzés mindkét területét magában foglalja, vagyis a gazdasági és informatikai ismeretek egyaránt szükségesek hozzá. Az előzőekből következően esett a választásom a pénzügyi területre, és annak is napjaink egyik népszerű területére, a befektetési pénzügyekre. Az informatikai oldal megjelenítéséhez egy olyan szoftvert választottam, amelyhez bárki – legyen magánszemély vagy vállalkozás – viszonylag könnyen hozzájuthat és a használata sem túl bonyolult. Ebből következően esett a választásom a Microsoft Office Excel táblázatkezelő programjára és az R statisztikai programcsomagra. Az Excel szinte minden Windows operációs rendszerrel működő számítógépen megtalálható, az R pedig egy olyan nyílt forráskódú program, amely az Excel táblázatkezelővel is összekapcsolható.

A szakdolgozat az R programnyelv lehetőségeinek a bemutatásával nyújt segítséget a pénzügyi elemzésben, a teljesség igénye nélkül, hiszen egy ilyen hatalmas program és a gyorsan fejlődő nyílt forráskódú rendszer felhasználását segítő leírás sohasem lehet teljes. Azért választottam az R nyelvet, mert rengeteg statisztikai eljárást tartalmaz, illetve az alaprendszerrel telepített alkalmazások mellett igen nagyszámú csomag áll rendelkezésre az internetes tárolókon, amik egy-egy speciális adatelemzési területnek megfelelő eljárás, illetve függvény gyűjteményeit tartalmazzák. A programnyelv eszköztárháza folyamatosan bővül, hiszen ingyenesen letölthető a forráskódja. Az R forradalmi újítása, hogy összekapcsolható más alkalmazásokkal, programokkal. Erre példa az RExcel, amivel az Excel alatt gond nélkül használhatjuk az R programcsomagot.

A pénzügyi befektetések elemzésén a tőzsdén szereplő részvények árfolyamának tanulmányozását, részvényopció árazást, kockázatelemzést, illetve fedezeti stratégia kidolgozást értem. Amikor az ember rászánja magát a tőzsdei befektetésre, a pénzügyi piac működése éppoly zavarba ejtően bonyolultnak tűnhet, mint egy Boeing 747-es pilótafülkéje. Lehengerlő mennyiségű pénzügyi, spekulációs és piaci adat áll a rendelkezésünkre, mégsem kapjuk meg belőlük azt a tudást, amit keresünk. A tudást az adatoknak az elemzésével, illetve a döntéseket befolyásoló fontos eredmények ok-okozati összefüggéseinek a megértésével

szerezhetjük meg. Ámbár az emberek már több mint 200 éve kereskednek a tőzsdén és foglalkoznak tőzsdei befektetéssel, nagyon sokan még mindig nincsenek tisztában e színtér alapvető vonásaival. Ezt a dolgozatot összefoglaló céllal írtam, hogy mintapéldaként szolgáljon a tőzsdepiac főbb vonásait illetően, illetve segítse az olvasót abban, hogy döntéseit hogyan hozhatja meg nagyobb háttértudással. Nem lehet gyakorlati befektetési útmutatónak tekinteni, sokkal inkább a tőzsdepiaci befektetések egyszerű felvázolásáról van szó, melyet könnyen érthető stílusban igyekeztem ismertetni. A dolgozat érintőlegesen bemutatja a tőzsdepiac történetét, a piaci feltételeket, valamint érinti a Budapesti Értéktőzsde főbb „játékosait”, tájékoztat a különböző részvénytípusokról is, ideértve a tipikus tevékenység, a részvény vétel és eladás különböző variánsait, ami a befektetési stratégia alapeleme.

A legtöbb befektető a barátoktól leadott „forró drót”, egy brókertől befutó telefonhír, vagy egy elemző szakértő ajánlatai alapján tőzsdézik, olyankor vásárolja a részvényeit, amikor a piac igazán nagy lendületben van. Amikor a piacon lanyhulás tapasztalható, akkor a befektető pánikba esik, és nagy veszteséggel túlad a részvényein. Rendszerint ilyen, és ehhez hasonló rémtörténeteket hallunk a tőzsdei befektetésekről. Ez azonban az olyan ember tipikus befektetési módszere, akinek nincs semmilyen befektetési stratégiája. (Damodaran, 2006) Mielőtt rászánjuk magunkat, hogy jelentős összegeket fektessünk be a tőzsdén, maximálisan tisztában kell lenni az ilyen típusú befektetés kockázataival és előnyeivel. Nagyon egyszerűen fogalmazva, a kockázatot bizonytalan végeredményként is definiálhatjuk. Számos kockázattal járóval számolhatunk, ugyanakkor egy adott befektetési stratégiával járó kockázatot szintén sokféleképpen minimalizálhatunk. Az opcióval való kereskedelem jelenthet valamiféle kockázatminimalizálást a befektetők számára. Ezzel a témával behatóan foglalkozok a dolgozatban. Az opcióárazás legfontosabb módszereit mutatom be és hasonlítom össze egymással az R programcsomag és az RExcel segítségével. Végül a utolsó fejezet azért állítja a középpontba a reálopciót, mert e konstrukció jeleníti meg a legsokoldalúbban a döntési flexibilitás, az informáltság javításának jelentőségét. A reálopciók megközelítés a „tisztá” pénzügyi opciók és a valós vállalati beruházási helyzetek közötti párhuzamok keresését jelentheti számunkra, amely párhuzamok segítségével a beruházási döntéseink során alkalmazhatók a pénzügyi opciók értékelésére vonatkozó eljárások.

# 1. Fontosabb tőkepiaci befektetések főbb jellemzői

## 1.1. Részvények

Megtakarításaink részvénybe való befektetése egy olyan lehetőséget biztosít, amellyel a banki kamatnál nagyobb hozamot érhetünk el. Ahhoz azonban, hogy megfelelő részvényt vásároljunk, alapvető gazdasági és tőkepiaci ismeretekkel kell rendelkezni. Befektetéseink lehetnek hosszú távúak, de akár spekulatív jelleggel rövid távra is vásárolhatunk részvényeket. Hogy milyen részvényt választunk azt az időtáv is befolyásolja. (Pálinkó É.-Szabó M., 2006)

Nagyon lényeges, hogy egy részvényt csak olyan áron tudunk eladni, amilyenen a vevő hajlandó megvenni. A részvények legfontosabb jellemzője, hogy tulajdonviszonyt testesítenek meg és lejárat nélküli értékpapírok. Ez azt jelenti, hogy a vállalat nem váltja vissza a részvényeket, kizárólag a piacon lehet eladni azokat. Ez a legnagyobb különbség a többi befektetési formával szemben, és ezért kockázatosak a részvények. Előfordulhat egyes részvényeknél, hogy egy adott időszakban nincs rájuk vevő. A kevésbé likvid részvényekbe való befektetés nagyobb kockázatot jelent, hiszen nem mindig tudjuk eladni a papírokat. Az alacsony piaci kapitalizációjú részvények esetén pedig veszélyt jelenthet, hogy akár egy nagyobb tőkével rendelkező személy is manipulálni tudja a részvények árát (Pl.: FOTEX). A részvényeknek is van névértéke. Ez alapján lehet meghatározni, hogy az alaptőke mekkora hányada van egy befektető kezében (Gyulaffyné M., 1996). A névérték arányában osztják fel a profitot is. A tulajdonjog mellett a részvényes tagsági joggal is rendelkezik. Ez azt jelenti, hogy részt vehet a vállalat közgyűlésein, amin a fontos stratégiai kérdésekről is dönthet. A befektető szavazhat a vállalatot érintő kérdésekben a tulajdoni hányadának megfelelő arányban. Pl.: osztalékfizetés, osztalék mértékének a megállapítása.

Ha követjük a részvények és a tőzsdeindexek árfolyamváltozásait, akkor megfigyelhető, hogy a világ nagyobb tőzsdéin uralkodó hangulat meghatározza más tőzsdék befektetőinek a döntését. Napjainkban az USA tőzsdéinek meghatározó szerepük van, így a New York-i

DJIA, a NASDAQ és a S&P500 indexek változása hatással van más országok részvénytőzsdéire is. Azonban nemcsak az USA részvénytőzsdéin, hanem az orosz és a keleti piacokon kialakuló hangulat is befolyásolhatja globálisan a tőzsdék hangulatát.

## ***1.2. Tőzsdeindexek***

A tőzsdeindexet a részvények árfolyamváltozásainak a bemutatására hozták létre. Számításukra azért van szükség, hogy a befektetők átfogó képet kapjanak az adott tőzsdén uralkodó „hangulatról” (Damodaran 2006). A Budapesti Értéktőzsde (BÉT) részvénykosarát a BUX-index képviseli, melybe bekerültek a legnagyobb piaci kapitalizációval rendelkező vállalatok részvényei. Az 1000 pontról induló BUX-ot 1995-től számítják. Az egyes részvények súlyát a BUX-kosárban a részvény piaci értéke, kapitalizációja befolyásolja. Ez azt jelenti, hogy egy kisebb piaci kapitalizációjú részvény elmozdulása kevésbé mozgatja meg az indexet, mint egy nagyobb piaci kapitalizációjú részvény változása. A különböző indexek esetében csak a változásuk hasonlító össze egymással. Egy adott régió vagy ország indexeit összevetve megtudhatjuk, hogy az alul- vagy felülmúlta más ország vagy régió tőzsdéinek a teljesítményét. Ezen kívül arra is fény derülhet, hogy konkrétan egy vállalat részvényárfolyama alul- vagy felülmúlta a piacot, ha az adott piac indexével hasonlítjuk össze.

Az 1. táblázat szemlélteti a BUX-index részvényeit és az egyes részvények súlyát az indexben. A táblázatból látható, hogy az OTP-, MOL-, MTELEKOM- és RICHTER-részvényeknek van a legnagyobb súlya az indexben, ezért alapvetően ezen részvények mozgása alakítja a BUX-index változását.

## ***1.3. Az opciós piacok***

Opciókkal az OTC piacokon és tőzsdéken is kereskednek. (Hull 1999). A tőzsdei opciós ügyletek erősebben szabványosítottak, és a szabványosítás vonatkozik: a lehetséges lejáratidőpontokra, a kötési árfolyamokra, a mennyiségekre. Az ügyletek teljesítését az elszámoló ház (klíring) biztosítja. A tőzsdén jegyzett opciók vonatkozhatnak árra, részvényre, egyéb

értékpapírra, indexre, határidős pozícióra, devizára vagy kamatlábra. Az áru, értékpapír, és deviza opciók, ezeknek a termékeknek a megvásárlására vagy eladására vonatkoznak és lehíváskor a teljesítés fizikai átadással vagy pénzelszámolással történik. Abban az esetben, ha az opciókat már nem szeretnénk tartani, de még nem járt le, akkor eladhatjuk, ekkor az opciós díj bevételt jelent számunkra. Az eladáskor árfolyamnyereség és árfolyam veszteség is elérhető a vételkor fizetett és az eladáskor realizált opciós díjból. Az indexopció tőzsde-indexre vonatkozik, és nem kell ténylegesen leszállítani. (Damodaran, 2006) A kiírónak ki kell fizetnie a kötési árfolyam és az index azonnali értéke közötti különbséget, amelyet úgy számítanak ki, hogy az indexet egyelőre meghatározott pénzmennyiséggel szorozzák be. Határidős ügyletre szóló opciók esetén az opció vevője határidős pozíciót nyithat az opció kötési árfolyamát használva határidős árként. Lehíváskor az opció tulajdonosa az adott eszközre szóló aktuális (futures) árfolyam és az opció kötési árfolyama közötti különbségnek megfelelő nettó összeget kapja meg. A kamatlábopciók különböző lejáratú kincstárjegyre, állampapírra, betétekre, jelzáloglevélre, kötvényekre szóló opciók kereskedését jelenti. (Száz J., 1999) A későbbiekben csak a részvényopciókkal foglalkozunk.

## 1. táblázat

### A Bux részvénykosara

Borsodchem	3,46%
DÉMÁSZ	1,00%
Egis	3,62%
ÉMÁSZ	0,37%
FHB	1,28%
FOTEX	0,75%
Magyar Telekom	13,21%
MOL	27,58%
OTP	29,20%
RICHTER	18,55%
Synergon	0,24%
TVK	0,74%

Az opciós kereskedelem a világ számos tőzsdéjén zajlik. Az opciónak két formája van, a vételi és az eladási opció. A vételi opció jogot biztosít valamilyen termék megvásárlására meghatározott díj ellenében, az eladási opció pedig jogot biztosít valamilyen termék adott nagyságú díj ellenében történő eladására. Mindkét opciónak két fajtája lehetséges, az európai opció, amely csak a futamidő végén hívható le, és az amerikai opció, amely a futamidő alatt bármikor lehívható.

#### ***1.4. Részvényopciók***

Az USA-ban a következő tőzsdéken kereskednek részvényopciókkal: Chicago Board Options Exchange-en (CBOE), a Philadelphia Exchange-en (PHLX), az American Stock Exchange-en (AMEX), a Pacific Stock Exchange-en és a New York Stock Exchange-en. Opció több mint 500 különféle részvényre köthető. A legnagyobb forgalom többek között az IBM, a Kodak és a General Motors részvényeire szóló opcióknál tapasztalható. Egy kontraktus arra biztosít jogot az opció birtokosának, hogy 100 részvényt egy adott kötési áron eladjon vagy megvegyen. Ez összhangban van azzal, hogy a részvényekkel is 100-as csomagokban kereskednek.

A részvényopciók árára hat tényező van hatással:

- az azonnali részvényárfolyam,
- a kötési árfolyam,
- a lejáratig hátralévő idő,
- a részvényárfolyam volatilitása,
- a kockázatmenetes kamatláb,
- az opció futamideje alatt esedékes osztalékok.

A részvényopciók árát úgy érdemes megvizsgálni, hogy mi történik, ha ezek a tényezők közül valamelyik megváltozik a többi változatlansága mellett (*ceteris paribus*). (Kapás, 1999) A 2. táblázat azt mutatja be, milyen hatást gyakorol a különböző tényezők változása a részvényopció díjára.



## Az opciókhoz kapcsolódó változók hatása a különböző opciókra

változók	európai vételi opció	európai eladási opció	amerikai vételi opció	amerikai eladási opció
részvényárfolyam	+	-	+	-
kötési árfolyam	-	+	-	+
lejáratig hátralévő idő	?	?	+	+
volatilitás	+	+	+	+
kockázatmentes kamatláb	+	-	+	-
osztalékok	-	+	-	+

**Az azonnali részvényárfolyam és a kötési árfolyam**

Amennyiben az opciót a jövőben lehívjuk, egy vételi jog annyit fizet a tulajdonosának, amennyivel a részvényárfolyam a kötési árfolyamot meghaladja, ezért a vételi opciók a részvényárfolyam emelkedésével egyre értékesebbek lesznek, és egyre értéktelenebbek annak csökkenésével. Az eladási opciók éppen ellentétesen viselkednek.

**Lejáratig hátralévő idő**

Az amerikai vételi és eladási opció egyre értékesebb lesz, ahogy a lejáratig hátralévő idő növekszik. Az európai eladási és vételi opciók nem feltétlenül lesznek egyre értékesebbek a futamidő növekedésével. Az már nem teljesül, hogy egy hosszabb lejáratú opcióval rendelkező befektető ugyanazokkal a lehívási jogokkal rendelkezik, mint egy rövidebb futamidejű opció birtokosa. A hosszabb futamidejű opció birtokosa csak a lejáratkor élhet jogával.

### **Volatilitás (részvényárfolyam változékonysága)**

Ahogy a volatilitás nő, egyre nagyobb lesz annak az esélye, hogy a részvény vagy nagyon jól vagy nagyon rosszul teljesít. A vételi opció tulajdonosa jól jár, ha az árak emelkednek, de a vesztesége korlátozott, ha az árak csökkennek. Hasonlóan az eladási opció birtokosa nyer az árak csökkenése esetén, viszont korlátozott a veszteség árnövekedés esetén.

### **A kockázatmentes kamatláb**

Az eladási opciók értéke csökken, a vételié pedig nő, ha a kockázatmentes kamatláb növekszik. Hangsúlyozni kell, hogy ezek az eredmények, azon a feltevésen alapulnak, hogy a többi változó nem módosul. A gyakorlatban azonban a kamatlábak változására reagálnak a részvényárak. Egy esetleges kamatláb növekedés (csökkenés) részvényár csökkenést (növekedést) eredményez.

### **Osztalékok**

Az osztalékfizetés hatására a részvények árfolyama általában csökken az osztalékfizetés utáni napon. Ez rosszul érinti a vételi, jól az eladási opció tulajdonosokat.

## 2. Az R statisztikai programcsomag és programozási nyelv

### 2.1. A programnyelv bemutatása

Az R egy nyílt forráskódú statisztikai és grafikai környezet, egyben programozási nyelv, amelynek eszköztára számtalan klasszikus és modern statisztikai módszert, illetve matematikai eljárást tartalmaz. (Abari K., 2008) Az első változatát Ross Ihaka és Robert Gentleman készítették (innen az „R” név) az Auckland-i Egyetemen, Új-Zélandon. Azóta egy kisebb fejlesztői csoport a világ minden tájáról közös erőfeszítésekkel folyamatosan fejleszti tovább. Az R-t, a fejlesztői, az S programozási nyelv egy megvalósításának tartják, a Scheme-ből, (amely a Lisp egyik dialektusa) származtatott szemantikával. Az R szabad szoftver, tehát bárki letöltheti (<http://cran.r-project.org/>). Az R széleskörűen bővíthető a hozzátartozó csomagok használatával, amelyek a felhasználók által közreadott programkönyvtárak, speciális függvényekkel vagy speciális vizsgálati területekkel. Az alapvető csomagok az R telepítőjében benne vannak, és nagyon sok további csomag található a CRAN-on, az „átfogó R archívum hálózaton”. Nem kell programozónak lenni használatához, valódi mélységei azonban a programozók számára tárulnak fel. (Sawitzki, 2008) Mint programnyelv, két programozási paradigmát ötvöz egyidejűleg: funkcionális és objektumorientált.

Az egyszerű interaktív programozás mellett lehetőség nyílik komplexebb megoldások fejlesztésére, illetve lehetséges integrált megoldások fejlesztése, összekapcsolása más alkalmazásokkal (pl. Microsoft Excel), illetve kombinálás más nyelvekkel (pl. LATEX, Python, Visual Basic, Delphi, stb.). (Solymosi, 2005). Ez utóbbi lehetőség segítségével saját alkalmazások fejleszthetők gyakori statisztikai vagy vizualizációs feladatok egyszerű megoldására.

Kik használják az R-t? A programot számtalan biológus, közgazdász, orvos és pszichológus használja mindennapi munkájához szerte a világban. Noha a felsoroltak nagyon különböző területeken dolgoznak, közös bennük, hogy munkájuk során valamennyien kapcsolatba kerülnek olyan adatokkal, amelyeket elemezni, illetve kiértékelni kell. Ehhez egy eszköz

számukra az R, amellyel alapszinten akár programozási ismeretek hiányában is jól elboldogulnak. Számos egyetemen oktatják használatát, a legkülönbébb tudományterületeken.

Milyen platformokon fut az R? A legkülönbébb platformokon lehet az R-rel dolgozni. Futtatható (bináris) formában tölthető le a szoftver a Windows, a MacOS X és a Linux operációs rendszerekre. Egyéb platformok esetében a forrásokból kell a rendszert lefordítani. Emellett a forráskód is letölthető, így az abból történő telepítés még nagyobb rugalmasságot biztosíthat.

Hogyan telepítsük az R-t Windows alatt? Windows platformra az R-x.y.z-win32.exe állományt kell letölteni és futtatni, amely elvégzi a telepítést. A Window-os R-hez kapunk egy RGui nevű grafikus felhasználói felületet is. További csomagok telepítését az RGui Packages menüje Install package(s) menüpontjával, vagy az install.packages() függvény használatával oldhatjuk meg. Az R fontos jellemzője, hogy kitűnően dokumentált. A telepítés után elérhető egy nagyon részletes és átfogó on-line dokumentáció, amely több kézikönyvből áll, valamint a telepített csomagok dokumentációjából. A dokumentációk kereshetők, és a legkényelmesebb kedvenc böngészőnkben HTML oldalak formájában olvasni. (Abari, 2008).

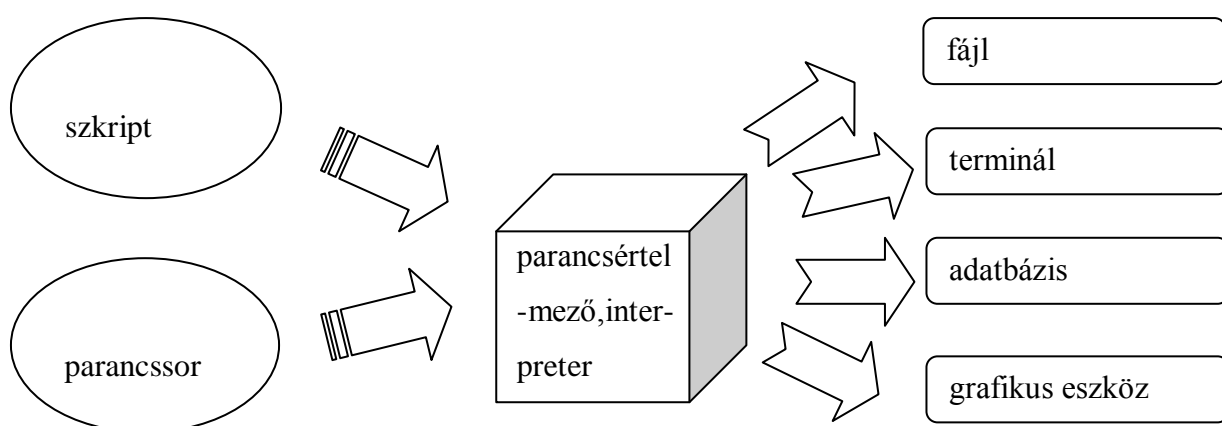
## ***2.2. Az R működésének alapjai***

Az R magva egy parancsértelmező (interpreter) jellegű nyelv, szintaxisa felületesen hasonlít a C nyelvére, de tulajdonképpen egy "funkcionális programozási nyelv". (Sawitzki, 2008) Az R nyelv többek között lehetővé teszi ciklusok alkalmazását, illetve a moduláris programozást – függvényeken keresztül. Nagyon fejlett eszköztárral rendelkezik, és nem csupán matematikai módszerek terén. Elérhetünk például relációs adatbázisokat, támogatott a hálózati kommunikáció (az I/O eljárásokban állománynevek helyett alapértelmezésben lehet URL-eket használni), de lehet akár GUI felületeket is programozni. Egyik legnagyobb erőssége a grafika. A sok függvény elérhető a rugalmas grafikai környezetben, amely környezet segítségével az adatok reprezentációja igen sokféleképpen valósítható meg. Egy interpretált szkript nyelvben - mint az **R**-ben is - a programkódokat nem fordítjuk bináris állománnyá a

futtatáshoz, hanem az R-parancsértelmező értelmezi azokat. Terminálon keresztül juttatjuk el a megszerkesztett kódjainak parancssori vagy szkript módban az interpreterhez, aminek az eredményei visszatérhetnek a terminálba, fájlba, adatbázisba, valamint a grafikus eszköz(ök)re . Mindezek szemléltetésére szolgál az 1. ábra.

1. ábra

### R működésének alapjai



Az R működése közben rögzíti az addig begépelte utasítások listáját (ezt magyarul parancstörténetnek, vagy angolul *command history*-nak nevezzük). A parancs történetben „előre” és „hátra” mozoghatunk a fel és le nyilakkal. Ez hasznos lehet, ha újból végre akarunk hajtani egy korábban kiadott parancsot. A munkánk során létrehozott változók (objektumok) az úgynevezett munkakörnyezet részei. Ezeket az `ls()` paranccsal tudjuk kilistázni. Amikor az R-konzolt munkánk végeztével bezárjuk (azaz kilépünk az R felhasználói felületéből a File menü Exit parancsával, vagy a parancssorba írt `quit()` utasítással), a program megkérdezi, hogy mentse-e a munkakörnyezetet (és ezzel együtt a parancstörténetet is). Ha igennel válaszolunk, akkor az úgynevezett munkakönyvtárba létrehoz (ha léteznek, felülír) két állományt: egy **.RData** nevűt, amely a munkamenetünk során létrejött, memóriában lévő objektumokat tartalmazza; és egy **.Rhistory** nevűt, amely a parancs történetet tárolja szöveges formában.

A következő indításkor ezt a 2 állományt automatikusan visszatölti az R, és ott folytathatjuk a munkánkat, ahol abbahagytuk. Hosszabb programkód írása nehézkes és igen áttekinthetetlen a terminálban, ezért javasolt különböző szövegszerkesztőkkel dolgozni. Windows környezetben e célra a legegyszerűbb megoldást a *Jegyzettömb* nyújtja. Ha ebben szerkesztjük a szkriptünket, akkor vagy úgy tudjuk az R-értelmezőhöz eljuttatni, hogy a `source()` függvényt használjuk, vagy a szerkesztőből a vágólapra helyezett kódrészletet beillesztjük az R-terminálba. A jegyzettömb hátránya hogy egyszerre csak 1 állománnyal tudunk dolgozni. Léteznek olyan szövegszerkesztők (Pl.: *Tinn\_R*, *Emacs*, *Xemacs*), amelyekkel egyszerre több fájlal is tudunk dolgozni és projektbe is szervezhetjük a munkáinkat, mindemellett közvetlenül küldhetünk kódokat vagy szkript fájlokat az R-hez (Solymosi N. 2008).

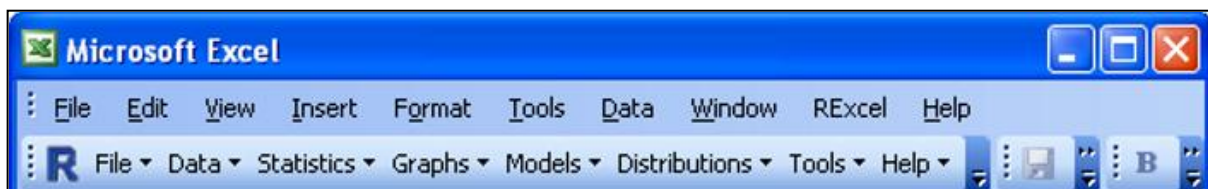
### **2.3. RExcel**

A Microsoft Excel a világ legkedveltebb táblázatkezelője. Szinte minden vállalat az Excelben dolgozik és a BÉT-ről is Excel dokumentumban tölthetjük le a különböző adatokat, viszont nincsenek jelen beépített függvényként az R-ben használt függvények. Az Excel természetesen programozható VBA-ban, de fölösleges lenne minden egyes eljárást, illetve függvényt külön-külön makro-módban megírni, amire az R-ben könnyedén hivatkozhatunk. Ezt a problémát Thomas Baier és Erich Neuwirth oldotta meg egy R szerverrel, amely lehetővé teszi, hogy az Excelben használjuk az R-t. Telepítéséhez szükség van az alábbiakra:

- R 2.9
- rscproxy R csomag
- rcom R csomag
- R/Scilab (D)COM Server 3.0-1
- RExcel

Az R interpreter és a két csomaga letölthető a <http://www.r-project.org>, a szerver és az RExcel pedig a <http://sunsite.univie.ac.at/rcom/> címről. Célszerű RCommander-t használni, mivel az RExcel bővítmény telepítése után az Excel eszközsorban lesz az RCommander menü (2. ábra), ami szintén megkönnyíti a dolgunkat (Neuwirth E. 2009).

### Excel 2003 toolbarban az RCommander menüje



Az Excelben három különböző lehetőségünk nyílik az R használatára:

- **Jegyzetfüzet mód.** Közvetlenül az Excel munkalapra írjuk az R forráskódot majd a skálár,vektor, és mátrix változók átvitelére kerül sor az R és az Excel között.
- **Makró mód.** Makrók írásánál természetesen VBA-t használunk,de közbeékelhetünk speciális RExcel függvényeket vagy eljárásokat.
- **Munkafüzet mód.** A munkalap celláiban közvetlenül meghívható az R RExcel függvények formájában.

Ha az R (D)COM Server telepítése során az Excel Add-In jelölőnégyzetét bejelöljük, akkor a Microsoft Excel menürendszerében az Ablak és a Súgó menüpontok között megjelenik egy RExcel menüpont (Thomas Baier 2009). Az RExcel almenüpontjai között található az R Start opció, amivel az Excel–R kapcsolatot megnyitjuk. Ennek következtében az Excelen belül használhatunk R-függvényeket, -objektumokat.

#### 2.3.1. A jegyzetfüzet mód

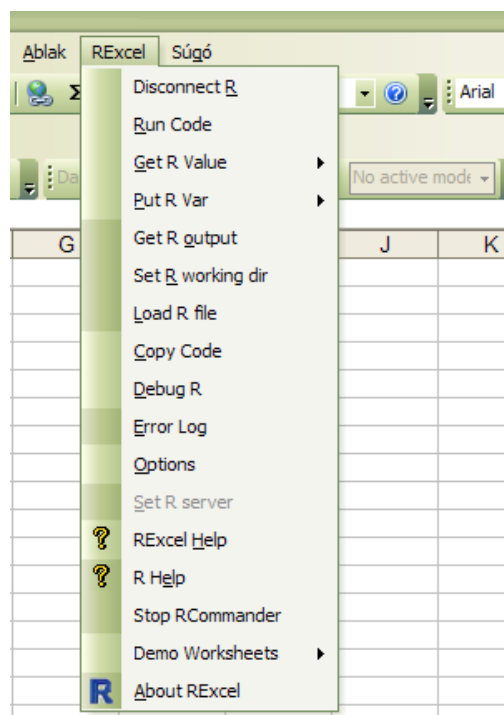
Az alábbi R-kódokat - amelyek közül a legfontosabbakat pár mondatban be is mutatjuk - közvetlenül használhatjuk az Excel munkafüzeten belül, illetve adatobjektumokat tudunk a két környezet között átadni velük (3.ábra):

- *Disconnected R* : Megszünteti a kapcsolatot az R és az Excel között.
- *Run Code* : Kijelölünk egy tartományt az Excelben, ami érvényes R kódo(ka)t tartalmaz és ez a menü elem lefuttatja a kódot.

- *Get R Value*: A kijelölt Excel tartományba berakja az általunk választott R változó értékét vagy értékeit.
- *Put*: Aktív Excel tartomány értékeit letárolja az R-ben tömbként vagy adatframe-ként.
- *Copy Code*: A kijelölt tartomány tartalmát a vágólapra teszi, feltéve ha az R kód, és az általunk meghatározott helyen (Ctrl + v) makró módban adja vissza.
- *Error Log*: megnyit egy ablakot, amely a hibaüzeneteket és a fordítási információkat tartalmazza.
- *Options*: az RExcel menü struktúrájában enged meg néhány változtatást.
- *Set R server*: Ha az rcom könyvtár telepítve van, akkor meghatározhatjuk a szerver típusát, illetve helyét (background, foreground).
- *Demo Worksheets*: Erich Neuwirth mind a három módszert részletesen bemutatja az általa megírt demókon.

3.ábra

### A jegyzetfüzet üzemmód menüje





A legnagyobb előnye a másik kettő módszerrel szemben, hogy könnyen megtanulhatjuk vele az R Excel használatát. A hátránya akkor mutatkozik meg, ha hosszabb forráskóddal dolgozunk, ezáltal elveszük a helyet az „exceles” adatoktól és mások számára szinte átláthatatlanná tesszük az egész dokumentumot (Thomas Baier 2009). A két környezet közötti sok adatobjektum átadás rendkívül időigényes.

### 2.3.2. Makró mód

Makrók írása közben a következő VBA eljárásokkal, illetve függvényekkel válik elérhetővé az R:

- *RInterface.StartRServer()*: Elindítja az R szerveret.
- *RInterface.StopRServer()*: Leállítja az R szerveret.
- *RInterface.RRun(commandstring)*: Végrehajtja a commandstringet.
- *RInterface.PutArray(varname,range,...)*: A kijelölt tartomány range tartalmát letárolja R-be varname változónéven.
- *RInterface.PutArrayFromVBA(Rvarname,VBAvarname)*: VBA változó VBAvarname átkonvertálása R változóvá Rvarname.
- *RInterface.GetArray(Rexpr,range)*: Berakja az R kifejezés értékét Rexpr az excel tartományba range,ha skalár,vektor vagy mátrix értékekről van szó,ha azonban lista vagy adatframe típusú, akkor hibaüzenetet kapunk.
- *RInterface.GetArrayToVBA(Rexpr)*: Visszatér az R kifejezés értékével, amivel támogatja a program használatát a VBA-ban.
- *RInterface.PutDataframe(varname,range,RespectHidden:=False)*: A kijelölt tartományt dataframe-ként (adattáblaként) olvassa be az R varname változónéven. Ha RespectHidden paraméter igaz True értéket vesz fel, akkor a rejtett sorokat, illetve oszlopokat nem ültetjük át az dataframe-be, ha nem igaz False az értéke, akkor azok is belekerülnek.
- *RInterface.GetDataframe(varname,range)*:A paraméterben megadott R változó varname értékét, aminek a típusa dataframe kell hogy legyen, berakja az általunk megjelölt Excel tartományba range. A tartomány legelső sorában fog szerepelni a változó neve.

- *RInterface.RunRFile(filename)*: Végrehajtja a file-ban lévő parancsokat(de csak abban az esetben ha, a file a kliens pc-én van)

A programozók számára az R használat legkedveltebb formája az Excelben, hiszen két programnyelvvvel is egyszerre tudnak dolgozni. Az adatobjektumok, illetve a programszöveg összekeveredéséről szó sem lehet, hiszen a VBA-Editor-ban megírt programjainkat makrók formájában használhatjuk a munkalapon. Hátránya lehet, ha adatváltozásokat szeretnénk eszközölni a megírt makróinkban, akkor meglehetősen sokat kell ablakot váltanunk.

### 2.3.3. Munkafüzet függvények

Az Excel munkafüzetben a következő függvények segítségével használhatjuk az R-t:

- *RPut(var,range,...)*: A tartomány numerikus értékét vagy értékeit letárolja egy R változóba var, és visszatér a változó var nevével.
- *RStrPut(var,range,...)*: A tartomány string típusú értékét vagy értékeit letárolja egy R változóba var, és visszatér a változó var nevével.
- *RPutDataframe(var,range,...)*: A tartomány értékét vagy értékeit letárolja egy dataframe(adattábla) típusú R változóba var, és visszatér a változó var nevével.
- *REval(expression,...)*: Visszatér a kifejezés értékével,ha létezik.
- *Component(args)*: Stringek sorozatából épít egy stringet, ami egy R kifejezés. Ebben a kifejezésben a második argumentumtól a komponensek extract listája tárolódik le.
- *RApply(function,args,...)*: Az első paramétere a függvény neve function, ami lehet saját vagy beépített is, a második pedig a függvény argumentuma(i), ami csak numerikus típusú lehet.
- *RApplyA(function,argstring,...)*: Abban különbözik az RApply függvénytől, hogy az argumentumai lehetnek string formátumúak is.
- *RApplyC(function,component,args,...)*: Paraméternek megkapja az R függvényt function, illetve annak komponensét componenet, aminek az értékére kíváncsiak vagyunk, és a szükséges argumentumokat args, amik csak numerikus típusúak lehetnek. A visszatérési értéke az objektum komponensének tartalma.
- *RApplyAC(function,component,args,...)*: Megengedett a string típusú argumentum.

- *RCall(function,args,..)*: lefuttat egy R eljárást. Szinte ugyanaz, mit az *RApply*, csak itt nincs visszatérési érték.
- *RCallA(function,args,...)*: Megengedett a string típusú argumentum.
- *MakeArgs(arrrange,transpose=FALSE)*: Beépített függvényként használjuk az *RApplyA*, *RApplyAC*, *RSetApplyA* és az *RCallA* függvényekben, ahol a paraméterátadást könnyíti meg. Az Excel tartomány *arrrange* tartalmát "füzi össze" egy stringbe. Ha a *transpose=FALSE* – ami az alapértelmezett -, akkor sorfolytonosan dolgozik ellenkező esetben oszlop folytonosan.
- *RExec(range,...)*: Végrehajtja a tartomány *range* tartalmát,de nem az értéket adja vissza, hanem egy stringet „Done:” és a végrehajtott R kódot.
- *RSetEval(varname,expression,...)*: Hozzárendeli az R kifejezés *expression* értékét egy R változónévhez *varname* és ez a név a visszatérési értéke.
- *RSetApply(varname,function,args,...)*: Az R függvény *function* eredményét letárolja egy R változónéven *varname*.

Ez a mód kissé hasonlít a jegyzetfüzet módra, mivel itt is a cellákban szerepelnek az R kódok, viszont a forráskódok fordítása, illetve az adatobjektumok átadása és fogadása a munkafüzet függvények segítségével történik. A kezdőknek lényegesen bonyolultabb, mint a jegyzetfüzetmód, hiszen ezeket a függvényeket és paramétereiket is kellően ismerni kell az eredményes *RExcel* használathoz. Azt viszont a javára kell írunk, hogy könnyebben és gyorsabban tudjuk változtatni a programunk adatobjektumait, mint a makró módban.

Ezekben a függvényekben problémát jelentenek a dummy argumentumok. (Baier, 2009) A látszólagos paraméternek (dummy argument) nincsen értéke, csak a makrokban, module-ban vagy a direktívákban jelöli, hogy melyik paraméterrel végez műveletet. A makrodeklarációk törzsében a látszólagos paraméterek jele elé egy kérdőjelet (?) kell írni, és a kérdőjeles paramétert szóközzel határolni. Az *RPut*, *RStrPut*, *RPutDataframe*, *REval*, *REvalC*, *RApply*, *RApplyC*, *RApplyA*, *RApplyAC*, *RExec*, *RCall*, *RCallA*, *RSetEval*, *RSetApply*, és *RSetApplyA* függvények elfogadják a dummy argumentumokat, és mielőtt megkapnánk az eredményt folyamatosan újraszámolják, ezért nincs visszatérési értékük. Ha az *RApply*, *RApplyC*, *RCall*, *RSetApply* függvények paraméterlistájában szerepel a „depends” érték,

akkor figyelembe veszik hogy dummy argumentummal számolnak, és megkapjuk a helyes eredményt. A többi függvény esetében nem élhetünk ezzel az opcióval. (Neuwirth, 2009)

## ***2.4. Opciók árazása az R segítségével***

### **2.4.1. Binomiális opció árazás**

Az opciók vagy más származtatott termékek árazásának egyik hasznos módszere a binomiális fa szerkesztésén alapszik. (Damodaran, 2006). Ez egy olyan fa, amely a származtatott termék futamideje alatt az alaptermék árfolyama által követhető lehetséges utakat jeleníti meg. Ha a binomiális fákat a gyakorlatban alkalmazzák, az opció élettartamát általában harminc vagy több időszakra bontják. Minden időszakban egy binomiális részvényárfolyam-elmozdulás történik. Például, harminc periódus esetén ez azt jelenti, hogy harmincegy végső részvényárfolyam és 2 részvényárfolyam utat vizsgálnak meg. A Binomiális modell nagy előnye, hogy pontosabban határozza meg az amerikai típusú opciók árát, köszönhetően annak, hogy lehetőség van az opció életének minden egyes pontját ellenőrizni a lejáratig (a binomiális fa minden egyes lépése), tehát nagyon rugalmas. A Binomiális modell hátránya, hogy lassú, habár ez a szimuláció alatt nem vehető észre. Lényegében az a megközelítés, amelyet követünk hasonló ahhoz a tanulmányéhoz, amelyet Cox, Ross és Rubinstein jelentettek meg 1979-ben. Az opcióértékelés gyakorlatba történő átültetését nagyban segítette Cox és Ross felismerése, hogy az opció replikálható (vele teljesen megegyező kifizetésű portfólió állítható össze) tőzsdén kereskedett értékpapírok segítségével. Rubinstein (1976) megmutatta, hogy az opcióértékelési eljárás levezethető a kockázatmentes portfólió kialakítását lehetővé tevő folyamatos kereskedési lehetőség feltételének elhagyása esetén is.

A továbbiakban a magyarországi székhelyű, a BÉT-en (Budapesti Értéktőzsdén) jegyzett PannErgy vállalat részvényeire vonatkozó opciókkal fogunk számolni, ezért célszerű bemutatni pár alapinformációt a cég működési köréről. A PannErgy, a Pannonplast Nyrt. Jogutódjaként, majdnem egy évszázados múlttal tekint előre a megújuló energiaforrások hasznosítása terén. A PannErgy 2007-ben nem kis célt tűzött ki zászlajára, mégpedig azt, hogy a régóta ismert magyar geotermikus források felhasználásával jelentős mennyiségű hő-

és elektromos energiát állítson elő értéket teremtve az ország lakossága és intézményi szereplői, továbbá a PannErgy részvényesei számára.

A következőkben nézzünk egy példát a Cox-Ross-Rubinstein árazási formulára, amelyhez a BÉT PANNERGY részvényét használjuk fel. A 2009. évi februári és márciusi, napi záró adatok alapján megadjuk a részvény árfolyamváltozásának becsült volatilitását. A záró adatokat erről a címről lehet letölteni: [http://bet.hu/magyar\\_egyeb/dinportl/instrdatadownload](http://bet.hu/magyar_egyeb/dinportl/instrdatadownload) excel dokumentumba. Egy, a PANNERGY részvényre vonatkozó amerikai eladási opcióról az alábbiakat tudjuk: kötési árfolyama (X) 700 Ft, az opció lejáratáig hátralévő idő (T) 6 hónap és az egyes kereskedési időpontok között eltelt időszak 1 nap, részvény kezdeti árfolyama (S) pedig a március 31-i (675 Ft) záróár. Szemléltessük ábrán és állapítsuk meg, hogyan hat a PANNERGY részvényre vonatkozó amerikai eladási opció helyes ára a kockázatmentes kamatláb változása.

A záró adatok Excelbe töltődnek le, mi viszont R-ben szeretnénk dolgozni velük, így többféleképpen is hozzáfoghatunk a feladathoz. Az R az RODBC csomag segítségével számos adatbáziskezelőhöz tud kapcsolódni (pl. Microsoft SQL Server, Access, MySQL, Oracle), de nagyméretű állományokban tárolt információkhoz is hozzáférhetünk (pl. Excel, DBase, szöveges állományok). Az RODBC csomagban lévő függvények segítségével kapcsolódhatunk egy ODBC kapcsolattal rendelkező adatbázishoz.

### **Microsoft Excel állományok olvasása:**

Első lépésként telepítsük a számítógépünkön a Microsoft Excel Driver-t, majd létrehozunk egy ODBC kapcsolatot (Vezérlőpult/felügyeleti eszközök/ODBC kapcsolatok). Következő lépésként elnevezzük a létrehozandó kapcsolatot (például: ODBCexcel). Ezután tanácsos kiválasztani a *Verzió* legördülő menüből az adott Excel munkafüzet verzióját. Majd a *Munkafüzet választása...* gomb megnyomása következtében megjelenő fájlkezelő segítségével kiválasztjuk azt az Excel munkafüzetet, amelyhez a kapcsolatot építjük (egyszerre csak egy munkafüzetrel tudunk kapcsolatot létesíteni, például: 'excel.xls'). Végül nincs más dolgunk, mint az OK gombra kattintani. Fontos megjegyezni, hogy az ODBC kapcsolaton keresztül az Excel táblázatok nem módosíthatók csak olvashatók. (Solymosi, 2008)

A kapcsolat létrehozásához az alábbi kódokat kell még begépelni az R interpreterébe:

```
>library(RODBC)
>kapcsolat <- odbcConnect('ODBCexcel')
>kapcsolat <- odbcDriverConnect("DRIVER=Microsoft Excel Driver
(*.xls); DBQ=c:/feladat.xls")
>kapcsolat <- odbcConnectExcel("c:/feladat.xls")
>sqlTables(kapcsolat)
>adat <- sqlFetch(kapcsolat,"546")
>zaroar1<-c()
>for(i in 6:47){
+a=adat[i,3]
+zaroar1=c(zaroar1,a)}
```

Adatbázishoz az odbcConnect() függvény segítségével kapcsolódhatunk, majd az sqlTables() hívással megkapjuk az elérhető táblákat. Az sqlFetch() tábla teljes tartalmát adja vissza.

Visszakanyarodva a PANNERGY-s példánkhoz, egyszerűbben oldottuk meg a záró adatok bevitelét, s ezzel a forráskód is jobban áttekinthető. A feladat grafikus megoldása a 4. ábrán látható.

```
>#felvesszük a záróárakat 1 vektorba
>zaroar1<c(700,705,700,700,700,700,700,700,700,700,700,700,697,693,6
92,695,694,694,694,694,694,695,697,694,694,693,687,678,685,679,680,6
79,694,680,680,675,676,690,687,685,680,675)
> n<-length(zaroar1) #n változó értékül kapja a vektor hosszát
>#létrehozunk 1 vektort amiben az u értékeket tároljuk majd
>u_ertek<-1:(n-1)
>i <- 1
>repeat { #a repeat ciklus kiszámolja az u értékeket
+ i <- i + 1
+ u_ertek[i-1]<-log(zaroar1[i]/zaroar1[i-1])
+ if (i == n) break}
>u_atlag<-mean(u_ertek) #átlagoljuk az u értékeket
>szoras=sd(u_ertek) #meghatározzuk az u értékek szórását
>volatilitas<-szoras/sqrt(1/365) #meghatározzuk a volatilitást
```

```

# meghívjuk a Cox-Ross-Rubinstein függvényt ami ebben az esetben
paraméterként kapja meg a
# kockázatmentes kamatlábat és a kimenetele az amerikai eladási
opció igazságos ára amit
# letárolunk egy változóban
>sajat=function(kamatlab)CRRBinomialTreeOption(TypeFlag=
"pa",S=675,X=700,Time=0.5,r=kamatlab,b=kamatlab,sigma=volatilitas,n=
182)@price
#9 db kamatlábat veszünk fel 1 vektorba
>kamatlab<-c(0.01,0.02,0.03,0.04,0.05,0.06,0.07,0.08,0.1)
>lista<-c() #lista deklarálás
#for ciklussal eltároljuk a listába a 9 db kamatlábra kapott opció
árakat
> for(i in 1:9){
+ a<-sajat(kamatlab[i])
+ lista<-c(lista,a)}
>lista #lista kiiratása
# grafikai kirajzolása. Mindezekből megállapítható hogy:az amerikai
eladási opció igazságos
# ára csökken ha a kockázatmentes kamatláb nő!
>plot(kamatlab,lista, xlab="kamatlábak", ylab="amerikai eladási
opció igazságos ára")

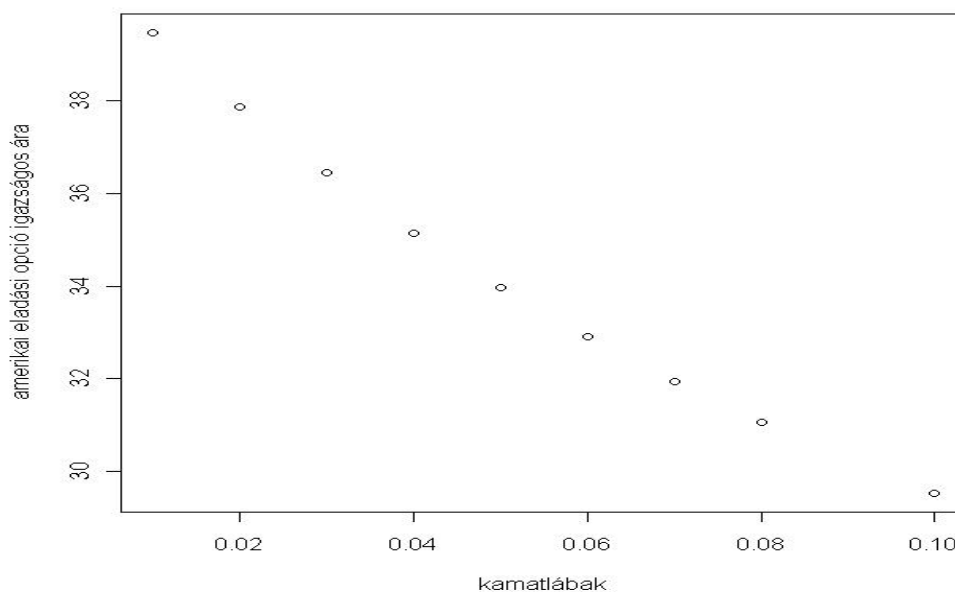
```

A feladat megoldása akkor a legegyszerűbb, ha az RExcel segítségével oldjuk meg, hiszen az adatokat is '.xls' formátumban töltjük le a BÉT-ről. Mint láthattuk az előző R forráskódban a záróárakat egyesével be kellett „pötyögni”, ezzel ellentétben a *Jegyzetfüzet módban* elég csupán kijelölni a tartományt, majd az RExcel menüpontban a Put R Var opcióval és az általunk megadott változónévvel le is tárolhatjuk az adatobjektumot. Ezután a teljes forráskódot átmásoljuk az Excel üres celláiba, majd betöltjük az fOption csomagot,- mivel a programunknak szüksége van a csomag beépített függvényére, történetesen a CRRBinomialTreeOption függvényre –, ezt úgy tehetjük meg a legegyszerűbben, hogy az Rcommander menüben a Tools fület lenyitjuk, majd a load package(s) pontban kiválasztjuk az fOption csomagot. Ha ezzel megvagyunk, akkor kijelöljük azokat a cellákat, amiben a programkód van, majd az RExcel menüpontban a Run Code opcióval lefordítódik a

programunk, viszont ezzel még nem kaptuk meg a kívánt eredményünket. Az eredményt a Get R Value pontban a letárolt változónévvel hívhatjuk elő az általunk meghatározott cellá(k)ban. Ebben a példánkban a forráskód viszonylag nagy tartományt foglal le a fontos adatok rovására és szerkezetileg is meglehetősen nehéz átlátni. (Neuwirth, 2009) (5.ábra)

4. ábra

CRR függvény



#### 2.4.2. A Black-Scholes-elemzés

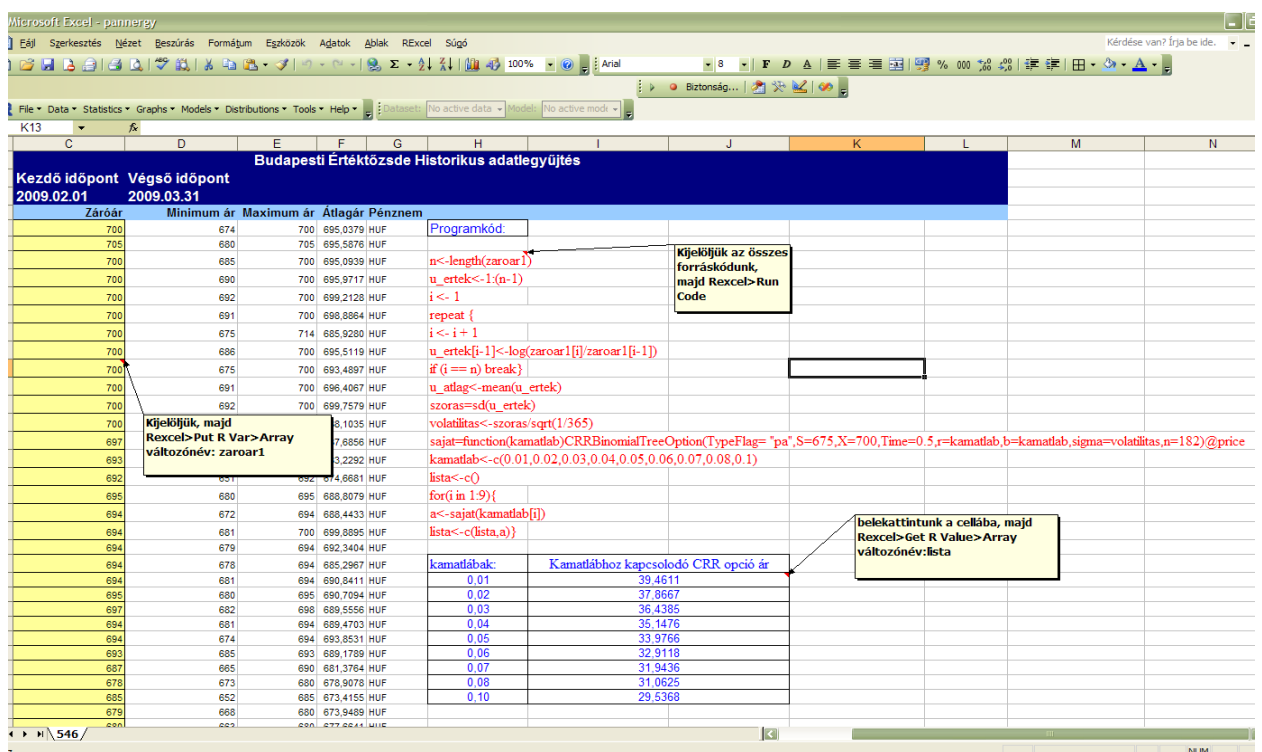
Az 1970es évek elején Fischer Black és Myron Scholes jelentős áttörést ért el olyan differenciálegyenlet levezetésével, amelyet ki kell elégíteni bármely, osztalékot nem fizető részvénytől függő származtatott termék árfolyamának. Az egyenletet részvényre szóló európai vételi és eladási opciók értékeléséhez használták leggyakrabban, de az alapképlet átalakításával lehet vele deviza-, index- és határidős opciókat is értékelni. A Black-Scholes formula végeredménye meglehetősen egyszerű, összesen öt paraméter függvényében adja



meg a lejáratig osztalékot nem fizető alaptermékre vonatkozó európai típusú vételi opció értékét, melyek a jelenlegi részvényárfolyam, a kötési árfolyam, a kockázatmentes kamatláb, a lejáratig hátralévő idő és a volatilitás. Az opcióértékelési formula empirikus tesztelése során Black és Scholes (1972) azt az eredményt kapták, miszerint a valós piaci árfolyamok szisztematikusan eltértek a formula által megadott értéktől. (Rózsa, 2006). Az opcióvásárlók konzisztensen magasabb árat fizettek, az opciók kiírói viszont a formula által megadottnak megfelelő díjat kaptak. Mindez ezt mutatta, hogy az opciós piacon jelentősek voltak a tranzakciós költségek, amit az opció vásárlói fizetnek meg.

5.ábra

### A CRR megoldása Jegyzet módban



call és put általános Black-Scholes formulák:

$$cGBS = Se^{(b-r)T} N(d_1) - Xe^{-rT} N(d_2),$$

$$pGBS = Xe^{-rT} N(-d_2) - Se^{(b-r)T} N(-d_1),$$

ahol,

$$d1 = \frac{\ln \left[ \left( \frac{S}{X} \right) + \left( b + \frac{\sigma^2}{2} \right) T \right]}{\sigma \sqrt{T}},$$
$$d2 = \frac{\ln \left[ \left( \frac{S}{X} \right) + \left( b - \frac{\sigma^2}{2} \right) T \right]}{\sigma \sqrt{T}} = d1 - \sigma \sqrt{T}.$$

jelölések:

S: a jelenlegi részvényárfolyam,

X: az opció kötési árfolyama,

T: az opció lejárat ideje,

$\sigma$  : volatilitás,

r: a T időpontig érvényes kockázatmentes kamatláb,

b: alapul szolgáló biztonság aránya.

b = r az általános /Black-Scholes (1972)/ részvényopciós modell esetén,

b = r - q /Merton (1973)/ indexopciók esetén,

b = 0 /Black (1976)/ határidős opciók esetén,

b = r - rf /Garman és Kohlhagen (1983)/ deviza opciók esetén.

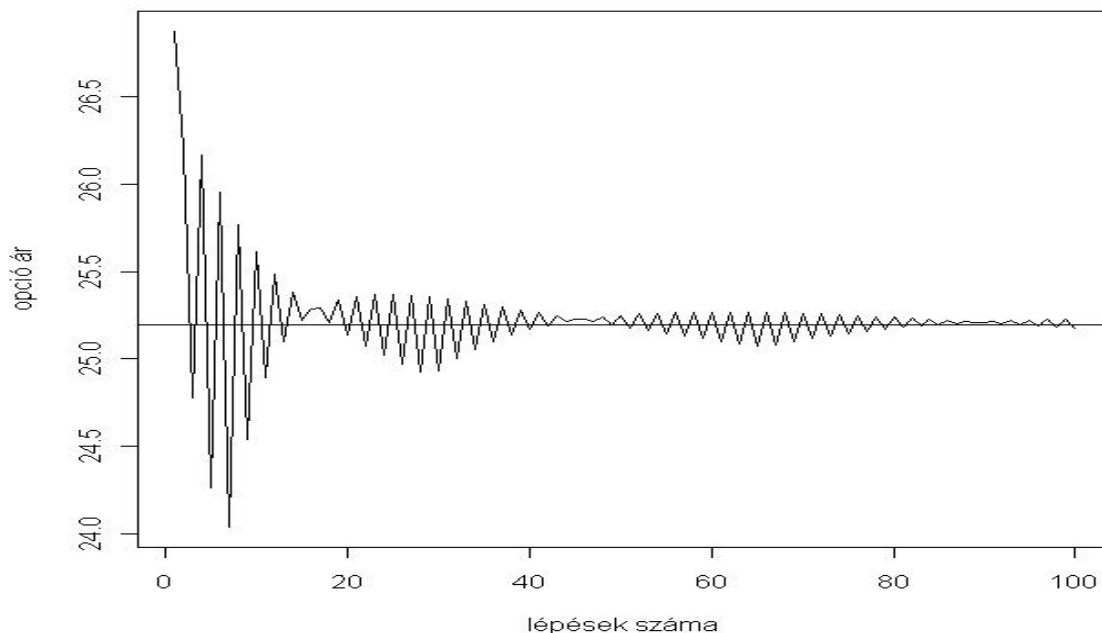
Cox, Ross és Rubinstein, kevésbé bonyolult matematikai eszközök használatával, a diszkrét idejű modelljük, a binomiális opcióértékelés segítségével jutottak el a Black-Scholes formula eredményéig. A binomiális modellt eredetileg azzal a céllal fejlesztették ki, hogy a Black-Scholes modell megértését segítse mélyebb matematikai ismeretekkel nem rendelkezők számára is, azonban a származtatott termékek árazásának általános numerikus eljárásává vált. Megmutatták, hogy a részvényárfolyamok viselkedésének binomiális modellezése a lognormális eloszláshoz konvergál, amennyiben a lépések között eltelt idő nullához tart, illetve a binomiális opcióárazás eredménye a Black-Scholes módszer eredményéhez közelít. (Würtz, 2004)

A PANNERGY-s példánkat folytatva szemléltessük rögzített 8 %-os kockázatmentes kamatláb mellett, hogy az opciónak a Cox-Ross-Rubinstein árazási formulával kapott helyes

ára konvergál a Black-Scholes árazási formulával kapott helyes árhoz, amennyiben a lépések számával a  $+\infty$ -hez tartunk (azaz ha  $N \rightarrow +\infty$ ). A feladat grafikus megoldását láthatjuk a 6. ábrán.

```
# egy változó értékeül adjuk a Black-Scholes árazási formulával
kapott európai eladási opció
# igazságos árát
> BS<-GBSOption(TypeFlag= "p",S=675,X=700,Time=0.5,r=0.08,b=0.08,
sigma=volatilitas)@price
> lista1<-c() #deklarálunk egy listát
> i=1
> while(i!=101){
# meghívjuk a Cox-Ross-Rubinstein fv-ényt ami ebben az esetben
európai eladási opciót
# számol,és rögzített 0.08 %os kockázatmentes kamatlábbal dolgozik
és paraméterként a
# lépések számát kapja meg amit egy while ciklussal közelítünk 1től
101-ig
+ saját2=function(i) CRRBinomialTreeOption(TypeFlag="pe",S=675,
X=700, Time=0.5,r=0.08,b=0.08,sigma=volatilitas,n=i)@price
# egy változónak értékeül adjuk az i-edik időpontban kapott európai
eladási opció igazságos árát
+ a<-sajat2(i)
+ lista1<-c(lista1,a) #ezt a változó értéket berakjuk a listába
+ i=i+1}
#grafikailag szemléltetjük a CRR fvény alakulását a lépések számának
növelésével
> plot(lista1,xlab="lépések száma",ylab="opció ár",type="l")
# majd behúzzuk a Black-Scholes árazási formulával kapott európai
eladási opció igazságos
# árát. Megállapítható hogy a CRR fvény növekvő lépésszám mellett
konvergál ehhez.
> abline(h=BS)
```

## CRR-BS függvények



A feladatot R Excel segítségével makró módban oldjuk meg. A vállalatoknál a gyakorlatban ez a fajta R használat a legjobban kamatoztatható. Egy cég alkalmazottai többségében képzetlenek informatikai téren, tehát nehéz és időigényes munkát jelentene az R programozása, viszont az Excelben a pénzügyi és számviteli feladatok ellátásában rendkívül fontos szerepük van. A makró mód teszi lehetővé, hogy a pénzügyi szakember nyugodtan dolgozzon az Excel munkalapon úgy, hogy nem találkozik R kóddal, viszont az előre megírt programcskákat (makrókat) bátran használhatja. A makrók a VBA editorban kerülnek megírásra, amit a számítástechnikai szakember programoz, illetve módosít a vállalati igények szerint. Mielőtt lefuttatnánk a makróinkat, egy beállítást kell eszközölnünk. (Neuwirth, 2009) A VBA- Editor menüsorában, a Tools menüpont alatt, a References beállításokban be kell pipálni az RExcelVBAlib-et. Ha ezt a változtatást nem hajtjuk végre hibüzenetet kapunk, illetve ha a makróban olyan R függvényt hívunk meg, ami nem része az alapsomagnak, akkor az Rcommander menüsorában a Tools opciónál a load package(s) pontban be kell töltenünk a szükséges csomagot (esetünkben ez az fOption).

Tehát az előző példa Excelben, makró módban megoldva (programkód a VBA Editorban):

```
Sub Black_Scholes()  
RInterface.StartRServer  
    RInterface.RRun"BS<-  
GBSOption(TypeFlag='p',S=675,X=700,Time=0.5,r=0.08,b=0.08,sigma=0.14  
)@price"  
    RInterface.GetArray "BS", Range("B2")  
End Sub
```

---

```
Sub CRRvsBlack_Scholes()  
RInterface.StartRServer  
RInterface.RRun "lista1<-c()"  
RInterface.RRun "i=1"  
RInterface.RRun "while(i!=101){sajat2=function(i)  
    CRRBinomialTreeOption(TypeFlag='pe',S=675,X=700,Time=0.5,  
    r=0.08,b=0.08,sigma=0.14,n=i)@price;a<-sajat2(i);lista1<-  
    c(lista1,a);i=i+1}"  
RInterface.RRun "plot(lista1,xlab='lépések száma',ylab='opció  
    ár',type='l')"  
RInterface.RRun "abline(h=BS)"  
End Sub
```

---

```
Sub CreateToolbar()  
    On Error Resume Next  
    Dim Tbar As CommandBar  
    Set Tbar = CommandBars.Add("menü")  
    Tbar.Visible = True  
    Set NewButn1 = Tbar.Controls.Add(Type:=msoControlButton)  
    With NewButn1  
        .Caption = " Black_Scholes "  
        .Style = msoButtonCaption  
        .OnAction = " Black_Scholes "  
    End With  
    Set NewButn2 = Tbar.Controls.Add(Type:=msoControlButton)  
    With NewButn2
```

```
.Caption = " CRRvsBlack_Scholes "  
.Style = msoButtonCaption  
.OnAction = " CRRvsBlack_Scholes "  
End With  
End Sub
```

A feladatot 2 makróra bontottuk és csináltunk egy toolbar-t, hogy felhasználóbarát legyen a program. Az első program kiszámolja és kiírja a B2 cellába a Black-Scholes árat, a második pedig grafikusán hasonlítja össze a CRR függvényvel.

### **2.4.3. A „görögök”**

Egy pénzügyi intézmény, amely opciót vagy más származtatott terméket ad el a tőzsdén kívüli piacon, a saját kockázata kezelésének problémájával is szembenéz. Ha az opciót az ügyfél speciális igényei szerint alakították ki, és nem felel meg egyik tőzsdén forgó szabványosított termékeknek sem, akkor egy opciós kereskedő kockázatának számos dimenziója van. (Hull, 1999)

A piaci kockázat kezelésére két megközelítés létezik. Az egyik módszer szerint, minden egyes kockázatot külön mérünk és kontrollálunk. A másik esetben scenárió-elemzést végzünk, amikor különböző jövőbeli scenárióknak az opciós pozícióra tett hatását értékeljük. A legtöbb opciós kereskedő kifinomult fedezeti stratégiát használ, a piacon a különböző kockázatokat külön méri és kontrollálja. Első lépésként megpróbálják immunissá tenni portfóliójukat a következő kis időintervallum alatt az alaptermék árfolyamában bekövetkező kisebb változásokkal szemben, amit delta fedezetnek (delta hedging) neveznek. (Benedek, 2008) Ezután vizsgálják csak a gammát és a vegát. A gamma a delta értékének megváltozása, ha megváltozik az alaptermék árfolyama, a vega pedig a portfólió értékének megváltozása, ha megváltozik az alaptermék volatilitása. Ha a gamma értékét nullához közel tartjuk, a portfólió értéke viszonylag érzéketlenné tehető az alaptermék árfolyamában bekövetkező nagy változásokra, a vega nulla körüli értéke pedig azt jelenti, hogy a portfólió érzéketlenné tehető az eszköz volatilitásának megváltozására. Az előzőeken kívül még létezik a theta és a

rho együtttható is. A theta a portfólió értékének arányos változása az idő múlásával, a rho pedig a portfólió értékének arányos változása, ha megváltozik a kockázatmentes kamatláb.

### **Delta**

A részvényopció deltája nem más mint a részvényopció árváltozásának és az alap részvény árfolyamváltozásának a hányadosa. A delta azon részvények darabszáma, amennyit minden rövid pozícióban tartott opció mellett tartanunk kell ahhoz, hogy azt kockázatmentesen fedezzük. Egy egyszerű kétperiódusú példa megmutatja, hogy a delta időben változik. Ez azt jelenti, hogy ahhoz, hogy az opció segítségével kockázatmentes fedezést tartsunk fenn, időszakonként ki kell igazítanunk a tartott részvények mennyiségét.

Példa: Egy bank kiírt egy hónapos európai opciót 1.000.000 font eladására 1.6000 dollár/font árfolyamon. Tegyük fel hogy az aktuális devizaárfolyam 1.6200 dollár/font, a kockázatmentes kamatláb az Egyesült Királyságban évi 13 %, az USA-ában évi 10 % és a font volatilitása 15 %. Ebben az esetben egy aladási jogra szóló opció deltája:

```
> .GBSDelta("p", S=16200, X=16000, r=0.1, b=-0.03, sigma=0.15, Time=0.5)
[1] -0.457794
```

Ez csak egy eladási jog deltája. A bank teljes rövid pozíciójának a deltája, -1 000 000-val szorozva a -0.45779, azaz +458 000. Tehát 458 000 fontnyi rövid pozíciót kell nyitni induláskor, ha követjük a delta fedezeti módszert.

### **Theta**

Egy származtatott termékekből álló portfólió thetája, a portfólió értékének változása az idő függvényében (ceteris paribus). Az opció thetája általában negatív, aminek az oka, hogy a lejárat közeledtével az opció egyre kevésbé lesz értékes, ezért is nevezik a portfólió idő-arányos csökkenésének (time decay). A delta és a gamma más fedezeti paraméter, mert mindig van némi bizonytalanság a jövőbeli részvényárfolyamokkal kapcsolatban, viszont az idő múlása biztos. Tehát nincs értelme fedezni az idő múlásának a portfólióra gyakorolt hatását.

*Példa:* vegyünk egy európai put indexopciót, amelynek az árfolyama 430 Ft, kötési ára 405 Ft, lejáratig hátralévő idő 1 hónap, a kockázatmentes kamatláb 7 %, 5 % az osztalékhozam, és a volatilitás 20 %.

```
> .GBSTheta("p", S=430, X=405, Time=1/12, r=0.07, b=0.07-0.05,
sigma=0.2)
[1] -31.19235
```

Ez azt jelenti, hogy ha 0,01 (azaz 2,5 kereskedési nap) telik el az index értékének vagy volatilitásának változása nélkül, akkor az opció értéke 0.311923-al csökken.

### **Vega**

Idővel a volatilitások változnak, ami szerint a származtatott termék értéke változni fog a volatilitás változása miatt, csakúgy mint az alaptermék árfolyamának változása az idő múlása miatt. Ha definiálni szeretnénk a származtatott termékből álló portfólió vegáját, akkor úgy lehet megadni, hogy a portfólió értékének változása a volatilitás függvényében. Az alaptermék vagy a tőzsdei határidős pozíció vegája nulla.

*Példa:* Vegyünk egy call típusú részvényopciót amelynek a lejáratáig 9 hónap van hátra, árfolyama 55 Ft, kötési ára 60 Ft, a kockázatmentes kamatláb 10 %, a volatilitás pedig 30 %.

```
>.GBSVega("c", S=55, X=60, Time=0.75, r=0.1, b=0.1, sigma=0.3)
[1] 18.93578
```

Így 1%-os vagy 0.01-es volatilitásnövekedés az opció értékét megközelítőleg 0.189357-el emeli.

### **Rho**

Egy származtatott termékből álló portfólió rho értéke a portfólió értékváltozását méri a kamatláb függvényében.

*Példa:* Az előző példánk paramétereit felhasználva határozzuk meg a rho értékét.

```
> .GBSRho("c", S=55, X=60, Time=0.75, r=0.1, b=0.1, sigma=0.3)
[1] 17.95575
```



Eszerint a kockázatmentes kamatláb egy százalékpontos növekedésére az opció értéke 0.179557-al nő.

### **Gamma**

Egy alaptermékre szóló, származtatott termékből álló portfólió gammája, a portfólió deltája változásának aránya az alaptermék árfolyamának függvényében. Kicsi gamma érték esetén a delta csak lassan változik, és a portfólió delta semleges tartásához csak ritkán kell a kiigazítás eszközéhez folyamodnunk. Sajnos egy portfólió, ami gamma-semleges, általában nem vega-semleges is egyben, és ez fordíva is igaz. A gamma-semlegesség korigálja azt a hatást, hogy csak időnként igazítjuk ki a fedezetet. A vega-semlegesség korigálja a volatilitás változását. Egy adott kereskedett opciót a vega- vagy gamma-semlegesítés céljára jobb-e használni, az a fedezet kiigazításai között eltelt időszaktól függ.

*Példa:* A vega példájából igazolhatjuk az előző állításunkat.

```
> .GBSGamma("c", S=55, X=60, Time=0.75, r=0.1, b=0.1, sigma=0.3)
[1] 0.02782
```

A részvényértéknek 1 egységnyi megnövekedése az opció detáját megközelítőleg 0.02782-vel emeli.

Az előző 5 görögöt (Delta,Theta,Vega,Rho,Gamma) RExcelben munkalapfüggvények segítségével is kiszámolhatjuk (7.ábra). Ebben az esetben csak 2 függvényt kell ismernünk (RSetEval() ; REval() ), általánosságban viszont jóval többet kell. Ez a tulajdonság elég nagy hátránya a módszerünknek. Komolyabb programozást igénylő feladat nagy kihívása elé állíthatja a felhasználót.

Az „fOption” R csomagban van a GBSCharacteristics beépített függvény, amelynek visszatérési értéke az összes görög, illetve a Black-Scholes formulával kapott helyes ár (premium). A görögök közül csak a lambdával nem foglalkoztunk, mert a mi esetünkben nem bír nagy magyarázóerővel. A lambda lényegében egy elaszticitási mutató.

## A görögöt kiszámítása az RExcelben munkalapfüggvények segítségével

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2													
3													
4													
5	deltac												
6	deltac	=											
7	deltap												
8	deltap	=											
9													
10	theta												
11	theta	=											
12													
13	vega												
14	vega	=											
15													
16	rho												
17	rho	=											
18													
19	gamma												
20	gamma	=											
21													
22													
23													

*Példa:* A feltételezett portfóliónkban van vételi devizaopció USD-ra, illetve eladási devizaopció EUR-ra a következő tulajdonságokkal: jelenlegi árfolyam 1.700, kötési ár 1.700, lejáratig hátralévő idő 270 nap, EUR (belföldi) kamatlába 6 %, USD (külföldi) kamatlába 3 %, a volatilitás pedig 10 %.

```
>GBSCharacteristics(TypeFlag="c", S=1.7000, X=1.7000, Time=270/365,
r=0.06, b=0.06-0.03, sigma=0.10)
```

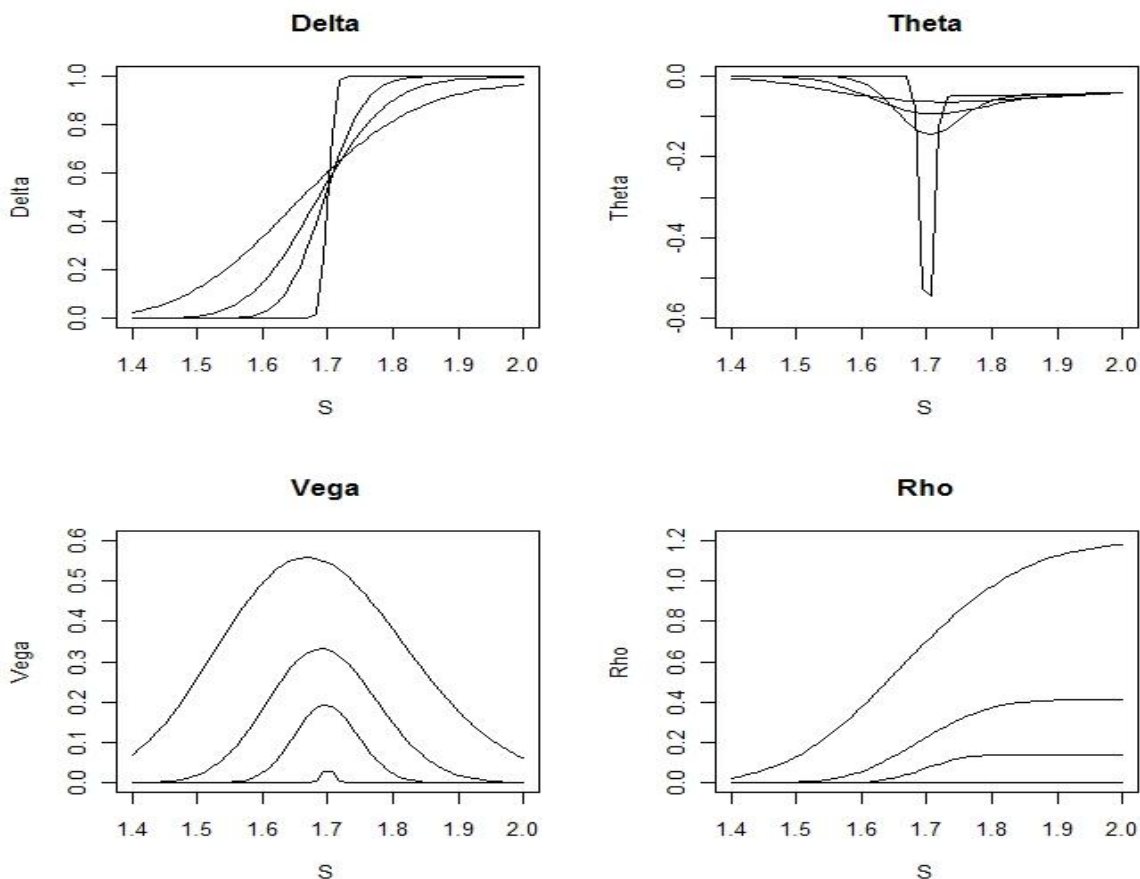
```
$premium [1] 0.5452298
[1] 0.07651851 $rho
$delta [1] 0.7038689
[1] 0.6047324 $lambda
$theta [1] 13.43525
[1] -0.06310373 $gamma
$vega [1] 2.550415
```

Folytatva a példánkat, nézzük meg két dimenzióban is (8. ábra) , hogy milyen delta, theta, vega és rho értékek tartoznak az egyre növekvő árfolyamhoz négy különböző lejáratig hátralévő időparaméterrel (1, 30, 90, 270 nap):

```
>layout(matrix(1:4,ncol=2, byrow=T))      # négy részre osztjuk a
grafikus felületet
#Az S-nek (árfolyamnak) értékül adunk egy intervallumot; 1.400 és
2.000 határértékekkel
>S = seq(from=1.4000, to=2.0000, length=50)
>Selection = c("Delta", "Theta", "Vega", "Rho") #1 vektorba
felvesszük az alábbi szavakat
>ymin = c( 0.0, -0.6, 0.0, 0.0 ) #az y tengelyek minimum értékei
>ymax = c( 1.0, 0.0, 0.6, 1.2 ) #az y tengelyek maximum értékei
>for (i in 1:4){          #a nagy for ciklusban felrajzoljuk a
tengelyeket
+plot(S, S, ylim=c(ymin[i], ymax[i]),
+type="n",xlab="S",ylab=Selection[i], main=Selection[i])
#a kis for ciklusban berajzoljuk a négyféle görög görbét négyféle
lejáratig hátralévő
# időponttal az árfolyam függvényében
+for (Days in c(1, 30, 90, 270)) {
+c = GBSGreeks(Selection[i], TypeFlag = "c", S = S, X = 1.7000,Time
= Days/365, r = 0.06, b = 0.06-0.03, sigma = 0.1);lines (S, c) } }
```

Az 8. ábrán belül minden diagram más-más görög viselkedését mutatja. Diagramonként a legkisebb kilengésű görög görbéhez tartozik paraméterként az 1 napos lejáratidő, a legnagyobbhoz pedig a 270 napos.

## Görögök



## 2.4.4. Numerikus eljárások (Monte-Carlo szimuláció)

Három számítási módszer létezik, amelyek felhasználhatók a származtatott termékek értékelésére abban az esetben, ha nem állnak rendelkezésünkre pontos képletek. Az egyik ilyen eljárás a Monte-Carlo szimuláció. (Hull, 1999) Ez olyan származtatott termékeknel hasznos, ahol a kifizetés az ügylet tárgyát képező változók múltbeli értékeitől függ, vagy ahol több alapul szolgáló változónk van. Az értékpapír futamidejének elejéről indul és a vége felé haladva számol, csak európai származtatott termékek esetében használható, de képes megbirkózni komplexebb kifizetési szerkezetekkel is. A változók számának növekedésével az eljárás relatíve előnyösebbé válik. A Monte-Carlo szimulációs eljárás esetén véletlen számok

segítségével becsüljük a származtatott ügylet alapját képező változók által felvett értékek azon lehetséges sorozatait, amelyeket a változók kockázat semleges világban követhetnek. (Damodaran, 2006) Minden egyes sorozat esetében kiszámítjuk a kifizetést és a kockázatmentes kamatlábbal diszkontáljuk. A származtatott ügylet értékét a diszkontált kifizetések számtani átlagával becsüljük. A következőkben ezekre is nézzünk egy példát.

*Példa:* Közelítsük a Monte-Carlo szimuláció segítségével a PANNERGY-s feladatbeli tulajdonságokkal rendelkező európai opció igazságos árát, ha tudjuk, hogy a kockázatmentes kamatláb rögzített 8%! Végezzük el a Monte-Carlo szimulációt kis minta elemszám és nagy minta elemszám esetén is, és vizsgáljuk meg mind a két esetben, hogy a becsült opciós díj mennyivel tér el a Cox-Ross-Rubinstein árazási formulával kapott igazságos árhoz képest!

```
>"rbern" <- function(n, prob){          #definiáljuk a bernoulli eloszlás
fvényt rbern néven
+   .Internal(rbinom(n, 1, prob))
}
>u=exp(volatilitas*sqrt(1/365))          #meghatározzuk az u értéket
>d=exp(-volatilitas*sqrt(1/365))        #meghatározzuk az d értéket
>p= (exp(0.08*(1/365))-d)/(u-d)          #meghatározzuk az p-csillag
értéket
#kiszámítjuk a Cox-Ross-Rubinstein árazási formulával kapott
igazságos árat
>CRR=CRRBinomialTreeOption(TypeFlag= "pe",S=675,X=700,Time=0.5,
+r=0.08, b=0.08, sigma=volatilitas,n=182)@price
>elemszam<-100
#Csinálunk egy függvényt, ami paraméterként kapja meg a
mintaelemszámot és a Monte Carlo-szimulációs árral tér vissza
>MonteCarlo<-function(elemszam){
+y=c()
+i <- 1
+for (i in 1:elemszam){                  #a repeat ciklus segítségével:
# generálunk 1 db 182 elemszámú bernoulli eloszlást amit letárolunk
+epsilon<-rbern(n=182,prob=p)
```

```

# az eloszlás határozza meg a változó vektor elemeit(1 érték vagy u
vagy d )
+valtozo<-d+(u-d)*epszilon
+Sn=700-(675*(prod(valtozo))) # kiszámoltatjuk a
résztvényárfolyamot
+y<-c(y,Sn) # kiszámoltatjuk a kifizetést és letároljuk
+} # ezt megismételjük mintaelemszám-szor
+i=1
+for (i in 1:elemszám){ #a negatív y értékeket kinullázuk
+if (y[i]<0) y[i]=0
+}
+atlag<-mean(y) #átlagoljuk
#ezzel megkapjuk a Mont-Carlo szim-val az európai opció igazságos
árát
+opciosdij=(exp(-0.08*0.5)*atlag )
+opciosdij}
>CRR #Cox-Ross-Rubinstein árazási formulával
kapott igazságos ár
[1] 25.22278
>MonteCarlo(100) #100 mintaelemszámú Mont-Carlo szim-val
kapott igazságos ár
[1] 32.68003
>MonteCarlo(20000) #20000 mintaelemszámú Mont-Carlo szim-val
kapott igazságos ár
[1] 26.17035

```

A Monte-Carlo szimulációval kapott európai opció igazságos ár kis minta elemszám esetén meglehetősen nagy eltérést mutat a Cox-Ross-Rubinstein árazással kapott igazságos ártól, viszont a minta elemszám növekedésével jól konvergál ahhoz. (Würtz, 2004)

### 2.4.5. Reálopció

„Az előrejelzés nagyon bonyolult, különösen, ha a jövőről van szó.”-Niels Bohr

Az értékelési modellek jó része statikus, azaz az elemzés időpontjában meghozott döntéseket optimalizálja. Léteznek azonban olyan modellek is, amelyek képesek a döntések dinamikus jellegét, azaz a menedzsment jövőbeli döntési lehetőségét is megragadni. Ezek közé tartozik a reálopció. A reálopció mind a stratégia, mind a projekttervezés szintjén alkalmazható a beruházások és a stratégiai tőkebefektetések értékelésére. A reálopcióknak jelentős nemzetközi szakirodalma van. Több száz tanulmány foglalkozik a pénzügyi opcióértékelés vállalati gyakorlatban történő alkalmazhatóságával, melyek összefoglaló csoportosítása megtalálható például TRIGEORGIS (1996), FARKAS (1995), LANDER és PINCHES (1998), valamint MILLER és PARK (2002) munkáiban. A reálopció alkalmazása során elsőként azt a tényezőt kell kiválasztani, amelynek időbeni alakulása alapvetően meghatározza a menedzsment döntéseit. Ilyen lehet az értékesítési ár, a technológiák megváltozása, vagy a termék iránti kereslet időben véletlen alakulása. (Farkas, 1995)

Természetesen az opciós vizsgálat célja a hatékony kockázatkezelés. A lehetséges kockázatkezelési eszközök: a beruházás vagy stratégiai tőkebefektetés megvalósításának elhalasztása, több szakaszra történő felszabdalása, már megvalósítás alatt álló projekt felfüggesztése vagy végleges lezárása.

#### A reálopció elemzés lehetőségei

A stratégiai NPV szabály: MYERS (1984) szerint az értékelési probléma részben az alapvető elmélet téves alkalmazásaiból adódik. Bizonytalan környezetben a hagyományos NPV szabályt meg kell változtatni és figyelembe kell venni a beruházásokhoz kapcsolódó opciós értéket is:

$$\text{stratégiai NPV} = \text{statikus NPV} + \text{opciós prémium}.$$

A stratégiai NPV két érték komponenst fejez ki: a közvetlen pénzáramok hagyományos nettó jelenértékét és a termelési rugalmasság, valamint a stratégiai kölcsönhatások opciós értékét.

Az opciós prémium meghatározása: A kiindulópont a pénzügyi opciók árazására vonatkozó tanulmányok: BLACK-SCHOLES (1973) és MERTON (1973). A modell a pénzügyi opciók értékelésének zárt formáját adja európai opciókra. Négy zárt formájú egyenlet használatos a reálopció elemzésben; a BLACK-SCHOLES (1973), a MARGRABE (1978), a GESKE (1979), és a CARR (1988).

Roll (1977), Geske (1979) és Whaley (1982) kifejlesztettek egy képletet amerikai call opció értékelésére, ami osztalékot (D) fizet egy lejárat előtti, meghatározott időpontban (t). Ez a fajta opcióárazási formula is szerepel beépített függvényként az fOption csomagban, amit egy egyszerű példával mutatunk be.

Vegyünk egy amerikai call részvényopciót, ami pontosan 3 hónap múlva 4\$ osztalékot fizet a részvénytulajdonosoknak. A jelenlegi részvény árfolyam 80\$, a kötési ára 82\$, a kockázatmentes kamatláb 6% a volatilitás 30%, illetve a lejáratig hátralévő idő az 4 hónap. Az opció értéke: 4.38603

```
>RollGeskeWhaleyOption(S=80, X=82, times1=1/4, Times2=1/3, r=0.06,  
D=4, sigma=0.3)@price
```

```
[1] 4.38603
```

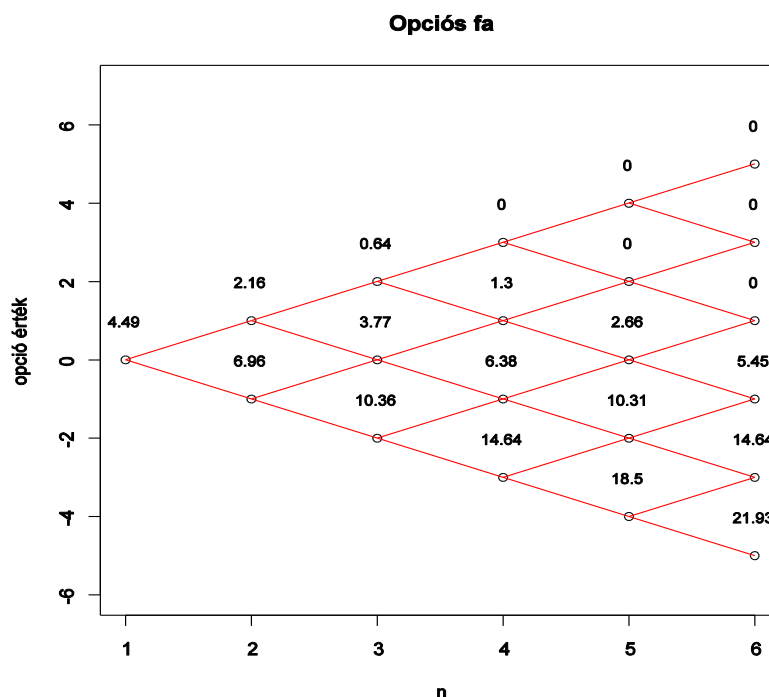
Később COX, RUBINSTEIN és ROSS (1979) intuitívebb opcióárazási modellt vezettek be. A binomiális megközelítés, mint diszkrét idejű modell, az opciók egy jelentősen leegyszerűsített értékelését teszi lehetővé. A binomiális világban még a komplexebb opciók (a reálopciokkal közelebbi viszonyban lévő amerikai opciók) értékelésére is léteznek numerikus megoldások. A binomiális modellt és egyéb változatait döntési fa eljárásnak vagy gráf módszernek is nevezik. A döntéshozók figyelembe vehetik a fa egyes állapotaihoz tartozó lehetséges opciós értékeket, amire szintén nézzünk egy példát.



Vegyünk egy amerikai típusú put részvényopciót, aminek a jelenlegi árfolyama 50 \$, kötési ára szintén 50 \$, a kockázatmentes kamatláb 10 %, volatilitása 40 %, a lejáratig hátralévő idő pedig 150 nap. Szerkesszünk erre egy 5 lépéses opciós fát (9. ábra).

```
>Binfa = BinomialTreeOption(TypeFlag = "pa", S = 50, X = 50, Time =
0.4167, r = 0.1, b = 0.1, sigma = 0.4, n = 5)
>BinomialTreePlot(Binfa, dy = 1, cex = 0.8, ylim = c(-6, 7), xlab =
"n", ylab = "opció érték")
>title(main = "Opciós fa")
```

9.ábra



Reálopció értékelő folyamat: AMRAM és KULATILAKA (1999) egy négylépéses folyamat alkalmazását javasolják. Az eljárás első és legfontosabb része a reálopció módszer alkalmazásának megtervezése: a lehetséges döntési változatok azonosítása, a bizonytalansági források feltárása, a pénzáramok megtervezése, egyszerű matematikai döntési szabály alkalmazása, a pénzügyi piacok figyelése, az egyszerűség és átláthatóság vizsgálata. A

második lépésben a kiválasztott opcióértékelési modellt kell végrehajtani. Az eredmények áttekintése során meg kell határozni a stratégiai döntéshozatal számára kritikus értékeket, szükség van „egy stratégiai döntési tér” (elvetés, folytatás, módosítás) felvázolására és a beruházási kockázat jellegének áttekintésére. A negyedik lépés, ha szükséges, az eljárás újratervezése. MUN (2001) is hasonló eljárást javasol, de még több menedzseri tevékenység beépítését teszi lehetővé.

A reálopciók, mint stratégiai értékelési eszközök, a bizonytalansági típusok feltárásához, a stratégiaileg fontos reálopciók azonosításához és kiválasztásához nyújtanak segítséget. A bizonytalanság közvetlen kapcsolatban van a döntéshozó korlátozott tudásával, ismereteinek részlegességével. A pénzügyi elmélet kockázat fogalma feltételezi, hogy ismert vagy jól becsülhető a lehetséges kimenetek valószínűség-eloszlása, ami a pénzügyi piacok és az egyperiódusú tőkeberuházások esetében jól használható. A pénzügyi irodalomban viszont ritkán említik a másik fő bizonytalansági típust, a strukturális bizonytalanságot. Erre egyrészt az jellemző, hogy a jövőbeli események szerkezete nem ismerhető meg tökéletesen, másrészt, hogy endogén természetű, tehát a bizonytalanságot maga a beruházási folyamat hozza létre és az nem szüntethető meg teljesen. A legtöbb stratégiai döntési helyzetben a kétféle bizonytalanság együtt van jelen.

A gyorsan és jelentősen változó külső környezeti feltételek (s gyakran az ezzel együtt járó belső változások is) megnehezítik a vállalati beruházások értékelését. A beruházási döntéshozatal vizsgálatakor a tradicionális elméletek akkor állják meg a helyüket, ha a projekt rövid élettartamú, és lassan változó, egyszerű környezetben működik. A hosszú távra szóló, visszafordíthatatlan beruházásoknál elkerülhetetlenné válik a szervezeti és stratégiai elemek vizsgálata. (Rózsa, 2006)

## Összefoglalás

A dolgozat első fejezetében a részvények szerepe került bemutatásra és a piacok (tőzsdék), ahol kereskednek velük. A részvényekbe történő befektetés eleinte engem is felcsigázott, mint gyors vagyonszerzési lehetőség, azonban az időközben megszerzett tudás nagyobb körültekintésre, óvatosságra intett. Nap, mint nap tűnnek ugyan fel zseniális elemzők, akik állítólag pontosan meg tudják határozni egy-egy részvény vagy az egész részvényt piac árfolyamait, tündöklésük azonban rendszerint az inkább előbb, mint utóbb bekövetkező bukásig tart. A részvények árfolyama ugyanis nehezen, mondhatnánk alig számszerűsíthető. Ennek elsősorban az a magyarázata, hogy a részvény árfolyama rendkívül komplex jelenség, amely számtalan gazdasági és nem gazdasági tényező hatására alakul ki. Mit tegyünk tehát? Álmodjuk meg az árfolyamokat, vagy használjunk csillagjósokat? Néha talán ez is segíthet. Jobban járunk azonban, ha végiggondoljuk azokat a bemutatott eljárásokat, amelyeket a piac ismerői kialakítottak. Ezek ugyanis segíthetnek a piaci mozgások megértésében. Közös vonásuk az, hogy egyik sem képes a kitűzött célt tökéletesen megvalósítani. Befektetőként hihetünk akár az egyikben, akár a másikban, de fontos, hogy sohase vezessen bennünket vakhit és képesek legyünk belátni az általunk kedvelt módszer korlátait és hibáit is. Nem szabad ugyanakkor abba a hibába esnünk, hogy magunk is elhiggyük: mi aztán tökéletesen ismerjük a piacot, és előre tudjuk a holnapi árfolyamokat. Ez a szilárd meggyőződés ugyanis hosszú távon két tipikus kimenettel kecsegtet: az örültek házával vagy a nyomorral.

A második fejezetben bemutatott R programcsomag jelentette számomra a legfontosabb eszközt a céljaim elérésére. Sokkal nehezebb lett volna egy népszerű, de általános programnyelvvvel dolgozni (C, C++, Pascal, stb.), hiszen számos elemzésnél felhasznált függvényt, illetve eljárást beépítve nem tartalmazzák. Az R különösen alkalmas statisztikai számítások és grafikai megjelenítési feladatok megvalósítására. A leglényegesebb tulajdonsága hogy szabad szoftver, ami a LESSER GNU1 GENERAL PUBLIC LICENSE2 közreadási feltételek alapján terjeszthető. Véleményem szerint 2008-ban hatalmas újítást hajtott végre Thomas Baier és Erich Neuwirth az RExcel megalkotásával. Ha belegondolunk, hogy a statisztikai elemző programok (SAP, SAS, SPSS) gyártói csillagászati összegeket kérnek termékeikért - nem beszélve az üzemeltetésről - az RExcel alkalmazás pedig szinte

teljesen ingyen letölthető és alkalmazható. Beláthatjuk, hogy hatalmas változásokon fog átesni a piac. A „szinte” teljesen ingyen jelzöt azért hangsúlyoztam, mert az adott vállalat számára az alkalmazottai képzése, illetve az Office csomag sem költségmentes. Ugyanakkor azt is meg kell jegyezzük, hogy az RExcel által kínált szolgáltatások színvonala korántsem éri el a jól bevált statisztikai elemző programok által nyújtott lehetőségeket. Tehát a nagyvállalatok szinte biztos nem térnek át az RExcelre, azonban a kis és középvállalkozások és akár magánszemélyek, akik nem engedhetik meg maguknak a nagyon drága szoftvereket várhatóan RExcelt fognak használni. Bátran tudom ajánlani a magyarországi vállalatoknak és cégeknek pénzügyi elemzés céljából, de a tőzsdei kereskedelemben résztvevő magánszemélyeknek a helyes befektetési döntéseik meghozatalában. A befektetőknek a kockázatsemlegesítés legelső lépcsője a helyes gazdasági mutatók, illetve összefüggéseik ismerete, amiben nagy segítséget nyújt az RExcel.

Minden befektető szeretné valamilyen szinten biztonságban érezni a tőkét. Ennek az egyik formája az opciós kereskedés, amit ebben a fejezetben mutattam be bővebben. Pár mondatban bemutatom, miért szeretem ennyire, melyek az előnyei és természetesen a hátrányokról is szó fog esni. Az opcióval való kereskedés legnagyobb előnyei: kevesebb alaptőkét igényel, tehát sokkal kevesebb pénzzel arányosan magasabb hozamot tudunk elérni. Alacsonyabb kockázatot hordoz, mivel a befektető biztosítást tud venni a részvényének. Bizonyos esetekben a tőkeáttétel is mellette szól, amivel magasabb százalékos nyereség érhető el egy opciós ügyleten, mint egy részvényvásárlás esetében. Mindemellett az opciók segítségével számtalan kereskedési stratégia alakítható ki. Saját magunknak is kitalálhatunk egyedien működő megoldásokat, viszont alapstratégiák segítségével bármilyen piaci mozgást le tudunk követni. Játshatunk emelkedésre, esésre, oldalazásra, volatilitás csökkenésre, emelkedésre, stb. A részvénypiacon például lehetetlen arra játszani, hogy egy adott papír a lejáratig mondjuk 40 és 50 között lesz, ha igen, akkor profitál. De ez csak egy a több tíz különböző esetből, amiket opciók segítségével megjátszhatunk. Na de melyek a hátrányai? Az opciós kereskedés sokkal bonyolultabb és összetettebb, mint a részvény. A részvény esetében egy dolgot kell csak figyelni, hogy az elmozdulás a kívánt irányba történjen meg. Az opció árát azonban számos egyéb tényező is befolyásolja, mint például a hátralévő idő, a volatilitás, az elmozdulás mértéke és iránya, stb. Mivel az opciók alaptól tartalmaznak tőkeáttételt, ezért jóval nagyobb %-os veszteséget lehet elkönyvelni egy ellenirányú elmozdulás esetén, mint azt

a részvény esetében lehetne. Emellett az opciónál még az az eset is fennállhat, hogy amennyiben rosszul lett megválasztva a célár és lejárat, akkor annak ellenére, hogy a részvény a megfelelő irányba mozdul, az opció mégis veszít az értékéből. Egy mondatban meg lehet fogalmazni a lényegét miszerint: „Az opciós kereskedés nem való mindenkinek, mert komplex és átfogó, de nem kell félni, mert nagyon ütőképes eszközök a piaci mozgások követésére.”

Végül az utolsó fejezetben a reálopciókval foglalkoztam. A reálopciós megközelítést használva az R segítségével számszerűen is megmutattam, hogy a pontatlanul, nagy szórással becsülhető jövő sok esetben komoly értéket képviselhet a befektető részére, ha az esetlegesen kedvező kimenetelű eseményeket választási lehetőségként, opcióként értelmezzük és vesszük meg. A reálopciókval azért is érdemes foglalkozni, mert gazdasági alkalmazásukban a jövőben igen nagy lehetőségek rejlenek.

Ezúton szeretnék köszönetet mondani Dr. Tarnóczy Tibornak a segítségnyújtásáért és az R Development Core Team-nek az R-rendszer fejlesztéséért, illetve a hasznos dokumentációkért és példákért.

## Irodalomjegyzék

HULL, J. C. (1999): Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek, Panem.

ASWATH DAMODARAN (2006): A Befektetések Értékelése, Panem.

PÁLINKÓ ÉVA – SZABÓ MÁRTA (2006): Vállalati pénzügyek, Typotex

RÓZSA ANDREA (2006. 19. szám): A reálopciók lehetőségei és korlátai a stratégiai beruházások értékelésében. Szakmai Füzetek (Budapesti Gazdasági Főiskola Külkereskedelmi Főiskolai Kar),

SZÁZ J. (1999): Tőzsdei opciók vételre és eladásra, Tanszék Kft., Budapest.

FARKAS Á. (1995): Opciós árelmélet alkalmazása vállalatok beruházási döntéseiben, doktori értekezés, BKE.

ABARI KÁLMÁN (2008): Bevezetés az R-be, DE, Pszichológiai Intézet

SOLYMOSI NORBERT (2005): <- ...erre, erre...! Bevezetés az R nyelv és környezet használatába

DIETHEM WÜRTZ (2005): The Valuation of Options - R and Rmetrics for Teaching Financial Engineering and Computational Finance, Institut für Theoretische Physik ETH Zürich

DIETHEM WÜRTZ (2004): The Valuation of Options - Computing with R and S-Plus For Financial Engineers, Institut für Theoretische Physik ETH Zürich

RICHARD M., NEUWIRTH ERICH (2009): R Through Excel

GÜNTHER SAWITZKI (2008): Statistical Computing Einführung in R, StatLab Heidelberg

INTERNET: <http://www.befektetestitkok.hu>  
<http://www.opcioguru.com>

## Függelék

### Az R alapvető matematikai függvényei.

Függvény	Leírás	Példa	Példa értéke
abs(x)	abszolútérték függvény	abs(1)	1
sign(x)	előjel függvény	sign(pi)	1
sqrt(x)	négyzetgyök függvény	sqrt(9+16)	5
exp(x)	exponenciális függvény	exp(1)	2.718282
log(x)	természetes alapú logaritmus	log(exp(3))	3
log(x,base)	természetes alapú logaritmus	log(100, 10)	2
log10(x)	10es és 2es alapú logaritmus	log10(1000)	3
log2(x)	2es alapú logaritmus	log2(256)	8
cos(x)	koszinusz függvény (x radiánban mért)	cos(pi)	-1
sin(x)	szinusz függvény (x radiánban mért)	sin(pi/2)	1
tan(x)	tangens függvény (x radiánban mért)	tan(0)	0
acos(x)	inverz trigonometrikus függvények (x radiánban mért)	2*asin(1)	3.141593
asin(x)		acos(-1)	3.141593
atan(x)		atan(pi)	1.262627
cosh(x)	hiperbolikus trigonometrikus függvények	cosh(0)	1
sinh(x)		sinh(0)	0
tanh(x)		tanh(0)	0
acosh(x)	inverz hiperbolikus trigonometrikus függvények	acosh(0)	NaN
asinh(x)		asinh(0)	0
atanh(x)		atanh(0)	0



Függvény	Leírás	Példa	Példa értéke
round(x, digits=0)	kerekítés adott tizedesre	round(1.5) round(-1.5)	2 -2
floor(x)	xnél kisebb, legnagyobb egész	floor(1.5) floor(-1.5)	1 -2
ceiling(x)	xnél nagyobb, legkisebb egész	ceiling(1.5) ceiling(-1.5)	2 -1
trunc(x)	az xhez legközelebbi egész x és 0 között	trunc(1.5) trunc(-1.5)	1 -1

### Sztring függvények

Függvény	Leírás	Példa	Példa értéke
paste(...,sep)	Sztringek összefűzése	paste('a', 'b', sep='=')	"a=b"
nchar(x)	Karakterstring hossza	nchar('alma')	4
substr(x,start,stop)	string egy része	substr('alma', 3, 5)	"ma"
tolower(x)	kisbetűsre konvertál	tolower("Kiss Géza")	"kiss géza"
toupper(x)	Nagybetűsre konvertál	toupper("Kiss Géza")	"KISS GÉZA"
chartr(old,new,x)	karakterek cseréje	chartr("it","ál","titik")	"lálák"
cat(..., sep)	kiíratás	cat('alma', 'fa\n', sep='')	almafa
grep(),regexpr(), gregexpr()	Részstringek keresése		
sub(), gsub()	Részstringek cseréje		

Karakteres operátor az Rben nincs, de számos karakterkezelő függvény segíti a sztringek kezelését.

## Vektor alapú függvények

Függvény	Leírás	Példa	Példa értéke
max(x)	az x vektor legnagyobb eleme	max(1:10)	10
min(x)	az x vektor legkisebb eleme	min(11:20)	11
sum(x)	x elemeinek összege	sum(1:5)	15
prod(x)	x elemeinek szorzata	prod(1:5)	120
mean(x)	x számtani közepe (mintaátlag)	mean(1:10)	5.5
median(x)	x mediánja	median(1:10)	5.5
range(x)	x legkisebb és legnagyobb eleme	range(1:10)	1 10
sd(x)	az x tapasztalati szórása	sd(1:10)	3.027650
var(x)	az x tapasztalati varianciája	var(1:10)	9.166667
cor(x,y)	korreláció x és y között	cor(1:10,11:20)	1

Az R egyik legnagyobb erőssége, hogy vektorok elemeivel ciklusok magadása nélkül különböző műveleteket végezhetünk.

## Eloszlás függvények

Előre definiált eloszlások széles körét biztosítja számunkra az R. Mindegyik eloszláshoz négy függvény tartozik, amelyek csak az egy betűs előtagban (prefix) különböznek. A prefixként használható d, p, q és r jelentése a következő:

- d – az eloszlás értékeire kérdezhetünk rá: diszkrét esetben az adott érték előfordulási valószínűségét kapjuk, folytonos esetben a sűrűségfüggvény adott pontbeli értékét,
- p – a kumulatív eloszlás, azaz az eloszlásfüggvény adott pontbeli értékét kapjuk,
- q – az eloszlás kvantilisei, azaz egy adott valószínűséghez tartozó értéket kapunk,
- r – adott számú véletlen számot generálhatunk az adott eloszlásból.

Eloszlás (*diszkrét)	Függvény vége	Eloszlás paraméterei
béta	...beta()	shape1, shape2
binomiális*	...binom()	size, prob
Cauchy	...cauchy()	location, scale
$\chi^2$	...chisq()	df
exponenciális	...exp()	rate
Fisher F	...f()	df1, df2
gamma	...gamma()	shape
geometriai*	...geom()	prob
hipergeometrikus*	...hyper()	m, n, k
logisztikus	...logis()	location, scale
lognormális	...lnorm()	meanlog, sdlog
negatív binomiális*	...nbinom()	size, prob
normális	...norm()	mean, sd
Poisson*	...pois()	lambda
Wilcoxon*	...signrank()	n
Student t	...t()	df
egyenletes	...unif()	min, max
Weibull	...weibull()	shape, scale
Wilcoxon*	...wilcox()	m, n

