

Doktori (PhD) értekezés tézisei

Matematikai modellezés és számítógépes szimuláció

A problémakör néhány didaktikai aspektusa

Geda Gábor

Témavezető: Dr. Holovács József



DEBRECENI EGYETEM

Természettudományi Doktori Tanács

Matematika- és Számítástudományok
Doktori Iskola

Debrecen, 2009

Tartalom

Contents

1. Bevezetés, helyzetelemzés	1
2. Irodalmi előzmények, célkitűzések	4
3. Új eredmények	6
1. Introduction, Situation Analysis	9
2. Literary Preliminaries, Research Objectives	12
3. New Results	13
Irodalmi hivatkozások References	16

1. Bevezetés, helyzetelemzés

Világszerte tapasztalható jelenség a természettudományok iránti tanulói érdeklődés csökkenése. A legutóbbi PISA¹ felmérés összehasonlításokat tesz lehetővé a magyar természettudományos nevelés eredményességével kapcsolatban [40]. A felmérés szerint 15 éves tanulóink teljesítménye nem tért el szignifikánsan az átlagtól. Ez további visszaesést jelent a korábbi nemzetközi összehasonlító vizsgálatokkal összevetve (például az 1995-ös TIMSS² vizsgálat), így a fentiek ismeretében a hazai természettudományos nevelést már nem tekinthetjük kiemelkedőnek. Elsősorban a fizika, kémia és a matematika népszerűségének csökkenése figyelhető meg az oktatás különböző szintjein. Ennek következtében már az érdeklődő, tehetséges diákok közül is egyre kevesebben választanak természettudományos vagy műszaki pályát. A legnagyobb mértékben talán a természettudományos tanárszakok iránti érdeklődés hiánya ad okot aggodalomra.

Már a 80-as évek végén, kémiatanári konferenciákon tapasztalt kollégák számoltak be arról a szélsőségről, hogy míg hazai és nemzetközi versenyeken tanulóink szép sikereket érnek el, ugyanakkor az oktatás mindennapjaiban milyen tanulói ellenállásba ütközik a szaktanár. Az oktatás egészére vonatkozóan a helyzet ennél lényegesen szomorúbb, hiszen a kémia sajnos nincs egyedül ezen a téren. Azóta számtalan felmérés igazolta, hogy a kémián kívül a matematika és a fizika sem tartoznak a tanulók kedvencei közé. Mi okozhatja a problémát, hiszen a természet megismerésének igénye az ember veleszületett tulajdonsága, és ez a legfőbb mozgatója az emberiség fejlődésének?

Köztudott, hogy például Japánban, ahol nagy az elismertsége a matematikai tudásnak, a gyerekek nagyobb sikereket érnek el matematikatanulásban és problémamegoldásban. Ezt feltehetően a nagyobb társadalmi elfogadottság és az ennek megfelelő magasabb iskolai óraszám magyarázza. Joggal feltételezhetjük, hogy a hazai érettségi vizsgák kötelező tárgyainak rendszere a tudományterületek társadalmi megítélését tükrözi, ami sajnos a természettudományos és a humán tárgyak vonatkozásában elég aránytalan képet mutat.

Az elért eredmények, sikerek a tehetségen túl a motiváltságtól és a ráfordított erőforrásoktól is függ. *David C. Geary (1994)* kategóriái szerint a matematikai képességek biológiailag első- és másodrendűek lehetnek. Elmélete alapján a biológiailag másodrendű matematikai képességeket a szülőktől vagy a hivatalos iskolai oktatás rendszerében tanult ismeretek, készségek és az ezekhez köthető számolási tevékenységek határozzák meg. Szerinte, a matematikai tel-

¹Programme for International Student Assessment

²Trends in International Mathematics and Science Study

jesítmények terén tapasztalható nemzetközi különbségeket elsősorban a biológiaiailag másodrendű képességek okozzák.

A probléma oka nyilvánvalóan magában az oktatás gyakorlatában is lehet, hiszen a kezdetben a természet minden jelensége iránt érdeklődő, nyitott kisiskolások jelentős részéből az említett területekkel szemben közömbös érettségizők válnak.

HELYZETELEMZÉS

Egy a pályaválasztást motiváló tényezőket elemző, a József Attila Tudományegyetemen készült felmérés [20] alapján ebben a vonatkozásban szintén kedvezőtlen képet alkothatunk. A szerzők egy másik felmérés [27] során a fizikával kapcsolatos attitűdöt vizsgálták, hasonló tapasztalatokkal. Az említettekén túl, jónéhány további tanulmány jutott hasonló eredményre. Mintegy ezek összefoglalásaként kimutatták [8], hogy az általános iskolában az átlagosnál jobban romlik a fizika, a matematika és a kémia tárgyak megítélése. Ugyanakkor a középiskola évei során ez a kedvezőtlen helyzet a többi tárgyhoz képest már jelentősen nem változik. A tanulmányok szerint az attitűdöt legjelentősebben a tanár személye és az osztályzatok befolyásolják, és azt elsősorban a tanulók által végzett kísérletek javíthatják. A tárgyak kedvezőtlen tanulói megítélését erősíti, hogy a jelenlegi tananyag sok esetben nem kötődik kellő módon a mindennapi élethez.

A személyes, gyakorlathoz köthető tapasztalatok arányának növelése mellett szükségesnek tűnik a tananyag tartalmának korszerűsítése is. A jelenlegi állapot – melyre a tanulók többségének motiválatlansága jellemző – kialakulásának talán az lehet az egyik oka, hogy az utóbbi 20-30 év technikai fejlődését nem követték megfelelően a tananyag tartalmi változásai. Lényegében kisebb változtatásoktól, belső átcsoportosításoktól eltekintve ezek a tárgyak tartalmi és módszertani szempontból is a két világháború közötti állapotokat tükrözik. Az eltelt csaknem 100 év alatt a mindennapjainkat is jelentősen megváltoztató technikai fejlődésen túl jelentősen megváltozott az iskolázottsággal kapcsolatos egyéni és társadalmi igény is. Joggal érheti kritika a tananyagot abból a szempontból, hogy nem fordít kellő figyelmet az aktuális problémákra. Érthető módon motiválatlansághoz vezet, hogy szinte kizárólag csak a klasszikus, lineáris összefüggésekkel leírható területek szerepelnek mindhárom tárgy esetében. Ezt általában a magasabb matematikai ismeretek hiányával indokolják, amelyekkel ezek a jelenségek leírhatók volnának.

A másik jelentős problémát az okozza, hogy időközben az érettségi vizsgával záruló képzések tömegessé válását nem követte az oktatás ezekhez alkalmazkodó reformja, hiszen ma többé-kevésbé azokat az ismereteket követeljük

meg – a tananyag szerint – az adott korosztály 70-80%-ától, amelyeket a XX. század első felében a 10%-a számára írtak elő.

Ismert statisztikai tapasztalatok alapján nyilvánvaló, hogy az adott populáció „legjobb” 10%-ához képest a hasonló elvek alapján kiválasztott „legjobb” 80% nagyobb differenciáltságot mutat. Ezt a problémát a mai magyar oktatási rendszer sem regionálisan, vagy országosan, sem az egyes iskolák szintjén nem képes hatékonyan kezelni.

A vázolt két jelenség ellentétes megoldást sugall. Ha szeretnénk eleget tenni annak, hogy korszerű ismereteket közvetítsen az iskola, amely lehetővé teszi a tanuló számára, hogy jobban el tudjon igazodni akár a hétköznapi világában, akkor kétség kívül új elemeket kell bevinnünk a tananyagba, esetleg olyanokat, amelyeknek a matematikai megalapozottsága nem megoldott az adott szinten. Ha azonban figyelembe vesszük a középiskolások korábbinál differenciáltabb összetételét, és azt szeretnénk elérni, hogy eredményesebben eleget tudjanak tenni a követelményeknek, akkor ésszerűnek tűnik a tananyag mennyiségének és színvonalának csökkentése.

Talán ennek a kettősségnek az eredményeként került sor olyan változtatásokra, amelyeknek eredményeként a differenciál- és integrálszámítás témaköre a 80-as évekre kikerült a középiskolás matematika tananyagból, ugyanakkor az általános iskolai kémia tananyag talán túlságosan is elszakadt a gyakorlattól például az anyagszerkezet tárgyalásmódjának köszönhetően a világszerte elterjedt tartalomközpontú tantervfejlesztési irányzatnak megfelelően. Általában sokat rontott a helyzeten (ahogyan ezt az említett tanulmányok is megállapították), hogy drasztikusan csökkent a tanulói, de a demonstrációs kísérletek száma is, aminek következtében szintén a közvetlen tapasztalatszerzés útján átadott ismeretek aránya csökkent.

A fentiek tartalmi és módszertani változtatások szükségességét vetik föl elsősorban a 7. és 8. osztály tananyagával kapcsolatban. A tanulók passzív befogadó szerepét nagyobb mértékben föl kellene váltani a korosztály számára jobban elfogadható, az új ismeretek megszerzésében nagyobb hatékonyságot mutató konstruktívizmusnak.

Az átfogó reformok hiánya miatt a tanulók idővel valóban túlterhelteké váltak, mivel bizonyos új elemekkel (például a fizika és a kémia esetében az anyagszerkezet [10]) bővült a tananyag. A túlterheltség érzetét tovább erősítette a középfokú oktatás már említett tömegessé válása. A Nat – jellegénél fogva – nem alkalmas a tananyag pontos behatárolására, ugyanakkor a probléma kezelése érdekében az órakereteket jelentősen megváltoztatták. A szaktanárok általában nincsenek fölkészítve, és talán motiválva sem olyan változtatásokra, amelyekkel a tananyagot a csökkentett óraszámokhoz igazíthatnák tartalmilag és módszertanilag. A felmérések alapján úgy érzékelik, hogy változatlan

tematikát kell teljesíteniük rövidebb idő alatt [34]. Ezek a problémák fölvetik a tanárképzés és a továbbképzések tartalmi átalakításának szükségességét is.

2. Irodalmi előzmények, célkitűzések

A természet jelenségeinek megismerése – nem csak az oktatás folyamatában – a róluk alkotott modellek segítségével is lehetséges. A megismerés mélységét csak a modell hitelessége korlátozza. A dolgozat célkitűzése volt, hogy olyan elemeket vegyen sorra, amelyeknek szemléletformáló szerepe lehet a matematikai modellezés és a számítógépes szimuláció témakörében, ugyanakkor gyakorlati haszna is van az oktatás és a modellezés terén egyaránt.

Abból a feltevésből indulunk ki, hogy új, hatékonyabb tárgyalásmód alkalmazása esetén az ismeretanyag csökkentése nem föltétlen szükséges olyan mértékben, ahogyan azt a tanulói túlterhelés csökkentése érdekében gondolnánk változatlan módszerek mellett. A dolgozat célja tehát, annak vizsgálata, hogyan lehetne a számítógépek és más informatikai eszközök bevonásával hatékonyabbá, élményszerűbbé tenni az oktatást az átadó és a befogadó számára egyaránt az oktatás különböző szintjein. Ennek szellemében a dolgozat sok esetben részesíti előnyben a hétköznapi szemléletességet a matematikai precizitással szemben.

Napjainkra az iskolák számítógépekkel és más informatikai eszközökkel való ellátottsága általánossá vált, és ezeknek az eszközöknek a teljesítménye is elérte azt a szintet, hogy az oktatás egyes területein alapozni lehet rájuk. Felmérések bizonyítják [34], hogy ennek ellenére a szaktanárok körében a számítógépek használata mégsem általános a fizika, kémia és matematika tárgyak óráin. A tapasztalataink azt mutatják, hogy bizonyos esetekben, megfelelő alkalmazásuk a korábbiaknál hatékonyabb megoldást jelenthetne néhány demonstrációs, vagy akár tanulói mérőkísérlet során. Segítségükkel olyan méréseket is demonstrálhatunk, amelyek korábban nem, vagy csak időigényes előkészítő munkával voltak lehetségesek. Ilyen alternatívákat mutat be a 2.1. bekezdés az [50], [53], [54] és a [64] alapján. Törekedtünk arra, hogy ezeket az eredményeket a szaktanárok is megismerjék [62], [63].

Az emberiség fejlődése során a felhalmozódott ismeretek rendszerezése újabb és újabb tudományterület létrejöttét generálta. A XX. század elejére, a több évszázados formálódás után az ókori görög szemlélethez képest a tudományterületek jóval szerteágazóbb képet mutattak, és specializációjuk révén egyre inkább eltávolodtak, elszigetelődtek egymástól. Később azonban olyan kapcsolatokat fedeztek föl az egymástól távoli területek kutatási eredményei között is, amelyek megszüntették az addigi szigorú határokat. Ezeknek az egyetemes

összefüggéseknek a fölismerése alapozta meg a rendszerelmélet létrejöttét. Ez a tudományterület a problémák specialitásaitól elvonatkoztatva a matematika eszközeivel teszi lehetővé azok általánosabb módon való leírását és megoldását. Ezt egyszerű példákon keresztül a 2.2. bekezdés, a 4. fejezet és a 7.1.1. bekezdés mutatja be különböző megközelítésekben a [44] és a [45] alapján. Az oktatás szempontjából a különféle jelenségek matematikai eszközökkel történő leírásának, azaz a matematikai modellezésnek a számítógépes szimuláció szempontjából van jelentősége. Ez azért is fontos, mert a mérés mellett napjainkra a megismerés fontos módszerévé vált, ezért a természettudományok oktatásában is helye van.

A differenciálegyenletek a rendszerelmélet nagyon hasznos eszközének bizonyultak. Bár az utóbbi években ez a terület helyenként a felsőoktatásban is kevesebb hangsúlyt kap, a témával kapcsolatos fogalmi és alkalmazás szintű ismereteket fontosnak tartjuk. Ezt a meggyőződést erősíti meg a [15], amelyben a szerzők a témát az elmélet oldaláról közelítik meg, de nagy figyelmet fordítanak a szemléletességre. A dolgozatban a kapcsolódó elmélet a 3. fejezetben kapott helyet. Itt csak a későbbiekhez föltétlen szükséges, legfontosabb fogalmakról és összefüggésekről olvashatunk, hiszen a differenciálegyenletek elméletéről számtalan kitűnő hazai és külföldi irodalom érhető el.

Célszerűnek tűnik annak vizsgálata, hogy a számítástechnika eszközeinek segítségével, milyen lehetőségek kínálkoznak a jelenségek szemléletre épülő, rendszerszempon-tú megközelítésére. Ennek érdekében a 4. fejezetben megadunk egy közönséges, nem lineáris, konstansegyütthatós differenciálegyenlet-rendszert, amely az együtthatók és a kezdeti feltételek választásától függően alkalmas lehet az egyszerű exponenciális növekedési folyamatoktól kezdve a periodikus jelenségeken át, olyan különféle változások és jelenségek leírására, amelyek az oktatás szempontjából is jelentősek lehetnek. Ennek alapjául első-sorban [45] szolgált. A 7.1.1. bekezdést tekinthetjük az előzőek kiegészítéseként is, mivel az itt megfogalmazott problémák – megfelelő paraméterezés esetén – szintén a 4. fejezetben megadott modellel írhatók le.

A most említett modell megadásával az volt a cél, hogy az alapul szolgáljon különböző rendszerek számítógépes szimulációjához. A belőle megfelelő paraméterezések útján előálló konkrét modellek egységes módon való kezelhetőségét a szimuláció során a differenciálegyenletek közelítő módszereivel oldhatjuk meg. Az 5. fejezet néhány ilyen egyszerű módszer algoritmusát értelmezi a geometria szemléletességével. A fejezet előzményeül a [47], az [51] és az [52] szolgálnak.

A 6. fejezet egy új közelítő módszert mutat be a [46] és a [47] alapján. Segítségével más megközelítésben értelmezhetjük a differenciálegyenletek numerikus módszereit.

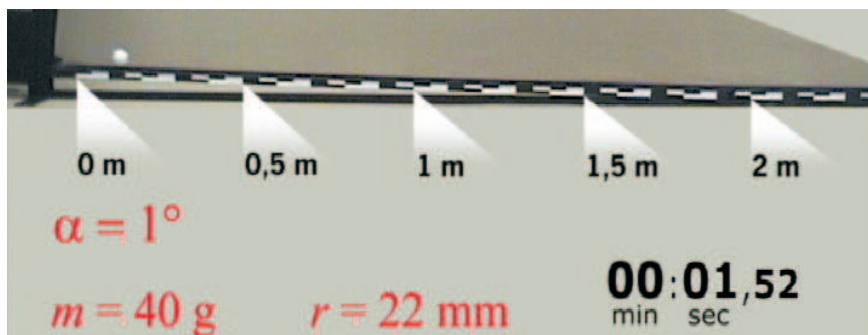
3. Új eredmények

A számítógép ma már az oktatás különböző szintjein megtalálható, sokoldalúan alkalmazható oktatási eszköz. Az említett problémák mindegyikére megoldást jelenthet az informatikai eszközök célzott használata.

Az első fontos elem a kísérleti mérés, amire alapozhatjuk a vizsgált jelenség belső összefüggéseinek matematikai leírását. A 2.2. bekezdésben erre láthatunk egy minden tekintetben egyszerű, de mégis szemléletes példát. Azért is van hangsúlyos szerepe ennek a fejezetnek, mert egy újszerű, hatékony alternatívát ismertet a kísérleti mérések vonatkozásában. Az itt modellezett jelenség révén kínálkozott az első alkalom, hogy érzékeltesük a matematika eszközeinek fontosságát és egyetemességét.

A tanulók túlterheltsége jellemezhető az elsajátítandó ismeretek mennyiségével és a tanuláshoz szükséges idővel. Mivel a természettudományok jellemző módon a minket körül vevő világ jelenségeit tanulmányozzák, elsődlegesnek kell tekintenünk a közvetlen tapasztalatokat.

Bizonyos esetekben azonban – a szaktanárok által is megfogalmazott időhiány enyhítésére – hatékonyan alkalmazhatunk számítógépeket (főleg használva azok multimédiás lehetőségeit) egyes költséges, vagy más szempontból nehezen elvégezhető kísérletek bemutatására. Ilyen mérőkísérletekre láthatunk példákat a 2.2. bekezdésben. Itt lényegében olyan videofelvételek mutatják be a vizsgált jelenséget, amelyeket a felvétel szerkesztése során megfelelő képi elemekkel ellátva alkalmassá tettünk a mérés szempontjából fontos értékek leolvasására. A módszer alkalmazását indokolja, hogy segítségével kvalitatív és



1. ábra.
1°-os lejtőn legördülő golyó.

kvantitatív vizsgálatok egyaránt elvégezhető, nem szükséges a kísérleti esz-

közök és anyagok jelenléte, segítségével a tanulók önállóan, akár veszélyes jelenségeket is vizsgálhatnak és tetszőlegesen sokszor tanulmányozhatók.

Ezzel a megoldással a vizsgált jelenséghez közvetlenül tudunk nagymennyiségű elektronikusan tárolt mérési eredményt társítani. A modellalkotás folyamatában van szükség arra, hogy meg tudjuk jeleníteni és vizsgálni tudjuk a mért értékek közötti kapcsolatokat. Tudjuk, hogy a számítógépes adatgyűjtés gyors kiértékelést tesz lehetővé. A különböző megoldásokat más-más céllal, tudatosan választva, lényegében a teljes műveletnek azt a részét kiemelve, amely az oktatás folyamatában valóban szükséges, teljesen nem szakadunk el a kísérletezés gyakorlatától, de mégis időt takaríthatunk meg.

Az így szerzett tapasztalatok már önmagukban is hasznosak, de szeretnénk ezeket a jelenségek mélyebb összefüggéseinek feltárására használni. A NaAc kristályosodását vizsgálva, annak eredményeként előállítottuk a jelenség egy speciális körülmények között érvényes matematikai modelljét, és ennek értelmezésével a modell általánosításait. Az itt nyert összefüggéseket aztán párhuzamba állítottuk a mechanikai mozgásokat leíró néhány törvényszerűséggel, ezzel is alátámasztva, hogy a matematika eszközei az egyes tudományterületek sajátosságaitól függetlenül alkalmazhatók a jelenségek leírására.

Különböző tudományterületekhez (kémia, fizika, biológia, anyagszerkezet, ökológia, stb.) tartozó jelenségek egész sora ismert, amelyek törvényszerűségei a matematika eszközeinek segítségével hasonló módon írhatók le. Ugyanezt a tapasztalatot szeretné nyomatékosítani a dolgozat a 4. fejezetében egy összetettebb modell segítségével, amelyet az

$$\begin{aligned}\dot{X}_1(t) &= \left(b_1 + a_{11}X_1(t) + a_{12}X_2(t)\right)X_1(t) + c_1X_2(t) + e_1 \\ \dot{X}_2(t) &= \left(b_2 + a_{21}X_1(t) + a_{22}X_2(t)\right)X_2(t) + c_2X_1(t) + e_2\end{aligned}\tag{1}$$

differenciálegyenlet-rendszer formájában adhatunk meg. Ez az egyenletrendszer felépítésénél fogva alkalmas különböző jól ismert jelenségek (exponenciális és logisztikus növekedés, populációk közötti interakciók, egyszerűbb harci modellek, bizonyos periodikus jelenségek) leírására. Ennek igazolására a 7. fejezet tartalmaz még különböző jelenségeknek egy olyan gyűjteményét, amelyek modellezésére szintén alkalmas ez az egyenletrendszer.

A számítógépek fejlődésével (műveleti sebességük és számítási pontosságuk javulásával) egyre jobban képesek vagyunk kielégíteni a közelítő számítások iránti igényeket. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy egyre nagyobb az igény az ilyen algoritmusok ismerete iránt is. Ilyenek a differenciálegyenletek közelítő módszerei is, amelyek közül néhány (Euler-módszer, javított Euler-módszer, Runge-Kutta-módszer, implicit Euler-módszer, trapéz-módszer) szemléletes

bemutatását tűzte ki célul a dolgozat azért, hogy segítse azok algoritmizálását. A dolgozat a fenti, jól ismert módszerek mellett ismertet egy új számítási eljárást is, amely további összehasonlításokat tesz lehetővé a közelítő módszerek hatékonyságával kapcsolatban a korrektor módszerek vonatkozásában is.

Ha abból indulunk ki, hogy az oktatás különböző szintjein az ismereteknek csak az adott szintre jellemző, megfelelő mélységű elsajátíttatására törekszünk, bizonyos esetekben kimondottan előny lehet, ha a számítógépes szimuláció elfedi a tanulók elől a számítási műveletek bonyolultságát. Ezeken túlmenően a matematikai modellezés és a számítógépes szimuláció jó koncentrációs lehetőséget biztosít a különféle műveltségi területek, elsősorban természettudományos tantárgyai között. Hogy ezek a lehetőségek realizálhatók legyenek, az oktatók számára fontosak ezek az ismeretek.

1. Introduction, Situation Analysis

There is a worldwide phenomenon according to which a decreasing interest can be experienced from the part of the students in the field of science subjects. Thank to the latest PISA³ survey we can take comparison in connection with the efficiency of teaching science subjects in Hungary [40]. According to the study the performance of 15-year-old students do not deviate significantly from the average. This means an additional decline compared with the previous international comparative examinations (for example 1995 TIMSS⁴). Knowing the facts mentioned above we can no longer regard the Hungarian scientific education outstanding. Primarily, the decrease of the popularity of Physics, Chemistry and Mathematics can be experienced at different levels of the education. Consequently, fewer and fewer talented and interested students choose a scientific or technical career. Mostly, the lack of interest towards the science teacher academic specialisation gives rise to a grooving concern.

At the end of 80's, experienced Chemistry teachers reported on that extreme, that the Hungarian students achieved success on national and international competition, but in everyday school life teachers can experience resistance from the part of the students. Regarding the Hungarian education as a whole, the situation is even worse, so Chemistry is not an exceptional case. Besides Chemistry, Mathematics and Physics are not the students' favourites, approved by numerous studies. What may cause this problem, since the claim for the cognition of nature is an inherent characteristic of people and this is the primary motif for the humanity's development?

It is well-known, that for example in Japan, there is a higher respect for Mathematical knowledge and students are more successful in the field of learning Maths and in problem-solving. This fact can be explained by the higher number of lessons and better social acceptance. We may presuppose that the system of the obligatory subjects at the Hungarian final exams reflects the social acceptance of the different science areas, and the ratio between the arts and science subjects is rather disproportional.

The results and success gained in this field can depend on the motivation and the resources spent on beyond talent. According to *David C. Geary's (1994)* categories, the mathematical abilities can be rated as biologically first and second-class ones. On the basis of his theory, the biologically second-class abilities are defined by the knowledge learnt from parents or at school as defined by the skills or counting activities. According to him, the international

³Programme for International Student Assessment

⁴Trends in International Mathematics and Science Study

differences in the field of mathematical achievement are caused by the second-class biological abilities.

The problem may be in the practice of education, since the majority of pupils interested in the laws of nature at the beginning of their studies may become school-leavers indifferent to the science subjects.

SITUATION-ANALYSIS

A study [20] carried out by József Attila University analysed the motivating factors of career choosing shows a disadvantageous picture. The authors examined the attitude towards Physics during an another research [27] with similar experiences. Beyond the facts mentioned above, several other studies had similar results. As a summary of these results, they found that the respect [8] for Maths, Physics and Chemistry deteriorating at a higher rate than the average. At the same time, this unfavourable situation does not change significantly in the course of secondary-school years, compared to the rest of the subjects. According to the research, the attitudes are influenced by the personality of the teacher and the marks, and the experiments carried out by students can improve it. The unfavourable attitude of students towards science subjects can be supported by the fact, that the present teaching material is not linked to everyday life.

Besides modernising the content, increasing the ratio of personal and practical experience seems to be necessary. The reason for the present situation (which can be characterised by the low level of motivation) can be the fact that the technical development of the previous 20 or 30 years were not followed by the content-based changes in the national curriculum. Disregarding minor changes and rearranging material, these subjects reflect the conditions between the two worldwars in content and methodological viewpoint. During the past 100 years beyond the technical development changing the everyday life, a new individual and social claim towards education was generated. There may be a rightful criticism concerning the content, that the present content does not pay enough attention to the current problems. Quite understandably, the fact that only those areas are included in the content which can be described exclusively by classical or linear relationships in the field of all three subjects, may lead to the lack of motivation. It is justified by the deficiency of higher mathematical knowledge, with which these phenomena would be describable.

It causes the other problem, the final exam became multitudinous, but it was not followed by the reform of education, since we request more or less the same knowledge from 70 or 80 percent of the given age-group which was prescribed for 10 percent of students at the beginning of 20th century.

Based on known statistical experiences it is obvious, that the 10 percent of the given population shows bigger differentiation compared to the best 80 percent. The Hungarian educational system is not able to handle this problem either regionally, nationwide or at the single school level.

The two phenomena outlined above suggest a controversial solution. If we would like to make schools mediate modern knowledge, which helps students to orientate in everyday life, no doubt, we have to take new elements into the curriculum even if they do not have enough mathematical preliminary knowledge. If we take the more differentiated composition of the secondary school students and we would like them to meet the requirements the reduction of the material seems to be reasonable.

As a result of this duality, there was a change due to which the topic of differential and integration calculation got out of the secondary school's curriculum by the end of 80s. At the same time, the primary school Chemistry material got far away from the everyday practice. For example the teaching method of substance construction which is a kind of content-centered way of curriculum-design. This situation got worse in general (as the studies mentioned above show); because the number of students and demonstrative experiments decreased dramatically, and as a result of this, the proportion of information gained through direct experience decreased, too.

On the basis of the facts mentioned above, there is a great need for methodological and content changes mainly in the material curriculum for grades 7th and 8th. The passive recipient role of students should be replaced by constructivism which is much more acceptable for this age group and consequently, it is much more efficient way of learning for them.

Due to the deficiency of general reforms students become really overburdened, as the curriculum is expanded by new elements (for example in case of Physics and Chemistry [10]). The sense of being overburdened was emphasized by the fact that the secondary education became multitudinous. NAT in itself is not suitable for the accurate containment of the teaching material, at the same time the number of lessons was modified significantly. The teachers are neither prepared nor motivated enough to adjust the content or material both in content and methodologically to the reduced numbers of lessons. On the basis of the surveys [34], teachers think that they have to teach the same amount of material in shorter time. These problems call for the necessity of the content-based changes in the field of teacher training and postgraduate training.

2. Literary Preliminaries, Research Objectives

Understanding of the phenomenon of nature – not only in education process – is possible through the models made of them. The depth of understanding is only limited by the credibility of the model. The objective of the study was to observe those elements which may have a thought-provoking role in the process of mathematical modelling and computer simulation and have practical use in the field of education and modelling as well.

We suppose that the reduction of the material is not necessary as such a great rate as we think in order to reduce the overload of students without changing the teaching method, if we use a more efficient way of teaching. The aim of this thesis is to examine how we can make the education more efficient and graphic for both the teachers and students by the use of computers and other informatics devices at the different levels of education. In this sense this thesis prefers the everyday illustrativeness to the mathematical accuracy.

Nowadays the majority of schools are well-equipped with computers and other informatics devices, and the performance of them is good enough so they can be used in different fields of education. In spite of these teachers do not generally use the computers in Math, Physics and Chemistry lessons - as surveys found [34]. Our experience shows that in certain cases, the proper/suitable application of computers may mean a more efficient solution during the student and demonstrative experiments. By using a computer we can demonstrate such measurements which were either impossible or too time-consuming earlier. Such an alternative is shown in 2.1 paragraph on the bases of [50], [53], [54] and [64]. We did our best to inform the teachers about these results [62], [63].

During the human history the systematisation of the accumulated knowledge generated the formation of newer and newer areas of science. By the beginning of the 20th century, after a long-term formation the different areas of science became more complex compared to the ancient Greek view. Later such relationships were discovered between the research results of distant areas, which vanished the rigid borders between them. Recognising these universal relationships established the system theory. This area of science, regardless of the specialities of the problems can describe and solve them in a more general way with the help of mathematical devices. It is demonstrated by simple examples in different approaches in paragraphs 2.2 and 7.1.1 based on [44] and [45]. In the point of educational view, describing different phenomena with mathematical modelling is significant in terms of computerised simulation. It is important, because it has become an important method of cognition besides measuring and it has its place in the field of teaching natural science.

The differential equation proved to be a very useful device of the system theory. Although this area is less emphatic in higher education, the topic related terminological and applicable information is considered important. This idea is confirmed by [15], in which the authors approach the topic theoretically, but they paid attention to the illustrativeness. In the thesis the related theory can be found in chapter 3. Here we can only read about the most important concepts and contexts which are necessary for the later ones, since about the theory of the differential equations innumerable excellent domestic and foreign literature can be reached.

It seems to be expedient to examine those ways which are suitable for approaching phenomena with a system-based viewpoint with the help of a computer. For the sake of this, in chapter 4 we give an ordinary, non-linear, constantcoefficient differential-equation system which depending on the choice of coefficients and the initial conditions, may be suitable for describing simple exponential growth and periodic phenomena, which may have a great importance in education. The basis of this is [45]. Chapter 7 can be considered as a compliment to the previous ones, as the problems here - in case of a proper parametering - can be described by the models given in chapter 4.

The aim of giving the model mentioned here was to serve as a basis for computerised simulation of different systems. So that we can handle models created from them with the help of proper methods during the simulation we should apply the approaching method of differential equations. Chapter 5 interprets the algorithm of some simple methods with the illustrativeness of the geometry. The following publications ([47], [51] and [52]) serve as the antecedents of this chapter. With the help of this we may interpret the numerical methods of the differential equations in another approach.

3. New Results

Nowadays the computer is available at different levels of education and it is a kind of educational tool which can be used in many ways. The targeted usage of the informational tools can be the solution to the problems mentioned above.

The first important element is the experimental measuring on which the mathematical description of the internal correlation of the phenomenon can be based. In paragraph 2.2 a simple but graphic example can be seen. This chapter is emphatic because it introduces an innovative an effective alternative in terms of experimental measuring. Thank to the phenomenon modelled here

we have an opportunity to represent the importance and universality of the tools of mathematics.

The fact that the students are overburdened can be characterized by the quantity of the material and the time required for learning. Since science subjects study the phenomena of the surrounding world, direct experience should be considered as priority.

However, in certain cases, teachers can alleviate the lack of time by using computers (using their multimedia possibilities) to demonstrate some expensive or otherwise difficult experiment.

Such examples are presented in section 2.1. In this case the video recordings show the studied phenomenon, this recording made it possible to read important values and this recording was completed during the editing by adding suitable elements (see figure 1). This method is justified by the fact that both qualitative and quantitative studies can be carried out without using experimental equipment and material. In addition to this, students can study dangerous phenomenon as many times as they wish.

By using this method a great quantity of electronically stored results can be associated with the phenomenon. During the process of modelling it is necessary to be able to display and examine the difference between the measured values. We know that computerised data collection is suitable for rapid assessment. By selecting the different types of solutions deliberately to fulfil different objectives and highlighting the part of the operation, which is really important in education, we do not deviate from the experimentation, but save time.

The experiences obtained in such way are already useful themselves we would like to use them to reveal the deeper contexts of the phenomena. During the examination of NaAc crystallisation as a result of this we were able to construct the mathematical model of the phenomenon, which in certain special circumstances, and by the interpretation of this, we could construct the generalisation of the model. We drew a parallel between the relationships gained here with a few laws describing mathematical motions to support the idea that the devices of the mathematics are applicable to the description of the phenomena regardless of the peculiarities of the given area.

Various aspects of science (Chemistry, Physics, Biology, Substance construction, Ecology) are known, the laws of which can be described with the help of mathematical tools.

We would like to stress the same experience in chapter 4 of this thesis with the help of a more complex model, which was given in the form of a (1) differential equation. This system of equation is suitable for describing various well-known phenomena (for example exponential and logistic increase, inter-

action between different populations, simple martial models, certain periodic phenomena) due to its construction. To justify this fact, chapter 7 contains a collection of various phenomena, and this system of equation is suitable for modelling these phenomena.

With the development of the computers (with the improvement of their operation velocity and their computational accuracy) we are able to fulfil the requirements of the approaching calculations increasingly better. At the same time it means that there is a growing demand for the knowledge of the algorithms like this. The approximation methods of the differential equations belong to this category, (a few of which are Euler-method, improved Euler-method, trapezium method) and the aim of this thesis was to demonstrate some of them in order to help algorithmise them. This paper, besides the well-known methods mentioned above, demonstrates a new method as well, which gives way to further comparisons in connection with the efficiency of the approximation methods with regard to the corrector methods, too.

Hivatkozások

- [1] ARATÓ, M., *A Famous Nonlinear Stochastic Equation (Lotka-Volterra Model with Diffusion)*, Mathematical and Computer Modelling, **38** (2003), 709–726.
- [2] АРНОЛЬД В.И., *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Наука, Москва, (1984)
- [3] ATKINS, P.W., *Physical Chemistry I-III.*, Oxford University Press, Oxford (1990)
- [4] BAZSA, GY., *Nem lineáris dinamika és egzotikus kinetikai jelenségek kémiai rendszerekben*, Egyetemi jegyzet (1992)
- [5] BIRABEN, N.J., *Essai sur l'évolution du nombre des hommes*, Population (1979)
- [6] BORRELLI, R.L., COLEMAN, C.S., *Differential Equations: A Modeling Perspective*, 2nd Edition, Wiley, New York, (2004)
- [7] BUDÓ, Á., *Kísérleti fizika I-III.*, Tankönyvkiadó, Budapest (1978)
- [8] CSAPÓ, B., *A tantárgyakkal kapcsolatos attitűdök összefüggései*, MAGYAR PEDAGÓGIA **100/3** (2000) 343-366.
- [9] EINSTEIN, A., *Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie*, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn, Braunschweig (1921)
- [10] FERNENGEL, A., *A kémia tantárgy helyzete és fejlesztési feladatai*, Új pedagógiai szemle **52** (2002) 68-82.
- [11] ФИЛИППОВ А.Ф., *Сборник задач по дифференциальным уравнениям*, Государственное Издательство Физико-Математической Литературы, Москва, (1961)
- [12] FOKASZ, N., *Káosz és fraktálok, Bevezetés a kaotikus dinamikus rendszerek matematikájába – szociológusoknak*, Új Mandátum Könyvkiadó (2000)
- [13] GEARY, D. C., *Children's mathematical development: Research and practical applications* Washington, DC: American Psychological Association (1994)

- [14] HADHÁZY, T., SZABÓ, Á., *Általános iskolai tanulók véleménye a fizikaoktatásról*, Fizikai Szemle **46** (1996) 166.
- [15] HATVANI, L., PINTÉR, L., *Differenciálegyenletes modellek a középiskolában*, POLIGON (1997)
- [16] HILBERT, D., COHN-VOSSEN, S., *Anschauliche Geometrie*, Springer, Berlin (1996)
- [17] HOLT, R.D., PICKERING, J., *Infectious Disease and Species Coexistence: A Model of Lotka-Volterra Form*, The American Naturalist, (1985)
- [18] HAWKING S.W., *Einstein álma és egyéb írások*, Vince Kiadó, (2000)
- [19] JOHNSON, R.A., WICHERN, D.W., *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Prentice-Hall International, Inc. (1992)
- [20] JÓZSA K., LENCSEŠ GY., PAPP K., *Merre tovább iskolai természettudomány?*, Fizikai Szemle **46** (1996) 167.
- [21] KONDRATYEV, V., *The Structure of Atoms and Molecules*, Foreign Languages Publishing House, Moscow
- [22] LIVI BACCI, M., *A Concise History of World Population: An Introduction to Population Processes*, Blackwell Publishing, (2001)
- [23] MALTHUS, T.R., *An Essey on the Principle of Population*, Penguin Books, (1985)
- [24] MEYER P.S., AUSUBEL J.H., *Carrying Capacity: A Model with Logistically Varying Limits*, Technological Forecasting and Social Change, 61(3):209-214, (1999)
- [25] MURRAY J.D., *Interdisciplinary Applied Mathematics: Mathematical Biology*, Springer, (2003)
- [26] *Nemzeti alaptanterv: 202/2007. (VII. 31.) rendelet a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 243/2003. (XII. 17.) Korm. rendelet módosításáról* (2007)
- [27] PAPP K., JÓZSA K., *Legkevésbé a fizikát szeretik a diákok?*, Fizikai Szemle **50/2** (2000) 61-67.
- [28] ПЕТРОВСКИЙ И.Г., *Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений*, Наука, Москва, (1970)

- [29] PONOMARJOW, K.K., *Differenciálegyenletek felállítása és megoldása*, Tankönyvkiadó, Budapest (1981)
- [30] ПОНТРЯГИН Л.С., *Обыкновенные дифференциальные уравнения*, Наука, Москва, (1983)
- [31] REMÉNYI, Z., SIEGLER, G., SZALAYNÉ TAHI, ZS., *Érettségire felkészítő feladatgyűjtemény – Informatika*, Nemzeti Tankönyvkiadó (2004)
- [32] RONTÓ, M., RAISZ, P., *Differenciálegyenletek műszakiaknak*, Miskolci Egyetemi Kiadó (2004)
- [33] SEUL, M., O’GORMAN, L., SAMMON, M.J., *Practical algorithms for image analysis*, Cambridge University Press, (2000)
- [34] RADNÓTI, K., *A fizika tantárgy helyzete és fejlesztési feladatai egy vizsgálat tükrében*, Fizikai Szemle **53/5** (2003) 170
- [35] SZALAY, B., SZEPESEI, I., *A matematika- és természettudományoktatásról – TIMSS 2007*, Új Pedagógiai Szemle **1** (2009) 3
- [36] STOYAN, G., *Numerikus matematika Mérnököknek és programozóknak*, TYPOT_EX Kiadó (2007)
- [37] СТЕПАНОВ В.В., *Курс дифференциальных уравнений*, Физматгиз, Москва, (1959)
- [38] SZENTKUTI, ZS. *Periodikus megoldások May-Leonard típusú populációdinamikai modellekben*, Alkalmazott matematikai lapok, (1998)
- [39] TÓTH, J., SIMON, L.P., *Differenciálegyenletek, Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba*, TYPOT_EX Kiadó (2005)
- [40] VÁTI P., BÁNFI I., FELVÉGI E., KROLOPP J., RÓZSA C., SZALAY B., *A PISA 2000 vizsgálatról*, Új Pedagógiai Szemle 51/12 (2001)
- [41] WALTER, W. *Ordinary Differential Equations*, Graduate Texts in Mathematics 182, Springer, New York (1998)
- [42] WILSON, E.O., BOSSERT, W.H., *A Primer of Population Biology*, Sinauer Associates, Inc., Sunderland, Massachusetts. (1971) 192 pp.
- [43] WOLFRAM, S., *The Mathematica Book, 5th ed.*, Wolfram Media, (2003)

Geda Gábor publikációi

List of publications of the author

Tudományos közlemények

Research papers

- [44] GEDA, G., *Modelling a simple continuous-time system*, Annales Mathematicae et Informaticae, Eger **35** (2008), 157–162
- [45] GEDA, G., *Various systems in a single mathematical model*, Teaching Mathematics and Computer Science, Debrecen **6/1** (2008), 1–13
- [46] GEDA, G., VÁGNER, A., *Solving Ordinary Differential Equation Systems by Approximation in a Graphical Way*, Annales Mathematicae et Informaticae, Eger **33** (2006), 57–68.
- [47] GEDA, G., *Solving initial value problem by different numerical methods: Practical investigation*, Annales Mathematicae et Informaticae, Eger **32** (2005), 203–210.

Előadások

Conference talks

- [48] GEDA, G., *Investigation of Stochastic Models of Some Periodic Phenomena*, 7th International Conference on Applied Informatics, Eger (2007)
- [49] GEDA, G., *Investigation of Stability of Nonlinear Differential Equations with Stochastic Methods*, XXVI. Seminar on Stability Problems for Stochastic Models, Szováta (2006)
- [50] GEDA, G., VIDA, J., MURÁNYI Z., B. TÓTH SZ., *How to study the phenomena of nature in the future (Multimédia a Kísérleti mérések szolgálatában)*, NETWORK SHOP 2005, Szeged (2005)
- [51] GEDA, G., *Kezdetiérték-probléma közelítő megoldásának egy geometriai szemléltetése*, Tvaszi Szél 2005, Debrecen (2005)
- [52] GEDA, G., *Solving initial value problem by approximation in different graphic ways*, University of Miskolc, Miskolc (2005)

- [53] GEDA, G., VIDA, J., *Observation of mechanical movements through virtual experiments*, 6th International Conference on Applied Informatics, Eger (2004)
- [54] GEDA, G., VIDA, J., *Digitális tudásbázis és fizikai mérőkísérlet*, Agria Media, Eger (2004)
- [55] GEDA, G., *Új utak keresése és tapasztalatok a számítógéppel segített vizuális szemléltetés területén*, Informatika a Felsőoktatásban, Debrecen (2002)
- [56] GEDA, G., RÁCZ, L., *Visualisation of Quantum Station*, 1st European Conference in Chemical Education, Budapest (1998)
- [57] GEDA, G., RÁCZ, L., *Elektronszerkezet szemléltetése számítógéppel*, Agria Media, Eger (1998)
- [58] GEDA, G., *Elektronszerkezet 3D szemléltetése számítógéppel*, Agria Media, Eger (1994)
- [59] GEDA, G., *A hidrogénszerű atomok elektronszerkezetének szemléltetése számítógéppel*, XV. KÉMIA TANÁRI KONFERENCIA, Kaposvár (1992)

Jegyzet

Lecture notes

- [60] BÉKÉSI, J., GEDA, G., HOLOVÁCS, J., PERGE I., *Adatbázis-kezelés*, EKF Líceum Kiadó, Eger, (2001)

Egyéb közlemények

Other publications

- [61] GEDA, G., *SuliNet Digitális Tudásbázis, Elektronikus tananyag, (Modellezés, Adatszerkezetek)*, Edukáció Kht. (2006)
- [62] GEDA, G., VIDA, J., *Virtuális kísérletek mechanikai mozgások vizsgálatára*, 47. Országos Középiskolai Fizikatanári Ankét és Eszközkiállítást, Miskolc (2004)
- [63] GEDA, G., VIDA, J., *Virtuális kísérletek mechanikai mozgások vizsgálatára*, XXVIII. Országos Általános Iskolai Fizikatanári Ankét és Eszközkiállítást, Karcag (2004)

- [64] GEDA, G., VIDA, J., *Digitális oktatási segédanyagok fejlesztése (IHM-IITP-11): Mechanikai mozgások vizsgálata interaktív módon, virtuális kísérletekkel*, Informatikai és Hírközlési Minisztérium (2003)
- [65] GEDA, G., *A számítástechnika oktatásának hatékonyabbá tétele a közoktatásban*, A Közoktatásfejlesztési Alap negyedik éve, MKM, Budapest (1994), 48–50
- [66] GEDA, G., *Kvantumszámok és atompályák közötti összefüggések bemutatásához számítógépes program és diasorozat*, Pedagógus Szakma Megújítása Projekt (1993)
- [67] GEDA, G., *Egyesített Pénztári Rendszer-oktató szoftver*, Magyar Posta, (1990)
- [68] GEDA, G., *3 Primo Etüd*, ötlet86, BIT-LET, Budapest **5/48 (232)** (1986), 35