DE TTK

1949

Heterogén anyagok károsodása és törése

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Halász Zoltán

Témavezető

Dr. Kun Ferenc

Debreceni Egyetem
Természettudományi Doktori Tanács
Fizikai Tudományok Doktori Iskolája

Debrecen, 2012

Készült

a Debreceni Egyetem

Fizikai Tudományok Doktori Iskolájának

Szilárdtestfizika és anyagtudomány programja keretében

A disszertáció elkészítését a TÁMOP-4.2.2/B-10/1-2010-0024 számú project támogatta. A project az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi Doktori Tanács Fizikai Tudományok Doktori Iskola Szilárdtestfizika és anyagtudomány programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem Természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából.

Debrecen, 2012.

Halász Zoltán

Tanúsítom, hogy Halász Zoltán doktorjelölt 2007-2012 között a fent megnevezett doktori iskola Szilárdtestfizika és anyagtudomány programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult.
Az értekezés elfogadását javaslom.

Debrecen, 2012.

Dr. Kun Ferenc
témavezető

Heterogén anyagok károsodása és törése

Értekezés a doktori (PhD) fokozat megszerzése érdekében a fizika tudományágban

Írta: Halász Zoltán okleveles fizikus

Készült a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori Iskolája Szilárdtestfizika és anyagtudomány programja keretében

Témavezető: Dr. Kun Ferenc

A doktori szigorlati bizottság:

elnök: Dr. ....

tagok: Dr. ....

Dr. ....

A doktori szigorlat időpontja: 2011. ....

Az értekezés bírálói:

Dr. ....

Dr. ....

A bírálóbizottság:

elnök: Dr. ....

tagok: Dr. ....

Dr. ....

Dr. ....

Dr. ....

Az értekezés védésének időpontja: 2012. ....

Tartalomjegyzék

Dives est, cui tanta possessio est,
ut nihil optet amplius.

R.I.P.

Jelölések és rövidítések

$P(\ldots)$	A változók valószínűségi eloszlásfüggvénye
$p(\ldots)$	A változók valószínűségi sűrűségfüggvénye
E	Az egyedi szál Young(rugalmassági) - modulusza
ε	A szálköteg relatív deformációja
$\sigma(\ldots)$	A szálkötegben ébredő feszültség
ε_{th}^{i}	A szál i-edik megcsúszásához tartozó deformáció
ε_{ul}	A szálköteg tehermentesítéséhez tartozó deformáció
ε_{r}	A szálköteg maradó deformációja a tehermentesítés után
ε_{m}	A szálköteg inflexiós ponthoz tartozó deformációja
ε^{kr}	A szálköteg maximális deformációja
σ_{th}^{i}	A szál i-edik csúszásához tartozó teherbíró – képessége
σ^{i}	Az i-edik szál által tartott terhelés
σ^{kr}	A szálköteg teherbíró - képessége
k_{max}	A szálra megengedett csúszási szám
k	A szál csúszásainak száma
Δ	Lavinaméret
Δ_0	Karakterisztikus lavinaméret
Δ^{max}	A legnagyobb lavina mérete
a	Egyedi csúszási esemény által kiváltott csúszások száma
$\delta\varepsilon$	A csúszás miatt bekövetkező elemi deformáció - növekmény
$\delta\sigma$	A csúszás miatt bekövetkező elemi feszültség - növekmény

τ	A lavinaméret - eloszlás kritikus exponense
ν	A karakterisztikus lavinaméret - eloszlás kritikus exponense
α	Az elemi deformáció - növekmény eloszlás kritikus exponense
ϕ	Az elemi feszültség - növekmény eloszlás kritikus exponense
t	A rendszer valós ideje
t_f	A rendszer életideje
T_i	Várakozási idő az i-edik esemény előtt
t_i	Az i-edik csúcs szélessége
E_i	Az i-edik csúcs energiája
c^i	Az i-edik szál károsodása
c^i_{th}	Az i-edik szál károsodástűrő - képessége
Δc_i	Az i-edik szál t idő alatt bekövetkezett károsodása
σ_0	A szálköteg kezdeti terhelése
$\sigma^{kr}_{GLS}, \sigma^{kr}_{LLS}$	A rendszer teherbíró - képessége
σ^i	Az i-edik szál által tartott terhelés
σ^i_{th}	A i-edik szál teherbíró – képessége
N	A rendszerbeli elemek száma
N_b	Az eltört elemek száma
α	A Basquin - törvény exponense
ξ	Az energia/lavinaméret - eloszlás kritikus exponense
z	A várakozási idő - eloszlás kritikus exponense

Senki sem látja a valóságot
olyannak, amilyen.

Philip K. Dick

1. fejezet

Bevezetés

Mindennapi életünk során lépten – nyomon találkozunk az anyagok károsodásának – törésének – látható, vagy éppen láthatatlan jeleivel, még akkor is ha katasztrófális hatásukkal ritkán kell szembesülnünk. Köszönhető mindez annak, hogy a szilárdtestek terhelés alatti viselkedése a modern anyagtudomány talán legrészletesebben vizsgált területe. A kompozitok XX. századvégi térhódításával párhuzamosan az anyagtudományi kutatások a belső szerkezeti struktúra tanulmányozása felé fordultak: A tipikusan kristályos szerkezetű anyagok mechanikai viselkedése kezelhető volt az anyag *homogenitásának* feltételezésével, míg a kompozitok esetében – mivel a viselkedés kulcsa éppen a belső rendezetlenség – a *heterogenitás* figyelembevétele már nem volt elkerülhető.
Doktori dolgozatomban a törési folyamatok statisztikus fizikai vizsgálata során elért eredményeimet foglaltam össze. Kutatómunkám célja heterogén anyagok kvázisztatikusan növekvő, illetve állandó terhelés alatti vizsgálata volt, mely magába foglalta mind a makroszkópikus válasz meghatározását, mind a törés mikroszkópikus folyamatának elemzését. Bár munkám és így megállapításaim is alapvetően elméleti jellegűek, a téma kifejtése során folyamatosan lehetőség mutatkozott az elméleti eredmények saját és az irodalomban szereplő adatokkal való összevetésére.

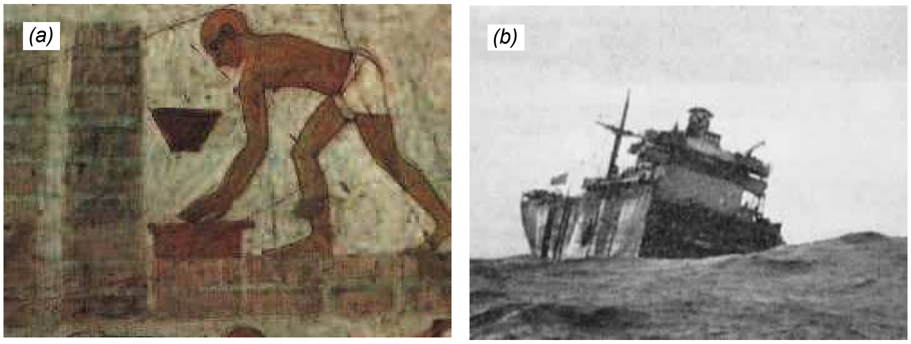
A valóság csak egy nézőpont.

Philip K. Dick

2. fejezet

Heterogén anyagok törése

Az anyagok tönkremenetele, törése és károsodása az emberiség teljes történelmét végigkíséri. Bár az idők folyamán hatalmas tapasztalati tudás halmozódott fel – elegendő csupán minden kompozitok ősére, a szalma(szál) erősítésű vályogtéglákra (2.1/a ábra), vagy akár az ókori/középkori kőépítészet ma is álló remekműveire gondolni – az első szisztematikus vizsgálatok elvégzéséhez mégiscsak Leonardo da Vinci [1] zsenialitására volt szükség. Az ipari forradalom kora rávilágított a statikus és a periodikus terhelés hatása közötti különbségekre, míg a XX. században a figyelem már a törés konkrét folyamatára, a törés és az anyag belső struktúrája közötti kapcsolat megértésére irányult. A kísérleti tapasztalatok azt mutatják, hogy a törés „folyamata" és „eredménye" az anyag megválasztása mellett erősen függ a terhelés „minőségétől" (a terhelés módjától és mértékétől), illetve az anyag belső rendezetlenségétől [2–4]. Ezen fejezet keretében ismertetem a heterogén anyagok törésének legfontosabb megközelítési módjait és az irodalomban található legfontosabb eredményeket.



2.1. ábra. (a) Minden kompozitok őse: Téglavetés az ókori Egyiptomban, Mózes idejében [5, 6]. A sárhoz szalmát kevertek így erősítették az anyagot (Abd el Qurna sziklasír, Egyiptom). (b) Az USS. J. P. Gaines elsüllyedése az Észak - Atlanti vizeken (1943). A hideg és a hullámok okozta terhelés repedéseket indított a hegesztett hajótestben, kettétörve azt. A 4500 vízrebocsátott hajó körülbelül 20%-a hasonló módon károsodott.

2.1. Szubkritikus töréstől a fragmentációig

Régóta ismert tény, hogy az anyagok csupán véges terhelést képesek megtartani. Amennyiben a terhelés nagyobb, mint az adott anyagra jellemző kritikus érték (a szakítószilárdság), a törés nagyon rövid idő alatt fog bekövetkezni. Ha a külső terhelés kisebb a szakítószilárdságnál, a törés véges idő alatt zajlik le. Az ilyen terhelést *szubkritikus terhelésnek*, míg a folyamatát *szubkritikus törésnek* nevezik. Az állandó nagyságú szubkritikus terhelés okozta folyamatot *kúszásnak* (creepnek); a változó terhelés alatt lejátszódó folyamatot pedig *kifáradásnak* (fatigue) nevezik. Közlekedési eszközök felépítményei és alkatrészei tipikusan periódikus terhelésnek vannak kitéve, míg az épületek elemeinek inkább állandó terhelést kell elviselniük. A 2.1/b ábrán anyagkifáradás okozta törés katasztrófális eredménye látható; a korai hegesztett szerkezetek nem voltak képesek elviselni a folyamatosan változó igénybevételt, ennek következménye lett a Liberty – osztály hajóinak gyakori pusztulása [7]. Tapasztalatok azt mutatják, hogy az anyagok változó terhelése mindig gyorsabb tönkremenetelhez vezet, mint az állandó. *Kvázisztatikus terhelés* esetén a terhelés olyan lassan változik, hogy a maximális értékét közel egyensúlyi állapotokon keresztül éri el. Kvázisztatikus esetben tipikus, hogy a terhelt test két darabra törik, azaz a folyamatot egy domináns repedés uralja. A terhelés sebességének másik határesete a *fragmentáció* jelensége, ami a rövid időn belüli nagy energiaközlés következménye. A folyamat során nagy számú, gyorsan növekvő repedés jön létre, amelyek mentén a test sok, kisméretű darabra esik szét [16, 17]. A két határeset között helyezkedik el a *dinamikus törés*, amikor az energia – betáplálás nagy sebességgel történik, de a határfeltételek következtében csak egyetlen repedés keletkezik.

A töretfelületek optikai vizsgálata azt mutatja, hogy mind a törési front, mind a töret felülete „durva", kvantitatíven skálatörvényekkel jellemezhető [18–20], míg fragmentáció esetében a fragmenseket jellemző mennyiségek (tömeg, méret, stb) eloszlása mutat hatványfüggvény viselkedést [16, 17].

A szerkezeti anyagok műszaki alkalmazása során sokáig elegendőnek bizonyult a mindig jelenlévő inhomogenitástól eltekinteni. Ez nem jelent mást, mint a lokális inhomogenitások kiátlagolását, mind az analitikus megközelítésben (végeselem és peremelem módszerek), mind a hagyományos mérési eljárások (szakítóvizsgálat, fárasztóvizsgálat) során. A repedés lefolyásának tanulmányozása, majd később a szándékosan inhomogén anyagok (kompozitok) használata kényszerítette ki a mikrostruktúra figyelembevételét. Azon anyagok körét, amelyek mechanikai válaszában és törésében az inhomogenitás fontos szerepet játszik *rendezetlen anyagoknak* nevezik.[1]. Ez az anyagcsoport mindennapi életünk szerves részét képezik, elegendő csupán az építkezéseken felhasznált betonra [13], az utak aszfaltrétegére, vagy távolabbra tekintve az űrrepülőgépek kerámia hővédőpajzsára [14, 15] gondolni. A rendezetlenség megjelenhet különböző méretskálákon; atomi skálán diszlokációk

[1] Az anyagcsoport leírására használt rendezetlen jelző megtévesztő lehet. Maga a szó a külföldi szakirodalomban használt *disordered* magyar fordítása és mint a további fejezetekben nyilvánvalóvá válik, csupán az anyag mikroszerkezetében megjelenő statisztikus rendezetlenségre vonatkozik és elsősorban a kristályos szilárd testektől való megkülönböztetésre szolgál.

és vakanciák, míg mezoszkópikus skálán repedések és szemcsehatárok okozzák. A rendezetlen mikroszerkezet fontos szerepe miatt, a törési jelenségek kísérleti vizsgálatára újszerű módszereket kellett bevezetni, amelyek használatával lehetővé vált a törési folyamat *in vivo* nyomonkövetése is. Repedések megjelenése és a törési frontok előrehaladása hanghullámokat generál, melyeket megfelelő műszerekkel érzékelni és feldolgozni lehet [21, 22]. Az akusztikus emisszió mérésére épülő módszerek az elmúlt 30 év során gyorsan az elsődleges diagnosztikai módszerré váltak a törési folyamatok monitorozása során. A mérnöki gyakorlathoz szorosan kötődő szerszám [9] és gépalkatrész - élettartam [10] vizsgálatoktól, a geológiai folyamatok nyomonkövetéséig [11] széleskörben nyertek alkalmazást. A gyors fejlődésre jellemző, hogy kombinált mérési módszerek is polgárjogot nyertek, mint például a kompozitok esetében egyre inkább terjedő termo - akusztikus mérési módszer [12]. Az elmúlt másfél évtizedben a legkülönbözőbb heterogén anyagokon végzett akusztikus mérések egyértelműen azt mutatják, hogy mind a törési események között eltelt idő, mind az emittált akusztikus energia eloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat.

A törés folyamatáról nyert kvantitatív információk lehetővé tették a törés konkrét folyamatának feltérképezését. A törés kiindulási pontját minden esetben a rendszer leggyengébb eleme jelenti (a gyengeség oka lehet akár a mikrostruktúra rendezetlensége, vagy akár a makroszerkezet alakja miatti feszültség - koncentráció). A terhelés növekedése egyrészt növelheti a korábban keletkezett repedések méretét, másrészt újabb törés megjelenését okozhatja. A preferált folyamat a rendszer rendezetlenségétől függ: Az erős inhomogenitás a károsodást a már létező törés környezetébe lokalizálja, míg a homogén struktúra „elmossa" a lokális hatásokat. Az idő előrehaladtával a mikrorepedések térbeli elhelyezkedése és a lokális feszültségtér mindinkább inhomogénné válik, míg végül a repedések lokalizálódnak és létrejön egy makroszkopikus méretű repedés, mely mentén az anyag törik [2].

2.2. Statisztikus fizikai megközelítés

A nagy bonyolultságú rendszerek megismerésének egy hatékony módja, hogy a végbemenő folyamatokat, illetve a rendszerbeli elemek tulajdonságait valószínűségi változókkal írjuk le. Ez a szemlélet már igen korán megjelent Weibull [48] munkáiban a törési jelenségek vizsgálatánál, mivel a törést összekötötte az anyagban megjelenő mikroszkópikus hibák számának növekedésével[2]. A statisztikus fizika azonban ennél sokkal kifinomultabb eszközöket kínál a törés statisztikus tulajdonságainak kihasználására: a fázisátalakulások elméletét és hatékony számítógépes modellezési módszerek széles választékát.

2.2.1. A törés mint fázisátalakulás

A fázisátalakulások és a törések közti analógia már az 1921-ben publikált Griffith - féle [57] törési elmélet óta nyilvánvalónak tűnt. Ezen elmélet gyakorlatilag elsőrendű fázisátalakulásként írja le a törési jelenségeket. Az idők folyamán további hasonlóságok mutatkoztak a törési folyamatok alatt és eredményeképpen vizsgált jellemzők eloszlásában, mint például az akusztikus emisszió és a töretfelület felületi érdességének hatványfüggvény eloszlása, melyek felvetették annak lehetőségét, hogy az erősen heterogén anyagok törése inkább a folytonos fázisátalakulásokkal mutat analógiát. A felhalmozott kisérleti eredményekből kiindulva számos elmélet született, melyek megpróbálták pusztán a termodinamikai - potenciál segítségével leírni a terhelt testek viselkedését:

- Jaeger és Englman a heterogén testek törésének termodinamikai elméletét állította fel 1989-ben [50].

[2] Az elmélet alapját az a megfigyelés képezte, hogy a kísérletek során eltört próbatestek szakítószilárdsága fluktuációt mutatott, így a mért érték a hibahelyek számának függvénye kell, hogy legyen. A megfigyelés idealizált magyarázatot adott arra is, hogy a rugalmassági modulusz a várakozásokkal ellentétben, miért nem esik egy nagyságrendbe a szakítószilárdsággal.

- Brady a Ginzburg – Landau potenciál segítségével írta le a rideg anyagok törését [51].
- Ostoja – Starzewski a random field elméletet alkalmazta a különféle törési mechanizmusok magyarázatára. A közvetlen szomszédokra felírt Gibbs - potenciál segítségével eljutott egészen a makroszkópikus viselkedést leíró egyenletekhez [52].

Külön figyelmet érdemel Zsurkov (Zhurkov) termikus fluktuációkon alapuló elmélete (1960), amely olyannyira időállónak bizonyult, hogy a papíripar a mai napig használja a papír életidejének kiszámítására (Részletesebben lásd 6.1.1.) [53,58]. A termikusan aktivált törés azonban csak bizonyos esetekben lehet helytálló, mivel a törés esetében a hajtóerőt a legtöbb esetben nem a hőmérséklet, hanem a rendszer terhelése jelenti, így inkább mechanikailag, mintsem termikusan hajtott rendszerekről lehet beszélni. A későbbiekben bemutatásra kerülő feszültségkontrollált törés esetén (lásd 3.1) a törés bekövetkeztekor a test rugalmassági modulusza ugrást szenved, mivel egy véges értékről a törés pillanatában nullává válik. A rendszer makroszkópikus jellemzőjének ilyen szakadásos viselkedése a kritikus pontban az elsőrendű fázisátalakulásokon alapuló képet erősíti. Ugyanakkor a heterogén anyagok törését mikroszkópikus szinten skálatörvények jellemzik – például az akusztikus emisszió és a várakozási idő hatványfüggvényszerű viselkedése (lásd 5.5, 6.3 és 6.7 fejezetek) –, ami viszont a másodrendű fázisátalakulásokkal analóg.

Az elméletek igaznak bizonyultak abban az értelemben, hogy képesek számot adni a törési folyamatok idő és hőmérséklet - függéséről, mindezt az erős rendezetlenség és nem - linearitás figyelembevételével. Hibájuk viszont abban rejlik, hogy a felhasznált termodinamikai potenciál inkább becslés, mintsem egzakt számítások eredményeképp adódik, továbbá a törés mikroszkópikus folyamatába egyáltalán nem engednek betekintést.

2.2.2. A törés mint perkoláció

Heterogén anyagok kváziszatikus és szubkritikus törése szempontjából kiemelkedő jelentőségűek a perkoláció jelenségén alapuló modellek. A modellt eredetileg véletlenszerűen porózus anyagok struktúrájának vizsgálatára vezették be. A rácsra diszkretizált modellben az egyes rácspontokat valamilyen $0 \leq p \leq 1$ valószínűséggel, egymástól függetlenül tölthetjük be. Növelve a p betöltési valószínűséget a rendszer a térbelileg rendezetlen, kisméretű diszjunkt klaszterektől az egész rendszert uraló összefüggő klaszter megjelenéséig kontroláltan elmozdítható. Mivel a heterogén anyagokban a repedések megjelenését – jellemzően a folyamat kezdetén – a rendezetlenség dominálja, bizonyos mértékig a perkolációs megközelítés alkalmazható törési jelenségek leírására is [23–26].
A törés perkoláció - elméleten alapuló megközelítésének két módszere alakult ki: A repedés terjedésének analitikus számítása, illetve rácsmodelleken végzett szimulációk (numerikus) kiértékelése. A törés folyamatának első ilyen megközelítése Chelidze [54] nevéhez fűződik, aki a repedés terjedését, mint perkolációs klaszter kialakulását tekintette. Az ötletét alapul véve Delaplace, Pijaudier – Cabot és Roux [55] numerikus modellt konstruált, mely a törés kezdeti fázisában egyezést mutatott az analitikus eredményekkel. Nan 1989-ben perkoláció és fraktálgeometria segítségével írta le kompozitok tulajdonságait [56].
Mivel a perkolációs rendszerek a betöltési valószínűség kritikus értékénél másodrendű fázisátalakulást mutatnak, a modell képes a törés, mint folytonos fázisátalakulás kritikus exponenseinek meghatározására, a termodinamikai potenciál pontos ismerete nélkül. A megközelítés problémája, hogy a perkoláció a rács elemeinek véletlenszerű kiválasztása miatt, egyfajta átlagtér közelítést jelent, azaz a feszültség koncentráció elhanyagolását. Ez a módszer így akkor szolgáltat jóminőségű megoldást, ha a rendszerben a kölcsönhatás hosszú hatótávolságú, illetve a heterogenitás erős.

A törés statisztikus fizikai megközelítése gyakran számítógépes szimulációkon alapul, ahol könnyű figyelembe venni a kölcsönhatások hatótávolságát, a rendezetlenséget és egyáltalán az anyagot alkotó részek elemi viselkedését. A kölcsönhatások hatótávolságát a rácsban egymással kapcsolatban álló elemek száma és térbeli elhelyezkedése jeleníti meg; a lokális kapcsolat kevés elemre (a „szomszédokra") korlátozódik, míg a végtelen hatótávolság (az átlagtér közelítés) az összes elem egyenrangú kapcsolatát jelenti. A rendezetlenséget a szimuláció alapelemeihez rendelt tulajdonságok véletlenszerűségével lehet jellemezni.

> A tudomány módszere, akármilyen nehézkesnek és okvetetlenkedőnek látszik is, összehasonlíthatatlanul fontosabb, mint a tudomány eredményei.
>
> *Carl Sagan*

3. fejezet

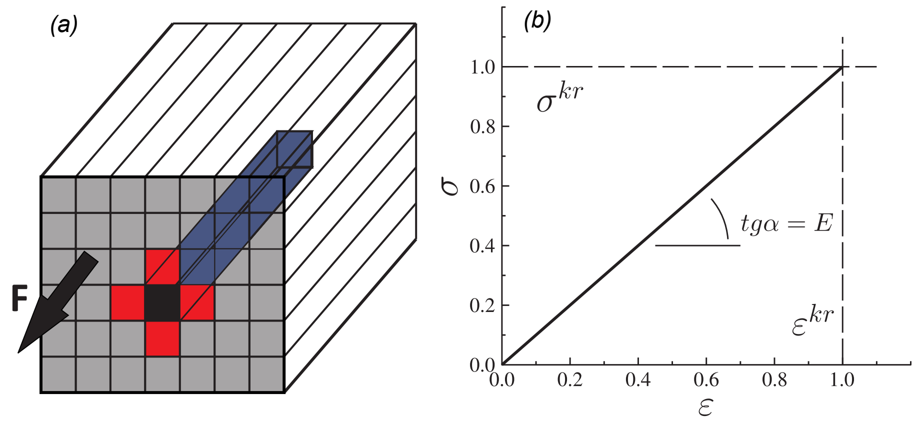
A törés modellezési lehetőségei

Az anyagok mechanikai tulajdonságainak vizsgálatára az idők során számos módszer alakult ki. Ezek egy része a kontinuum - mechanikára épül, amely a szilárd testet homogénnek, mindenfajta hibától mentesnek tekinti. Ez az alapelv azonban kizárja a rendezetlen rendszerek vizsgálatát, mivel a homogenizálás miatt a rendezetlenségben rejlő részletek kiátlagolódnak és így elvesznek. A heterogén anyagok modellezéséhez olyan módszerek kifejesztése vált szükségessé, ahol az anyag diszkretizációja során a mikrostruktúra változatossága megmarad. A fejezetben részletesen bemutatom a heterogén anyagok törésének egyik alapmodelljét, melyre saját kutatásaim épültek. A szálköteg modell fontos, de nem kizárólagos szerepet tölt be a statisztikus fizikai vizsgálatok során, így a fejezet végén rövid áttekintést adok további modellezési lehetőségekről.

3.1. A szálköteg modell

A heterogenitás okozta mechanikai válaszok vizsgálatának legrégibb és leggyakrabban alkalmazott eszköze a szálköteg modell (FBM – Fiber Bundle Model). Az alábbiakban bemutatom a módszer alapelveit és az irodalomban található legfontosabb eredményeket.

A modell alapgondolata 1926-ban született, mikor Peiers [59] gyapotszálak



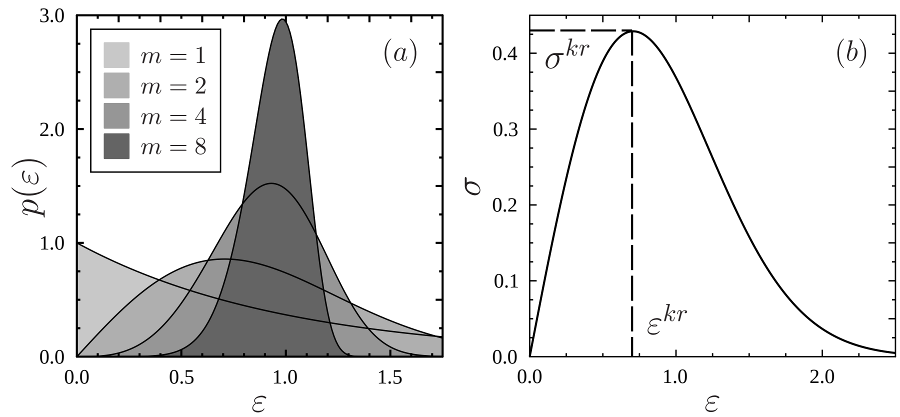
3.1. ábra. (a) Négyzetrácsra diszkretizált szálköteg modell. A szálak terhelése párhuzamos a szálak hossztengelyével. A sötét négyzet a törött szálat, a piros négyzetek az LLS, a szürke négyzetek a GLS terhelés - újraosztás által érintett szálakat jelölik. (b) Az egyedi szál tökéletesen lineáris viselkedést mutat a σ_{th} törési küszöb eléréséig. A viselkedést leíró egyenes meredeksége megegyezik az elem E Young - moduluszával.

mechanikai terhelhetőségét vizsgálta. A módszer igazi áttörésére a II. világháborúig kellett várni, amikoris Daniels [60] – katonai megrendelésre – az addigi elvi konstrukciót matematikai formába öntötte és megfogalmazta a klasszikus modell alapjait. A Daniels által lefektetett irányelvek oly időállónak bizonyultak, hogy bár a modell hosszú fejlődésen ment át, az alapgondolat nem változott [62–67].

A szálköteg modellek klasszikus alapelvei a következőek:

- A modell a rendezetlen anyagi struktúrát N darab párhuzamos, valamilyen szabályos rácson (háromszög, négyzet, hatszög, ...) rendezett szálak együtteseként reprezentálja (3.1/a ábra). A szálak csak a tengelyükkel párhuzamos – azaz húzó vagy nyomó – terhelést képesek elviselni. Oldalirányban a szálak nincsenek egymáshoz rögzítve.

- A szálak terhelés hatására tökéletesen rideg viselkedést mutatnak a



3.2. ábra. (a) A Weibull eloszlás $p(\varepsilon)$ sűrűségfüggvénye különböző m exponensek és rögzített λ esetén. Növekvő m szűkebb eloszlást, azaz csökkenő rendezetlenséget jelent. (b) A szálköteg modell makroszkópikus viselkedése globális feszültség-újraosztódás esetén. A törési küszöbök Weibull-eloszlásból származnak $\lambda = 1$, $m = 2$ paraméterezés mellett.

Hooke-törvénynek megfelelően (3.1/b ábra), a szálban ébredő feszültség a deformáció lineáris függvénye, azaz: $\sigma = E\varepsilon$. Az elem azonnal és visszavonhatatlanul eltörik, ha a rajta lévő terhelés átlépi az adott elem teherbírását, azaz $\sigma > \sigma_{th}$.

- A szálak különböző σ_{th}^i, $i = 1, \ldots, N$ törési küszöbökkel rendelkeznek, egy alkalmasan megválasztott $P(\sigma_{th})$ eloszlásfüggvénynek megfelelően. A felhasznált eloszlásfüggvény tipikusan kétparaméteres Weibull-eloszlás, mely kísérletek alapján kiválóan alkalmas a heterogén szerkezet leírására. Az eloszlás $P(\sigma)$ valószínűségi sűrűségfüggvénye a

$$P(\sigma_{th}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{th}}{\lambda}\right)^m\right] \tag{3.1}$$

alakban adható meg. Látható, hogy az eloszlásfüggvény m paraméterének változtatásával – az eloszlás szélességével – a rendezetlenség mértékét lehet könnyen szabályozni (3.2/a ábra), míg a λ paraméter a szálak teherbíró képességének skáláját határozza meg. A 3.2/a ábra az m paraméter különböző értékeihez mutatja be a Weibull - eloszlás függvényének alakját. Látható, hogy $m \to \infty$ esetén a sűrűségfüggvény δ függvény lesz, azaz minden törési küszöb azonossá válik.

- Törés után a szálak terhelése szétoszlik az épen maradt (nem törött) szálak között, az előre definiált kölcsönhatási hatótávolságnak megfelelően. Gyakorlati szempontból két határeset különösen érdekes: (1) Amennyiben a terhelés egyenletesen oszlik szét a teljes rácson az elemek távolságától függetlenül, egyenletes terhelés – újraosztásról (ELS – Equal Load Sharing) beszélhetünk. Ez az eset megfelel az átlagtér – közelítésnek a törés vizsgálatában, mivel a rendszerben lévő lokális fluktuációkat elhanyagolja. (2) Ha a terhelés csak a szomszédos elemekre (illetve a legközelebbi aktív elemekre) osztódik le, lokális terhelés (LLS – Local Load Sharing) újraosztódásról [68–74] lehet beszélni. Egyenletes terhelés újraosztódás esetén a rendszerben nem keletkezik feszültség – koncentráció, a törési folyamatot a küszöbök véletlenszerű – térbeli – eloszlása dominálja. Lokális újraosztódás esetén viszont az eltört elemek közelében erős feszültség – koncentráció jelenik meg [113, 114].

A rendszer terhelése alapvetően két eltérő módon történhet, különböző makroszkópikus választ, illetve mikroszkópikus törési folyamatot eredményezve:

1. A rendszer terhelését végezhetjük úgy, hogy a külső deformációt kontrolláljuk. Az alakváltozás ebben az esetben mindig csak akkora, amekkora a szálak egyenkénti töréséhez szükséges, az összes aktív szál deformációja azonos és azonos mértékű terhelést tartanak. Mivel ilyenkor a szálak egyenként törnek el törési küszöbeik növekvő sorrendjében, a rendszer makroszkopikus $\sigma(\varepsilon)$ válasza megadható a következő formában
$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon \left[1 - P(E\varepsilon)\right]. \tag{3.2}$$
Az egyenletben az $[1 - P(E\varepsilon)]$ tényező az ε deformációnál még épen

maradt szálak arányát adja, amelyek mindegyike $E\varepsilon$ terhelést tart. A 3.2/b ábrán a fenti egyenletnek megfelelő szálköteg modell viselkedése látható Weibull - eloszlás ($\lambda = 1$ és $m = 2$) és globális terhelésújraosztás esetén.

2. Amennyiben a külső feszültséget kontrolláljuk, a kritikus (legkisebb teherbírású) elem törése kiváltotta terhelésnövekmény képes további száltöréseket okozni, amely sokkal öszetettebb folyamatot eredményez. Kvázisztatikus terhelést úgy lehet megvalósítani, hogy a terhelés csak egyetlen szál eltöréséig növekszik, majd a törés után állandó szinten marad. Ebben az esetben a rendszer deformációja szabadon változhat, ezért a törött szál terhelése újraosztódik az ép elemeken. A terhelés növekedés eredményeként ismét törhetnek szálak, események láncolatát, lavinát kiváltva. Az irodalom az események összességét – két stabil állapot között eltört elemek számát – törési lavinának nevezi és az érintett elemek számát Δ-val jelöli. A törési küszöbök tetszőleges eloszlása esetén fellép az az eset, amikor a maradék szálak már nem képesek tolerálni az „utolsó” törésből származó terhelés - növekményt, és a folyamat a rendszer teljes összeomláshoz vezet. Deformáció - kontrollált esetben ez a dinamika nem alakulhat ki.

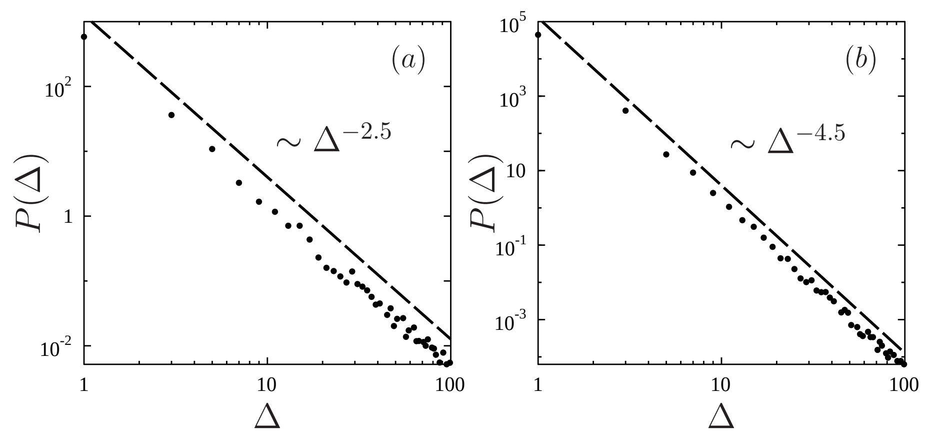
A 3.2/b ábra a makroszkópikus válaszok különbségét mutatja be a két terhelési módus esetén. Látható, hogy deformáció - kontroll esetén a $\sigma(\varepsilon)$ görbe teljes hosszában bejárható, azonban feszültség - kontroll esetén, amikor a σ terhelés eléri a $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbe σ_c maximumát, egy katasztrófális lavina jön létre, mely a rendszer teljes megsemmisülésével jár. A maximum σ_c értéke és ε_c helye definiálja a rendszer makroszkópikus teherbíróképességét és a kritikus deformációját.

A terhelés - újraosztás módja jelentősen befolyásolja a feszültség - kontrollált esetben megjelenő lavinák viselkedését. GLS esetében nem lehet a törési események között térbeli korrelációról beszélni, minthogy a szálak törési küszöbeinek eloszlása teljesen véletlenszerű és a terhelés - növekmény azonos. Ekkor a rendszerben a törött szálak elhelyezkedése a perkolációs folyamatokhoz hasonló mikroszkópikus szerkezetet mutat. Lokális terhelés - újraosztódás esetén a törött szálak közötti feszültség - koncentráció repedések növekedéséhez, térbeli korreláció megjelenéséhez vezet. Megmutatták, hogy a rendszer makroszkópikus válasza LLS esetén is követi az GLS feltétellel kapott (3.2) konstitutív egyenletet. A különbség az, hogy az LLS kritikus terhelés alacsonyabb, vagyis a rendszer a maximum elérése előtt eltörik.

Analitikusan belátható, hogy a lavinaméret - eloszlás hatványfüggvény jellegű viselkedést mutat

$$P(\Delta) \sim \Delta^{-\tau} \tag{3.3}$$

alakban, ahol a τ exponens értéke globális terhelés - újraosztás esetén 5/2, míg lokális újraosztás esetén 9/2. A klasszikus szálköteg modell analitikus vizsgálata során a fenti két exponenst sikerült igazolni [70, 75, 76].



3.3. ábra. Lavinaméret - eloszlás globális (a) és lokális (b) terhelésújraosztás esetén. A szimulációkból származó eredmények (pontok) tökéletes egyezést mutatnak az analitikus megoldással (szaggatott vonal).

A szálköteg modell alapfeltevéseinek 1952 - es lefektetése óta az anyagtudomány egyre újabb és újabb anyagokkal és így újabb és újabb kihívásokkal szembesül. Az újdonságok olyan kihívásokat támasztottak, melyeket az eredeti keretek között már nem lehetett kezelni, így szükségessé vált a modell kiterjesztése. A modell viszonylagos „egyszerűsége” több érdekes fejlesztési irányt tett lehetővé:

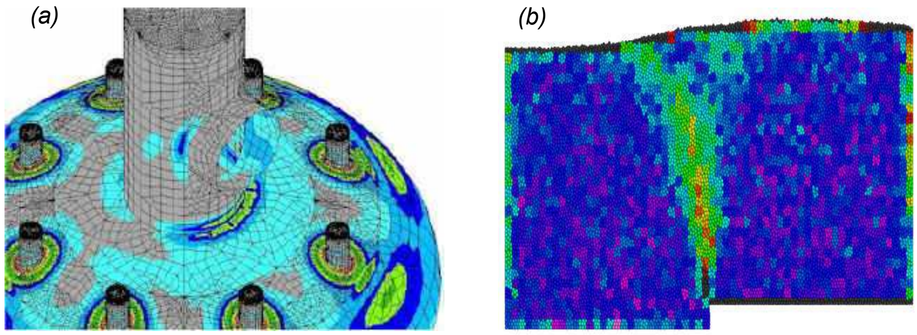
- Az alapmodellbeli csak húzó/nyomó igénybevételnek ellenálló szálaknak lehetővé lehet tenni hajlító és csavaró igénybevétel elviselését. Ezen az úton a FBM a rúdmodellek speciális esetévé alakítható át [109–111].
- Az alapmodell tökéletesen rideg elemei felruházhatók viszkoelasztikus tulajdonságokkal Kelvin – Voight - típusú elemeket használva, ezáltal így időfüggést beépítve a struktúrába [112].

A szálköteg modellre sokféleképpen lehet tekinteni, egyrészt szolgálhat a heterogén anyagok törésének általános modelljeként, másrészt viszont szálerősítésű kompozitok elméleti vizsgálatánál az alapmodell szerepét töltheti be. Bár a fentebb említett módosítások igen sokfélék, mégis közös tulajdonságuk, hogy megőrzik az eredeti modell nagyfokú rugalmasságát és sokszínűségét, még ezekben a speciálisabb formákban is.

3.2. Egyéb modellezési lehetőségek

A fizikai rendszerek modellezésére az elmúlt 50 évben számos módszer jött létre, bár elmondható, hogy alapvetően három eltérő megközelítési mód köré csoportosulnak. A módszerek egy része, köztük a szálköteg modell és a statisztikus fizikusok által szintén kedvelt *Random Fuse Modell* [102–105], a rendszerek konkrét fizikai dimenzióit elhanyagolja és a rendszereket egyfajta idealizált síkra – rácsra – képezi le. Ez az idealizáció teszi lehetővé, hogy a modelleken keresztül lehetővé váljon a makrostruktúra, illetve a mikrostruktúra változásának vizsgálata. A modellek másik típusa jóval „praktikusabb” megközelítéssel él: a mérnöki tudományok számára rendkívül fontos a testek felépítésének minél valósághűbb – makroszkópikus szintű – leképezése és így a modellekben nagy súly helyeződik a pontos diszkretizációra, még akkor is, ha a finom részletek elvesznek. A gyakorlatban használt végeselem [106,107] és peremelem [108] módszerek képessé váltak a makroszkópikus viselkedés pontos visszaadására. A két felfogás elegyítéséből születtek a diszkrét elem modellek, ahol az alakhűség már tettenérhető, bár a tökéletességre nincs törekvés, de a rendszerben a statisztikus jellemzők is megjelennek.

A harmadik csoportba tartozó atomisztikus modelleket alapvetően a mik-



3.4. ábra. (*a*) Ciklois hajtómű végeselem modellje. Látható, hogy a végeselem hálózata a kritikus, nagyobb feszültségű helyek közelében sűrűbb, még a kevésbé fontos részeken lazább, ezáltal is csökkentve a számolásigényt. (*b*) Diszkrételem modell nyírás vizsgálatában. Érdemes megfigyelni, hogy a feszültség - koncentráció, az anyag rendezetlensége miatt, nem merőleges a nyírt felületre. A színkódolás mindkét esetben a feszültség nagyságára utal.

roszkópikus szinten lezajló folyamatok vizsgálatára fejlesztették ki. Ezekkel a molekuláris dinamikai szimulációkon alapuló modellekel lehetőség nyílik a fehérjestruktúrák térbeli elrendeződésének [115] vizsgálatától kezdve a szilárdtestekben lezajló, akár nanoszintű diffúziós [77, 78] folyamatok feltérképezésére.

A 3.4 ábra az előzőekben említett szimulációs módszerekre mutat példát. A 3.4/a ábrán egy ciklois hajtómű végeselem módszerrel előállított diszkretizációja és a szimuláció eredménye látható. Megfigyelhető, hogy a szerkezet kritikus alakzatai közelében a végeselem hálója sűrűsödik, ezálltal segítve a pontosabb közelítést. A 3.4/b ábra diszkrételem módszerrel számolt nyírás szimulációjára mutat példát. Látható, hogy a modell nem kontinuum – modell, az anyag belső struktúrája rudakkal összekapcsolt „szemcsékkel” van diszkretizálva.

> Semmi sem túl csodálatos
> ahhoz,
> hogy igaz lehessen.
>
> *Michel Faraday*

4. fejezet

Célkitűzések

Az előző fejezetekből látható, hogy a heterogén szilárd testek törésének bármiféle vizsgálata számos tudományterület eredményeinek együttes felhasználásával végezhető csak el. A törési folyamatok rendkívüli sokszínűsége, részletgazdagsága és nem utolsó sorban a megszerezni kívánt információ felhasználásának módja szinte lehetetlenné teszi a mindenre kiterjedő tárgyalást. A disszertáció célja így nem lehet több, mint ezen rendkívül gazdag tudományterület egy kis részének megragadása.
A kutatásaim mindkét részterületen ugyanazokat a célokat fogalmaztam meg: Diszkrét, sztochasztikus modelleket akartam kidolgozni mind a stick-slip dinamika, mind a heterogén anyagok kúszó törésének elméleti leírására. A modellekkel szemben támasztott nagyon fontos követelmény, hogy tegyék lehetővé a heterogén mikroszerkezet és a lokális mechanikai jellemzők hatékony reprezentációját. A modellek analitikus és numerikus elemzésével fel kívántam tárni a vizsgált rendszerek makroszkópikus válaszát és annak függését a rendszert mikroszkópikusan jellemző paraméterektől. A kapott eredményeket összevetve a szakirodalomban található, illetve, a saját méréseimből származó eredményekkel, tisztázni akartam az egyes modellparaméterek valós szerepét.

Maga az anyag is (eltekintve a formától amelyet felölt) hasonlóképpen láthatatlan, sőt, meghatározhatatlan.

Erigena

5. fejezet

Stick – slip mechanizmus a szálköteg modellben

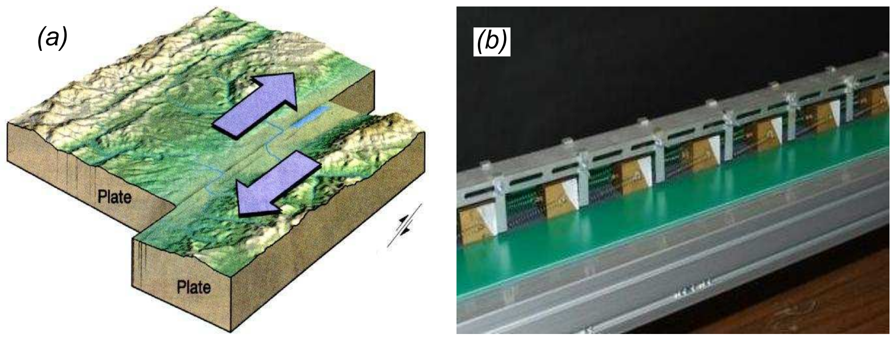
Mindennapi életünk során gyakran előforduló jelenség a lépésről – lépésre növekvő terhelés miatti törés. Elegendő csupán egy könyvespolcra gondolni, mely az egyre növekvő könyvhalom miatt egyszerre összeroskad. A történet makroszkópikus szinten meglehetősen drasztikus változással jár, azonban a konkrét mikroszkópikus folyamatokról korlátozott ismeretek állnak csupán rendelkezésre. Az elmúlt évtizedek kísérleti tapasztalatai megmutatták, hogy az anyagok jelentős része a növekvő terhelés okozta károsodás csökkentésére valamilyen mikrostrukturális változással reagál. A folyamatosan növekvő külső terhelés újabb és újabb szabadsági fokokat aktivál, míg ezen események láncolatát stabil állapotok megjelenése választja el.
A szakirodalomban stick – slipnek, azaz csúszás – tapadás jelenségének nevezik azokat a folyamatokat, amelyeknél a rendszer a külső terhelés hatását az alkotó elemek relatív elmozdulásával igyekszik csökkenteni. A rendszer a „tapadás” (stick) fázisából egy küszöbterhelés átlépése esetén átkerül a „csúszás” (slip) fázisába. Amennyiben a csúszás fázisában ismét fennállnak az egyensúly feltételei, a struktúra ismét képes lesz terhelés felvételére.
A fejezet keretében a szálköteg modell egy olyan kiterjesztését mutatom be, amely képes leírni ezt, a kvázisztatikusan növekvő külső terhelés okozta „dö-

cögős" viselkedést. A modellfejlesztés alapgondolata, hogy az eddig egyszeri törésre képes elemet a többszöri csúszás lehetőségével látom el: A küszöbérték feletti terhelésre a szál maradandó deformációval – csúszással – válaszol, majd relaxált állapotában megtapad és újra a rendszer aktív tagjaként viselkedik. Minthogy a mikrostruktúra változása befolyásolja a makroszkópikus viselkedést, az egyedi elemek csupán a Hooke - törvény segítségével leírható viselkedése komplex formát képes ölteni.

5.1. Motiváció

A stick – slip jelenség megítélése a műszaki gyakorlatban meglehetősen vegyes. Egyes területeken egyértelműen negatív jelzőket társítanak hozzá: A csúszás – tapadás rendkívül káros egymáson elmozduló gépalkatrészek esetén, mivel nagymértékű kopást okoz; káros a vasúti üzemben a fékező kerekek egyenetlen kopása miatt – a fékező vonatok hangját is a sínekre letapadó – elforduló kerekek okozzák; káros a gépjárműveknél, mivel nem teszi lehetővé a járművek egyenletes fékezését. Káros a gépiparban, mivel csak drága adalékanyagokkal lehet elkerülni a hidraulikus munkahengerek elakadását [35, 36]. A tudományos közösség legalább ugyanekkora része azonban pozitívan értékeli a stick – slip mechanizmus hatásait: Az acélerősítésű beton sokkal nagyobb terhelést képes tartani, mint a sima beton; a gépjárművek törési zónái sokkal nagyobb energiát képesek elnyelni kisebb vastagság és fajlagos súly mellett. Érdekes „felhasználási" területet jelent, hogy a hegedű [33, 34] hangjait szintén a stick – slip segítségével szólaltatják meg.

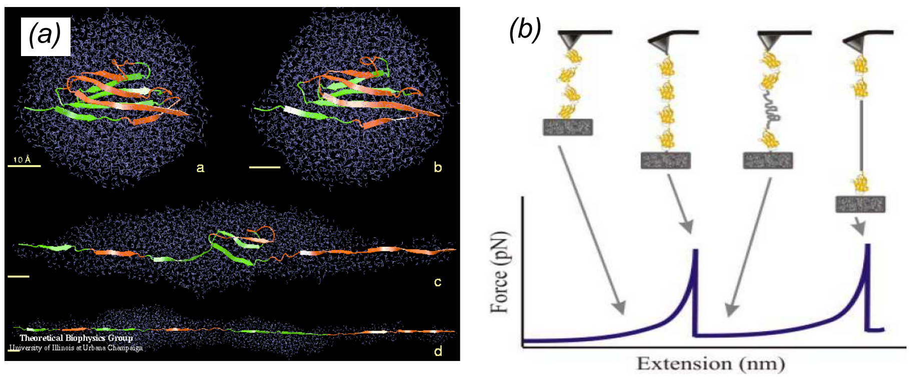
Fizikai rendszerekben a stick – slip mechanizmus két formában bukkan fel. Elsőként is a „valódi" csúszást – tapadást tartalmazó rendszereket kell megemlíteni, melyek kiemelkedő példájaként a földrengések szolgálnak [46, 47]. A rengések létrejöttének egyik lehetséges mechanizmusa az, hogy tapadás (stick) állapotában a földkéreg tektonikus lemezei egymásnak feszülnek, miközben hatalmas mennyiségű rugalmas energia halmozódik fel. Az anyag csak egy ideig képes ellenállni a nyomásnak, azonban előbb – utóbb a föld megmozdul (slip fázis) és a rugalmas energia felszabadul. A szétterjedő



5.1. ábra. (a) Egymás mellett elcsúszó tektonikus lemezek a Szent András törésvonal mentén. A csúszás határa nem jár a tektonikus lemez drasztikus megváltozásával [121]. (b) A földrengések kísérleti vizsgálata a Burridge – Knopoff modell alapján. A kísérleti elrendezésben a felső lemez „áll”, míg az alsó lemez folyamatos hajtását futószalag biztosítja [122].

mechanikai hullám fizikai hatását érzékeljük földrengésként. A földrengések vizsgálatára számos modellt dolgoztak ki, ezek közül stick – slip dinamikán az úgynevezett Burridge – Knopoff [45] (1967) modell alapul. A modell keretén belül egymással rugókkal összekapcsolt azonos méretű és tömegű blokkok vannak két „tektonikus” lemez közé helyezve. (Lásd 5.1/b ábra.) A felső (hajtó -)lemez állandó sebességgel mozog, ezáltal a csatoló rugók útján elmozdulásra készteti az alsó (álló -)lemezen lévő blokkokat. Az elmozdulást egyedül a tapadási súrlódás gátolja, míg az egyedi blokkokra a felső lemez és a közvetlenül szomszédos blokkok is képesek húzó/toló hatást kifejteni. Amikor egy blokk megcsúszik a hozzá kapcsolt rugók részben relaxálódnak, viszont ez a szomszédos blokkokon nagyobb terhelést képes okozni. Így egy blokk megcsúszása további csúszásokat, akár egész lavinát – földrengést – eredményezhet. A Burridge – Knopoff modellnek hatalmas irodalma van, mert egyszerűsége ellenére nagyon jól reprodukálja a földrengésekre vonatkozó mérési eredményeket. Az anyagtudomány számára a szálas szerkezetű kompozitok megjelenése jelentette a kezdő lökést a stick – slip mechanizmus kutatására. A beágyazott szálak nem kötődnek mereven a mátrixba, pusztán a súrlódási erő tartja őket a helyükön, terhelés hatására képesek elmozdulni és így sokkal nagyobb rugalmasságot biztosítanak az amúgy rideg szálszerkezetnek [37, 38].

Alkalmazások szempontjából kiemelkedőek azok a rendszerek, amelyek „tá-



5.2. ábra. (*a*) A titin óriásmolekula unfolding mechanizmusa. Húzás hatására a molekulán belüli hidrogénkötések felszakadnak és a fehérje szétcsavarodik (*b*) A titin molekula terhelés alatti makroszkópikus válasza. Látható, hogy amint a molekulában tárolt hossz felszabadulása – a lánc egy részének széttekeredése – a stick – slip mechanizmuséhoz hasonló viselkedést mutat.

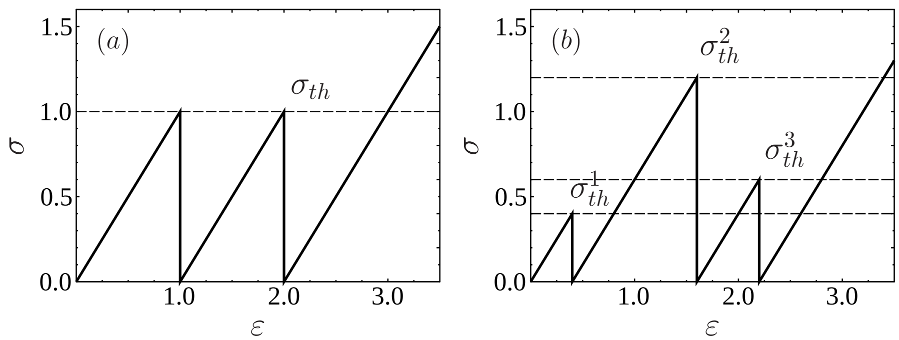
rolt hosszt" tartalmaznak. Vizsgálatok azt mutatják, hogy a pókselyem [27–31] rendkívüli fizikai tulajdonságait a stick – slip speciális módjának köszönheti: A tapadás nem fizikai, hanem kémiai eredetű, a fehérjeláncok közötti hidrogénhíd – kötések rendkívüli sokasága okozza. Ennek megfelelően a csúszás sem jelent mást, mint a kémiai kötések irányított átrendeződését. A mechanizmus segítségével a pókháló képes csapdába ejteni a repülő rovarokat a károsodás legkisebb jele nélkül, csupán a megnyúlást felhasználva a mozgási energia disszipációjára. A 5.2 ábra szintén a biológiai eredetű stick – slip mechanizmusra szolgál szemléletes például. Az emberi izom összehúzódásáért felelős titin óriásmolekula terhelés alatt strukturális átrendeződésen megy keresztül, mely a hidrogénkötések felszakadásával és a molekula szétcsavarodásával jár (5.2/a) [117]. Atomerő – mikroszkóppal vizsgálva a

folyamatot látható a csúszás – tapadás makroszkópikus válaszára jellemző szaggatott függvényalak (5.2/b) [116].
Az előző példákból látható, hogy a csúszás – tapadás jelensége széles méretskálán megjelenő folyamat, beszéljünk akár mesterséges, akár természetes rendszerekről. A statisztikus fizika megközelítésében a lényeget a folyamatokat vezérlő mikrodinamika jelenti, így egy rendszer megismeréséből megszerzett tudás fizikai rendszerek széles körében alkalmazható lesz.
Kutatómunkám ezen fejezet keretében bemutatásra kerülő részének célja, a heterogén anyagokban, különböző méretskálákon megjelenő stick – slip mechanizmus vizsgálata. A szálköteg modell keretében analitikus és numerikus eszközökkel tanulmányoztam a rendszer makroszkópikus válaszát és a mikroszkópikus folyamatot.

5.2. A modell konstrukció

A stick – slip mechanizmus leírására az előző fejezetben bemutatott szálköteg modell egy kiterjesztését dolgoztam ki. A csúszás – tapadás jelenségének leírására az egyedi szál viselkedését módosítottam oly módon, hogy a szálak egy előre meghatározott küszöbérték elérésekor csúszási eseményen mennek keresztül. A megcsúszás értelmezhető olyan módon, hogy a szálban tárolt hossz felszabadul, ezzel növelve a szál nyugalmi hosszát. Amennyiben a külső terhelés eléri, illetve meghaladja az i-edik szál σ_{th}^i csúszási küszöbét, azaz $\sigma^i \geq \sigma_{th}^i$ a szál által tartott terhelés nullává válik és maradandó deformációt (csúszást) szenved, nyugalmi hosszának $\varepsilon^i = \sigma_{th}^i/E$ növekedése mellett. A modell nagyon fontos alapfeltétele, hogy a csúszást követően a szál ismét letapad, ezért ismét képessé válik terhelés felvételére és megtartására. A rendszer életideje során minden elem k_{max} csúszási eseményt szenvedhet el, amely értéke a csúszási küszöbök függvényében $1 \leqq k_{max} \leqq +\infty$ tartományban változhat. Egy adott rendszer esetében a k_{max} érték minden szálra azonos.

Mivel az első csúszási eseményt követően a szál ismét aktív marad és így képes terhelést tartani, lehetőség van annak megválasztására, hogy a tovább-



5.3. ábra. Egyedi szálak mechanikai válasza fagyott (a) és változó (b) rendezetlenség esetén. k_{max} értéke az ábrán látható esetben $k_{max} = 2$, illetve $k_{max} = 3$. A maximális csúszási szám elérése után a szálak mindkét esetben megőrzik kezdeti Young – moduluszukat és felkeményednek. Hasonló függvényalak látható az előző fejezetbeli 5.2 ábrán a titin molekuláka.

bi csúszások küszöbértékeit, hogyan válasszuk meg. Ha a szálak egymást követő csúszási küszöbei megegyeznek fagyott (*quenched*) rendezetlenségről beszélünk, mivel a kiindulási állapotban előállított rendezetlenség befagy a rendszerbe. A csúszási események után a rendszerben mikroszkópikus átrendeződés jöhet létre, amit a modellben a csúszási küszöbök változtatásával lehet – bizonyos határok között – figyelembe venni. Ilyenkor az eseményt követően a küszöb újra generálódik ugyanabból a kezdeti eloszlásból, ezért ekkor változó (*annealed*) rendezetlenségről beszélünk. A 5.3 ábra az egyedi szálak viselkedését mutatja fagyott és változó rendezetlenség esetén. Látható, hogy fagyott rendezetlenség esetén (5.3/a ábra) a szál megcsúszása mindig azonos terhelés értéknél következik be, míg változó rendezetlenség esetén a küszöb nemcsak szálról – szálra, hanem állapotról – állapotra is változik (5.3/b ábra). Amikor a szál elérte a csúszások k_{max} maximális számát a mechanikai válasz kétféle lehet: (a) a szál megőrzi a kezdeti Young – moduluszát, így tovább terhelhető marad; (b) a szál az utolsó csúszásnál eltörik, rugalmassági modulusza nullává válik és így már több terhelést nem

képes tartani.
A stick – slip dinamika vizsgálatát a továbbiakban a globális terhelés-újraosztódás esetére fogom korlátozni. Ekkor – bár a szálak deformációja azonos – a csúszási küszöbök és ezáltal a csúszási számuk különbözősége miatt a terhelésük mégsem fog megegyezni. A szálköteg modell viselkedésének értelmezésekor célszerű a makroszkópikus viselkedésből kiindulni, amelyet a deformáció – feszültség összefüggéssel lehet leírni. Mint e fejezetben kiderül, a makroszkópikus válasz alakját a csúszások k_{max} száma, a csúszási küszöböket meghatározó $P(\varepsilon)$ eloszlás, illetve $p(\varepsilon)$ sűrűségfüggvény és a rendezetlenség típusa (fagyott vagy változó) fogja meghatározni. A konstitutív egyenletek ismeretében lehetőség nyílik a rendszer mikroszkópikus dinamikájának jellemzésére és a viselkedés fázisterének feltérképezésére is. A fejezet végén a fázistér különböző tartományaihoz tartozó mikroszkópikus jellemzők analitikus és numerikus meghatározásával és értelmezésével foglalkozom.

5.3. Makroszkópikus válasz fagyott rendezetlenség esetén

A rendszer i-edik szála által tartott terhelés ε deformációnál k csúszási esemény bekövetkezése után a következő alakban írható fel

$$\sigma^i = E\varepsilon - \sigma_{th}^{i,1} - \sigma_{th}^{i,2} - \ldots - \sigma_{th}^{i,k}, \tag{5.1}$$

ahol $\sigma_{th}^{i,j}$ jelöli az i-edik elem j-edik csúszáshoz tartozó csúszási küszöbértékét. Fagyott rendezetlenség esetén a szálak csúszási küszöbei az esemény után nem változnak, az egyes csúszásokhoz egyforma lokális deformációk tartoznak. Ezért tetszőleges szálra megadható, hogy az i-edik elem k-adik csúszása $\varepsilon_{th}^i = k\sigma_{th}^i/E$ deformációnál fog bekövetkezni. Ezek alapján az (5.1) egyenlet a következő formára hozható

$$\sigma^i = E\varepsilon - k_i\sigma_{th}^i. \tag{5.2}$$

A rendszer terhelése közben adott ε deformációnál a szálak eltérő k számú csúszást szenvednek el. A rendszer konstitutív görbéjének meghatározásához ezért szükség van annak ismeretére, hogy adott ε-nál egy tetszőlegesen kiválasztott elem milyen valószínűséggel szenvedett el pontosan k darab csúszást, ahol $0 \leq k \leq k_{max}$.

- A szál $k \neq 0$ alkalommal – azaz még egyszer sem – csúszott, ha a deformációra $\varepsilon \leq \varepsilon_{th}^i$ teljesül. N elem esetén az ε deformációig csúszott elemek száma $N(1 - P(E\varepsilon))$, ahol P az elemek csúszási küszöbeit jellemző valószínűségi eloszlásfüggvény.

- A szál $k = 1$-szer csúszott, ha az ε_{th}^i küszöb az $\varepsilon/2 < \varepsilon_{th}^i \leq \varepsilon$ intervallumba esik. A kifejezés $N \int_{\varepsilon/2}^{\varepsilon/1} p(E\varepsilon) \mathrm{d}\varepsilon$ számú szálra teljesül, ahol $p(E\varepsilon)$ az elemek csúszási küszöbeit leíró valószínűségi sűrűségfüggvény.

- A szál tetszőleges k-szor $(1 \leq k \leq k_{max})$ csúszott, ha $\varepsilon/(k+1) < \varepsilon_{th}^i \leq \varepsilon/k$. Az elemek száma ebben a tartományban: $N \int_{\varepsilon/k+1}^{\varepsilon/k} p(E\varepsilon_1) \mathrm{d}\varepsilon_1$.

- A szál a megengedett maximális $k = k_{max}$ csúszási eseményt szenvedett el, ha $\varepsilon_{th}^i \leq \varepsilon/k_{max}$, amiből számuk a következőképpen adható meg: $N \int_{0}^{\varepsilon/k_{max}} p(E\varepsilon_1) \mathrm{d}\varepsilon_1$.

A fenti eredmények ismeretében a szálköteg makroszkópikus válasza felírható, mint a k csúszást szenvedett elemek által tartott terhelések összege

$$
\begin{aligned}
\sigma(\varepsilon) &= E\varepsilon \left[1 - P(E\varepsilon)\right] + \int_{\varepsilon/2}^{\varepsilon} p(E\varepsilon_1) E(\varepsilon - \varepsilon_1) \mathrm{d}\varepsilon_1 + \ldots \\
&+ \int_{\varepsilon/k+1}^{\varepsilon/k} p(E\varepsilon_1) E(\varepsilon - n\varepsilon_1) \mathrm{d}\varepsilon_1 + \ldots + \int_{0}^{\varepsilon/k_{max}} p(E\varepsilon_1) E(\varepsilon - k_{max}\varepsilon_1) \mathrm{d}\varepsilon_1 .
\end{aligned}
$$

Az első és az utolsó kifejezés kivételével a tagok közös összegzés mögé vihetők

$$\begin{aligned} \sigma(\varepsilon) &= E\varepsilon\,[1-P(E\varepsilon)] + \sum_{k=1}^{k_{max}-1} \int\limits_{\varepsilon/(k+1)}^{\varepsilon/k} p(E\varepsilon_1)E(\varepsilon - k\varepsilon_1)\mathrm{d}\varepsilon_1 \\ &+ \int\limits_{0}^{\varepsilon/k_{max}} p(E\varepsilon_1)E(\varepsilon - k_{max}\varepsilon_1)\mathrm{d}\varepsilon_1, \end{aligned} \tag{5.3}$$

ahol az egyes tagok a k csúszást szenvedett szálak terhelését adják meg. Fontos megjegyezni, hogy az (5.3) egyenlet utolsó tagja azt fejezi ki, hogy a k_{max} csúszást szenvedett szál mint törhetetlen elem fog a továbbiakban viselkedni.

A kapott eredmény értelmezéséhez elsőként célszerű megvizsgálni (5.3) viselkedését a terhelés néhány speciális eseténél. Kis deformáció $\varepsilon \to 0$ esetén a rendszer viselkedése szempontjából a még egyszer sem csúszott szálak járuléka a meghatározó, azaz a(5.3) kifejezés első tagja dominálja a makroszkópikus választ

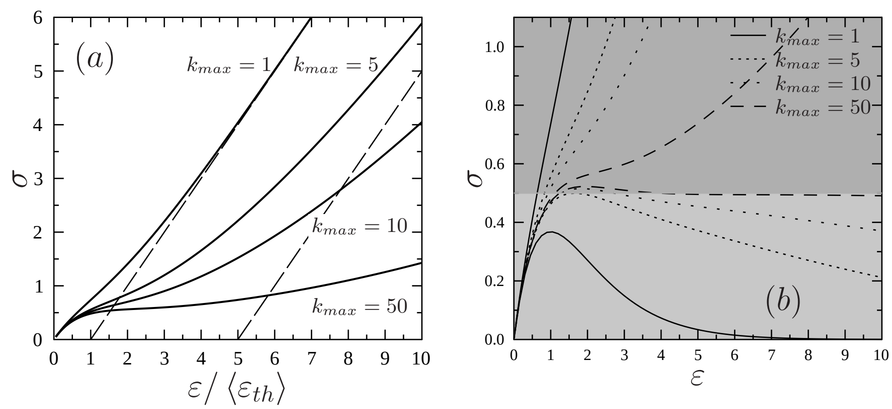
$$\sigma(\varepsilon) \sim E\varepsilon\,[1-P(E\varepsilon)] \sim E\varepsilon. \tag{5.4}$$

Ebből következik, hogy a rendszer makroszkópikus válasza lineáris lesz, ahol az egyenes meredeksége meg fog egyezni az egyedi szálak E Young – moduluszával. Nagy deformációk esetén, ha $\varepsilon \to \infty$, minden szál k_{max} csúszási eseményen megy keresztül, így az összeg utolsó tagjának járuléka válik dominánssá

$$\sigma(\varepsilon) \sim E\varepsilon - k_{max}E \int\limits_{0}^{\varepsilon/k_{max}} p(E\varepsilon_1)\varepsilon_1\mathrm{d}\varepsilon_1. \tag{5.5}$$

A (5.5) kifejezésben szereplő integrál $\varepsilon \to \infty$ határesetben nem más, mint a csúszási küszöbök átlagértéke, mivel $\langle\varepsilon_1\rangle \sim \int p(E\varepsilon_1)\varepsilon_1\mathrm{d}\varepsilon_1$, így a kifejezés a következő formát ölti

$$\sigma(\varepsilon) \sim E\varepsilon - k_{max}E\langle\varepsilon_{th}\rangle \sim E(\varepsilon - k_{max}\langle\varepsilon_{th}\rangle). \tag{5.6}$$



5.4. ábra. (a) A rendszer (5.3)-nek megfelelő makroszkópikus válasza fagyott rendezetlenség esetén. A szaggatott vonalak jelölik, hogy a $\sigma(\varepsilon)$ aszimptotikus egyenesei párhuzamosak egymással. Az aszimptóták metszéspontja a vízszintes egyenessel megadja az ε_r^{max} maximális deformációt adott k_{max} esetére. (b) A (5.3)-nek megfelelő makroszkópikus válaszfüggvények rögzített rendezetlenség és csúszási szám esetén. A görbék közötti különbséget az utolsó csúszás utáni viselkedés jelenti. A sötétszürke tartományban a szálak k_{max} elérése után felkeményednek, míg a világosabb tartományban véglegesen eltörnek.

A (5.6) kifejezés a makroszkópikus $\sigma(\varepsilon)$ válaszfüggvény aszimptotikus viselkedését mutatja: Nagy terhelések esetén a viselkedés lineárissá válik, melynek meredeksége megfelel a szálak E Young-modulusának. A kifejezésből további érdekes információ nyerhető: a rendszer tehermentesítése ($\sigma \to 0$) után maradó deformáció jelentkezik, azaz $\varepsilon \to \varepsilon_r > 0$. A maradó deformáció maximális ε_r^{max} nagysága nem más, mint a csúszások maximális számának és a csúszási küszöbök átlagának szorzata

$$\varepsilon_r^{max} = k_{max}\langle\varepsilon_{th}\rangle. \tag{5.7}$$

Ha a tehermentesítést valamilyen tetszőleges ε_{ul} deformációnál végezzük el, akkor ε_r^{max}-nál kisebb, ε_r deformációt kapunk eredményül

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{ul} - \sigma(\varepsilon_{ul})/E. \tag{5.8}$$

A 5.4/a ábra a (5.3) egyenlet megoldásait mutatja különböző k_{max} értékek mellett Weibull – eloszlás esetére $m = 1$ és $\lambda = 1$ paraméterezés esetén. A konstitutív görbén nagyon jól megfigyelhető az analitikusan kapott tulajdonságok érvényessége kis és nagy deformációk esetén egyaránt. A görbék nagyon fontos jellemzője, hogy k_{max} maximális törési szám növekedése esetén egyre hosszabb vízszintes tartomány – plató – jelenik meg. A plató jelentősége, hogy a stick – slip mechanizmus plasztikus viselkedéshez, képlékeny alakváltozáshoz vezet, minthogy nagyon kis terhelésnövekedés is makroszkópikus hosszváltozáshoz vezet.

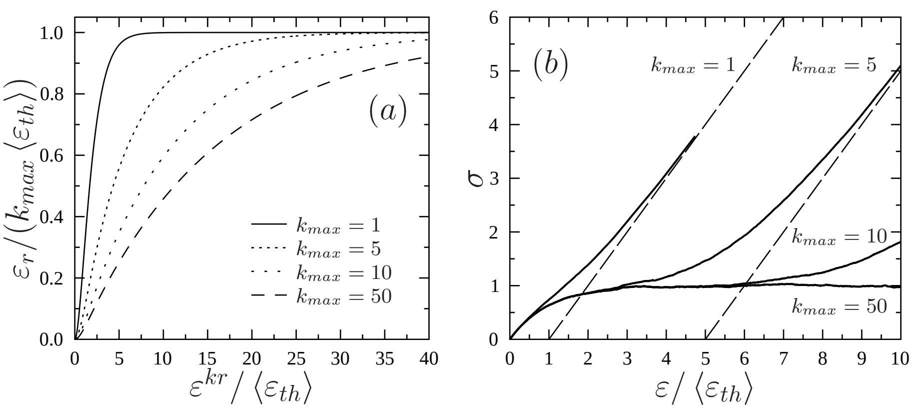
A szálköteg mechanikai válaszát nagymértékben befolyásolja a szál viselkedése a k_{max} csúszási szám elérése után. Alkalmazások szempontjából fontos annak a realisztikus esetnek a vizsgálata, mikor a szál csak korlátozott számú eseményt képes elviselni. A konkrét modellben ez azt jelenti, hogy k_{max} csúszás után a szál nem keményedik fel, hanem eltörik. Mivel törött szál többé már nem képes terhelést tartani, a (5.3) egyenlet utolsó tagja nulllává válik, azaz a törést figyelembe vevő eset a fent említett egyenlet utolsó tagjának elhagyásával adódik. A 5.4/b ábra szemléletesen mutatja a két eset közötti eltérést: Míg a felkeményedő szálak esetén az $\varepsilon \to \infty$ esetben a rendszer teherbíróképessége végtelen, addig a törhető szálak esetében $\sigma \to 0$. Fontos megemlíteni, hogy a szálak eltörése a rendszer globális E Young – modulusának csökkenését okozza, ugyanis lépésről – lépésre több szál kerül ki a rendszerből. Ekkor a maradandó deformáció nemcsak a rendszer által elért ε_{ul} legnagyobb deformációtól fog függeni, hanem a k_{max} csúszást elért és eltört szálak részarányától is. Ekkor az ε_r maradandó deformáció a következő alakot ölti

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{ul} - \sigma(\varepsilon_{ul})/E[1 - P(E\varepsilon_{ul}/k_{max})]. \tag{5.9}$$

Természetesen a $k_{max} = 1$ esetén a törést is tartalmazó modell visszaadja az egyszerű szálköteg modell 3.2/b ábrán bemutatott mechanikai válaszát. Ebben az esetben is a $\sigma(\varepsilon)$ görbe egésze csak deformáció – kontrollált esetben járható be, feszültség kontroll esetén a $\sigma(\varepsilon)$ görbe maximumánál a rendszer egésze eltörik. A maximum értéke a rendszer σ^{kr} kritikus terhelést és az ε^{kr}

kritikus deformációt definiálja.

A 5.5/a ábra erre a viselkedésre mutat példát: Míg rögzített k_{max} és m Weibull – exponens mellett a felkeményedő szálak esetében a rugalmassági modulusz azonos, addig az eltörő szálak esetében a minél nagyobb az elért deformáció, a rendszer annál lágyabban viselkedik.



5.5. ábra. (a) A rendszer maradó deformációi a ε^{kr} elérése előtt. Mind ε_r, mind ε^{kr} esetében a normálási konstans az $\langle\varepsilon_{th}\rangle$ átlagos csúszási küszöb. (b) A rendszer makroszkópikus válasza változó rendezetlenség esetén. A jelölt aszimptóták metszéspontjai megadják a rendszer ε_r^{max} maradó deformációját rögzített k_{max} esetén.

5.4. Makroszkópikus válasz változó rendezetlenség esetén

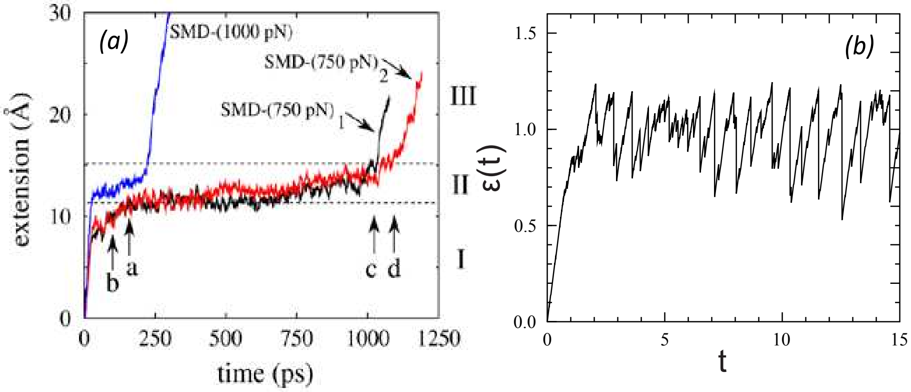
Változó rendezetlenség esetén a szálak csúszás után – az eredeti eloszlásból származó – új csúszási küszöböt kapnak. Az új küszöbérték megjelenése a szál körüli mikrostruktúra megváltozásával indokolható. A makroszkópikus válasz felírásához a fagyott rendezetlenségnél ismeretett gondolatmenetet lehet követni, azaz először meg kell határozni a k csúszást szenvedett elemek arányát:

- A szál $k = 0$-szor csúszott, ha $\varepsilon < \varepsilon_{th}^{i,1}$. Az ε deformációig megcsúszott elemek száma $N(1 - P(E\varepsilon))$. Ez a kifejezés megegyezik a fagyott rendezetlenség esetében ismertetettel.
- A szál $k = 1$-szer csúszott, ha $\varepsilon_{th}^{i,1} < \varepsilon \le \varepsilon_{th}^{i,1} + \varepsilon_{th}^{i,2}$. Ekkor a $k = 1$ csúszást szenvedett elemek száma: $N \int_0^{\varepsilon} p(\varepsilon_{th}^{i,1}) \left[1 - P(\varepsilon - \varepsilon_{th}^{i,1})\right] \mathrm{d}\varepsilon_{th}^{i,1}$.
- A szál k-szor csúszott, ha $\sum_{i=1}^{k-1} \varepsilon_{th}^{i,k} < \varepsilon \le \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_{th}^{i,k}$. Ekkor az elemek száma: $\int_0^{\varepsilon} \dots \int_0^{\varepsilon - \sum_{i=0}^{k_{max}-1} \varepsilon_i} \prod_{i=1}^{k_{max}} p(\varepsilon_i) \left[1 - P(\varepsilon - \sum_{i=0}^{k_{max}-1} \varepsilon_i)\right] \prod_{i=1}^{k_{max}} \mathrm{d}\varepsilon_i$.
- A szál $k = k_{max}$-szor csúszott, ha $\sum_{k=1}^{k_{max}} \varepsilon_{th}^{k} < \varepsilon$. Ekkor az elemek száma: $\int_0^{\varepsilon} \dots \int_0^{\varepsilon - \sum_{i=0}^{k_{max}} \varepsilon_i} \prod_{i=1}^{k_{max}} p(\varepsilon_i) \left[1 - P(\varepsilon - \sum_{i=0}^{k_{max}} \varepsilon_i)\right] \prod_{i=1}^{k_{max}} \mathrm{d}\varepsilon_i$.

Mindezekből a makroszkópikus válaszfüggvény a következő alakba írható

$$
\begin{aligned}
\sigma(\varepsilon) \quad &= \quad \varepsilon E\left[1 - P(E\varepsilon)\right] + \int_0^{\varepsilon} p(\varepsilon_1)\left[1 - P(\varepsilon - \varepsilon_1)\right] E(\varepsilon - \varepsilon_1)\mathrm{d}\varepsilon_1 \\
&+ \int_0^{\varepsilon} \dots \int_0^{\varepsilon - \sum_{i=0}^{k_{max}} \varepsilon_i} \prod_{i=1}^{k_{max}} p(\varepsilon_i) \left[1 - P(\varepsilon - \sum_{i=0}^{k_{max}} \varepsilon_i)\right] E(\varepsilon - \sum_{i=0}^{k_{max}} \varepsilon_i) \prod_{i=1}^{k_{max}} \mathrm{d}\varepsilon_i.
\end{aligned}
\tag{5.10}
$$

Megvizsgálva az (5.10) egyenletet látható, hogy $\varepsilon \to 0$ esetén ismét a kifejezés első tagja válik dominánsá, mely pontosan megegyezik a (5.3) kifejezés megfelelő tagjával. Amennyiben $\varepsilon \to \infty$ az utolsó tag dominál, melynek aszimptotikája megfelel a fagyott rendezetlenségnél tapasztaltaknak. A köztes tartományt a csúszási küszöbök eloszlása határozza meg.



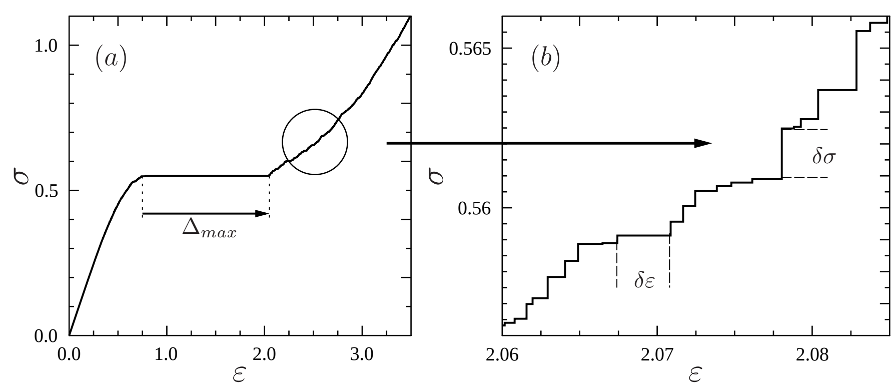
5.6. ábra. Az 5.2 ábrán látható titin – óriásmolekula (a), valamint az 5.1 ábrán szereplő Burridge – Knopoff modell (b) deformáció – idő diagramja. A mérési eredmények mindkét esetben jó egyezést mutatnak a kiterjesztett szálkötegmodell analitikus megoldásából származó makroszkópikus válaszfüggvényekkel [118].

A modell makroszkópikus viselkedésének ismeretében érdemes visszatérni arra a kérdésre, hogy a kapott leírás mennyire felel meg a valós rendszerek makroszkópikus viselkedésének. A bevezető szakaszban említett két példára visszatekintve, lehetőség nyílik a felvázolt rendszerek valós fejlődésének vizsgálatára és így a makroszkópikus válaszfüggvény tanulmányozására. Elsőként is a 5.6/a ábrán az 5.2 ábrán szereplő komplex titin – lánc méréssel meghatározott deformáció - idő diagramja [117], míg a 5.6/b ábrán a Burridge – Knopoff modell felső lemezének elmozdulásából származó diagram látható [118]. Habár a fizikai rendszerek teljesen különbözőek, a makroszkópikus viselkedés hátterében mindkét esetben a stick – slip dinamika áll. Az eredmények nagyon jó kvalitatív egyezést mutatnak a szálköteg analitikus megoldásából származó eredményekkel.

5.5. Fázisdiagram

A szál stick – slip mechanizmusa mind a szálköteg makroszkópikus válaszában, mind a károsodási és törési folyamat mikroszkópikus dinamikájában drasztikus változásokhoz vezet. A szálköteg mikroszkópikus dinamikájának elemzéséhez feszültségkontrollt alkalmazunk kvázisztatikusan. Ezt megvalósíthatjuk úgy, hogy a σ terhelést akkora $\delta\sigma$ mértékkel növeljük, hogy pontosan egyetlen szál csúszását váltjuk ki. Csúszás közben a σ terhelés értékét állandónak tekintjük. A csúszó elem által tartott terhelést így a rendszer többi elemének kell átvennie, ami a rajtuk lévő terhelést növeli és esetlegesen újabb csúszásokat vált ki. Így akár egyetlen szál megcsúszása is események sorozatát – csúszási lavinát – generálhat, a külső terhelés állandó értéke mellett is. Az események Δ száma a lavina méretet definiálja. A lavina során a szálköteg ε makroszkópikus deformációja a csúszások halmozódása miatt $\delta\varepsilon$ mértékben változik meg.

A 5.7/a ábrán a szálköteg $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbéje látható Weibull – eloszlású



5.7. ábra. (a) A konstitutív görbe makroszkópikus szerkezete. A törés során jelentkező Δ^{max} legnagyobb lavina a konstitutív görbén egyenes, vízszintes szakaszként jelenik meg plasztikus alakváltozásra utalva. (b) A $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbe kiemelt szakaszának finomszerkezete. Az ábrán a $\delta\sigma$ elemi terhelésnövekmények és a $\delta\varepsilon$ elemihosszak szemléletesen azonosíthatók.

csúszási küszöbökre $\lambda = 1$ és $m = 2$ Weibull - paraméterek figyelembevételé-vel. A teljes szálköteg $N = 1000$ szálat tartalmaz, míg a csúszási küszöbök k_{max} maximális száma 5. Megyfigyelhető, hogy a legnagyobb lavina jelentette plasztikus deformáció mérete összemérhető lehet a rendszer teljes deformációjával. Az 5.7/b ábrán az 5.7/a ábra görbéjének egy kis szakasza látható. A nagyításon jól látszik, hogy a $\sigma(\varepsilon)$ diszkrét lépcsőkből épül fel, ahol a lépcsők függőleges magasságát a $\delta\sigma$ elemi terhelés növekmények, vízszintes nagyságát pedig a $\delta\varepsilon$ csúszási hosszak adják, amelyek mindegyike Δ eseményből épül fel. Ezek alapján a szálköteg mikroszkópikus dinamikája a $\delta\sigma$, $\delta\varepsilon$ és Δ véletlen változókkal és a nekik megfelelő $P(\delta\sigma)$, $P(\delta\varepsilon)$ és $P(\Delta)$ valószínűségi - eloszlásfüggvényekkel jellemezhető.

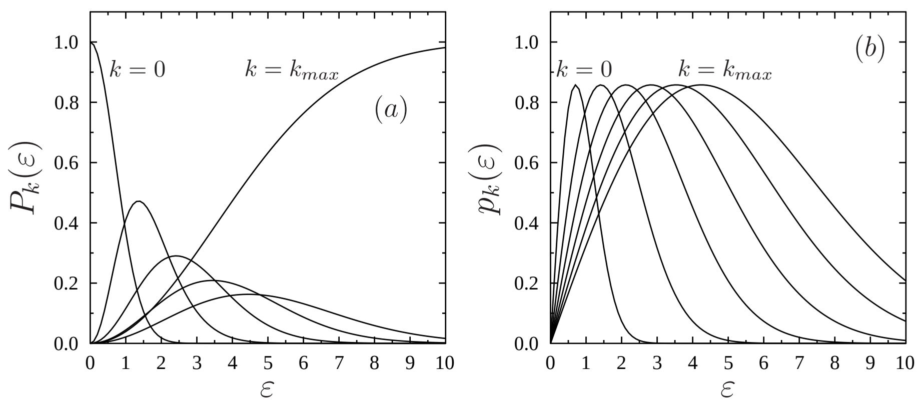
A továbbiakban a fejezet célja, hogy bemutassa a rendszer makroszkópikus válasza és a felsorolt mikroszkópikus jellemzők között fennálló kapcsolatot. Az előző pontban látható volt, hogy a konstitutív egyenlet alakját jelentősen befolyásolja a csúszási lehetőségek maximális száma és a szálak csúszási küszöbeinek rendezetlensége. A további elemzés kiindulópontját jelentsék a (5.3) egyenlet felírásához használt formulák. Ezekből kiindulva meghatározható annak a $P_k(\varepsilon)$ valószínűsége, hogy ε deformációnál egy tetszőlegesen kiválasztott szál éppen k-szor csúszott.

$$\begin{aligned}
P_0(\varepsilon) &= 1 - P(E\varepsilon), & k &= 0, \\
P_k(\varepsilon) &= P\left(\frac{E\varepsilon}{k}\right) - P\left(\frac{E\varepsilon}{k+1}\right), & 1 \le k &< k_{max}, \\
P_{k_{max}}(\varepsilon) &= P\left(\frac{E\varepsilon}{k_{max}}\right), & k &= k_{max}.
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Definiáljuk a $p_k^{k+1}(\varepsilon)$ valószínűségi-sűrűségfüggvényt úgy, hogy $p_k^{k+1}(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon$ annak valószínűségét adja, hogy egy k csúszást szenvedett szál $\mathrm{d}\varepsilon$ deformáció – növekmény hatására újra csúszni fog. A fenti egyenletek alapján $p_k^{k+1}(\varepsilon)$ a következő alakban adható meg

$$p_k^{k+1}(\varepsilon) = \frac{1}{k+1} p\left(\frac{\varepsilon}{k+1}\right), \quad 0 \le k < k_{max}. \tag{5.12}$$

Ha a külső terhelés olyan $\delta\sigma$ elemi terheléssel növekszik, hogy a rendszer



5.8. ábra. Az (5.11) és az (5.12) egyenleteknek megfelelő eloszlás (a) és sűrűségfüggvények (b) $k_{max} = 7$ és $m = 2$ paraméterválasztás mellett. Az (a) ábrán látható, hogy P_0 és P_{max} monoton csökkenő, illetve növekvő, míg a többi görbe maximummal rendelkezik.

i-edik, már k-szor csúszott eleme a $k+1$-edik csúszását is elszenvedi, akkor a szál elvesztése miatt a pillanatnyilag aktív szálakra eső terhelésnövekmény meghatározható az N szálat tartalmazó köteg $\sigma(\varepsilon)$ mechanikai válaszának

$$\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon - \frac{E}{N}\sum_{i=1}^{N} k_i \varepsilon_{th}^i \tag{5.13}$$

diszkrét alakja alapján. Feszültség – kontrollált esetben a σ külső terhelés csúszás közben állandó, így az elemi deformáció felírható, mint $\delta\varepsilon_k = \varepsilon_{th}^i/N = \varepsilon/(k_i N)$. A fentiekből következik, hogy a csúszás következtében előálló deformáció - növekmény hatására azok a szálak csúsznak meg, melyek csúszási küszöbe kisebb, mint $\delta\varepsilon_k$. Az (5.8) sűrűségfüggvények használatával az egy csúszás által kiváltott csúszások $a(\varepsilon)$ átlagos száma előáll, mint

$$a(\varepsilon) = N\sum_{k=0}^{k_{max}} \delta\varepsilon_k p_k^{k+1}(\varepsilon). \tag{5.14}$$

Behelyettesítve $\delta_k(\varepsilon)$ és $p_k^{k+1}(\varepsilon)$ kifejezéseit

$$a(\varepsilon) = \varepsilon \sum_{k=1}^{k_{max}} \frac{1}{k^2} p\left(\frac{E\varepsilon}{k}\right) \tag{5.15}$$

adódik. Fontos kiemelni, hogy $a(\varepsilon)$ definiálja az ε deformációnál a külső terhelés hatására megcsúszó egyetlen szál által közvetlenül kiváltott csúszások számát. A továbbiakban látni fogjuk, hogy az $a(\varepsilon)$ mennyiség segítségével közvetlen kapcsolat teremthető a makroszkópikus válasz és a mikroszkópikus dinamika között.

A bevezetett $a(\varepsilon)$ függvény segítségével a konstitutív egyenlet deriváltja felírható a

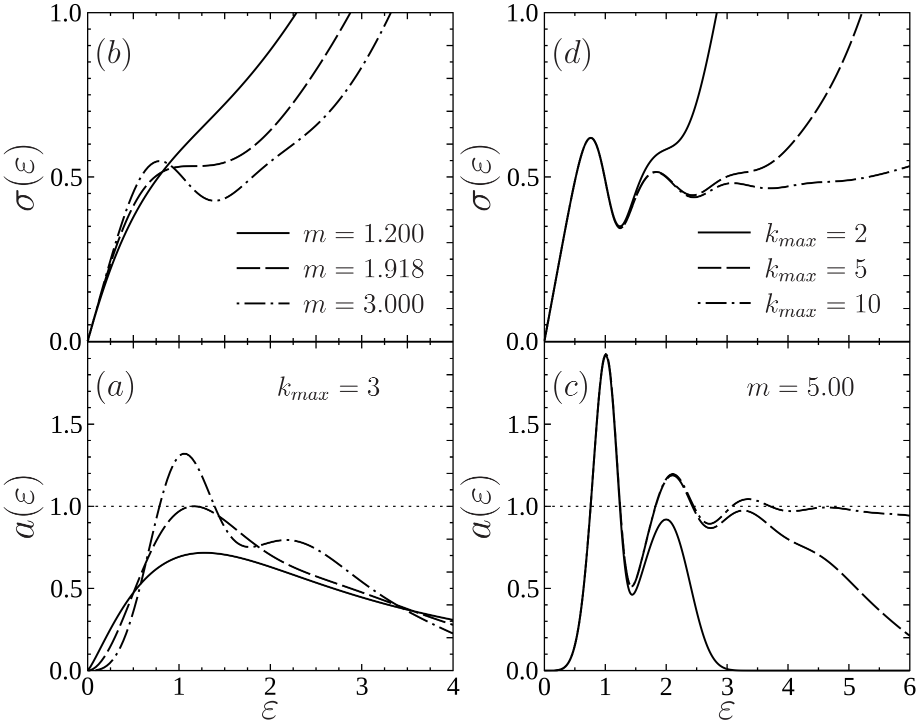
$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varepsilon} = E\left[1 - \varepsilon \sum_{k=1}^{k_{max}} \frac{1}{k^2} p\left(\frac{E\varepsilon}{k}\right)\right] = E\left[1 - a(\varepsilon)\right] \tag{5.16}$$

alakban, melyből látszik, hogy a konstitutív egyenletnek szélsőértéke van azon az ε helyen, ahol az $a(\varepsilon) = 1$ teljesül. Ebben a pontban egy kívülről előidézett csúszás átlagosan egy további csúszást vált ki.

Az $a(\varepsilon)$ függvény értékei alapján, felhasználva az (5.16) egyenletet, jellemezni lehet a $\sigma(\varepsilon)$ makroszkópikus válaszfüggvényt és ezzel párhuzamosan a csúszási lavinákról is fontos információk nyerhetők. A vizsgálataink azt mutatják, hogy a rendszer viselkedését erősen befolyásolja a k_{max} értéke és a csúszási küszöbök rendezetlenségének mértéke. A könnyebb értelmezhetőség miatt a további analízist Weibull – eloszlás használatára korlátozom, a rendszer rendezetlenségének mértékét pedig az m Weibull – paraméter változtatásával fogom kontrollálni. A cél a stick – slip mechanizmus által eredményezett makroszkópikus válasz és a mikroszkópikus dinamika jellemzése a $k_{max} - m$ paraméter síkon. Az $a(\varepsilon)$-re kapott (5.15) kifejezés összegében szereplő tagokat megvizsgálva látható, hogy minden $a_k(\varepsilon) = (\varepsilon/k^2)p(E\varepsilon/k)$ részösszeg rendelkezik lokális maximummal

$$\frac{\mathrm{d}a_k(\varepsilon)}{\mathrm{d}\varepsilon} = \frac{\mathrm{d}(\varepsilon/k^2)p(E\varepsilon/k)}{\mathrm{d}\varepsilon} = 0, \tag{5.17}$$

annál az ε_k^{kr} deformációnál, ahol $\varepsilon_k^{kr} p(E\varepsilon_k^{kr}/k) = -1$ fennáll. Az eltérő k indexű tagokhoz különböző ε_k^{kr} deformáció tartozik és igaz, hogy $\varepsilon_k^{kr} = k\varepsilon_1^{kr}$.



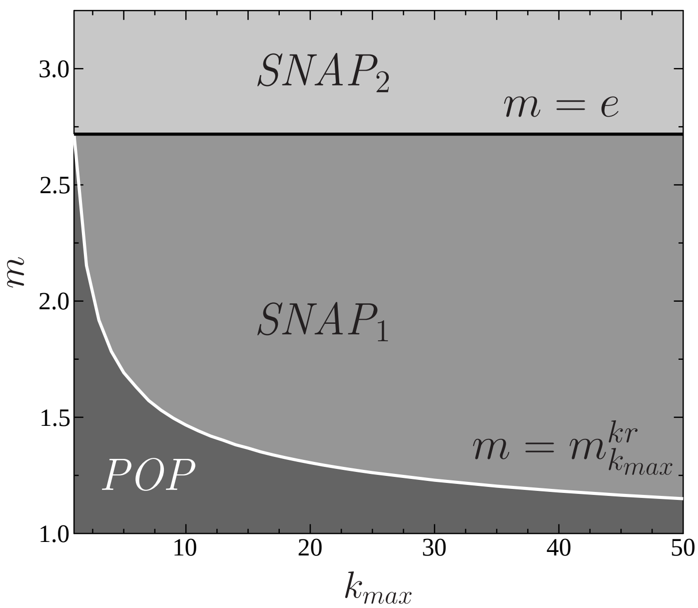
5.9. ábra. A $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbék (b, d) és az indukált csúszások $a(\varepsilon)$ száma (a, c) a fázissík vízszintes és függőleges metszetén. A függőleges metszeten rögzített $k_{max} = 3$ mellett m változtatásával (1. oszlop) látható, hogy a fázishatárgörbéhez közeledve az inflexiós pont először kezdetben nyeregponttá ($m_3^{kr} = 1.918$ és $a(\varepsilon) = 1$), majd nagyobb m értékre lokális maximummá válik. A vízszintes metszet alapján rögzített m mellett k_{max} növelésével egyre több lokális maximum jelenik meg, amelyek közül mindig az első a legnagyobb. Összevetve az $a(\varepsilon)$ és $\sigma(\varepsilon)$ görbéit látható, hogy ha $a(\varepsilon) < 1$ teljesül bármely ε-ra, akkor $\sigma(\varepsilon)$-nak egyetlen inflexiós pontja van. A konstitutív görbéknek akkor van több maximuma, ha $a(\varepsilon)$ az 1 érték alatt, illetve fölött oszcillál.

Ez a tulajdonság a fagyott rendezetlenség következménye, mint ahogyan a 5.8 ábrán látható, a sűrűségfüggvények „elkenődnek”, de maximumuk helye egyenletesen tolódik el k növekedésével. A maximumhelyekhez tartozó $a(\varepsilon_k^{kr})$ értékek is eltérőek, közöttük az $a(\varepsilon_k^{kr}) = a(\varepsilon_1^{kr})/k$ kapcsolat áll fenn. Az $a_k(\varepsilon)$ függvények átlapolásának következményeképpen általánosságban $a(\varepsilon)$ maximumai nem esnek egybe az $a_k(\varepsilon)$ függvények maximumaival. Visszatérve az általam használt Weibull - eloszláshoz a fenti analízis elvégzése után az $\varepsilon_k^{kr} = k\lambda$ és $a_k^{kr} = m/ke$ adódik, ahol e a természetes alapú logaritmus alapszáma. $k_{max} = 1$ esetén $a_1^{kr} = m/e$, amiből $m_1^{kr} = e$ következik, ahol az $a(\varepsilon)$ görbének globális maximuma és így a konstitutív görbének inflexiós pontja van. Az eredmény azt jelenti hogy, amennyiben a csúszási küszöbök Weibull - eloszlásának m értékét a m_1^{kr}-nél kisebbre választjuk mindig hasonló jellegű szigorúan monoton növekvő $\sigma(\varepsilon)$ görbéket kapunk, amelyekre korábban a 5.4/a ábra mutatott példát. Ha $m = m_1^{kr}$ választással élve a $\sigma(\varepsilon)$ görbének inflexiós pontja lesz, míg $m \leq m_1^{kr}$ esetén a konstitutív görbe lokális nagy maximummal fog rendelkezni.

A fenti analízis analitikusan csak $k_{max} = 1$ esetén hajtható végre, numerikusan azonban tetszőleges k_{max}-hoz meghatározható $m_{k_{max}}^{kr}$.

Az analitikus és numerikus számolások eredményeit a 5.10 ábrán látható fázisdiagram foglalja össze, amely a $k_{max} - m$ síkban mutatja be a szálköteg lehetséges makroszkópikus és mikroszkópikus viselkedési módjait. A fázisdiagram fehér görbéje az $m_{k_{max}}^{kr}$ függvényt reprezentálja. A görbe alatti, sötét színnel kitöltött terület a rendszer magas rendezetlenségű fázisa, mert itt az m Weibull - exponens kis értékeket vesz fel. Mivel ezen a tartományon mindig $a(\varepsilon) < 1$ teljesül, azaz $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\varepsilon > 0$, a $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbe monoton növekvő lesz. A [39] referencia terminológiáját követve, mivel a határgörbétől távol a rendszermérethez képest kis Δ méretű lavinák jelennek meg, az $m_{k_{max}}^{kr}$ fázisgörbe alatti nagy rendezetlenségű tartományt a rendszer *POP* fázisának nevezzük.

A 5.9/a és /b ábra folytonos vonala $k_{max} = 3$ és $m = 1.200$ esetén mutat példát a fázisbeli viselkedésre. A rendezetlenség minél inkább megközelíti a kritikus $m_3^{kr} \approx 1.918$ értéket, $a(\varepsilon)$ annál inkább közelít 1-hez, de azt csak a fázishatárgörbén éri el. A 5.10 ábrán az $m_{k_{max}}^{kr}$ fázis feletti tartományt (világosszürke színnel jelölt) alacsony rendezetlenségű tartománynak



5.10. ábra. A $k_{max} - m$ fázistér és fázisgörbéi. A fehér görbe a rendezetlenség generálta fázisátalakulás határgörbéje ($m = m^{kr}_{k_{max}}$). A POP fázis az erősen rendezetlen, míg a $SNAP$ fázis a kis rendezettségű tartomány.

nevezzük, mert itt az m exponens nagy értéket vesz fel. Ekkor az indukált csúszások $a(\varepsilon)$ száma átlépheti az 1-et ($a(\varepsilon) > 1$), ezért a $\sigma(\varepsilon)$ görbének szélsőértéke van. Analitikusan megmutatható, hogy tetszőlegesen megválasztott k_{max} esetén a makroszkópikus válaszfüggvénynek egyetlen maximuma lesz, ha $m^{kr}_{k_{max}} < m < e$, ahogyan ez a 5.9/a és /b ábrán pontvonallal jelölt görbe alapján látható. Feszültségkontrollált terhelés alatt a lokális maximum elérésekor a rendszerben egy makroszkópikus méretű lavina jön létre, amit a $\sigma(\varepsilon)$ görbén egy vízszintes ugrás jellemez. Az ugrás során a deformáció jelentős mértékben megnő, ezért a tartományt a rendszer $SNAP$ fázisának nevezzük. Az analitikus számolások egyik érdekes eredménye, hogy a $SNAP$ fázison belül, nagyon kis rendezetlenség esetén, ahol $m < e$ a konstitutív görbék egynél több, maximálisan k_{max} számú maximummal rendelkezhetnek. A 5.10 ábra fázisdiagramján az $m = e$ értéket egy vízszintes vonal jelöli. A maximumok számbeli különbsége miatta a továbbiakban ezen egyenes alatti fázist $SNAP_1$-nek, míg a felettit $SNAP_2$-nek nevezem.

5.6. Csúszási lavinák

A csúszási lavinák analitikus elemzéséhez a 3.1 fejezetben bemutatott egyszerű szálkötegre vonatkozó számolások jelentenek kiindulópontot. Az előző fejezet eredményeit felhasználva az alábbiakban analitikusan meghatározom a csúszási lavinák $P(\Delta)$ méreteloszlását, majd analitikusan elemzem a $P(\delta\sigma)$ és $P(\delta\varepsilon)$ eloszlásokat.
A hagyományos szálköteg modellek esetében, ahol $k_{max} = 1$, a szálak a csúszás után eltörnek és a terhelés - újraosztódás egyenletes, a mikroszkópikus viselkedést a feszültség – deformáció görbe kritikus pont körüli viselkedése határozza meg. Analitikusan megmutatták, hogy a $P(\Delta)$ lavinaméret - eloszlás felírható a következő zárt formában [39]

$$P(\Delta) \approx \frac{\mathrm{e}(\Delta)}{\sqrt{2\pi}\Delta^{3/2}} \int_0^{\varepsilon^{kr}} p(\varepsilon)\frac{1-a(\varepsilon)}{a(\varepsilon)}\exp(\Delta\,[a(\varepsilon)-\ln a(\varepsilon)])\mathrm{d}\varepsilon. \tag{5.18}$$

A korábbi jelöléssel élve $a(\varepsilon)$ itt is az egy szál csúszása áltak kiváltotta további csúszások számát jelöli. Az integrálás felső határa az ε^{kr} kritikus deformáció, amelynek elérésekor a rendszer azonnal összeomlik. Az integrál domináns járulékát az exponenciális tag kitevőjének maximuma körüli tartománya adja. A $\Phi = a(\varepsilon) - \ln a(\varepsilon)$ kitevőt a maximuma körül Taylor – sorba fejtve és kihasználva, hogy a maximum helyén $a = 1$, belátható, hogy a lavinaméreteloszlás hatványfüggvény viselkedést mutat [70, 75, 76]

$$P(\Delta) \sim \Delta^{-\tau}. \tag{5.19}$$

Analitikus eszközökkel igazolták, hogy egyenletes terhelés – újraosztódás esetén az exponens értéke $\tau = 5/2$, univerzális a törési küszöbök eloszlásanak széles skáláján.

A stick – slip dinamikával felruházott szálköteg modell esetében a $P(\Delta)$ lavinaméreteloszlás meghatározásának kulcskérdése az eloszlás $m^{kr}_{k_{max}}$ görbe menti aszimptotikus viselkedése. Amennyiben $k_{max} = 1$, a kritikus Weibull-exponens $m^{kr}_1 = e$, míg ha $k_{max} \to \infty$, akkor $m^{kr}_\infty \to 1$. A fázisgörbe mentén a lavinaméret - eloszlás aszimptotikáját a $\sigma(\varepsilon)$ inflexiós pontja körül keletkezett lavinák fogják meghatározni, mivel ebben a pontban egy kis $\delta\sigma$ terhelésnövekedés is nagyszámú szál megcsúszását eredményezheti. A (5.18) integrálformulát csúszási lavinákra is alkalmazhatjuk, de az ε^{kr}-t az inflexiós pont pozíciójával kell helyettesíteni. A fázisgörbén fennálló $P(\Delta)$ lavinaméreteloszlás τ exponensének analitikus meghatározásához szükség van $a(\varepsilon)$ és $\Psi(a(\varepsilon))$ sorfejtésére a görbe mentén. A [39] referencia jelölését követve, mivel az inflexiós pontban $a(\varepsilon)$-nek maximuma van a fázisgörbe mentén, az egyes sorfejtéseket a másod, illetve negyedrendű tagig kell folytatni

$$a(\varepsilon) \simeq 1 + C_1(\varepsilon - \varepsilon_m)^2, \tag{5.20}$$

$$\Psi(a) \simeq 1 + C_2(\varepsilon - \varepsilon_m)^4. \tag{5.21}$$

A (4.19) és (4.20)-as kifejezéseket behelyettesítve az általános (5.18) egyenletbe a $P(\Delta)$ lavina - méreteloszlás aszimptótikája hatványfüggvénynek adódik, de a kapott exponens kisebb lesz az egyszerű szálkötegmodell esetében tapasztaltnál $\tau = 9/4$. Ez a függvényalak és a $\tau = 9/4$ exponens az $m^{kr}_{k_{max}}$ fázisgörbe minden pontjában fennáll, így a rendszer univerzális jellemzője. Hasonló viselkedésről számol be [39] is, ahol eltérő mechanizmus vezetett hasonló konstitutív egyenlethez és kritikus exponenshez. Az $m^{kr}_{k_{max}}$ fázisgörbe alatti tartományban, azaz a nagy rendezetlenségű *POP* fázisban $\sigma(\varepsilon)$ monoton növekszik, $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\varepsilon > 0$ és $a(\varepsilon)$ mindig kisebb, mint 1 (lásd a 5.9 ábra (a) és (b) részábrája). Mivel a $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\varepsilon$ derivált mindig pozitív a $\sigma(\varepsilon)$ görbe alakja megegyezik az olyan egyszerű szálköteg viselkedésével, amely terhelését a kvadratikus maximum elérése előtt abbahagyták. Az ε_m inflexiós pont ekkor a terhelés befejezésének pontját jelöli. Felhasználva a fentieket, a (5.18) egyenlet a következő formát ölti

$$P(\Delta) \sim \Delta^{-\tau} \exp\left[\left[a(\varepsilon_m) - 1 - \ln a(\varepsilon_m)\right]\Delta\right], \tag{5.22}$$

ahol ε_m az inflexióspontthoz tartozó deformáció, valamint a τ exponens értéke 9/4.

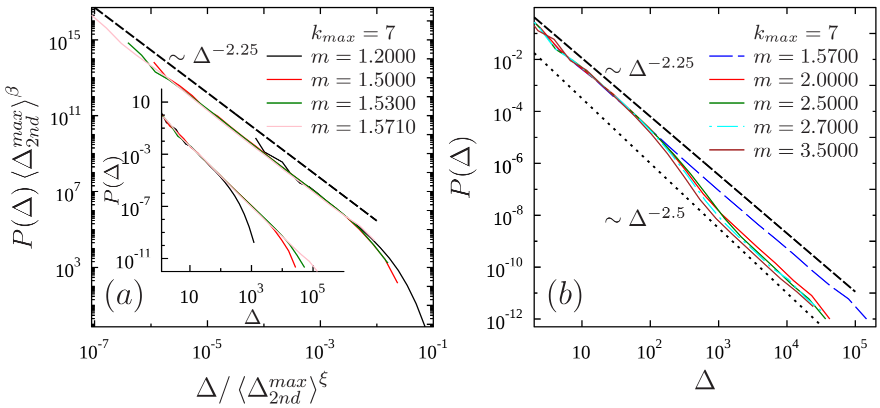
A fentiek szerint a *POP* fázisban $P(\Delta)$ is hatványfüggvény viselkedést mutat $\tau = 9/4$-es univerzális exponenssel. A továbbiakban az a kérdés, hogy mi történik a fázisdiagram többi részén? A fázistér kis rendezetlenségű $SNAP_1$ tartományában a $\sigma(\varepsilon)$ görbének lokális maximuma van a megjelenő plató mentén, $m_{k_{max}}^{kr} < m < e$ esetén a konstitutív görbének pontosan egy maximuma van, míg a nagyon kis rendezetlenségű $SNAP_2$ fázisban $(m > e)$ további maximumok jelennek meg (ez jelenik meg a 5.9/c ábra és /d részletében). Ebben a fázisban a lavinaméret eloszlást a $\sigma(\varepsilon)$ görbéjének az első – kvadratikus – maximuma határozza meg, mivel a többi maximum alacsonyabb mint az első, így az fog dominálni. Ennek következtében a (5.18) általános kifejezésben az egyszerű szálköteg gondolatmenetét lehet alkalmazni. Így mindkét *SNAP* fázisban hatványfüggvény viselkedést kapunk $\tau = 5/2$ exponenssel, exponenciális levágás nélkül.

Az analitikus számítások ellenőrzésére szimulációkat végeztem, ezek eredményei láthatók az 5.11/a ábrán. $k_{max} = 7$ megválasztása esetén a $m_7^{kr} \approx 1.5712$-re adódik. Az m_7^{kr} alatti *POP* fázisban a kitevőre $\tau = 2.25$, míg a $SNAP_{1,2}$ fázisban $\tau = 2.5$ adódik nagyon jó egyezést mutatva az analitikus számításokkal.

A *POP* és a *SNAP* fázis közötti átmenet megértéséhez (rögzített k törési szám esetén m Weibull-paraméter változása mellett) a lavinaméret - eloszlást megadó (5.22) formula további elemzése szükséges. A (5.22) összefüggés exponenciális tagjának kitevője azonos átalakításával

$$P(\Delta) \sim \Delta^{-\tau} \mathrm{e}^{-\Delta/\Delta_0}, \qquad (5.23)$$

alakra hozható, ami azt mutatja, hogy a *POP* fázison belül az eloszlás hatványfüggvény - jellegű szakaszát exponenciális levágás követi. A τ paraméter értéke itt is univerzálisan 9/4. Egyszerű Taylor - sorfejtéssel belátható, hogy a Δ_0 karakterisztikus lavinaméret szintén hatványfüggvény divergenciát mu-



5.11. ábra. (a) A lavinaméret - eloszlás *POP* fázisban megjelenő eloszlásfüggvényei ($m \leq m_7^{kr}$, $k_{max} = 7$). Megfigyelhető a görbék nagyon jó minőségű összeskálázódása. (b) A *POP* és a *SNAP* fázis lavinaméret - eloszlás függvényei. A számítógépes szimulációkból származó eredmények tökéletesen illeszkednek analitikus értékekhez.

tat, amint az m paraméter értéke megközelíti a fázishatárt

$$\Delta_0 \sim (m_{k_{max}}^{kr} - m)^{-\nu}. \tag{5.24}$$

A *POP* – *SNAP* fázisok közötti átmenetet a 5.11/a ábra szemlélteti, rögzített $k_{max} = 7$ maximális törési szám és változó m Weibull – exponens mellett. Jól megfigyelhető, hogy a kritikus m átlépése a hatványfüggvény – viselkedés megváltozásával jár.

Az egzakt megoldást $k_{max} = 1$ esetére adtam meg, ahol a ν kritikus exponens értéke 2-nek adódott. $k_{max} > 1$-re számítógépes szimulációkkal ellenőriztem a hatványfüggvény divergencia teljesülését, ahol a ν értéke univerzálisnak adódott. Az analitikus és numerikus számolások során élni kellett azzal a feltételezéssel, hogy a karakterisztikus lavinaméret és a legnagyobb lavinák átlaga egyenesen arányos egymással, azaz $\Delta_0 \sim \langle\Delta^{max}\rangle$ teljesül. Az 5.12/a ábra azt illusztrálja, hogy a rendezetlenséggel közelítve a *POP* fázisból az $m_{k_{max}}^{kr}$ fázishatárhoz $\langle\Delta^{max}\rangle$ erős divergenciát mutat. Az 5.12/b ábra az előző adatsort ábrázolja a kritikus m_7^{kr} értéktől való távolság függvényében, melyből a hatványfüggvény viselkedés jól megfigyelhető. A kapott $\nu = 2.05 \pm 0.05$ érték kiváló egyezést mutat az analitikus formulából nyert megoldással.

A bemutatott analitikus és numerikus számolások eredményeként megállapítható, hogy a rendezetlenség mértékének változtatásával a stick – slip mechanizmussal felruházott szálköteg a POP és a $SNAP$ fázis határán egy úgynevezett rendezetlenség kiváltotta fázisátalakuláson megy keresztül. A POP fázist a rendszerérethez képest kicsi (kevés elemű) csúszási lavinák jellemzik, közeledve a fázishatárhoz, a karakterisztikus lavinaméret hatványfüggvény divergenciát mutat. Az $m_{k_{max}}^{kr}$ határgörbe mentén a lavinaméreteloszlás exponense megegyezik a POP fázisban tapasztalttal. Átlépve a $SNAP$ fázisba, a lavinaméret akár a rendszerméretet is elérheti, a karakterisztikus lavinaméret végtelennek tekinthető. A $SNAP$ fázisban a lavinák szintén hatványfüggvény - eloszlással jellemezhetők, de az exponens nagyobb a POP fázisénál.

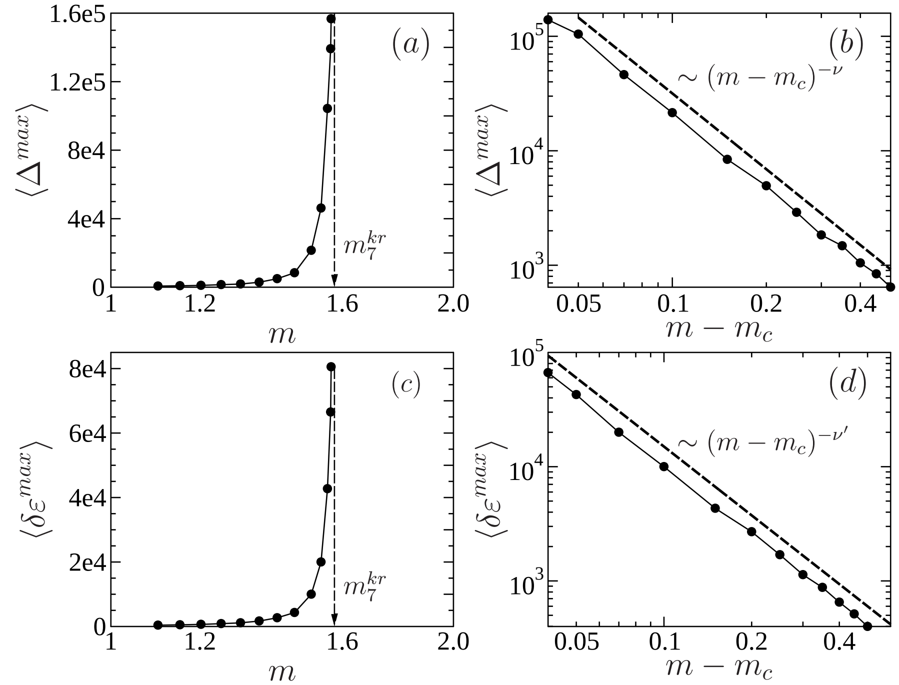
Bár a lavinaméret – eloszlások fázisról – fázisra eltérnek egymástól, az elvégzett szimulációk azt mutatják, hogy az elemi csúszási hosszak $P(\delta\varepsilon)$ és az elemi terhelésnövekmények $P(\delta\sigma)$ eloszlása hatványfüggvény jellegű, amelyek exponense megegyezik a POP és a $SNAP$ fázisban. A Δ méretű lavinák hatására a rendszer deformációjának $\delta\varepsilon$ megváltozása felírható

$$\delta\varepsilon = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{\Delta}\varepsilon_{th}^{\Delta} = \frac{1}{N}(\varepsilon_{th}^{i_1} + \varepsilon_{th}^{2_1} \dots \varepsilon_{th}^{i_\Delta}) \tag{5.25}$$

alakban, ahol ε_{th}^{j} a lavinában megcsúszott szál csúszási küszöbét jelöli. Az 5.13/a ábrán ezen $\delta\varepsilon$ növekmények eloszlása látható. Megfigyelhető, hogy a $P(\delta\varepsilon)$ paraméter választástól függetlenül univerzális hatványfüggvény viselkedést mutat

$$P(\delta\varepsilon) \sim \delta\varepsilon^{-\phi}, \tag{5.26}$$

ahol $\phi = 2.25 \pm 0.05$. Hasonlóan a POP fázis lavináihoz szintén lehetséges karakterisztikus elemi deformáció definiálása, mint a legnagyobb csúszott hosszak átlaga $\langle\delta\varepsilon^{max}\rangle$. A szimulációk azt mutatják, hogy ez az érték épp-

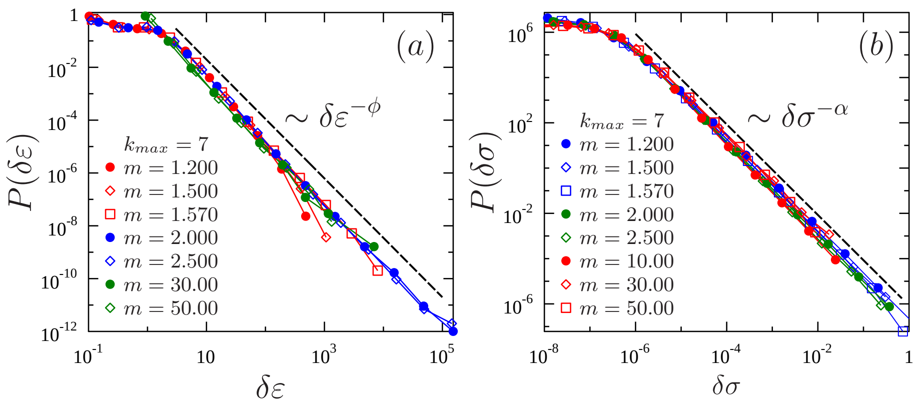


5.12. ábra. A legnagyobb lavinák $\langle \Delta^{max} \rangle$ átlagos mérete (a) és a leghosszabb elemi csúszások $\langle \delta\varepsilon^{max} \rangle$ (c) a rendezetlenséget jellemző m Weibull - exponens függvényeként (m) a POP fázisban. Látható, hogy a kritikus ponttól való távolság függvényében mindkettő hatványfüggvény viselkedést mutat $\nu = 2$ és $\nu' = 2$ exponensek mellett.

úgy érzékeny a $\sigma(\varepsilon)$ görbe alakjára, mint ahogyan $\langle \Delta^{max} \rangle$. Az 5.12/c és /d ábráján látható, hogy közelítve $m_{k_{max}}^{kr}$-hoz $\langle \delta\varepsilon^{max} \rangle$ értéke divergál. A kapott $\nu' = 2$ kritikus exponens megegyezik a karakterisztikus lavinaméret ν exponensének értékével.

A 5.13/b ábrán látható elemi terhelésnövekmények eloszlása szintén paraméterválasztástól független hatványfüggvény viselkedést jelez

$$P(\delta\sigma) \sim \delta\sigma^{-\alpha}, \tag{5.27}$$



5.13. ábra. A $\delta\varepsilon$ csúszott hosszak (a) és a $\delta\sigma$ terhelésnövekmények valószínűségi eloszlásfüggvényei $k_{max} = 7$ rögzítése mellett. Mindkét esetben hatványfüggvényeloszlás figyelhető meg ($\phi = 2.25$ és $\alpha = 2$) függetlenül a fázistérben elfoglalt helytől.

ahol az exponens $\alpha = 2$. A $P(\delta\sigma)$ eloszlás univerzális viselkedésének oka, hogy aszimptótikáját a terhelési folyamat kezdete határozza meg, mert ekkor „nagy” $\delta\sigma$ terhelésnövekmény szükséges a lavinák beindításához, ez azt jelenti, hogy kis deformációknál a konstitutív görbe alakja nem érzékeny k_{max} és m változására.

5.7. Összfoglalás: stick – slip mechanizmus a szálköteg modellben

A fejezetben olyan rendezetlen rendszerek vizsgálatával foglalkoztam, ahol a viselkedés mikromechanikai alapját a stick – slip dinamika jelenti. A természetben ez a viselkedés számtalan formában jelenik meg, közös jellemzőjük, hogy a károsodást a rendszerben tárolt hossz felszabadításával kerülik el. A viselkedést a szálkötegmodel keretein belül vizsgáltam a klasszikus modell kiterjesztése segítségével. A modellkonstrukció újszerű eleme, hogy az egyedi elemek a többszöri csúszás lehetőségével rendelkeznek: amennyiben a terhelés túllépi az egyedi szálra jellemző küszöböt – maximálisan k_{max} alkalommal – újabb csúszási lehetőséget kap és így ismét a rendszer aktív elemeként viselkedik. A k_{max} csúszást szenvedett elemek egyrészt felkeményedhetnek és így a továbbiakban végtelen teherbírású szálként viselkednek, másrészt eltörhetnek, azaz kikerülhetnek a rendszerből.

A vizsgált rendszer átlagtér közelítésben vett lehetséges mechanikai válaszaiból kiderült, hogy csúszási küszöbök mind állandó, mind változó rendezetlensége mellett a viselkedést a k_{max} maximális csúszási szám és a rendszer rendezetlenségét leíró m Weibull – paraméter határozza meg. A maximális csúszási szám kellően nagy értéke esetén a rendszerben a plasztikus deformációra jellemző tartomány – plató – jelenik meg, mely a szálak kollektív viselkedésére utal. A plató tartományt követheti felkeményedő, illetve lágyuló szakasz, az egyedi szálak végső válaszának függvényében. A plasztikus tartomány elérése után a terhelés megszüntetése mindig maradó deformációt eredményez, mely nagysága monoton növekszik az elért legnagyobb deformáció függvényében. A rendszer rugalmassági – modulusza állandónak bizonyul felkeményedő szálak esetén, viszont a szálak kilágyulása esetén a maximális deformáció monoton csökkenő függvénye lesz.
Analitikus számítások és a megerősítésükre használt Monte Carlo szimulációk eredményei azt mutatják, hogy a makroszkópikus válaszok hátterében a mikroszkópikus lavinák megjelenése áll. Ezen lavinák makro - szintű hatása érvénytesül a konstitutív görbék lépcsős szerkezetében is. A lavinák méretét hatványfüggvény jellegű eloszlás jellemzi, csakúgy mint az elemi feszültség és deformációugrásokat.
A konstitutiv görbéknek két jól elkülönthető csoportja figyelhető meg, melyekhez egyedi lavinaméreteloszlás – exponensek kapcsolódnak. Nagy rendezetlenség és alacsony csúszási szám rövid lavinák megjelenéséhez, míg kis rendezetlenség és nagy csúszási szám nagy – makroszkópikus – lavinák megjelenéséhez vezet. A két fázis között az átmenet megfelel egy folytonos fázis-

átalakulásnak, a csúszási lavinák, az elemi deformáció és feszültségugrások divergenciát mutatnak a kritikus ponttól mért távolság függvényeként. Megadhatóvá vált a fázisgörbe analitikus alakja, a kapott alakot a számítógépes szimulációk is megerősítették.

A fejezethez kapcsolódó publikációk:

- Z. Halász and F. Kun, *Fiber Bundle model with stick-slip dynamics*, Physical Review E **80**, 7102 (2009).
- Z. Halász and F. Kun, *Slip avalanches in a fiber bundle model*, Europhysics Letters **89**, 6008 (2010).
- Z. Halász and F. Kun, *Fiber Bundle model with stick-slip dynamics*, 3rd International Conference on Multiscale Materials Modelling, Freiburg, Germany (2006).
- F. Kun, Z. Halász and Zs. Danku, *Slip avalanches in a fiber bundle model*,
  5th International Conference on Multiscale Materials Modelling, Freiburg, Germany (2010).

Mikor tehát napvilágra jönnek,
... annál inkább siettetik
végzetüket, hogy ne legyenek.

Szent Ágoston

6. fejezet

Szubkritikus terhelés okozta törés

Az előző fejezet eredményei akár azt is sugallhatják, hogy a teherbírásnál σ^{kr}-nál kisebb terhelés hatására az anyag károsodik ugyan, de tönkremenetel nem következik be. A korai – sokkal inkább véletlenszerű, mintsem szisztematikus megfigyelésekből származó – tapasztalatok, majd később mérésekből levont következtetések azonban azt mutatták, hogy legyen bármilyen csekély is a terhelés, a szerkezetek véges idő alatt tönkremennek. Egy nemzetközi együttműködés keretében a Helsinki Műszaki Egyetemen kísérleteket végeztem heterogén anyagok állandó nagyságú szubkritikus terhelés alatt bekövetkező törésének vizsgálatára. A kísérleti eredmények megértésére a szálköteg modell egy módosítását javasoltam, amely inhomogén feszültségtér jelenlétében a szálakat felruházza a károsodástűrés képességével: Amennyiben a külső terhelés hatására a szálban felhalmozódott károsodás meghaladja az elem által elviselhető mértéket eltörik, még akkor is, ha a rajta nyugvó terhelés nem haladja meg a szál statikus teherbíró – képességét. A kiterjesztés segítségével lehetségessé válik a szálköteg modell használata időfüggő törési folyamatok vizsgálatára. Ezen fejezet keretében a kúszó törés vizsgálata során elért kísérleti és elméleti eredményeimet ismertetem.

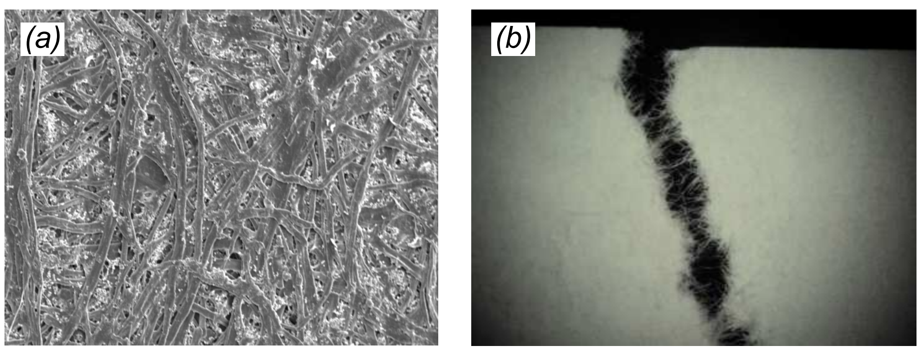
6.1. Kúszó törés kísérleti vizsgálata

A szubkritikus terhelés okozta tönkremenetel az anyagtudomány számára hosszú ideje komoly kihívást jelentett és jelent napjainkban is. Számos megmagyarázhatatlan katasztrófának kellett bekövetkeznie, míg az első szisztematikus vizsgálatokra sor került (1837: Szállítószalag-lánc szakadás a Clausthal-i szénbányákban (az első publikáció fáradásos törésről) [79], 1842: Vasúti tengelytörés Versailles-ben [80], 1843: Mozdonyok dugattyúinak törése [81].) Az 1860-as években Sir William Fairbairn és August Wöhler [82] ellenőrzött kísérleteket végzett a terhelés amplitúdója és az életidő közötti kapcsolat meghatározására; munkájuk eredményeképpen készültek az első élettartam számításra valóban használható segédletek (Wöhler-görbe). Wöhler méréseinek felhasználásával 1910-ben Basquin [83] írta fel a később róla elnevezett törvényt, mely hatványfüggvény kapcsolatot állapít meg a struktúra terhelése és életideje között. Az első nem kísérleteken nyugvó elmélet Palmgreen és Miner [84] nevéhez kötődik, mely szerint az elszenvedett károsodás egyenesen arányos a szerkezetet terhelő feszültséggel (lineáris károsodás - halmozódás elmélet).
A szálas szerkeztű kompozitok és a mátrixanyagok megjelenésével az anyagtulajdonságok vizsgálata a mikroszkópikus anyagjellemzők felé fordult. Míg az acél homogenitása miatt a mikroszkópikus struktúrát el lehetett hanyagolni, addig a kompozitok kedvező tulajdonságai éppen a mikroszkópikus inhomogenitásban rejlenek. Ezáltal az anyagtudomány fogalomkörébe bekerült az inhomogenitás és a rendezetlenség fogalma; míg az anyagvizsgálatok közé bekerültek az inhomogenitás mérésére szolgáló vizsgálatok: többek között a különböző emissziós mérések (törési - zaj, Barkhausen - zaj) és a töretet vizsgáló fraktográfia.
A következő alfejezetekben egy sok tekintetben hétköznapi, mégis nagyon komplex anyagra koncentrálva mutatom be a szubkritikus törés vizsgálatára szolgáló eljárásokat és a saját méréseimből származó eredményeket.

6.2. A papír

A papír ideális alanyul szolgál a rendezetlen anyagokkal folytatott vizsgálatoknak [85]. A cellulózszálak szövedéke majdnem tökéletes kétdimenziós rendszernek tekinthető – a szabványos fénymásolópapír ív vastagsága $0.05 - 0.18$ mm között változhat, amely csupán $8 - 10$ szálréteget jelent. A szálas szerkezetű kompozitokkal ellentétben a szálak orientációja véletlenszerű, bár a papírgyártás művelete egyfajta rendezetséget is visz a rendszerbe. Egy papírívre tekintve a gyártás iránya (*Machine Direction – MD*) és a rá merőleges irány a keresztirány (*Cross Direction – CD*) jól megkülönböztethető (lásd 6.1/a ábra).

Régebben a papírgyártáshoz tisztán természetes anyagot (fát, nádat) hasz-



6.1. ábra. (a) A kísérletekben felhasznált $80g/m^2$ tömegű fénymásolópapír szálszerkezete. Látható, hogy a szálak többsége a gyártás irányába fordul.(b) A szakítási kísérlet „végeredménye" [119] nyomán. Látható, hogy a papír szakadása/törése nem más, mint a szálszerkezet szétcsúszása.

náltak, míg napjainkban az újrafelhasznált papír, a szövetek és a mesterséges cellulózszálak mind nagyobb szerephez jutnak. Az újrafelhasználás növekvő aránya ellenére a papír anyagának legfontosabb összetevőjét még mindig a természetes cellulózszálak jelentik. A szál önmagában is erősen strukturált, össztömegének kb. 80%-át egy rostos réteg képezi, mely egyfajta gyűrűként körbeöleli a tápanyagszállításért felelős belső magot. A gyártás során a kül-

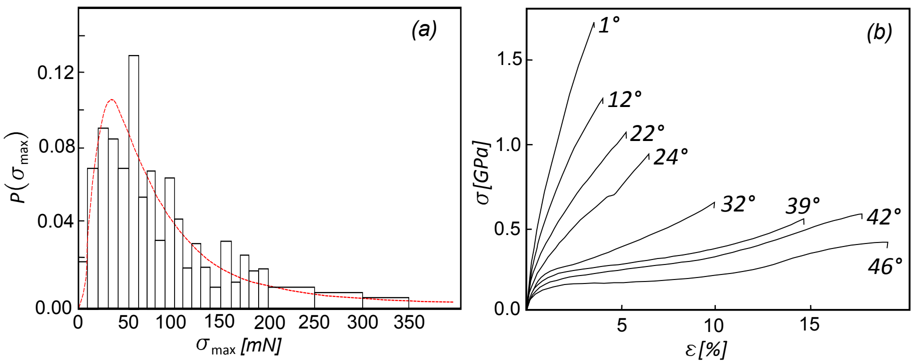
ső réteg rostjainak összefonódása, illetve a rostok közötti hidrogénkötések kialakulása teszi lehetővé papírívek előállítását. A késztermék mechanikai tulajdonságai jelentős részben az alapanyag minőségétől függenek, azonban a gyártástechnológia és a papír esetében rendkívül fontos környezeti tényezők hatását sem szabad figyelmen kívül hagyni.
Míg a cellulózszál rideg, addig a nagy nedvességtartalmú beágyazó közeg és a szálak közötti kémiai kötések a struktúrát viszkoelasztikus tulajdonságokkal ruházzák fel. A „majdnem – tökéletesség” csupán a felhasználás következménye: A természetes cellulózszálak nedvességtartalma rendkívül nagy szórást mutat, ami részben a késztermékben is megmarad, mivel a papír irodai felhasználása nem követel meg szűk gyártási határokat.

6.2.1. Klasszikus mérések

A papírral végzett kísérletek hosszú múltra tekintenek vissza. Kezdetben a motivációt maga a papír anyaga jelentette: A cél papírgyártáshoz, a felhasználáshoz (például: csomagolóanyagok) és végül az újrafelhasználás gépi műveleteihez szükséges mechanikai jellemzők meghatározása volt. A szálas szerkezetű kompozitok megjelenésével azonban a megszerzett ismeretek fontossága hirtelen felértékelődött, a vizsgálatok célja nemcsak a papír megismerése lett, hanem az eredmények kiindulásul szolgálnak más, hasonló szerkezetű anyagok megértéséhez is.

Időfüggetlen vizsgálatok. A papír vizsgálata évszázados múltra tekint vissza. A kezdő lépéseket a múlt évszázad ’20-as éveiben O’Neil és Rühlmann tette meg, de a statisztikailag szignifikáns vizsgálatok csak az elmúlt évszázad közepén, az igazán nagy volumenű tömegtermelés megindulásával kezdődtek el. Tapasztalatok azt mutatták, hogy a papírgyártás során a szálakat érő erőhatások a cellulózszálakban mechanikai sérüléseket okoznak, a szálak megcsavarodhatnak, könyökök és törések alakulhatnak ki, valamint a mechanikai terhelés hatására a nedvességtartalom is jelentősen csökkenhet [86, 87].

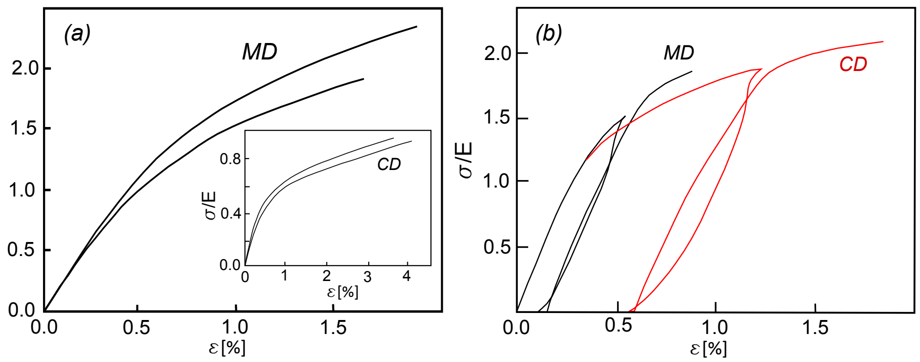
A gyártás végeredményeképpen, az eredetileg többé – kevésbé homogén tu-



6.2. ábra. (a) Szakítószilárdság – eloszlás fehérített nyugati Bürök szálaiban. A diagramra illesztett piros görbe a Weibull – eloszlás sűrűségfüggvénye. (b) A gyártás irányával bezárt szög hatása feketefenyő szálak szakító - diagramjára. Látható, hogy MD irányban a viselkedés közel lineárisan rugalmas, azonban a szög növekedése a szálat „lágyabbá", képlékennyé teszi [88].

lajdonságú cellulóz erősen inhomogén mikroszerkezetű struktúrává válik. A 6.2/a ábra nyugati Bürök szálak szakítószilárdság – eloszlását mutatja [89]. A mérések adatai hagyományos szakítóvizsgálatokból származnak, a szálorientáció figyelembevétele mellett. Az adatokra illesztett görbe a Weibull – eloszlás (lásd 3.2) valószínűségi sűrűségfüggvénye. Hasonló vizsgálatok szintén Weibull – jellegű szakítószilárdság – eloszlást mutattak, azonban az m Weibull exponens szélsőséges ingadozása mellett. A gyártási folyamat során beálló orientáció az egyedi szálak mechanikai tulajdonságait – köztük a Young – moduluszt – jelentősen befolyásolja. Az MD irányú szálak hibasűrűsége csekély, a viselkedés szinte tökéletesen lineáris, míg a CD beállítottság esetén a szál nagyobb mérvű károsodása miatt plasztikusabb viselkedés és kisebb rugalmassági modulusz tapasztalható. Hibamentes szálon végzett kísérletek tökéletesen lineáris viselkedést mutattak [90, 91]. A

nem hibamentes szálak vizsgálata az anyagban megjelent szálhibák fontosságára mutat rá: A gyártás során az anyagba került hajlatok és könyökök nem mások, mint mikrokompressziók, melyekben tárolt hossz kiszabadulása lehetővé teszi a szálak átrendeződését és így a papír deformációját [120]. A 6.2/b ábra az eltőrő orientációjú szálak szakító – diagramjain keresztül mutatja be a szálhibák hatását. Míg azok a szálak melyek iránya alig tér el a gyártás irányától (az ábrán a szögérték mutatja a szál elfordulását az MD irányhoz képes) alapvetően lineárisan – rugalmas viselkedést mutatnak, míg a nagy szögeltérésű szálakban a gyártás nem távolítja el a mechanikai hibákat, így a mechanikai válasz a tárolt hossz felszabadulásával – és plasztikus plató megjelenésével – jár együtt. Az egyedi szál viselkedését, azaz a szál rugalmassági moduluszát az eddigieken túl jelentősen befolyásolja a levegő relatív nedvességtartalma, a nagyobb relatív légnedvességtartalom (a továbbiakban *Relative Humidity* – *RH*) lágyabb szálakat okoz, azonban a lineáris viselkedés megmarad. Éppen ezért a papírral végzett vizsgálatok során kiemelkedően fontos a környezeti feltételek pontos megtartása.
Papírívre alkalmazva a klasszikus időfüggetlen törésmechanika eszközeit meglepő eredmények születtek: Míg a rugalmassági modulusz mérése többé – kevésbé állandó értékeket eredményezett, addig az elasztikus – plasztikus határterhelés és a szakítószilárdság mérése során az eredmények rendkívül nagy szórását tapasztalták. A problémát a papírgyártás műszaki megvalósítása okozza: A kezdetben homogén alapanyag a gyártás végére rendkívül inhomogénné válik, azonban az inhomogenitás mértéke a vizsgált minta gyártásbeli pozíciójától függ. A mérések egyedül a Young - modulusz és a deformáció - terhelés görbék alakjának felvételére alkalmasak [92]. Az 6.3/a ábrán papír kváziszatatikus terhelés alatti szakítódiagramja látható. Megfigyelhető, hogy az MD irány viszonylag rövid és alapvetően lineáris, míg a CD irányultságú diagram hosszabb deformációt mutat sokkal plasztikusabb viselkedéssel.



6.3. ábra. (a) Fénymásolópapír szakítódiagramja. MD irányban terhelve a szál kevesebb hibát tartalmaz, ezért a ridegebb viselkedés. CD irányban terhelve a tárolt hosszak felszabadulnak, így plató jelenik meg, plasztikusabb viselkedést eredményezve. (b) Papírív ciklikus szakítóvizsgálata gyártási (MD) és a gyártási irányra merőleges orientációban (CD). Látható, hogy ciklikus terhelés esetén a görbe kezedeti meredeksége állandó, bár a struktúra maradó deformációt szenved. A maradó deformáció a strukturális átrendeződésnek, míg a lineárisan rugalmas viselkedés a szálak lineárisan – rugalmas terhelésfelvételének tulajdonítható.

Időfüggő vizsgálatok. A papírok minősítésére időfüggő vizsgálatokat nem használnak. Ennek kettős oka van: Egyrészt a mindennapi életben használt papírok nincsenek ilyen jellegű terhelésnek kitéve, másrészt a kúszás/fáradás folyamatát a nedvességtartalom túlzottan befolyásolja, így szinte lehetetlenné teszi szisztematikus vizsgálatok véghezvitelét. Célzott kutatások folytak a Basquin – görbe (a terhelés – életidő függvény) meghatározására, azonban ezek a mai napig sem vezettek eredményre, így a papíripar a klasszikus Zsurkov – egyenletet [58] használja a különböző minőségű papírok életidejének szabványosítására.

Az időfüggő viselkedés elemzése során két folyamatot szokás megkülönböztetni, a szálak belső károsodását és a szálak közötti kémiai kötések felbomlását. A törés kísérleti vizsgálata során mindkét folyamat hatása megfigyelhető, a szakirodalom alapján a domináns folyamatot a papír nedvességtartalma

határozza meg.
A papír kúszó viselkedésének kutatása háromféle vizsgálati módszert foglal magába: (1) Hagyományos kúszás (*Creep*) tesztek, melyek különböző terhelések, de állandó relatív páratartalom mellett vizsgálják az anyag viselkedését. (2) Páratartalom kúszás (*Moisture creep*) tesztek, melyek különböző páratartalom, de állandó relatív terhelés mellett vizsgálják az anyag viselkedését. (3) Gyorsított páratartalom kúszás (*Accelerated moisture creep*), ahol eltérő terhelés és folyamatosan növekvő páratartalom mellett végeznek méréseket.
Habár kimondottan a papírnál nem, a kompozitok vizsgálatában az időfüggő törési folyamatok fontos szerepet foglalnak el. A feladat, a szubkritikus terhelésnek kitett anyag deformációjának, illetve a deformáció sebességének meghatározása. A kúszás jelenségét a szakítóvizsgálatok határeseteként is lehet értelmezni, mikor is a terhelés növekedésének sebessége nulla.
Kutatómunkám keretében kizárólag (1)-es típusú mérésekkel foglalkoztam, ahol a papír kizárólag a vizsgálatok *eszközét* jelentette. A következőkben ismertetésre kerülő munkám célja heterogén anyagok creep viselkedésének jobb megértése volt a konkrét tesztanyag vizsgálatán keresztül.
A papír érdekes, de meglehetősen egzotikus vizsgálati módja a ciklikus terhelés (fatigue) esete. A 6.3/b ábrán látható, hogy a terhelési ciklusok felfutó ágának meredeksége, azaz a Young - modulusz közel állandó. Ez arra a jelenségre mutat rá, hogy a lineárisan – rugalmas szakaszt a szálak terhelés alatti lineáris válasza dominálja, míg a plasztikusság megjelenése nagyrészt az irreverzibilis szerkezeti átrendeződéshez köthető. Ugyanis amennyiben a plasztikusságot a szálak szakadása dominálná, a különböző terhelési ciklusokban eltérő rugalmassági- moduluszt kellene kapni.

Egy modern módszer: Akusztikus emisszió mérése. A statisztikus fizika nézőpontjából fontos szerepet játszanak a mikrostruktúrához, az anyag rendezetlenségéhez kötődő mennyiségek mérése. Nehézséget jelent azonban, hogy az anyagot a törési folyamat közben „in – vivo” kell vizsgálni, valamint a kinyert információk a teljes testből származnak, így a detektálás során nehézséget jelent a számos törési esemény párhuzamos követése és szétválasztása. Számtalan lehetőség áll rendelkezésre (hőkamerás képalkotás, 3D-s tomográfia, interferometria, Barkhausen – zaj mérés), azonban ezek egy része nem rendelkezik elegendő információ – mélységgel, nem alkalmazható minden anyagra vagy egyszerűen nem elég költséghatékony. A felmerülő lehetőségek közül a törés statisztikus vizsgálatában elterjedt az akusztikus emisszió, az úgynevetett „törési zaj” vizsgálata.

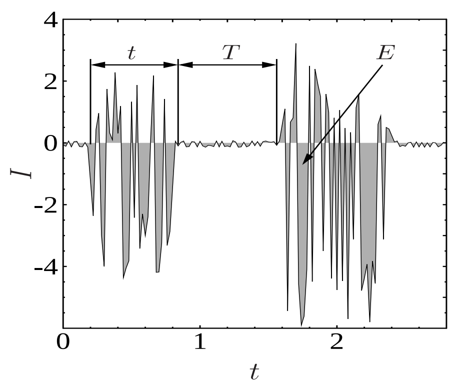
Papír szakadásakor az akusztikus emisszió forrása kettős: jelentős részben a felszabaduló rugalmas energia a szál törésekből származik, emellett az anyag belső súrlódása és a mikrodeformációk mozgása is ad járulékot. A tárgykörben az első méréseket Yamauchi [93] végezte abból a célból, hogy a szálak törése és a strukturális átalakulási jelenségeket elkülönítse.

A gyakorlatban a zajmérés nem más, mint piezoelektromos szenzor jeleinek elektromos jellé alakítása. Ez az „egyszerűség” okozza a mérési módszer korlátait is:

- A mért akusztikus zaj a gyakorlatban soha nem egy esemény eredménye, hanem vagy több egyidejű esemény, vagy egy esemény és az általa kiváltotta további események (lavinák) által generált jelcsomag.

- A mérőberendezés holtideje határozza meg azt az időtávolságot, amin kívül két egyedi jelet meg lehet időben különböztetni. A holtidőn belüli jelek egy lavinába tartozónak, és így tulajdonképpen egy eseménynek minősülnek. Emiatt két adat, származzon akár térben eltérő eseményekből, egy jelnek minősül.

- A felhasznált eszközök érzékenysége határozza meg a mérhető legkisebb energiájú esemény nagyságát, valamint az esemény energiájának nagyobbnak kell lennie, mint a környezet háttérzaja.



6.4. ábra. Zajmérésből származó spektrum részlete. A szürke színnel jelzett tartomány a kiértékelés szempontjából egy csúcsnak minősül. A csúcs t szélességét a zajcsomag első és utolsó csúcsa között eltelt idő, míg a T várakozási időt az utolsó értékelt zajcsomag vége és a következő zajcsomag eleje között eltelt idő definiálja.

Egy mérés során a spektrumból számos jellemző nyerhető ki. Az általam elvégzett vizsgálatok során a következő paramétereket kellett meghatározni, mely eredményeket részletesebben a 6.3.3 pontban mutatom be:

- T_i Várakozási idő : Két időben elkülöníthető zajcsomag között eltelt idő.
- t_i Csúcsszélesség : A zajcsomag időbeli kiterjedtsége.
- E_i Csúcsenergia : Egy jelcsomagban a jel négyzetének integrálja.

6.3. Saját mérések: Papírok szakítóvizsgálata

A szubkritikus törések vizsgálata standard fénymásolópapírok „in – plane” szakítóvizsgálatának különböző típusait foglalta magába. Egy nemzetközi együttműködés keretében 5 hónapot töltöttem el a Finnországi *Helsinki University of Technology*-n, ahol Mikko Alava csoportjában dolgozhattam. A kísérletek között szerepelt hagyományos szakítóvizsgálat, hagyományos kúszásvizsgálat és fárasztóvizsgálat. A fejezet keretében kizárólag a creep mérések eredményeit mutatom be.

6.3.1. Miért éppen a papír?

A finn papíripar az elmúlt másfél évszázadban rohamos fejlődésen ment keresztül. Már 1856-ban felmerült egy „papírgyár” megalapításának lehetősége Viipuri - ban. Bár a finn kormány pártolta az ötletet, a megvalósítás félbemaradt. Az első sikeres kezdeményezésre három évet kellett várni, mikor Kinteri-ben megalapult az első papírgyár, amit tucatnyi újabb követett. A fejlődés a mai napig kitart, csúcspontját 1998 decemberében a Stora–Enzo fúzióval érte el [94]. Az egyesülés következtében Európa legnagyobb és emellett a világ 2. legnagyobb papíripari konglomerátuma jött létre (fontos azonban megjegyezni, hogy a szűk világelitben 3 részben finn tulajdonú cég is megtalálható). 2008-ban a vállalat termelése mintegy 12.7 millió tonna fehér és 1.5 millió köbméter csomagolópapírt tett ki. Állami és magántőkéből finanszírozott papíripari kutatások Finnország öt egyetemén és papíripari kutatóközpontjában folynak. Bár a papírgyártás súlypontja mára a nagyüzemekre tevődött át, a finn kormány gondot fordít az ipari örökség fenntartására. Ennek a törekvésnek szép példája a Verlai papírgyár, mely ma papíripari múzeumként funkcionál (6.5 ábra).

A kísérletek tesztanyaga kereskedelmi forgalomban kapható 80 g/m^2 tömegű szabványos fénymásolópapír volt. Tapasztalatok azt mutatták, hogy a papír maximális teherbírása CD irányban körülbelül 1.5 ± 0.2kg/cm, így az elvégzett vizsgálatok során a terhelések elméleti felső határa ez az érték lett. Gyakorlatban azonban körülbelül a szakítószilárdság 80%-a bizonyult használhatónak, mivel ezen érték felé közelítve a mért értékek szórása rendkívül nagy lett, ami lehetetlenné tette a mérések reprodukálását. Ez utóbbi megfigyelés megfelelt a várakozásoknak (lásd előző paragrafus). A 80%-os terhelés creep tesztek esetén körülbelül 5 perces, 70%-os esetben 120 perces élettidőnek felel meg. A $\sigma_0/\sigma^{kr} = 0.70$ (70%) bizonyult a gyakorlati alsó korlátnak, mivel ez időn túl a stabil környezeti feltételek 23°C és 50% RH stabil biztosítása nem volt lehetséges a mérés teljes időtartamán.

6.5. ábra. Az 1872-ben alapított Verlai papírgyár. Az 1964-es bezárásáig folyamatosan működött, azóta papíripar-történeti múzeum. 1996 óta az UNESCO kultúrális világörökség része [95].

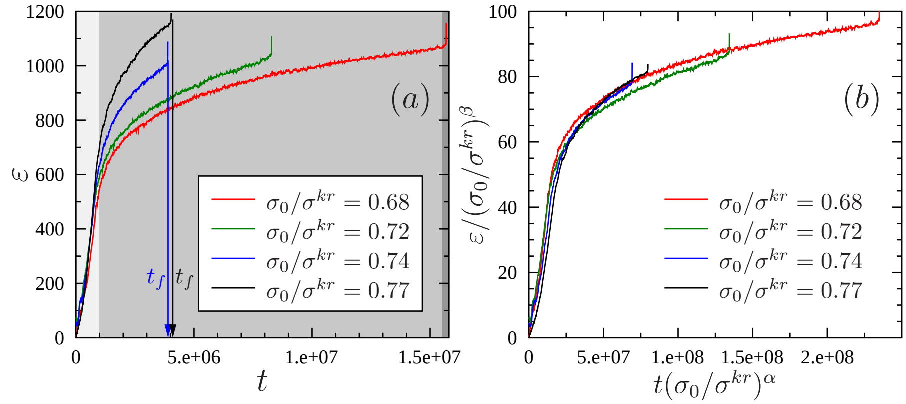
6.3.2. Makroszkópikus időfejlődés

A rendszer makroszkópikus időfejlődését creep diagramok felvételén keresztül követtem – ami az ε deformáció időfüggésének ábrázolását jelenti – a méréseket különböző σ_0 terhelések esetén elvégezve. A 6.6/a ábra különböző terheléseken végzett kúszási kísérletek eredményeit mutatja, míg a 6.6/b ábrán az ugyanezen terheléshez tartozó görbék láthatók összeskálázott formában.

Általánosságban elmondható, hogy a 6.6/a ábrán jól megfigyelhetőek a kúszó törésekre értelmezett – anyagi minőségtől független – tartományok. A terhelésre kezdetben az anyagok nagy és kvázi lineáris deformációval válaszolnak, ez az elsődleges kúszás (*primary creep*) világosszürke tartománya. Az „elhajlási"-pont (*yield point*) elérése után a viselkedés gyökeresen megváltozik. Ekkor relatíve kis deformációhoz is hosszú idő eltelte szükséges, ez az övezet a károsodás–halmozódás tartománya, a szakirodalomban másodlagos (*secondary*)–creep tartományként említik (az ábrán középszürke színnel jelölve). Az életidő végét ismét a rövid idő alatti nagy – a törésig tartó –

deformáció jellemzi, mely neve harmadlagos (*tertiary*)-creep (sötétszürke).

Specifikusan megfigyelhető a papírral végzett mérések sajátossága, az élet-



6.6. ábra. (a) 3 cm széles fénymásolópapír különböző terhelésekhez tartozó kúszási diagramjai. (b) Az (a) ábrán feltüntetett görbék alakja a skálázás után. A skálaexponensek $\alpha = 2.25$, illetve $\beta = 2.0$.

idő nagymérvű ingadozása: A $\sigma_0/\sigma^{kr} = 0.77$ terheléshez tartozó görbe (fekete) hosszabb életidőt jelez, mint a kisebb terhelésű görbe (kék). A terhelés nagyságának hatása a másodlagos creep - szakasz mentén jelenik csak meg. A harmadlagos creep szakasz szokatlanul rövid lefutású, azaz a lassan növekvő második szakaszbeli deformációt robbanásszerűen követi a végső törés. A σ^{kr}-hez közeli terhelések esetén a folyamat annyira felgyorsult, hogy a másodlagos tartomány gyakorlatilag elveszik. Fontos kérdés annak tisztázása, hogy a különböző terheléseken felvett deformáció – idő diagramok hogyan viszonyulnak egymáshoz. A 6.6/b ábra mutatja, hogy mind a t idő, mind az ε deformáció tengelyek a σ_0/σ^{kr} megfelelő hatványkitevőjével való skálázása a kúszási görbék nagyon jó minőségű egymásra eséséhez vezet. A skálatörvény az

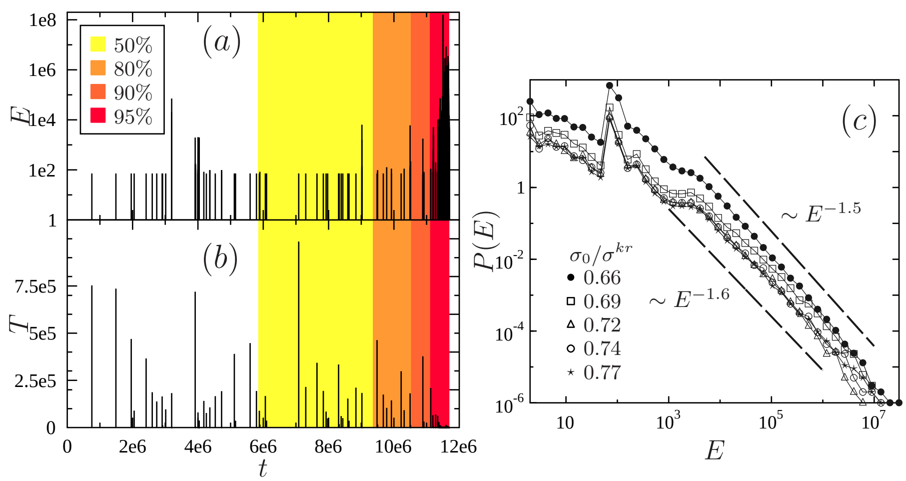
$$\varepsilon(t) = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma^{kr}}\right)^\beta \cdot \hat{\varepsilon}\left[t/\left(\frac{\sigma^{kr}}{\sigma_0}\right)^\alpha\right] \qquad (6.1)$$

alakot veszi fel, ahol az $\alpha = 2.25 \pm 0.07$ és $\beta = 2.0 \pm 0.08$ exponenseket használtam, míg $\hat{\varepsilon}$ jelöli a deformáció – idő görbék skálafüggvényét. A jó minőségű skálázódás azt jelzi, hogy a papír creep válaszát az univerzális $\hat{\varepsilon}$ skálafüggvénnyel jellemezhetjük. A $(\sigma^{kr}/\sigma_0)^{-\alpha}$ kifejezés a rendszer karakterisztikus időskálájának terhelés - függését adja meg.

6.3.3. A repedési zaj mérése

A creep – diagramok felvételével párhuzamosan rögzítettem a törési folyamat közben kibocsátott akusztikus jeleket, a mért spektrumokra példát $\sigma_0/\sigma^{kr} = 0.66$ nagyságú terhelés esetén a 6.7/a és /b ábra mutat. A mintavételezés 312kHz-es frekvencián történt, amely lehetővé tette az akusztikus csúcsok jelentős részének időbeli elkülönítését. Problémát okozott viszont a kis energiájú csúcsok elkülönítése a háttérzajtól. A háttér kiszűrésére felhasznált levágási szint csökkentése jelentősen megnöveli a detektált jelek számát, de ugyanakkor a jel/zaj – arány növekedése az eredmények minőségi javulását nem eredményezi; míg a szint növelése a csúcsok számának drasztikus csökkenését és így jelentős információ – veszteséget okoz. Tapasztalatok alapján valószínűsíthető, hogy az egyetlen csúcsot tartalmazó jelek a szerkezeti átrendeződés okozta folyamatok eredményei, ezt támasztja alá, hogy általában a másodlagos creep szakasz mentén jelennek meg és a levágási szintnek köszönhetően egyforma értéket mutatnak. Ez a jelenség okozza a 6.7/a ábra fehér és világosszürke tartományán látható egyforma nagyságú jeleket. A nagyobb energiájú jelek pedig az anyagban megjelenő törésekhez – praktikusan a cellulózszálak töréseihez – köthetőek és így több nagyságrenddel nagyobb energiát hordoznak. Hangsúlyozni kell azonban, hogy ezt a szemléletet csupán számtalan – nem kizárólag kúszásvizsgálat során – elvégzett mérés sugallja, a jelek forrásainak egzakt szétválasztása gyakorlatilag nem lehetséges!

Az akusztikus E_i zaj kvantitatív jellemzéséhez meghatároztam a jelcsomagok energiáját, mint a jelfeszültség négyzetének integrálját a jel időtarta-



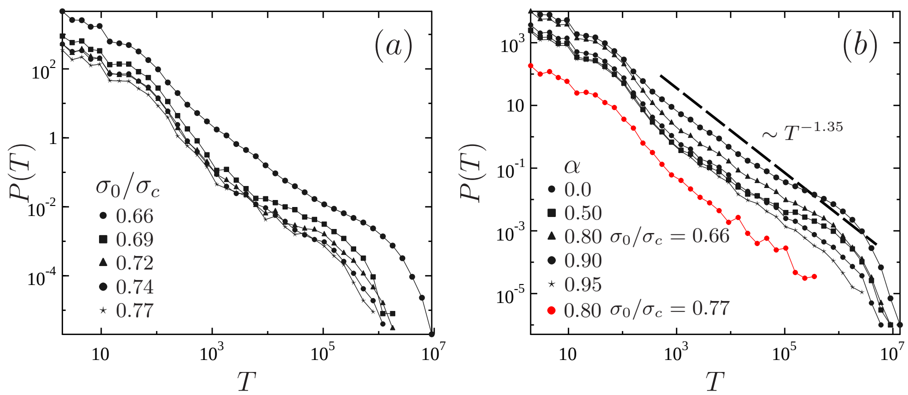
6.7. ábra. A $\left(\sigma_0/\sigma^{kr}\right) = 0.66$ terheléshez tartozó jelenergia (a) és várakozási (b) idő jelsorozata. A színes tartományok az egyes ablakozási lépésekben leszűkített tartományokat jelölik (αt_f). Az időskála kezdetén látható egységes méretű jelek valószínűleg a strukturális átrendeződés következményei, míg az életidő – végi nagy energiájú jelek a konkrét törésekhez kapcsolhatók. (c) Különböző σ_0/σ^{kr} terhelésekhez tartozó akusztikus emisszió energia-eloszlásfüggvényei. A kapott hatványfüggvény exponense univerzális $\xi = 1.55 \pm 0.1$

mán. A kapott $P(E)$ energia eloszlásfüggvény nagyszámú mérés átlagolásából származik, ez kisebb terheléseken $30 - 40$, nagyobb terhelések esetén $10 - 15$ mintát jelent. Az 6.7/c ábrán látható, hogy az akusztikus emisszió energiaeloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat

$$P(E) \sim E^{-\xi}, \tag{6.2}$$

ahol a ξ exponens értéke 1.55 ± 0.1-nek adódik. A kapott ξ érték gyakorlatilag terhelésfüggetlen, eltérés csak a különböző terheléseken kapott levágás értékében és a regisztrált események számában mutatkozik. Ennek oka, hogy kisebb terhelés esetén a folyamat időben jobban széthúzódik, ezért több egyedi csúcs detektálására van lehetőség. A kis energiaértékekhez tartozó hullámzást a háttérzaj, illetve a háttérzaj miatt kiszűrt csúcsok hiánya okozza.

A kúszó törés folyamatának nagyon fontos jellemzője az egymást követő



6.8. ábra. (a) Különböző σ_0/σ^{kr} terhelésekhez tartozó várakozási idő eloszlásfüggvények. Hatványfüggvény viselkedés csak a $10^3 \dots 10^5$ intervallumban tapasztalható. (b) A $\sigma_0/\sigma^{kr} = 0.66$ kezdeti terheléshez tartozó eloszlásfüggvény változása különböző ablakméretek (α) változtatása mellett. Közeledve a véges életidőhöz ($\alpha \cdot t_f \dots t_f$) a hatványfüggvény viselkedés tartománya megkétszereződik. A piros pontsorozat $\sigma_0/\sigma^{kr} = 0.77$ és $\alpha = 0.8$ esetén hasonló viselkedést mutat.

mikrotörési események között eltelt T várakozási idő statisztikája. A 6.7/b ábrán megfigyelhető, hogy a T várakozási idő erős fluktuációkat mutat, több nagyságrenden keresztül változik. A makroszkópikus töréshez közeledve egyre sűrűbbé válnak az események, azaz T csökken.

A 6.8/a ábrán a zajcsomagok között eltelt T idő $P(T)$ eloszlásfüggvényei láthatók különböző terhelések esetén. Körülbelül két nagyságrenden keresztül hatványfüggvény viselkedés figyelhető meg, amelyet egy meglehetősen széles levágási tartomány követ. Mivel a nagy várakozási idők a kúszási görbe $II.$ szakaszához köthetők, így a t_f kritikus időtől visszafelé ablakozással szűrtem ki ezeket az eseményeket. Az ablakozás azt jelentette, hogy az eloszlás-függvény meghatározásához csak azokat a várakozási időket vettem figyelembe, amelyekhez az $[\alpha \cdot t_f \ldots t_f]$ tartományon keletkezett jelek tartoznak, ahol $0 < \alpha \leqq 1$. Az α paraméter növelésével lehetőség van a vizsgált tartományt folyamatosan a törési időpont környezetére korlátozni. A 6.8/b ábrán látható, hogy az ablakméret csökkentése a hatványfüggvény viselkedésű szakasz növekedéséhez – megduplázódásához – vezetett az exponens változása nélkül. (Az egyes ablakozási lépésekkel kizárt intervallumok az 6.7/a ábrán követhetők nyomon.) A kapott eredmények azt mutatják, hogy a hosszú várakozási idők főként a terhelés korai szakaszában – a másodlagos creep övezetben – jelennek meg, míg a makroszkopikus törés kritikus pontjához közeledve a várakozási idő eloszlása

$$P(T) \sim T^{-z} \tag{6.3}$$

alakú hatványfüggvény viselkedést mutat, ahol a z exponens a z=1.35±0.07 értéket veszi fel. Az exponenciális levágás eltűnése és a hatványfüggvény – szakasz dominánssá válása – α növekedésével – azt jelzi, hogy a kritikus pont közelében korrelációk dominálják a rendszer viselkedését.
Korábbi vizsgálatok az energiaeloszlás exponensére $\xi = 1.2 \ldots 1.8$ értéket mutatnak ($\xi = 1.2$ hagyományos szakítóvizsgálat, $\xi = 1.7$ hagyományos szakítóvizsgálat preparált mintadarabon és $\xi = 1.8$ planáris szakítás esetén). Míg a T várakozási időre terhelési módtól függetlenül $z = 1.0 \pm 0.2$ érték adódott [?, 125, 126].

6.4. A creep törés szálköteg modellje

A vizsgálat következő lépéseként a szálkötegmodell keretén belül elméleti vizsgálatokat végeztem, melynek célja az inhomogén szilárd testekben lezajló creep törés folyamatának mélyebb megértése. Első lépésként a 3. fejezetben leírt szálkötegmodellt kellett alkalmassá tenni szubkritikus törési folyamatok vizsgálatára. A kibővített szálköteg modell felépítése a következő: legyen a szálköteg a teljes életideje során állandó σ_0 terhelésnek kitéve. Újszerű elemeként feltételezzük, hogy a rendszerben kétféle mechanizmus okozhat törést: egyrészről, ha az i-edik szál terhelése túllépi a rá jellemző σ_{th}^i törési küszöböt, az eredeti szálköteg modell viselkedéséhez hasonló módon azonnal eltörik. Ezt a törési módust a rugalmas válasz miatti azonnali törésnek nevezzük. Szintén az eredeti modellt követve a törési események után a terhelés újraosztódik, azaz épen maradt elemek felveszik a törött elemek terhelését. A modell – konstrukció új eleme, hogy az épen maradt $\sigma^i, i = 1, \ldots, N$ terhelést viselő szálakban a terhelés hatására károsodási folyamat indul meg úgy, hogy Δt idő alatt bennük

$$\Delta c^i = a\sigma^i(t)^\gamma \Delta t \tag{6.4}$$

nagyságú károsodás halmozódik fel. A kifejezésben szereplő $a > 0$ egy skála paraméter, míg a $\gamma > 0$ exponens kontrollálja a károsodás – halmozódás sebességét. A (6.4) kifejezés $\sigma^i(t)$ t időpontbeli terhelés és a károsodás - halmozódás hatványfüggvény – jellegű kapcsolatát tételezi fel, mely a Palmgreen – Miner lineáris károsodáselmélet kiterjesztésének tekinthető [84]. A t időpontig felhalmozódott károsodás a teljes terhelési történetre számított integrálással határozható meg

$$c^i(t) = a \int_0^t \left[\sigma^i(t')^\gamma\right] \mathrm{d}t'. \tag{6.5}$$

A szálak csak véges mértékű károsodást képesek elviselni, azaz az elviselhető károsodás mértékének is létezik egy c_{th}^i küszöbértéke, amelynek átlépése – azaz $c_{th}^i \leq c^i(t)$ esetében – a szál eltörik. Míg a törési küszöb túllépés miatti törések azonnal megtörténnek, addig a károsodás – halmozódás miatti törés hosszabb folyamat következménye, eképp a kétféle esemény időskálája kettéválik.

A fentiek alapján a modell – kiterjesztésben a szálak törését két mechanizmus okozhatja, ezért minden szál két σ_{th}^i és c_{th}^i törési küszöbbel jellemezhető. Feltételezhető, hogy a törési küszöbök értékei egymástól függetlenek, bár származhatnak azonos valószínűségi eloszlásból. A függetlenség biztosítása mellett a csatolt valószínűségi – sűrűség függvény felírható

$$h(\sigma_{th}, c_{th}) = f(c_{th}) \cdot g(\sigma_{th}) \tag{6.6}$$

szorzat alakban, ahol $f(c_{th})$ és $g(\sigma_{th})$ az egyes törési módokhoz tartozó törési küszöbök valószínűségi-sűrűség függvényei, míg $F(c_{th})$ és $G(\sigma_{th})$ jelöli a megfelelő eloszlásfüggvényeket [97–101].

A későbbiekben látható lesz, hogy a klasszikus modell ilyen irányú kiterjesztése rendkívül gazdag viselkedési formákhoz vezet, legyen az akár az analitikusan meghatározható egyenletes terhelésújraosztás (6.5 fejezet), vagy akár a pusztán numerikus úton megközelíthető lokális terhelésújraosztás (6.6 fejezet) esete. Hasonlóan az előző fejezetben követett gondolatmenethez, a makroszkópikus viselkedés elemzése után célszerű a rendszerek mikroszkópikus jellemzőinek vizsgálata (6.7 fejezet), majd mindezek ismeretében lehetőség nyílik a kísérletekkel való összevetésre is.

6.5. Szubkritikus törés egyenletes terhelés – újraosztódás esetén

Egyenletes terhelés – újraosztódás esetén az eltört szál által tartott terhelés egyenletesen osztódik szét az aktív elemek között függetlenül azoknak a törés pontos pozíciójától mért távolságától. A 3.1 pontban ismertetett leírás alapján, a külső terhelés alatt a klasszikus szálköteg modell mechanikai válasza a

$$\sigma_0 = [1 - G(\sigma)]\sigma \tag{6.7}$$

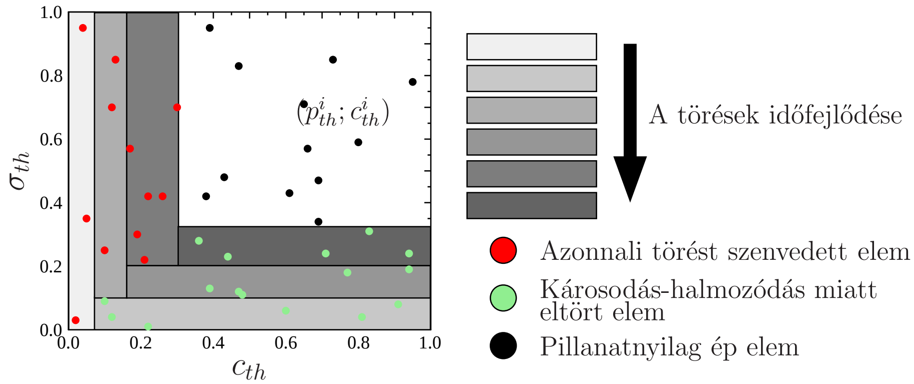
formában adható meg, mely azonban csak az azonnali töréseket veszi figyelembe. A fenti formulában σ_0 a külső terhelést, míg σ az egy szálra eső terhelést jelöli. A károsodási mechanizmus figyelembevételével a makroszkópikus válasz a (6.7) egyenlete a következő alakra módosul

$$\sigma_0 = \left[1 - F(a \int_0^t \sigma(t')^\gamma \mathrm{d}t')\right] [1 - G(\sigma)]\, \sigma. \tag{6.8}$$

A formulából nyilvánvaló, hogy a törési küszöbök függetlensége ellenére a rendszer dinamikáját a két törési módus együttes viselkedése/versengése fogja meghatározni. A rendszer makroszkópikus időfejlődésének meghatározásához a fenti egyenletet az egy szálra eső $\sigma(t)$ terhelésre kell megoldani, rögzített σ_0 külső terhelés mellett. Mivel minden szám azonos terhelést tart, a deformáció – idő diagrammot $\varepsilon(t) = \sigma(t)/E$ alakban kapjuk.

Makroszkópikus szinten a kezdeti terhelés hatására a rendszerben törések sorozata jöhet létre – és mivel a terhelés – újraosztódása egyenletes – mindenfajta térbeli korrelációtól mentesen. A folyamat során első lépésben azok a szálak törnek el, amelyek σ_{th}^i teherbírása kisebb, mint a külső terhelés, azaz amelyekre $\sigma_{th}^i < \sigma_0$ fennáll. A terhelés – újraosztódás hatására a törött elemek terhelése szétoszlik az aktív szálak között, esetlegesen újabb törés/törések sorozatát kiváltva. Mivel a σ_0 konstans terhelés kisebb, mint a rendszer σ^{kr} teherbíró – képessége, az azonnali törések folyamata egy stabil állapot megjelenéséigig tart, azaz addig, amíg a szál pillanatnyi terhelése egyik szálon sem haladja meg a törési küszöböt. Ha a rendszerben nem volna károsodási mechanizmus akkor ez az állapot az idők végezetéig stabil maradna. A modellben viszont a stabil állapot elérésekor megindul a károsodás – halmozódás folyamata, amely egyenletes terhelés – újraosztódás esetén első lépésként a rendszerben található legkisebb károsodás – halmozódási küszöb eléréséig tart. A küszöbérték elérésekor a szál eltörik, ami az ismételt terhelés – újraosztódások miatt terhelésnövekedést okoz az épen maradt elemeken. A megnövekedett terhelés miatt ismét lehetnek olyan szálak, amelyek azonnali törést szenvednek és a további terhelés – újraosztódás eredményeként azonnali törések egész lavinája alakulhat ki. A lassú károsodás – halmozódás miatti törések tehát azonnali törések lavináit generálják, egészen addig, amíg az utolsó, katasztrófális lavina a rendszer makroszkópikus törését okozza.

A fent vázolt törési folyamatot szemléletesen a 6.9 ábra mutatja be. A σ_0 terhelés hatására az ábra világosszürke tartományába eső piros színnel jelölt szálak törnek el, mivel az ő esetükben a σ_{th}^i törési küszöb eleve kisebb, vagy a terhelés - újraosztódás miatt megnövekvő terhelés miatt kisebbé vá-



6.9. ábra. A törés folyamata c^i_{th} és σ^i_{th} egyenletes eloszlása esetén, egyenletes terhelés-újraosztódást feltételezve. Az azonnali törési események piros, míg a károsodás-halmozódási eseményeket zöld körök jelzik. A törés időbeli lefolyását a szürke színskála (világos szürke → sötétszürke) mutatja.

lik, mint a külső terhelés. A folyamat egy, vagy több károsodás - halmozódás miatti töréssel folytatódik – a némileg sötétebb szürke árnyalatú tartományban, zöld színnel jelölve. A tartományban több lassú törés is bekövetkezhet, mivel az egyedi törés nem feltétlenül vált ki azonnali törést, azaz lavinát. Újabb törés kiváltása azonban a töréseket ismét a kis σ^i_{th} törési küszöbök tartományába mozdítja, azaz az ábrán ismét visszajuthatunk a következő – ismét sötétebb szürkével jelölt – azonnali töréseket tartalmazó tartományba, ahol a fent leírt folyamat ismét lejátszódik. Ezt a folyamatot mutatja be szemléletesen a 6.9 ábra.

6.5.1. Makroszkópikus időfejlődés

Makroszkópikus szinten a törés folyamata a deformáció időfüggésének, azaz az $\varepsilon(t)$ összefüggésnek a megadásával írható le. Egyszerűsítő feltételek mellett a rendszer makroszkópikus időfejlődése leírható pusztán analitikus eszközökkel is. Ha a terhelés kellően alacsony, a károsodási töréseket követő terhelésnövekmény nem elegendő lavinák beindításához, így feltételezhető, hogy a rendszer időfejlődését egyedül a károsodási folyamat határozza meg. Az azonnali törések elhanyagolásával a (6.8) egyenletből az eltört szálak N_b számának időfejlődését egy differenciál egyenletből lehet származtatni

$$\frac{\mathrm{d}N_b}{\mathrm{d}t} = af(c(t))\sigma(t)^\gamma N, \tag{6.9}$$

ahol N a rendszerbeli szálak száma a terhelés kezdetén, míg N_b a t időpontig eltört szálak száma. A $\sigma(t)$ egy szálra eső terhelést

$$\sigma(t) = \frac{N\sigma_0}{(N - N_b(t))} \tag{6.10}$$

összefüggéssel lehet megadni. Az $N_b(t=0) = 0$ kezdőfeltétel figyelembevételével, valamint (6.10) felhasználásával a károsodási küszöbökre egyenletes eloszlást feltételezve az $\varepsilon(t)$ összefüggés megadható

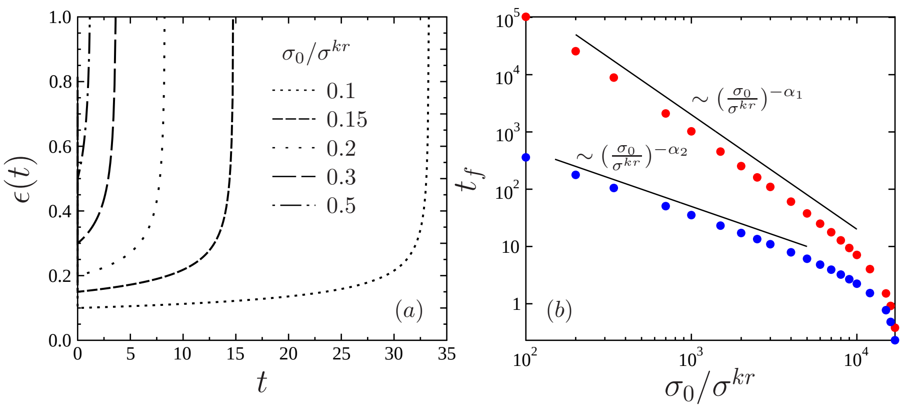
$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[\frac{t_f - t}{t_f}\right]^{-1/(1+\gamma)}, \tag{6.11}$$

ahol

$$t_f = \frac{\sigma_0^{-\gamma}}{a(1+\gamma)}. \tag{6.12}$$

A (6.11) értelmében tetszőlegesen kis terhelés is véges t_f időn belül az $\varepsilon(t)$ függvény divergenciájához vezet, t_f elérésekor a rendszer makroszkópikus törést fog szenvedni, azaz a számításokból meghatározott t_f paraméter nem más, mint a rendszer életideje. A divergencia hatványfüggvény jellegű, exponensét a γ károsodás–halmozódási exponens határozza meg $1/(1+\gamma)$ formában. A 6.10/a ábrán különböző terheléseken kapott deformáció diagramok láthatók. Megfigyelhető, hogy az $\varepsilon(t)$ deformáció az idő monoton növekvő függvénye. A t_f életidőhöz közeledve $\varepsilon(t)$ divergálni látszik. A terhelés csökkenésével a görbék alakja nem változik, csak a t_f életidő növekszik. A (6.11) kifejezés alapján belátható, hogy a különböző σ_0 terheléshez tartozó diagramok kielégítik az

$$\varepsilon(t) = \sigma_0^\delta S(t\sigma_0^\beta), \tag{6.13}$$



6.10. ábra. (a) A rendszer időfejlődése egyenletes terhelés – újraosztódás esetén. Megfigyelhető a t_f életidő erős érzékenysége a kezdeti terhelésre. (b) A Basquin – törvény: A terhelés és az életidő között hatványfüggvény kapcsolat áll fenn. Az α Basquin exponens megegyezik a γ károsodás – halmozódási exponenssel $\alpha_1 = 2$ és $\alpha_2 = 1$, $\gamma_1 = 1$ és $\gamma_2 = 2$ esetén.

skálaöszefüggést, ahol az S skálafüggvény alakja a

$$S(t\sigma_0^{\beta}) \sim (a(1+\gamma) - t\sigma_0^{\beta})^{-1/(1+\gamma)} \qquad (6.14)$$

formát veszi fel. Az 6.10/a ábrán megfigyelhető, hogy viszonylag kis terhelésváltozás az életidő drasztikus módosulását képes okozni. A (6.14) összefüggés alapján a t_f életidő hatványfüggvénye a terhelésnek. Ez az összefüggés nem más, mint a bevezetésben említett Basquin – törvény, mely szerint a terhelés és az élettartam közötti kapcsolat hatványfüggvénnyel írható le a következő formában

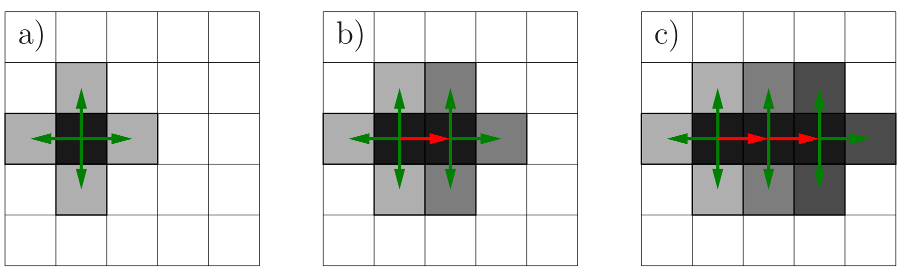
$$t_f = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma^{kr}}\right)^{-\alpha}. \qquad (6.15)$$

Az analitikus számítások (a 6.10/b ábra egyenesei) és a szálköteg modellből származó szimulációk eredményei is azt mutatják (a 6.10/b ábra pontjai), hogy az α Basquin-exponens számértékileg megegyezik a károsodás-halmozódás γ exponensével. Meg kell azonban említeni, hogy bár a Basquin – törvény univerzális, valós anyagok bizonyos körének leírására mégsem alkalmas. Ezen anyagok közé tartozik némely papírfajta, ahol a gyakorlat a Zhurkov - egyenletet használja, ami az életidő exponenciális terhelésfüggését jósolja [53, 58].

6.6. Szubkritikus törés lokális terhelés – újraosztódás esetén

Az egyenletes feszültségleosztás legnagyobb előnye, hogy lehetővé teszi analitikus számítások elvégzését és mindezek mellett lehetőséget kínál nagy rendszerméret mellett számítógépes szimulációk „reális” időn belüli végrehajtására. Azonban az egyenletes terhelés – újraosztódás – amely a rendszer átlagtér határesetének tekinthető – nem tud számot adni a repedések közelében fellépő feszültség – koncentrációval, nem tudja kezelni a törési folyamat során egyre inhomogénebbé váló feszültségtér hatását. Valóságos viszonyok között a szerkezetek törésében éppen az inhomogenitások és az általuk okozott feszültség – koncentrációk játszanak kritikus szerepet, így a lokális terhelés – újraosztódás tanulmányozása a törési folyamatok megértéséhez elengedhetetlen.

Lokális terhelés - újraosztódás esetén fontos szerepet játszik a szálak pontos



6.11. ábra. A törés és az feszültség – újraosztódás okozta feszültséghalmozódás időbeli fejlődése. Az ábrán jól nyomonkövethető, hogy a törési események során egyre komplexebb és inhomogénebb feszültségtér alakul ki.

térbeli elhelyezkedése, ezért a szálakat a továbbiakban egy L×L-es mátrixba helyezzük. Ha a szálköteg bármely eleme eltörik, lokális terhelés – újraosztódás esetén az általa tartott terhelés a legközelebbi ép szomszédokra – a vizsgált szerkezetben maximálisan 4 szálra – adódik át, ezzel a törött elem körül feszültség – koncentráció alakul ki. Ezen inhomogenitást szemlélteti a 6.11 ábra, ahol a zöld nyilak jelölik a lehetséges törési irányokat, a piros nyilak a végbement töréseket, míg a szürke árnyalatok a felhalmozódott feszültség mértékét mutatják. A terhelés koncentrálódása miatt a törések már nem egyforma valószínűséggel fordulnak elő a rendszerben: térbeli korreláció jelenik meg az azonnali törést szenvedett és a károsodás – halmozódás miatt eltört elemek között. A korreláció hatása miatt a egyenletes terhelés – újraosztódásra megadott mozgásegyenletek csupán a rendszer közelítő megoldását szolgáltatják.

A kezdeti terhelés hatására először véletlenszerű elszórt törések jelennek meg a rácson – hasonlóan a ELS esetéhez – azonban a rendszer stabilizálódása már nem a megismert módon zajlik: kizárólag azok a szálak törhetnek el, melyeknek van törött szomszédja, mivel csak a rajtuk lévő terhelés növekedett meg. A valódi időfejlődés elindulása, azaz a károsodás – halmozódás megjelenése előtt a rendszert elszórt, egymással nem korreláló pontszerű – illetve maximum néhány elemből álló – törött klaszterek uralják. A külső terhelés növelésével a törött elemek száma és ezzel párhuzamosan a kialakuló klaszterek mérete is növekszik. A lokális terhelés – újraosztódással jellemezhető rendszerek a feszültség – koncentráció miatt ridegebben viselkednek, azaz sokkal kisebb károsodást képesek elviselni, mint egyenletes megfelelőik, azaz $\sigma^{kr}_{LLS} < \sigma^{kr}_{ELS}$. Ez utóbbi tapasztalati tényt konkrét fizikai szerkezeteken végzett mérések és a szálköteg modell kiterjesztéséből származó eredmények is megerősítik.

6.6.1. Az inhomogén feszültségtér és a strukturális rendezetlenség versengése

A rendszer a szubkritikus kezdeti terhelés $\sigma_0 < \sigma_{LLS}^{kr}$ felvétele után stabil állapotba kerül, amit a törött szálak kis, elszórt klaszterei jellemeznek. Amennyiben nem történik károsodás - halmozódás, a rendszer végtelen ideig képes ebben az állapotban maradni. Károsodás - halmozódás esetén a dt idő alatt felhalmozódott károsodás a korábbiakhoz hasonlóan

$$\Delta c^i = a\sigma^i(t)^\gamma \mathrm{d}t \tag{6.16}$$

formában írható fel, ahol σ^i a t időpillanatban az i-edik szál terhelése. A (6.16) kifejezés azt mutatja, hogy a σ^i lokális terhelés inhomogenitása miatt az egyes szálakban eltérő lesz a károsodás halmozódás Δc^i mértéke. A feszültség inhomogenitásnak a károsodás – halmozódás folyamatára kifejtett hatását a γ exponens kontrollálja:

- Amennyiben $\gamma = 0$, a károsodás halmozódás függetlenné válik a szálon lévő terheléstől, mivel a (6.16) kifejezés a $\Delta c^i = a \cdot t$ alakot ölti. A kifejezés alapján a rendszer időfejlődése során a károsodás – halmozódás kiváltotta törések mindig a c_{th}^i küszöbök növekvő sorrendjében fognak bekövetkezni, az egyenletes terhelés – újraosztódás esetének megfelelően. Ha a σ_0 külső terhelés olyan alacsony, hogy a szálak csak károsodás – halmozódás miatt törnek el, a rendszer életideje függetlenné válik a terheléstől a következő kifejezésnek megfelelően:

  $$t_f = \frac{c_{th}^{max}}{a}, \tag{6.17}$$

  ahol c_{th}^{max} a károsodás – halmozódásnak legjobban ellenálló szál törési küszöbe. Mivel a rendszerben ilyenkor semmiféle korreláció nincs, a törött szálak klaszterei megegyeznek egy perkolációs ráccsal. Fontos kiemelni, hogy ebben a határesetben egyedül a károsodási küszöbök rendezetlensége kontrollálja a rendszer időfejlődését.

- A $\gamma = 1$ esetében a károsodás – halmozódás egyenesen arányos az elemet terhelő külső terheléssel, azaz $\Delta c^i = a\sigma t$. Ez az eset megfelel a klasszikus Palmgreen – Miner féle lineáris károsodás elméletnek.

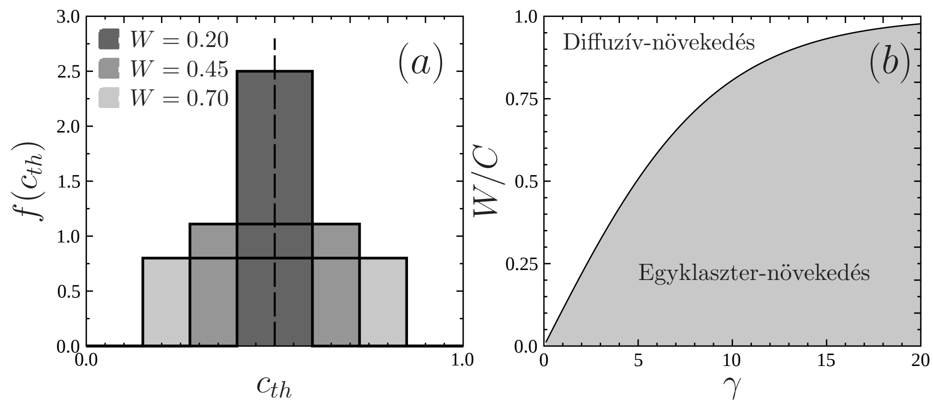
- A γ további növelésével a rendszer egyre érzékenyebben reagál a feszültségeloszlás inhomogenitására. Gyakorlatilag az a szál fog károsodás – halmozódás miatt eltörni, amelyiknek terhelése a legnagyobb. A nagy γ határesetben tehát a rendszer időfejlődését elsősorban a feszültségtér inhomogenitása határozza meg. Mivel a törések ilyenkor a térben lokalizáltak, diffúz perkolációs jellegű klaszter helyett egyetlen növekvő törött klasztert, azaz repedést kapunk.

A fenti gondolatmenetből következik, hogy a köztes γ értékek esetében a rendszer fejlődését a rendezetlenség és az inhomogén feszültségtér versengése határozza meg, ami a γ exponens értékével, valamint rendezetlenség mértékének változtatásával kontrollálható. A törési küszöbök rendezetlensége a szálkötegben a véletlenszerűen szétszórt, párhuzamosan növekvő repedéseket preferálja, míg γ növelése a lokalizált, egy – repedés növekedésnek kedvez. A továbbiakban fagyott rendezetlenség és az inhomogén feszültségtér versengését vizsgáljuk. Azt a kérdést tesszük fel, hogy mikor válik a feszültség koncentráció hatása olyan dominánssá, hogy csak egyklaszter – növekedés jöjjön létre a rendszerben?
A numerikus analízis érdekében célszerű rögzíteni, hogy az azonnali törésekhez tartozó törési küszöböket 0 és 1 közötti egyenletes eloszlásból származó véletlen változóként kezeljük. A károsodási küszöbökkel kontrollálni akarjuk a rendezetlenség mértékét, ezért szintén egyenletes eloszlásból származtatjuk az értékeit, C átlagértékkel és $2W$ szélességgel, ahol a W értéke a $0 \leq W \leq C$ intervallumban változhat. A károsodás – halmozódási törési küszöbök valószínűségi sűrűségfüggvényének formája tehát a következő

$$f(c_{th}) = \begin{cases} \dfrac{1}{2W}, & \text{ha} \quad C - W \leq c_{th} \leq C + W, \\ 0, & \text{egyébként.} \end{cases} \tag{6.18}$$

A fentiek következménye, hogy a c_{th} törési küszöbök rendezetlenségének mértéke a W/C hányadossal jellemezhető, amelynek értéke 0 és 1 közé fog esni. A 6.12 ábrán a károsodás – halmozódás törési küszöbeinek eloszlása látható a W paraméter különböző értékei mellett. Célunk a $\frac{W}{C}$ – γ paramétersíkon meghatározni a fázisgörbét, amely elválasztja az egyklaszter (repedés) növekedésének fázisát a diffuzív, szimultán növekvő repedések fázisától. Az alábbiakban a törési küszöbökre használt egyenletes eloszlásnak pusztán technikai okai vannak, mivel ezáltal lehetőség nyílik analitikus számolásokra is. A rendezetlenség pontos formája a rendszer kvalitatív viselkedését nem befolyásolja.

A fenti feltételek mellett a fázisgörbére kvalitatív becslés adható. Tekint-



6.12. ábra. (a) Az $f(c_{th})$ károsodás – halmozódási küszöbeloszlás függvényei. Minél kisebb a W/C hányados értéke, a rendszer annál rendezettebb. (b) A (6.22) egyenletből előállított fázisdiagram. A szürke terület az egyklaszter – növekedés, míg a fehér zóna a diffúz klaszter – növekedés tartománya.

sünk egy olyan σ_0 terhelést, amely a kezdőállapotban csak egy szál törését képes kiváltani, azaz csak egy elemű klasztereket eredményez. Általános esetben az esemény a szálkötegben bárhol megtörténhet, azonban ha az egyklaszter növekedés tartományára vagyunk kíváncsiak lokalizálnunk kell valamelyik szomszédra. Az időfejlődés kezdetekor, az első szál eltörése után a szomszédokon lévő terhelés $\sigma^i = 5/4\sigma_0$ lesz (σ_0 származik a rendszer kezdeti terheléséből, míg a 4 szomszédra szétosztott terhelés $1/4\sigma_0$-al járul hozzá a teljes terheléshez). A következő lépésben meg kell határozni, hogy mennyi idő szükséges az első károsodás – halmozódás kiváltotta esemény bekövetkezéséhez. A számításokhoz tekintsük a legrosszabb esetet: A törött elemünk szomszédja legyen a legnagyobb károsodás tűrő elem c_{th}^{max} küszöbbel, ahol a választott eloszlásnak megfelelően $c_{th}^{max} = C + W$. A többi elem között (de a legrosszabb esetet feltételezve nem a szomszédok között) pedig létezik egy elem a minimális károsodás-halmozódási küszöbbel: $c_{th}^{min} = C - W$. A szál életideje egyszerűen felírható

$$t_f(c_{th}, \sigma) = \frac{c_{th}}{a\sigma^\gamma}. \tag{6.19}$$

Így a legnagyobb törési küszöbű elem életideje

$$t_f^{max}(c_{th}^{max}, \sigma^{max}) = \frac{c_{th}^{max}}{a\sigma^\gamma} = \frac{C+W}{a \cdot \sigma_0^\gamma}, \tag{6.20}$$

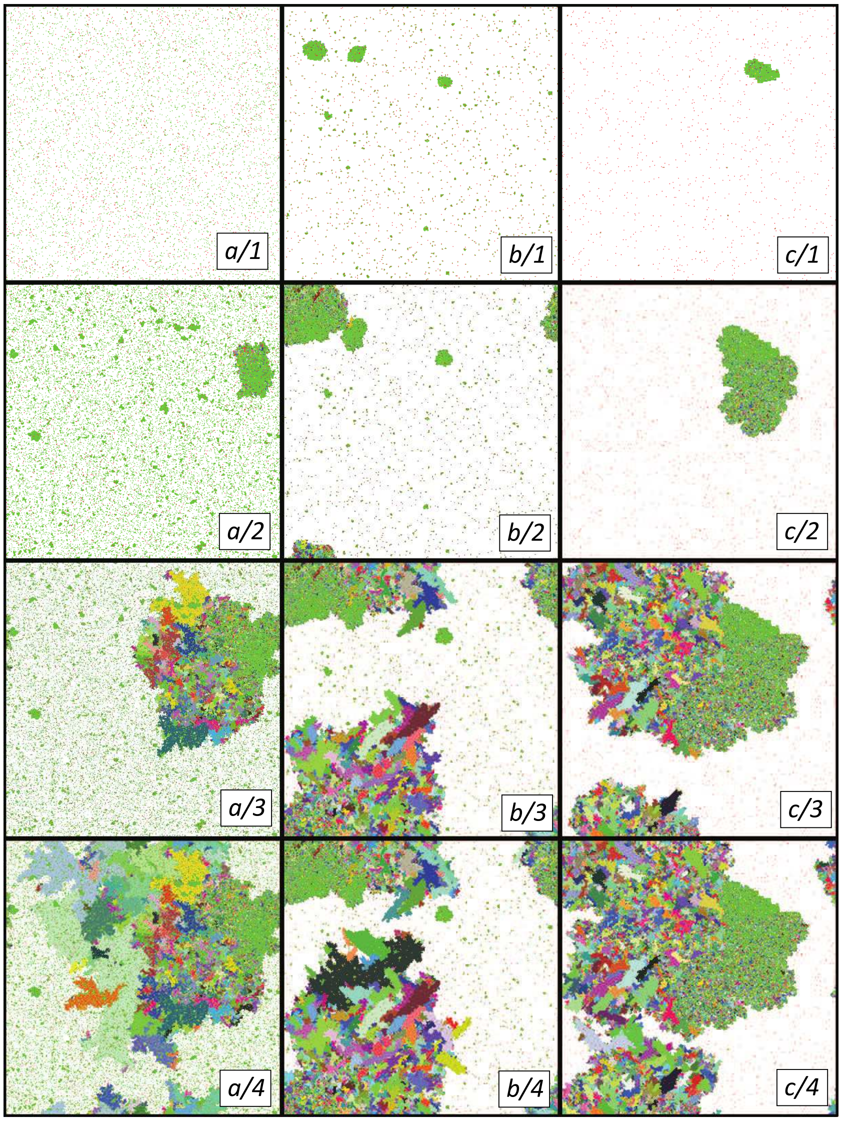
míg ugyanez a legkisebb törési küszöbű elem esetében

$$t_f^{min}(c_{th}^{min}, \sigma^{\min}) = \frac{c_{th}^{min}}{a\sigma^\gamma} = \frac{C-W}{a(5/4\sigma_0)^\gamma}, \tag{6.21}$$

alakú. A rendszer biztosan az egyklaszter – növekedési fázisban van, ha a legnagyobb törési küszöbű szál életideje kisebb, mint a legkisebb törési küszöbű szálé, azaz $t_f^{min} > t_f^{max}$, ekkor biztosított ugyanis, hogy a törés a már eltört elem mellé korlátozódik (u.i. a nagyobb károsodás – halmozódási küszöbű elemet ott rögzítettük). A feltétel mellett a végeredmény a következő formát veszi fel

$$\frac{W}{C} < \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^\gamma - 1}{\left(\frac{5}{4}\right)^\gamma + 1}. \tag{6.22}$$

A 6.12/b ábrán a fenti kifejezésnek megfelelő görbe látható a $W/C - \gamma$ fázissíkon a kifejezésben egyenlőséget feltételezve. Megfigyelhető, hogy a kapott eredmény megfelel a rendszerről kialakított kvalitatív képnek. Kis γ-k esetében nagyon kis rendezetlenség $\frac{W}{C} << 1$ is diffuzív klaszternövekedéshez,



6.13. ábra. Klaszterfejlődés a fázisdiagram tartományaiban: (a) Diffuzív tartomány ($\gamma = 1$), (b) A „legrosszabb – eset" határvonala ($\gamma = 2$), (c) egyklaszter tartomány ($\gamma = 5$). Az ábrák $L = 401$ méretű rendszer időfejlődést mutatják a teljes életidő 10%, 40%, 80% és 95%-ának eltelte után. Fehér szín jelöli az épen maradt szálakat, míg a zöld szín a károsodás – halmozódás miatt eltörteket. Minden egyéb szín az azonnali törések lavináit jelöli, az azonos színűek ugyanahhoz a lavinához tartoznak.

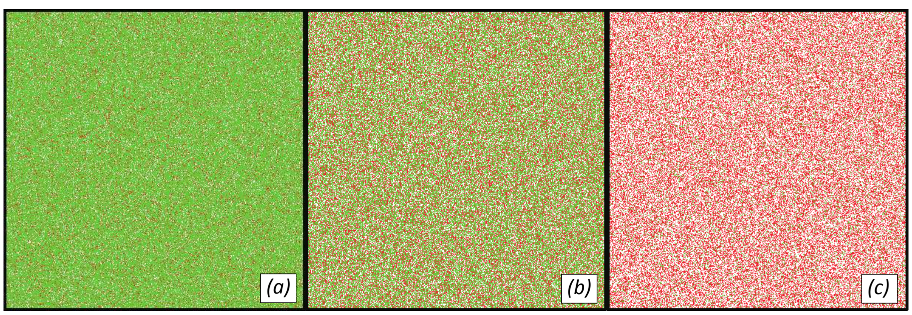
párhuzamosan növekvő klaszterekhez és így nagyszámú repedéshez vezet. Nagy γ esetén viszont csak $\frac{W}{C} = 1$ esetén létezik diffuzív fázis, minden más esetben egyklaszter növekedés tapasztalható. Meg kell azonban jegyezni, hogy a görbe pusztán speciális esetet reprezentál, a valóságban nem határvonalról, hanem inkább határsávról lehet beszélni.
A kapott analitikus eredmények ellenőrzésére célszerű számítógépes szimulációkat használni. Az ezekből származó eredmények alátámasztják az analitikus számítások végkövetkeztetéseit: A 6.13 ábrán a klaszterfejlődés típusai láthatók, az egyklaszter (6.13/c ábra) és a diffuzív (6.13/a ábra) tartományban, valamint a „legrosszabb eset" határvonalán (6.13/b). Az ábrák rögzített rendezetlenség (W/C=0.3) esetén készültek a teljes élet idő 10%, 40%, 80% és 95%-ának eltelte után (felülről lefelé haladva). A feszültség-halmozódás γ exponensének kis értékre ($\gamma = 1$) választása esetén (a 6.12/b ábra fehér fázisában) az időfejlődés korrelálatlan azonnali és károsodás - halmozódás okozta törések sokaságával kezdődik (a/1 ábra), jelezve a feszültség - koncentráció elhanyagolható hatását. Az idő előrehaladtával az aktív elemek száma csökken, így egyre több olyan klaszterelem jelenik meg, melynek két, vagy akár három szomszédja törött. Ezeknél az elemeknél a feszültség - koncentráció már nem elhanyagolható hatású, így kisméretű klaszterek magját képesek jelenteni. Kezdetben a klaszterek párhuzamosan fejlődnek (a/2 ábra), majd megjelenik egy domináns klaszter (a/3 ábra), amely növekedése a makroszkópikus törési folyamatot meg fogja határozni (a/4 ábra). Az egyklaszter növekedési tartományban (6.13/c ábra) (a 6.12/b ábra szürke fázisában) a nagymértékű feszültség - koncentráció ($\gamma = 5$) azonnal létrehozza (c/1 ábra) a kritikus klaszter magját és a törési eseményeket kizárólag ezen klaszter peremére korlátozza ($c/2 - 3$ ábra). A végállapoti struktúrát egy nagy és számtalan 1-2 elemű – a kezdeti leterhelésből származó – klaszter uralja. A „legrosszabb eset" ($\gamma = 2$) határvonalán (6.13/b ábra) kettősség figyelhető meg: Rövid idő alatt erőteljes klaszterizáció indul meg, de nem korlátozódik egy klaszterre, hanem párhuzamosan zajlik. A törések klaszterről – klaszterre ugrálnak, de viszonylag gyorsan megjelenik a kritikus klaszter ($b/2-3$

ábra) A végállapoti struktúrában pedig nemcsak a kritikus, hanem a diffuzív növekedésből származó kisebb klaszterek is láthatók ($b/4$ ábra).

6.6.2. Kezdeti terhelés és végállapoti klaszterstruktúrák

Az 6.6.1 fejezet és a klaszterfejlődést bemutató 6.13 ábra csupán a γ exponenssel hangolható feszültség – koncentráció és a C/W aránnyal meghatározott rendezetlenség hatására mutat rá. A számítógépes szimulációk azonban rávilágítanak a terhelés fontosságára mind egyenletes, mind lokális terhelés – újraosztódás esetén.

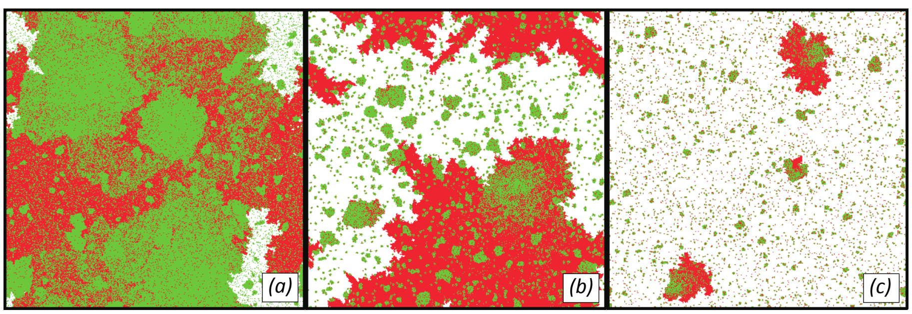
Egyenletes terhelés – újraosztódás esetén – mivel a törési küszöbök a rácson véletlenszerűen helyezkednek el és az épen maradt szálakon nyugvó terhelés a teljes életidő alatt állandó – az azonnali és a károsodás – halmozódás miatti törések között nincsen térbeli korreláció. A korreláció hiányának következménye a feszültség koncentráció hiánya – mivel a feszültségnövekmény minden szálon azonos – így nem lehet irányított klaszterfejlődésről beszélni. A



6.14. ábra. A kezdeti terhelés hatása a végső klaszterstruktúrára egyenletes terhelés - újraosztódás mellett kis ($\sigma_0/\sigma_{ELS}^{kr} = 0.01$), közepes ($\sigma_0/\sigma_{ELS}^{kr} = 0.4$) és nagy ($\sigma_0/\sigma_{ELS}^{kr} = 0.8$) terhelés esetén. Látható, hogy a rendszerben a térbeli korreláció hiánya miatt mind az azonnali, mind a károsodás - halmozódás miatti törések véletlenszerűen helyezkednek el a rácson. A kétféle törés arányát a rendszer terhelése határozza meg.

modellben a törött szálak klaszterei repedésként azonosíthatók. A repedések szerkezetét ez esetben a véletlenszerűség határozza meg. A struktúra kialakulása a perkolációs rendszerekben leírt fejlődéshez hasonló módon zajlik, így klaszterstruktúrát jellemző klaszterméreteloszlás – függvény is megfelel a perkolációs esetnek.

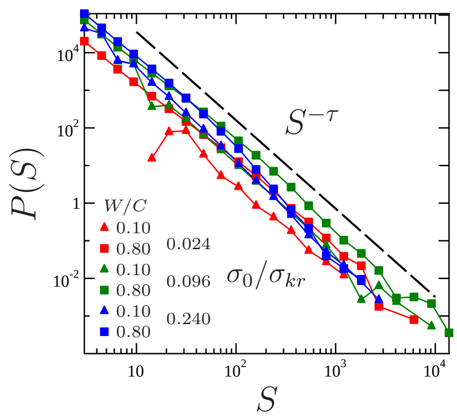
A 6.14 ábra a fázistér rögzített pontjához ($\gamma = 2$ és $W/C = 0.2$) tartozó utolsó stabil állapotot mutatja különböző terhelések esetén. Ebben az állapotban egyetlen szál károsodás miatti törés azonnali törések katasztrófális lavináját indítja el, ami elsöpri a rendszert. Látható, hogy alacsony terhelésnél ($\sigma_0/\sigma^{kr}_{ELS} = 0.1$) a károsodás - halmozódás miatti törések dominálnak (zöld színnel jelölve), míg a terhelést a kritikus értékhez közelítve ($\sigma_0/\sigma^{kr}_{ELS} = 0.8$) a klaszterképződés hajtóerejét egyre inkább az azonnali törések lavinái jelentik (piros színnel jelölve). Az „alacsony” terhelés esetében ($/a$) a károsodás – halmozódás okozta törések, míg a „nagy” terhelés esetén ($/b$) az azonnali törések adják a klaszterelemek többségét. Elemezve



6.15. ábra. A kezdeti terhelés hatása a végső klaszterstruktúrára lokális terhelés - újraosztódás mellett, kis ($\sigma_0/\sigma^{kr}_{LLS} = 0.012$), közepes ($\sigma_0/\sigma^{kr}_{LLS} = 0.097$) és nagy ($\sigma_0/\sigma^{kr}_{LLS} = 0.48$) terhelés esetén. A pillanatfelvételek az utolsó stabil állapotot rögzítik. Megfigyelhető, hogy a terhelés hatására a klasztereket létrehozó törési mód a feszültség – halmozódástól az azonnali törések felé tolódik. Látható továbbá, hogy a fázishatár – görbére jellemző klaszter – elrendeződés terheléstől függetlenül megmarad. A színkódolás a 6.9 ábrát követi.

az utolsó stabil állapotban ép elemek számát látható, hogy a nagy terhelés nem csupán a kétféle törési módus okozta törési arányt változatja meg, hanem erősen csökkenti a végállapoti klaszterméretet is. Kis terhelések esetén látható a 6.5.1 fejezetben bevezetett feltétel jogosultsága, azaz kellően alacsony terhelési szint esetén elérhető, hogy töréseket kizárólag károsodás – halmozódás okozzon.
Az egyenletes feszültség – újraosztódás miatti lokalizáció hiánya mindig perkolációs jellegű klaszterképződést eredményez. A lokális terhelés – újraosztódás korrelált klaszter - növekedést és bonyolultabb törési folyamatot eredményez. A szimulációk azonban azt mutatják, hogy klaszterizáció szempontjából a σ_0 kezdeti terhelés fontos: a „nagy" érték némileg az egyklaszter – növekedésnek kedvez (a továbbosztott feszültség nagyobb, így a lokalizáció könnyebben vált ki lavinát, a generált lavinák pedig nagyobbak lesznek, azaz több törés csoportosul a kezdetben eltört szál köré), míg az alacsony kezdeti terhelés inkább a diffuzív növekedést segíti. A 6.15 ábra a különböző σ_0 kezdeti terhelésekhez tartozó utolsó stabil állapotot mutatja L=401-es rendszerméret mellett a fázisgörbéhez tartozó paraméterek mellett. Kis terhelés esetén ($\sigma_0/\sigma_{LLS}^{kr} = 0.012$) a folyamat végén a kis klaszterek összenövése során egy domináns klaszter jön létre, mely elemeinek többsége a károsodás halmozódás miatt törött el. Közepes ($\sigma_0/\sigma_{LLS}^{kr} = 0.097$) és nagy ($\sigma_0/\sigma_{LLS}^{kr} = 0.48$) terhelés esetén viszont a klaszternövekedés motorját már az azonnali törés miatti lavinák adják, bár σ_{LLS}^{kr}-hez közeledve a rendszer egyre kevésbé tolerálja a nagy lavinákat/klasztereket, a végső törést már kevés szál eltörése kiváltja.

A repedési szerkezet jellemzésére az utolsó stabil állapotban meghatároztam a törött szálak klaszteinek $P(S)$ méreteloszlását. Egyenletes terhelés - újraosztódás esetén a perkolációra jellemző viselkedést kapunk, azaz $P(S)$ exponenciális lesz. A terhelés finomhangolásával elérhető, hogy az utolsó stabil állapot klasztermérete közel legyen a perkoláció stabil pontjához, ekkor az exponenciális levágást egy hatványfüggvényszakasz előzi meg. Lokális újraosztódás esetén a diffúz repedés fázisában $P(S)$ viselkedése - a rendezet-



6.16. ábra. A terhelés hatása a klaszterméret eloszlásra az utolsó stabil állapotban, γ állandó értéken tartása és a rendezetlenség változtatása mellett. A rendszer a fázistérben elfoglalt helyétől és a terheléstől függetlenül hatványfüggvény viseldedést mutat $\tau = 2.35 \pm 0.07$ univerzális exponenssel.

lenség dominanciája miatt - közel van az ELS eset perkolációs görbéihez. A 6.16 ábrán megfigyelhető, hogy az egyklaszter - növekedés dominanciája mellett $P(S)$ hatványfüggvény marad

$$P(S) \sim S^{-\tau} \tag{6.23}$$

alakban, $\tau = 2.35 \pm 0.07$ exponenssel, míg a perkolációt jellemző exponens $189/91$.

6.7. Mikroszkópikus jellemzők és törési zaj

Szubkritikus terhelés esetén a rendszerek makroszkópikus időfejlődése a deformáció - idő kapcsolat felvételével adható meg. Habár ezen görbék meghatározásához mind kísérleti, mind analitikus módszerek rendelkezésre állnak, a viselkedés hátterében zajló mikroszkópikus folyamatok megismerése legtöbbször csupán szimulációk útján lehetséges. Az ezekből származó egyes eredményeket ezután összevethetővé válnak az akusztikus emisszió méréséből származó kísérleti eredményekkel.
Első lépésként egyenletes terhelés - újraosztódás mellett célszerű elemezni a creep törés mikroszkópikus folyamatát. A rendszer makroszkópikus időfej-

lődésének (6.8) egyenletéből a következő alak kapható

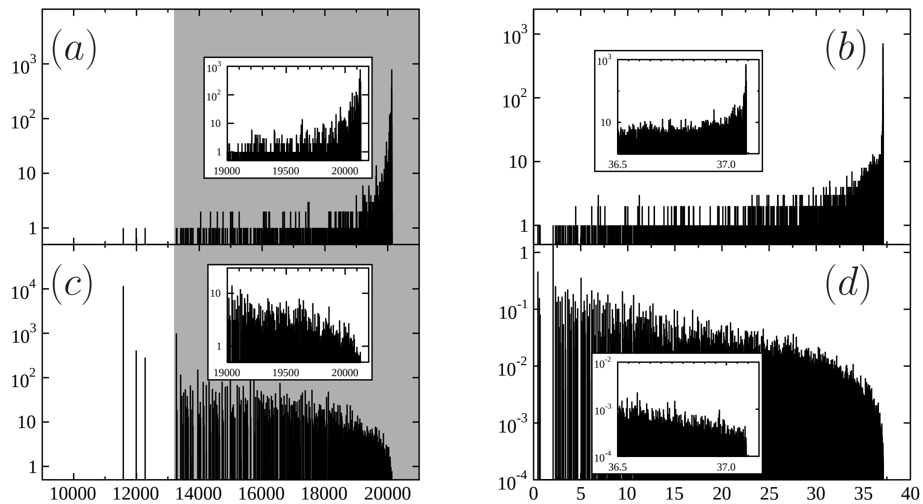
$$\frac{\sigma_0}{1-F(c(t))} = [1 - G(\sigma(t))]\,\sigma(t). \tag{6.24}$$

A (6.24) egyenlet fenti formájában a rendszer dinamikájának egyszerű értelmezésével szolgál: Bár a σ_0 külső terhelés a teljes életidő során állandó, a lassú károsodási folyamat a rendszer folyamatos terhelés - növekedését okozza. A károsodás - halmozódás miatt az egyenlet baloldalán álló kifejezés folyamatosan növekszik (σ_0 állandó, de $1 - F(c(t))$ csökken), így előfordulhat az az eset mikor Δ_d számú károsodás-halmozódás kiváltotta esemény hatására a rendszerben, Δ lavinamérettel jellemzett azonnali törés/törések sorozata következik be. Mivel a károsodás - halmozódás sokkal lassabb folyamat, mint az azonnali törések válaszideje, így mikroszkópikus szinten a teljes törés sorozatos lassú törések által generált gyors törések láncolataként fogható fel. A két azonnali törési esemény között eltelt idő definiálja a T várakozási időt, míg két károsodás – halmozódás között eltelt idő a δt károsodás – halmozódási időt. Nyilvánvaló, hogy két azonnali esemény között mindig igaz, hogy

$$T_i = \sum_{j=0}^{\Delta_d} \delta t_j, \tag{6.25}$$

ahol T_i az i-edik várakozási idő, δt_j az egyes károsodás – halmozódási események között eltelt idő és Δ_d a károsodás – halmozódás miatt eltört elemek száma egy sorozatban. Mikroszkópikus szinten a törési folyamat a károsodási sorozatok Δ_d hosszával, a lavinák Δ méretével és a közöttük eltelt T várakozási idő valószínűségi eloszlásával jellemezhető. A mikroszkópikus leírás érdekében szimulációkat készítettem egyenletes terhelés – újraosztódás esetén különböző terhelések mellett, míg lokális esetben figyelembe véve azt is, hogy a rendszer lehet diffuzív, vagy egyklaszter növekedési fázisban. Mivel a károsodási folyamatok Δ_d mérete nem mérhető mennyiség – a gyakorlatban energiája olyan csekély, hogy a háttértől nem választható el – a továbbiakban csak az azonnali törések Δ lavináira és a közöttük eltelt T várakozási időre vonatkozó erdményeimet ismertetem.

A szimulációkból származó mikroszkópikus változók aktivitását a 6.17 ábra

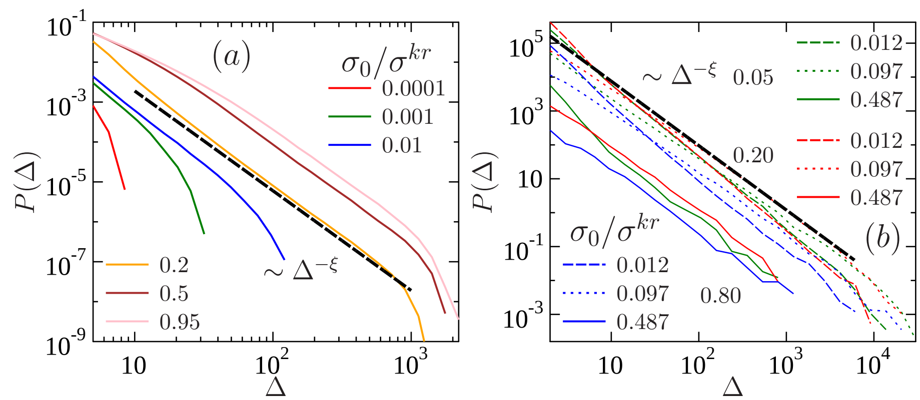


6.17. ábra. Mikroszkópikus jellemzők aktivitásai egyenletes (1. oszlop) és lokális (2. oszlop) terhelés – újraosztódás esetén. A rendszer életidejének végéhez közeledve a jellemzők hasonló kvalitatív viselkedést mutatnak. (Az ábra első sora a Δ azonnali törések lavináit, míg második sora a T várakozási idő nagyságát mutatja.)

mutatja egyenletes (1. oszlop) és lokális (2. oszlop) terhelés – újraosztódás esetén L=401-es rendszerméretet tekintve. A lokális terhelés - újraosztódás esetében az egyklaszter – növekedési és a diffúzív fázis között – a mikroszkópikus változók aktivitását tekintve – kvalitatív különbség nem mutatkozott – amint az a későbbi 6.19 és 6.17 ábrákon is látható lesz – így az ábrázolt aktivitások a fázishatárgörbéhez közeli $\gamma = 2$ és $W/C = 0.2$ pontból származnak.

A 6.17/a és /b ábrája az azonnali törések aktivitását mutatja be. Az ábrára tekintve látható, hogy a folyamat kezdetét mindkét esetben rövid, kis elemszámú lavinák uralják – bár a ELS esetében a lavinák többsége egy elemű, addig az LLS esetében a feszültség – koncentráció átlagosan hosszabb lavinákat eredményez – addig az életidő végén a felbukkanó lavinák mérete rohamosan növekszik. Látható, hogy a végső lavinák méretében nagyságrendi eltérés nincsen, azonban a egyenletes feszültség – újraosztás több nagyméretű lavinát képes tolerálni, míg lokális esetben a végső lavina tűszerűen emelkedik ki az átlagos lavinaméretek közül. Ez a különbség került kiemelésre a két nagyított ábra esetében, melyek csak a t_f közeli viselkedésre koncentrálnak. A fenti tulajdonság jelenik meg a lavinaméret – eloszlások tanulmányozása során is: A 6.17 ábrán látható, hogy egyenletes határesetben a rendszer a klasszikus modellből jól ismert, analitikusan meghatározható hatványfüggvény – eloszlást mutat $\xi_{ELS} = 2.5$ exponenssel. A lokális határesetben a ξ exponens értéke az előzőnél kisebb $\xi_{LLS} = 1.75 - 2.0$ értéket vesz fel. A kisebb exponens több viszonylag nagy lavina megjelenését jelenti, mely összhangban áll mind az aktivitás, mind a konkrét klaszterek ábrázolásából származó információkkal. (A 6.13 ábrán bemutattott lavinák között nincsen feltűnően sok elemű példány.) A σ^{kr}-hoz közeli terhelések esetén a rendszerben néhány szál törése is elegendő a tönkremenetelhez, függetlenül a terheléseloszlás módjától. Ennek oka, hogy a kezdeti terhelés hatására megjelenő azonnali törések egyik esetben sem korreláltak, a további események darabszáma pedig már nem képes érdemben megváltoztatni a lavinaeloszlást.

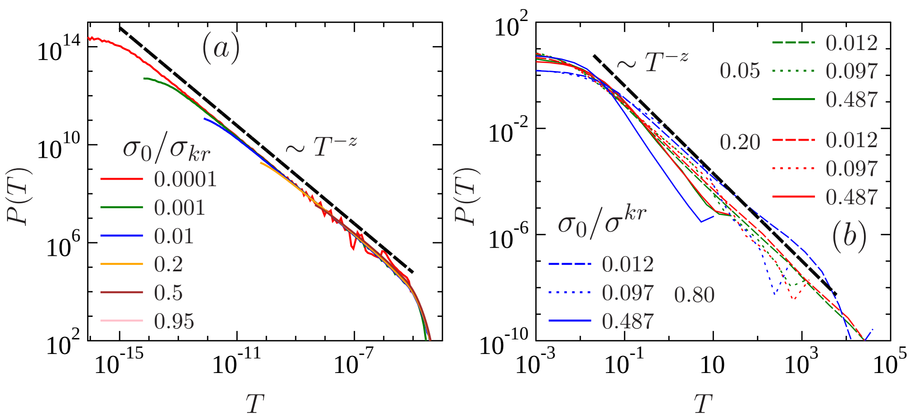
Minthogy a szimulált lavinaméret – eloszlás és a törés során detektált akusztikus emisszióból származó energia – eloszlás összevethető, érdemes megvizsgálni kapcsolatukat, illetve összehasonlítani ezeket más, a szakirodalomban fellelhető adatokkal. A papíron végzett mérések (lásd 6.3.3 fejezet) kísérleti adatai alapján a ξ exponensre az irodalom $1.5 \ldots 1.8$ közötti értéket említ, míg az általam végzett vizsgálat $\xi = 1.55 \pm 0.1$ értéket eredményezett. A numerikus szimulációból származó érték nagyságrendileg megfelel a kísérleti adatoknak, azonban a rendszer ridegebb viselkedését jósolja mind egyenletes, mind lokális terhelés – újraosztódás esetén. Minthogy a modell nem papír – specifikus érdemes ugyanezt az összehasonlítást más heterogén anyagokra is kiterjeszteni. A földrengésekre vonatkozó Gutenberg – Richter törvény



6.18. ábra. Lavinaméret – eloszlások egyenletes (a) és lokális (b) terhelés – újraosztódás esetében $(\gamma = 2)$. Egyenletes esetben az átlagos terhelésekre jellemző klasszikus $\xi = 2.5$, lokális terhelés - újraosztás esetén pedig $\xi = 2.0$ exponens jelenik meg. A kisebb exponens megfelel mind a lavinaaktivitás, mind a törés monitorozása által szolgáltatott kvalitatív képnek.

$\xi = 1.8 \pm 0.2$ exponenenst jósol, gániton [123] végzett mérések $\xi = 2.3$, míg a jég esetében [124] $\xi = 1.3$ exponenst mutatnak. Látható, hogy a ridegebb anyagok kritikus exponensét a szálköteg modell pontosabban közelíti.

A 6.17/c és /d ábra a T várakozási időt mutatja a szálköteg életideje folyamán egyenletes és lokális terhelésújra - osztódás esetén. Látható, hogy a törési folyamat kezdetén a hosszú időtartamok a dominánsak: az alacsony feszültség - koncentráció miatt a károsodás - halmozódás okozta törések között viszonylag hosszú idő telik el, mivel esetenként akár nagyszámú esemény lehet szükséges egy azonnali törési esemény kiváltásához. Megfigyelhető, hogy a egyenletes terhelés - újraosztódás esetében a várakozási idők $3-4$ nagyságrenddel nagyobbak, mint lokális esetben. t_f-hez közelítve az aktivitás megnövekszik – függetlenül a terhelés újraosztás módjától – a rendszer gyorsul, mivel a növekvő szálterhelés miatt akár egyetlen károsodás - halmozódás okozta törés is képes lavinát kiváltani. Érdemes megfigyelni, hogy t_f közelében az aktivitás nem függ a terhelés módjától a két görbe jellegét tekintve



6.19. ábra. Várakozási idők ELS (a) és LLS (b) esetén. A egyenletes esetben $z_{ELS} = 1$, míg lokális esetben a feszültség - koncentráció miatt $z_{LLS} = 1.4 \pm 0.05$ adódik.

hasonló.

A kvalitatív kép után célszerű kvantitatív információkat is szerezni. Egyenletes terhelés – újraosztódás esetén $\gamma = 2$ károsodás – halmozódási exponenst választva, a T várakozási idők exponensére a numerikus szimulációból $z_{ELS} = 1$ adódik, mely érték megegyezik az analitikus számítások univerzális eredményeivel. Lokális terhelés - újraosztás esetén a várakozási idő szintén hatványfüggyény viselkedést mutat kis $z_{LLS} = 1.4 \pm 0.05 - 2.0 \pm 0.05$-ös hatványkitevő ($\gamma = 1 - 5$) mellett. A nagyobb exponens a rendszer gyorsabb tönkremenetelére utal: a feszültség – koncentráció következtében a rendszer időfejlődését a rövidebb várakozási idők uralják. Szimulációk azt mutatják, hogy a z_{LLS} exponens értéke erősen függ a károsodás – halmozódás exponensétől, míg a kezdeti σ_0 terhelés csupán a várakozási idő maximumát korlátozza.

Hasonlóan az előzőekhez érdemes figyelmet szentelni az irodalomban fellelhető adatoknak. Az általam végzett mérések esetében a z kritikus exponens értéke 1.35 ± 0.07-nek, míg a numerikus szimulációk esetében ugyanezen értéke $z = 1.4$-nek adódott. Papírral végzett kísérletek $z = 1$-es exponenst mutatnak, míg földrengések esetében 1.3, jég esetében 1.0±0.3 érték adódik, nagyon jó egyezést mutatva mind a mérésből, mind a numerikus szimulációkból származó eredményekkel.

6.8. Összefoglalás: Szubkritikus terhelés okozta törés

Disszertációm ezen fejezetében heterogén anyagok szubkritikus terhelés alatti viselkedésével foglalkoztam olyan esetekben, ahol a törési folyamat hajtóerejét a terhelés kiváltotta károsodás - halmozódás jelenti. Az időfüggés bevezetéséhez a tradícionális szálköteg modell elemei időfüggő tulajdonsággal lettek felruházva: a szálon lévő szubkritikus terhelés is okozhat tönkremenetelt, ha az életidő alatt felhalmozódott károsodás túllépi az elem károsodástűrési küszöbét. Ebben az esetben a törés menetét az azonnali törés és a károsodás - halmozódás folyamatos versengése határozza meg. A modell ilyen irányú kiterjesztését 2008-ban publikálták [39], azonban a vizsgálatok az egyenletes terhelés - újraosztódásra korlátozódtak. A fejezetben bemutatott eredmények újszerűségét a lokális terhelés - újraosztódással kapcsolatos elemzések adják.

A vizsgált rendszerek viselkedése – az inhomogén feszültségtér megjelenésének hatására – rendkívül összetetté válik. A törési küszöbök strukturális rendezetlensége a korrelálatlan, míg a lokális terhelés – újraosztódás a törött szálak mellett kialakuló feszültség – koncentráció miatt a repedések korrelált növekedését támogatja. Az analízis során kiderült, hogy a két párhuzamos folyamat versengéséből a strukturális rendezetlenség mértéke és a károsodás halmozódás exponense által inkább preferált folyamat kerekedik felül: kis rendezetlenség és erős feszültségérzékenység egyetlen repedésnek, míg nagy rendezetlenség és lassú károsodás – halmozódás a diffúz növekedésnek kedvez. Analitikus számítások segítségével a két fázis jól elkülöníthető, melyet

a számítógépes szimulációk megerősítenek. Azonban az is megfigyelhető, hogy a rendszer bárhol is legyen a fázistérben, az egyenletes feszültség – újraosztódáshoz hasonlóan a deformáció – idő diagrammok formája univerzális, valamint az ELS esethez megegyező módon a viselkedés megfelel a Basquin - törvénynek, valamint a Basquin – exponens megegyezik a károsodás - halmozódás kritikus exponensével.
A rendszerben a lassú károsodás – halmozódás miatti törés képes gyors repedési lavinákat kiváltani. Az eredmények alapján mind a lavinák mérteteloszlása, mind a köztük eltelt várakozási idő eloszlása hatványfüggvény – jellegűnek mutatkozik, exponenciális levágással. A modellben a repedéseket a szomszédos törött szálak által alkotott klaszterek definiálják. Szimulációk azt mutatják, hogy az utolsó stabil állapotbeli struktúrák klaszterméret – eloszlása szintén hatványfüggvény-szerű és az exponenciális levágás is megjelenik, a véges rendszerméret miatt.
A lokális terhelés – újraosztásra kapott eredményeket lehetőség van összehasonlítani mind az egyenletes esettel, mind a valós rendszerek zajméréséből származó eredményekkel. Az elemzésből kiderült, hogy a feszültség koncentráció nagyobb lavinákat és gyorsabb repedési folyamatot – rövidebb várakozási időket – eredményez. Az szakirodalmban megtalálható és saját mérésekből származó mérési eredményekből kiderült, hogy – a várakozásokkal tökéletesen összhangban – a reális rendszerek a két feszültségtérnek megfelelő értékek közé esnek, ezzel is alátámasztva a modell létjogosultságát.

A fejezethez kapcsolódó publikációk:

- F. Kun, **Z. Halász**, S. Andrade Jr. and H. J. Herrmann, *Crackling noise in sub-critical fracture of heterogenous materials*, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, P01:21(15) (2009).

- **Z. Halász**, G. Tímár and F. Kun, *The effect of disorder on crackling noise in fracture phenomena*,
  Progress of Theoretical Physics Supplement **184**, 385-399 (2010).

- Z. Halász, Zs. Danku and F. Kun, *The Competition of strength and stress disorder in creep rupture*,
  Physical Review E **85**, 016116 (2012).

Omnia mutantur, nihil interit.

Ovidius

7. fejezet

Összefoglalás

Minden változik, nem pusztul el semmi. A latin szállóige éppen ugyanazt, a folytonos megújulás melletti állandóságra való törekvést fogalmazza meg, mely áthatja a törésmechanika szellemiségét. Korunk építészetének, formatervezésének, technológiájának újabb és újabb, egyre specializáltabb anyagok iránti vágya az anyagtudomány fejlődését is állandó megújulásra készteti. Ellentétben a régi korokkal, napjaink „termékei” már nem az örökkévalóság számára készülnek, viszont viszonylag rövid életidejük során sokkal speciálisabb körülmények között is helyt kell állniuk. A specializáció azonban már mélyebb megismerést igényel és így a tudománynak egyre inkább a részletes megismerés felé kellett fordulnia. A tudományterület rendkívüli sokszínűsége, változatossága és nem utolsó sorban az egyre növekvő információmennyiség miatt ezen disszertációnak nem lehet feladata, hogy átfogó képet adjon – az irodalomban számos összefoglaló mű fellelhető, sokkal inkább bizonyos területekre koncentrálva mutatja be a törést, a statisztikus fizika nézőpontjából.

Világunkban számos rendszer viselkedésében fellelhető viselkedési forma – beszéljünk akár természetes, akár mesterséges anyagokról –, hogy a tönkremenetelt belső struktúrájuk átalakításával érik el. Az átstruktúrálódás egyik megjelenési formája a csúszás – tapadás (stick – slip) jelensége, mely során a rendszerben tárolt hossz felszabadul, eképpen tehermentesítve a rendszer elemeit. A csúszás – tapadás jelensége számos helyen és formában megjelenik, néhol egészen furcsa formában. A pókselyem éppúgy ugyanennek a mechanizmusnak köszönheti rendkívüli teherbíró – képességét, mint ahogyan a nanorészecskék láncolata a hajlítás elleni jelentős ellenállását.

1. A klasszikus szálköteg modellnek olyan kiterjesztését dolgoztam ki, amelynek segítségével lehetővé vált a külső terhelésre a csúszva – tapadás dinamikával válaszoló rendszerek realisztikus vizsgálata. A modell újszerűsége a szálak egyedi viselkedésében rejlik: növekvő terhelés alatt a szálak egy véletlen küszöbterhelés elérésekor nem eltörnek, hanem megcsúsznak, ezért újra képesek terhelés felvételére az eredeti rugalmassági modulusz megtartása mellett. A csúszási eseményeket követően az anyag lokálisan átstruktúrálódhat, amit a modellben a csúszási küszöbök változásával veszünk figyelembe.

    a) A csúszási küszöbök mind állandó, mind változó rendezetlensége mellett, átlagtér közelítést alkalmazva, analitikus, zárt alakban adtam meg a modell makroszkopikus mechanikai válaszát. Megmutattam, hogy a csúszva – tapadás dinamikával felruházott rendszerek viselkedését az egyedi szálak válasza, a csúszási küszöbök valószínűség eloszlása, a rendezetlenség típusa, valamint a csúszási lehetőségek száma határozza meg. Felhívtam a figyelmet arra, hogy az irodalomban kiterjedten használt egyszerű szálköteggel szemben, az általam bevezetett modell adja a földrengések Burridge – Knopoff modelljének korrekt átlagtér határesetét. Analitikus számolásokkal kimutattam, hogy nagyszámú csúszási esemény hatására a szálak kollektív dinamikájának eredményeként a konstitutív görbén plasztikus tartomány – plató – jelenik meg. A plató tartományt vagy felkeményedés, vagy lágyulás követi, az egyedi szálak viselkedésének megfelelően.

b) Megmutattam, hogy a stick – slip dinamikájú rendszer tehermentesítése maradandó deformációt eredményez, mely a terhelés során elért maximális deformáció monoton növekvő függvénye. A maradandó deformáció mértékét a csúszási események maximális száma és a törési küszöbök átlagos nagysága definiálja. Ha a maximális csúszási szám elérése után a szálak megsemmisülnek, akkor a tehermentesítéskor mérhető Young modulusz a maximális deformáció monoton csökkenő függvénye, a szálak felkeményedése esetén viszont az értéke állandónak bizonyult.

2. Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációval vizsgáltam a csúszva - tapadás mechanizmussal rendelkező rendszerek deformációjának és törésének mikroszkópikus dinamikáját.

   a) Monte Carlo szimulációkkal megmutattam, hogy lassan növekvő terhelés hatására a rendszerben csúszási lavinák jönnek létre. Ennek hatása makroskálán is megfigyelhető, ugyanis a rendszer konstitutív görbéjén lépcsők jelennek meg, amelyek a deformáció és a feszültség irányában is véletlenszerű kiterjedésűek. Megállapítottam, hogy a csúszási lavinák méretének, valamint a deformáció és feszültség ugrások nagyságának valószínűség eloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat exponenciális levágással. Az exponensek értéke függ a rendezetlenség mértékétől és a csúszási lehetőségek számától.

   b) A lavinákat jellemző eloszlások és a makroszkópikus konstitutív görbék analitikus elemzésével meghatároztam a rendszer fázisdiagramját a rendezetlenség – csúszási darabszám paraméter síkon. Megmutattam, hogy a stick – slip dinamikájú rendszernek két jól elkülöníthető fázisa van: nagy rendezetlenség és kisszámú csúszási lehetőség esetén a makroszkopikus konstitutív görbe monoton, amit mikroskálán a rendszer méretéhez képest kicsi lavinák felbukkanása kísér (*POP* fázis). Kis rendezetlenség és nagy csúszási számok esetén viszont a makroszkopikus válaszgörbén instabil szakaszok jelennek meg, amelyek a rendszerrel összevethető méretű lavinák megjelenése kísér (*SNAP* fázis). Analitikusan megadtam a fázisgörbe egyenletét, amit számítógépes szimulációkkal is reprodukálni tudtam.

c) Megmutattam, hogy a *POP* és *SNAP* fázisok közötti átmenet egy folytonos fázisátalakulás: a POP fázisból közeledve a fázishatárhoz a csúszási lavinák, valamint a deformáció és feszültség ugrások karakterisztikus mérete hatványfüggvény divergenciát mutat a kritikus ponttól mért távolság függvényeként. Számítógépes szimulációkkal meghatároztam a fázisátalakulás kritikus exponenseit. Kimutattam, hogy az általam talált rendezetlenség által indukált fázisátmenet analóg a közelmúltban felfedezett „terhelési mód" által indukált átmenet tökeletesen lágy hajtás határesetével.

Az ipari felhasználók számára régóta ismert – és meg nem kerülhető tény –, hogy a teherbíróképességnél kisebb terhelés is képes véges idő alatt a szerkezetek tönkremenetelét okozni. Az szakirodalom ezt a terhelést szubkritikus terhelésnek, míg a törést szubkritikus törésnek nevezi. Az anyagok viselkedésének megértése és a megszerzett ismeretek felhasználása rendkívüli fontossággal bír elsősorban azért, mert a terhelésnek kitett szerkezetek jelentős kockázati besorolásúak. Elegendő csupán a Tacoma – híd katasztrófáját, vagy az Entschede-i vasúti szerencsétlenséget felidézni, mindkét esetben a katasztrófa kiváltója szub - kritikus periodikus terhelés volt! Habár a terhelési mód régóta a mérnöki vizsgálatok érdeklődésének középpontjában áll, a heterogén rendszerek statisztikus fizikán nyugvó vizsgálatához nem felelnek meg a műtárgyakon végzett mérések, sokkal inkább a mikroszkópikus folyamatokra és méretskálákra kell koncentrálni.

3. A szálköteg modell keretében heterogén anyagok *szubkritikus* terhelés

alatti viselkedését vizsgáltam figyelembe véve a mechanikai feszültség lokális újraosztódását a száltöréseket követően. Állandó nagyságú szubkritikus terhelés alatt időfüggő viselkedést az eredményez, hogy a még épen maradt terhelt elemek egy öregedési folyamaton mennek keresztül, ami károsodás – halmozódást okoz. Az átlagtér közelítésben végzett analitikus számítások és a számítógépes szimulációk azt mutatják, hogy a modell képes a szubkritikus rendszerek realisztikus leírására.

a) Az anyag strukturális rendezetlensége mellett a feszültségtér inhomogenitása is egy rendezetlen teret vezet be a rendszerbe. Analitikus és numerikus számításokkal kimutattam, hogy a törési küszöbök által adott strukturális rendezetlenség a mikrorepedések véletlenszerű, korrelálatlan megjelenését preferálja, míg a feszültségkoncentráció ezzel szemben repedések korrelált növekedését segíti. A két hatás versengését a károsodás halmozódás terhelésfüggését kontrolláló exponens és a strukturális rendezetlenség mennyiségének viszonya határozza meg. Kimutattam, hogy a rendszerben két jól elhatárolható fázis jelenik meg. Analitikus számolásaim alapján megadtam a rendszer fázisdiagramját a rendezetlenség – károsodási exponens síkon, amelyet számítógépes szimulációkkal is alátámasztottam.

b) Azt találtam, hogy a mikroszkópikus komplexitás ellenére, makroskálán a különböző terhelési szintekhez tartozó deformáció – idő diagrammok univerzális skálaformát követnek a globális határesethez hasonló módon. Számítógépes szimulációk alapján megállapítottam, hogy a modell képes reprodukálni az időfüggő törésekre érvényes Basquin – törvényt, azaz a konstans terhelésnek kitett rendszer életideje a terhelés hatványfüggvényeként csökken. Az LLS szálköteg modell Basquin – exponense azonosnak bizonyult károsodás – halmozódás exponensével.

4. Számítógépes szimulációkkal vizsgáltam a kúszó törés mikroszkópikus dinamikáját. A sztochasztikus törési folyamat jellemzésére az időfejlődés mellett a repedések térbeli szerkezetét is elemeztem.

    a) Megmutattam, hogy a rendszerben a lassú törési módus gyors repedési lavinákat gerjeszt. A mikroszkopikus dinamika jellemzésére meghatároztam a repedési lavinák méretének és a közöttük eltelt várakozási időnek a valószínűség eloszlását, amelyek hatványfüggvénynek bizonyultak exponenciális levágással. A lavina méreteloszlás exponense elsősorban a terheléstől függ, értéke 1.75 és 2.5 között változik. Ezzel szemben a várakozási idő a lokalizáció erősségére érzékeny: a diffúz repedezés fázisában értéke 2, míg egyetlen terjedő repedési front esetén értéke 1.4-re csökken.

    b) A repedések térbeli szerkezetének vizsgálatához meghatároztam a klaszterek méreteloszlását a rendzser időfejlődésének utolsó stabil állapotában. Számítógépes szimulációk alapján megállapítottam, hogy a méreteloszlás hatványfüggvény exponenciális levágással. A hatványfüggvény exponense a diffúz repedezés fázisában jó közelítéssel egyezik a perkoláció klaszterméret exponensével, de az egyklaszter fázisban annál nagyobb értéket vesz fel.

    c) Összevetve a lokális terhelés újraosztódással kapott eredményeket a korábbi átlagtér eredményekkel megállapítottam, hogy a feszültség – koncentráció nagyobb repedési lavinákat és rövidebb várakozási időket, gyorsabb folyamatot eredményez. Megmutattam, hogy a módosított szálkötegmodell által szolgáltatott eredmények kvalitatív, és a zaj exponensek esetén kvantitatív egyezésben vannak mind az irodalmi, mind a saját méréseimből származó eredményekkel, alátámasztva a modell létjogosultságát. A várakozásoknak megfelelően látható, hogy a mért értékek a globális és a teljesen lokális feszültségtérnek megfelelő értékek közé esnek.

8. fejezet

Summary

Introduction

The behaviour of heterogeneous materials under external load means constantly renewing challenge both for the engineering and for the scientific community. Nowadays, the regularly used and well – known materials have been replaced step-by-step by special designed material – structures, where the preliminary effect of the ”theoretical” design (analytic calculations and simulations) becomes more dominant. Further difficulties come from the fact that not only the mechanical aspects have to be taken into account, but economical and aesthetical considerations have increasing effect to the design. The direction of the scientific development made it obvious that the complex materials – *i.e.* composits – are able to fullfill all of these requirements, but the analitycal methods, which were valid for the analyzis of homogeneous materials are non – useable anymore. The presence of the disorder has necessitated the use of the statistical physical approach, therefore, the more accurate knowledge of the microscopic structure and behaviour of the new materials.

The early analytical methods were developed for homogeneous materials based on the examination of the macroscopical response of the system. The different damage method necessitated different test procedures. The quasistatic increase of the external load offers the simplest way because during this process the material is always "close" to the mechanical equilibrium state, it breaks only into – practically – two pieces and therefore the progress of the crack becomes continuously observable. The other limit of load is the very fast energy input in very short time: the process called fragmentation, as the material breaks into a large number of very small pieces. For the engineering praxis the most important behaviour is somewhere between the two extrem cases, generally real structures are exposed to somehow mixed loads.

The specialisation of materials forceded and – paralell with this – the evolution of measuring techniques allowed the examination of the microscopic advancement of the crack. The measuring of the acoustic emission became the most popular method, let it be either engineering or scientific application. It has been observed that the crack formation and progress are associated with emission of acoustic waves which are detectable and recordable by using appropriate devices. From the analysis of spectras it has been recognized that fracture proceeds is a series of individual events well separeted in time. The energies of these events and the time intervals between these consequtive events – the waiting times – became the typical parameters for the description of the microscopic response. The observations show power law distributions and the critical exponents are able to describe wide range of different materials[1].

The emerging universality and the signs of the complex behaviour directed the research toward to the statistical physics. This doctoral thesis also dealing with these processes.

[1] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala and S. Zapperi, *Statistical models for fracture*, Adv. Phys. **55**, 349 (2006).

New scientific results

1. I proposed an extension of the classical Fiber Bundle Model which captures the main ingredients of the mechanical response of systems undergoing conformational changes with stick – slip mechanism. The model's novelty is the response of the individual fiber: The overstressed elements do not break when they reach the breaking threshold, instead they increase their lenght in a slip event until they can sustain the load again keeping the original Young – moduli. After these events the material can go through local rearrangement which built-in a model as a changing of the breaking thresholds [P1, PR1].

    a) I exposed a mechanical response of a model in close analitical form in mean filed approximation, independently from the type of the breaking threshold's rearrangement (quenched or annealed). I showed that the mechanical response of a stick – slip system depends on the response of an individual fiber, on the probability distribution of the sliding thresholds, on the type of the disorder and on the number of sliding events. This extension is able to give – contrary to the extensively used classical form of the model – the correct mean – field form of the Burridge – Knopoff model of earthquakes[2]. I showed with analytical calculations that the collective dynamics of the individual fibers results in the appearence of plastic section on the constitutive curves. This plateau regime can be followed by hardening or softening regarding to the behaviour of an individual fiber. The constitutive curves are in a very good agreement with systems, where the stick – slip dynamics originates from the release of stored length, which is typical in a biological systems – *i.e.* in protein chains, spide silk[3] and silk shantung.

[2] R. Burridge and L. Knopoff, Bull. Seismol. Soc. Am., **57**, 341 (1967).

[3] Z. Z. Shao and F. Vollrath, *Surprising strength of silkworm silk*, Nature **418**, 741 (2002).

b) I showed that unloading a system with stick – slip dynamics results in remaining deformation which is a strictly monotonous function of the maximal deformation. The value of the remaining deformation depends on the maximal number of the sliding events and on the average value of the sliding thresholds. Reaching the maximal sliding number the fibers can break resulting in decreas of the unloading Young – moduli, or are able to harden in which case the modulus is constant.

2. I analyzed with analitical calculations and computer simulations the microscopic response of the stick – slip systems.

   a) I developed an effective computer algorithm to analyse the macroscopic and microscopic response of the stick – slip systems. I showed with Monte Carlo simulations that the effect of the slowly increasing load series of breaking events can pop up. This effect is observable also on macroscopic scale in the form of the step-like structure of the constitutive curves. These steps have both horizontal – deformation jump – and vertical direction – stress jump – random lenghts. I showed, that the size of the sliding avalanches, the deformation and stress jumps have power – law distribution with exponential cut – off. The values of these exponents depend on the disorder and on the maximal number of sliding events [P1, P3, PR2].

   b) I determined the phase diagram of the system on the disorder – sliding events phase space with the analysis of the constitutive curves and the avalanche size distributions. I showed that two different phases are observable: In the case of high enough disorder and low number of possible sliding events the constitutive curves are monotonous associated with apperaing small avalanches related to the system size (POP-phase). On the contrary, low disorder and large number of sliding events cause an instable area on the constitutive curves with large avalanches (SNAP-phase). I obtained by analitycal calculations and confirmed by computer simulations the equation of phase curve.

c) I showed that the transition between the POP and SNAP phases is analogous to continous phase transitions: Going from the POP phase to the transition curve the characteristic size of the deformation and stress jumps show power – law divergence as a function of the distance from the critical point. I determined with computer simulations the values of the critical exponents. I showed that this phase transition is analogous to the driving – induced phase transition, where the driving is perfectly soft[4].

3. I examined the extension of the classical Fiber Bundle Model to analyze the material's behaviour under sub – critical load, considering localized load redistribution after breaking events. In the model, the fibers can break for two reasons. When the local load exceeds the tensile strength of the fiber it breaks inmediately. Under constant sub – critical load the intact fibers undergo an ageing process (*i.e.* thermaly activated or corrosive crack) which cause damage accumulation introducing time-dependent process into the model. When the amount of damage exceeds a specific threshold value the fiber breaks. Analytical calculation in mean – field enviroment show that the model is able to give the realistic description of the sub – critical systems[5]. In my research work, I extended the existing model by introducing the phenomenon of localized load redistribution. The stress localisation makes possible to observe the stress inhomogenities around the crack tips, thus it becames possible to give a more realistic description of the sub – critical fracture [P2, P4].

[4] F.-J. Pérez-Reche, L. Truskinovsky and G. Zanzotto, *Driving-Induced Crossover: From Classical Criticality to Self-Organized Criticality*, Phys. Rev. Lett. **101**, 230601 (2008).

[5] F. Kun, H. A. Carmona, J. S. Andrade Jr., and H. J. Herrmann, *Universality behind Basquin's law of fatigue*, Phys. Rev. Lett. **100**, 094301 (2008).

a) I showed, that the inhomogeneous stressfield caused by the structural disorder of the material makes the process of the fracture very complex. I showed with analitical calculations and computer simulations, that the structural disorder prefers the random and uncorrelated emergence of the cracks, while the stress concentration supports the correlated crack growing. The competiton of these effects are controlleded by the relation between the amount of stress disorder and the sensitivity of the ageing process to the stress inhomogenities. I pointed out, that the system has got two different phases: For low disorder and high sensitivity to the stress supports a single crack propagation (Single crack growth phase), while for high disorder and low sensitivity helps the simultaneous crack growth (Diffuse damage phase). I specified the system's phase diagram with analitical calculations and supported it by simulations.

b) I showed, that – in spite of the microscopic complexity – the deformation – time diagrams follow an universal scaling–form similarly to the equal load sharing case. I determined with computer simulations, that the model is able to reproduce the Basquin – law of time – dependent fractures. The critical exponens of the Basquin – law in LLS case is in agreement to the ELS case.

4. I examined with computer simulations the microscopic dynamics of creep rupture. I analyzed the time evolution of the rupture parallel with the structure of the crack's spatial structure [P2, P4, P5, PR2].

   a) I showed, that the slow breaking mode (damage accumulation) is able to generate fast avalanches. To characterise the microscopic dynamics, I determined the distribution of the bursts and the distribution of the elapsed time between consecutive events which are power-law functions with exponential cut-off. The burst size distribution mainly depends on the external load, the values are between $1.75 - 2.0$. The waiting – time distribution strongly depends on the stress localization: In the diffuse phase the value is 2.0, while in the single crack phase it is decreasing to 1.4.

b) The clusters of broken fibers represent the system's cracks. I analyzed the rupture process by computer simulations varying the external load on the system. I found, that the cluster size distribution shows power – law behaviour in the last stable configuration of the system. Simulation explained, that in the disorder dominated regime the cluster structure is analogous to the percolation cluster, while in the single crack area the critical exponent has larger value.

c) Comparing the exponents of the burst size and waiting time distribution to the corresponding mean – field results, I obtained that the burst size exponent is smaller, while than the waiting time exponent is larger than the ELS counterpart, showing a faster damage process. I showed, that the results of this extension of the fiber bundle model are in qualitative agreement with the noise exponents and in the case of the noise – energy it is a quantitative agreement too. As expected, the measured values are between the two borderline confirming the model's raison d'etre.

Köszönetnyilvánítás

Mindenki azt szeretné, hogy az életének legyen valami értelme. Úgy látszik, minél öregebbek leszünk, annál jobban keressük és annál nehezebb megtalálni. Vannak olyanok, akik rossz helyen keresik. De ha az életünknek nincs értelme, mit hagyunk hátra azoknak, akik fontosak nekünk?

9. fejezet

Mellékletek

A disszertációban szereplő idézetek forrásai

- Philip K. Dick: Kamera által homályosan (A Scanner Darkly), fordította Pék Zoltán. Ageve Könyvek Kiadó Kft., 2005. (1. Fejezet)
- Philip K. Dick, Egy Frank C. Bertranddal folytatott interjúból. (2. Fejezet)
- Carl Sagan: Korok és démonok, fordította Hraskó Péter. Tudomány &...& Tudomány sorozat, Typotex kiadó, 2010. (3. Fejezet)
- Michel Faraday-től származó mondás. (4. Fejezet)
- Johannes Scotus Erigena (Eriugena?): A természet felosztása (De divisione naturalae), fordította Tóth Gábor. (5. Fejezet)
- Szent Ágoston vallomásai, fordította dr. Vass József. (6. Fejezet)
- Ovidius: Metamorfózis, XV. könyv. (7. Fejezet)
- Dexter (Köszönetnyilvánítás)

10. fejezet

Publikációs jegyzék

Publikációk a disszertáció tárgyköréből

Referált folyóiratcikkek

1. **Z. Halász** and F. Kun, *Fiber Bundle model with stick-slip dynamics*, Physical Review E **80**, 7102 (2009).

2. F. Kun, **Z. Halász**, S. Andrade Jr. and H. J. Herrmann, *Crackling noise in sub-critical fracture of heterogenous materials*, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, P01:21(15) (2009).

3. **Z. Halász** and F. Kun, *Slip avalanches in a fiber bundle model*, Europhysics Letters **89**, 6008 (2010).

4. **Z. Halász**, G. Tímár and F. Kun, *The effect of disorder on crackling noise in fracture phenomena*, Progress of Theoretical Physics Supplement **184**, 385-399 (2010).

5. **Z. Halász**, Zs. Danku and F. Kun, *The Competition of strength and stress disorder in creep rupture*, Physical Review E **85**, 016116 (2012).

Konferencia - kiadványok

1. **Z. Halász** and F. Kun, *Fiber Bundle model with stick-slip dynamics*, 3rd International Conference on Multiscale Materials Modelling, Freiburg, Germany (2006).

2. F. Kun, **Z. Halász** and Zs. Danku, *Slip avalanches in a fiber bundle model*,
   5th International Conference on Multiscale Materials Modelling, Freiburg, Germany (2010).

Poszterek

1. **Z. Halász** and F. Kun, *Fiber Bundle model with stick-slip dynamics*, 3rd International Conference on Multiscale Materials Modelling, Freiburg, Germany (2006).

2. **Z. Halász** and F. Kun, *Phase transition in time-dependent fracture*, 33rd Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, MECO 33. Puchberg am Wells, Austria, 14 - 16 April, 2008.

3. **Z. Halász** and F. Kun, *Diffuse damage and single crack growth in sub-critical fracture*,
   34rd Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics, MECO 34. Leipzig, Germany, 30 March - 1 April, 2009.

Előadások

1. Z**. Halász**, G. Tímár and F. Kun[1], *The effect of disorder on crackling noise in fracture phenomena*
   Frontiers in Nonequilibrium Physics. Fundamental Theory, Glassy and Granular Materials, and Computational Physics. Kyoto, Japan, 21 July - 21 Aug, 2009.

[1] Presenting Author

2. **Halász Z.**, *Időfüggő törések*
Anyagtudományi Őszi Iskola, Gyöngyöstarján, Magyarország, 2009.10.02.

3. **Halász Z.**, *Repedési zaj szub - kritikus törésben*
Statisztikus Fizikus Nap, Budapest, Magyarország, 2009.04.16.

4. **Halász Z.**, *Stick - slip dinamika a szálköteg modelben*
Statisztikus Fizikus Nap, Budapest, Magyarország, 2010.03.22.

Egyéb publikációk

Referált folyóiratcikkek

1. Gy. Gyürky, Z. Elekes, J. Farkas, Zs. Fülöp, **Z. Halász**, G. Gy. Kiss, E. Somorjai, T. Szücs, R. T. Güray, N. Özkan N, C. Yalcin and T. Rauscher, *Alpha - induced reaction cross section measurements on* ^{151}Eu *for the astrophysical* γ *- process*
Journal of Physics G, Nuclear and Particle Physics **37**, 11:5201 (2010).

2. J. Farkas, Gy. Gyürky, **Z. Halász**, T. Szücs, Zs. Fülöp and E. Somorjai, *Half-life measurement of* ^{133m}Ce *with* γ *- spectrometry*
European Physical Journal **A 47**, 7-10 (2011).

Konferencia - kiadványok

1. J. Farkas, Gy. Gyürky, **Z. Halász**, T. Szücs, Zs. Fülöp and E. Somorjai, *Target characterisation for the* $^{130}Ba(\alpha,\gamma)^{130}Ce$ γ *- process experiment*,
11th International Symposium on Nuclei in the Cosmos. NIC XI. Heidelberg, Germany, 19-23 July, 2010.

Irodalomjegyzék

[1] L. da Vinci, *I libri di Meccanica*, Milano, 1940.

[2] M. Janssen, J. Zuidema és R. Wanhill, *Fracture Mechanics*, SPON Publishing, 2004.

[3] T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, Taylor & Francis Group, 2005.

[4] M. J. Alava, P. K. N. N. Nukala és S. Zapperi, Advances in Physics **55**, (2006) 349-476.

[5] V. L. Emery és M. Morgenstein, Journal of Archaeological Science **34**, (2007).

[6] A. Lucas és J. R. Harris: Ancient Egyptian Materials and Industries 1962, reprinted by Histories and Mysteries of Man LTD. London, 1989.

[7] L. A. Sawyer és W. H. Mitchell Liberty Ships: The History of the Emergency Type Cargo Ships Constructed in the United States During the Second World War, Lloyd's of London Press Ltd, 1985.

[8] X. Wu, X-Y. Liu, N. Du, G. Xu és B-W. Li, Molecular spring: from spider silk to silkworm silk, (2009).

[9] N. Tandon, és S. Mata, Journal of Acoustic Emission (USA) **17**, (1999) 23-27.

[10] T. Moriwaki és K. Okushima, CIRP Annals: Mechanical Technology **29**, (1980) 35-40.

[11] H. Niitsima, K. Nakatouka, N. Chubachi, H. Yokoyama és M. Takanukashi, Geotermics, **14**, (1985) 528-538.

[12] M. Sato, T. Kurauchi és O. Kamigaito, Journal of Composite Materials **22**, (1988) 447-458.

[13] V. N. Kozlova, A. A. Samokrutova és V. G. Shevaldykina, Nondestructive testing and Evaluation **13**, (1997) 73-84.

[14] Forrás: *http://www.centennialofflight.gov/essay/Evolution_of_Technology/TPS/Tech41.htm*

[15] P. A. Cooper és F. Paul: The Shuttle Tile story, Astronautics & Aeronautics, (1981) 24-36.

[16] F. Kun, és H. J. Hermann, Physical Review E **59**, (1999) 2623.

[17] F. Wittel, F. Kun és H. J. Hermann, Physical Review Letters **93**, (2004) 035504.

[18] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukkala és S. Zapperi, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment **XX**, (2006).

[19] B. B. Mandelbrot, D. E. Passojo és A. J. Paullay, Nature **308**, (1984) 721.

[20] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukkala és S. Zapperi, Advances in Physics **55**, (2006) 349-476.

[21] J. Weiss, Bulletin of Seismological Society of America **87**, (1997) 1362.

[22] M. V. Lysak, Engineering Fracture Mechanics **55**, (1996) 443.

[23] D. Stauffer, Scaling Theory of Percolation Clusters, Nort – Holland Publishing Company – Amsterdam, 1979.

[24] D. Stauffer, és A. Aharony, Introduction to the Percolation Theory, Taylor and Francis Ltd., 2003.

[25] D. Sornette, Critical Phenonema in Natural Sciences, Springer–Verlag, 2000.

[26] H. Gould, J. Tobochnik és W. Christian, An Introduction to Computer Simulation Methods: Application to Physical Systems, Peaerson Education Inc., 2007.

[27] F. Vollrath és D. Porter, Soft Matter **2** (2006) 377.

[28] T. A. Blackledge, A. P. Summers és C. Y. Hayashi, Zoology **108**, (2005) 41-46.

[29] S. Frische, A. B. Maunsbach és F. Vollrath, Journal of Microscopy **189**, (1998) 64-70.

[30] F. K. Ko, S. Kawabata, M. Inoue, M. Niwa, S. Fossey és J. W. Song, Material Research Society, Fall Meeting (2001).

[31] B. Madsen, Z. Z. Shao és F. Vollrath, International Journal of Biological Macromolecules **24**, (1999) 301-306.

[32] P. Bak, K. Christensen, l. Danon és T. Scanlon, Physical Review Letters **88**, (2002) 178501.

[33] J. Ringlein, Science Teacher **72**, (2005) 24-32.

[34] Forrás: *www.phys.unsw.edu.an/jw/Bows.html*.

[35] M. Muraki, E. Kinbaru és T. Konishi, Tribology International **36**, (2003) 739-744.

[36] W. S. Owen és E. A. Croft, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics **8**, (2003) 362-371.

[37] R. Joseph, M. T. Martyn és P. D. Coates, Bulletin of Material Science **29**, *Springer India*, (2006) 85-89.

[38] J. Karger-Kocsis, Journal of Macromechanical Science, Part:B, **40** (2001) 343-353.

[39] R. C. Hidalgo, F. Kun, K. Kovács és I. Pagonabarraga, Physical Review E **80**, (2009) 051108.

[40] F. Raischel, F. Kun és H. J. Herrmann, Physical Review E **64**, (2001) 066122.

[41] J. P. Sethna, K. A. Dahmen és C. R. Meyers, Nature **410**, (2001) 2422.

[42] F-J. Perez-Reche, L. Truskinovsky és G. Zanotto, Advances in Physics **101**, (2008) 230601.

[43] J. P. Sethna, K. A. Dahmen, S. Kartha, B. W. Roberts és J. L. Shoren, Physical Review Letters **70**, (1993) 3347.

[44] J. V. Andersen, D. Sornette és K. Leung, Physical Review Letters **78**, (1997) 2140.

[45] R. Burridge és L. Knopoff, Bulletin of Seismological Society of America **57**, (1967) 341.

[46] J. M. Carlson és J. S. Langer, Physical Review Letters. **62**, (1989) 26322635.

[47] J. M. Carlson és J. S. Langer, Physical Review A **40**, (1989) 64706484
.

[48] W. Weibull, Proceedings of Royal Swedish Institute Of Engineering Research **151**, (1939).

[49] R. Furth, Nature **145**, (1940), 7413.

[50] Z. Jaeger és R. Englman, Thermodynamical Theory for Fracture in Heterogeneous Solids a *Damage Mechanics in Engineering Materials* kötetben, New York 1989.

[51] B. T. Brady, A Thermodynamic Basis for Static and Dynamic Scaling Laws in the Design of Structures in Rock, a *Rock Mechanics*, kötetben by P. Nelson és S. Laubach szerkesztésében, Balkema, Rotterdam, 1994.

[52] M. Ostoja-Starzewski, Damage in Random Microstructure: Size Effects, Fractals and Entropy Maximization, a *Mechanics Pan-America* kötetben, C. R. Steele, A. W. Leissa és M. R. M. Crespo da Silva szerkeszésében, ASME Press, New York, 1989.

[53] S. N. Zhurkov, International Journal of Fracture Mechanics **1**, 19653.2.

[54] T. L. Chelidze, Pure and Applied Geophysics **124**, (1986) 731-748.

[55] A. Delaplace , G. Pijaudier-Cabot és S. Roux, International Journal of Mechanical Physics of Solids, **44**, (1999) 99-106.

[56] C. W. Nan, Progress in Materials Science **37**, (1993) 1163.

[57] A. A. Griffith, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, A **221** (1921) 163198.

[58] S. Hernádi Dr., Papíripar, Archiválásra szánt papírok tartósságának megítélése, 134.

[59] F. T. Peires, Journal of Textil Institute **17**, (1926) T355.

[60] H. E. Daniels, Proceedings of Royal Society, London A **183**, (1945) 192.

[61] B. D. Coleman, Journal of Applied Physics **27**, (1956) 862.

[62] S. L. Phoenix és B. I. J., Statistical Strength Theory for Fibrious Composite Materials, a *Comprehensive Composite Materials* kötetben, A. Kelley és C. Zweben szerkesztésében **1**, 1.19 Fejezet, Pergamon-Elsevier Science, New York, 2000.

[63] B. K. Chakrabarti és L. G. Benguigui, *Statistical Physics of Fracture and Disordered Systems*, Oxford University Press, 1997.

[64] H. J. Herrmann és S. Roux, editors, *Statistical models for the fracture of disordered media*, Random materials and Processes, Elsevier-Amsterdam, 1990.

[65] J. V. Andersen, D. Sornette és K. Leung, Physical Review Letters **78**, (1997) 2140.

[66] M. Kloster, A. Hansen és P. C. Hemmer, Physical Review E **56**, (1997) 2615.

[67] S. Pradhan és B. K. Chakrabarti, International Journal of Modern Physics B **17**, (2003) 5565.

[68] J. B. Gómez, D. Iñiguez és A. F. Pacheco, Physical Review Letters **71**, (1993) 380.

[69] W. A. Curtin, Physical Review Letters **80**, (1998) 1445.

[70] A. Hansen és P. C. Hemmer, Physical Letters A **184**, (1994) 394.

[71] D. G. Harlow, Proceedings of Royal Society, London A **397**, (1985) 211.

[72] R. C. Hidalgo, Y. Moreno, F. Kun és H. J. Herrmann, Physical Review E **65**, (2002) 046148.

[73] G. Dill-Langer és mások, Physica A **235**, (2003) 547.

[74] F. Kun, Y. Moreno, R. C. Hidalgo és H. J. Herrmann, Europhysics Letters **63**, (2003) 347.

[75] A. Hansen and S. Roux, Statistical toolbox for damage and fracture a *Damage and Fracture of Disordered Materials* kötetben, D. Krajnoviocic és J. van Mier szerkesztésében, CISM Courses and Lectures No. 410, 2. Fejezet, 17-101, Springer Verlag, 2000.

[76] S. Pradhan , A. Hansen és P. C. Hemmer, Physical Review Letters **95**, (2005) 125501.

[77] D. L. Beke, Cs. Cserháti, Z. Erdélyi és I. A. Szabó, Segregation in Nanostructures a *Nanoclusters and Nanocrystals* kötetben, H. S. Nalwa szerkesztésében, American Scientific Publishers, 2003.

[78] Cs. Cserháti, I. A. Szabó és D. L. Beke, Nanostructural Materials **10**, (1998) 195.

[79] W. A. J. Albert, Archive für Mineralogie Geognosie Bergbau und Hűttenkunde **10**, (1838) 215-234.

[80] W. J. M. Rankine, Institution of Civil Engineers, Minutes of Proceedings, (1842) 105-108.

[81] J. Glynn, Rudimentary treatise on the construction of cranes and machinery, High Holborn, 1954.

[82] A. Wöhler, Zeitschrift für Bauwesen, **5** (1855) 121-166.

[83] O. H. Basquin, Proceedings of American Society of Testing Materials ASTEA **10**, (1910) 625.

[84] A. G. Palmgreen, Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure (VDI Zeitschrift) **68**, (1924) 339-341.

[85] K. Niskanen, I. Kajanto és P. Pekarinen, Paper structure a *Paper Physics (Book 16) from Papermaking Science and Technology* kötetben, J. Gullischen és H. Paulapuro szerkesztésében, Finnish Paper Engineer's Association and Technical Association of the Pulp and Paper Industry, 1998.

[86] P. C. Kersavage, Wood Fiber Science **5(2)**, 1(973) 105-117.

[87] R. Wathèn, Studies on fiber strength and its effect on paper properties, PhD disszertáció, Helsinki University of Technology, Espoo, 2006.

[88] D. H. Page és F. El-Hosseiny, Pulp and Paper in Canada **84(9)**, (1983) TR99.

[89] K. W. Hardacker, Technical Association of the Pulp and Paper Industry **8**, (1970) 201-216.

[90] B. A. Jayne, Technical Association of the Pulp and Paper Industry **42(6)**, (1957) 461.

[91] C. A. Jentzen, Technical Association of the Pulp and Paper Industry **47(7)**, (1964) 112.

[92] M. T. Kortschot, Fracture of paper a *Handbook of Physical Testing of Paper* **1**. kötete 2. kiadásában, R. E. Mark, C. C. Habeger Jr., J. Borch, M. B. Lyne szerkesztésében, Marcel Decker, New York, 2002.

[93] T. Yamauchi, S. Okumura és N. Noguchi, Journal of Pulp and Paper Science **16**, (1990).

[94] Global Forest, Paper & Packaging Industry Survey 2008 Edition, Pricewaterhouse Coopers, 2008.

[95] Forrás: *www.unesco.org*.

[96] F. Kun, Z. Halász, J. S. Andrade és H. J. Herrmann, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, (2008).

[97] F. Kun, H. A. Carmona, J. S. Andrade és H. J. Herrmann, Physical Review Letters **100**, (2008) 094301.

[98] F. Kun, R. Cruz Hidalgo, H. J. Herrmann és K. F. Pal, Physical Review E **67**, (2003), 061802.

[99] I. G. Main, Geophysical Journal International **142**, (2000) 151.

[100] T. Baxevanis és T. Katsaounis, Europhysics Letters **81**, (2008) 24001.

[101] T. Baxevanis és T. Katsaounis, European Physical Journal B **61**, (2008) 153.

[102] L. de Arcangelis, S. Redner és H. J. Herrmann, Journal of Physique Letters **46**, (1985) 585-590.

[103] P. K. V. V. Nukkala, S. Šimunović és S. Zapperi, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, (2004).

[104] S. Zapperi és P. K. V. V. Nukkala, International Journal of Fracture **140**, (2006) 99-111.

[105] T. Rahmstad és J. Blake, Strength, Fracture and Complexity **3**, (2005) 199-204.

[106] G. Pedosi: The finite element method, 2010.

[107] S. Gilbert és G. Fix: An analyzis of the finite element method, Prentice Hall 2008.

[108] B. Klimpke, A Hybrid Magnetic Field Solver Using a Combined Finite Element/Boundary Element Field Solver, U.K. Magnetics Society Conference, 2003.

[109] G. G. Batrouni, A. Hansen és J. Schmittbuhl, Physical Review E **65**, (2002) 036126.

[110] A. Delaplace, S. Roux és G. Pijaudier-Cabot, International Journal of Solids ans Structures **36** (1999) 14031426.

[111] D. G. Harlow és S. L. Phoenix, Journal Composite Materials **12**, (1978) 195.

[112] R. C. Hidalgo, F. Kun és H. J. Herrmann, Physical Review E **65**, (2002) 032502.

[113] A. Hansen és P. C. Hemmer, Physical Letters A **184** (1994) 394396.

[114] R. C. Hidalgo, Y. Moreno, F. Kun és H. J. Herrmann, Physical Review E **65** (2002) 046148.

[115] A. R. Fersht, Proceedings os the National Academy of Sciences **99** (2002), 14122-14125.

[116] A. F. Oberhausen és M. Carion – Vasquez, The Journal of Biological Chemistry **283** (2008) 6617-6621.

[117] Forrás: Theoretical and Computational Biophysics Group, *http://www.ks.uiuc.edu/Research/smd_imd/titin.*

[118] J. Farkas, Numerical Simulation of Earthquakes, Diplomamunka, Debreceni Egyetem, Debrecen, 2007.

[119] H. W. Haslach Jr., Mechanics of Time - dependent Materials **13** (2009) 11-35.

[120] H. W. Haslach Jr., Composites Part B: Engineering, Vol. 2 **1** (1996) 25-33.

[121] Southern California Earthquake Center, A Guide to Understanding Plate Tectonics.

[122] Forrás: *http://www.tuat.ac.jp/~hira-lab/index.html.*

[123] D. A. Lockner Nature, **350** (1991) 39.

[124] J. Weiss, J. R. Grasso és P. Martin, Proceeding of the 6th International Conference on AE/MS in Geological Structure and Materials 1996 (1998) 583-595.

[125] J. Rosti, J. Koivisto and M. J. Alava, Journal of Statistical Mechanics: Theory and experiment *P02061*, 1-18 (2010).

[126] J. Koivisto, J. Rosti and M. J. Alava, Physical Review Letters **95**, 145504 (2007).