

Doktori (PhD) értekezés tézisei

**Kör- és gömbsorozatokat burkoló
módszerek a számítógépes
geometriai tervezésben**

Kruppa Kinga Tünde

Témavezető: Dr. Hoffmann Miklós



DEBRECENI EGYETEM
Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Debrecen, 2020.

1. Bevezetés

A számítógépes geometriai tervezés hosszú múltra tekint vissza, és a klasszikus módszerek leginkább a kontrollpontalapú modellezés elveit követik (Farin, 2002; Farin, J. & Kim, 2002; Hoschek & Lasser, 1993; Piegl & Tiller, 1995). Az utóbbi években nyert teret egy újfajta modellezési lehetőség, amely során a modellező más típusú objektumok segítségével adhatja meg a kívánt modellt, például körök vagy gömbök felhasználásával. A kör- és gömbsorozatok burkolására szolgáló módszerek napjainkban egyre nagyobb figyelmet kapnak, hiszen használatuk a modellezési folyamatot gyorsítja és könnyíti meg. Sok esetben a konvencionális, pontalapú modellezési lehetőségekhez képest rugalmasabb, könnyebben használható alternatívát jelenthetnek olyan alkalmazási területeken, mint például a molekuláris biológia (Edelsbrunner, 1999; Kruithof & Vegter, 2006), érrendszerek modellezése (Rossignac, Whited, Slabaugh, Fang, & Unal, 2007), művészetek (Leymarie & Aparajeya, 2017), valamint animációs filmek és játékok (Spore™ (Electronic Arts), ZSpheres® (Pixologic Inc.)).

Burkolásnak nevezzük azon modellezési folyamatot, amikor egy, a felhasználó által megadott diszkrét körsorozathoz (gömbsorozathoz) állítunk elő burkológörbepárt (burkolófelületet). Az ilyen módszerek által eredményezett görbék (felületet) burkolónak hívjuk. Az utóbbi években több olyan publikáció jelent meg (Bana, Kruppa, Kunkli, & Hoffmann, 2014; Bastl, Kosinka, & Lávička, 2015; Kruppa, Kunkli, & Hoffmann, 2019; Kunkli & Hoffmann, 2010), amelyeknek témaköre diszkrét kör- és gömbsorozatok burkolása. Ezen módszereknek központi kérdése az érintési pontok és érintési körök meghatározása, amelyek mentén a burkoló érinteni fogja az objektumokat. Kunkli Roland és Hoffmann Miklós egy olyan burkolómódszert (Kunkli & Hoffmann, 2010) mutatott be, amely valós idejű megoldást nyújt klasszikus geometriai eszközökre alapozva. Bastl és mtsai. módszere (Bastl et al., 2015) pedig egy újszerű megközelítést jelentett, melynél a burkológörbék egy-egy kört nemcsak egy pontban, hanem akár egy körív mentén is érintenek. Kutatásunk céljaul ezen burkolómódszerek kiterjesztését, valamint hibáiknak kiküszöbölését tűztük ki.

Kunkli és Hoffmann diszkrét körsorozatot burkoló módszerüket kiterjesztették a háromdimenziós térbe is, amivel egy adott gömb-sorozatot burkoló felület állítható elő. A módszer azonban nem tud elágazásokat kezelni, emiatt pedig összetett, például karaktertervezési feladatoknál csak igen korlátozottan alkalmazható. Így célunk az volt, hogy olyan módszert hozzunk létre, amellyel lehetőség nyílik komplexebb, elágazásokkal rendelkező gömbök sorozatának a burkolására. Az ezirányú továbbfejlesztésünkkel sokkal összetettebb modellek létrehozását tesszük lehetővé.

Bastl és mtsai. burkolótechnikája egy valós idejű, kis számolásgé-nyű algoritmus, ami sokszor megfelelő kimenetet biztosít, azonban több jelentős hátránnyal rendelkezik. Bizonyos esetekben az érintési pontok helyzete, valamint az érintővektorok hossza (s így maga a burkológörbe) nem folytonosan változik. Ezenfelül az érintési pontok a szomszédos körök belsejébe kerülhetnek, így a burkolók metszik a köröket. Célunk az volt, hogy egy olyan új burkolómódszert adjunk meg, amely előnyt kovácsol a körív használatára támaszkodó megközelítésből, de ugyanakkor megoldást nyújt a Bastl és mtsai. által bemutatott módszer problémáira.

Fontos kiemelni, hogy az előzőekben említett módszereknél nem a klasszikus, folytonos értelemben vett burkolásról van itt szó, hiszen nem egy egy- vagy kétparaméteres kör- vagy gömbsereg burkolóját állítjuk elő. A burkolással szintén rokon fogalom a képfeldolgozás területén jól ismert középtengely-transzformáció, és egy alakzat kontúrjának rekonstrukciója (Choi, Choi, & Moon, 1997; Choi, Han, Moon, Roh, & Wee, 1999). Ehhez a témakörhöz kapcsolódik az $\mathbb{R}^{2,1}$ Minkowski-térben értelmezett görbék vizsgálata, ugyanis ezek alkalmasak középtengely-transzformációk leírására. A Minkowski-féle pitagoraszsi hodográfú (MPH) görbék (Moon, 1999), valamint *Rational Envelope* görbék (Bizzarri, Lávička, & Kosinka, 2016) olyan speciális görbék az $\mathbb{R}^{2,1}$ térben, melyekhez tartozó burkolók racionálisak.

Habár a diszkrét burkolás és a középtengely-transzformáció a problémafelvetésben is különbözik egymástól, mégis észrevehetjük a közös jellemzőket. Ezek által motiválva kezdtük meg kutatásunkat abban

a témakörben, hogy miképp lehet középtengely-transzformációkat (pontosabban RE görbéket) diszkrét körsorozatok burkolására használni.

Az értekezésben bemutatott eredményeinket ezen említett területeken értük el (Bana et al., 2014; Kruppa, 2020; Kruppa et al., 2019; Kruppa, Kunkli, & Hoffmann, 2020). A dolgozat 3., 4. és 5. fejezete tartalmazza az önálló eredményeket.

2. Az értekezés fő eredményei

2.1. Elágazásokkal rendelkező gömbstruktúra burkolása

1. eredmény

Megadtuk a Kunkli és Hoffmann által bemutatott, gömbsorozatokat burkoló módszernek egy olyan kiterjesztését, amely lehetővé teszi elágazások kezelését. A módszerünkkel olyan felületeket állítunk elő a csatlakoztatás megvalósítására, amelyek az eredeti burkolófelülethez G^1 -folytonosan csatlakoznak.

Kapcsolódó publikáció:

Bana, K., Kruppa, K., Kunkli, R., Hoffmann, M., KSpheres — an efficient algorithm for joining skinning surfaces. *Computer Aided Geometric Design* 31 (78), pp. 499–509, 2014. (Q1)

Az elágaztatás megvalósítására egy irányított, körmentes gráfot adtunk meg, amellyel leírható egy elágazásokkal rendelkező gömbstruktúra. Ennek leírására bevezettük a *főág* és *mellékág* fogalmakat. Tegyük fel, hogy az $s_1, s_2, \dots, s_n$ gömbökből álló főág i -edik eleméhez szeretnénk csatlakoztatni az $\{s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_m}\}$ mellékágot, ahol $s_i = s_{i_1}$! A problematikus feladat az s_i és az s_{i_2} gömböket burkoló felület elkészítése. Mivel a főág burkolásával előállt burkolófelületdarabok G^1 -folytonosan csatlakoznak egymáshoz, így hasonló módon azt várjuk el, hogy két ág csatlakoztatása is legyen G^1 -folytonos.

Az elágaztatást megvalósító módszerünk fő lépései

1. Meghatározzuk a főág burkolófelületén az $\mathbf{m}_i$ pontot, amely a csatlakoztatás alapjául szolgál. A pontot úgy állítjuk elő, hogy figyelembe vesszük a szomszédos gömbök helyzetét és sugarát is.

2. Előállítunk egy zárt, két ívből álló görbét a főág burkolófelületén. A két ívet két félkörből származtatjuk, amiknek középpontja az $\mathbf{m}_i$ pont lesz.

Az s_i és s_{i+1} gömbök burkolófelülete alapján a csatlakoztatási görbe első íve az

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{i_1}(\theta) = & H_0^3(t_\theta) \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta) + H_1^3(t_\theta) \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta) + \\ & H_2^3(t_\theta) p(s_i) 2d(M_i, \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)\|} + \\ & H_3^3(t_\theta) p(s_{i+1}) 2d(M_i, \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_{i+1} - \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_{i+1} - \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta)\|} \end{aligned}$$

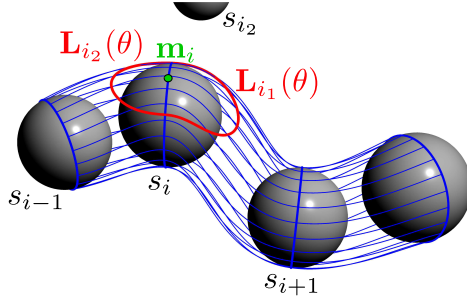
alakban írható fel, ahol $t_\theta = \frac{4q}{\pi} \sqrt{(\frac{\pi}{4})^2 - \theta^2}$, $\theta \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$, és $q \in]0, 1[$. A görbe másik felét hasonlóan,

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{i_2}(\theta) = & H_0^3(1 - t_\theta) \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta) + H_1^3(1 - t_\theta) \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta) + \\ & H_2^3(1 - t_\theta) p(s_{i-1}) 2d(M_{i-1}, \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_{i-1} - \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_{i-1} - \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta)\|} + \\ & H_3^3(1 - t_\theta) p(s_i) 2d(M_{i-1}, \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)\|} \end{aligned}$$

alakban adjuk meg, melyet az s_{i-1} és s_i gömbök közötti burkolófelületen állítunk elő.

Az ily módon definiált $\mathbf{L}_{i_1}(\theta)$ és $\mathbf{L}_{i_2}(\theta)$ görbeívek a csatlakozáshoz esztétikailag is megfelelő eredményt nyújtanak, a konstrukcióból adódóan nem csúcsosodnak. Az előálló görbe az 1. ábrán látható.

3. A csatlakoztatási görbének, valamint a csatlakoztatandó gömb érintési körének pontjait megfeleltetjük egymásnak.
4. Előállítjuk a csatlakoztatási görbe pontjaiban a főág burkolófelületének érintősíkját, majd megadjuk az egymásnak megfeleltetett pontokban az érintővektorokat. Ezen lépéssel garantáljuk a két felületdarab G^1 -folytonos csatlakozását.



1. ábra. A módszerünkkel létrehozott $\mathbf{L}_{i_1}(\theta)$ és $\mathbf{L}_{i_2}(\theta)$ görbék a burkolófelület mentén, $q = 0.5$ esetben.

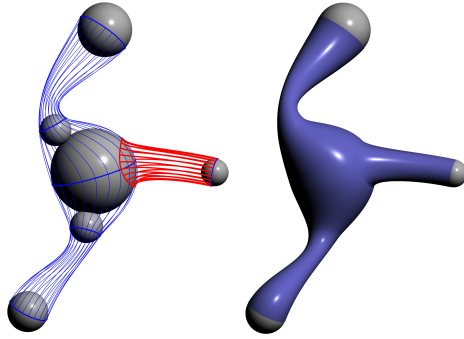
5. A csatlakoztatási felületet két felületdarabból állítjuk elő, amelyeket Hermite-ívek uniójaként adunk meg.

Az $\mathbf{L}_{i_1}(\theta)$ görbére illeszkedő csatlakoztatási felület

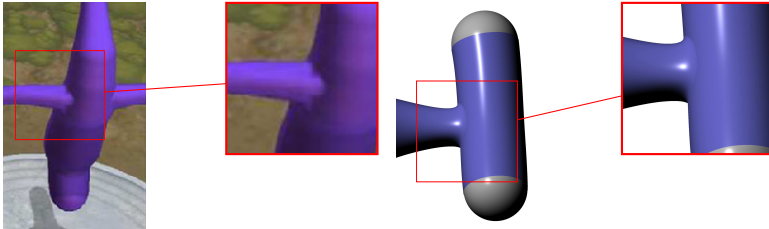
$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{s}}_{i_1}(\theta, t) = & \frac{d}{dt} H_0^3(t) \widehat{\mathbf{z}}_i(\theta) + H_1^3(t) \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}(\theta) + \\ & H_2^3(t) 2 \, d(\widehat{M}_i, \widehat{\mathbf{z}}_i(\theta)) \frac{\mathbf{v}_i(\theta)}{\|\mathbf{v}_i(\theta)\|} + \\ & H_3^3(t) 2 \frac{p(s_{i_2})}{\|\mathbf{w}_{i+1} - \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}\|} d(\widehat{M}_i, \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}(\theta)) (\mathbf{w}_{i+1} - \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}(\theta)) \end{aligned}$$

alakban adható meg, ahol $\theta \in [0, \pi]$, $t \in [0, 1]$. A fentiekkel analóg módon készíthetjük el az $\mathbf{L}_{i_2}$ görbéből kiinduló $\widehat{\mathbf{s}}_{i_2}(\theta, t)$ burkolófelületet. A 2. ábrán látható a csatlakoztatási megoldásunk.

Eredményeinket a SporeTM (Electronic Arts) szoftver kimenetével is összevetettük, ahogy a 3. ábrán látható.



2. ábra. A módszerünkkel előállított, a főág burkolófelületéhez G^1 -folytonosan csatlakozó elágazással rendelkező modell.



3. ábra. A SporeTM szoftver kimenetének (bal) és saját módszerünk eredményének (jobb) összehasonlítása. A kinagyított részleteknél jobban megfigyelhető a csatlakoztatás helye.

2.2. Köríveket is felhasználó burkolómódszer továbbfejlesztése

2. eredmény

Egy olyan, köríveket is felhasználó burkolóalgoritmust adtunk meg, amely kiküszöböli a Bastl és mtsai. módszerénél fellépő problémákat. A módszerünk garantálja, hogy egy adott kör érintési pontjai nem esnek a szomszédos körök belsejébe, valamint az érintővektorok hosszát folytonos módon számítja. Burkolómódszerünket kiterjesztettük három dimenzióba is, ezenfelül pedig egy új algoritmust adtunk elágaztatások megvalósítására. A Bézier-görbéket alkalmazó burkolómódszerekhez egy olyan algoritmust is megadtunk, amelynek segítségével megszüntethető a burkolók összemetszése.

Kapcsolódó publikáció:

Kruppa, K., Kunkli, R., Hoffmann, M., An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions. *Graphical Models* 101, pp. 27–37, 2019. (Q2)

2.1. Definíció (Megengedett körsorozat (Kruppa et al., 2019)). *Te-kintsük a $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, $n \in \mathbb{N}$ rendezett körsorozatot, valamint a körök által határolt $\mathcal{D} = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ körlapokat! A c_{i-1} és c_i , valamint a c_i és c_{i+1} körök ($i = 2, \dots, n-1$) centrálisainak a c_i -vel való metszéspontjait rendre s_{i1} -gyel és s_{i2} -vel jelöljük. A $\mathcal{C}$ körsorozatot megengedett körsorozatnak nevezzük, ha teljesülnek az alábbi feltételek:*

- $d_i \not\subset \bigcup_{j=1, j \neq i}^n d_j$, $i = 1, 2, \dots, n$,
- $d_i \cap d_j = \emptyset$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, $j \notin \{i-2, i-1, i, i+1, i+2\}$,

- ha $d_{i-1} \cap d_{i+1} \neq \emptyset \implies d_{i-1} \cap d_{i+1} \subset d_i$, $i = 2, 3, \dots, n-1$,
- $\mathbf{s}_{i_1} \notin c_{i+1}$, $\mathbf{s}_{i_2} \notin c_{i-1}$, $i = 2, 3, \dots, n-1$.

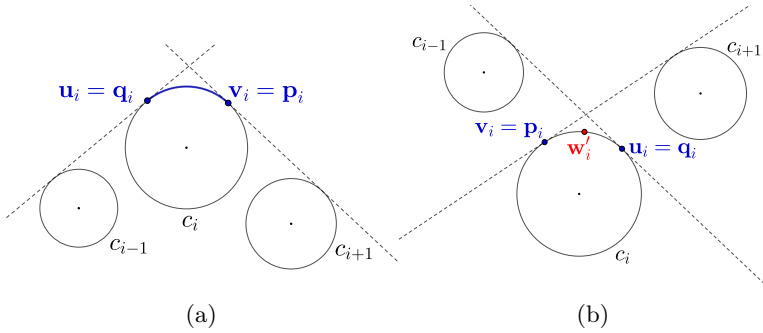
2.2. Definíció (Burkológörbék (Kruppa et al., 2019)). A $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, megengedett körsorozat esetén az $\mathbf{s}(t)$ és $\bar{\mathbf{s}}(t)$ görbét rendre „bal” és „jobb” oldali burkológörbének nevezzük, amennyiben legalább G^1 -folytonosak és minden c_i ($i = 1, 2, \dots, n$) kör esetén teljesül, hogy

- Az $\mathbf{s}(t)$ görbe a c_i kört vagy az $\mathbf{u}_i$ és $\mathbf{v}_i$ pontokban és az általuk határolt $\widehat{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i}$ körív mentén érinti, vagy pedig a $\mathbf{w}'_i$ pontban. Hasonló feltételek vonatkoznak az $\bar{\mathbf{s}}(t)$ görbe esetén az $\bar{\mathbf{u}}_i, \bar{\mathbf{v}}_i, \bar{\mathbf{w}}'_i$ pontokra.
- A c_i kör, valamint $\mathbf{s}(t)$ görbe érintőegyenesei rendre megegyeznek az érintési pontokban.
- Az $\mathbf{s}(t)$ görbe esetén a c_i kör érintési pontjaiban vett érintővektorok iránya megegyezik az adott érintési pontból a kör középpontjába mutató vektor pozitív normálisával. $\bar{\mathbf{s}}(t)$ esetén a vektor negatív normálisával egyezik meg.
- $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}'_i \notin \bigcup_{j=1, j \neq i}^n d_j$, $i = 1, 2, \dots, n$. Analóg feltételt szabunk a $\bar{\mathbf{u}}_i, \bar{\mathbf{v}}_i$, és $\bar{\mathbf{w}}'_i$ pontokra az $\bar{\mathbf{s}}(t)$ esetén.

Abban az esetben, ha a c_i körhöz az $\mathbf{u}_i$ és $\mathbf{v}_i$ pontok és az általuk határolt $\widehat{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i}$ körív tartozik, akkor ezen körívet is a bal oldali burkológörbe részeként tekintjük. Hasonlóan, az $\bar{\mathbf{s}}(t)$ görbe esetén az $\bar{\mathbf{u}}_i \bar{\mathbf{v}}_i$ körívet a jobb oldali burkológörbe részeként tekintjük.

A burkológörbék előállítás

A $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ megengedett körsorozat esetén a burkológörbe vagy az $\mathbf{u}_i$ és $\mathbf{v}_i$ pontok által határolt körív mentén, vagy a körív $\mathbf{w}'_i$ felezőpontjában érinti a c_i kört (lásd a 4. ábrát).



4. ábra. A c_i kör érintési pontjainak meghatározása külső érintőegyenesek segítségével.

Ha a körök pozíciói és sugarai alapján nem körívet kell használni, akkor a felezőpontot $\mathbf{w}'_i = \mathbf{v}'_i \dot{\wedge} \mathbf{u}'_i$ módon adjuk meg, ahol

$$\mathbf{v}'_i = \begin{cases} \mathbf{p}_i, & \text{ha } \mathbf{s}_{i_1} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } \mathbf{p}_i \notin d_{i-1}, \\ \mathbf{n}_{i_1}, & \text{ha } (\mathbf{s}_{i_1} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } \mathbf{p}_i \in d_{i-1}) \vee (\mathbf{s}_{i_1} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } c_{i-1} \cap c_i \neq \emptyset), \\ \mathbf{s}_{i_1}, & \text{ha } \mathbf{s}_{i_1} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } c_{i-1} \cap c_i = \emptyset; \end{cases}$$

$$\mathbf{u}'_i = \begin{cases} \mathbf{q}_i, & \text{ha } \mathbf{s}_{i_2} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } \mathbf{q}_i \notin d_{i+1}, \\ \mathbf{n}_{i_2}, & \text{ha } (\mathbf{s}_{i_2} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } \mathbf{q}_i \in d_{i+1}) \vee (\mathbf{s}_{i_2} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } c_i \cap c_{i+1} \neq \emptyset), \\ \mathbf{s}_{i_2}, & \text{ha } \mathbf{s}_{i_2} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } c_i \cap c_{i+1} = \emptyset. \end{cases}$$

A következő lépés az érintési pontokhoz tartozó érintővektorok hosszának meghatározására. Ehhez a Kunkli–Hoffmann-, valamint a Bastl-féle módszert kombináljuk úgy, hogy az érintési pontok által kijelölt körív hosszát, valamint a körök középpontjainak távolságát is figyelembe vesszük. A c_i és c_{i+1} körökhöz tartozó érintővektorok

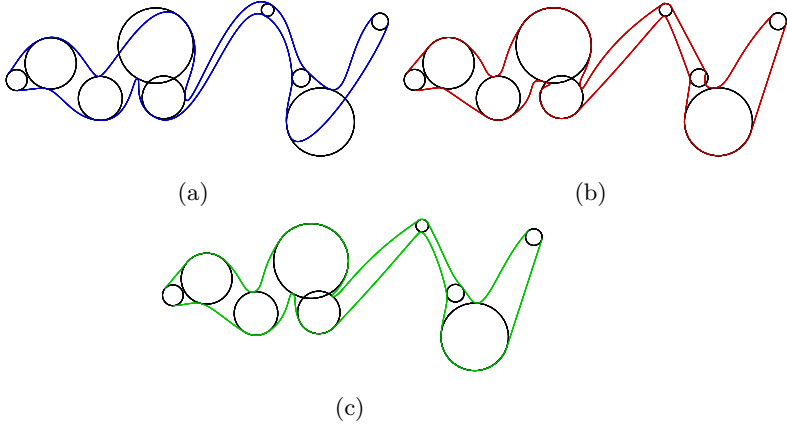
hosszát rendre d_{i_1} és d_{i_2} jelöli, melyet

$$d_{i_j} = \lambda_{i_j} \cdot d_{b_{i_j}} + (1 - \lambda_{i_j}) \cdot d_{k_{i_j}},$$

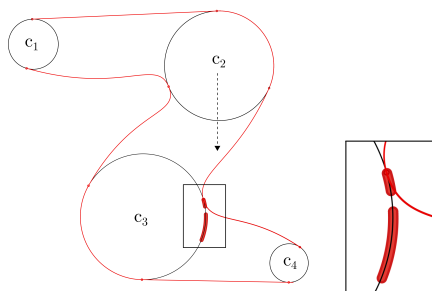
$$\lambda_{i_j} = \min \left\{ \frac{\tilde{s}_{i_j}}{2r_j\pi} \cdot \frac{d_{c_i, c_{i+1}}}{k \cdot d_{avg}}, 1 \right\}$$

formában adunk meg, ahol $k \in \mathbb{R}^+$, $\lambda_{i_j} \in [0, 1]$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ és $j = 1, 2$. A k alakparaméterrel tudjuk befolyásolni a burkológörbék végső alakját. Tapasztalataink alapján a $k = 0.5$ választása a legtöbb esetben megfelelő eredményt ad.

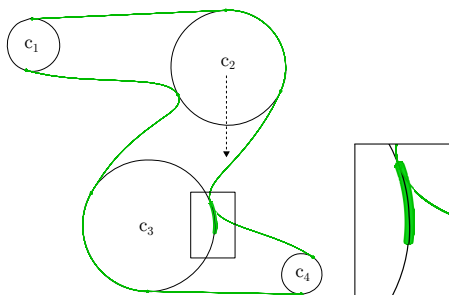
Az értekezés 4. fejezetében részletesen bemutattuk, hogy módszerünk kiküszöböli a Bastl és mtsai. módszerénél megjelenő problémákat. Az 5. és 6. ábrákon látható két példa az eredmények összehasonlítására.



5. ábra. (a) Kunkli és Hoffmann módszerének, (b) Bastl és mtsai. módszerének, valamint (c) saját eredményünknek az összehasonlítása.



(a)



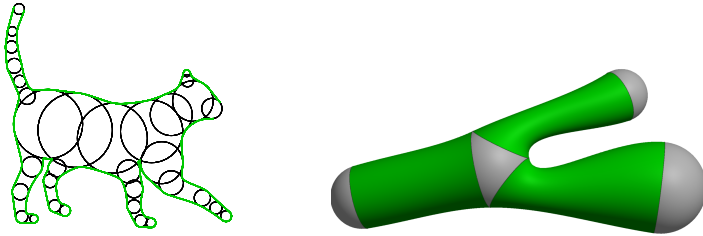
(b)

6. ábra. A c_3 körön lévő érintési pont helyzetének változása, ha a c_2 kört mozgatjuk. (a) Bastl és mtsai. módszerével az útvonal nem folytonos, ez pedig egy hirtelen „ugrást” eredményez a modellezés során. (b) A mi módszerünkkel az érintési pont helyzete folytonosan változik.

Kiterjesztési lehetőségek

Az értekezésben megadtunk egy algoritmust, amelynek segítségével megszüntethető, hogy két burkológörbe metszse egymást, ha a kontrollpoligonjuk C-alakú. Megmutattuk továbbá, hogy a bur-

kolómódszerünk kiterjeszthető a háromdimenziós térbe, valamint megoldást adtunk elágazásokkal rendelkező struktúrák burkolására is (lásd a 7. ábrát).



7. ábra. Elágazásokkal rendelkező alakzatok modellezése.

2.3. RE görbék alkalmazása burkolási feladatokra

3. eredmény

Egy új alkalmazási területét vezettük be a Rational Envelope (RE) görbéknek, mely során diszkrét körsorozatok burkolására használjuk őket. Megmutattuk, hogy miképp kell megválasztani az RE interpolációs algoritmus bemeneti adatait, illetve egzaktul megadtuk az algoritmus eredetileg szabadon hagyott paramétereit. Ezenfelül kimondtunk egy tételt a burkolók metszéspontjainak detektálására, valamint ismertettünk két módszert az összemetszések feloldására.

Kapcsolódó publikációk:

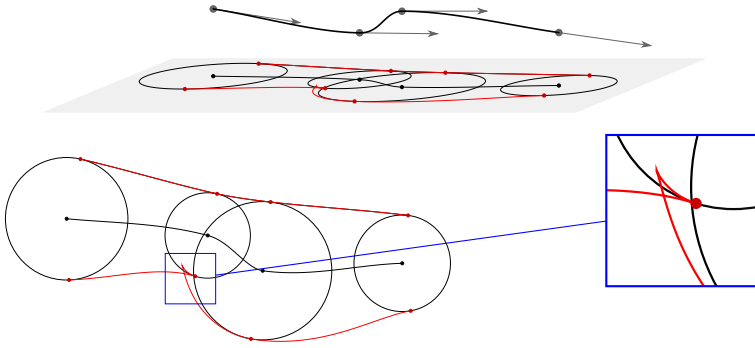
Kruppa, K., Applying Rational Envelope curves for skinning purposes. *Frontiers of Information Technology Electronic Engineering*, 2020, megjelenés alatt, online elérhető. (Q2)

Előkészületben: Kruppa, K., Kunkli, R., Hoffmann, M., Possibilities and advantages of Rational Envelope curves for circle skinning.

Legyen adott a $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, $n \in \mathbb{N}$ megengedett körsorozat! Először is meg kell adnunk a $\mathcal{P} = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n\}$ pontsorozatot, valamint az ezekhez rendre tartozó $\mathcal{T} = \{\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_n\}$ vektorokat, melyekhez páronként tudunk majd egy-egy RE görbét létrehozni a Bizzarri és mtsai. által ismertett algoritmussal (Bizzarri et al., 2016). A $\mathbf{p}_i$ pontokat

$$\mathbf{p}_i = (o_{i_x}, o_{i_y}, r_i), \quad \mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^{2,1}$$

alakban adjuk meg, ahol (o_{i_x}, o_{i_y}) a c_i kör középpontja, r_i pedig a sugara. Azonban a $\mathbf{t}_i$ vektorok meghatározása problematikus lehet, ahogy azt a 8. ábra szemlélteti. Megoldásképp két módszert adtunk meg, melyek megoldják a felmerülő, az értekezés 5. fejezetében részletesen bemutatott problémákat.



8. ábra. Ha nem megfelelő módon választjuk meg az érintővektorokat, akkor az RE görbe nem mindig alkalmas burkolási feladatok megoldására. A burkológörbe érintési pontjai egy-egy körön a szomszédos körök belsejébe is eshetnek.

Ha két érintési pontot rögzítünk a c_i körön (lásd a 9. ábrát), akkor

$$\mathbf{t}_i = \left(\frac{r_i}{\gamma_i} (w_{i_y}^+ - w_{i_y}^-), \frac{r_i}{\gamma_i} (w_{i_x}^- - w_{i_x}^+), -1 \right),$$

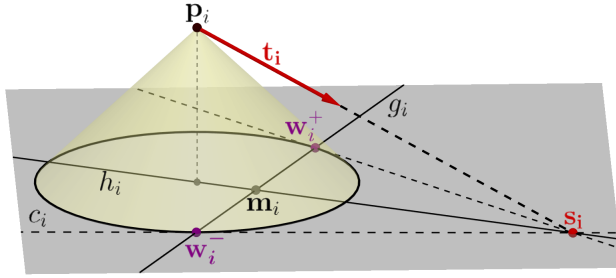
$$\gamma_i = p_{i_x} (w_{i_y}^- - w_{i_y}^+) + p_{i_y} (w_{i_x}^+ - w_{i_x}^-) + w_{i_y}^+ w_{i_x}^- - w_{i_x}^+ w_{i_y}^-$$

alakban írható fel. Ha egy érintési pontot rögzítünk a c_i körön (lásd a 10. ábrát), akkor

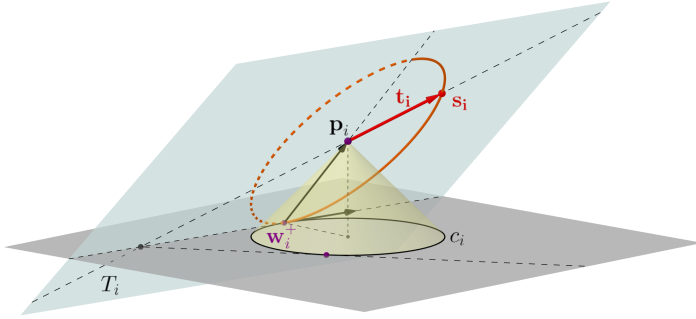
$$\mathbf{t}_i = \cos(u_i) \begin{bmatrix} p_{i_x} - w_{i_x}^+ \\ p_{i_y} - w_{i_y}^+ \\ p_{i_z} \end{bmatrix} + \sin(u_i) \begin{bmatrix} w_{i_y}^+ - p_{i_y} \\ p_{i_x} - w_{i_x}^+ \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_i \in]0, \pi[.$$

A módszerünkkel így megoldjuk azon problémákat (lásd a 11. ábrát), amik akkor léphetnek fel, ha a $\mathbf{t}_i$ vektorokat nem megfelelő módon határozzuk meg.

Megvizsgáltuk továbbá a Minkowski-térben értelmezett görbék által meghatározott burkolók metszési problémáját is.

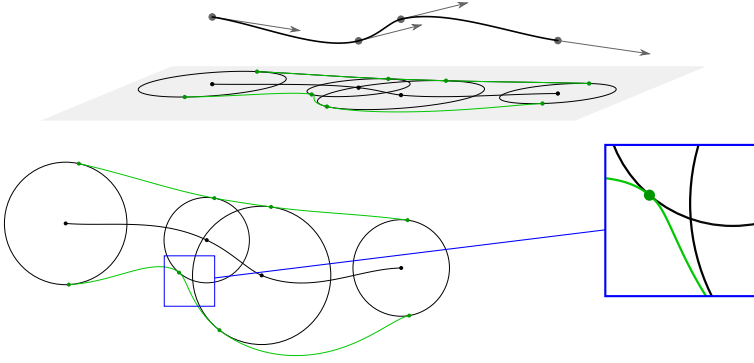


9. ábra. A $\mathbf{t}_i$ vektort a $\mathbf{w}_i^+$ és $\mathbf{w}_i^-$ érintési pontokból származtatjuk. A konstrukció a burkolók ciklografikus interpretációján alapszik.



10. ábra. A $\mathbf{t}_i$ vektor meghatározása, ha csak egy érintési pontot rögzítünk a körön.

2.1. Tétel (Minkowski-térben értelmezett görbék burkolóinak összemetszése (Kruppa et al., 2020)). Ha az $\bar{\mathbf{y}}: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^{2,1}$, $\bar{\mathbf{y}}(t) = (\mathbf{y}(t), r(t))$ görbét egy síkbeli tartomány középtengely-transzformációjaként tekintjük, akkor a tartományhoz tartozó $\mathbf{x}^+(t)$ és $\mathbf{x}^-(t)$ burkológörbék akkor és csak akkor metszik egymást a $t_j \in [a, b]$ paraméterértéknél (azaz $\mathbf{x}^+(t_j) = \mathbf{x}^-(t_j)$), ha



11. ábra. RE görbe alkalmazása diszkrét körsorozat burkolására. A módszerünkkel elkerüljük a 8. ábrán mutatott problémát.

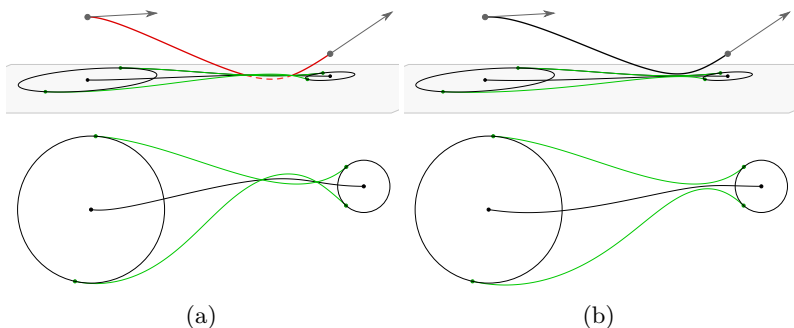
- $r(t_j) = 0$, vagy
- $\|\bar{\mathbf{y}}'(t_j)\|_M = 0$, azaz $\bar{\mathbf{y}}$ -nak a t_j paraméterértékhez tartozó érintővektora fényyszerű.

2.1. Következmény (RE görbék burkolóinak összemetszése (Kruppa et al., 2020)). Az $\bar{\mathbf{y}}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^{2,1}$, $\bar{\mathbf{y}}(t) = (\mathbf{y}(t), r(t)) = \left(x_x(t) + x'_y(t)f(t), x_y(t) - x'_x(t)f(t), f(t)\sqrt{x_x'^2(t) + x_y'^2(t)} \right)$ RE görbe esetén az $\mathbf{x}^+, \mathbf{x}^-: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ burkológörbék akkor és csak akkor metszik egymást a $t_j \in [0, 1]$ paraméterértéknél (azaz $\mathbf{x}^+(t_j) = \mathbf{x}^-(t_j)$), ha

- $\mathbf{x}(t)$ nem reguláris, és a t_j paraméterértékhez tartozó $\mathbf{x}(t_j)$ pont elsőfajú csúcspont, vagy
- $\mathbf{x}(t)$ reguláris, de a t_j paraméterértékre teljesül, hogy $f(t_j) = 0$, vagy
- a t_j paraméterértékre teljesül, hogy $\|\bar{\mathbf{y}}'(t_j)\|_M = 0$, azaz az RE görbe t_j paraméterértékhez tartozó érintővektora fényyszerű.

A fentiek alapján az RE görbe által meghatározott burkolók összemetszését feloldhatja, ha az $\bar{\mathbf{y}}$ létrehozásához szükséges $f(t)$ függvényre teljesül, hogy $f(t) > 0, \forall t \in [0, 1]$. Az értekezés 5.5. szakaszában két megoldást ismertettünk. Egyik megközelítésünk eredményét mutatja be a 12. ábra.

A módszerünkkel előállítható komplexebb modelleket is bemutatjuk a disszertáció 5. fejezetében. Az összemetszések hatékony detektálása és feloldása mellett a megközelítés egy másik előnyét is megmutattuk. Mivel burkolók ekvidisztáns görbéinek trimmelése nagymértékben leegyszerűsödik, így a modelleket akár CNC szer-
számgépekkel történő marással is elő lehet állítani.



12. ábra. Az (a) ábrán megjelenő összemetszés elkerülésére megoldást nyújt, ha az RE görbe előállításához szükséges f függvény foksámát megnöveljük. A (b) ábrán látható, hogy az érintési pontok helyzete nem változik, mégis feloldottuk az összemetszést.

Irodalomjegyzék

- Bana, K., Kruppa, K., Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2014). KSpheres – an efficient algorithm for joining skinning surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, 31(7-8), 499–509.
- Bastl, B., Kosinka, J., & Lávička, M. (2015). Simple and branched skins of systems of circles and convex shapes. *Graphical Models*, 78, 1–9.
- Bizzarri, M., Lávička, M., & Kosinka, J. (2016). Medial axis transforms yielding rational envelopes. *Computer Aided Geometric Design*, 46, 92–102.
- Choi, H., Choi, S., & Moon, H. (1997). Mathematical theory of medial axis transform. *Pacific Journal of Mathematics*, 181(1), 57–88.
- Choi, H., Han, C., Moon, H., Roh, K., & Wee, N.-S. (1999). Medial axis transform and offset curves by Minkowski Pythagorean hodograph curves. *Computer Aided Design*, 31(1), 59–72.
- Edelsbrunner, H. (1999). Deformable smooth surface design. *Discrete & Computational Geometry*, 21, 87–115.
- Farin, G. (2002). *Curves and Surfaces for CAD: A Practical Guide* (5th ed.). Academic Press.
- Farin, G., J, H., & Kim, M.-S. (2002). *Handbook of Computer Aided Geometric Design*. Elsevier.
- Hoschek, J., & Lasser, D. (1993). *Fundamentals of Computer Aided Geometric Design*. A.K. Peters.
- Kruithof, N., & Vegter, G. (2006). Envelope surfaces. In *Proceedings of the annual symposium on computational geometry 2006* (p. 411–420).
- Kruppa, K. (2020). Applying Rational Envelope Curves For Skinning Purposes. *Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering*. ((megjelenés alatt, online elérhető))
- Kruppa, K., Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2019). An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions. *Graphical Models*, 101, 27–37.
- Kruppa, K., Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2020). *Possibilities*

- and advantages of Rational Envelope curves for circle skinning [Előkészületben].*
- Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2010). Skinning of circles and spheres. *Computer Aided Geometric Design*, 27(8), 611–621.
- Leymarie, F., & Aparajeya, P. (2017). Medialness and the Perception of Visual Art. *Art and Perception*, 5(2), 169–232.
- Moon, H. (1999). Minkowski Pythagorean hodographs. *Computer Aided Geometric Design*, 16(8), 739–753.
- Piegl, L., & Tiller, W. (1995). *The NURBS Book* (2nd ed.). Springer.
- Rossignac, J., Whited, B., Slabaugh, G., Fang, T., & Unal, G. (2007). Pearling: 3D interactive extraction of tubular structures from volumetric images. In *Miccai workshop on interaction in medical image analysis and visualization*.
- SporeTM and SporeTM Creature Creator. (2008). <https://www.spore.com>. ([Online; elérés dátuma: 2020. július 31.])
- ZBrush 2020 :: ZSpheres[®]. (2020). <https://pixologic.com/zbrush/features/ZSpheres/>. ([Online; elérés dátuma: 2020. július 31.])

Publikációs jegyzék

Referált folyóiratcikkek

- [F1] K. Bana – K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: KSpheres – an efficient algorithm for joining skinning surfaces. *Computer Aided Geometric Design* 31. évf. (2014), 499–509. p.
DOI: [10.1016/j.cagd.2014.08.003](https://doi.org/10.1016/j.cagd.2014.08.003)
- [F2] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions. *Graphical Models*, 101. évf. (2019), 27–37. p.
DOI: [10.1016/j.gmod.2018.12.001](https://doi.org/10.1016/j.gmod.2018.12.001)
- [F3] K. Kruppa: Applying Rational Envelope Curves For Skinning Purposes. *Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering* (2020, megjelenés alatt, online elérhető)
DOI: [10.1631/FITEE.1900377](https://doi.org/10.1631/FITEE.1900377)

Konferenciakötetben megjelent cikkek

- [K1] K. Kruppa – K. Bana – R. Kunkli – M. Hoffmann: Creating connection between skinning surfaces. In L. Szirmay-Kalos – G. Renner (szerk.): *VII. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia, Budapest, 2014. február 19–20.* (konferenciaanyag). 2014, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, 46–51. p.
- [K2] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: A skinning algorithm for branched systems of circles and spheres. In L. Szirmay-Kalos – G. Renner (szerk.): *IX. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia, Budapest, 2018. március 21–22.* (konferenciaanyag). 2018, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, 31–37. p.

További konferencia-előadások

- [E1] K. Bana – K. Kruppa: KSpheres – Hatékony algoritmus gömbsorozatokat interpoláló felületek csatlakoztatási problémáinak kiküszöbölésére. XXXI. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Budapest, Magyarország, 2013. március.
- [E2] K. Bana – K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: KSpheres – an efficient algorithm for joining skinning surfaces. Conference on Geometry – Theory and Applications (CGTA 2013), Ljubljana, Szlovénia, 2013. június.
- [E3] K. Kruppa – K. Bana – R. Kunkli – M. Hoffmann: An improved method to construct intersection curves of skinning surfaces. 17th Scientific-Professional Colloquium on Geometry and Graphics, Rastoke, Horvátország, 2013. szeptember.
- [E4] K. Kruppa – R. Kunkli – M., Hoffmann: Combining and extending the features of circle skinning algorithms. The 10th International Conference on Applied Informatics (ICAI 2017), Eger, Magyarország, 2017. január.
- [E5] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: An extension to circle and sphere skinning algorithms. Conference on Geometry – Theory and Applications (CGTA 2017), Plzeň, Csehország, 2017. június.
- [E6] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: A skinning algorithm for branched systems of circles and spheres. Ninth Hungarian Conference on Computer Graphics and Geometry (GRAFGEOM 2018), Budapest, Magyarország, 2018. március.
- [E7] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: Geometric aspects of rational envelopes. Conference on Geometry – Theory and Applications (CGTA 2019), Innsbruck, Ausztria, 2019. június.

Poszterprezentációk

- [P1] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: A new skinning method for dynamic modeling. 5th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics, Debrecen, Magyarország, 2018. március.
- [P2] K. Kruppa: An inverted approach to Hermite data interpolation in $\mathbb{R}^{2,1}$ for circle skinning purposes. Asian Forum on Graphic Science (AFGS 2019), Kunming, Kína, 2019. augusztus.



Nyilvántartási szám: DEENK/366/2020.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Kruppa Kinga Tünde
Doktori Iskola: Informatikai Tudományok Doktori Iskola
MTMT azonosító: 10058411

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Idegén nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (3)

1. **Kruppa, K. T.**: Applying Rational Envelope curves for skinning purposes.
Front. Inform. Technol. Elect. Eng. [Epub ahead of print], 1-8, 2020. ISSN: 2095-9184.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1631/FITEE.1900377>
IF: 1.604 (2019)
2. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions.
Graph. Models. 101, 27-37, 2019. ISSN: 1524-0703.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.gmod.2018.12.001>
IF: 1.224
3. Bana, K., **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: KSpheres: an efficient algorithm for joining skinning surfaces.
Comput. Aided Geom. Des. 31 (7-8), 499-509, 2014. ISSN: 0167-8396.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cagd.2014.08.003>
IF: 1.639

Idegén nyelvű konferencia közlemények (2)

4. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: A skinning algorithm for branched systems of circles and spheres.
In: IX. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia. Szerk.: Szirmay-Kalos László, Renner Gábor, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, Budapest, 31-37, 2018. ISBN: 9789633132821
5. **Kruppa, K. T.**, Bana, K., Kunkli, R., Hoffmann, M.: Creating connection between skinning surfaces.
In: VII. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia, Budapest, 2014. február 19-20.. Szerk.: Szirmay-Kalos László, Renner Gábor, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, Budapest, 46-51, 2014. ISBN: 9786155036088





Magyar nyelvű absztrakt kiadványok (1)

6. Bana, K., **Kruppa, K. T.**: KSpheres: Hatékony algoritmus gömbsorozatotak interpoláló felületek csatlakoztatási problémáinak kiküszöbölésére.
In: XXXI. OTDK Informatika Tudományi Szekció : Konferencia kiadvány : 2013. március 25-27.. Szerk.: Bognár Géza, Gábor Dénes Főiskola, Budapest, 16, 2013. ISBN: 9789630859004

Idegen nyelvű absztrakt kiadványok (6)

7. **Kruppa, K. T.**: An Inverted Approach to Hermite Data Interpolation in R for Circle Skinning Purposes.
In: Graphics and Application : the 12th Asian Forum on Graphic Science (AFGS 2019). Ed.: Baoling Han, Xiao Luo, Hongliang Fan, Beijing Institute of Technology Press, China Graphics Society, Beijing, 142-143, 2019. ISBN: 9787893910319
8. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: Geometric Aspects of Rational Envelopes.
In: Conference on Geometry : Theory and Applications : Program and Abstracts / Hans-Peter Schröcker, University of Innsbruck, Innsbruck, 34-35, 2019.
9. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: A new skinning method for dynamic modeling.
In: 5th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics. Ed.: Hudoba Péter, Doktoranduszok Országos Szövetsége, Budapest, 28-29, 2018. ISBN: 9786155586231
10. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: An extension to circle and sphere skinning algorithms.
In: Conference on Geometry: Theory and Applications 2017. Book of abstracts. Ed.: M. Lávička, Vydavatelský servis, Pilsen, 45, 2017. ISBN: 9788086843568
11. **Kruppa, K. T.**, Bana, K., Kunkli, R., Hoffmann, M.: An improved method to construct intersection curves of skinning surfaces.
In: Abstracts : 17th Scientific-Professional Colloquium on Geometry and Graphics Rastoke, September 4 - 8, 2013. Eds.: Tomislav Doslic, Ema Jurkin, Croatian Society for Geometry and Graphics, Zagreb, 18, 2013.
12. Bana, K., Hoffmann, M., **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R.: KSpheres: an efficient algorithm for joining skinning surfaces.
In: Conference on Geometry Theory and Applications : Book of Abstracts : June 24-June 28, 2013 Ljubljana, Slovenia / B. Kovač, T. Kanduč, E. Žagar, University of Ljubljana, Faculty of Mathematics and Physics, Ljubljana, 11-12, 2013.

Egyéb közlemények (1)

13. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: Combining and extending the features of circle skinning algorithms.





További közlemények

Idegen nyelvű konferencia közlemények (2)

14. Lámfalusi, C., Girus, D., **Kruppa, K. T.**, Tóth, J., Hajduné Pocsai, E., Kunkli, R., Hajdu, A., Bálint, B. L.: Adding a scalable visualization technique to the UCSC genome browser.
In: 4th IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications CogInfoCom 2013 : Proceedings, December 2-5, 2013 Budapest, Hungary. Ed.: Péter Baranyi, IEEE, Danvers, 943-944, 2013. ISBN: 9781479915439
15. Lámfalusi, C., Girus, D., **Kruppa, K. T.**, Tóth, J., Hajduné Pocsai, E., Kunkli, R., Hajdu, A., Bálint, B. L.: Extending the visualization capabilities of a genome browser.
In: 4th IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications CogInfoCom 2013 : Proceedings, December 2-5, 2013 Budapest, Hungary. Ed.: Péter Baranyi, IEEE, Danvers, 419-422, 2013. ISBN: 97814799115439

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora: 4,467

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora (az értekezés alapján szolgáló közleményekre): 4,467

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudományometriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2020.12.01.



Short thesis for the degree of doctor of philosophy (PhD)

Circle and sphere skinning methods in computer-aided geometric design

by Kinga Tünde Kruppa

Supervisor: Dr. Miklós Hoffmann



UNIVERSITY OF DEBRECEN
Doctoral School of Informatics
Debrecen, 2020

3 Introduction

Computer-aided geometric design has been present for a long time, and the classical, well-known methods are based on control points (Farin, 2002; Farin, J, & Kim, 2002; Hoschek & Lasser, 1993; Piegł & Tiller, 1995). In recent years, a novel approach has appeared in the creative industry and in the scientific field as well: curve and surface modeling based on circles and spheres. Such an approach can be beneficial as it makes certain types of modeling tasks much easier and more convenient than traditional, point-based methods. Modeling based on circles and spheres is a flexible and efficient alternative with several application areas, such as molecular biology (Edelsbrunner, 1999; Kruithof & Vegter, 2006), reconstruction of cardiovascular systems (Rossignac, Whited, Slabaugh, Fang, & Unal, 2007), arts (Leymarie & Aparajeya, 2017), and video games and animation (SporeTM (Electronic Arts), ZSpheres[®] (Pixologic Inc.)).

Skinning is the construction of the envelope of a discrete set of circles or spheres. The generated skinning curves and surfaces are often referred as skins. Nowadays several skinning methods exist, such as Bana, Kruppa, Kunkli, & Hoffmann (2014); Bastl, Kosinka, & Lávička (2015); Kruppa, Kunkli, & Hoffmann (2019); Kunkli & Hoffmann (2010). One of the most essential questions of these methods is how to find the touching points and touching circles. Kunkli and Hoffmann presented a skinning method (Kunkli & Hoffmann, 2010) that gives a real-time solution to the problem, based on a classical geometric approach. The method by Bastl et al. (Bastl et al., 2015) is a novel proposal where it is allowed that the skinning curves touch a circle not only at a single point, but along a circular arc. In our research we aimed to extend the possibilities of these skinning methods, and to give solutions to their arising problems.

Kunkli and Hoffmann extended their method to the three dimensional space, but it cannot handle branched systems of spheres. Thus more complex models cannot be created, which is a disadvantage, for example, in character animation. Our aim was to give a solution with which we are able to create the skinning surface of a branched

system of spheres.

The method by Bastl et al. is a simple yet effective algorithm, which generally provides adequate output. However, it has some major disadvantages. In some cases, the locations of the touching points and the lengths of the tangent vectors are not changed continuously. This results in sudden jumps and changes during modeling. Furthermore, we can observe that the touching points may lie inside the neighboring circles. Our goal was to create a new skinning method, which takes advantage of the novel, arc-based approach, but at the same time it gives solutions to the arisen problems of the method by Bast et al.

It is important to note, that the above mentioned methods do not deal with finding the envelope in a continuous aspect, since we have a discrete set of circles or spheres, not a one- or two-parametric family of circles or spheres. Also, the topic of medial axis transform and boundary reconstruction (Choi, Choi, & Moon, 1997; Choi, Han, Moon, Roh, & Wee, 1999) is very different, but still somehow similar to skinning. Additionally, curves in the $\mathbb{R}^{2,1}$ Minkowski-space are very suitable to describe medial axis transforms. The Minkowski Pythagorean hodograph (MPH) curves and Rational Envelope (RE) curves are such special curves in $\mathbb{R}^{2,1}$ that their envelope curves are rational. Based on the similarities of skinning and medial axis transform, we started to examine how medial axis transforms—specifically RE curves—can be used for skinning a discrete set of circles.

The results discussed in the dissertation were achieved in these mentioned topics (Bana et al., 2014; Kruppa, 2020; Kruppa et al., 2019; Kruppa, Kunkli, & Hoffmann, 2020). Sections 3, 4, and 5 detail our new methods.

4 The main results of the thesis

4.1 Skinning branched systems of spheres

Result 1

We extended the spatial skinning method of Kunkli and Hoffman in a way that enables us to skin a branched systems of spheres. With our solution we create a joining skinning surface which is connected to the main skinning surface with G^1 continuity.

Publication:

Bana, K., Kruppa, K., Kunkli, R., Hoffmann, M., KSpheres — an efficient algorithm for joining skinning surfaces. *Computer Aided Geometric Design* 31 (78), pp. 499–509, 2014. (Q1)

To describe the structure of the spheres to be skinned, we used a directed graph permitting loops and introduced to phrases *main branch* and *branch*. Let us suppose that we have the main branch containing the spheres $s_1, s_2, \dots, s_n$, and we would like to connect the $\{s_{i_1}, s_{i_2}, \dots, s_{i_m}\}$ branch (where $s_i = s_{i_1}$) to its i^{th} element. The challenging part of our task is creating the skinning surface for s_i and s_{i_2} , which is the actual connection of the structure. Since the connection of the skinning surfaces of the main branch is G^1 continuous, we expect the same from the connection of the branches.

The main steps of our method

1. We construct the point $\mathbf{m}_i$ on the main skinning surface, which will be used as the basis of the connection. The construction of the point is sensitive to the positions and radii of the neighbouring spheres.

2. We define a boundary curve consisting of two arcs on the skinning surface of the main branch. The arcs are determined with the help of two half circles whose center is the point $\mathbf{m}_i$.

Based on the skinning surface of s_i and s_{i+1} , the arc $\mathbf{L}_{i_1}(\theta)$ of the boundary curve is defined as

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{i_1}(\theta) = & H_0^3(t_\theta) \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta) + H_1^3(t_\theta) \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta) + \\ & H_2^3(t_\theta) p(s_i) 2d(M_i, \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)\|} + \\ & H_3^3(t_\theta) p(s_{i+1}) 2d(M_i, \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_{i+1} - \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_{i+1} - \mathbf{z}_{i+1}(\alpha_i + \theta)\|} \end{aligned}$$

where $t_\theta = \frac{4q}{\pi} \sqrt{(\frac{\pi}{4})^2 - \theta^2}$, $\theta \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$, and $q \in]0, 1[$. Similarly, the second arc of the curve is

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_{i_2}(\theta) = & H_0^3(1 - t_\theta) \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta) + H_1^3(1 - t_\theta) \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta) + \\ & H_2^3(1 - t_\theta) p(s_{i-1}) 2d(M_{i-1}, \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_{i-1} - \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_{i-1} - \mathbf{z}_{i-1}(\alpha_i + \theta)\|} + \\ & H_3^3(1 - t_\theta) p(s_i) 2d(M_{i-1}, \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)) \frac{\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)}{\|\mathbf{w}_i - \mathbf{z}_i(\alpha_i + \theta)\|} \end{aligned}$$

which is defined on the skinning surface of s_{i-1} and s_i .

The boundary curve defined as $\mathbf{L}_{i_1}(\theta)$ and $\mathbf{L}_{i_2}(\theta)$ will be the basis of the connection of the skinning surfaces. Coming from the construction, the curve is smooth and does not have any singularities. Fig. 1 shows the resulting boundary curve.

3. We consider the points of the boundary curve, and we assign them the corresponding points of the touching circle of the joining sphere.
4. We obtain the touching plane of the skinning surface of the main branch at the points of the boundary curve. Then we define the appropriate tangent vectors. This way we assure the G^1 continuity.

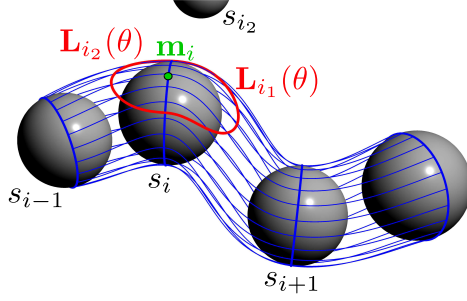


Figure 1: The boundary curve constructed as $\mathbf{L}_{i_1}(\theta)$ and $\mathbf{L}_{i_2}(\theta)$, when $q = 0.5$.

5. The joining skinning surface is constructed from two parts that are given as the union of Hermite arcs.

The $\widehat{\mathbf{s}}_{i_1}(\theta, t)$ surface is fitting on the arc $\mathbf{L}_{i_1}(\theta)$. We define the surface as:

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{s}}_{i_1}(\theta, t) = & \frac{d}{dt} H_0^3(t) \widehat{\mathbf{z}}_i(\theta) + H_1^3(t) \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}(\theta) + \\ & H_2^3(t) 2 \, d(\widehat{M}_i, \widehat{\mathbf{z}}_i(\theta)) \frac{\mathbf{v}_i(\theta)}{\|\mathbf{v}_i(\theta)\|} + \\ & H_3^3(t) 2 \frac{p(s_{i_2})}{\|\mathbf{w}_{i+1} - \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}\|} d(\widehat{M}_i, \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}(\theta)) (\mathbf{w}_{i+1} - \widehat{\mathbf{z}}_{i+1}(\theta)) \end{aligned}$$

where $\theta \in [0, \pi]$, $t \in [0, 1]$. Similarly, we obtain the skinning surface $\widehat{\mathbf{s}}_{i_2}(\theta, t)$ using $\mathbf{L}_{i_2}$. Fig. 2. shows the result of our method.

We compared our results to the SporeTM video game by Electronic Arts, as it can be seen in Fig. 3.

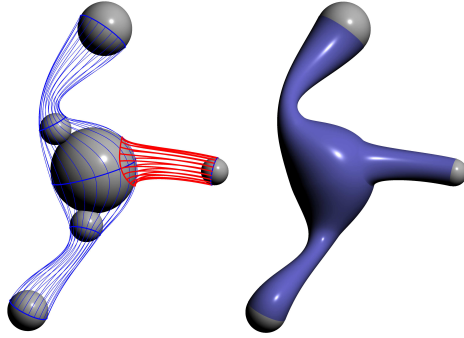


Figure 2: Skinning a branched system of spheres. With our method we assure G^1 continuity at joining of the skinning surfaces.

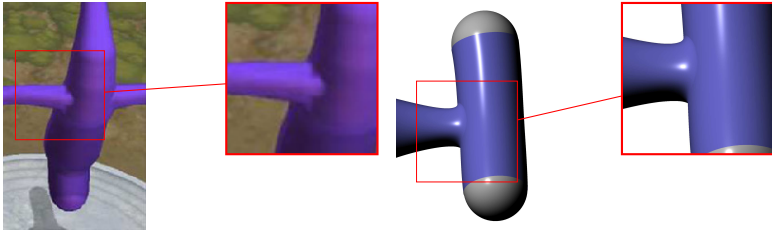


Figure 3: Comparison of our results (right) with the output of SporeTM (left). We can examine the joining parts in the zoomed pictures.

4.2 An improved skinning method using circular arcs

Result 2

We introduced a skinning algorithm, which was motivated by the method of Bastl et al.: the skinning curves for a sequence of circles may not only touch each circle at a single point, but also along a circular arc. Our aim was to provide solutions to the problems of Bastl's method. We managed to create such a skinning method that can be efficiently used in real-time modeling, assuring that the touching points do not get inside any neighboring circle and the changes of the tangent vectors are continuous. We extended our solution to three dimensions, and we gave an algorithm for skinning branched systems of spheres. We also proposed an algorithm with which we can eliminate the intersections of the skinning curves, if they exist.

Publication:

Kruppa, K., Kunkli, R., Hoffmann, M., An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions. *Graphical Models* 101, pp. 27–37, 2019. (Q2)

Definition 4.1 (Admissible configuration (Kruppa et al., 2019)).

Let us have an ordered sequence of circles $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, $n \in \mathbb{N}$ with the corresponding disks $\mathcal{D} = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$. Let $\mathbf{s}_{i_1}$ and $\mathbf{s}_{i_2}$ denote the intersection points of c_i with the line through the centers of c_{i-1} and c_i , and c_i and c_{i+1} , respectively ($i = 2, \dots, n-1$). $\mathcal{C}$ is called an admissible configuration, if the following conditions are satisfied:

$$\bullet \quad d_i \not\subset \bigcup_{j=1, j \neq i}^n d_j, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

- $d_i \cap d_j = \emptyset$, $i, j = 1, 2, \dots, n$, $j \notin \{i-2, i-1, i, i+1, i+2\}$,
- if $d_{i-1} \cap d_{i+1} \neq \emptyset \implies d_{i-1} \cap d_{i+1} \subset d_i$, $i = 2, 3, \dots, n-1$,
- $s_{i_1} \notin c_{i+1}$, $s_{i_2} \notin c_{i-1}$, $i = 2, 3, \dots, n-1$.

Definition 4.2 (Skinning curves (Kruppa et al., 2019)). *Given an admissible configuration of circles $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, let $s(t)$ and $\bar{s}(t)$ be two, at least G^1 continuous curves, called “left” and “right” skins (skinning curves), satisfying the following criteria for every circle c_i ($i = 1, 2, \dots, n$):*

- *The curve $s(t)$ touches c_i either at points $\mathbf{u}_i$ and $\mathbf{v}_i$ and along the $\widehat{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i}$ circular arc, or at the point $\mathbf{w}'_i$. Same applies in the case of $\bar{s}(t)$ for points $\bar{\mathbf{u}}_i, \bar{\mathbf{v}}_i$, and $\bar{\mathbf{w}}'_i$.*
- *The tangent lines of c_i and $s(t)$ are identical at the touching points.*
- *In the case of $s(t)$, the tangent vectors of c_i at the touching points have the same direction as the positive normal of the vector pointing from the touching point to the center of c_i . For $\bar{s}(t)$, we consider the negative normal.*
- $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}'_i \notin \bigcup_{j=1, j \neq i}^n d_j$, $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. *In the case of $\bar{s}(t)$, same applies for $\bar{\mathbf{u}}_i, \bar{\mathbf{v}}_i$, és $\bar{\mathbf{w}}'_i$.*

If c_i has the touching points $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i$, and the circular arc $\widehat{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i}$, then $\widehat{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i}$ is considered as a part of $s(t)$. Similarly, in the case of $\bar{s}(t)$, $\widehat{\bar{\mathbf{u}}_i \bar{\mathbf{v}}_i}$ is considered as a part of the right skin.

The construction of the skinning curves

If an admissible sequence of circles $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ is given, then the skin touches c_i either along the circular arc defined by $\mathbf{u}_i$ és $\mathbf{v}_i$, or at the midpoint $\mathbf{w}'_i$. See Fig. 4 as an example.

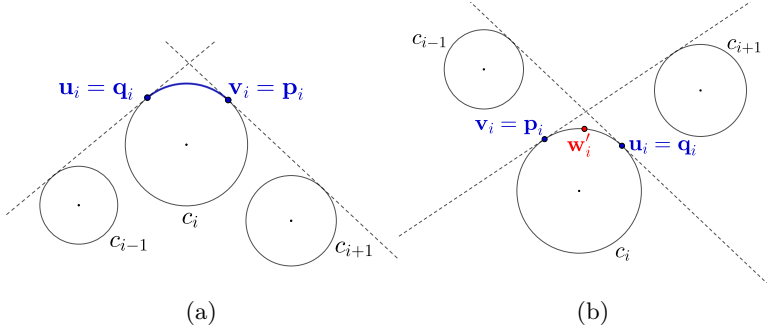


Figure 4: Defining the touching points of c_i by using the common outer tangents.

If the positions and radii of the circles require using a midpoint, then it is obtained as $\mathbf{w}'_i = \mathbf{v}'_i \frown \mathbf{u}'_i$ where

$$\mathbf{v}'_i = \begin{cases} \mathbf{p}_i, & \text{if } \mathbf{s}_{i1} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ and } \mathbf{p}_i \notin d_{i-1}, \\ \mathbf{n}_{i1}, & \text{if } (\mathbf{s}_{i1} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ and } \mathbf{p}_i \in d_{i-1}) \vee (\mathbf{s}_{i1} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ and } c_{i-1} \cap c_i \neq \emptyset), \\ \mathbf{s}_{i1}, & \text{if } \mathbf{s}_{i1} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ and } c_{i-1} \cap c_i = \emptyset; \end{cases}$$

$$\mathbf{u}'_i = \begin{cases} \mathbf{q}_i, & \text{if } \mathbf{s}_{i2} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ and } \mathbf{q}_i \notin d_{i+1}, \\ \mathbf{n}_{i2}, & \text{if } (\mathbf{s}_{i2} \notin \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ and } \mathbf{q}_i \in d_{i+1}) \vee (\mathbf{s}_{i2} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ and } c_i \cap c_{i+1} \neq \emptyset), \\ \mathbf{s}_{i2}, & \text{if } \mathbf{s}_{i2} \in \widehat{\mathbf{p}_i \mathbf{q}_i} \text{ és } c_i \cap c_{i+1} = \emptyset. \end{cases}$$

The next step is to define the lengths of the tangent vectors at the touching points. For this, we combine the tangent lengths used in the method of Kunkli and Hoffmann, and the ones used in the method of Bastl et al. For this, the arc length defined by $\widehat{\mathbf{u}_i \mathbf{v}_i}$ and the distance of the centers of the circles are taken into consideration. Now let d_{i1} and d_{i2} denote the lengths of the tangent vectors at the touching points of c_i and c_{i+1} , respectively.

Then, the tangent vectors are computed as:

$$d_{i_j} = \lambda_{i_j} \cdot d_{b_{i_j}} + (1 - \lambda_{i_j}) \cdot d_{k_{i_j}},$$

$$\lambda_{i_j} = \min \left\{ \frac{\tilde{s}_{i_j}}{2r_j\pi} \cdot \frac{d_{c_i, c_{i+1}}}{k \cdot d_{avg}}, 1 \right\},$$

where $k \in \mathbb{R}^+$, $\lambda_{i_j} \in [0, 1]$, $i = 1, 2, \dots, n-1$ and $j = 1, 2$. With the parameter k we can modify the final shape of the skinning curves. Based on our experiences, choosing $k = 0.5$ generally gives adequate results.

In Section 4 of the dissertation, we presented that our method gives solution to the problems of the method by Bast et al. Figs. 5. and 6. show two examples for comparing the skinning methods.

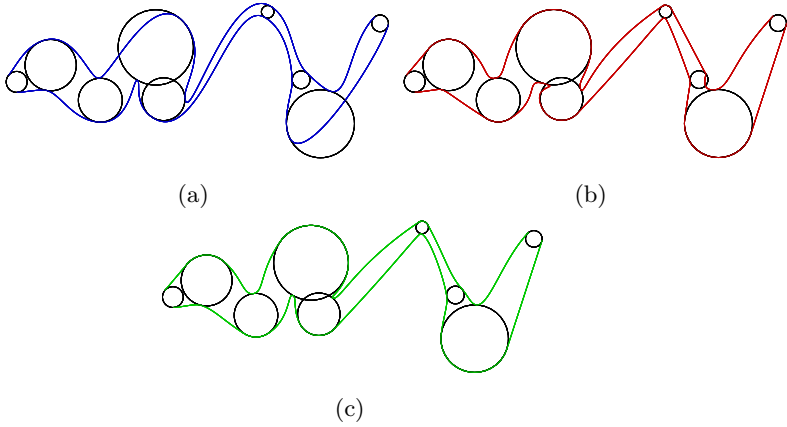


Figure 5: Comparison of the (a) method by Kunkli and Hoffmann, (b) the method of Bastl et al., and (c) our solution.

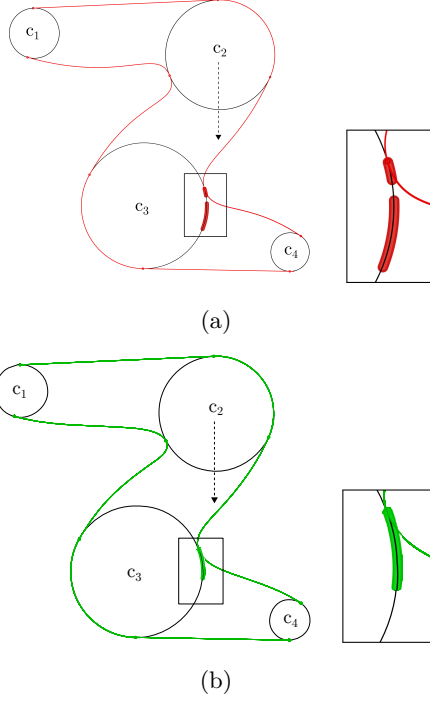


Figure 6: We marked the location of the touching point on c_3 when c_2 is moved downwards. (a) Using the method by Bastl et al., the path is not continuous, which results in a sudden “jump” of the touching point during modeling. (b) With our method, the location of the point changes continuously.

Possible extensions

In the dissertation, we gave an algorithm with which we can resolve the intersections of the skinning curves if the control polygon of the curve is C-shaped. We also introduced several extensions to our

method. We showed that our skinning method can be extended to three dimensions, and we gave solutions to skin branched systems of circles and spheres (see Fig. 7).

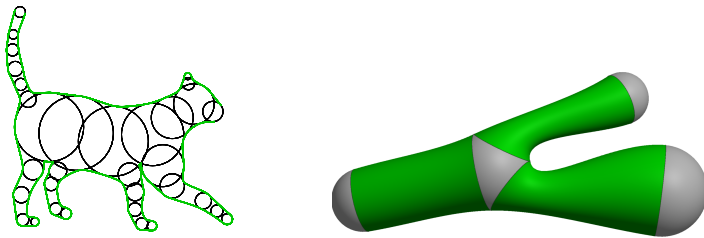


Figure 7: Branched models created with our method.

4.3 Applying RE curves for skinning circles

Result 3

We presented a possible new application for Rational Envelope (RE) curves that is skinning a discrete set of circles. We explained how to choose the input data for the RE interpolation method, and we gave exact calculations for the free parameters. In the thesis we further examined the possibilities of applying RE curves for skinning and discussed in detail how to detect and resolve the intersections of the envelope curves.

Publications:

Kruppa, K., Applying Rational Envelope curves for skinning purposes. *Frontiers of Information Technology Electronic Engineering*, 2020, accepted, in press. (Q2)

In preparation: Kruppa, K., Kunkli, R., Hoffmann, M., Possibilities and advantages of Rational Envelope curves for circle skinning.

To attain an envelope for an admissible sequence of circles $\mathcal{C} = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, $n \in \mathbb{N}$, we need to construct the input data for the RE interpolation algorithm given by Bizzarri et al. (Bizzarri, Lávička, & Kosinka, 2016). Thus, we need to obtain the sequence of points $\mathcal{P} = \{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n\}$ and the corresponding tangent vectors $\mathcal{T} = \{\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_n\}$.

The point $\mathbf{p}_i$ can be given as

$$\mathbf{p}_i = (o_{i_x}, o_{i_y}, r_i), \quad \mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^{2,1}$$

where (o_{i_x}, o_{i_y}) is the center of c_i , and r_i is its radius. However, choosing the vector $\mathbf{t}_i$ can be problematic, as it can be seen in Fig. 8. In Section 5 of the dissertation, we show two possible solutions to the arising problems.

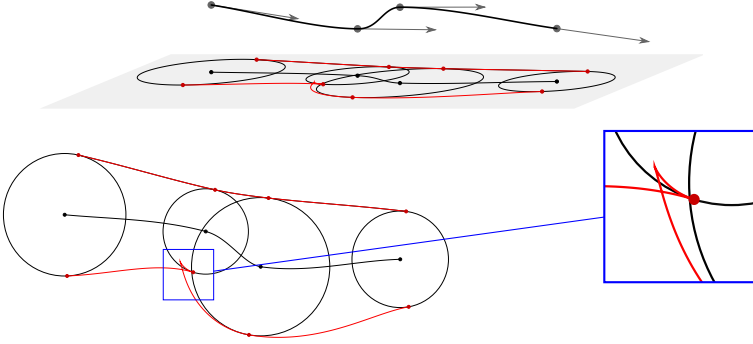


Figure 8: If tangent vectors are not chosen carefully, then RE curves are not usable for skinning a discrete set of circles. For example, the touching points can get inside the neighboring circles.

If we fix the positions of the two touching points on c_i (see Fig. 9), then

$$\mathbf{t}_i = \left(\frac{r_i}{\gamma_i} (w_{i_y}^+ - w_{i_y}^-), \frac{r_i}{\gamma_i} (w_{i_x}^- - w_{i_x}^+), -1 \right),$$

where

$$\gamma_i = p_{i_x} (w_{i_y}^- - w_{i_y}^+) + p_{i_y} (w_{i_x}^+ - w_{i_x}^-) + w_{i_y}^+ w_{i_x}^- - w_{i_x}^+ w_{i_y}^-.$$

If we fix one of the touching points (as in Fig. 10), then

$$\mathbf{t}_i = \cos(u_i) \begin{bmatrix} p_{i_x} - w_{i_x}^+ \\ p_{i_y} - w_{i_y}^+ \\ p_{i_z} \end{bmatrix} + \sin(u_i) \begin{bmatrix} w_{i_y}^+ - p_{i_y} \\ p_{i_x} - w_{i_x}^+ \\ 0 \end{bmatrix}, \quad u_i \in]0, \pi[.$$

With our solution we solve those problematic scenarios which may happen when the tangent vectors are not chosen in an adequate way. Fig. 11 shows our result when we fix two touching points.

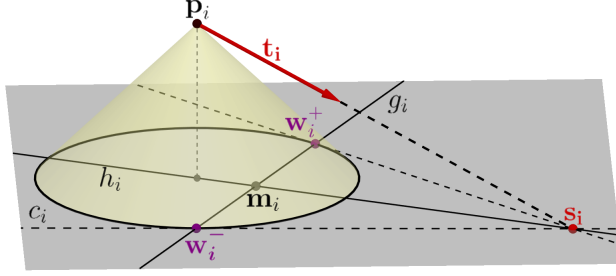


Figure 9: The tangent vector $\mathbf{t}_i$ is obtained from the fixed touching points $\mathbf{w}_i^+$ and $\mathbf{w}_i^-$. The construction is based on the cyclographic interpretation of envelopes.

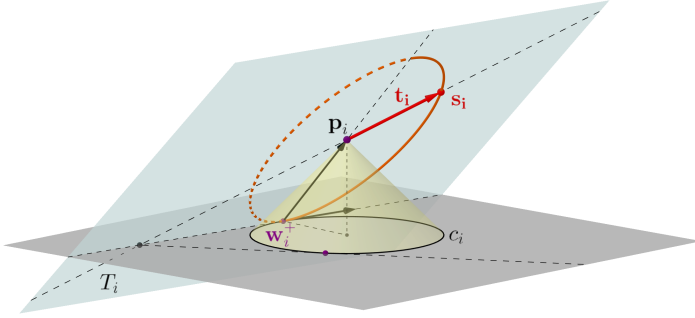


Figure 10: Defining vector $\mathbf{t}_i$ if we fix the position of the touching point $\mathbf{w}_i^+$.

We further examined how to detect and resolve the intersections of the envelope curves defined by curves in the Minkowski space.

Theorem 4.1 (Intersections of the envelope curves ([Kruppa et al., 2020](#))). *If the curve $\bar{\mathbf{y}}: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^{2,1}$, $\bar{\mathbf{y}}(t) = (\mathbf{y}(t), r(t))$ is considered as a medial axis transform, then the envelope curves $\mathbf{x}^+(t)$ and*

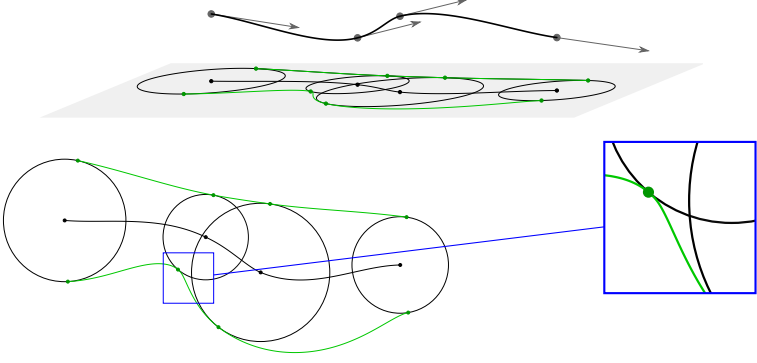


Figure 11: RE curves used for skinning a discrete set of circles. With our method, we can overcome the problem shown in Fig. 8.

$\mathbf{x}^-(t)$ intersect each other at the parameter value $t_j \in [a, b]$ (so $\mathbf{x}^+(t_j) = \mathbf{x}^-(t_j)$), if and only if

- $r(t_j) = 0$, or
- $\|\bar{\mathbf{y}}'(t_j)\|_M = 0$, i.e., the tangent vector of $\bar{\mathbf{y}}$ at t_j is light-like.

Corollary 4.1 (Intersections of RE curves' envelopes (Kruppa et al., 2020)). *In the case of the $\bar{\mathbf{y}}: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^{2,1}$, $\bar{\mathbf{y}}(t) = (\mathbf{y}(t), r(t)) = \left(x_x(t) + x'_y(t)f(t), x_y(t) - x'_x(t)f(t), f(t)\sqrt{x_x'^2(t) + x_y'^2(t)} \right)$ RE curve, the envelope curves $\mathbf{x}^+, \mathbf{x}^-: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ intersect each other at the parameter value $t_j \in [0, 1]$ (so $\mathbf{x}^+(t_j) = \mathbf{x}^-(t_j)$), if and only if*

- $\mathbf{x}(t)$ is irregular and the point $\mathbf{x}(t_j)$ is a singular point; or
- $\mathbf{x}(t)$ is regular, but $f(t_j) = 0$ holds for the parameter value t_j ; or
- $\|\bar{\mathbf{y}}'(t_j)\|_M = 0$ holds for the parameter value t_j , thus the tangent vector of the RE curve at t_j is light-like.

Based on the above, the intersections of the envelopes of RE curves may be resolved if the function f —which is used to create $\bar{\mathbf{y}}$ —is such that $f(t) > 0, \forall t \in [0, 1]$. We offered two solutions to this. The result of one of our methods can be seen in Fig. 12.

In Section 5 of thesis, we showed more complex models that can be created with our method. Also, besides the efficient handling of intersections, we outlined another advantage of the method. Since the trimming of offset curves is significantly easier in the case of the envelope than in the case of general curves, the models created with our approach can be produced using CNC machining.

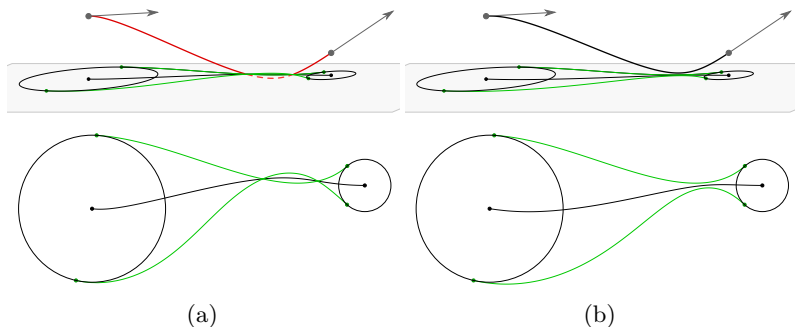


Figure 12: (a) The envelope curves intersect. (b) We can resolve these intersections if we increase the degree of function f . It can be seen that neither the touching points, nor the tangent vectors change, yet the intersections are resolved.

References

- Bana, K., Kruppa, K., Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2014). KSpheres – an efficient algorithm for joining skinning surfaces. *Computer Aided Geometric Design*, 31(7-8), 499–509.
- Bastl, B., Kosinka, J., & Lávička, M. (2015). Simple and branched skins of systems of circles and convex shapes. *Graphical Models*, 78, 1–9.
- Bizzarri, M., Lávička, M., & Kosinka, J. (2016). Medial axis transforms yielding rational envelopes. *Computer Aided Geometric Design*, 46, 92–102.
- Choi, H., Choi, S., & Moon, H. (1997). Mathematical theory of medial axis transform. *Pacific Journal of Mathematics*, 181(1), 57–88.
- Choi, H., Han, C., Moon, H., Roh, K., & Wee, N.-S. (1999). Medial axis transform and offset curves by Minkowski Pythagorean hodograph curves. *Computer Aided Design*, 31(1), 59–72.
- Edelsbrunner, H. (1999). Deformable smooth surface design. *Discrete & Computational Geometry*, 21, 87–115.
- Farin, G. (2002). *Curves and Surfaces for CAD: A Practical Guide* (5th ed.). Academic Press.
- Farin, G., J, H., & Kim, M.-S. (2002). *Handbook of Computer Aided Geometric Design*. Elsevier.
- Hoschek, J., & Lasser, D. (1993). *Fundamentals of Computer Aided Geometric Design*. A.K. Peters.
- Kruithof, N., & Vegter, G. (2006). Envelope surfaces. In *Proceedings of the annual symposium on computational geometry 2006* (p. 411–420).
- Kruppa, K. (2020). Applying Rational Envelope Curves For Skinning Purposes. *Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering*. ((in press, available online))
- Kruppa, K., Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2019). An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions. *Graphical Models*, 101, 27–37.
- Kruppa, K., Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2020). *Possibilities and*

- advantages of Rational Envelope curves for circle skinning [In preparation]*.
- Kunkli, R., & Hoffmann, M. (2010). Skinning of circles and spheres. *Computer Aided Geometric Design*, 27(8), 611–621.
- Leymarie, F., & Aparajeya, P. (2017). Medialness and the Perception of Visual Art. *Art and Perception*, 5(2), 169–232.
- Piegl, L., & Tiller, W. (1995). *The NURBS Book* (2nd ed.). Springer.
- Rossignac, J., Whited, B., Slabaugh, G., Fang, T., & Unal, G. (2007). Pearling: 3D interactive extraction of tubular structures from volumetric images. In *Miccai workshop on interaction in medical image analysis and visualization*.
- SporeTM and SporeTM Creature Creator. (2008). <https://www.spore.com>. ([Online; date of access: 31 July 2020])
- ZBrush 2020 :: ZSpheres[®]. (2020). <https://pixologic.com/zbrush/features/ZSpheres/>. ([Online; date of access: 31 July 2020])

Publication list

Journal papers

- [J1] K. Bana – K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: KSpheres – an efficient algorithm for joining skinning surfaces. *Computer Aided Geometric Design* 31 (2014), 499–509. p.
DOI: [10.1016/j.cagd.2014.08.003](https://doi.org/10.1016/j.cagd.2014.08.003)
- [J2] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions. *Graphical Models*, 101 (2019), 27–37. p.
DOI: [10.1016/j.gmod.2018.12.001](https://doi.org/10.1016/j.gmod.2018.12.001)
- [J3] K. Kruppa: Applying Rational Envelope Curves For Skinning Purposes. *Frontiers of Information Technology and Electronic Engineering* (2020, in press, available online)
DOI: [10.1631/FITEE.1900377](https://doi.org/10.1631/FITEE.1900377)

Conference papers

- [C1] K. Kruppa – K. Bana – R. Kunkli – M. Hoffmann: Creating connection between skinning surfaces. In L. Szirmay-Kalos – G. Renner (eds.): *VII. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia, Budapest, 2014. február 19–20.* (konferenciaanyag). 2014, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, 46–51. p.
- [C2] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: A skinning algorithm for branched systems of circles and spheres. In L. Szirmay-Kalos – G. Renner (eds.): *IX. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia, Budapest, 2018. március 21–22.* (konferenciaanyag). 2018, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, 31–37. p.

Other conference talks

- [T1] K. Bana – K. Kruppa: KSpheres – Hatékony algoritmus gömb-sorozatokat interpoláló felületek csatlakoztatási problémáinak kiküszöbölésére. XXXI. Országos Tudományos Diákköri Konferencia, Budapest, Hungary, March 2013.
- [T2] K. Bana – K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: KSpheres – an efficient algorithm for joining skinning surfaces. Conference on Geometry – Theory and Applications (CGTA 2013), Ljubljana, Slovenia, June 2013.
- [T3] K. Kruppa – K. Bana – R. Kunkli – M. Hoffmann: An improved method to construct intersection curves of skinning surfaces. 17th Scientific-Professional Colloquium on Geometry and Graphics, Rastoke, Croatia, Sept 2013.
- [T4] K. Kruppa – R. Kunkli – M., Hoffmann: Combining and extending the features of circle skinning algorithms. The 10th International Conference on Applied Informatics (ICAI 2017), Eger, Hungary, January 2017.
- [T5] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: An extension to circle and sphere skinning algorithms. Conference on Geometry – Theory and Applications (CGTA 2017), Plzeň, Czech Republic, June 2017.
- [T6] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: A skinning algorithm for branched systems of circles and spheres. Ninth Hungarian Conference on Computer Graphics and Geometry (GRAFGEOM 2018), Budapest, Hungary, March 2018.
- [T7] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: Geometric aspects of rational envelopes. Conference on Geometry – Theory and Applications (CGTA 2019), Innsbruck, Austria, June 2019.

Poster presentations

- [P1] K. Kruppa – R. Kunkli – M. Hoffmann: A new skinning method for dynamic modeling. 5th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics, Debrecen, Hungary, March 2018.
- [P2] K. Kruppa: An inverted approach to Hermite data interpolation in $\mathbb{R}^{2,1}$ for circle skinning purposes. Asian Forum on Graphic Science (AFGS 2019), Kunming, China, August 2019.



Registry number:
Subject:

DEENK/366/2020.PL
PhD Publikációs Lista

Candidate: Kinga Tünde Kruppa

Doctoral School: Doctoral School of Informatics

MTMT ID: 10058411

List of publications related to the dissertation

Foreign language scientific articles in international journals (3)

1. **Kruppa, K. T.**: Applying Rational Envelope curves for skinning purposes.
Front. Inform. Technol. Elect. Eng. [Epub ahead of print], 1-8, 2020. ISSN: 2095-9184.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1631/FITEE.1900377>
IF: 1.604 (2019)
2. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: An improved skinning algorithm for circles and spheres providing smooth transitions.
Graph. Models. 101, 27-37, 2019. ISSN: 1524-0703.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.gmod.2018.12.001>
IF: 1.224
3. Bana, K., **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: KSpheres: an efficient algorithm for joining skinning surfaces.
Comput. Aided Geom. Des. 31 (7-8), 499-509, 2014. ISSN: 0167-8396.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cagd.2014.08.003>
IF: 1.639

Foreign language conference proceedings (2)

4. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: A skinning algorithm for branched systems of circles and spheres.
In: IX. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia. Szerk.: Szirmay-Kalos László, Renner Gábor, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, Budapest, 31-37, 2018. ISBN: 9789633132821
5. **Kruppa, K. T.**, Bana, K., Kunkli, R., Hoffmann, M.: Creating connection between skinning surfaces.
In: VII. Magyar Számítógépes Grafika és Geometria Konferencia, Budapest, 2014. február 19-20.. Szerk.: Szirmay-Kalos László, Renner Gábor, Neumann János Számítógép-tudományi Társaság, Budapest, 46-51, 2014. ISBN: 9786155036088





Hungarian abstracts (1)

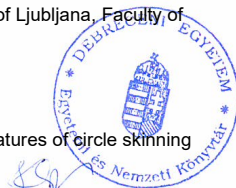
6. Bana, K., **Kruppa, K. T.**: KSpheres: Hatékony algoritmus gömbsorozatokat interpoláló felületek csatlakoztatási problémáinak kiküszöbölésére.
In: XXXI. OTDK Informatika Tudományi Szekció : Konferencia kiadvány : 2013. március 25-27.. Szerk.: Bognár Géza, Gábor Dénes Főiskola, Budapest, 16, 2013. ISBN: 9789630859004

Foreign language abstracts (6)

7. **Kruppa, K. T.**: An Inverted Approach to Hermite Data Interpolation in R for Circle Skinning Purposes.
In: Graphics and Application : the 12th Asian Forum on Graphic Science (AFGS 2019). Ed.: Baoling Han, Xiao Luo, Hongliang Fan, Beijing Institute of Technology Press, China Graphics Society, Beijing, 142-143, 2019. ISBN: 9787893910319
8. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: Geometric Aspects of Rational Envelopes.
In: Conference on Geometry : Theory and Applications : Program and Abstracts / Hans-Peter Schröcker, University of Innsbruck, Innsbruck, 34-35, 2019.
9. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: A new skinning method for dynamic modeling.
In: 5th Winter School of PhD Students in Informatics and Mathematics. Ed.: Hudoba Péter, Doktoranduszok Országos Szövetsége, Budapest, 28-29, 2018. ISBN: 9786155586231
10. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: An extension to circle and sphere skinning algorithms.
In: Conference on Geometry: Theory and Applications 2017. Book of abstracts. Ed.: M. Lávička, Vydavatelský servis, Pilsen, 45, 2017. ISBN: 9788086843568
11. **Kruppa, K. T.**, Bana, K., Kunkli, R., Hoffmann, M.: An improved method to construct intersection curves of skinning surfaces.
In: Abstracts : 17th Scientific-Professional Colloquium on Geometry and Graphics Rastoke, September 4 - 8, 2013. Eds.: Tomislav Doslic, Ema Jurkin, Croatian Society for Geometry and Graphics, Zagreb, 18, 2013.
12. Bana, K., Hoffmann, M., **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R.: KSpheres: an efficient algorithm for joining skinning surfaces.
In: Conference on Geometry Theory and Applications : Book of Abstracts : June 24-June 28, 2013 Ljubljana, Slovenia / B. Kovač, T. Kanduč, E. Žagar, University of Ljubljana, Faculty of Mathematics and Physics, Ljubljana, 11-12, 2013.

Other publications (1)

13. **Kruppa, K. T.**, Kunkli, R., Hoffmann, M.: Combining and extending the features of circle skinning algorithms.





List of other publications

Foreign language conference proceedings (2)

14. Lámfalusi, C., Girus, D., **Kruppa, K. T.**, Tóth, J., Hajduné Pocsai, E., Kunkli, R., Hajdu, A., Bálint, B. L.: Adding a scalable visualization technique to the UCSC genome browser.
In: 4th IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications CogInfoCom 2013 : Proceedings, December 2-5, 2013 Budapest, Hungary. Ed.: Péter Baranyi, IEEE, Danvers, 943-944, 2013. ISBN: 9781479915439
15. Lámfalusi, C., Girus, D., **Kruppa, K. T.**, Tóth, J., Hajduné Pocsai, E., Kunkli, R., Hajdu, A., Bálint, B. L.: Extending the visualization capabilities of a genome browser.
In: 4th IEEE International Conference on Cognitive Infocommunications CogInfoCom 2013 : Proceedings, December 2-5, 2013 Budapest, Hungary. Ed.: Péter Baranyi, IEEE, Danvers, 419-422, 2013. ISBN: 9781479911549

Total IF of journals (all publications): 4,467

Total IF of journals (publications related to the dissertation): 4,467

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

01 December, 2020

